



L

Aufgaben	Regeln	Registrieren	Preise	Förderer
Fragen				

Zum Weiteren  
und Versche

### Beispielaufgabe "Fünf Ladungen Futter" (Kalender 7-9, 2014)

Heute treffen fünf Waggons mit Spezialfutter für die Rentiere im Wichteldorf ein. Lokführer Levi bringt die Waggons mit seinem Zug vom Hafen direkt zum Lager. Es sind fünf unterschiedliche Futtermischungen, die von Januar bis Mai 2015 verfüttert werden sollen. Wie du im Bild sehen kannst, befinden sie sich nicht in der richtigen Reihenfolge. Bevor Levi wieder wegfährt, muss er die Waggons noch in die richtige Reihenfolge von Januar bis Mai bringen. Der Waggon mit der Aufschrift „Januar“ soll sich dabei als erstes direkt hinter der Lok befinden.

Zum Sortieren kann Levi die beiden Abstellgleise benutzen (rechts im Bild). Er rangiert mit seiner Lok vor und zurück und kann dabei beliebig viele Waggons ziehen und schieben. Die Rentierwichtel Ottilie und Ragna entscheiden, welche Waggons vor jedem Rangiervorgang ab- oder angekoppelt werden. Am Ende müssen alle Waggons – aus Sicherheitsgründen mit der Lok zusammengekoppelt – in einer Reihe stehen, egal, auf welchem Gleis.



#### Tweets


**MAA**

@maanow

Amir Aczel, who w  
about Wiles' proo  
Fermat's Last Thec  
at 65 [ow.ly/VMCyl](http://ow.ly/VMCyl)  
#mathchat

Retweeted by  
dmv.mathematik.c

Show Summary


**dmv.mathematik**

@dmv\_mathematik

#Mathe-#Advents  
heute, 3. #Advent:  
#Sonderverlosung  
mathe-im-advent.  
#matheimadvent

Expand

Mit einem Rangiervorgang kann Levi den Zug vom eingleisigen Schienenstück links auf eines der beiden Abstellgleise rechts fahren und dort einen oder mehrere Waggon ab-- oder ankoppeln oder umgekehrt. Beispiel: Einmal Vorfahren, zwei Waggon Abkoppeln und anschließend wieder Zurückfahren sind zwei Rangiervorgänge, gezählt werden also nur die Bewegungen, nicht das Koppeln.

Wie viele Rangiervorgänge brauchen sie mindestens, um die gewünschte Reihenfolge herzustellen?

- a) 11
- b) 13
- c) 17
- d) 19

**Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:**

Das „Informatik-Biber“-Team

Bundesweite Informatikwettbewerbe

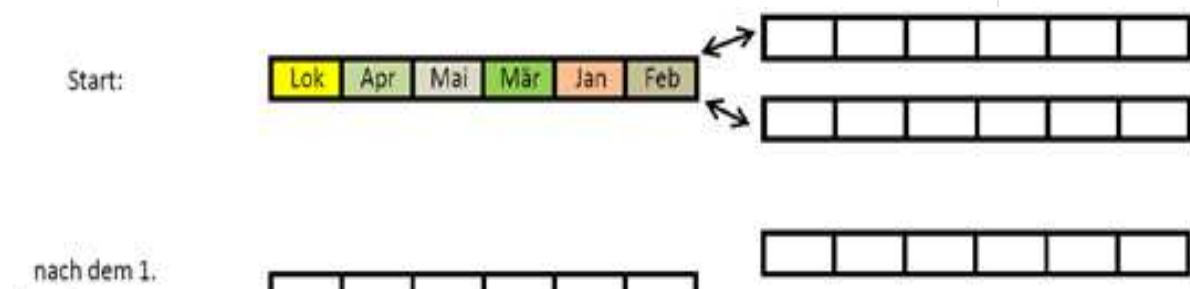
<http://informatik-biber.de>

[Lösung verbergen](#)

**Antwortmöglichkeit a) ist richtig: Levi benötigt mindestens 11 Rangiervorgänge.**

Lösungsweg 1:

Levi, Ranga und Ottilie können ausnutzen, dass die Waggonpaare „Januar/Februar“ und „April/Mai“ schon in der richtigen Reihenfolge stehen. Es kommt also darauf an, die drei Teile „April/Mai“, „März“ und „Januar/Februar“ richtig zu sortieren. Wie die drei Wichtel geschickt vorgehen können, siehst du im Folgenden. Es ist jeweils der Zustand nach jedem Rangiervorgang dargestellt. Der Pfeil zeigt dir an, in welche Richtung die Lok zuletzt gefahren ist:

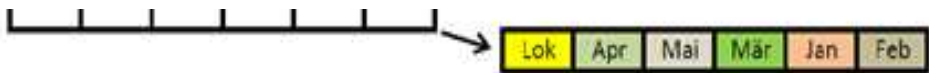
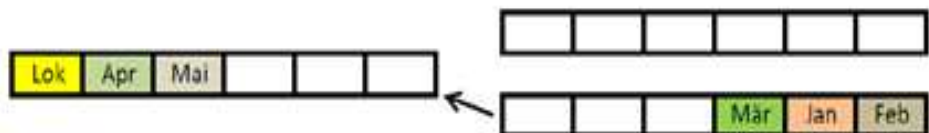
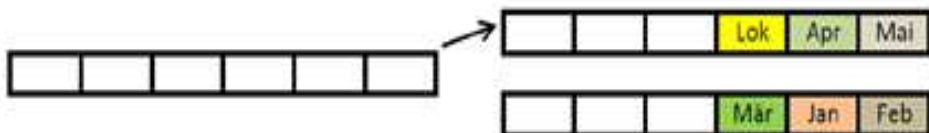
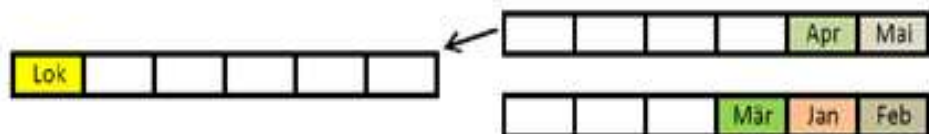
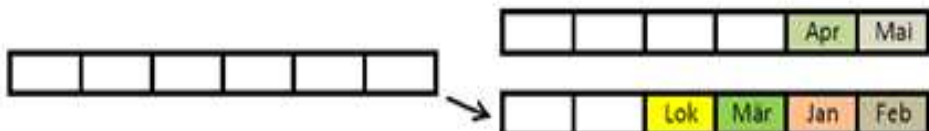
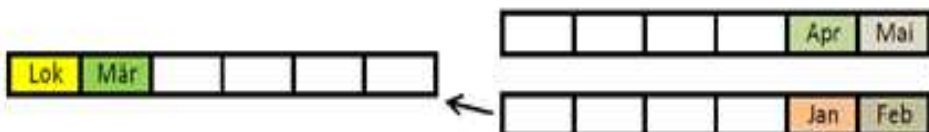
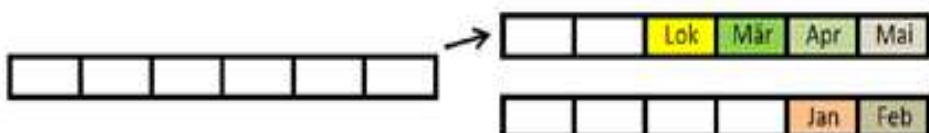
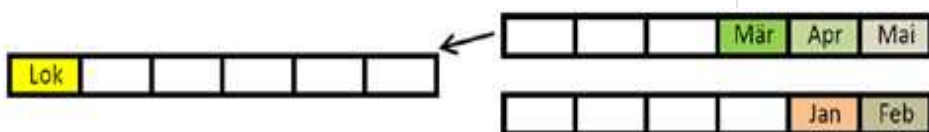
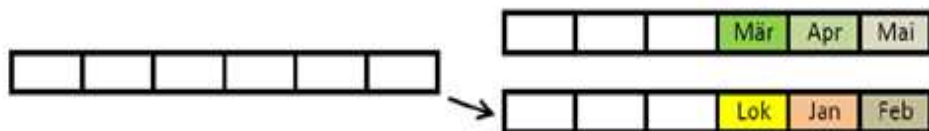
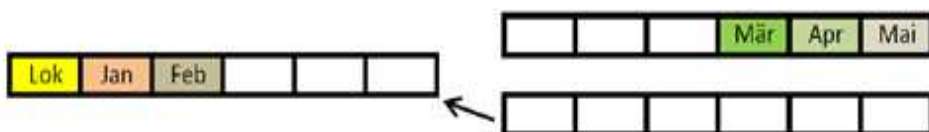
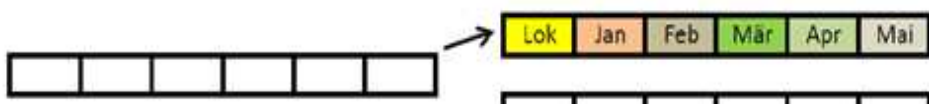


GEFÖRDERT VON



Bundesm  
für Bildun  
und Forsc

Rangiertvorgang:

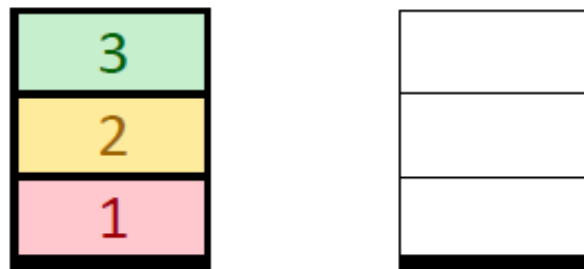
nach dem 2.  
Rangiertvorgang:nach dem 3.  
Rangiertvorgang:nach dem 4.  
Rangiertvorgang:nach dem 5.  
Rangiertvorgang:nach dem 6.  
Rangiertvorgang:nach dem 7.  
Rangiertvorgang:nach dem 8.  
Rangiertvorgang:nach dem 9.  
Rangiertvorgang:nach dem 10.  
Rangiertvorgang:nach dem 11.  
Rangiertvorgang:

Gehst du also beim Rangieren geschickt vor, benötigst du 11 Rangiervorgänge, um die Waggon zu ordnen. Antwortmöglichkeit a) ist daher richtig.

### Lösungsweg 2:

Im Lösungsweg 1 hast du bereits gesehen, dass du die Waggon „Januar/Februar“ und die Waggon „April/Mai“ jeweils zusammenfassen kannst. Daher musst du eigentlich nur drei Elemente sortieren. Du kannst deswegen die Gesamtsituation vereinfachen, indem du die Waggon „Januar/Februar“ als Element „1“, den Waggon „März“ als Element „2“ und die Waggon „April/Mai“ als Element „3“ bezeichnest.

Du kannst dir dann überlegen, welche Schritte du auf jeden Fall absolvieren musst. Zunächst bleibt dir nichts anderes übrig, als mit der Lok alle Waggon auf eines der Abstellgleise zu schieben. Die Lok muss nun immer zwischen diesen beiden Abstellgleisen wechseln und dabei Waggon abstellen oder mitnehmen. Nur auf den Abstellgleisen können die Waggon stehenbleiben. Auf dem anderen Gleis würde die Lok hinter den Waggon nicht mehr wegfahren können. Wenn du nun die Abstellgleise als zwei Stapel betrachtest, sieht die Situation nach dem ersten Rangiervorgang und mit den neu bezeichneten drei Elementen so aus:



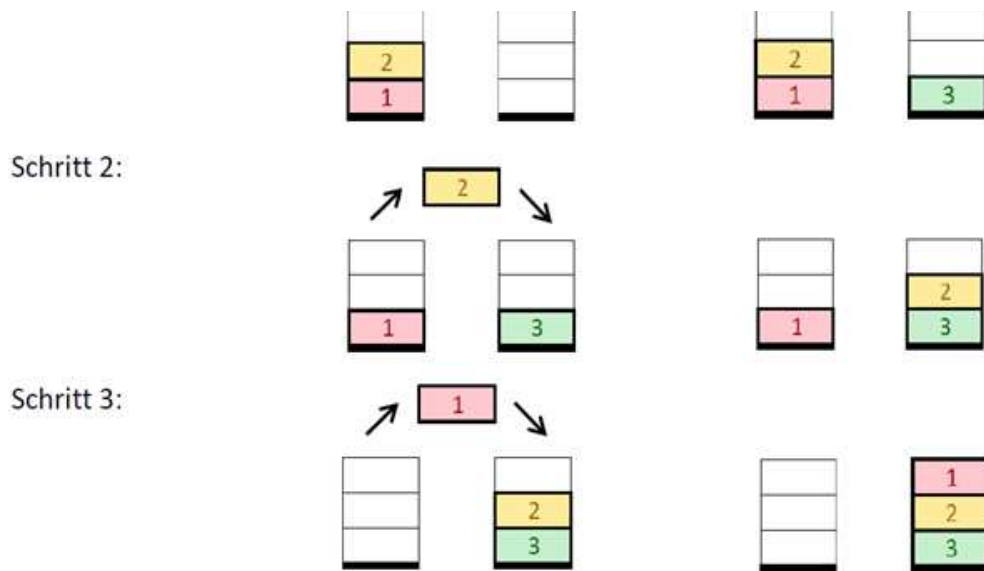
Die Elemente „3 – 2 – 1“ müssen in die genau umgekehrte Reihenfolge „1 – 2 – 3“ gebracht werden. Es kann dazu keinen anderen Weg geben, als Elemente vom linken Stapel zu nehmen, um sie auf dem rechten Stapel abzulegen – genauso, wie die Lok abgekoppelte Waggon auf das andere Abstellgleis fährt. Und du siehst in dieser Darstellung sicher sofort: Der schnellste Weg ist der, das Element „3“ auf den anderen Stapel zu legen, anschließend das Element „2“ daraufzulegen und abschließend das Element „1“ ganz nach oben zu legen. Dafür benötigst du drei weitere Schritte, die in dieser Darstellung folgendermaßen aussehen:

Ausgangsposition  
nach 1x Rangieren:



Schritt 1:





Mit den Stapeln benötigst du also nur drei Schritte. Du kannst dir nun überlegen, wie oft die Lok rangieren muss, indem du diese Darstellung „zurückübersetzt“ in die Situation mit den Gleisen und den Waggon:

- Ausgangsposition** Um in die Ausgangsposition zu kommen, muss die Lok 1-mal rangieren(1). Sie befindet sich dann sozusagen über der "3" auf dem linken Stapel
- Schritt 1:** Um das Element "3" auf den anderen Stapel zu bringen, muss die Lok 2-mal rangieren: zurück (1) und auf das andere Gleis (2). Sie befindet sich dann sozusagen auf dem Stapel rechts über der "3".
- Schritt 2:** Um das Element "2" zu holen, muss die Lok 4-mal rangieren: zurück (1), zum Stapel links (2), zurück (3) und zum Stapel rechts (4). Sie befindet sich dann sozusagen auf dem rechten Stapel über "2".
- Schritt 3:** Um das Element "3" zu holen, muss die Lok wieder 4-mal rangieren: zurück (1), zum Stapel links (2), zurück (3) und zum Stapel rechts (4).

Insgesamt hat die Lok dann  $1 + 2 + 4 + 4 = 11$  Rangiervorgänge gebraucht. Dass es mit weniger Vorgängen nicht möglich ist, kannst du dir anhand dieser Darstellung besser überlegen als an der Darstellung aus dem ersten Lösungsweg: Um die drei Elemente vom linken auf den rechten Stapel zu bringen – und zwar in umgekehrter Reihenfolge –, ist dies der schnellste Weg.

## Blick über den Tellerrand

Zur Speicherung und Organisation von Daten gibt es viele Möglichkeiten: In der realen Welt kannst du beispielsweise Bücher oder auch andere Dinge auf einem Stapel ablegen oder im Regal einsortieren. Durch die Wahl der Einsortierung/Stapelung entscheidet sich, wie du später auf die Bücher zugreifen kannst. Bücher auf einem Stapel kannst du nacheinander von oben abheben, während du im Bücherregal alle Bücher der vorderen, dir zugewandten Reihe direkt herausnehmen kannst. Die Waggon, die in dieser Aufgabe auf einem Gleis abgestellt werden, kannst du – wie du im zweiten Lösungsweg gesehen hast – mit einem solchen Stapel Bücher vergleichen: Levi kann immer nur die vorderen Waggon abkoppeln.

Auch im Computer müssen Textdateien, Bilder und andere Daten sortiert abgelegt werden. Die „Regale“ oder Objekte, in denen die Daten gespeichert werden, heißen in der Informatik „Datenstrukturen“. Eine Struktur wie den Bücherstapel oder die Aneinanderreihung von Waggon auf einem Abstellgleis nennt man in der Informatik „Stack“ oder auch Stapelspeicher. Der Stapel Bücher bzw. die Aneinanderreihung von Waggon entspricht dabei dem Stapelspeicher auf einem Computer. Für diesen gibt es drei grundlegende Befehle (auch „Operationen“ genannt):

- Push: „Lege ein Element auf den Stapel.“
- Pop: „Nimm ein Element vom Stapel.“
- Peek: „Betrachte das oberste Element des Stapels.“

Diese drei Befehle reichen aus, um die Organisation eines „Stapels“ zu ermöglichen. Für die Situation in der Aufgabe heißt dies, dass drei verschiedene Stapelspeicher benötigt werden: einer für das Hauptgleis und zwei für die Abstellgleise.

Eine weitere dem Stapelspeicher sehr ähnliche Datenstruktur ist die sogenannte „Queue“ oder auch Warteschlange. Die Befehle für die Warteschlange sind dieselben wie für den Stapelspeicher. Aber wie in der realen Welt wird das erste Element, dass in die Warteschlange gesteckt wird, auch wieder als erstes herausgenommen. Deshalb spricht man bei der Warteschlange auch vom „First-In-First-Out“-Prinzip und beim Stapelspeicher vom „Last-In-First-Out“-Prinzip.

Die Idee zu dieser Aufgabe stammt aus dem [Informatik-Biber](#) 2011, veranstaltet von den Bundesweiten Informatik-Wettbewerben. Sie ist eine spezielle Aufgabe zum Thema „Die Digitale Gesellschaft“. Wenn du mehr über die Auswirkungen der Digitalisierung auf das Leben in unserer Gesellschaft erfahren willst, besuche unter [www.digital-ist.de](http://www.digital-ist.de) die Webseite zum Wissenschaftsjahr 2014 – Die

Digitale Gesellschaft.

---

[Mathe im Advent](#)  
[Über Mathe im](#)  
[Advent](#)  
[Medien](#)  
[Archiv](#)

[Teilnehmen](#)  
[Aufgaben](#)  
[Regeln](#)  
[Förderer](#)

[Social Media](#)  
[Facebook](#)  
[Twitter](#)

[©2015 DMV](#)  
[Fragen](#)  
[Impressum](#)  
[Spenden](#)

---