

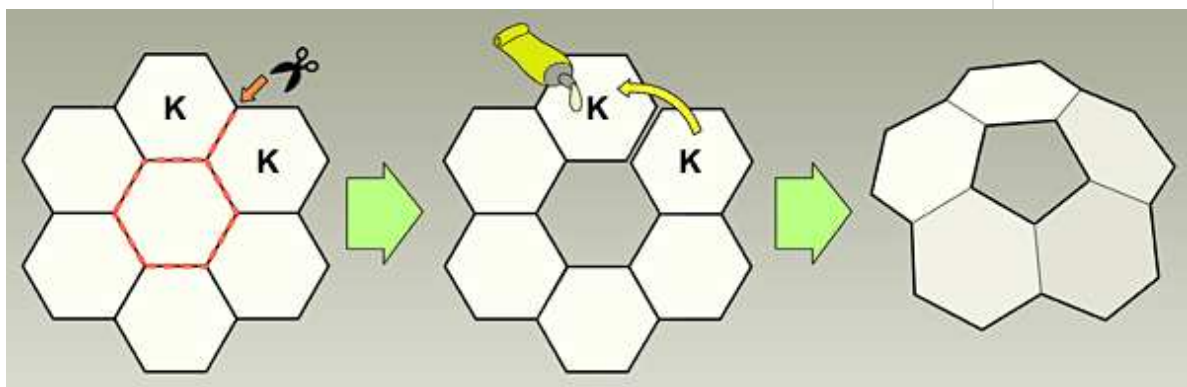

[Login](#)

Aufgaben	Regeln	Registrieren	Preise	Förderer
Fragen				

[Zum Weiteren
und Verschenken](#)

Beispielaufgabe "Modernes Wichtelglu" (Kalender 4-6, 2014)

Der Stararchitekt des Wichteldorfs, Friedensreich Tausendsassa, hat genug vom Leben im hektischen Wichteldorf. Er will er sich ein praktisches Haus mitten in der Arktis bauen. Es soll aus regelmäßigen Formen bestehen und an ein Iglu erinnern. „Nicht so einfach“, murmelt er. Er versucht erst einmal ein Modell zu bauen und zeichnet einen Kranz aneinander liegender regelmäßiger Sechsecke. Das mittige Sechseck schneidet er aus (siehe Bild). Nun klebt er zwei Sechsecke (mit K markiert) übereinander und erhält eine räumlich gebogene Form:



„Die Form sieht wie eine Schale mit einem fünfeckigen Loch aus. Das Loch könnte ein Fenster sein“, denkt er. Er ist begeistert, baut noch elf weitere Schalen und klebt die insgesamt 12 zu einer Kugel mit Löchern zusammen. Von je zwei Schalen klebt er immer zwei nebeneinander liegende Sechsecke aufeinander. Jedes Sechseck hat dann drei Fünfecke und drei Sechsecke als Nachbarn. „Wow, ein

doppeltes Iglu mit vielen Fenstern. Na ja, vielleichtnehm' ich doch lieber nur die Hälfte davon..."



Wie viele fünfeckige „Fenster“ hat die löcherige Kugel in Tausendsassas Hand?

[Hinweis: Bis zu drei Sechsecke müssen übereinander kleben. Weiter unten ist eine Bastelvorlage.]

- a) Die löcherige Kugel hat 6 fünfeckige Löcher.
- b) Die löcherige Kugel hat 8 fünfeckige Löcher.
- c) Die löcherige Kugel hat 10 fünfeckige Löcher.
- d) Die löcherige Kugel hat 12 fünfeckige Löcher.

Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:

Mathe-im-Advent-Team

Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV)

<https://dmv.mathematik.de>

[Lösung verbergen](#)

Tweets



Es ist wieder so we
Registriert euch fü
#Mathe-#Advents
mathekalender.de
#motomax
pic.twitter.com/gL



Expand

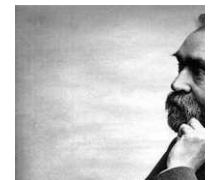


**Maria
Popova**

@brainpick

The Nobel Prize w
120 years ago tod
is its surprisingly c
buff.ly/1Nc9sp0
pic.twitter.com/Cd

Retweeted by
dmv.mathematik.c



Expand

GEFÖRDERT V



Die Antwort d) ist richtig: „Die löcherige Kugel hat 12 fünfeckige Löcher.“Lösungsweg 1 – Basteln und Zählen:

Du kannst die löcherige Kugel nachbasteln und dann abzählen: Es gibt 12 fünfeckige Löcher und 20 Sechsecke.

Lösungsweg 2 – Gleichungen (für Fortgeschrittene):

Doch auch ohne Basteln kannst du die richtige Antwort durch Argumentieren herausfinden:

Du kannst dir alle Nachbarn der Fünfecke und alle Nachbarn der Sechsecke anschauen. Beide müssen in der Anzahl übereinstimmen.

1. Jedes Fünfeck hat fünf umliegende Sechsecke. Wenn du die Anzahl der Fünfecke F nennst, dann siehst du hier, dass es $5 \cdot F$ Paare gibt.
2. Jedes Sechseck hat drei Sechsecke und drei Fünfecke als Nachbarn. Wenn also S die Anzahl der Sechsecke ist, dann kannst du die Zahl der Paare als $3 \cdot S$ darstellen.

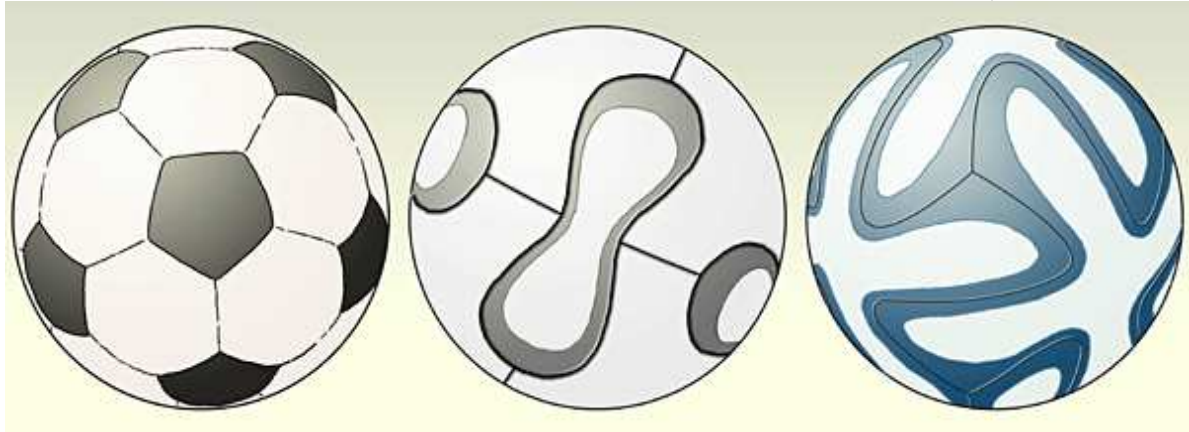
Da beide Zahlen gleich groß sein müssen, kannst du beides gleichsetzen und erhältst $5 \cdot F = 3 \cdot S$. Jetzt musst du nur noch passende Zahlen für F und P finden, damit rechts und links das gleiche herauskommt. Bei $F = 3$ und $S = 5$ ist das der Fall. Das bedeutet: Um je 5 Sechsecke gibt es immer 3 Fünfecke. Die Anzahl der fünfeckigen Löcher muss also ein Vielfaches von 3 sein. Da 6 nicht infrage kommt (siehe Bild), das sind zu wenige, kann nur 12 als Anzahl für die fünfeckigen Löcher stimmen.

Blick über den Tellerrand

Die archimedischen Körper, wie der „Fußballkörper“ in der Aufgabe, sind eine Klasse von geometrischen Objekten, die aus mindestens zwei verschiedenen regelmäßigen Formen oder Vielecken bestehen (hier: Fünfecke und Sechsecke). An jeder Ecken treffen immer dieselbe Anzahl von Vielecken zusammen. Diese Körper sind nach dem griechischen Mathematiker Archimedes benannt, der sie vermutlich bereits im dritten Jahrhundert vor Christus (also bereits vor 2250 Jahren) entdeckte.

Der Name „Fußballkörper“ kommt von der Ähnlichkeit mit einem Fußball. Der Fußball in dieser Form wurde das erste Mal während der Weltmeisterschaft 1970 in Mexiko verwendet. Seit dieser WM wurden alle WM-Bälle von der deutschen Firma Adidas entwickelt und sie besitzen alle die typischen, zusammengenähten Fünf- und Sechsecke. Seit 2006 wurde dem Ball eine weitere Hülle gegeben, sodass das traditionelle archimedische Muster nicht mehr zu sehen

ist. Die neuen Muster sind drehsymmetrisch und so entwickelt, dass möglichst wenige Nähte (Kanten) verwendet werden müssen und eine möglichst perfekte Kugelform nach dem Aufblasen erreicht wird. Dadurch wird allerdings die Flugbahn instabiler und die Bälle „flattern“ in der Luft hin und her. Das ist speziell für die Torhüter ein großes Problem geworden.



Einen Körper nur aus Sechsecken gibt es im Übrigen nicht. Die Winkel der sechs Ecken sind 120° . Legst du drei Sechsecke aneinander, ergibt das zusammen 360° und füllt genau einen Kreis in der Ebene aus. Die Sechsecke können also nicht räumlichen angewinkelt aneinander gesetzt werden.

Mathe im Advent
Über Mathe im
Advent
Medien
Archiv

Teilnehmen
Aufgaben
Regeln
Förderer

Social Media
Facebook
Twitter

©2015 DMV
Fragen
Impressum
Spenden