

Zum Weitera und Versche

Beispielaufgabe "Mitternachtsrätsel" (Kalender 7-9, 2010)

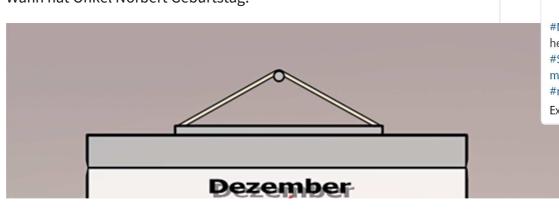
Heute ist der 5. Dezember: Diese Nacht kommt der Nikolaus! Emil hat sich vorgenommen, zusammen mit seiner kleinen Schwester Emma die ganze Nacht wach zu bleiben, um den Nikolaus zu treffen. Es ist schon sehr spät und beide werden furchtbar müde. Emil hat die Idee, sich die Zeit mit einem Rätsel zu vertreiben: "Emma, weißt du noch, wann Onkel Norbert Geburtstag hat?" Sie antwortet: "Nein, nicht genau, aber noch vor Heiligabend."

"Gut, pass auf: In x Tagen hat er Geburtstag und danach sind es noch y Tage bis Heiligabend. Die Zahl x - y ist eine Primzahl." Während Emil das gesagt hat, ist es aber Mitternacht geworden.

"Hey", sagt Emma, "von welchem Tag aus gesehen meinst du denn jetzt das x?"

"Das ist egal, es klappt mit beiden", sagt Emil.

Wann hat Onkel Norbert Geburtstag?





Tweets



MAA @maanow

Amir Aczel, who w about Wiles' proo Fermat's Last Thec at 65 ow.ly/VMCyl #mathchat

Retweeted by dmv.mathematik.c Show Summary



dmv.math

@dmv_mat

#Mathe-#Advents heute, 3. #Advent: #Sonderverlosung mathe-im-advent. #matheimadvent Expand

1 von 3



- a) 20.12
- b) 19.12
- c) 16.12
- d) 10.12

Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:

Clemens Förster

DMV-Abiturpreisträger

Lösung verbergen

Antwortmöglichkeit c) ist richtig. Onkel Norbert hat am 16.12. Geburtstag.

Da es egal ist, ob x (die Anzahl der Tage bis zum Geburtstag von Onkel Norbert) vom 5.12. oder vom 6.12. aus gezählt wird, kannst du für die Rechnung das x vom 5.12. aus betrachten.

Es sind dann noch 19 Tage bis Weihnachten und es gilt: x + y = 19.

Außerdem muss x - y eine Primzahl sein.

2 von 3 13.12.2015 21:36

Diese beiden Bedingungen lassen vier Zahlenpaare für x und y zu:

x = 11 und y = 8, x - y = 3

x = 12 und y = 7, x - y = 5

x = 13 und y = 6, x - y = 7

x = 15 und y = 4, x - y = 11

Die Rechnung muss von beiden Tagen aus stimmen. Vom 6.12. aus gesehen, sind es nur noch 18 Tage bis Weihnachten. Allerdings ist auch Onkel Norberts Geburtstag um einen Tag näher gerückt, also gilt:

(x-1) + y = 18 oder anders geschrieben x + y = 19 und (x-1) - y = (x - y) - 1 muss eine Primzahl sein.

Diese beiden Gleichungen erfüllt nur ein Zahlenpaar der vier obengenannten, nämlich:

x = 11 und y = 8, da (11 - 1) - 8 = 2 und 2 eine Primzahl ist.

Somit hat Onkel Norbert am 16.12. (11 Tage nach dem 5.12.) Geburtstag.

Blick über den Tellerrand

Man kann übrigens schon an der Gleichung (x - 1) - y = (x - y) - 1 und der Bedingung, dass x - y und (x - 1) - y Primzahlen sind, erkennen, dass als Primzahlen nur die Zahlen 2 und 3 in Frage kommen, denn die Primzahl vom 6.12. aus gezählt [(x - 1) - y = (x - y) - 1] ist um 1 kleiner als die Primzahl vom 5.12. aus gezählt (x - y). Außer den beiden Primzahlen 2 und 3 gibt es keine zwei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen, die beide Primzahlen sind, denn eine von beiden ist sonst immer durch 2 teilbar.

Mathe im Advent Teilnehmen Social Media ©2015 DMV Über Mathe im Aufgaben Facebook Fragen Advent Regeln **Twitter Impressum** Medien Förderer Spenden Archiv

3 von 3