



L

Aufgaben	Regeln	Registrieren	Preise	Förderer
Fragen				

Zum Weiteren  
und Versche

### Beispielaufgabe "Lebkuchenhausbau" (Kalender 7-9, 2014)

Die beiden Konditorwichtel Evin und Samtan stellen jedes Jahr für das ganze Wichteldorf Tausende Lebkuchenhäuser her. Die Herstellung umfasst zwei Schritte: erstens das Backen der Lebkuchenplatten und zweitens das Zusammenfügen und Verzieren.

Aus Erfahrung wissen sie, wie lange jeder für die beiden Schritte braucht. Evin kann pro Stunde Platten für 30 Lebkuchenhäuser backen oder 20 Häuser zusammenbauen und verzieren. Samtan ist etwas langsamer: Er kann entweder pro Stunde Platten für 10 Lebkuchenhäuser backen oder 15 Häuser zusammenbauen und verzieren. Beide können die Aufgaben jederzeit wechseln, beispielsweise kann Evin in einer halben Stunde 15 Platten backen und in der anderen halben Stunde 10 Häuser zusammenbauen und verzieren.

Zu Beginn des Arbeitstages haben die beiden einen genügend großen Vorrat an Lebkuchenplatten, sodass sie mit dem Zusammenbauen und Verzieren nicht warten müssen, bis neue Platten gebacken sind. Am Ende des Arbeitstages sollen genauso viele Platten übrig bleiben wie am Anfang des Tages, damit sie am nächsten Tag gleich weiterbauen können.



#### Tweets


**MAA**

@maanow

Amir Aczel, who w  
about Wiles' proo  
Fermat's Last Thec  
at 65 [ow.ly/VMCyl](http://ow.ly/VMCyl)  
#mathchat

Retweeted by  
dmv.mathematik.c

Show Summary


**dmv.math**

@dmv\_mat

#Mathe-#Advents  
heute, 3. #Advent:  
#Sonderverlosung  
mathe-im-advent.  
#matheimadvent

Expand





Wie viele Lebkuchenhäuser können beide zusammen maximal in einer Stunde herstellen?

[Hinweis: Du betrachtest keine einzelne Stunde, sondern eine Arbeitsstunde mitten in einem längeren Arbeitsprozess. In der Stunde müssen insgesamt genauso viele Platten gebacken wie verbaut und verziert werden.]

- a) Sie schaffen zusammen 10 Lebkuchenhäuser.
- b) Sie schaffen 18 Lebkuchenhäuser – egal, ob sie alleine oder zusammen arbeiten.
- c) Sie können durch Arbeitsteilung 20 Lebkuchenhäuser pro Stunde herstellen.
- d) Sie können bei optimaler Arbeitsteilung sogar 21 Lebkuchenhäuser pro Stunde herstellen.

**Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:**

Das „Mathe im Advent“-Team

Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV)

<https://dmv.mathematik.de>

[Lösung verbergen](#)

**Antwortmöglichkeit d) ist richtig: Bei optimaler Arbeitsteilung**

**schaffen sie 21 Häuser pro Stunde.**

Zur Lösung der Aufgabe kannst du dir zunächst überlegen, dass es schneller vorangeht, wenn beide Wichtel der Arbeit nachgehen, die sie zügiger schaffen:

Samtan kann entweder Platten für 10 Häuser backen oder 15 Häuser zusammenbauen und verzieren. In beiden Fällen kann Evin die jeweils andere Aufgabe – also 10 Häuser zusammenbauen und verzieren oder Platten für 15 Häuser backen – locker schaffen. Deswegen ist es am besten, wenn Samtan nur das macht, wovon er mehr schafft:

-> Samtan sollte nur Häuser zusammenbauen und verzieren. Er schafft 15 Häuser pro Stunde.

Evin muss also Platten für 15 Lebkuchenhäuser herstellen. Da er Platten für 30 Lebkuchenhäuser pro Stunde schafft, braucht er für das Plattenbacken für 15 Häuser 30 Minuten.

-> Evin bleiben also 30 Minuten, in denen er zusätzliche Lebkuchenhäuser herstellen kann.

In diesen 30 Minuten sollte Evin möglichst viele Lebkuchenhäuser herstellen. Er braucht für die Platten für 1 Haus im Schnitt 60 Minuten : 30 = 2 Minuten. Für das Zusammenbauen und das Verzieren braucht er pro Haus 60 Minuten : 20 = 3 Minuten. Stellt Evin also ein Lebkuchenhaus allein her, braucht er 2 Minuten für die Platten und 3 Minuten für das Zusammenbauen und Verzieren, also insgesamt 5 Minuten. In 30 Minuten stellt er also her:

$$30 \text{ Minuten} : 5 \text{ Minuten/Lebkuchenhaus} = 6 \text{ Lebkuchenhäuser}$$

Insgesamt können Evin und Samtan pro Stunde somit

15 Lebkuchenhäuser + 6 Lebkuchenhäuser = 21 Lebkuchenhäuser herstellen

**Blick über den Tellerrand**

Du hast in der Schule sicher schon einmal festgestellt, dass Gruppenarbeit große Vorteile haben kann. Auch in der Arbeitswelt ist das Arbeiten in Teams sehr wichtig. Deswegen beschäftigen sich Wirtschaftswissenschaftler\_innen intensiv mit diesem Thema der Arbeitsteilung.

In der Aufgabe zur Herstellung von Lebkuchenhäusern im Wichteldorf hast du gesehen, dass Evin allein in einer halben Stunde 6 Lebkuchenhäuser herstellen kann und damit in einer ganzen Stunde 12. Gemeinsam mit Samtan schafft er allerdings 21 – und das, obwohl Samtan in beiden Arbeitsschritten langsamer ist.

Ähnlich verhält es sich in der Weltwirtschaft: Verschiedene Produktionsorte haben oft verschiedene Vor- und Nachteile. Ein Kriterium, von dem Wirtschaftswissenschaftler\_innen in diesem Zusammenhang sprechen, ist der komparative Kostenvorteil. Die Mathematik, die hinter diesem Phänomen steckt, kannst du anhand des folgenden Beispiels gut nachvollziehen: Land A kann an einem Tag 100 Computer und 120 Autos produzieren. Land B kann an einem Tag 50 Computer und 30 Autos produzieren. Du kannst die gesamte Produktion an Computern und Autos beider Länder an einem Tag übersichtlich in einer Tabelle darstellen:

	Computer	Autos
Land A	100	120
Land B	50	30
Gesamt	150	150

Land A stellt in derselben Zeit doppelt so viele Computer und sogar viermal so viele Autos wie Land B her.

Wirtschaftswissenschaftler\_innen sagen daher: Land A hat für beide Produkte einen absoluten Kostenvorteil, da es in derselben Zeit mehr produziert oder andersherum für dieselbe Menge an Produkten weniger Zeit benötigt. Trotzdem ist es für beide Länder von Vorteil, wenn sie handeln. Das liegt daran, dass die beiden Länder verschiedene relative Kostenvorteile haben. Der relative Vorteil bezieht sich auf das Verhältnis zwischen den hergestellten Produkten:

Land A hat einen relativen Vorteil für Autos gegenüber Computern ( $120 : 100 = 1,2$ ). Land B hat einen relativen Vorteil für Computer gegenüber Autos ( $50 : 30 \approx 1,67$ ). Deswegen ist es gut, wenn Land B sich auf die Produktion von Computern konzentriert. Anstelle von 50 Computern und 30 Autos kann es auch 100 Computer herstellen. Um auf die gleiche Gesamtanzahl von Computern zu kommen, muss Land A nun nur noch 50 Computer herstellen, also die Hälfte. Stattdessen kann es noch einmal die Hälfte der Autos zusätzlich produzieren, also  $120 \text{ Autos} + 60 \text{ Autos} = 180 \text{ Autos}$ :

	Computer	Auto
Land A	50	180
Land B	100	0
Gesamt	150	180

Insgesamt stellen beide Länder gemeinsam nun mehr Produkte her als vorher. Das ist der komparative Kostenvorteil.

Um solche Handelssituationen vollständig zu beurteilen, müssen

neben den Kostenvorteilen im Allgemeinen aber auch viele andere Aspekte berücksichtigt werden, beispielsweise die Qualität der Produkte, die Kosten für den Transport und nicht zuletzt der Lohn der Arbeiter.

Mathe im Advent  
Über Mathe im  
Advent  
Medien  
Archiv

Teilnehmen  
Aufgaben  
Regeln  
Förderer

Social Media  
Facebook  
Twitter

©2015 DMV  
Fragen  
Impressum  
Spenden