



L

Aufgaben	Regeln	Registrieren	Preise	Förderer
Fragen				

Zum Weiteren  
und Versche

### Beispielaufgabe "Ungerade Lernkurve" (Kalender 7-9, 2011)

Hubertine hat neu angefangen, bei Esmeraldas Packwichteln zu arbeiten. Sie ist noch sehr unbeholfen und wird deshalb von Esmeralda langsam eingearbeitet. Am ersten Tag schafft sie es nur, ein einziges Geschenk einzupacken. Um sie aber zu motivieren so schnell zu werden wie die anderen Wichtel, sagt Esmeralda zu ihr: „Du darfst jeden Tag nach Hause gehen, sobald du zwei Geschenke mehr als am Vortag verpackt hast.“

Hubertine lernt schnell. Nach dem einen Geschenk am ersten Tag schafft sie drei Geschenke am zweiten und fünf Geschenke am dritten Tag. Esmeralda ist sehr zufrieden mit der Entwicklung, denn Hubertine schafft wirklich jeden Tag zwei Geschenke mehr als am Vortag.

Wie viele Geschenke wird Hubertine nach 40 Tagen *insgesamt* verpackt haben, wenn sie immer zwei Geschenke mehr als am Vortag verpackt?

[Tipp: Versuche ein Muster zu finden, mit dem du die Rechnung verkürzen kannst.]



#### Tweets



**MAA**

@maanow

Amir Aczel, who w  
about Wiles' proo  
Fermat's Last Thec  
at 65 [ow.ly/VMCyl](http://ow.ly/VMCyl)  
#mathchat

Retweeted by  
dmv.mathematik.c

Show Summary



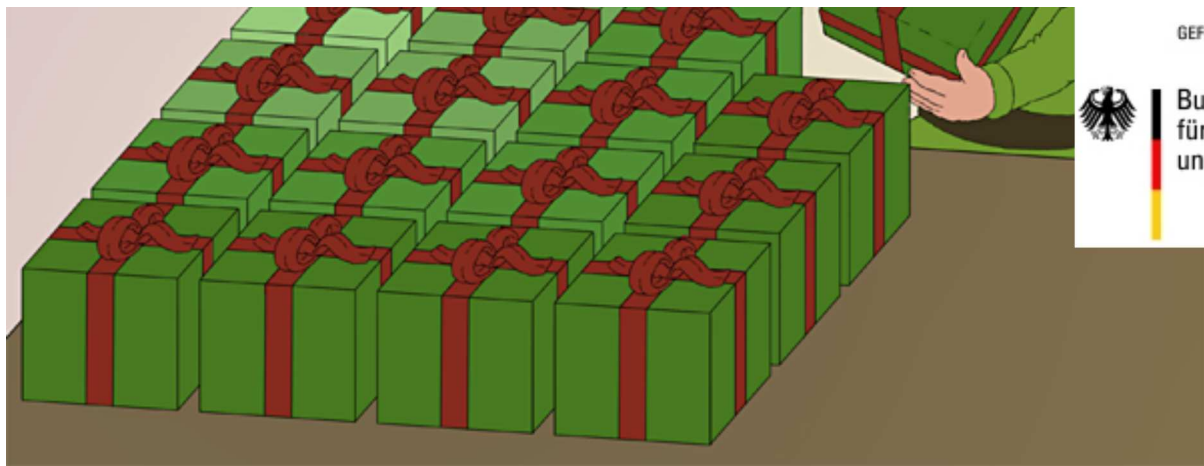
**dmv.mathematik**

@dmv\_mat

#Mathe-#Advents  
heute, 3. #Advent:  
#Sonderverlosung  
mathe-im-advent.  
#matheimadvent

Expand





- a) 444
- b) 956
- c) 1225
- d) 1600

**Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:**

Das Mathe-im-Advent-Team

Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV)

[www.dmv.mathematik.de](http://www.dmv.mathematik.de)

[Lösung verbergen](#)

**Antwortmöglichkeit d) ist richtig. Hubertine wird in 40 Tagen 1600 Geschenke verpackt haben.**

Du kannst die richtige Lösung durch einfaches Aufsummieren finden. Das dauert recht lange und ist auch ziemlich langweilig. Es gibt aber Möglichkeiten, die Rechnung zu verkürzen. Das liegt an interessanten Mustern, die du in den natürlichen Zahlen finden kannst.

**Lösungsweg 1:**

1.Tag:

$$1 = 1^2$$

2.Tag:

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

3.Tag:

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

4.Tag:

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

5.Tag:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$$

Wenn du nur die ungeraden Zahlen aufsummierst, ist das Ergebnis immer eine Quadratzahl! Und zwar immer die Quadratzahl zur Anzahl der Summanden.

### Lösungsweg 2:

Ein anderes Muster kannst du ab dem 4. Tag gut erkennen: Addierst du den ersten und den letzten Summanden, ist das gleich der Summe des zweiten und des vorletzten Summanden. Und das ist gleich der Summe des dritten und des drittletzten Summanden, und so weiter. Das ergibt zwei verschiedene Fälle:

#### Fall 1: gerade Anzahl an Tagen (= gerade Anzahl an Summanden)

4.Tag:

$$1 + 3 + 5 + 7 = 8 + 8 = 2 \cdot 8 = 16 = 4^2$$

6.Tag:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 12 + 12 + 12 = 3 \cdot 12 = 36 = 6^2$$

8.Tag:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 16 + 16 + 16 + 16 = 4 \cdot 16 = 64 = 8^2$$

Hier wird die Summe vom ersten und letzten Summanden  $n$ -mal addiert.  $n$  ist genau die Hälfte der Anzahl der Tage.

#### Fall 2: ungerade Anzahl; ein Summand bleibt in der Mitte übrig

5.Tag:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 10 + 10 + 5 = 2 \cdot 10 + 5 = 25 = 5^2$$

7. Tag:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 14 + 14 + 14 + 7 = 3 \cdot 14 + 7 = 49 = 7^2$$

Die Summe vom ersten und letzten Summanden wird  $n$ -mal addiert. Der übrig gebliebene Summand in der Mitte wird hinzuaddiert.  $n = (\text{Anzahl der Tage} - 1) : 2$ .

Am  $n$ -ten Tag verpackt Hubertine  $2 \cdot n - 1$  Päckchen. Also verpackt sie am 40. Tag

$$2 \cdot 40 - 1 = 79 \text{ Päckchen.}$$

Wir addieren den ersten und den letzten Summanden:  $1 + 79 = 80$ .

Wir haben eine gerade Anzahl an Tagen, also ist  $n = 40 : 2 = 20$ . Also verpackt sie insgesamt  $20 \cdot 80 = 1600$  Geschenke.

Mathe im Advent  
Über Mathe im  
Advent  
Medien  
Archiv

Teilnehmen  
Aufgaben  
Regeln  
Förderer

Social Media  
Facebook  
Twitter

©2015 DMV  
Fragen  
Impressum  
Spenden