



L

Aufgaben	Regeln	Registrieren	Preise	Förderer
Fragen				

Zum Weiteren
und Verschieben

Beispielaufgabe "Am laufenden Band" (Kalender 7-9, 2013)

„Wir brauchen in jedem Paketlager Fließbänder!“ Mit diesem Satz begann Balduin im November die Oberwichtelkonferenz. „In den Paketlagern, in denen die Pakete zu Fuß getragen werden, schaffen die Wichtel in derselben Zeit 20% weniger als die Wichtel in den Paketlagern, die ihre Pakete mit Fließbändern in der Halle umherschicken.“

Die Oberwichtel waren erstaunt über diese Nachricht. Esmeralda meldete sich: „Die Wichtel in den Paketlagern ohne Fließband mussten dann ja länger arbeiten, weil jedes Paketlager gleich viele Pakete bearbeiten musste.“



Tweets


MAA

@maanow

Amir Aczel, who w
about Wiles' proo
Fermat's Last The
at 65 ow.ly/VMCyl
#mathchat

Retweeted by
dmv.mathematik.c

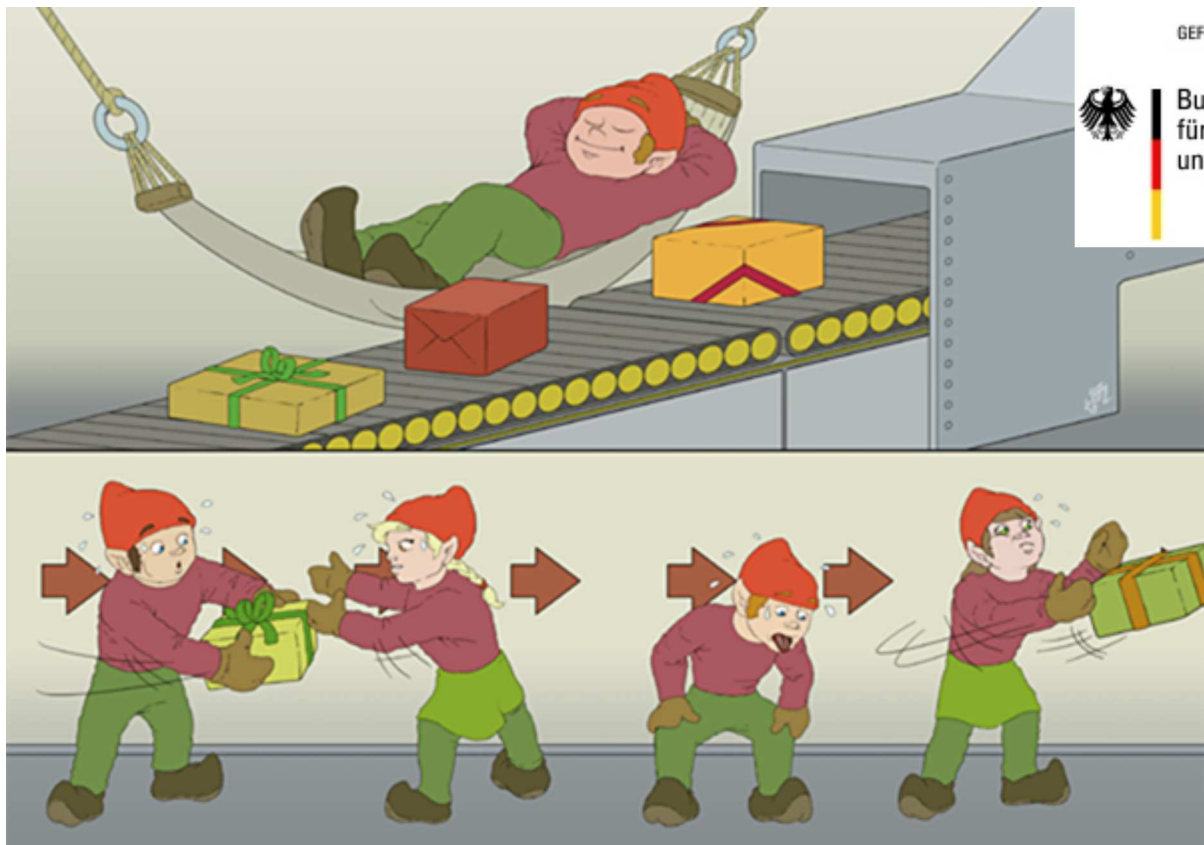
Show Summary


dmv.mathematik

@dmv_mat

#Mathe-#Advents
heute, 3. #Advent:
#Sonderverlosung
mathe-im-advent.
#matheimadvent

Expand



GEFÖRDERT VON

Bundesministerium
für Bildung
und Forschung

Balduin antwortete: „Das stimmt. Die Wichtel in den Paketlagern mit Fließbändern mussten 40 Tage arbeiten. Aber leider habe ich keine Informationen darüber, wie lange die Wichtel ohne Fließbänder gebraucht haben.“

„Das können wir ja berechnen“, rief Burghard. „Wir müssen ja nur direkt... äh ... Moment, da muss ich noch mal drüber nachdenken...“

Wie lange mussten die Wichtel in den Paketlagern ohne Fließbänder arbeiten?

- a) 42 Tage
- b) 44 Tage
- c) 46 Tage
- d) 50 Tage

Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:

Mathe-im-Advent-Team

Deutscher Mathematiker-Vereinigung (DMV)

<https://dmv.mathematik.de>

[Lösung verbergen](#)

Antwortmöglichkeit d) ist richtig: Die Wichtel ohne Fließband mussten für die gleiche Menge an Geschenken 50 Tage arbeiten.

Lösungsmöglichkeit 1: Beispielrechnung

Du kannst dir zur Veranschaulichung eine beliebige Zahl an Paketen nehmen, die die Wichtel mit dem Fließband in 40 Tagen schaffen, beispielsweise 1 000 000. Da die Wichtel ohne Fließband in derselben Zeit 20 % weniger schaffen, schaffen sie nur 80 % davon:

$$80 \% \cdot 1\,000\,000 \text{ Pakete} = 0,8 \cdot 1\,000\,000 \text{ Pakete} = 800\,000 \text{ Pakete}$$

Sie schaffen in 40 Tagen als nur 800 000 Pakete. Um zu bestimmen, wie viele Pakete sie an einem Tag schaffen, musst du diese Zahl durch 40 teilen:

$$800\,000 \text{ Pakete} : 40 \text{ Tage} = 20\,000 \text{ Pakete pro Tag}$$

Die Wichtel ohne Fließband müssen nach dem 40. Tag noch 200 000 Pakete schaffen. Da sie an einem Tag 20 000 Pakete schaffen, musst du die 200 000 Pakete durch 20 000 Pakete teilen:

$$200\,000 \text{ Pakete} : 20\,000 \text{ Pakete pro Tag} = 10 \text{ Tage}$$

Die Wichtel ohne Fließband brauchen für 1 000 000 Pakete also 40 Tage + 10 Tage = 50 Tage.

Lösungsmöglichkeit 2: allgemeine Rechnung

Du kannst statt mit einer Beispielzahl auch allgemein rechnen. Statt der Beispielzahl nutzt du dann einen Buchstaben, beispielsweise „n“. Damit die Rechnung übersichtlich bleibt, kannst du dabei auch die Einheiten weglassen.

Die Rechnung sieht fast genauso aus wie die Rechnung aus der Lösungsmöglichkeit 1:

Die Wichtel mit Fließband schaffen n Pakete. Da die Wichtel ohne Fließband 20 % weniger schaffen, schaffen sie nur 80 % davon, also:

$$80 \% \cdot n = 0,8 \cdot n$$

Sie schaffen in 40 Tagen also nur $0,8 \cdot n$ Pakete. Um zu bestimmen, wie viele Pakete sie an einem Tag schaffen, musst du diese Zahl durch 40 teilen:

$$0,8 \cdot n : 40 = 0,8 : 40 \cdot n = 0,02 \cdot n = 2\% \cdot n$$

Die Wichtel ohne Fließband müssen nach dem 40. Tag nach $0,2 \cdot n$ Pakete schaffen. Da sie an einem Tag $0,02 \cdot n$ Pakete schaffen, musst du die $0,2 \cdot n$ Pakete durch $0,02 \cdot n$ Pakete teilen:

$$0,2 \cdot n : 0,02 \cdot n = 0,2 : 0,02 = 20\% : 2\% = 10 \text{ (Tage)}$$

Die Wichtel ohne Fließband brauchen auch für beliebig viele Pakete 10 Tage länger. Dies liegt daran, dass sich das „n“ in der allgemeinen Rechnung wegekürzt. Insgesamt benötigen die Wichtel ohne die Fließbänder also 40 Tage + 10 Tage = 50 Tage, egal wie viele Pakete sie bearbeiten müssen.

Lösungsweg 3: Zuordnung

Du kannst der Anzahl der Arbeitstage auch die Anzahl der Pakete zuordnen. Die Wichtel mit Fließband schaffen in 40 Tagen n Pakete:

40 Tage $\rightarrow n$ Pakete

Die Wichtel ohne Fließband schaffen in 40 Tagen 20% weniger, also nur 80% dieser Pakete:

40 Tage $\rightarrow 80\%$ von n Paketen

Teilst du durch 40, weißt du wie viele Pakete die Wichtel ohne Fließband an einem Tag schaffen:

1 Tag $\rightarrow 2\%$ von n Pakete




Wenn die Wichtel an einem Tag 2% der Pakete schaffen, dann benötigen sie noch 10 Tage um die fehlenden 20% Pakete aufzuholen:

10 Tage $\rightarrow 2\%$ von n Pakete $\cdot 10 = 20\%$ von n Paketen

An 50 Tagen haben sie dann 100% der Pakete geschafft, genauso viele wie die Wichtel mit den Fließbändern in 40 Tagen.

Du kannst es dir auch in einer Tabelle veranschaulichen:

Arbeit der Wichtel ohne Fließband

Tage	geschaffte Pakete	
40	80 %	 : 40
1	2%	 · 20
10	20%	 · 5
50	100%	

Blick über den Tellerrand

Im Beruf sind Frauen leider häufig benachteiligt. Sie verdienen durchschnittlich weniger Geld als Männer, oft bei gleicher Arbeit. So verdienten Frauen laut einer Studie der Hans-Böckler-Stiftung 2012 durchschnittlich ungefähr 22 % weniger als Männer, also circa 78 % des Männergehaltes.

Der „Equal Pay Day“ ist eine Initiative, die auf diese Lohnungerechtigkeit hinweisen möchte. Diese Initiative veröffentlichte seit 2009 bis 2013 jedes Jahr den Tag, bis zu dem Frauen nach Jahresende weiterarbeiten müssten, um auf das gleiche Gehalt zu kommen, das Männer in dem betreffenden Jahr nach gleicher Arbeit verdienten. Nur hat die Initiative bei der Berechnung dieses Tages leider jahrelang einen Rechenfehler begangen.

Die Initiative hat den Tag auf Grundlage der folgenden Überlegung berechnet: Wenn eine Frau durchschnittlich 22 % weniger im Jahr verdient als ein Mann, dann muss sie auch 22 % eines Jahres länger arbeiten um auf dasselbe Gehalt zu kommen. Diese Überlegung ist allerdings falsch! Prozentangaben sind relativ, also mit einer Bezugsgröße verbunden. In diesem Fall ist die Bezugsgröße das Gehalt der Männer. Wenn Frauen durchschnittlich 22 % weniger verdienen als Männer, dann verdienen Männer eben durchschnittlich 28 % mehr als Frauen und müssten 28% länger arbeiten, um auf das Gehalt der Männer zu kommen. Dies liegt an der unterschiedlichen Bezugsgröße.

Dazu ein Beispiel mit konkreten Zahlen:

Angenommen ein Mann verdient in einer Führungsposition in einem Unternehmen

100 000 € im Jahr und eine Frau in der gleichen Position 78 000 €.
Die Frau verdient also 78 % des Männergehaltes.

Die Frage ist nun:

Wie viele Tage müsste die Frau nun zusätzlich arbeiten, um die fehlenden 22 000 € zu verdienen?

Die Frau in einer Führungsposition würde bei einem Jahresgehalt von 78 000 €

$78\,000\text{ €} : 365\text{ Tage} \approx 213,70\text{ € am Tag verdienen.}$

Der Mann würde im Vergleich dazu bei einem Jahresgehalt von 100 000 €

$100\,000\text{ €} : 365\text{ Tage} = 273,98\text{ € am Tag verdienen.}$

Nun musst du ausrechnen, wie viele Tage die Frau noch zusätzlich arbeiten müsste, um insgesamt 100 000 € zu verdienen wie der Mann. Dazu musst du die fehlenden 22 000 € durch den Tagesverdienst der Frau teilen, also:

$22\,000\text{ €} : 213,70\text{ € pro Tag} = 102,95\text{ Tage} \approx 103\text{ Tage}$ und das entspricht 28 % eines Jahres.

Eine Frau müsste also 103 Tage länger arbeiten, um auf einen Verdienst von 100 000 € zu kommen. Der richtige „Equal Pay Day“ lag also eigentlich am *103. Tag des Jahres*, also am *13. April 2013*.

Veröffentlicht wurde von der Initiative „Equal Pay Day“ aber der 21. März 2013, der 80. Tag des Jahres. An diesem Tag sollte – nach den Rechnungen der Initiative – eine Frau den fehlenden Verdienst von 22 % aufgeholt haben. In Wirklichkeit müsste eine Frau sogar noch 23 Tage länger arbeiten, um das gleiche Gehalt zu bekommen!

Mittlerweile hat die Initiative auf den Rechenfehler reagiert. Sie hat allerdings nicht ihre Formel geändert, sondern ihre Aussage.

Ihre neue Aussage kannst du [hier](#) finden.

Mathe im Advent
Über Mathe im
Advent
Medien
Archiv

Teilnehmen
Aufgaben
Regeln
Förderer

Social Media
Facebook
Twitter

©2015 DMV
Fragen
Impressum
Spenden