



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**Facultad de Estudios Superiores Aragón**  
**Plan de Estudios**



**Ingeniería en Computación**  
**Cálculo Vectorial**

Clave	Semestre	Créditos	Área	
	2	9.0	Matemáticas	
Modalidad	Curso		Tipo	Teórico
Carácter	Obligatorio			
Horas				
Semana			Semestre	
Teóricas	4.5		Teóricas	72.0
Prácticas	0.0		Prácticas	0.0
Total	4.5		Total	72.0

**Seriación indicativa**

<b>Asignatura antecedente</b>	Cálculo Diferencial e Integral
<b>Asignatura subsecuente</b>	Ecuaciones Diferenciales

**Objetivo general:** Entender el cálculo vectorial como una extensión natural a funciones de más de una variable independiente.

**Índice temático**

No.	Tema	Horas Semestre	
		Teóricas	Prácticas
<b>1</b>	FUNCIONES, LÍMITES, CONTINUIDAD PARA FUNCIONES DE MÁS DE UNA VARIABLE INDEPENDIENTE	6.0	0.0
<b>2</b>	DERIVADAS PARCIALES. DIFERENCIALES EXACTAS	12.0	0.0
<b>3</b>	APLICACIONES	9.0	0.0
<b>4</b>	INTEGRALES DOBLES Y TRIPLES	9.0	0.0
<b>5</b>	APLICACIONES DE LAS INTEGRALES MÚLTIPLES	3.0	0.0
<b>6</b>	FUNCIONES VECTORIALES	9.0	0.0
<b>7</b>	INTEGRALES DE LÍNEA	12.0	0.0
<b>8</b>	INTEGRALES DE SUPERFICIE	12.0	0.0
<b>Total</b>		72.0	0.0
<b>Suma total de horas</b>		72.0	



CONSEJO ACADÉMICO DEL ÁREA DE LAS  
 CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
 Y DE LAS INGENIERÍAS

Contenido Temático	
<b>1. FUNCIONES, LÍMITES, CONTINUIDAD PARA FUNCIONES DE MÁS DE UNA VARIABLE INDEPENDIENTE</b>	
<b>Objetivo:</b> Generalizar el concepto de función, límites y continuidad para funciones de más de una variable.	
1.1	Definición y ejemplificación de funciones escalares $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ .
1.1.1	Representación geométrica de funciones escalares de 2 y 3 variables.
1.1.2	Concepto de región y vecindad.
1.2	Gráficas en tres dimensiones.
1.2.1	Curvas de nivel.
1.2.2	Superficies de nivel.
1.3	Concepto de límite y continuidad de funciones escalares $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ .
1.3.1	Cálculo de límites dobles.

<b>2. DERIVADAS PARCIALES. DIFERENCIALES EXACTAS</b>	
<b>Objetivo:</b> Analizar los conceptos de derivada parcial y diferenciales totales.	
2.1	Definición de derivada parcial.
2.1.1	Interpretación geométrica para el caso de dos variables.
2.1.2	Interpretaciones físicas.
2.1.3	Condiciones de derivabilidad.
2.2	Concepto de derivadas parciales sucesivas.
2.2.1	Exposición del Teorema de Schwarz.
2.3	Definición de funciones diferenciables.
2.3.1	Concepto de diferencial total.
2.3.2	Comparación entre la diferencial y el incremento de una función.
2.4	Concepto de funciones diferenciables.
2.4.1	Regla de la cadena y diferencial total de la función de función.
2.4.2	Representación matricial.
2.4.3	Derivada total.
2.5	Concepto de función implícita.
2.5.1	Cambio de coordenadas.
2.5.2	Definición de Jacobiano.
2.6	Conceptos de derivada direccional y de gradiente, su interpretación física y geométrica.

<b>3. APLICACIONES</b>	
<b>Objetivo:</b> Aplicar el concepto de derivada parcial a la resolución de ciertos problemas.	
3.1	Definición de máximos y mínimos relativos de funciones con dos variables.
3.1.1	Elementos de análisis numérico para el cálculo de máximos y mínimos con computadora.
3.2	Establecimiento de la condición necesaria para que un punto sea máximo o mínimo relativo.
3.2.1	Concepto de punto silla.
3.3	Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos variables.
3.3.1	Conceptos de matriz y determinante hessiano.
3.4	Formulación del problema de máximos y mínimos con restricciones.
3.4.1	Conceptos de función objetivo y restricciones.
3.4.2	Establecimiento de la ecuación de Lagrange.
3.4.3	Solución de problemas de máximos y mínimos con restricciones.

#### 4. INTEGRALES DOBLES Y TRIPLES

**Objetivo:** Entender los procesos de integración múltiple para las dobles y triples integrales.

- 4.1 Definición e interpretación geométrica de la integral doble.
- 4.2 Concepto de integral iterada en una región rectangular.
  - 4.2.1 Cálculo de la integral doble.
  - 4.2.2 Concepto y representación analítica apropiada de regiones normal y regular.
  - 4.2.3 Cálculo de integrales dobles, en regiones regulares.
- 4.3 Enunciado y demostración del teorema de Green.
  - 4.3.1 Aplicaciones a la mecánica y a la geometría.
  - 4.3.2 Aplicación al cambio de coordenadas en una integral doble.
  - 4.3.3 Mapeo de regiones regulares a sistemas de coordenadas curvilíneas.
  - 4.3.4 Cálculo de integrales dobles en coordenadas curvilíneas.
- 4.4 Concepto de integral reiterada en 3D.
  - 4.4.1 Representación analítica apropiada de regiones regulares en 3D.
  - 4.4.2 Cálculo de la integral triple mediante la reiterada en regiones regulares.
  - 4.4.3 Cambio de coordenadas en la integral triple.
  - 4.4.4 Cálculo de integrales triples en coordenadas curvilíneas.

#### 5. APLICACIONES DE LAS INTEGRALES MÚLTIPLES

**Objetivo:** Aplicar los conceptos de integrales dobles y triples a la resolución de problemas en ingeniería.

- 5.1 Cálculo de volúmenes.
- 5.2 Momentos de inercia.
- 5.3 Centro de gravedad.

#### 6. FUNCIONES VECTORIALES

**Objetivo:** Comprender el concepto de función vectorial y definir las operaciones que se pueden llevar a cabo en ella, en términos del operador derivada.

- 6.1 Definición de funciones vectoriales  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ .
  - 6.1.1 Ejemplos físicos y geométricos de funciones vectoriales.
- 6.2 Conceptos de límite y continuidad de las funciones vectoriales.
  - 6.2.1 Cálculo de límites de funciones vectoriales.
- 6.3 Definición, interpretación geométrica y cálculo de la derivada ordinaria de funciones vectoriales.
- 6.4 Análisis de las funciones vectoriales  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ .
  - 6.4.1 Relación entre la ecuación cartesiana y la ecuación vectorial de una superficie.
  - 6.4.2 Ecuaciones vectoriales de superficies cuadráticas.
- 6.5 Definición de derivada parcial de una función vectorial  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ .
  - 6.5.1 Interpretación geométrica en el caso de superficies.
  - 6.5.2 Definición e interpretación de puntos singulares.
  - 6.5.3 Diferencial de función vectorial.
- 6.6 Concepto de coordenadas curvilíneas.
  - 6.6.1 Estudio de los vectores unitarios, de los factores de escala y de la diferencial de  $r$ .
  - 6.6.2 Análisis de las coordenadas curvilíneas más usuales.
- 6.7 Concepto de campos vectoriales.
  - 6.7.1 Análisis de la derivada direccional de una función vectorial.
  - 6.7.2 Obtención del gradiente de una función vectorial.
- 6.8 Definición del operador " $\Delta$ ".
  - 6.8.1 El operador " $\Delta$ " aplicado a funciones escalares y vectoriales.
  - 6.8.2 Definición de divergencia y rotacional y sus interpretaciones físicas.
  - 6.8.3 Conceptos de campo irrotacional y campo senoidal.
  - 6.8.4 Definición de Laplaciano.
  - 6.8.5 Obtención del gradiente, divergencia, rotacional y Laplaciano en coordenadas curvilíneas ortogonales.



## 7.- INTEGRALES DE LÍNEA

**Objetivo:** Comprender el concepto de integral lineal y aplicarlo a la resolución de problemas relacionados con esta.

- 7.1 Integración de las funciones vectoriales  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ ; aplicaciones a la mecánica.
- 7.2 Definición y propiedades de la integral de línea.
  - 7.2.1 Conceptos de: Integral cerrada y circulación positiva.
  - 7.2.2 Aplicaciones de la integral de línea a la mecánica.
  - 7.2.3 Cálculo de integrales de línea mediante parametrización; independencia de la trayectoria.
- 7.3 La integral de línea como modelo matemático del trabajo.
  - 7.3.1 Análisis desde la independencia de la trayectoria.
  - 7.3.2 Concepto físico y matemático de campo conservativo.
  - 7.3.3 Concepto de función potencial. Definición e integración de la diferencial exacta.
  - 7.3.4 Aplicación al cálculo de la energía cinética y de la energía potencial.
  - 7.3.5 Relación entre la independencia de la trayectoria, la diferencial exacta y el campo conservativo.
- 7.4 Cálculo de la integral de línea en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.

## 8.- INTEGRALES DE SUPERFICIE

**Objetivo:** Comprender el concepto de integrales de superficie y aplicarlo a la resolución de problemas relacionados con estas.

- 8.1 Enunciado y demostración del teorema de Green.
- 8.2 Concepto de integral de superficie.
  - 8.2.1 La integral  $\iint_S \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS$  y aplicaciones. Enunciado e interpretación de los teoremas de Stokes y Gauss.

Estrategias didácticas		Evaluación del aprendizaje		Recursos	
Exposición	(X)	Exámenes parciales	(X)	Aula interactiva	(X)
Trabajo en equipo	(X)	Examen final	(X)	Computadora	(X)
Lecturas	(X)	Trabajos y tareas	(X)	Plataforma tecnológica	(X)
Trabajo de investigación	(X)	Presentación de tema	( )	Proyector o Pantalla LCD	(X)
Prácticas (taller o laboratorio)	( )	Participación en clase	(X)	Internet	(X)
Prácticas de campo	( )	Asistencia	( )		
Aprendizaje por proyectos	( )	Rúbricas	( )		
Aprendizaje basado en problemas	(X)	Portafolios	( )		
Casos de enseñanza	( )	Listas de cotejo	( )		
Otras (especificar)		Otras (especificar)		Otros (especificar)	

Perfil profesiográfico	
<b>Título o grado</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Poseer un título a nivel licenciatura en Ingeniería, Matemáticas, Física o carreras cuyo perfil sea afín al área de Matemáticas.</li> </ul>
<b>Experiencia docente</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Poseer conocimientos y experiencia profesional relacionados con los contenidos de la asignación a impartir.</li> <li>• Tener la vocación para la docencia y una actitud permanentemente educativa a fin de formar íntegramente al alumno: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Para aplicar recursos didácticos.</li> <li>○ Para motivar al alumno.</li> <li>○ Para evaluar el aprendizaje del alumno, con equidad y objetividad.</li> </ul> </li> </ul>
<b>Otra característica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Poseer conocimientos y experiencia pedagógica referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje.</li> <li>• Tener disposición para su formación y actualización, tanto en los conocimientos de su área profesional, como en las pedagógicas.</li> <li>• Identificarse con los objetivos educativos de la institución y hacerlos propios.</li> <li>• Tener disposición para ejercer su función docente con ética profesional: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Para observar una conducta ejemplar fuera y dentro del aula.</li> <li>○ Para asistir con puntualidad y constancia a sus cursos.</li> <li>○ Para cumplir con los programas vigentes de sus asignaturas.</li> </ul> </li> </ul>

Bibliografía básica	Temas para los que se recomienda
Blume, F. (2005). <i>Applied calculus for scientist and enginners.</i> USA: Jones and Barlett.	2,3,4 y 5
Colley, S. (2013). <i>Cálculo vectorial.</i> México: Pearson.	1,2,3,4,5,6,7 y 8
George, B. T. (2015). <i>Cálculo varias variables.</i> México: Pearson Education.	1,2,3,4,5,6
Hahn, A. (2017). <i>Basic Calculus.</i> New York: Johns Hopkins University Press.	2,3,4 y 5
Hall, H. (1991). <i>Álgebra superior.</i> México: Hispanoamérica.	1



Marsden, J. (2005). <i>Cálculo Vectorial</i> . México: Pearson Education (Prentice Hall).	1,2,3,4,5,6
Mena, B. (2003). <i>Introducción al cálculo vectorial</i> . México: Thomson.	1,2,3,4,5,6,7 y 8
Taylor, A. y Mann, R. W. (1989). <i>Fundamentos de cálculo avanzado</i> . México: Limusa.	1,2,3,4,5,6,7 y 8

Bibliografía complementaria	Temas para los que se recomienda
Dauben, J. y Scriba, C. J. (2002). <i>Writing the History of Mathematics: Its Historical Development</i> . Germany: Birkhäuser.	1,2,3,4,5,6,7 y 8
Emmer, M. (2012). <i>Imagine Math. Between Culture and Mathematics</i> . Italia: Springer.	1,2,3,4,5,6,7 y 8
Gindikin, S. (2007). <i>Tales of Mathematicians and Physicists</i> . New York: Springer.	1,2,3,4,5,6,7 y 8