

第二章 线性电阻电路的分析

2-1 图 2-1 所示电路中, 求:

(1) 开关打开时, 电压 U_{ab} ;

(2) 开关闭合时, 电流 I_{ab} 。

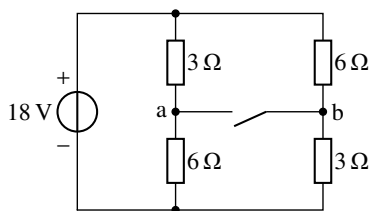


图 2-1 题 2-1 图

解 (1) 开关打开时, 由电阻分压以及 KVL 可得

$$U_{ab} = -\frac{3}{9} \times 18 + \frac{6}{9} \times 18 = 6 \text{ V}$$

(2) 开关闭合时, 每部分电阻为

$$\frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \Omega$$

总电流为

$$I = \frac{18}{2 + 2} = 4.5 \text{ A}$$

则有

$$I_{ab} = \frac{6}{9}I - \frac{3}{9}I = 1.5 \text{ A}$$

2-2 求图 2-2 所示电路中的电压 U_{ab} 。

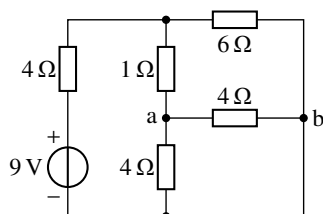


图 2-2 题 2-2 图

解 U_{AB} 为两个并联 4Ω 电阻两端的电压, 电路总电阻

$$R = 4 + 6 // (1 + 4 // 4) = 6 \Omega$$

则可得

$$U_{ab} = 9 \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{3} = 2 \text{ V}$$

2-3 求图 2-3 所示电路中的电压 U 。

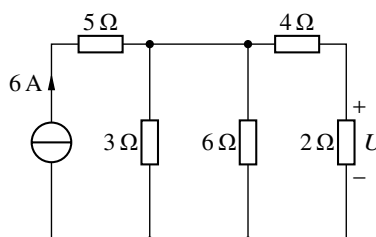


图 2-3 题 2-3 图

解 与电流源串联的 5Ω 电阻可以忽略, 于是可得

$$U = 2 \times \frac{3 // 6}{4 + 2 + 3 // 6} \times 6 = 3 \text{ V}$$

2-4 求图所示电路中的电流 I 。

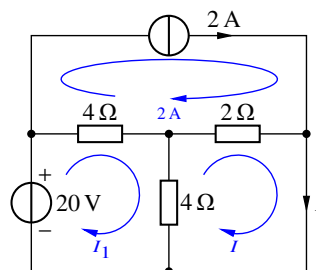


图 2-4 题 2-4 图

解 由回路电流法可列方程

$$\begin{cases} 8I_1 - 4I - 8 = 20 \\ -4I_1 + 6I - 4 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} I = 4.5 \text{ A} \\ I_1 = 5.75 \text{ A} \end{cases}$$

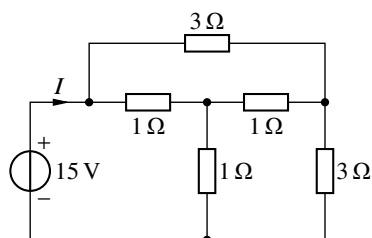


图 2-5 题 2-5 图

2-5 求图 2-5 所示电路中的电流 I 。

解 可将电路变换为图 2-6 所示, 此时由电桥平衡可忽略中间的 1Ω 电阻, 所以有

$$I = \frac{15}{(3+3) // (1+1)} = 10 \text{ A}$$

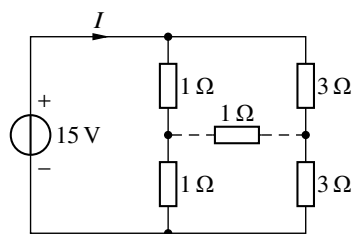


图 2-6 题解 2-5 图

2-6 求图 2-7 所示电路的等效电阻 U_{ab} 。

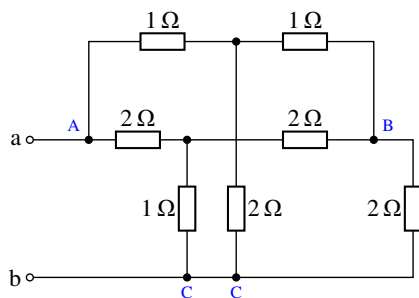
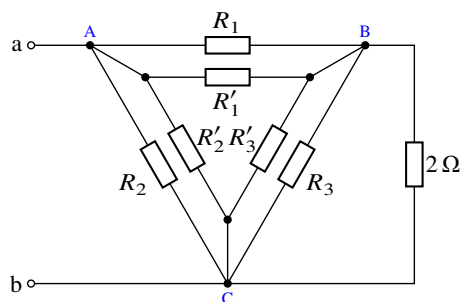
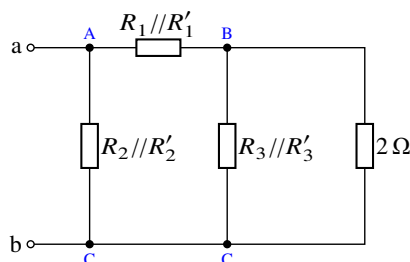


图 2-7 题 2-6 图

解 可将电路变换为图 2-8 所示。其中由 2Ω 、 1Ω 、 1Ω 电阻构成 Y 形连接的等效 Δ 形连接的电阻为



(a)



(b)

图 2-8 题解 2-6 图

$$R_1 = 1 + 1 + \frac{1 \times 1}{2} = 2.5 \Omega$$

$$R_2 = R_3 = 1 + 2 + \frac{1 \times 2}{1} = 5 \Omega$$

同理, 由 1Ω 、 2Ω 、 2Ω 电阻构成 Y 形连接的等效 Δ 形连接的电阻为

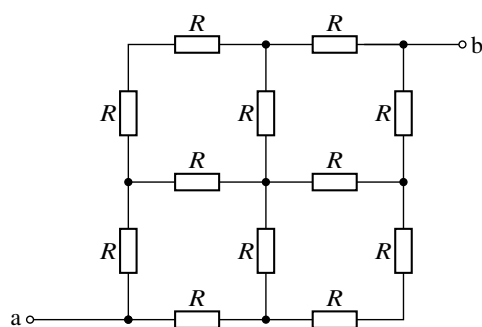
$$R'_1 = 2 + 2 + \frac{2 \times 2}{1} = 8 \Omega$$

$$R'_2 = R'_3 = 1 + 2 + \frac{1 \times 2}{2} = 4 \Omega$$

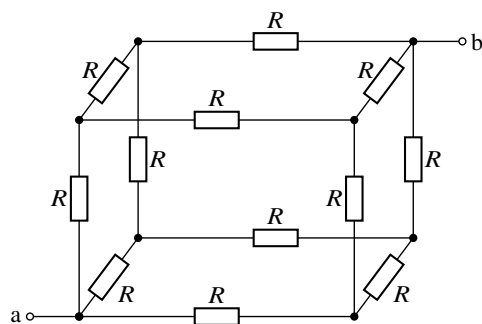
ab 端等效电阻为

$$R_{ab} = [(2 // 5 // 4) + (2.5 // 8)] // 5 // 4 = \frac{118}{93} \Omega = 1.269 \Omega$$

2-7 图 2-9 所示为由 12 个 1Ω 电阻组成的田字形和正六面体电路, 求等效电阻 R_{ab} 。



(a)



(b)

图 2-9 题 2-7 图

解 图 2-9a: 可将图中的对称的等电位点如图 2-10a 所示相互连接, 再等效变换为图 2-10b, 可得等效电阻为

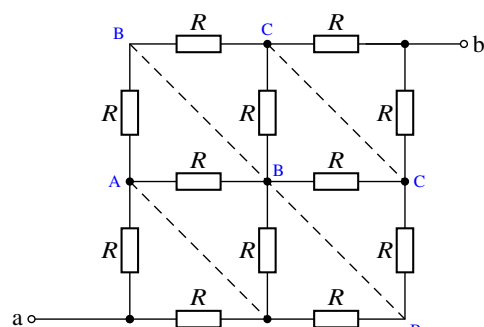
$$R_{ab} = \frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \frac{R}{4} + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R = 1.5\Omega$$

图 2-9b: 同理将图中的对称的等电位点如图 2-10c 所示相互连接, 再等效变换为图 2-10d, 可得等效电阻为

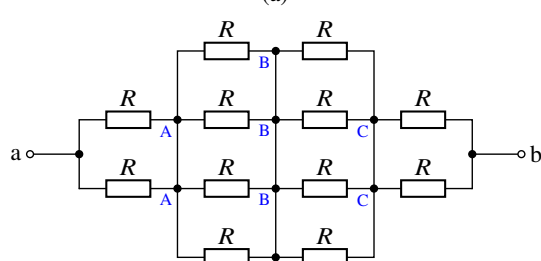
$$R_{ab} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6}R = 0.833\Omega$$

2-8 求如图 2-11 所示由 6 个电阻组成的正四面体电路, 任意两顶点间等效电阻。

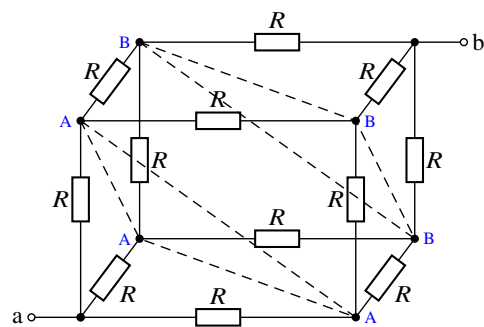
解 由对称性可知 $R_{bc} = R_{cd} = R_{bd}$, $R_{ab} = R_{ac} = R_{ad}$ 。



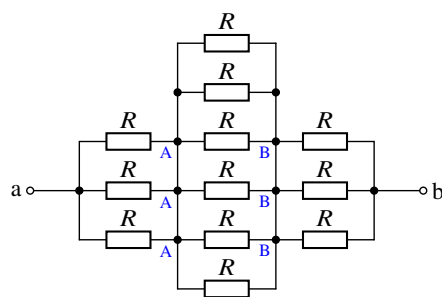
(a)



(b)



(c)



(d)

图 2-10 题解 2-7 图

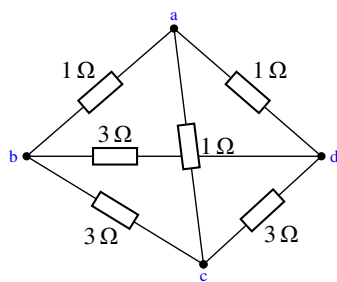


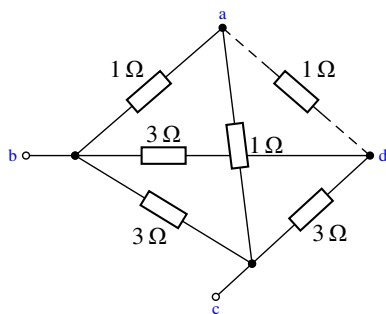
图 2-11 题 2-8 图

在图 2-12a 中由电桥平衡可忽略 ad 点之间的电阻, 则

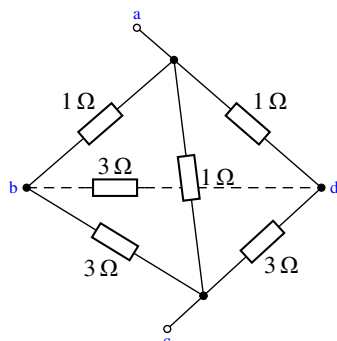
$$R_{bc} = 3 // 2 // 6 = 1 \Omega$$

在图 2-12b 中由电桥平衡可忽略 bd 点之间的电阻, 则

$$R_{ac} = 1 // 4 // 4 = \frac{2}{3} \Omega = 0.667 \Omega$$



(a)



(b)

图 2-12 题解 2-8 图

2-9 用等效变换求图 2-13 所示电路中的电流 I 。

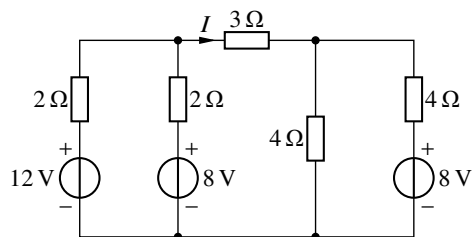


图 2-13 题 2-9 图

解 由电源的等效变换可将电路变换为图 2-14 所示, 则有

$$6I + 4 = 10, \text{ 解得 } I = 1 \text{ A}$$

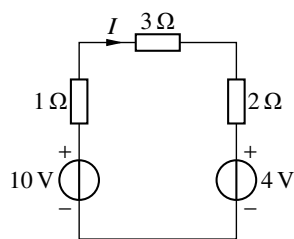


图 2-14 题解 2-9 图

2-10 用等效变换求图 2-15 所示电路中的电压 U 。

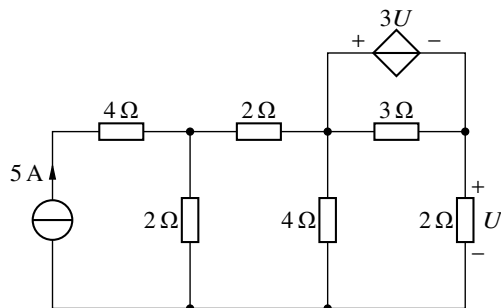


图 2-15 题 2-10 图

解 由电源的等效变换可将电路变换为图 2-16 所示, 则有

$$U + 3U + U = 5, \text{ 解得 } U = 1 \text{ V}$$

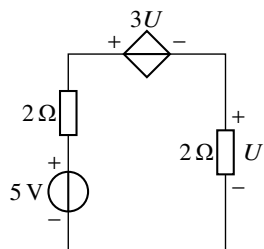


图 2-16 题解 2-10 图

2-11 用等效变换求图 2-17 所示电路中的电流 i 。

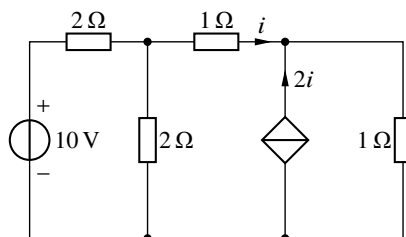


图 2-17 题 2-11 图

解 由电源的等效变换可将电路变换为图 2-18 所示, 则有

$$3i + 2i = 5, \text{ 解得 } i = 1 \text{ A}$$

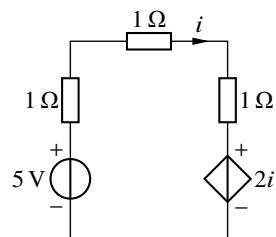


图 2-18 题解 2-11 图

2-12 求图 2-19 所示电路中的支路电流 I_1 、 I_2 。

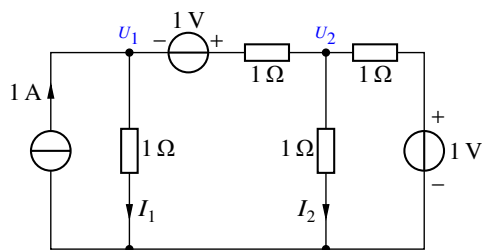


图 2-19 题 2-12 图

解 由节点电压法可列出方程

$$\begin{cases} 2U_1 - U_2 = 1 - \frac{1}{1} \\ -U_1 + 3U_2 = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} U_1 = 0.4 \text{ V} \\ U_2 = 0.8 \text{ V} \end{cases}$$

则有

$$I_1 = \frac{U_1}{1} = 0.4 \text{ A}, I_2 = \frac{U_2}{1} = 0.8 \text{ A}$$

2-13 求图 2-20 所示电路中的电压 U_{ab} 。

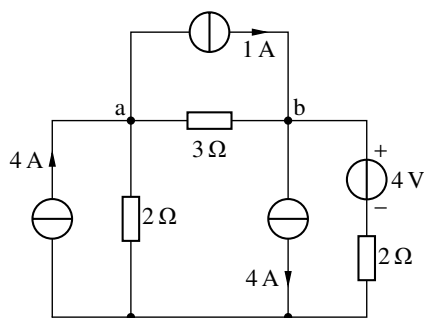


图 2-20 题 2-13 图

解 由电源的等效变换可将电路变换为图 2-21 所示, 则有

$$7I = 8 + 3 + 4, \text{ 解得 } I = \frac{15}{7} \text{ A}$$

则

$$U_{ab} = -3 + 3 \times \frac{15}{7} = \frac{24}{7} \text{ V}$$

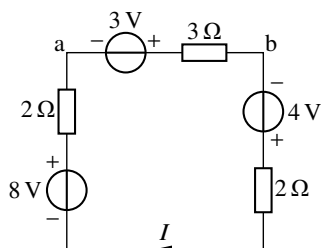


图 2-21 题解 2-13 图

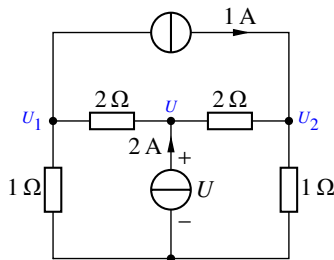


图 2-22 题 2-14 图

2-14 求图 2-22 所示电路中的电压 U 。

解 由节点电压法可列出方程

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{1}{2}\right)U_1 - \frac{1}{2}U = -1 \\ -\frac{1}{2}U_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)U - \frac{1}{2}U_2 = 2 \\ -\frac{1}{2}U + \left(1 + \frac{1}{2}\right)U_2 = 1 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{3} \text{ V} \\ U = 3 \text{ V} \\ U_2 = \frac{5}{3} \text{ V} \end{cases}$$

2-15 求图 2-23 所示电路中的电流源的功率。

解 由节点电压法可列出方程

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)U = \frac{12}{6} + 4 \Rightarrow U = 9 \text{ V}$$

则功率为

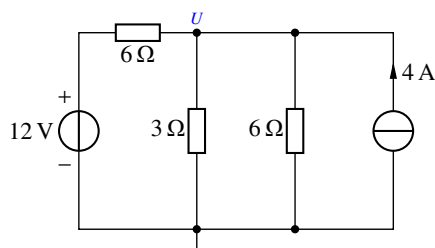


图 2-23 题 2-15 图

$$P = UI = 4 \times 9 = 36 \text{ W}$$

2-16 求图 2-24 所示电路中两电压源的功率。

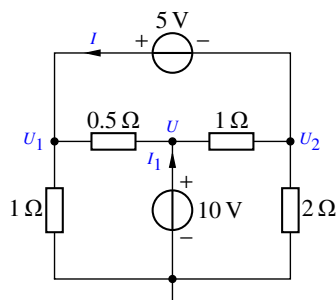


图 2-24 题 2-16 图

解 由节点电压法可列出方程

$$\begin{cases} (1+2)U_1 - 2U = I \\ \left(1 + \frac{1}{2}\right)U_2 - U = -I \\ U_1 = U_2 + 5 \\ U = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{25}{3} \text{ V} \\ U_2 = \frac{10}{3} \text{ V} \\ I = 5 \text{ A} \end{cases}$$

可得流过 10 V 电压源的电流为

$$I_1 = \frac{U - U_1}{0.5} + \frac{U - U_2}{1} = 10 \text{ A}$$

10 V 电压源功率

$$P_1 = 10 \times 10 = 100 \text{ W}$$

5 V 电压源功率

$$P_2 = 5 \times 5 = 25 \text{ W}$$

2-17 求图 2-25 所示电路中两电源的功率。

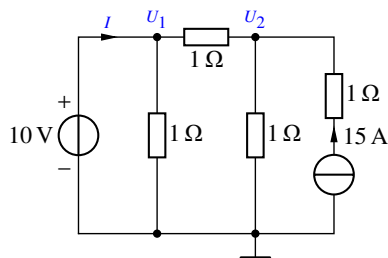


图 2-25 题 2-17 图

解 由节点电压法可列出方程

$$\begin{cases} 2U_1 - U_2 = I \\ -U_1 + 2U_2 = 15 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} U_2 = 12.5 \text{ V} \\ I = 7.5 \text{ A} \end{cases}$$

$$U_1 = 10$$

电压源功率为

$$P_1 = 10 \times 7.5 = 75 \text{ W}$$

电流源功率为

$$P_2 = 27.5 \times 15 = 412.5 \text{ W}$$

2-18 求图 2-26 所示电路中电流源的端电压及电压源支路的电流。

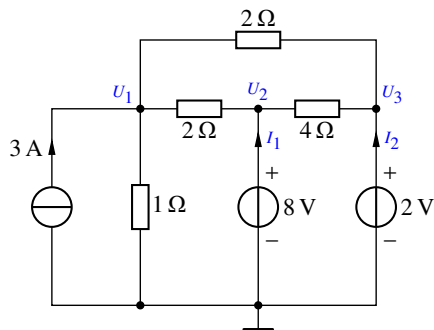


图 2-26 题 2-18 图

解 由节点电压法可列出方程

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) U_1 - \frac{1}{2} U_2 - \frac{1}{2} U_3 = 3 \\ -\frac{1}{2} U_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) U_2 - \frac{1}{4} U_3 = I_1 \\ -\frac{1}{2} U_1 - \frac{1}{4} U_2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) U_3 = I_2 \\ U_2 = 8 \\ U_3 = 2 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} U_1 = 4 \text{ V} \\ I_1 = 3.5 \text{ A} \\ I_2 = -2.5 \text{ A} \end{cases}$$

2-19 求图 2-27 所示电路中的电流 i 。

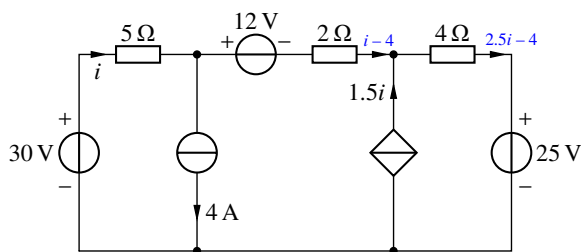


图 2-27 题 2-19 图

解 在最外侧回路中由 KVL 有

$$5i + 12 + 2(i - 4) + 4(2.5i - 4) + 25 = 30$$

解得

$$i = 1 \text{ A}$$

2-20 求图 2-28 所示电路中受控电流源的电流。

解 可列方程

$$\begin{cases} U = I + 2(15 + I) \\ U = 3\left(\frac{1}{9}U - I\right) \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} U = 18 \text{ V} \\ I = -4 \text{ A} \end{cases}$$

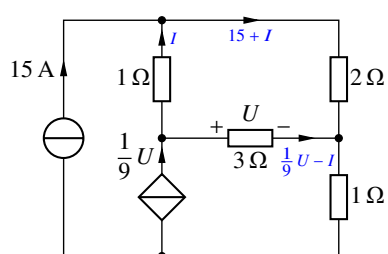


图 2-28 题 2-20 图

则流过电流源的电流

$$I_1 = \frac{1}{9}U = 2 \text{ A}$$

2-21 求图 2-29 所示电路中的受控电流源的功率。

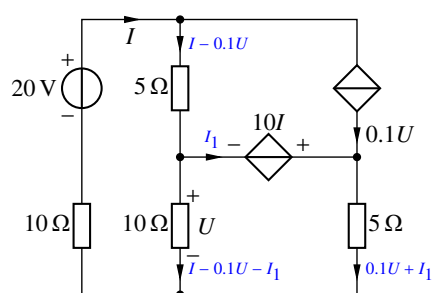


图 2-29 题 2-21 图

解 可列方程

$$\begin{cases} U = 20 - 5(I - 0.1U) - 10I \\ U = 5(0.1U + I_1) - 10I \\ U = 10(I - 0.1U - I_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U = -5 \text{ V} \\ I = 1.5 \text{ A} \\ I_1 = 2.5 \text{ A} \end{cases}$$

受控电流源功率

$$P = 0.1U[5(I - 0.1U) - 10I] = 2.5 \text{ W}$$