

НОВЫЙ АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ ИЗОМОРФИЗМА ГРАФОВ

Калистратов Даниил Евгеньевич

9 класс, МАОУ Лицей № 38 Нижнего Новгорода, Научное объединение «Школа юного исследователя» АНО ДО «Академ клуб», ИПФ РАН

Для определения изоморфизма графов нередко применяются эвристические алгоритмы, которые для некоторых классов графов не являются полиномиальными [1, 2, 4, 5]. В основе эвристических методов лежит разделение всех вершин графов на классы таким образом, что алгоритм рассматривает отображение вершин графа в другие вершины того же класса. Для этого применяются свойства вершин графа, инвариантные относительно изоморфизма. В качестве инвариантов неизменных для всего класса изоморфных графов рассматриваются числовые, векторные, матричные инварианты.

В настоящее время определение изоморфизма двух графов с очень большим числом вершин по-прежнему считается неразрешимой в вычислительном смысле проблемой, так как даже создание венгерским математиком Ласло Бабаи квазиполиномиального алгоритма для проблемы изоморфизма графов [3] все еще не позволяет численно решать эту задачу при помощи современных компьютеров.

Цель исследования – разработать принципиально новый полиномиальный метод определения изоморфности графов, который позволит численно решать любые востребованные (включая научные исследования) примеры данной задачи и будет работать быстрее, чем какие-либо другие известные алгоритмы для этой задачи. К известным сложным (тестовым) примерам можно отнести в этом контексте случайную пару сильнорегулярных графов с равными системами параметров.

Практическая значимость работы заключается в том, что задача об изоморфизме графов является весьма интересной переборной задачей, имеющей многообразные значимые применения во многих естественных науках – химии, физике, биологии. В практической деятельности необходимость определения изоморфности или неизоморфности графов возникает при решении задач в математической (компьютерной) химии, при проектировании электронных схем (различных представлений электронной схемы), оптимизации компьютерных программ [1], в литературоведении при сравнении сюжетов произведений.

Проведен анализ научной литературы и научно-популярных источников, посвященных разработкам методов определения изоморфизма графов. Введены понятия элементного спектра и элементного мультисpekтра матрицы как множества и мультимножества значений ее элементов соответственно, а также понятие замены элементного спектра на случайный. Создан новый тип преобразования квадратной матрицы, коммутирующего с любым преобразованием изоморфизма, понимаемого как подвергание систем строк и столбцов матрицы одной и той же перестановке. Выполнена практическая проверка предложенного алгоритма для решения переборной задачи на репрезентативной выборке тестовых примеров и подтверждена работоспособность алгоритма.

Предложенный нами алгоритм способен установить изоморфизм двух заданных графов с малым количеством вершин, с целью проверки работоспособности алгоритма для графов с большим количеством вершин планируется написать программу, реализующую данный алгоритм.

Литература

1. Карелин В.П. Задача распознавания изоморфизма графов. Прикладное значение и подходы к решению // *Вестник Таганрогского института управления и экономики*, 2015, 1, 102–106.
2. Курапов С.В., Давидовский М.В. Вычислительные методы определения инвариантов графа // *International Journal of Open Information Technologies*, 2021, 9 (2), 1–8.
3. Опубликован быстрый алгоритм для задачи изоморфизма графов. URL: <https://m.habr.com/ru/post/273231/> (дата обращения: 05.05.2021).
4. Погожев С.В., Хитров Г.М. О проблеме изоморфизма графов и об одном матричном алгоритме ее решения // *Вестник СПбГУ, Серия 10*, 2008, 4, 80 – 83.
5. Погребной В.К. Решение задачи определения изоморфизма графов, представленных атрибутными матрицами // *Известия Томского политехнического университета*, 2012, 321 (5), 52 – 56.