

Исследование геометрических характеристик струи воды

Лебедев Евгений Игоревич,

11 класс, МБОУ «Лицей №40»

Научный руководитель А. В. Кирсанов, научный сотрудник ИПФ РАН, кандидат технических наук

На основании предположений о неразрывности струи и постоянстве расхода воды выведены теоретические зависимости площади сечения струи от расстояния от сечения до начала струи и объёма участка струи от его длины. Проведены эксперименты по проверке этих зависимостей. Исходя из полученных данных, сделан вывод о верности предположений и полученных зависимостей.

Проблемами, связанными с движением воды, люди начали интересоваться ещё в средние века. Это было вызвано, прежде всего, необходимостью создания водопроводов. Большой вклад в гидродинамику внесли Торричелли, определивший зависимость скорости вытекания воды из отверстия в сосуде от уровня воды над отверстием, Рейнольдс, придумавший критерий для определения характера движения жидкости по трубе, Бернулли, создавший своё знаменитое уравнение, и многие другие великие учёные. В гидродинамике и по сей день существует множество неисследованных областей, и моя работа по изучению геометрических характеристик струи воды позволит ещё лучше понять этот раздел физики.

Цель исследования – теоретически предсказать зависимости площади сечения струи от расстояния от её начала до искомого сечения и объёма участка струи от расстояния между его начальным и конечным сечениями, и проверить эти предсказания на практике.

Для начала сделаем следующие предположения:

1. Струя не имеет внутри себя никаких разрывов и полостей.
2. Поскольку вода ниоткуда не берётся и никуда не исчезает, то её расход через начальное сечение равен расходу через любое другое сечение, то есть $M = vS = \text{const}$ (1).
3. В вертикальной проекции на воду в струе в основном действует сила тяжести, значит вода движется с постоянным ускорением, равным ускорению свободного падения ($a=g=9,8$ м/с²), то $l = at^2/2 + v_0t$ (2), где a – ускорение, с которым движется вода в струе, l – расстояние от начала струи до интересующего нас сечения, v_0 – скорость воды при $l=0$, t – время прохождения молекулой воды расстояния l .

Тогда

$$v = v_0 + at \quad (3) \quad vS = v_0S_0 \quad (4) \quad t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2al}}{a} \quad (5)$$

Следовательно

$$S(l) = \frac{S_0v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2al}} \quad (6) \quad S = \frac{S_0v_0t}{2l - v_0t} \quad (7)$$

Объём участка струи, начинающегося в точке с площадью сечения S_0 , равен $V = \int_0^l Sdl$, где $dl = vdt = (v_0 + at)dt$. Тогда

$$V = \int_0^l Sdl = \int_0^t \frac{S_0v_0}{at + v_0} (at + v_0) dt = \int_0^t S_0v_0 dt = S_0v_0t \quad (8)$$

$$\begin{aligned} V = S_0v_0t &= \frac{S_0v_0t(S + S_0)}{S + S_0} = \frac{S_0v_0tS}{S + S_0} + \frac{S_0^2v_0t}{S + S_0} = \frac{S_0v_0tS}{S + S_0} + \frac{S_0^2v_0t(2l - v_0t)}{(S + S_0)(2l - v_0t)} = \\ &= \frac{S_0v_0tS}{S + S_0} + \frac{S_0v_0t}{2l - v_0t} \frac{S_0(2l - v_0t)}{S + S_0} = \frac{S_0v_0tS}{S + S_0} + \frac{2S_0Sl}{S + S_0} - \frac{S_0v_0tS}{S + S_0} = \frac{2S_0Sl}{S + S_0} \quad (9) \text{ (см. формулу 7)} \end{aligned}$$

или

$$V = S_0v_0t = \frac{S_0v_0}{a} \left(-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2al} \right) \quad (10) \text{ (см. формулу 5)}$$

Для проверки полученных формул я провёл 2 типа экспериментов.

Оборудование 1-го типа экспериментов (опыты №1-№6): кран в ванной с надетой на него круглой резиновой трубкой (чтобы нивелировать эффект от вспенивания воды в струе из-за решётки на конце крана) (рис. 1), стеклянная банка известного объёма ($V_2=1,04$ л), секундомер, линейка (ЦД=1 мм), штангенциркуль (ЦД=0,1 мм).

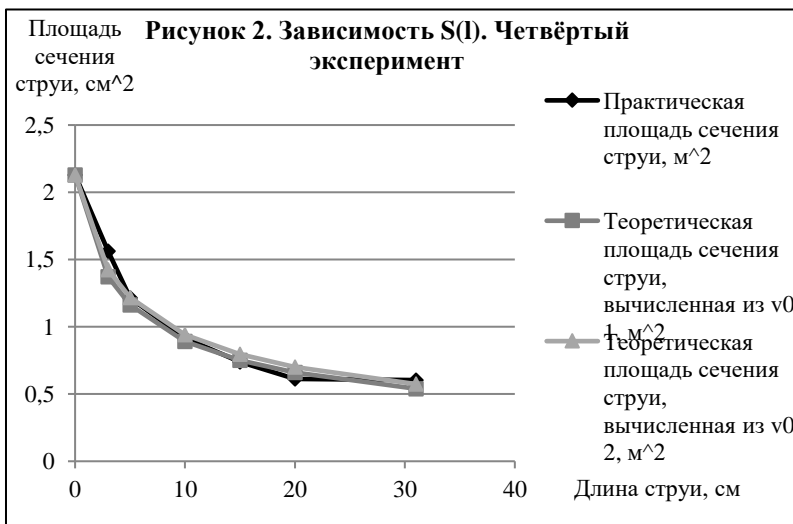
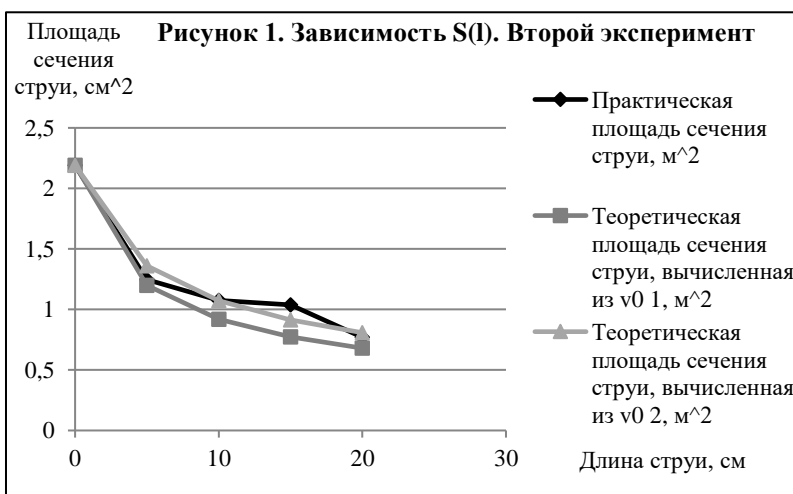
Методика проведения

1. Включил холодную воду.
2. Измерил несколько раз время заполнения банки. Результаты измерений друг от друга отличались мало, значит расход примерно постоянен и условия эксперимента соответствуют условиям, для которых выводилась зависимость $S(l)$.
3. Измерил диаметр сечения струи воды штангенциркулем при некоторых расстояниях l , измеряя при этом l линейкой.
4. Повторил пункт 3 несколько раз для того же напора и при тех же l для уменьшения погрешностей. (*)
5. Покрутив кран, изменил напор, а следовательно и v_0 . Повторил пункты 2, 3 и 4.
6. Повторил пункт 5 ещё несколько раз.

* – Пункт 4 начал выполнять со второй серии экспериментов (эксперименты 4, 5, 6).

Результаты первой серии экспериментов (рис. 1) коррелируют с теоретическими данными, однако из-за отсутствия усреднения измеренного диаметра имеют серьёзные отклонения от них. v_{01} – скорость воды, проходящей через начальное сечение, вычисленная путём деления расхода на площадь сечения, полученную из измеренного диаметра. v_{02} – скорость воды, проходящей через начальное сечение, вычисленная путём усреднения начальных скоростей, восстановленных из площадей сечения струи, рассчитанных из измеренного диаметра.

Из графиков же второй серии экспериментов (рис. 2) видно, что теория с практикой совпадают гораздо точнее.



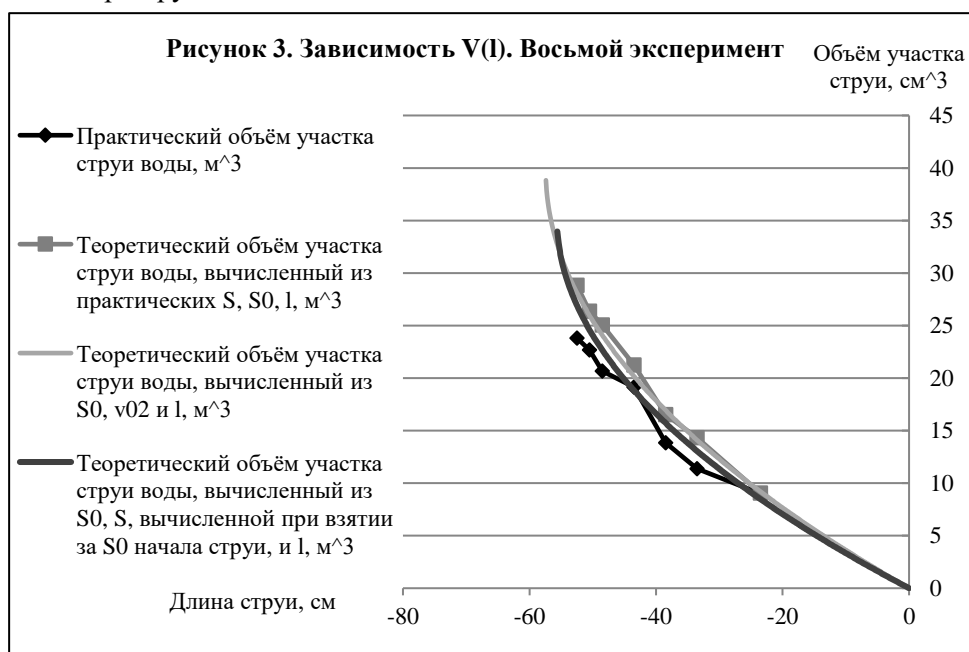
Оборудование 2-го типа экспериментов (опыты №7 и №8), то же, что и в первом плюс кружка цилиндрической формы, кухонная доска, кастрюля.

Методика проведения

1. Включил холодную воду.
2. Измерил несколько раз время заполнения банки.
3. Поставил на дно ванны кастрюлю около струи.
4. Измерил диаметр сечения струи воды на высоте, где находился край кастрюли.

5. Измерил диаметр сечения струи воды штангенциркулем при некотором расстоянии l , измерив l линейкой.
6. На расстоянии l от начала струи воды перегородил струю доской, одновременно с этим подставив под струю кастрюлю.
7. Воду, попавшую в кастрюлю, перелил в кружку.
8. Повторил пункты 5, 6 и 7 несколько раз.
9. Измерил глубину накопившейся в кружке воды h .
10. Повторил пункт 8 и 9 при других значениях l .

Ось расстояний от конечного сечения участка струи до её начала имеет отрицательные значения, так как за S_0 было взято сечение струи, находящееся на одном уровне с краем кастрюли, и, соответственно, все сечения, что были выше,



имели отрицательные расстояния до него. Практический объем участка струи воды был вычислен на основании измерения глубины воды h , попавшей в кружку. Теоретический объем участка струи воды, вычисленный из практических S, S_0, l , был получен благодаря формуле 9 на основании измерений диаметра струи воды. Теоретический объем участка струи воды, вычисленный из S_0, v_{02} и l , был вычислен при помощи формулы 10. Теоретический объем участка струи воды, вычисленный из S_0, S , вычисленной по формуле 6 при взятии за S_0 сечения начала струи, а не сечения, находящегося на одной высоте с краем кастрюли, и l , был получен благодаря формуле 9.

При сравнении всех получившихся графиков можно заметить значительные отклонения их друг от друга, однако в то же время очевиден факт их корреляции между собой. Если усовершенствовать методы проведения 2-го типа экспериментов, то, скорее всего, теоретические и практические данные будут совпадать гораздо точнее, чем сейчас.

Как важную деталь надо отметить режим движения воды, при котором проводились эксперименты. Поскольку при расчётах число Рейнольдса для разных экспериментов получалось в диапазоне от 2500 до 13000, то режим был турбулентный

Заключение

1. Практические данные 1-го типа экспериментов близки к теоретическим, следовательно теоретическая модель и предположения, на основе которых она была создана, верны.
2. Усреднение результатов измерений значительно снижает погрешность.
3. Данные 2-го типа экспериментов явно коррелируют с данными теории, поэтому при усовершенствовании технологии их проведения, скорее всего, их данные станут совпадать гораздо лучше.
4. Формула, $V = 2S_0Sl/(S_0 + S)$, применима для расчёта объема участка струи.

Список литературы

1. Гидродинамический напор [Электронный ресурс] // Студопедия: сайт URL: <https://studopedia.org/3-111512.html> (дата обращения 25.02.2021).