Probabilidade e Estatística

Cruzeiro do Sul Virtual
Educação a Distância

Material Teórico

Medidas de Dispersão ou Variação

Responsável pelo Conteúdo:
Profa. Dra. Rosangela Maura Correia Bonici
Prof. Ms. Carlos Henrique de Jesus Costa

Revisão Textual:
Profa. Ms. Natalia Conti

UNIDADE Medidas de Dispersão ou Variação

- Introdução
- Amplitude Total
- Variância e Desvio Padrão
- Finalizando

OBJETIVO DE APRENDIZADO

- Trabalhar com as Medidas de Dispersão, aprendendo a calcular a amplitude total, variância e o desvio padrão de dados brutos e de dados agrupados em distribuições de frequências variável discreta ou variável contínua.
- Nosso objetivo é que você compreenda o significado do Desvio Padrão e em quais situações práticas ele pode ser empregado.

Orientações de estudo

Para que o conteúdo desta Disciplina seja bem aproveitado e haja uma maior aplicabilidade na sua formação acadêmica e atuação profissional, siga algumas recomendações básicas:

Assim:

- Organize seus estudos de maneira que passem a fazer parte da sua rotina. Por exemplo, você poderá determinar um dia e horário fixos como o seu "momento do estudo".
- Procure se alimentar e se hidratar quando for estudar, lembre-se de que uma alimentação saudável pode proporcionar melhor aproveitamento do estudo.
- No material de cada Unidade, há leituras indicadas. Entre elas: artigos científicos, livros, vídeos e *sites* para aprofundar os conhecimentos adquiridos ao longo da Unidade. Além disso, você também encontrará sugestões de conteúdo extra no item **Material Complementar**, que ampliarão sua interpretação e auxiliarão no pleno entendimento dos temas abordados.
- Após o contato com o conteúdo proposto, participe dos debates mediados em fóruns de discussão, pois irão auxiliar a verificar o quanto você absorveu de conhecimento, além de propiciar o contato com seus colegas e tutores, o que se apresenta como rico espaço de troca de ideias e aprendizagem.

Contextualização

Afinal, para que serve o Desvio Padrão?

A figura mostra duas linhas de produção, “A” e “B”, de um mesmo tipo de lápis. A medida **média** do comprimento é de **17,5cm** e ambas as linhas estão produzindo lápis com médias próximas desse valor.

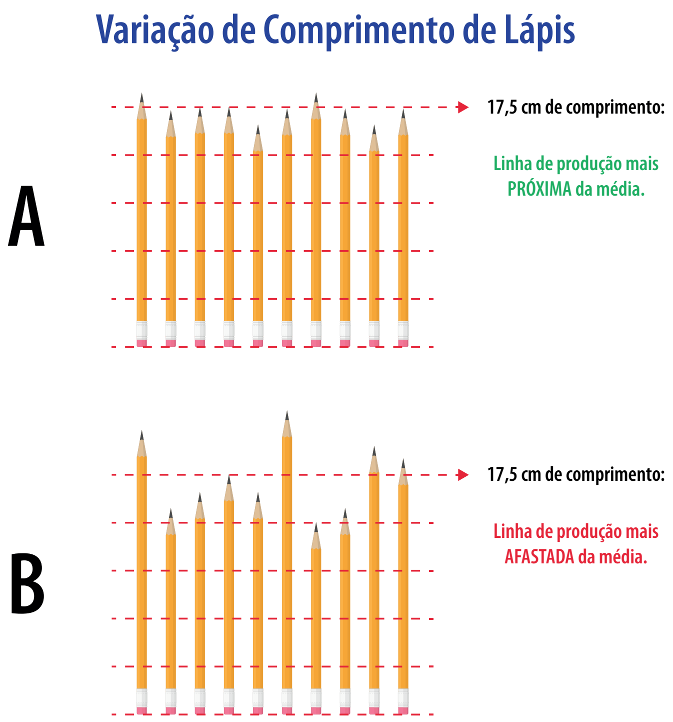

Figura 1

Podemos considerar que os lápis produzidos por ambas as linhas de produção “A” e “B” são adequados? Se não, como podemos comprovar qual das duas linhas de produção é mais eficiente?

Apenas observando a figura é fácil notar que a primeira linha de produção “A” é mais eficiente que a segunda linha de produção “B”. Isso ocorre porque a dispersão dos elementos em torno da média é menor, ou seja, os elementos estão mais concentrados em torno da média na primeira linha de produção. Estatisticamente podemos comprovar essa observação através das Medidas de Dispersão que medem a consistência de uma distribuição de frequências. Por consistência, podemos entender o grau de variabilidade ou afastamento das ocorrências da distribuição em relação a uma média.

As Medidas de Dispersão são uma forma de sabermos se a informação perdida é significativa ou não. Desta maneira, ao resumirmos um conjunto de números por sua média, devemos apresentar ao mesmo tempo a medida de dispersão.

Outro campo que utilizamos as medidas de dispersão é a Metrologia, que segundo o INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia) é a ciência que abrange todos os aspectos teóricos e práticos relativos às medições, qualquer que seja a incerteza em qualquer campo da ciência ou tecnologia.

No laboratório, quando utilizamos instrumentos de medição, deve-se considerar que as leituras fornecidas por eles nunca são exatamente corretas. Por mais modernos que sejam os instrumentos, sempre apresentam um grau de erro, que deve ser estimado antes de se tirar conclusões sobre as medições feitas nos experimentos.

Uma forma de conhecer a amplitude esperada destes erros de medição é a determinação da incerteza, para isso são utilizadas as medidas de dispersão. A dispersão de um conjunto de leituras de um instrumento do qual desejamos determinar o erro aleatório é estimada a partir de seu Desvio Padrão.

Figura 2
Fonte: iStock/Getty Images

No exemplo a seguir temos a Calibração de dois Paquímetros (unidades em mm):

Paquímetro	Valor Verdadeiro Convencional	1ª Medida	2ª Medida	3ª Medida	4ª Medida	5ª Medida	Média (mm)
1º	50,0	51,0	51,0	51,0	51,0	51,0	51,0
2º	50,0	50,1	50,3	50,2	49,9	50,4	50,2

Analisando os dados dessa tabela, é possível concluir que o 1° (primeiro) paquímetro é mais preciso do que o 2° (segundo) paquímetro, pois obteve menos variação entre as cinco medições realizadas no mesmo ponto. Em contra partida, ele é menos exato, pois a média dos valores obteve um maior desvio (erro) em relação ao valor de referência igual a 50,0.

Nesse caso, a exatidão está associada à proximidade do valor de referência igual a 50,0 e a precisão está associada à dispersão dos valores resultantes de uma série de medidas. Quanto maior o desvio padrão, menor é a precisão. Ela está relacionada com as incertezas aleatórias da medição e tem relação com a qualidade do instrumento.

Vamos ver se no quadro a seguir conseguimos facilitar o entendimento sobre Precisão e Exatidão, veja se você concorda:

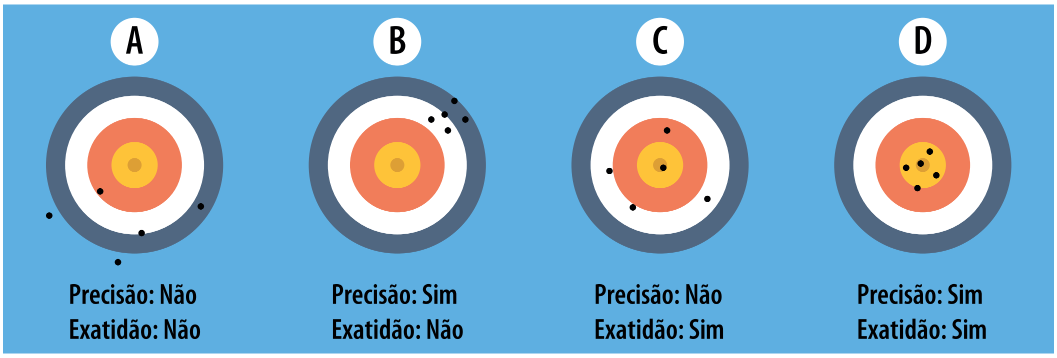

Figura 3

Comentários:

» No primeiro alvo "a", temos grande dispersão de resultados e erros elevados em relação ao centro do alvo, conclusão: "não preciso" e "não exato";

» No segundo alvo "b", temos baixa dispersão de resultados e erros pequenos em relação às posições de acertos no alvo, mas, ainda, longe do centro dele, conclusão: "preciso" e "não exato";

» No terceiro alvo "c", temos grande dispersão de resultados e erros elevados, mas próximos ao centro do alvo, conclusão: "não preciso" e "exato";

» No quarto alvo "d", temos baixa dispersão de resultados e erros pequenos em relação ao centro do alvo, conclusão: "preciso" e "exato".

AZ

Um **paquímetro** é um instrumento usado por muitos profissionais que trabalham com peças e precisam conhecer a sua medida exata. É uma ferramenta **parecida com uma régua graduada** que trabalha com precisão e serve para medir a distância entre dois lados simetricamente opostos de um objeto. Em geral, o paquímetro é usado quanto se trata de dimensões de pequenas peças, como tubos, parafusos, porcas, etc.

Para finalizar, se você já leu algum artigo científico deve ter percebido que os resultados em geral são apresentados por meio da Média Aritmética. E logo em seguida à média, é apresentado um "outro" número, que curiosamente é precedido pelo símbolo de "±" (mais ou menos), conforme o exemplo da tabela a seguir:

Variáveis	
Idade (anos)*	65,8 ± 8,4
Massa Corporal (kg)*	71,1 ± 13,7
Estatura (m)*	1,61 ± 0,08

*Valores em Média e Desvio Padrão

Fonte: Scielo (Revista Bras. Ed. Fis e Esporte/2011

Então, este número depois do "mais ou menos" é o tal do Desvio Padrão!

Veja que nessa tabela, por exemplo, a média do peso dos entrevistados foi de 71,1 quilos e o Desvio Padrão foi de 13,7 quilos. Isso significa que, no geral, boa parte dos entrevistados tem entre 57,4 e 84,8 quilos.

Ora, estamos falando de um sistema biológico. O fato da média de peso ser de 71,1 quilos não significa que TODOS os indivíduos da minha pesquisa tenham o mesmo peso. Existem pessoas com menos peso, outras um pouco mais pesadas, mas quando eu adiciono o Desvio Padrão à interpretação dos meus números, eu tenho ideia de quanto o peso da minha amostra varia em torno da média.

Pronto, agora que você já entendeu um pouco sobre a utilização do Desvio Padrão em nosso dia a dia, está na hora de aprofundarmos os cálculos, ok?

O Guia do Fisioterapeuta: https://goo.gl/w46PD7
CalibraEnd: https://goo.gl/tiUvzw
Portal Action: https://goo.gl/SMdHJF

Introdução

A palavra dispersão quer dizer **espalhamento** de valores em torno da média, ou **variação** desses valores, ou ainda, o **afastamento** dos valores observados em relação a um valor central.

As medidas de dispersão ou variação nos permitem medir as oscilações de uma variável, ou seja, possibilitam medir a concentração ou dispersão dos dados e, nesse sentido, fornecem informações importantes acerca do grau de heterogeneidade entre os elementos de um conjunto.

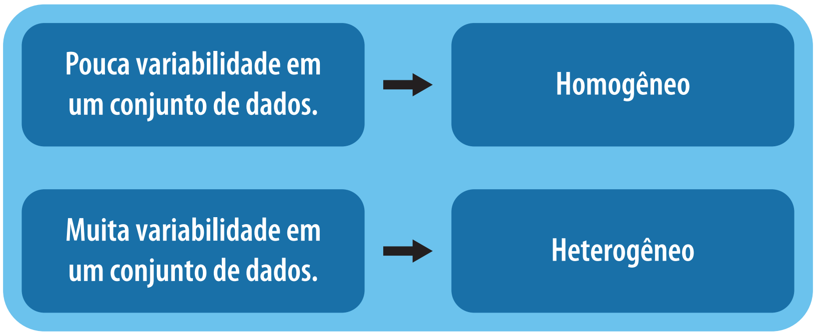

Figura 4

Para avaliarmos quantitativamente o grau de variabilidade ou dispersão de um grupo, estudaremos as seguintes medidas de dispersão:

- » A Amplitude Total
- » A Variância
- » O Desvio Padrão

Amplitude Total

Essa medida corresponde à diferença entre o valor máximo e o valor mínimo presentes no conjunto de dados. Ela mostra a dispersão dos valores de uma série.

Tem o inconveniente de só levar em conta dois valores extremos da série, descuidando do conjunto de valores intermediários. Faz-se uso da amplitude total, por exemplo, quando se quer determinar a amplitude da Temperatura em um dia ou como um cálculo rápido de uma medida sem muita exatidão.

$$AT = V_{máx} - V_{mín} \rightarrow \text{Amplitude Total}$$

Quanto maior for a amplitude, maior será a dispersão ou variabilidade dos valores da variável; se a amplitude for um número baixo, então, os valores na série estão próximos uns dos outros.

Cálculo da Amplitude Total em Dados Não Agrupados (Dados Brutos ou Rol)

Desejamos comparar o desempenho de dois grupos de alunos, com base em um teste realizado pelo MEC (Ministério de Educação e Cultura), conforme quadro a seguir:

Grupo A	60	61	59	60	60	58	62
Grupo B	44	70	60	52	63	66	65

Resolução:

Antes de calcular a Amplitude Total, vamos verificar o resultado da média de cada um dos grupos:

$$\overline{x}_A = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \overline{x}_A = \frac{60+61+59+60+60+58+62}{7} \Rightarrow \overline{x}_A = \frac{420}{7} \Rightarrow \overline{x}_A = 60$$

$$\overline{x}_B = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \overline{x}_B = \frac{44+70+60+52+63+66+65}{7} \Rightarrow \overline{x}_B = \frac{420}{7} \Rightarrow \overline{x}_B = 60$$

Verificamos que temos médias iguais, baseados nestes resultados, diríamos que ambos os grupos apresentam a mesma **performance.**

Agora, vamos organizar os dados em Rol e calcular a Amplitude Total de cada grupo:

Grupo A	58	59	60	60	60	61	62

$$AT = V_{máx} - V_{mín}$$

$AT = 62 - 58$ → Amplitude Total do Grupo A é 4

$$AT = 4$$

Grupo B	44	52	60	63	65	66	70

$$AT = V_{máx} - V_{mín}$$

$AT = 70 - 44$ → Amplitude Total do grupo B é 26

$$AT = 26$$

Resposta: Observando os resultados das amplitudes, verificamos que o desempenho das notas do Grupo A é bem mais uniforme que as notas do Grupo B.

Cálculo da Amplitude Total em Dados Agrupados sem faixas de valores (Variável Discreta)

Calcule o valor da Amplitude Total das temperaturas na Tabela:

Distribuição de Frequência da Variável Discreta – "Temperaturas em uma certa região durante o ano"

Temperaturas °C (xi)	Qte. de meses no ano (fi)
14°	2
18°	3
22°	2
24°	3
29°	2
Total	**12**

Resolução:

$$AT = V_{máx} - V_{mín}$$

$$AT = 29° - 14°$$

$$AT = 15° \longrightarrow$$

Amplitude Total das temperaturas é de 15°C.

Resposta: Podemos concluir que a temperatura varia 15°C durante o ano nessa região.

Cálculo da Amplitude Total em Dados Agrupados com faixas de valores (Variável Contínua)

Obs.: Com intervalos ou faixas de valores, a Amplitude Total é a diferença entre o Limite Superior da última classe e o Limite Inferior da primeira classe.

Calcule o valor da Amplitude Total das estaturas de bebês em certa cidade conforme a tabela:

Distribuição de Frequência da Variável Continua "Estatura de Bebês"

Estaturas (cm)	"fi"
51 ⊢ 55	8
55 ⊢ 59	15
59 ⊢ 63	4
63 ⊢ 67	18
67 ⊢ 71	5
71 ⊢ 75	10
Totais	60

Resolução:

Cálculo da Amplitude Total:

$$AT = V_{máx} - V_{mín}$$

$$AT = 75 - 51$$

$$AT = 24$$

Resposta: Os bebês têm variação de 24 cm entre suas estaturas.

Atividades Práticas

01) Calcule a Amplitude total das amostras:

a) O: 2 ; 8 ; 10 ; 15 ; 20 ; 22 ; 30.

b) P: 12 ; 9 ; 15 ; 40 ; 22 ; 34 ; 8.

c) Considerando as duas amostras anteriores "O" e "P", qual delas apresenta maior dispersão absoluta?

Respostas no final desta Unidade.

02) Calcule a Amplitude total da série:

xi	fi
3	4
8	7
12	9
15	10
35	3

Respostas no final desta Unidade.

03) Calcule a amplitude total dos salários dos vendedores conforme a Tabela:

Classes	Salários US$	Nº de vendedores
1	70 ⊢ 120	8
2	120 ⊢ 170	28
3	170 ⊢ 220	54
4	220 ⊢ 270	32
5	270 ⊢ 320	12
6	320 ⊢ 370	6

Respostas no final desta Unidade.

Variância e Desvio Padrão

A Variância é uma média aritmética calculada a partir dos quadrados dos desvios obtidos entre os elementos da série e a sua média, e o Desvio Padrão é a raiz quadrada positiva da variância.

O Desvio Padrão é a medida de dispersão que mais é empregada, pois leva em consideração a totalidade dos valores da variável em estudo. É um indicador de variabilidade bastante estável e se apresenta na mesma unidade da variável em análise. Assim, se a unidade da variável for centímetros, o desvio padrão também será em centímetros.

Conforme destaca Crespo (p.112):

> "Tanto o desvio padrão como a variância são usados como medidas de dispersão ou variabilidade. O uso de uma ou de outra dependerá da finalidade que se tenha em vista. A variância é uma medida que tem pouca utilidade como estatística descritiva, porém é extremamente importante na inferência estatística e em combinações de amostras."

Quando a sequência de dados representa uma POPULAÇÃO, a Variância será denotada por σ^2 e o Desvio Padrão corresponde por σ.

Quando a sequência de dados representa uma AMOSTRA, a Variância será denotada por s^2 e o Desvio Padrão corresponde por s.

Notações e Símbolos:

$\sum$: Letra grega "Sigma" maiúscula.
σ: Letra grega "Sigma" minúscula, utilizada no início ou no meio de uma expressão.
ς: Letra grega "Sigma" minúscula, utilizada no final de uma expressão.

Obs.: O **sigma** corresponde à 18ª letra do **alfabeto grego** e no nosso alfabeto temos a letra "**s**" nessa mesma posição, por isso é que adotamos a letra "s" para representar uma amostra.

Fórmulas para o cálculo da Variância e do Desvio Padrão:

	População		Amostral	
	Dados Brutos	Dados Agrupados	Dados Brutos	Dados Agrupados
Variância	$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi}$	$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1}$
Desvio Padrão	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}}$ ou $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi}}$ ou $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ ou $s = \sqrt{s^2}$	$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1}}$ ou $s = \sqrt{s^2}$

n	ou	$\sum fi$	$\rightarrow$	POPULAÇÃO
n – 1	ou	$\sum fi - 1$	$\rightarrow$	AMOSTRA

Trocando ideias...

Por que divido por "n" ou por "n – 1"?

Isso é um fator mais técnico! Falando a um nível mais simples de entendimento, ao dividir por "n – 1" estamos dando uma medida mais precisa da dispersão dos dados, principalmente quando temos "poucos" dados (amostra). Porém, se você tem um número grande de observações (população), por exemplo, 10.000 indivíduos observados, dividir por 10.000 ou por 9.999 não irá fazer diferença.

IMPORTANTE: Para facilitar nosso estudo e obtermos medidas mais precisas, vamos considerar apenas as fórmulas do cálculo AMOSTRAL, tanto para a Variância como para o Desvio Padrão, ok!

A seguir vamos calcular a Variância e o Desvio padrão de dados estatísticos não agrupados ou agrupados (variável discreta ou variável contínua), pois cada situação deve ser tratada de forma diferenciada.

Dados Não Agrupados (Dados Brutos ou Rol):

Para calcular a Variância e o Desvio Padrão de dados não agrupados, usamos as seguintes fórmulas.

Fórmula para o Cálculo da Variância e do Desvio Padrão de Dados Brutos

VARIÂNCIA

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Símbolo que representa Somatório.

Diferença entre cada variável (x_i) e a média aritmética dessas variáveis, elevadas ao quadrado, em seguida, somamos todos os resultados.

Total de elementos estudados "menos" um.

OU SEJA: $s^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \dfrac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$

DESVIO PADRÃO

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \quad ou \quad s = \sqrt{s^2}$$

É quase igual à fórmula da Variância, apenas calculamos a raiz quadrada do resultado da Variância.

"O Desvio Padrão é a raiz quadrada da Variância!"

Aprendendo com exemplos:

01) Calcular a variância e o desvio padrão da sequência, com n = 4 (elementos), em dados brutos temos { 4 , 5 , 8 , 5 }, organizando em ordem crescente temos o Rol { 4 , 5 , 5 , 8 }.

Resolução:

1° Passo: Calculando a Média Aritmética:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \overline{x} = \frac{4+5+5+8}{4} \Rightarrow \overline{x} = \frac{22}{4} \Rightarrow \overline{x} = 5,5$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \overline{x})^2$:

n	x_i	$\overline{x}$	$(x_i - \overline{x})$	$(x_i - \overline{x})^2$
1	4	5,5	$(4 - 5,5) = -1,5$	$(-1,5)^2 = 2,25$
2	5	5,5	$(5 - 5,5) = -0,5$	$(-0,5)^2 = 0,25$
3	5	5,5	$(5 - 5,5) = -0,5$	$(-0,5)^2 = 0,25$
4	8	5,5	$(8 - 5,5) = +2,5$	$(+2,5)^2 = 6,25$
			$\sum (x_i - \overline{x})^2$	9,00

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \frac{9}{4-1} \Rightarrow s^2 = \frac{9}{3} \Rightarrow s^2 = 3$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{9}{4-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{9}{3}} \Rightarrow s = \sqrt{3} \Rightarrow s = 1,73$$

ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{3} \Rightarrow s = 1,73$$

Resposta: A Variância é igual a 3 e o Desvio Padrão igual a 1,73 unidades, isso quer dizer que, em relação à média de 5,5 unidades, temos ±1,73 unidades de variação (**5,5 ±1,73**), ou seja, **os dados variam entre 3,77 unidades** (5,5 – 1,73 = 3,77) **e 7,23 unidades** (5,5 + 1,73 = 7,23).

02) Calcule a variância e o desvio padrão das notas de três turmas de alunos em Estatística.

Quadro 1 – Notas de estudantes das Turmas A, B e C em Estatística

Turma	Notas dos alunos								Média
A	4	5	5	6	6	7	7	8	6	6
B	1	2	4	6	6	9	10	10	-	6
C	0	6	7	7	7	7,5	7,5	-	-	6

Observe no quadro que a média das três turmas é a mesma. Então, qual das turmas teve um melhor rendimento?

Resolução:

Cálculo da Variância e Desvio Padrão da turma A:

1° Passo: Calculando a Média Aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{4+5+5+6+6+7+7+8+6}{9} \Rightarrow \bar{x} = \frac{54}{9} \Rightarrow \bar{x} = 6$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	4	6	$(4-6)=-2$	$(-2)^2=4$
2	5	6	$(5-6)=-1$	$(-1)^2=1$
3	5	6	$(5-6)=-1$	$(-1)^2=1$
4	6	6	$(6-6)=0$	$(0)^2=0$
5	6	6	$(6-6)=0$	$(0)^2=0$
6	7	6	$(7-6)=+1$	$(+1)^2=1$
7	7	6	$(7-6)=+1$	$(+1)^2=1$
8	8	6	$(8-6)=+2$	$(+2)^2=4$
9	6	6	$(6-6)=0$	$(0)^2=0$
			$\sum (x_i - \bar{x})^2$	12

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \frac{12}{9-1} \Rightarrow s^2 = \frac{12}{8} \Rightarrow s^2 = 1,5$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{12}{9-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{12}{8}} \Rightarrow s = \sqrt{1,5} \Rightarrow s = 1,22$$

ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{1,5} \Rightarrow s = 1,22$$

Cálculo da Variância e Desvio Padrão da turma B:

1° Passo: Calculando a Média Aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{1+2+4+6+6+9+10+10}{8} \Rightarrow \bar{x} = \frac{48}{8} \Rightarrow \bar{x} = 6$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	1	6	$(1-6) = -5$	$(-5)^2 = 25$
2	2	6	$(2-6) = -4$	$(-4)^2 = 16$
3	4	6	$(4-6) = -2$	$(-2)^2 = 4$
4	6	6	$(6-6) = 0$	$(0)^2 = 0$
5	6	6	$(6-6) = 0$	$(0)^2 = 0$
6	9	6	$(9-6) = +3$	$(+3)^2 = 9$
7	10	6	$(10-6) = +4$	$(+4)^2 = 16$
8	10	6	$(10-6) = +4$	$(+4)^2 = 16$
			$\sum (x_i - \bar{x})^2$	86

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \frac{86}{8-1} \Rightarrow s^2 = \frac{86}{7} \Rightarrow s^2 = 12,29$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{86}{8-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{86}{7}} \Rightarrow s = \sqrt{12,29} \Rightarrow s = 3,51$$

ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{12,29} \Rightarrow s = 3,51$$

Cálculo da Variância e Desvio Padrão da turma C:

1° Passo: Calculando a Média Aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{0+6+7+7+7+7{,}5+7{,}5}{7} \Rightarrow \bar{x} = \frac{42}{7} \Rightarrow \bar{x} = 6$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	0	6	$(0-6)=-6$	$(-6)^2=36$
2	6	6	$(6-6)=0$	$(0)^2=0$
3	7	6	$(7-6)=+1$	$(+1)^2=1$
4	7	6	$(7-6)=+1$	$(+1)^2=1$
5	7	6	$(7-6)=+1$	$(+1)^2=1$
6	7,5	6	$(7{,}5-6)=+1{,}5$	$(+1{,}5)^2=2{,}25$
7	7,5	6	$(7{,}5-6)=+1{,}5$	$(+1{,}5)^2=2{,}25$
			$\sum (x_i - \bar{x})^2$	43,5

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \frac{43{,}5}{7-1} \Rightarrow s^2 = \frac{43{,}5}{6} \Rightarrow s^2 = 7{,}25$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{43{,}5}{7-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{43{,}5}{6}} \Rightarrow s = \sqrt{7{,}25} \Rightarrow s = 2{,}69$$

ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{7{,}25} \Rightarrow s = 2{,}69$$

Resumindo, temos os seguintes resultados no Quadro 1:

Quadro 1 – Notas de estudantes das Turmas A, B e C em Estatística

Turma	Notas dos alunos								Média	Variância	Desvio padrão
A	4	5	5	6	6	7	7	8	6	1,5	1,22
B	1	2	4	6	6	9	10	10	6	12,29	3,51
C	0	6	7	7	7	7,5	7,5	-	6	7,25	2,69

Resposta: Observando o Quadro 1, verificamos através da média que as três turmas tenderam a ter as notas em torno de 6 (seis), porém as sequências de notas que geraram esta média são bastante diferentes. A turma A foi quem apresentou menor desvio padrão, portanto suas notas foram mais próximas da média 6 (mais homogêneas) em relação às outras turmas. Podemos dizer então, que entre as três turmas, os alunos da turma A foram aqueles que obtiveram um melhor rendimento em Estatística.

Atividades Práticas:

04) Calcule a variância e o desvio padrão das seguintes amostras:

a) H: 2 , 3 , 7 , 9 , 11 , 13.

b) T: 5 , 12 , 4 , 20 , 13 , 17 , 6.

c) W: 6 , 5 , 10 , 12 , 19.

Respostas no final desta Unidade.

05) Um certo restaurante está interessado em comprar 50 garrafas de cachaça. No entanto, como é de preferência de sua clientela, é necessário que a cachaça escolhida apresente um teor alcoólico de no mínimo 33% em volume. Foram consultados alguns fornecedores e obteve as informações das seguintes marcas:

Marca X (R$ 3,50/litro)	38,7	33,5	32,5	31,2	35,9
Marca Y (R$ 4,10/litro)	35,7	36,4	35,9	33,2	34,1
Marca Z (R$ 3,65/litro)	38,7	33,5	34,5	34,2	35,9

Em sua opinião, qual deveria ser a marca escolhida pelo restaurante?

Respostas no final desta Unidade.

Dados Agrupados sem faixas de valores (Variável Discreta)

Para calcular a Variância e o Desvio Padrão de dados agrupados em uma distribuição de frequência variável discreta, usamos as seguintes fórmulas.

Fórmula para o Cálculo da Variância e do Desvio Padrão Variável Discreta

VARIÂNCIA

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum_{i=1}^{n} fi - 1}$$

Acrescentado na fórmula "fi", que representa a frequência absoluta, ou seja, quantidade de vezes que cada variável aparece na amostra.

Em relação à fórmula anterior, trocamos "n – 1" por "∑fi – 1".

OU SEJA: $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . f_i}{\sum f_i - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 . f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 . f_2 + (x_3 - \bar{x})^2 . f_3 + ... + (x_n - \bar{x})^2 . f_n}{(f_1 + f_2 + f_3 + ... + f_n) - 1}$

DESVIO PADRÃO

$$s=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2.fi}{\sum_{i=1}^{n}fi-1}} \qquad ou \qquad s=\sqrt{s^2}$$

Aprendendo com exemplos:

01) Calcular a variância e o desvio padrão dos conjuntos de dados a seguir:

Dados (xi)	0	1	2	3	4
Frequências (fi)	2	6	12	7	3

Resolução:

1° Passo: Calculando a Média Aritmética Ponderada:

$$\overline{x}=\frac{\sum x_i.fi}{\sum fi}=\frac{0.2+1.6+2.12+3.7+4.3}{30}=\frac{0+6+24+21+12}{30}=\frac{63}{30}\Rightarrow \overline{x}=2,1$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum(x_i-\overline{x})^2.f_i$:

n	x_i	$\overline{x}$	$(x_i - \overline{x})$	$(x_i - \overline{x})^2$	fi	$(x_i - \overline{x})^2.f_i$
1	0	2,1	$(0-2,1)=-2,1$	$(-2,1)^2=4,41$	2	$4,41.2=8,82$
2	1	2,1	$(1-2,1)=-1,0$	$(-1,0)^2=1,21$	6	$1,21.6=7,26$
3	2	2,1	$(2-2,1)=-0,1$	$(-0,1)^2=0,01$	12	$0,01.12=0,12$
4	3	2,1	$(3-2,1)=+0,9$	$(+0,9)^2=0,81$	7	$0,81.7=5,67$
5	4	2,1	$(4-2,1)=+1,9$	$(+1,9)^2=3,61$	3	$3,61.3=10,83$
				$\sum(x_i-\overline{x})^2.fi$		32,70

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2=\frac{\sum(x_i-\overline{x})^2.fi}{\sum fi-1}\Rightarrow s^2=\frac{32,7}{30-1}\Rightarrow s^2=\frac{32,7}{29}\Rightarrow s^2=1,13$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\overline{x})^2.fi}{\sum fi-1}}\Rightarrow s=\sqrt{\frac{32,7}{30-1}}\Rightarrow s=\sqrt{\frac{32,7}{29}}\Rightarrow s=\sqrt{1,13}\Rightarrow s=1,06$$

ou simplesmente:

$$s=\sqrt{s^2}\Rightarrow s=\sqrt{1,13}\Rightarrow s=1,06$$

Resposta: A Variância é igual a 1,13 e o Desvio Padrão igual a 1,06 unidades, isso quer dizer que, em relação à média 2,1 unidades, temos ±1,06 unidades de variação (**2,1 ±1,06**), ou seja, **os dados variam entre 1,04 unidades** (2,1 – 1,06 = 1,04) **e 3,16 unidades** (2,1 + 1,06 = 3,16).

02) Calcule a variância e o desvio padrão da seguinte tabela de idades de um grupo de pessoas:

Distribuição de Frequência da Variável Discreta
"Idades"

Idades em anos (xi)	Número de Pessoas (fi)
17	3
18	18
19	17
20	8
21	4
Total (∑fi)	50

Resolução:

1° Passo: Calculando a Média Aritmética Ponderada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i.fi}{\sum fi} = \frac{17.3 + 18.18 + 19.17 + 20.8 + 21.4}{50} = \frac{51 + 324 + 323 + 160 + 84}{50} = \frac{942}{50} \Rightarrow \bar{x} = 18,84$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2.f_i$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	fi	$(x_i - \bar{x})^2.f_i$
1	17	18,84	$(17 - 18,84) = -1,84$	$(-1,84)^2 = 3,39$	3	$3,39.3 = 10,16$
2	18	18,84	$(18 - 18,84) = -0,84$	$(-0,84)^2 = 0,71$	18	$0,71.18 = 12,70$
3	19	18,84	$(19 - 18,84) = +0,16$	$(+0,16)^2 = 0,03$	17	$0,03.17 = 0,44$
4	20	18,84	$(20 - 18,84) = +1,16$	$(+1,16)^2 = 1,35$	8	$1,35.8 = 10,76$
5	21	18,84	$(21 - 18,84) = +2,16$	$(+2,16)^2 = 4,67$	4	$4,67.4 = 18,66$
				$\sum (x_i - \bar{x})^2.fi$		52,72

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2.fi}{\sum fi - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{52,72}{50 - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{52,72}{49} \Rightarrow s^2 = 1,08$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2.fi}{\sum fi - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{52,72}{50 - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{52,72}{49}} \Rightarrow s = \sqrt{1,08} \Rightarrow s = 1,04$$

ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{1,08} \Rightarrow s = 1,04$$

Resposta: A Variância é igual a 1,08 e o Desvio Padrão igual a 1,04 anos, isso quer dizer que, em relação à média 18,84 anos, temos ±1,04 anos de variação (**18,84 ±1,04**), ou seja, **as idades desse grupo de pessoas variam entre 17,8 anos** (18,84 – 1,04 = 17,8) **e 19,88 anos** (18,84 + 1,04 = 19,88).

Atividades Práticas:

06) Calcule a variância e o desvio padrão para o número de acidentes diários, observados em um cruzamento, durante 40 dias.

Nº de acidentes por dia	Nº de dias
0	30
1	5
2	3
3	1
4	1

Respostas no final desta Unidade.

07) Obtenha a variância e o desvio padrão das estaturas de 60 mulheres, o que originou a seguinte distribuição:

Distribuição de Frequência da Variável Discreta

"Estatura de mulheres"

Estatura em cm (xi)	Qte. de pessoas. (fi)
155	8
158	5
160	20
162	11
165	6
167	10
Total	60

Respostas no final desta Unidade.

Dados Agrupados com faixas de valores (Variável Contínua)

Para calcular a Variância e o Desvio Padrão de dados agrupados em uma distribuição de frequência Variável Contínua, devemos utilizar as mesmas fórmulas dos dados agrupados em Varíavel Discreta, tomando somente cuidado de **substituir o "xi" pelos pontos médios de cada classe**, uma vez que a variável está agrupada em intervalos de classe.

Aprendendo com exemplos:

01) Dada a tabela a seguir, calcule o valor da variância e do Desvio Padrão:

Distribuição de Frequências Variável Contínua

Classes "i"	Intervalo de Classe	Frequência "fi"
1	0 ⊢ 4	1
2	4 ⊢ 8	3
3	8 ⊢ 12	5
4	12 ⊢ 16	1
–	Total	∑fi = 10

Resolução:

Antes de tudo, vamos achar os Pontos Médios de cada classe:

Classes "i"	Intervalo de Classe	Ponto Médio "xi" $xi = \frac{li + Li}{2}$	Frequência "fi"
1	0 ⊢ 4	$\frac{0+4}{2}=2$	1
2	4 ⊢ 8	$\frac{4+8}{2}=6$	3
3	8 ⊢ 12	$\frac{8+12}{2}=10$	5
4	12 ⊢ 16	$\frac{12+16}{2}=14$	1
–	Total		∑fi = 10

1° Passo: Calculando a Média Aritmética Ponderada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i . fi}{\sum fi} = \frac{2.1 + 6.3 + 10.5 + 14.1}{10} = \frac{2 + 18 + 50 + 14}{10} = \frac{84}{10} \Rightarrow \bar{x} = 8,4$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2 . f_i$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	fi	$(x_i - \bar{x})^2 . f_i$
1	2	8,4	$(2 - 8,4) = -6,4$	$(-6,4)^2 = 40,96$	1	40,96.1 = 40,96
2	6	8,4	$(6 - 8,4) = -2,4$	$(-2,4)^2 = 5,76$	3	5,76.3 = 17,28
3	10	8,4	$(10 - 8,4) = +1,6$	$(+1,6)^2 = 2,56$	5	2,56.5 = 12,8
4	14	8,4	$(14 - 8,4) = +5,6$	$(+5,6)^2 = 31,36$	1	31,36.1 = 31,36
				$\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi$		102,40

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{102,4}{10-1} \Rightarrow s^2 = \frac{102,4}{9} \Rightarrow s^2 = 11,38$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{102,4}{10-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{102,4}{9}} \Rightarrow s = \sqrt{11,38} \Rightarrow s = 3,37$$

Ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{11,38} \Rightarrow s = 3,37$$

Resposta: A Variância é igual a 11,38 e o Desvio Padrão igual a 3,37 unidades, isso quer dizer que, em relação à média 8,4 unidades, temos ±3,37 unidades de variação (**8,4 ±3,37**), ou seja, **as unidades variam entre 5,03 unidades** (8,4 – 3,37 = 17,8) **e 11,77 unidades** (8,4 + 3,37 = 11,77).

02) Calcule a variância e o desvio padrão para os salários de 140 vendedores de uma empresa.

Classes	Salários Us$	Nº de vendedores
1	70 ├─ 120	8
2	120 ├─ 170	28
3	170 ├─ 220	54
4	220 ├─ 270	32
5	270 ├─ 320	12
6	320 ├─ 370	6
–	Total Σfi	140

Resolução:

Antes de tudo, vamos achar os Pontos Médios de cada classe:

Classes "i"	Salários Us$	Ponto Médio "xi" $xi = \frac{li + Li}{2}$	Nº de vendedores "fi"
1	70 ├─ 120	$\frac{70+120}{2} = 95$	8
2	120 ├─ 170	$\frac{120+170}{2} = 145$	28
3	170 ├─ 220	$\frac{170+220}{2} = 195$	56

Classes "i"	Salários Us$	Ponto Médio "xi" $xi = \frac{li + Li}{2}$	Nº de vendedores "fi"
4	220 ⊢ 270	$\frac{220+270}{2} = 245$	32
5	270 ⊢ 320	$\frac{270+320}{2} = 295$	12
6	320 ⊢ 370	$\frac{320+370}{2} = 345$	6
–	Total	–	∑fi = 140

1° Passo: Calculando a Média Aritmética Ponderada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i.fi}{\sum fi} = \frac{95.8 + 145.28 + 195.54 + 245.32 + 295.12 + 345.6}{140} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{760 + 4060 + 10530 + 7840 + 3540 + 2070}{140} = \frac{28800}{140} \Rightarrow \bar{x} = 205,71$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2 . f_i$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	fi	$(x_i - \bar{x})^2 . f_i$
1	95	205,71	$(95 - 205,71) = -110,71$	$(-110,71)^2 = 12256,7$	8	$12256,7.8 = 98053,63$
2	145	205,71	$(145 - 205,71) = -60,71$	$(-60,71)^2 = 3685,7$	28	$3685,7.28 = 103199,71$
3	195	205,71	$(195 - 205,71) = -10,71$	$(-10,71)^2 = 114,7$	54	$114,7.54 = 6194,02$
4	245	205,71	$(245 - 205,71) = +39,29$	$(+39,29)^2 = 1543,7$	32	$1543,7.32 = 49398,53$
5	295	205,71	$(295 - 205,71) = +89,29$	$(+89,29)^2 = 7972,7$	12	$7972,7.12 = 95672,45$
6	345	205,71	$(345 - 205,71) = +139,29$	$(+139,29)^2 = 19401,7$	6	$19401,7.6 = 116410,22$
				$\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi$		468.928,56

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{468.928,56}{140 - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{468.928,56}{139} \Rightarrow s^2 = 3.373,59$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{468.928,56}{140 - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{468.928,56}{139}} \Rightarrow s = \sqrt{3.373,59} \Rightarrow s = 58,08$$

Ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{3.373,59} \Rightarrow s = 58,08$$

Resposta: A Variância é igual a 3.373,59 e o Desvio Padrão igual a 58,08 dólares, isso quer dizer que, em relação à média de 205,71 dólares, temos ±58,08 dólares de variação (**205,71 ±58,08**), ou seja, **os salários desses vendedores variam entre 147,63 dólares** (205,71 – 58,08 = 147,63) **e 263,79 dólares** (205,71 + 58,08 = 263,79).

Atividades Práticas

08) As notas obtidas por uma turma de 60 alunos em uma avaliação de Conhecimentos Gerais são fornecidas na tabela a seguir, calcule a variância e o desvio padrão dessas notas.

Notas	Alunos
0 ⊢ 2	5
2 ⊢ 4	11
4 ⊢ 6	16
6 ⊢ 8	21
8 ⊢ 10	7
Total Σfi	60

Respostas no final desta Unidade.

09) Calcule a variância e o desvio padrão para as alturas de 70 pessoas.

Alturas (cm)	Nº de pessoas
150 ⊢ 160	2
160 ⊢ 170	15
170 ⊢ 180	18
180 ⊢ 190	18
190 ⊢ 200	16
200 ⊢ 210	1

Respostas no final desta Unidade.

Resoluções das Atividades Práticas

01)

a) O: 2 ; 8 ; 10 ; 15 ; 20 ; 22 ; 30.

$$AT = V_{máx} - V_{mín}$$
$$AT = 30 - 2$$
$$AT = 28$$

b) P: 8 ; 9 ; 12 ; 15 ; 22 ; 34 ; 40.

$$AT = V_{máx} - V_{mín}$$
$$AT = 40 - 8$$
$$AT = 32$$

c) A amostra "**P**" é a que possui maior dispersão absoluta.

02) AT = $V_{máx} - V_{mín}$ → AT = 35 – 3 → AT = 32 unidades.

03) AT = $V_{máx} - V_{mín}$ → AT = 370 – 70 → AT = 300 dólares.

04) a) H: 2 , 3 , 7 , 9 , 11 , 13.

1° Passo: Calculando a Média Aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{2+3+7+9+11+13}{6} \Rightarrow \bar{x} = \frac{45}{6} \Rightarrow \bar{x} = 7,5$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	2	7,5	$(2-7,5) = -5,5$	$(-5,5)^2 = 30,25$
2	3	7,5	$(3-7,5) = -4,5$	$(-4,5)^2 = 20,25$
3	7	7,5	$(7-7,5) = -0,5$	$(-0,5)^2 = 0,25$
4	9	7,5	$(9-7,5) = +1,5$	$(+1,5)^2 = 2,25$
5	11	7,5	$(11-7,5) = +3,5$	$(+3,5)^2 = 12,25$
6	13	7,5	$(13-7,5) = +5,5$	$(+5,5)^2 = 30,25$
			$\sum (x_i - \bar{x})^2$	95,50

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \frac{95,5}{6-1} \Rightarrow s^2 = \frac{95,5}{5} \Rightarrow s^2 = 19,1$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{95,5}{6-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{95,5}{5}} \Rightarrow s = \sqrt{19,1} \Rightarrow s = 4,37$$

Ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{19,1} \Rightarrow s = 4,37$$

b) T: 5 , 12 , 4 , 20 , 13 , 17 , 6 ou T: 4 , 5 , 6 , 12 , 13 , 17 , 20 (rol)

Obs.: Para o cálculo da variância e do desvio padrão, tanto faz utilizar os dados brutos ou em rol, para este cálculo vamos utilizá-los na forma como estão (brutos), assim temos:

1° Passo: Calculando a Média Aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{5+12+4+20+13+17+6}{7} \Rightarrow \bar{x} = \frac{77}{7} \Rightarrow \bar{x} = 11$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	5	11	$(5-11) = -6$	$(-6)^2 = 36$
2	12	11	$(12-11) = +1$	$(+1)^2 = 1$
3	4	11	$(4-11) = -7$	$(-7)^2 = 49$
4	20	11	$(20-11) = +9$	$(+9)^2 = 81$
5	13	11	$(13-11) = +2$	$(+2)^2 = 4$
6	17	11	$(17-11) = +6$	$(+6)^2 = 36$
7	6	11	$(6-11) = -5$	$(-5)^2 = 25$
			$\sum (x_i - \bar{x})^2$	232

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \frac{232}{7-1} \Rightarrow s^2 = \frac{232}{6} \Rightarrow \quad s^2 = 38,67$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{232}{7-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{232}{6}} \Rightarrow s = \sqrt{38,67} \Rightarrow s = 6,22$$

Ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{38,67} \Rightarrow \quad s = 6,22$$

c) W: 6 , 5 , 10 , 12 , 19 ou W: 5 , 6 , 10 , 12 , 19 (rol)

1° Passo: Calculando a Média Aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{5+6+10+12+19}{5} \Rightarrow \bar{x} = \frac{52}{5} \Rightarrow \bar{x} = 10,4$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	5	10,4	$(5-10,4) = -5,4$	$(-5,4)^2 = 29,16$
2	6	10,4	$(6-10,4) = -4,4$	$(-4,4)^2 = 19,36$
3	10	10,4	$(10-10,4) = -0,4$	$(-0,4)^2 = 0,16$
4	12	10,4	$(12-10,4) = +1,6$	$(+1,6)^2 = 2,56$
5	19	10,4	$(19-10,4) = +8,6$	$(+8,6)^2 = 73,96$
			$\sum (x_i - \bar{x})^2$	125,20

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \frac{125,2}{5-1} \Rightarrow s^2 = \frac{125,2}{4} \Rightarrow s^2 = 31,3$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{125,2}{5-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{125,2}{4}} \Rightarrow s = \sqrt{31,3} \Rightarrow s = 5,59$$

Ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{31,3} \Rightarrow s = 5,59$$

05) 1° Passo: Calculando as Médias Aritméticas das Marcas X, Y e Z:

Marca X = $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{38,7 + 33,5 + 32,5 + 31,2 + 35,9}{5} \Rightarrow \bar{x} = \frac{171,8}{5} \Rightarrow \bar{x} = 34,36$

Marca Y = $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{35,7 + 36,4 + 35,9 + 33,2 + 34,1}{5} \Rightarrow \bar{x} = \frac{175,3}{5} \Rightarrow \bar{x} = 35,06$

Marca Z = $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{38,7 + 33,5 + 34,5 + 34,2 + 35,9}{5} \Rightarrow \bar{x} = \frac{176,8}{5} \Rightarrow \bar{x} = 35,36$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo de $\sum (x_i - \bar{x})^2$:

Marca X:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	38,7	34,36	$(38,7 - 34,36) = +4,34$	$(+4,34)^2 = 18,84$
2	33,5	34,36	$(33,5 - 34,36) = -0,86$	$(-0,86)^2 = 0,74$
3	32,5	34,36	$(32,5 - 34,36) = -1,86$	$(-1,86)^2 = 3,46$
4	31,2	34,36	$(31,2 - 34,36) = -3,16$	$(-3,16)^2 = 9,99$
5	35,9	34,36	$(35,9 - 34,36) = +1,54$	$(+1,54)^2 = 2,37$
			$\sum (x_i - \bar{x})^2$	35,40

Marca Y:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	35,7	35,06	$(35,7 - 35,06) = +0,64$	$(+0,64)^2 = 0,41$
2	36,4	35,06	$(36,4 - 35,06) = +1,34$	$(+1,34)^2 = 1,80$
3	35,9	35,06	$(35,9 - 35,06) = +0,84$	$(+0,84)^2 = 0,71$
4	33,2	35,06	$(33,2 - 35,06) = -1,86$	$(-1,86)^2 = 3,46$
5	34,1	35,06	$(34,1 - 35,06) = -0,96$	$(-0,96)^2 = 0,92$

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
			$\sum(x_i - \bar{x})^2$	7,30

Marca Z:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	38,7	35,36	$(38{,}7 - 35{,}36) = +3{,}34$	$(+3{,}34)^2 = 11{,}16$
2	33,5	35,36	$(33{,}5 - 35{,}36) = -1{,}86$	$(-1{,}86)^2 = 3{,}46$
3	34,5	35,36	$(34{,}5 - 35{,}36) = -0{,}86$	$(-0{,}86)^2 = 0{,}74$
4	34,2	35,36	$(34{,}2 - 35{,}36) = -1{,}16$	$(-1{,}16)^2 = 1{,}35$
5	35,9	35,36	$(35{,}9 - 35{,}36) = +0{,}54$	$(+0{,}54)^2 = 0{,}29$
			$\sum(x_i - \bar{x})^2$	17,00

3° Passo: Cálculo da Variância:

Marca X: $s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \dfrac{35{,}4}{5-1} \Rightarrow s^2 = \dfrac{35{,}4}{4} \Rightarrow s^2 = 8{,}85$

Marca Y: $s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \dfrac{7{,}30}{5-1} \Rightarrow s^2 = \dfrac{7{,}3}{4} \Rightarrow s^2 = 1{,}83$

Marca Z: $s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow s^2 = \dfrac{17}{5-1} \Rightarrow s^2 = \dfrac{17}{4} \Rightarrow s^2 = 4{,}25$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

Marca X: $s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{8{,}85} \Rightarrow s = 2{,}97$

Marca Y: $s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{1{,}83} \Rightarrow s = 1{,}35$

Marca Z: $s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{4{,}25} \Rightarrow s = 2{,}06$

Resposta:

Marca X: 34,36 ± 2,97

34,36 - 2,97 = 31,39% | 34,36% | 34,36 + 2,97 = 37,33%

Marca X: 31,39 - 37,33 = - 5,94

Marca Y: 35,06 ± 1,35

35,06 - 1,35 = 33,71% | 35,06% | 35,06 + 1,35 = 36,41%

Marca Y: 33,71 - 36,41 = - 2,70

Marca Z: 35,36 ± 2,06

35,36 - 2,06 = 33,3% | 35,36% | 35,36 + 2,07 = 37,42%

Marca Z: 33,3 - 37,42 = - 4,12

Resposta: Tanto as marcas Y e Z atendem ao requisito de terem teor alcoólico maior ou igual a 33% nas cachaças, mas a marca Z deve ser escolhida em virtude de seu preço ser mais baixo, assim, economizaríamos R$ 45,00 na compra das 100 garrafas.

06) 1° Passo: Calculando a Média Aritmética Ponderada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i.fi}{\sum fi} = \frac{0.30 + 1.5 + 2.3 + 3.1 + 4.1}{40} = \frac{0 + 5 + 6 + 3 + 4}{40} = \frac{18}{40} \Rightarrow \bar{x} = 0,45$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2.f_i$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	fi	$(x_i - \bar{x})^2.f_i$
1	0	0,45	$(0 - 0{,}45) = -0{,}45$	$(-0{,}45)^2 = 0{,}20$	30	$0{,}20.30 = 6{,}08$
2	1	0,45	$(1 - 0{,}45) = +0{,}55$	$(+0{,}55)^2 = 0{,}30$	5	$0{,}30.5 = 1{,}51$
3	2	0,45	$(2 - 0{,}45) = +1{,}55$	$(+1{,}55)^2 = 2{,}40$	3	$2{,}40.3 = 7{,}21$
4	3	0,45	$(3 - 0{,}45) = +2{,}55$	$(+2{,}55)^2 = 6{,}50$	1	$6{,}50.1 = 6{,}50$
5	4	0,45	$(4 - 0{,}45) = +3{,}55$	$(+3{,}55)^2 = 12{,}60$	1	$12{,}60.1 = 12{,}60$
				$\sum (x_i - \bar{x})^2.fi$		33,90

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2.fi}{\sum fi - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{33,9}{40 - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{33,9}{39} \Rightarrow s^2 = 0,87$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2.fi}{\sum fi - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{33,9}{40 - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{33,9}{39}} \Rightarrow s = \sqrt{0,87} \Rightarrow s = 0,93$$

Ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{0,87} \Rightarrow s = 0,93$$

Resposta: A Variância é igual a 0,87 unidades e o Desvio Padrão igual a 0,93.

07) 1° Passo: Calculando a Média Aritmética Ponderada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i.fi}{\sum fi} = \frac{155.8 + 158.5 + 160.20 + 162.11 + 165.6 + 167.10}{60} = \frac{1240 + 790 + 3200 + 1782 + 990 + 1670}{60} = \frac{9672}{60} \Rightarrow \bar{x} = 161,2$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2 . f_i$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	fi	$(x_i - \bar{x})^2 . f_i$
1	155	161,2	$(155 - 161{,}2) = -6{,}2$	$(-6{,}2)^2 = 38{,}44$	8	$38{,}44.8 = 307{,}52$
2	158	161,2	$(158 - 161{,}2) = -3{,}2$	$(-3{,}2)^2 = 10{,}24$	5	$10{,}24.5 = 51{,}2$
3	160	161,2	$(160 - 161{,}2) = -1{,}2$	$(-1{,}2)^2 = 1{,}44$	20	$1{,}44.20 = 28{,}8$
4	162	161,2	$(162 - 161{,}2) = +0{,}8$	$(+0{,}8)^2 = 0{,}64$	11	$0{,}64.11 = 7{,}04$
5	165	161,2	$(165 - 161{,}2) = +3{,}8$	$(+3{,}8)^2 = 14{,}44$	6	$14{,}44.6 = 86{,}64$
6	167	161,2	$(167 - 161{,}2) = +5{,}8$	$(+5{,}8)^2 = 33{,}64$	10	$33{,}64.10 = 336{,}4$
				$\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi$		817,60

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{817{,}6}{60 - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{817{,}6}{59} \Rightarrow s^2 = 13{,}86$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{817{,}6}{60 - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{817{,}6}{59}} \Rightarrow s = \sqrt{13{,}86} \Rightarrow s = 3{,}72$$

ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{13{,}86} \Rightarrow s = 3{,}72$$

Resposta: A Variância é igual a 13,86 e o Desvio Padrão igual a 3,72 cm, isso quer dizer que, em relação à média 161,2 cm, temos ±3,72 cm de variação (**161,2 ±3,72**), ou seja, **as estaturas das mulheres variam entre 157,48 cm** (161,2 – 3,72 = 157,48) **e 164,92 cm** (161,2 + 3,72 = 164,92).

08) Antes de tudo, vamos achar os Pontos Médios de cada classe:

Intervalo de Classe	Ponto Médio "xi" $xi = \frac{li + Li}{2}$	Frequência "fi"
$0 \vdash 2$	$\frac{0+2}{2} = 1$	5
$2 \vdash 4$	$\frac{2+4}{2} = 3$	11
$4 \vdash 6$	$\frac{4+6}{2} = 5$	16
$6 \vdash 8$	$\frac{6+8}{2} = 7$	21
$8 \vdash 10$	$\frac{8+10}{2} = 9$	7
Total	–	$\sum fi = 60$

1° Passo: Calculando a Média Aritmética Ponderada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i.fi}{\sum fi} = \frac{1.5+3.11+5.16+7.21+9.7}{60} = \frac{5+33+80+147+63}{60} = \frac{328}{60} \Rightarrow \bar{x} = 5,47$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum(x_i-\bar{x})^2.f_i$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	fi	$(x_i - \bar{x})^2.f_i$
1	1	5,47	$(1-5,47)=-4,47$	$(-4,47)^2=19,98$	5	$19,98.5=99,90$
2	3	5,47	$(3-5,47)=-2,47$	$(-2,47)^2=6,10$	11	$6,10.11=67,11$
3	5	5,47	$(5-5,47)=-0,47$	$(-0,47)^2=0,22$	16	$0,22.16=3,53$
4	7	5,47	$(7-5,47)=+1,53$	$(+1,53)^2=2,34$	21	$2,34.21=49,16$
5	9	5,47	$(9-5,47)=+3,53$	$(+3,53)^2=12,46$	7	$12,46.7=87,23$
				$\sum(x_i-\bar{x})^2.fi$		306,93

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2.fi}{\sum fi - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{306,93}{60-1} \Rightarrow s^2 = \frac{306,93}{59} \Rightarrow s^2 = 5,2$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2.fi}{\sum fi - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{306,93}{60-1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{306,93}{59}} \Rightarrow s = \sqrt{5,2} \Rightarrow s = 2,28$$

ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{5,2} \Rightarrow s = 2,28$$

Resposta: A Variância é igual a 5,2 e o Desvio Padrão igual a 2,28 pontos, isso quer dizer que, em relação à nota média de 5,47 pontos, temos ±2,28 pontos de variação (**5,47 ±2,28**), ou seja, **as notas dos alunos em Conhecimentos Gerais variam entre 3,19 pontos** (5,47 – 2,28 = 3,19) **e 7,75 pontos** (5,47 + 2,28 = 7,75).

09) Antes de tudo, vamos achar os Pontos Médios de cada classe:

Alturas (cm)	Ponto Médio "xi" $xi = \frac{li+Li}{2}$	Nº de pessoas
150 ├─ 160	$\frac{150+160}{2}=155$	2
160 ├─ 170	$\frac{160+170}{2}=165$	15

Alturas (cm)	Ponto Médio "xi" $xi = \frac{li + Li}{2}$	Nº de pessoas
170 ⊢ 180	$\frac{170+180}{2} = 175$	18
180 ⊢ 190	$\frac{180+190}{2} = 185$	18
190 ⊢ 200	$\frac{190+200}{2} = 195$	16
200 ⊢ 210	$\frac{200+210}{2} = 205$	1
Total	–	∑fi = 70

1° Passo: Calculando a Média Aritmética Ponderada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i . fi}{\sum fi} = \frac{155.2 + 165.15 + 175.18 + 185.18 + 195.16 + 205.1}{70} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{310 + 2475 + 3150 + 3330 + 3120 + 205}{70} = \frac{12590}{70} \Rightarrow \bar{x} = 179{,}86$$

2° Passo: Vamos utilizar uma tabela para auxiliar o cálculo da somatória $\sum (x_i - \bar{x})^2 . f_i$:

n	x_i	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	fi	$(x_i - \bar{x})^2 . f_i$
1	155	179,86	$(155 - 179{,}86) = -24{,}86$	$(-24{,}86)^2 = 618{,}02$	2	618,02.2 = 1236,04
2	165	179,86	$(165 - 179{,}86) = -14{,}86$	$(-14{,}86)^2 = 220{,}82$	15	220,82.15 = 3312,29
3	175	179,86	$(175 - 179{,}86) = -4{,}86$	$(-4{,}86)^2 = 23{,}62$	18	23,62.18 = 425,15
4	185	179,86	$(185 - 179{,}86) = +5{,}14$	$(+5{,}14)^2 = 26{,}42$	18	26,42.18 = 475,55
5	195	179,86	$(195 - 179{,}86) = +15{,}14$	$(+15{,}14)^2 = 229{,}22$	16	229,22.16 = 3667,51
6	205	179,86	$(205 - 179{,}86) = +25{,}14$	$(+25{,}14)^2 = 632{,}02$	1	632,02.1 = 632,02
–				$\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi$		9.748,56

3° Passo: Cálculo da Variância:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{9.748{,}56}{70 - 1} \Rightarrow s^2 = \frac{9.748{,}56}{69} \Rightarrow s^2 = 141{,}28$$

4° Passo: Cálculo do Desvio Padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{9.748{,}56}{70 - 1}} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{9.748{,}56}{69}} \Rightarrow s = \sqrt{141{,}28} \Rightarrow s = 11{,}89$$

ou simplesmente:

$$s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{141{,}28} \Rightarrow s = 11{,}89$$

Resposta: A Variância é igual a 141,28 e o Desvio Padrão igual a 11,89 centímetros, isso quer dizer que, em relação à altura média de 179,86 centímetros, temos ±11,89 centímetros de variação (**179,86 ±11,89**), ou seja, **as alturas das pessoas variam entre 167,97 centímetros** (179,85 – 11,89 = 167,97) **e 191,75 centímetros** (179,85 + 11,89 = 191,75).

Finalizando

Nesta Unidade, vimos para que servem a Variância e o Desvio Padrão, não é mesmo?!

Já sabemos que o Desvio Padrão complementa as informações da média aritmética, mostrando se a variação dos dados que geraram a média é pequena, média ou grande.

Agora, para fixar esses conteúdos não deixe de fazer as Atividades Práticas propostas e ainda, se possível, aprofunde seu conhecimento nos Materiais Complementares, ok!

Sabemos que estudar não é fácil, mas com certeza seu esforço será recompensado!

Abraços a todos e bons estudos!

Material Complementar

Indicações para saber mais sobre os assuntos abordados nesta Unidade:

Vídeos

Variância e Desvio Padrão – C7 – Clube do Enem
Variância e Desvio Padrão populacional.
https://youtu.be/I2r2HPE8L7Q

Me Passa aí! Estatística – Variância e Desvio Padrão
Cálculo de Variância e Desvio Padrão de Amostra.
https://youtu.be/Za8SUxUNVIo

Paródia – Humilde Residência – Michel Teló – Prof.Gui (Part.História Chico Hits)
Paródia abordando Média, Mediana, Moda e Desvio Padrão.
https://youtu.be/xaFMnrwb9bE

Estatística – Medidas de Dispersão – Variância e Desvio Padrão (Dica n° 58, Receita Federal)
Cálculo de Desvio Padrão explicando Amostra e População.
https://youtu.be/JgiRkdbTaRI

Estatística – Desvio Padrão
Comparação do desvio padrão e abordagem de dados homogêneos e heterogêneos.
https://youtu.be/miLpetXxZCk

Variância e Desvio Padrão
Explica a fórmula e resolve exercícios com dados brutos e dados agrupados em variável discreta e variável contínua.
https://youtu.be/aQA2fHtuv1o

Variância e Desvio Padrão "o kuadro
Variância e Desvio Padrão com exemplo de pesquisa de satisfação (população).
https://youtu.be/GAL__7kGEh4

Variância e Desvio Padrão para dados agrupados
Cálculo de Desvio Padrão com exemplo gráfico envolvendo histograma (população).
https://youtu.be/ZqYImpe5mqU

Grings – Média Desvio Padrão Proporção dados agrupados aula 7 "omatematico.com"
Desvio Padrão com dados agrupados em intervalos de valores.
https://youtu.be/zaKWIDttgnY

#01 – Conceitos de Medidas de Dispersão "Professor Guru"
Explicação conceitual de medidas de dispersão.
https://youtu.be/DUN0BpQUcNY

Vídeos

#03 – Notação de Variância e Desvio Padrão Amostral e Populacional "Professor Guru"

Diferença entre variância e desvio padrão populacional e amostral.

https://youtu.be/DUN0BpQUcNY

Desvio Padrão Amostral – Dados Brutos "Zuzinhah"

Exemplo de cálculo de Desvio Padrão Amostral com dados brutos.

https://youtu.be/10PK3V-4kFA

Desvio Padrão Amostral – Dados Agrupados "Zuzinhah"

Exemplo de cálculo de Desvio Padrão Amostral com dados agrupados, variável discreta.

https://youtu.be/vuR8xWBcOYA

Desvio Padrão Amostral – Dados Agrupados Com Intervalos "Zuzinhah"

Exemplo de cálculo de Desvio Padrão Amostral com dados agrupados, variável contínua.

https://youtu.be/JOEct2prZ-k

Leitura

Infoescola

https://goo.gl/EaadHE

Referências

CRESPO, A. A. **Estatística Fácil**. 17.ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

DOWNING, D. **Estatística Aplicada**. 2.ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

MORETTIN, L. G. **Estatística Básica**. 7.ed. São Paulo: Pearson, 2000.

NEUFELD, J. L. **Estatística Aplicada à Administração Usando o Excel**. São Paulo: Pearson, 2003.

SPIEGEL, M. R. **Estatística**. 3.ed. Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1994.

________. **Probabilidade e Estatística**. Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1977.

SILVA, E. M. **Estatística Para os Cursos de:** Economia, Administração e Ciências Contábeis. 3.ed. São Paulo:Atlas, 1999.

Cruzeiro do Sul Virtual
Educação a Distância

www.cruzeirodosulvirtual.com.br
Campus Liberdade
Rua Galvão Bueno, 868
CEP 01506-000
São Paulo - SP - Brasil
Tel: (55 11) 3385-3000

Cruzeiro do Sul
Educacional