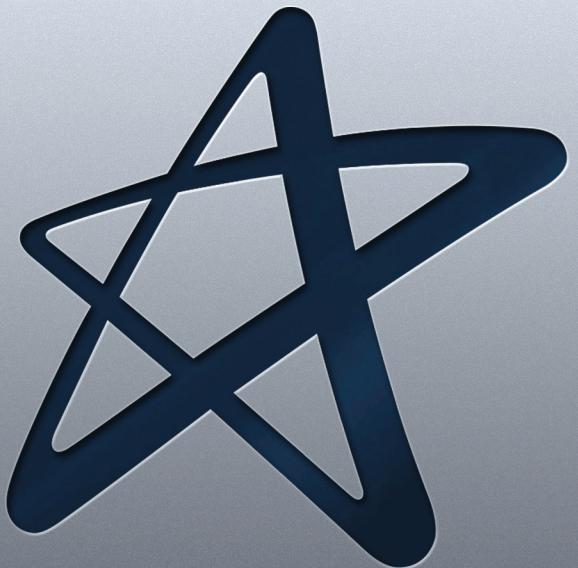


Probabilidade e Estatística



Cruzeiro do Sul Virtual
Educação a Distância

Material Teórico



Introdução à Teoria das Probabilidades

Responsável pelo Conteúdo:

Profa. Dra. Rosangela Maura Correia Bonici
Prof. Ms. Carlos Henrique de Jesus Costa

Revisão Textual:

Profa. Ms. Natalia Conti

UNIDADE

Introdução à Teoria das Probabilidades



- Introdução à Teoria das Probabilidades
- Experimento Aleatório
- Espaço Amostral – Ω
- Princípio Fundamental da Contagem (PFC)
- Probabilidade de um Evento
- Probabilidade de Eventos Complementares
- Probabilidade de Eventos Independentes: Multiplicação de Probabilidade (Intersecção de dois eventos $P(A \cap B)$, conjunção “e”)
- Probabilidade de Eventos Mutuamente Exclusivos: Adição de Probabilidade (União de dois eventos $P(A \cup B)$, conjunção “ou”)
- Finalizando



OBJETIVO DE APRENDIZADO

- Aprender um pouco sobre a Teoria das Probabilidades. Definiremos experimento aleatório, espaço amostral, evento e princípio fundamental da contagem, assim poderemos calcular a probabilidade de um evento, de um evento complementar e usar a regra da adição e da multiplicação de probabilidades.



Orientações de estudo

Para que o conteúdo desta Disciplina seja bem aproveitado e haja uma maior aplicabilidade na sua formação acadêmica e atuação profissional, siga algumas recomendações básicas:



Assim:

- ✓ Organize seus estudos de maneira que passem a fazer parte da sua rotina. Por exemplo, você poderá determinar um dia e horário fixos como o seu “momento do estudo”.
- ✓ Procure se alimentar e se hidratar quando for estudar, lembre-se de que uma alimentação saudável pode proporcionar melhor aproveitamento do estudo.
- ✓ No material de cada Unidade, há leituras indicadas. Entre elas: artigos científicos, livros, vídeos e sites para aprofundar os conhecimentos adquiridos ao longo da Unidade. Além disso, você também encontrará sugestões de conteúdo extra no item **Material Complementar**, que ampliarão sua interpretação e auxiliarão no pleno entendimento dos temas abordados.
- ✓ Após o contato com o conteúdo proposto, participe dos debates mediados em fóruns de discussão, pois irão auxiliar a verificar o quanto você absorveu de conhecimento, além de propiciar o contato com seus colegas e tutores, o que se apresenta como rico espaço de troca de ideias e aprendizagem.

Contextualização

Você tem mais probabilidade de morrer no dia do seu aniversário, do que em qualquer outro dia! Acredita nisso?

Isso é que diz o site “Vida em Equilíbrio”, quando fala sobre probabilidades, em um estudo realizado na Suíça, entre os anos de 1969 e 2008, com mais de 2 milhões de pessoas, chegou a essa conclusão. Isso acontece, pois os riscos de sofrer um infarto aumentam em 18,6%, enquanto as chances de um derrame fatal também crescem, uma alta de 21,5%. Até mesmo os números de suicídios aumentam em torno de 35%.

O site também aponta outras curiosidades, como a probabilidade de garantir o prêmio da Mega-Sena ser de 1 (uma) chance em mais de 50 milhões de possibilidades, ou seja, é mais fácil, por exemplo, ser atingido por uma peça desprendida de um avião em voo do que acertar as seis dezenas.

Continuando as curiosidades, temos que as chances de uma pessoa ser canonizada são de 1 em 20 milhões de possibilidades. Virar astronauta é ainda mais fácil, só 13,2 milhões de possibilidades. Ganhar uma medalha olímpica, então, parece quase garantido perto dessas situações, 1 em 662 mil. E agora, pensando no fim de ano, tem também a preocupação de se machucar com fogos de artifício, 1 em 19 mil.

O surgimento da probabilidade está fundamentado em relatos históricos relacionados à disseminação dos jogos de azar na Idade Média, os quais eram praticados envolvendo apostas.



Figura 1

Segundo o autor Alex Bellos (p.326), a teoria da probabilidade veio à lume no século XVI, pelo jogador Girolamo Cardano (matemático italiano, 1501-1576), que intuiu que se um acontecimento aleatório tem vários resultados prováveis, a probabilidade de qualquer resultado individual ocorrer é igual à proporção entre esse resultado e todos os resultados possíveis. Isso significa que se existe uma possibilidade em seis de algo acontecer, então a possibilidade de acontecer é de $\frac{1}{6}$. Portanto, quando jogamos um dado, a chance de sair seis é de $\frac{1}{6}$. A chance de sair um número par é de $\frac{3}{6}$, o mesmo que $\frac{1}{2}$.

A probabilidade pode ser definida como a possibilidade de algo acontecer expressada em número, fração ou em porcentagem. Conforme demonstrado no quadro a seguir, a probabilidade da incerteza é 0 (zero), a da certeza é 1 (um) e o resto está no meio.

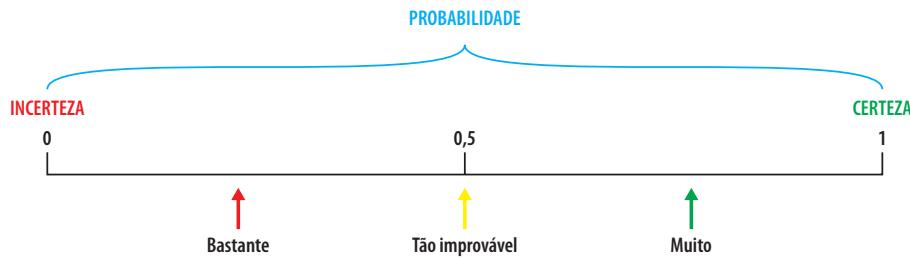


Figura 2

Atualmente, o estudo das teorias probabilísticas é de grande importância, em virtude de seus axiomas, teoremas e definições incisivas. Possui aplicação nos estudos relacionados à estatística, economia, engenharia, física, química, jogos estratégicos, sociologia, psicologia, biologia, entre outros ramos do conhecimento.

Para finalizar, veja a notícia publicada no site da USP São Carlos (Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo na cidade de São Carlos. Autora: Denise Casatti), com o seguinte título:

“Qual a probabilidade de um estatístico ficar desempregado?”

A notícia destaca que a possibilidade de um estatístico ficar desempregado é quase zero (nula) e ainda complementa que os estatísticos recebem a segunda melhor remuneração média do Brasil.



Figura 3

Complementando, o site informa, por exemplo, que empresas, academias e o governo disputam os estatísticos. Em todos os setores, o emprego das metodologias estatísticas tem se tornado uma prática comum. Os bancos, as seguradoras, a medicina, a biologia, a indústria de forma geral, o governo não sobrevivem sem um estatístico por perto.

Então, o que você está esperando para ser um estatístico?



Vida em Equilíbrio: <https://goo.gl/dNbUFS>; USP São Carlos: <https://goo.gl/rCw1PG>



Alex no País dos Números – Uma Viagem ao Mundo Maravilhoso da Matemática, autor Alex Bellos, Editora Cia das Letras, São Paulo - 2011.

Agora, não deixe de verificar o conteúdo teórico desta Unidade, trazendo definições e cálculos sobre a Teoria das Probabilidades, ok?

Introdução à Teoria das Probabilidades



"A Teoria de Probabilidade nada mais é que Senso Comum transformado em Cálculo." Autor: Laplace (matemático francês, 1749-1827).

A palavra probabilidade deriva do Latin *probare* (provar ou testar). Informalmente, “provável” é uma das muitas palavras utilizadas para eventos incertos ou conhecidos, sendo também substituída por algumas palavras como “sorte”, “risco”, “azar”, “incerteza”, “duvidoso”, dependendo do contexto.

Podemos dizer também que a probabilidade é um conceito filosófico e matemático que permite a quantificação da incerteza, permitindo que ela seja aferida, analisada e usada para a realização de previsões ou para a orientação de intervenções. É aquilo que torna possível se lidar de forma racional com problemas envolvendo o imprevisível.

O exemplo a seguir pode ajudar a entender melhor que a probabilidade é um número que mede a possibilidade de ocorrer, ou não, um resultado.

Um celular será sorteado entre os clientes de uma loja; Carlos depositou 50 cupons em uma urna e Brenda depositou 100 cupons, sendo que para esse sorteio foram acumulados 1.000 cupons. Quais as chances de cada participante nesse sorteio?

Com essas informações é possível **medir** a possibilidade de cada um ganhar o celular: como Carlos tem 50 dentre os 1.000 cupons que participam do sorteio, podemos indicar a **medida** da possibilidade de ganhar por $\frac{50}{1.000}$ (50 chances em 1.000 possibilidades), analogicamente, a medida da possibilidade de Brenda ganhar é indicada por $\frac{100}{1.000}$ (100 chances em 1.000 possibilidades) que percebemos ser o dobro das chances de Carlos.

Portanto, as frações $\frac{50}{1.000}$ e $\frac{100}{1.000}$ são chamadas de probabilidades de Carlos e Brenda ganharem, respectivamente.

Na tabela a seguir temos um resumo da forma como essas probabilidades podem ser apresentadas (fracionária, decimal ou percentual):

	Probabilidade de chances:		
	Frações	Número Decimal	Porcentagem
Carlos	$\frac{50}{1.000}$	0,05	5%
Brenda	$\frac{100}{1.000}$	0,10	10%

Experimento Aleatório

O experimento aleatório é um tipo de teste ou tentativa em que seu resultado não pode ser determinado antes de se realizar o experimento.

Todo experimento cujo resultado depende exclusivamente do “acaso” é chamado experimento aleatório.

Exemplos:

- o lançamento de uma ou várias moedas;
- o lançamento de um ou vários dados;
- o sorteio de um cupom de um total de 1.000 cupons;
- a retirada de uma carta em um baralho;
- prever a vida útil de todos os aparelhos eletrônicos de um lote.

Aprendendo com exemplos:

01) Qual a chance de ocorrência da face 1, 2 e 3 em um dado?

Resolução:

Podemos dizer que chance é:

$$\text{Face 1} = \frac{1}{6} \quad ; \quad \text{Face 2} = \frac{1}{6} \quad \text{e} \quad \text{Face 3} = \frac{1}{6}$$

↳ Lemos: 1 chance em 6 possibilidades.

02) Num grupo de 15 lâmpadas, 3 são defeituosas. Considere o experimento: uma lâmpada é escolhida ao acaso e observamos se ela é ou não defeituosa.

Resolução:

Trata-se de um experimento aleatório com dois resultados possíveis:

a) A lâmpada é defeituosa:

$$\text{chance} = \frac{3}{15} \text{ ou “simplificando” a fração por 3, temos: } \frac{3:3}{15:3} = \frac{1}{5} \text{ chance} = \frac{1}{5}$$

↳ Lemos: 3 chances em 15 possibilidades.

Obs.: Também poderíamos dizer que temos 20% (vinte por cento) de chance de escolher uma lâmpada defeituosa.

Cálculo da Porcentagem: $\frac{3}{15} \Rightarrow 3:15 = 0,20 \Rightarrow 0,20 \times 100 = 20\%$

b) A lâmpada é boa:

$$\text{chance} = \frac{12}{15} \text{ ou "simplificando" a fração por 3, temos: } \frac{12:3}{15:3} = \frac{4}{5} \text{ chance} = \frac{4}{5}$$

↳ Lemos: 12 chances em 15 possibilidades.

Obs.: Também poderíamos dizer que temos 80% (oitenta por cento) de chance de escolher uma lâmpada boa.

Cálculo da Porcentagem: $\frac{12}{15} \Rightarrow 12:15 = 0,80 \Rightarrow 0,80 \times 100 = 80\%$



Importante!

É fácil perceber que a probabilidade de se escolher a lâmpada boa é bem maior do que se escolher a lâmpada defeituosa!

Espaço Amostral - Ω

É o conjunto formado por **todos os resultados** possíveis de um experimento aleatório. Usamos a letra grega ômega, cujo símbolo é “ Ω ” (ferradura) para identificar um espaço amostral, também pode ser representado através da letra “ U ” (conjunto universo) ou também pela letra “ S ”, pois espaço em inglês é “space”.

Dentro das chaves vamos descrever todos os resultados possíveis de um experimento aleatório:

$$\Omega: \{ _, _, _, _, _, \dots \}$$

← Notação Matemática.

Aprendendo com um exemplo:

Determinar o espaço amostral nos seguintes experimentos:

a) Joga-se **uma moeda** e lê-se a figura da face voltada para cima.

Resolução: $\Omega = \{cara, coroa\}$

↳ Espaço amostral, dois resultados possíveis, cara ou coroa.



Figura 4

b) Joga-se **um dado** comum e lê-se o número voltado para cima.

Resolução:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

→ Espaço amostral, 6 (seis) resultados possíveis.

c) Jogam-se **duas moedas** e leem-se as figuras das faces voltadas para cima.

Resolução:

$$\Omega = \{(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)\}$$

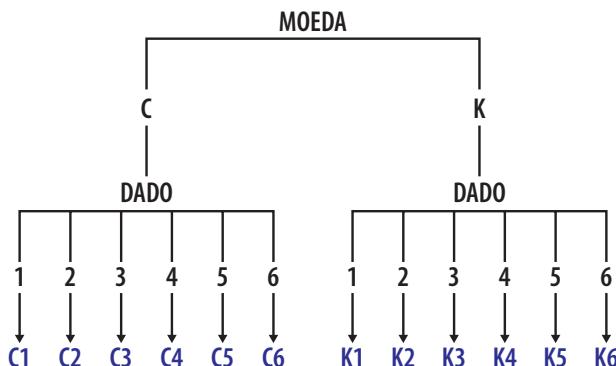
→ Espaço amostral, 4 (quatro) resultados possíveis.

d) Determine o número de resultados possíveis para o lançamento de uma moeda e um dado.

Resolução:

Há dois resultados possíveis quando lançamos a moeda: uma cara (C) ou uma coroa (K). Para cada um desses, há seis resultados possíveis quando jogamos o dado: 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ou 6. Uma maneira de listar resultados para ações que ocorrem em sequência é usar um diagrama de árvore.

Diagrama de árvore para o experimento com a moeda e o dado:



$$\Omega = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, K1, K2, K3, K4, K5, K6\}$$

Resposta: O espaço amostral tem 12 (doze) resultados possíveis.

Atividades Práticas

01) Dê o espaço amostral dos seguintes experimentos:

- lançamento simultâneo de três moedas. Faça C = cara e K = coroa.
- lançamento simultâneo de dois dados.
- distribuição dos quatro filhos de uma família, quanto ao sexo, por ordem de nascimento.
- retirada de 4 (quatro) bolas de uma urna contendo 2 bolas brancas e 5 bolas verdes.

Respostas no final desta Unidade.

Evento de um Espaço Amostral

Qualquer subconjunto de um espaço amostral é chamado evento desse espaço. Para designar um evento usaremos sempre **letras maiúsculas do alfabeto**.

Dentro das chaves vamos descrever todos os resultados possíveis de um experimento aleatório:

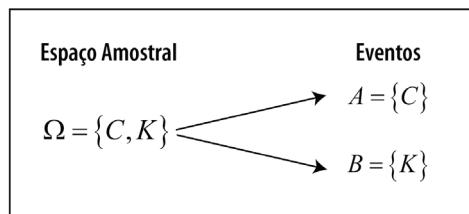
**Letras Maiúsculas do Alfabeto
(Notação Matemática).**

$$B = \{ _, _, _, _, _, \dots \}$$

Assim, qualquer que seja o evento “B”, se $B \subset \Omega$ (evento B está contido no espaço amostral Ω), então B é um evento de Ω .

Aprendendo com exemplos

01) Seja o experimento aleatório o lançamento de uma moeda, faça C = cara e K = coroa, temos que:



Note que os eventos A e B são subconjuntos do espaço amostral, ou seja, os eventos A e B estão contidos em Ω .

02) Seja o experimento aleatório o lançamento de um dado comum e a observação do número voltado para cima, temos que:

Resultado	
Espaço amostral	$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Evento A: Ocorrência de n° par.	$A = \{2, 4, 6\}$
Evento B: Ocorrência de n° ímpar e múltiplo de 3.	$B = \{3\}$ O evento que contém somente UM elemento é chamado de evento elementar.
Evento C: Ocorrência de um n° menor que 7.	$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Este tipo de evento composto por TODOS os elementos do espaço amostral é chamado de evento certo.
Evento D: Ocorrência do n°5.	$D = \{5\}$ O evento que contém somente UM elemento é chamado de evento elementar.
Evento E: Ocorrência de um n° maior que 6.	$E = \{\}$ O evento, cujo resultado do conjunto é vazio é chamado de evento impossível.



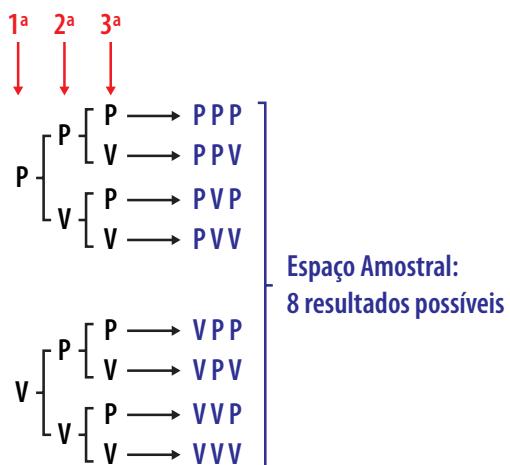
Importante!

Dado o evento $B = \{_, _, _, \dots\}$, temos que:

- Se $B = \Omega$, é chamado Evento Certo.
- $B \subset \Omega$ e B é um conjunto unitário, B é chamado Evento Elementar.
- Se $B = \{\}$ vazio, B é chamado Evento Impossível.

03) Uma urna contém 3 bolas Pretas e 3 bolas Vermelhas. Dessa urna são retiradas sucessivamente 3 bolas.

Diagrama de árvore: P = bola preta e V = bola vermelha



Responda:

a) O Espaço Amostral será:

$$\Omega = \{PPP, PPV, PVP, PVV, VPP, VPV, VVP, VVV\}$$

b) Evento B: as três bolas tem a mesma cor:

$$B = \{PPP, VVV\}$$

c) Evento C: duas das bolas são pretas:

$$\Omega = \{PPV, PVP, VPP\}$$

d) Evento D: as três bolas são vermelhas:

$$\Omega = \{VVV\} \quad \leftarrow \text{Evento Elementar}$$

e) Evento E: o número de bolas pretas é igual ao número de bolas vermelhas:

$$\Omega = \{ \} \quad \leftarrow \text{Evento Impossível}$$

Princípio Fundamental da Contagem (PFC)

Em alguns casos, um evento pode ocorrer de diversas maneiras distintas, o que faz com que não seja prático escrever todos os resultados. Quando isso ocorre, você pode confiar no princípio fundamental da contagem. Ele pode ser usado para encontrar o número de maneiras em que dois ou mais eventos podem ocorrer em sequência.

“Se um evento pode ocorrer de ***p*** maneiras e um segundo evento pode ocorrer de ***q*** maneiras, o número de maneiras que os dois eventos podem ocorrer em sequência é ***p x q***.”

Essa regra pode ser expandida para qualquer número de eventos ocorrendo em sequência.

Aprendendo com exemplos

1) Numa clínica de estética existem 2 portas que dão para um saguão onde há 3 elevadores. De quantas maneiras diferentes podemos subir para o quarto andar dessa clínica?

Resolução:

Há duas portas e três elevadores. Usando o princípio fundamental da contagem (PFC), podemos concluir que o número de maneiras para optarmos por uma porta e um elevador é:

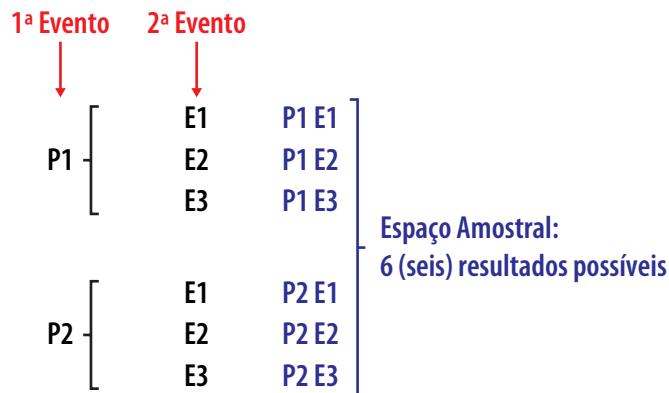
nº de possibilidades de portas (1^a etapa).

$$2 \times 3 = 6 \text{ maneiras.}$$

nº de possibilidades de elevadores (2^a etapa).

Conferindo através do diagrama de árvore:

Diagrama de árvore, 2 portas que dão para um saguão com 3 elevadores, P = porta e E = elevador



Resposta: O espaço amostral tem 6 (seis) resultados possíveis.

2) Ao comprarmos um carro novo, temos as seguintes opções:

Montadora: Toyota, Honda e Mercedes

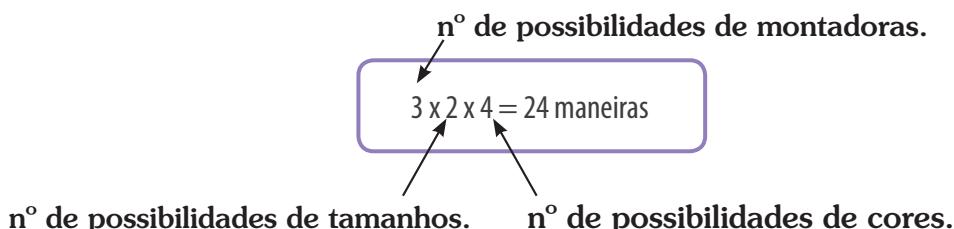
Tamanho: compacto, sedan

Cor: preto (P), vermelho (V), branco (B), cinza (C)

De quantas maneiras diferentes podemos escolher uma montadora, um tamanho e uma cor?

Resolução:

Há três escolhas de montadora, dois tamanhos e quatro cores. Usando o princípio fundamental da contagem (PFC), podemos concluir que o número de maneiras para optarmos por uma montadora, um tamanho e uma cor é:

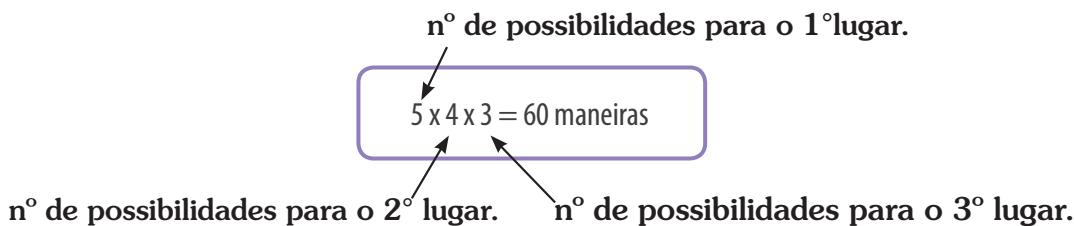


Resposta: O espaço amostral tem 24 (vinte e quatro) resultados possíveis.

3) Cinco carros (C1 , C2, C3, C4 e C5) disputam uma corrida. Quantas são as possibilidades de chegada para os três primeiros lugares?

Resolução:

Já que cada carro ocupa somente uma posição, há 5 carros para disputar o primeiro lugar, sobraram 4 carros para disputar o segundo lugar e 3 carros restantes disputando o terceiro lugar. Usando o princípio fundamental da contagem (PFC), podemos concluir que o número de maneiras de chegada para os três primeiros lugares é:



Resposta: O espaço amostral tem 60 (sessenta) resultados possíveis.



Agora é a sua vez!
Use um Diagrama de Árvore para checar o resultado dos exemplos 2 e 3, ok?

Atividades Práticas

2) Uma marcenaria tem dez desenhos para mesas e quatro desenhos para cadeiras. Quantos pares de desenhos de mesa e cadeira pode a marcenaria formar?

Respostas no final desta Unidade.

3) O código de acesso para o sistema de segurança de um carro consiste em quatro dígitos. Cada dígito pode ser de 0 a 9.

Código de Acesso			
1º	2º	3º	4º

Quantos códigos de acesso são possíveis se:

- f) Cada dígito pode ser usado somente uma vez e não pode ser repetido?
- g) Cada dígito pode ser repetido?
- h) Cada dígito pode ser repetido, mas o primeiro dígito não pode ser 0 (zero)?

Respostas no final desta Unidade.

4) Um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de pratos de carne, 5 variedades de bebidas e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja uma salada, um prato de carne, uma bebida e uma sobremesa. De quantas maneiras a pessoa poderá fazer seu pedido?

Respostas no final desta Unidade.

Probabilidade de um Evento

Para calcular a probabilidade de um evento, devemos fazer:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

← Número de maneiras como o evento pode ocorrer.
← Número de elementos do espaço amostral.

Obs.: Devemos expressar a probabilidade de um evento por números fracionários ou decimais usando sempre três casas decimais significativas.

Por exemplo:

$P = 0,0000128506$ arredondar para $0,0000129$ (três casas decimais significativas).



Importante!

A probabilidade de um evento é sempre um número menor ou igual a 1.
 A soma de $P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1$.

Aprendendo com exemplos:

1) Considerando o lançamento de uma moeda e o evento A “obter cara”, temos:

Resolução:

1. Espaço Amostral: $\Omega = \{ \text{cara}, \text{coroa} \} \Rightarrow n(\Omega) = 2$
2. Evento A: $A = \{ \text{cara} \} \Rightarrow n(A) = 1$

Logo:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,5 \quad \text{ou} \quad P(A) = 50\%$$

Resposta: Ao lançarmos uma moeda, temos 0,5 ou 50% de chance de que apareça “cara” na face superior.

2) No lançamento de um dado, qual é a probabilidade de se obter, na face voltada para cima, um número de pontos menor que três?

Resolução:

Espaço Amostral: $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

Evento A: $A = \{ 1, 2 \} \Rightarrow n(A) = 2$

Logo:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{6} \quad \text{ou} \quad P(A) = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,333 \quad \text{ou} \quad P(A) = 33,3\%$$

Resposta: Ao lançarmos um dado, temos 0,333 ou 33,3% de chance de que apareça “um número menor que três” na face voltada para cima.

3) Um cupom será sorteado dentre 10.000 cupons. Sabendo-se que alguém enviou exatamente 100 cupons, qual a probabilidade de ele ser sorteado?

Resolução:

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 10.000$

Evento A: $n(A) = 100$

Logo:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{100}{10.000} \quad \text{ou} \quad P(A) = \frac{1}{100} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,01 \quad \text{ou} \quad P(A) = 1\%$$

Resposta: A probabilidade de ser sorteado é de 0,01 ou 1%.

4) Uma seguradora fez um levantamento sobre mortes causadas por acidentes domésticos conforme a tabela a seguir:

Tipo de Mortes	Frequências (f_i)
Quedas	160
Envenenamento	120
Fogo ou Queimaduras	70
Total	$\sum (f_i) = 350$

Selecionando aleatoriamente um desses casos, qual a probabilidade de que a morte tenha sido causada por envenenamento?

Resolução:

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 350$

Evento A (envenenamento): $n(A) = 120$

Logo: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{120}{350}$ ← Frequênciade mortes porenenvenenamento.
← Frequênciatal.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{120}{350} \quad \text{ou} \quad P(A) = \frac{12}{35} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,343 \quad \text{ou} \quad P(A) = 34,3\%$$

Resposta: A probabilidade de morte por envenenamento é de 0,343 ou 34,3%.

Atividades práticas

05) Uma empresa está conduzindo uma pesquisa online com indivíduos selecionados aleatoriamente para determinar se o congestionamento no trânsito é um problema em sua comunidade. Até agora, 720 pessoas responderam à pesquisa. A distribuição de frequência mostra os resultados. Qual é a probabilidade de que a próxima pessoa que responda a essa pesquisa diga que o congestionamento é um problema sério em sua comunidade?

Resposta	Frequências (f_i)
É um problema sério.	325
É um problema moderado.	208
Não é um problema.	187
Total	$\Sigma (f_i) = 720$

Respostas no final desta Unidade.

06) Uma empresa de seguro determina que de cada 100 reclamações, 5 são fraudulentas. Qual é a probabilidade de que a próxima reclamação recebida pela empresa seja fraudulenta?

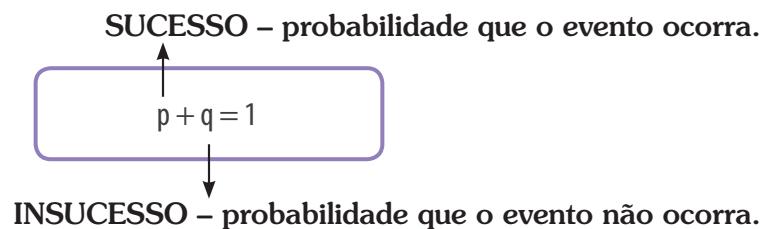
Respostas no final desta Unidade.

07) Jogando-se dois dados, qual a probabilidade de que a soma dos pontos obtidos seja menor que 5?

Respostas no final desta Unidade.

Probabilidade de Eventos Complementares

Sabemos que um evento pode ocorrer ou não. Sendo “p” a probabilidade de que ele ocorra (**sucesso**) e “q” a probabilidade de que ele não ocorra (**insucesso**), para um mesmo evento existe sempre a seguinte relação:



Isolando o “q” (insucesso), temos:

$$q = 1 - p$$



Importante!

A soma das probabilidades de todos os resultados em um espaço amostral é 1 ou 100%. Um resultado importante desse fato é que, por exemplo, se sabemos a probabilidade de um evento “A”, podemos encontrar a probabilidade de **um complemento do evento “A”**.

Aprendendo com um exemplo

Sabemos que a probabilidade de tirar o número 4 no lançamento de um dado é $p = \frac{1}{6}$ (sucesso). Logo, a probabilidade de não tirar o 4 no lançamento do dado (insucesso) é:

Resolução:

Substituindo na relação de eventos complementares, temos:

$$q = 1 - p \Rightarrow q = 1 - \frac{1}{6} \Rightarrow q = \frac{6-1}{6} \Rightarrow q = \frac{5}{6} \quad \text{ou} \quad q = 0,833 \quad \text{ou} \quad q = 83,3\%$$

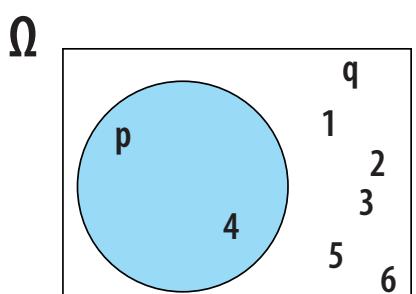
MMC

$$q = 1 - p \Rightarrow q = 1 - \frac{1}{6} \Rightarrow q = 1 - 0,167 \Rightarrow q = 0,833 \quad \text{ou} \quad q = 83,3\%$$

Divisão da fração:

$$\frac{1}{6} \Rightarrow 1:6 = 0,167$$

Observe a representação Gráfica:



A área do retângulo representa a probabilidade total do espaço amostral “ Ω ”, 1 = 100%. A área do círculo representa a probabilidade do evento “p” (sucesso) e a área fora do círculo representa a probabilidade do insucesso “q” (complemento do evento “p”).

Resposta: A probabilidade do insucesso (de não tirar 4 no dado) é 0,833 ou 83,3%.

Atividades Práticas

08) Considere o lançamento de um dado, calcule a probabilidade de:

- a) sair um múltiplo de 3;
- b) não sair um múltiplo de 3.

Respostas no final desta Unidade.

09) A tabela a seguir mostra o nível educacional atingido pelos funcionários de uma empresa.

Nível Educacional	Frequências (f_i)
Ensino Fundamental	9
Ensino Médio	18
Bacharelado	33
Mestrado	21
Doutorado	8
Total	$\sum (f_i) = 89$

Calcule a probabilidade de:

- a) que o funcionário possua o nível educacional Bacharelado;
- b) que um funcionário não tenha o nível educacional Bacharelado.

Respostas no final desta Unidade.

Probabilidade de Eventos Independentes: Multiplicação de Probabilidade (Intersecção de dois eventos $P(A \cap B)$, conjunção “e”)

Dizemos que dois eventos são independentes quando a realização ou não realização de um dos eventos não afeta a probabilidade da realização do outro e vice versa.

Se dois eventos são independentes, a probabilidade de que eles se realizem simultaneamente é igual ao produto (multiplicação) das possibilidades de realização dos eventos.

$$P = P_1 \times P_2$$



Importante!

Regra análoga ao princípio fundamental da contagem (PFC), denominada regra do produto (Probabilidade = $P_1 \times P_2 \times P_3 \times \dots \times P_n$).

Aprendendo com exemplos

01) Quatro moedas são lançadas. Qual a probabilidade de que apareça coroa nas quatro moedas?

Resolução:

Espaço Amostral: $\Omega = \{ \text{cara}, \text{coroa} \}$ $\Rightarrow n(\Omega) = 2$

Evento A: $A = \{ \text{coroa} \}$ $\Rightarrow n(A) = 1$

$$1^{\text{a}} \text{ Moeda} \Rightarrow P_1 = \frac{1}{2}$$

$$3^{\text{a}} \text{ Moeda} \Rightarrow P_3 = \frac{1}{2}$$

$$2^{\text{o}} \text{ Moeda} \Rightarrow P_2 = \frac{1}{2}$$

$$4^{\text{a}} \text{ Moeda} \Rightarrow P_4 = \frac{1}{2}$$

Portanto, como os eventos são independentes, ou seja, nenhuma moeda depende da outra, vamos multiplicar os resultados (regra de eventos independentes), assim temos:

$$P = P_1 \times P_2 \times P_3 \times P_4 \Rightarrow P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{16}$$

Podemos constatar visualmente todas as combinações possíveis das quatro moedas que foram lançadas, conforme tabela a seguir:

Eventos Independentes	Possibilidades de lançamentos de 4 moedas (C = cara e K = coroa).															
	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	12 ^a	13 ^a	14 ^a	15 ^a	16 ^a
1 ^a Moeda	C	C	C	C	C	C	C	C	K	K	K	K	K	K	K	K
2 ^a Moeda	C	C	C	C	K	K	K	K	C	C	C	K	K	K	K	K
3 ^a Moeda	C	C	K	K	C	C	K	K	C	C	K	K	C	C	K	K
4 ^a Moeda	C	K	C	K	C	K	C	K	C	K	C	K	C	K	C	K

Veja que por essa tabela, há 16 resultados prováveis, e apenas em um deles aparecem quatro coroas nas quatro moedas lançadas, ou seja, a probabilidade é de:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{16} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,063 \quad \text{ou} \quad P(A) = 6,3\%$$

Resposta: Ao lançarmos quatro moedas, temos 0,063 ou 6,3% de chance de que apareça “coroa” nas quatro moedas simultaneamente.

02) A probabilidade de que uma certa cirurgia no joelho seja um sucesso é de 0,85 ou 85%.

- a) Encontre a probabilidade de que duas cirurgias sejam um sucesso.
- b) Encontre a probabilidade de que nenhuma das duas cirurgias seja um sucesso.

a) Resolução:

A probabilidade de que cada cirurgia seja um sucesso é de 0,85 ou 85%. A chance de um sucesso para uma cirurgia é independente das chances para a outra cirurgia.

Portanto, como os eventos são independentes, ou seja, nenhuma cirurgia depende da outra, vamos multiplicar os resultados (regra de eventos independentes), assim temos:

$$P = P_1 \times P_2 \Rightarrow P = 0,85 \times 0,85 \Rightarrow P = 0,723 \text{ ou } 72,3\%$$

Resposta: A probabilidade de que as duas cirurgias sejam um sucesso é de aproximadamente 0,723 ou 72,3%.

b) Resolução:

Já que a probabilidade de sucesso para uma cirurgia é de 0,85 ou 85%, a probabilidade de falha (insucesso) para uma cirurgia é:

$$q = 1 - p \Rightarrow q = 1 - 0,85 \Rightarrow q = 0,15 \text{ ou } q = 15\%$$

Relação de Eventos Complementares: $q = 1 - p$ (insucesso)

Probabilidade de nenhum sucesso nas duas cirurgias:

$$P = P_1 \times P_2 \Rightarrow P = 0,15 \times 0,15 \Rightarrow P = 0,023 \text{ ou } 2,3\%$$

Resposta: A probabilidade de que nenhuma cirurgia seja um sucesso é de aproximadamente 0,023 ou 2,3%.

Atividades Práticas

10) De dois baralhos de 52 cartas retiram-se, simultaneamente, uma carta do primeiro baralho e uma carta do segundo. Qual a probabilidade de a carta do primeiro baralho ser um rei e a do segundo baralho ser o 5 de paus?

Respostas no final desta Unidade.

11) Em uma pesquisa realizada em um júri, 65% das pessoas são mulheres. Dessa, uma de cada quatro trabalha na área educacional.

- Encontre a probabilidade de que uma pessoa selecionada aleatoriamente do júri seja mulher e trabalhe na área educacional.
- Encontre a probabilidade de que uma pessoa selecionada aleatoriamente do júri seja mulher e não trabalhe na área educacional.

Probabilidade de Eventos Mutuamente Exclusivos: Adição de Probabilidade (União de dois eventos $P(A \cup B)$, conjunção “ou”)

Dizemos que dois ou mais eventos são mutuamente exclusivos quando a realização de um exclui a realização do(s) outro(s), ou seja, quando queremos juntar dois conjuntos ou eventos, em probabilidade dizemos que queremos fazer a união de dois eventos.

Se dois eventos são mutuamente exclusivos, a probabilidade de que um ou outro se realize é igual à soma das probabilidades de que cada um deles se realize.

$$P = P_1 + P_2$$

2ª Probabilidade/Evento.
 1ª Probabilidade/Evento.

Aprendendo com exemplos

01) Uma urna contém cinco bolas vermelhas (V), três bolas pretas (P) e quatro bolas brancas (B). Retira-se, ao acaso, uma bola da urna. Qual é a probabilidade de sair uma bola vermelha ou uma bola preta?

Resolução:

Espaço Amostral: $\Omega = \{V, V, V, V, V, P, P, P, B, B, B, B\} \Rightarrow n(\Omega) = 12$

Vamos definir os dois eventos A e B, conforme segue:

- Evento A, uma bola vermelha:

$$A = \{V, V, V, V, V\} \Rightarrow n(A) = 5 \quad \text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{12}$$

- Evento B, uma bola preta:

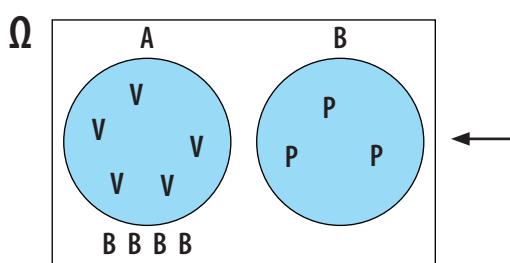
$$B = \{P, P, P\} \Rightarrow n(B) = 3 \quad \text{Logo: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{12}$$

Se a bola for vermelha, não pode ser preta. Então, os eventos são mutuamente exclusivos, vamos uni-los somando os resultados, assim vamos acumular as probabilidades de escolha:

$$P = P(A) + P(B) \Rightarrow P = \frac{5}{12} + \frac{3}{12} \Rightarrow P = \frac{8}{12} \text{ ou } P = \frac{2}{3} \text{ ou } P = 0,667 \text{ ou } P = 66,7\%$$

Somamos apenas os numeradores das frações, pois possuem o mesmo denominador “12”.

Observe a representação Gráfica:



A área do retângulo representa a probabilidade total do espaço amostral.

A área do círculo “A” representa a probabilidade de retirada de bolas vermelhas e a área do círculo “B” representa a probabilidade de retirada de bolas pretas.

Então, pelo diagrama percebemos que A e B são mutuamente exclusivos, ou seja, se a bola for vermelha, não pode ser preta.

Resposta: A probabilidade de sair da urna uma bola vermelha ou uma bola preta é de aproximadamente 0,667 ou 66,7%.

02) A distribuição de frequência mostra o volume de vendas (em dólares) e o número de meses em que um representante de vendas atingiu cada nível de vendas nos últimos três anos. Se esse padrão de vendas continuar, qual a probabilidade de que o representante venda entre \$ 75.000 e \$ 125.000 no próximo mês?

Volume de vendas Us\$	Meses
0 — 25.000	3
25.000 — 50.000	5
50.000 — 75.000	6
75.000 — 100.000	7
100.000 — 125.000	9
125.000 — 150.000	2
150.000 — 175.000	3
175.000 — 200.000	1
Total	$\sum(f_i) = 36$

Resolução:

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 36$

Vamos definir os eventos A e B, conforme segue:

Evento A, vendas mensais de 75.000 \vdash 100.000: $n(A) = 7$

$$\text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{7}{36}$$

Evento B, vendas mensais de 100.000 \vdash 125.000: $n(B) = 9$

$$\text{Logo: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(B) = \frac{9}{36}$$

Como os eventos A e B são mutuamente exclusivos, vamos unir os dois eventos somando os resultados, assim vamos acumular as probabilidades:

$$P = P(A) + P(B) \Rightarrow P = \frac{7}{36} + \frac{9}{36} \Rightarrow P = \frac{16}{36} \text{ ou } P = \frac{4}{9} \text{ ou } P = 0,444 \text{ ou } P = 44,4\%$$

Resposta: A probabilidade de que o representante venda entre \$ 75.000 e 125.000 no próximo mês é de aproximadamente 0,444 ou 44,4%.

Atividades Práticas

12) Um lote é formado por 10 peças boas, 4 com defeitos simples e 2 com defeitos graves. Uma peça é escolhida ao acaso. Calcule a probabilidade de que:

- a) ela tenha defeitos graves;
- b) ela não tenha defeitos;
- c) ela tenha defeitos simples ou tenha defeitos graves.

13) Um banco de sangue cataloga os tipos de sangue, incluindo fator Rh positivo ou negativo, dado por doadores durante a semana. O número de doadores que doou cada tipo sanguíneo é mostrado na tabela a seguir.

		Tipo sanguíneo				
		0	A	B	AB	Total
Fator Rh	Positivo	156	139	37	12	344
	Negativo	28	25	8	4	65
	Total	184	164	45	16	409

Um doador é selecionado aleatoriamente, então:

- a) Calcule a probabilidade de que o doador tenha sangue tipo O ou tipo A.
- b) Calcule a probabilidade de que o doador tenha sangue tipo B ou tipo AB.

Resoluções de Atividades Práticas:

Espaço Amostral:

01) a) lançamento simultâneo de três moedas. Faça C = cara e K = coroa.

Diagrama de árvore, lançamento de 3 moedas, C = cara e K = coroa



$$\Omega = \{ CCC, CCK, CKC, CKK, KCC, KCK, KKC, KKK \}$$

Resposta: O espaço amostral tem 8 (oito) resultados possíveis.

b) lançamento simultâneo de dois dados.

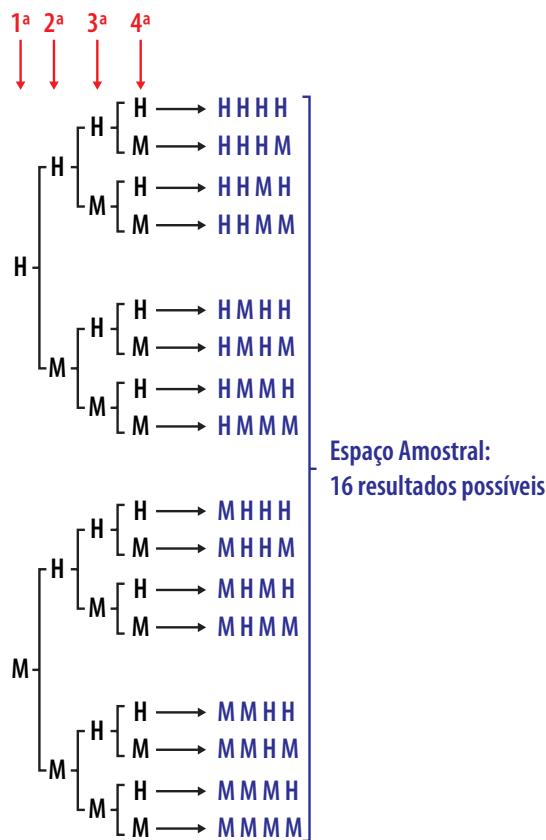
Para facilitar, vamos utilizar a tabela a seguir para interpretar o espaço amostral:

Dados		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Resposta: O espaço amostral tem 36 (trinta e seis) resultados possíveis.

c) distribuição dos quatro filhos de uma família, quanto ao sexo, por ordem de nascimento.

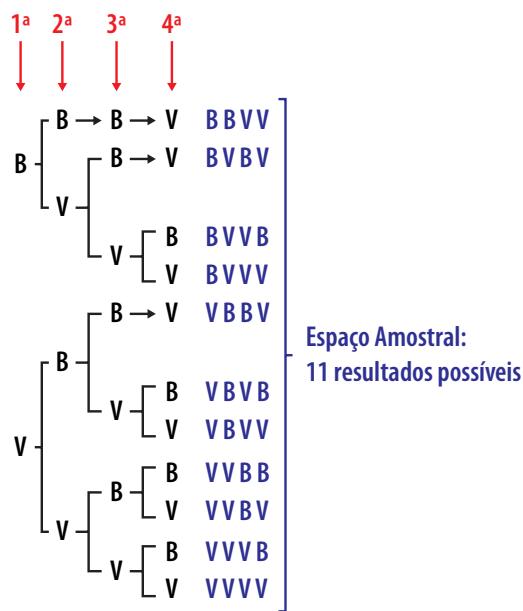
Diagrama de árvore, distribuição de quatro filhos, quanto ao sexo, por ordem de nascimento, M = mulher H = homem



Resposta: O espaço amostral tem 16 (dezesseis) resultados possíveis.

- d) retirada de 4 (quatro) bolas de uma urna contendo 2 bolas brancas e 5 bolas verdes.

Diagrama de árvore, retirada de 4 bolas de uma urna contendo 2 bolas brancas e 5 bolas verdes, B = branca e V = Verde



Resposta: O espaço amostral tem 11 (onze) resultados possíveis.

Princípio Fundamental da Contagem (PFC):

02) Há dez desenhos para mesas e quatro desenhos para cadeira. Usando o princípio fundamental da contagem (PFC), podemos concluir que o número de maneiras para selecionarmos uma mesa e uma cadeira é **10 x 4 = 40 maneiras**.

03) a) Já que cada dígito pode ser usado somente uma vez, há 10 números para o primeiro dígito, sobraram 9 números para o segundo dígito, 8 restantes para o terceiro dígito e 7 números para o 4º dígito. Usando o princípio fundamental da contagem (PFC), podemos concluir que há **10 x 9 x 8 x 7 = 5040 maneiras** possíveis de códigos de acesso.

b) Como cada dígito pode ser repetido, há 10 números para cada um dos 4 dígitos. Então há **10 x 10 x 10 x 10 = 10.000 maneiras** possíveis de códigos de acesso.

c) Em virtude de o primeiro dígito não poder ser 0 (zero), há 9 números para o primeiro dígito e 10 números para cada um dos três dígitos restantes. Então há **9 x 10 x 10 x 10 = 9.000 maneiras** possíveis de códigos de acesso.

04) Há duas saladas, quatro tipos de carne, cinco variedades de bebidas e três sobremesas diferentes. Usando o princípio fundamental da contagem (PFC), podemos concluir que o número de maneiras para selecionarmos uma salada, uma carne, uma bebida e uma sobremesa é **2 x 4 x 5 x 3 = 120 maneiras**.

Probabilidade:

05) Espaço Amostral: $n(\Omega) = 720$

Evento A (É um problema sério): $n(A) = 325$

$$\text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{325}{720} \leftarrow \text{Frequência de "É um problema sério".}$$

$\leftarrow \text{Frequência total.}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{325}{720} \quad \text{ou} \quad P(A) = \frac{65}{144} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,451 \quad \text{ou} \quad P(A) = 45,1\%$$

Resposta: A probabilidade empírica de que a próxima pessoa diga que o congestionamento é um problema sério em sua comunidade é 0,451 ou 45,1%.

06) Espaço Amostral: $n(\Omega) = 100$

Evento A (fraudulentas): $n(A) = 5$

$$\text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{100} \quad \text{ou} \quad P(A) = \frac{1}{20} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,05 \quad \text{ou} \quad P(A) = 5\%$$

Resposta: A probabilidade empírica de que a próxima reclamação recebida pela empresa seja fraudulenta é 0,05 ou 5%.

07) Para facilitar, vamos utilizar a tabela a seguir para interpretar o espaço amostral e o evento:

Dados		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 36$

Evento A (soma menor que 5): $n(A) = 6$

$$\text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} \quad \text{ou} \quad P(A) = \frac{1}{6} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,167 \quad \text{ou} \quad P(A) = 16,7\%$$

Resposta: Ao lançarmos dois dados, a probabilidade de que a soma seja menor que 5 é de 0,167 ou 16,7%.

08) a) Espaço Amostral: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

Evento A: $A = \{3, 6\} \Rightarrow n(A) = 2$

$$\text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{6} \quad \text{ou} \quad P(A) = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,333 \quad \text{ou} \quad P(A) = 33,3\%$$

Resposta: A probabilidade de sair no dado um número múltiplo de 3 é de 0,333 ou 33,3%.

b) Utilizando a fórmula do Evento Complementar: $q = 1 - p$

$$q = 1 - p \Rightarrow q = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow q = \frac{3-1}{3} \Rightarrow q = \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad q = 0,667 \quad \text{ou} \quad q = 66,7\%$$

ou

$$q = 1 - p \Rightarrow q = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow q = 1 - 0,333 \Rightarrow q = 0,667 \quad \text{ou} \quad q = 66,7\%$$

Resposta: A probabilidade de não sair no dado um número múltiplo de 3 é de 0,667 ou 66,7%.

09) a) Espaço Amostral: $n(\Omega) = 89$

Evento A: $n(A) = 33$

$$\text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{33}{89} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,371 \quad \text{ou} \quad P(A) = 37,1\%$$

Resposta: A probabilidade de um funcionário ter o Bacharelado é de 0,371 ou 37,1%.

b) Utilizando a fórmula do Evento Complementar: $q = 1 - p$

$$q = 1 - p \Rightarrow q = 1 - \frac{33}{89} \Rightarrow q = \frac{89 - 33}{89} \Rightarrow q = \frac{56}{89} \quad \text{ou} \quad q = 0,629 \quad \text{ou} \quad q = 62,9\%$$

ou

$$q = 1 - p \Rightarrow q = 1 - \frac{33}{89} \Rightarrow q = 1 - 0,371 \Rightarrow q = 0,629 \quad \text{ou} \quad q = 62,9\%$$

Resposta: A probabilidade de um funcionário não ter o Bacharelado é de 0,629 ou 62,9%.

10) Como os eventos são independentes, ou seja, temos um baralho para cada evento, vamos calcular a probabilidade de cada evento e depois multiplicar os resultados (regra de eventos independentes):

1ª Probabilidade: carta retirada ser um rei (lembrando que temos 4 naipes no baralho, portanto 4 reis).

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 52$

Evento A: $A = \{ \text{rei de ouro, rei de espada, rei de paus, rei de copas} \} \Rightarrow n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{52} \quad \text{ou} \quad P(A) = \frac{1}{13} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,077 \quad \text{ou} \quad P(A) = 7,7\%$$

2ª Probabilidade: carta retirada ser um 5 de paus.

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 52$

Evento B: $B = \{ 5 \text{ de paus} \} \Rightarrow n(B) = 1$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{52} \quad \text{ou} \quad P(B) = 0,019 \quad \text{ou} \quad P(B) = 1,9\%$$

Agora, vamos multiplicar os resultados (regra de eventos independentes), assim temos:

$$P = P(A) \times P(B) \Rightarrow P = \frac{1}{13} \times \frac{1}{52} \Rightarrow P = \frac{1}{676} \quad \text{ou} \quad P = 0,00148 \quad \text{ou} \quad p = 0,15\%$$

Resposta: Então, a probabilidade de tirarmos um rei no primeiro baralho e depois um 5 de paus no segundo baralho é de $\frac{1}{676}$ (1 chance em 676 possibilidades) ou de aproximadamente 0,00148 ou 0,15%.

11) a) Como os eventos são independentes, ou seja, temos 65% das pessoas do júri ser mulher e uma de cada quatro trabalhar na área educacional, vamos multiplicar os resultados (regra de eventos independentes):

1^a Probabilidade: 65% ou 0,65 das pessoas do júri são mulheres.

2^a Probabilidade: uma de cada quatro trabalha na área educacional.

$$P = \frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad P = 0,25 \quad \text{ou} \quad P = 25\%$$

Agora, vamos multiplicar os resultados (regra de eventos independentes), assim temos:

$$P = P_1 \times P_2 \Rightarrow P = 0,65 \times 0,25 \Rightarrow P = 0,163 \quad \text{ou} \quad p = 16,3\%$$

Resposta: Então, a probabilidade de selecionarmos uma pessoa do júri que seja mulher e que trabalhe na área educacional é de aproximadamente 0,163 ou 16,3%.

b) **1^a Probabilidade:** 65% ou 0,65 das pessoas do júri são mulheres.

2^a Probabilidade: Já que a probabilidade de uma pessoa selecionada trabalhe na área educacional é de 0,25 ou 25%, a probabilidade de que não trabalhe na área educacional é:

$$q = 1 - p \Rightarrow q = 1 - 0,25 \Rightarrow q = 0,75 \quad \text{ou} \quad q = 75\%$$

└ **Relação de Eventos Complementares:**
q = 1 - p (insucesso)

Probabilidade de a pessoa do júri ser mulher e não trabalhar na área educacional:

$$P = P_1 \times P_2 \Rightarrow P = 0,65 \times 0,75 \Rightarrow P = 0,488 \quad \text{ou} \quad 48,8\%$$

Resposta: Então, a probabilidade de selecionarmos uma pessoa do júri que seja mulher e que não trabalhe na área educacional é de aproximadamente 0,488 ou 48,8%.

12) a) ela tenha defeitos graves:

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 16$

Evento A (defeitos graves): $n(A) = 2$

$$\text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{16} \quad \text{ou} \quad P(A) = \frac{1}{8} \quad \text{ou} \quad P(A) = 0,125 \quad \text{ou} \quad P(A) = 12,5\%$$

Resposta: A probabilidade de escolhermos uma peça com defeitos graves é de 0,125 ou 12,5%.

b) ela não tenha defeitos, então é uma peça boa:

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 16$

Evento B (peças boas): $n(B) = 10$

$$\text{Logo: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(B) = \frac{10}{16} \quad \text{ou} \quad P(B) = \frac{5}{8} \quad \text{ou} \quad P(B) = 0,625 \quad \text{ou} \quad P(B) = 62,5\%$$

Resposta: A probabilidade de escolhermos uma peça que não tenha defeitos é de 0,625 ou 62,5%.

c) ela tenha defeitos simples ou tenha defeitos graves.

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 16$

Vamos definir os dois eventos A e B, conforme segue:

- Evento A, ela tenha defeitos simples:

$$n(A) = 4 \quad \text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{16}$$

- Evento B, ela tenha defeitos graves:

$$n(B) = 2 \quad \text{Logo: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{16}$$

Se a peça tem defeitos simples, não pode ter defeitos graves. Então, os eventos são mutuamente exclusivos, vamos unir os dois eventos somando os resultados, assim vamos acumular as probabilidades de escolha:

$$P = P(A) + P(B) \Rightarrow P = \frac{4}{16} + \frac{2}{16} \Rightarrow P = \frac{6}{16} \quad \text{ou} \quad P = \frac{3}{8} \quad \text{ou} \quad P = 0,375 \quad \text{ou} \quad P = 37,5\%$$

Resposta: A probabilidade de escolhermos uma peça com defeitos simples ou com defeitos graves é de 0,375 ou 37,5%.

13) a) Calcule a probabilidade de que o doador tenha sangue tipo O ou tipo A.

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 409$

Vamos definir os dois eventos, conforme segue:

- Evento O, o doador tenha sangue tipo O:

$$n(O) = 184 \quad \text{Logo: } P(O) = \frac{n(O)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(O) = \frac{184}{409}$$

- Evento A, o doador tenha sangue tipo A:

$$n(A) = 164 \quad \text{Logo: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{164}{409}$$

Se o doador tem sangue tipo O, não pode ter sangue tipo A. Então, os eventos são mutuamente exclusivos. Vamos unir os dois eventos somando os resultados, assim vamos acumular as probabilidades de escolha:

$$P = P(O) + P(A) \Rightarrow P = \frac{184}{409} + \frac{164}{409} \Rightarrow P = \frac{348}{409} \quad \text{ou} \quad P = 0,851 \quad \text{ou} \quad P = 85,1\%$$

Resposta: A probabilidade de que o doador escolhido aleatoriamente tenha sangue tipo O ou tipo A é de aproximadamente 0,851 ou 85,1%.

b) Calcule a probabilidade de que o doador tenha sangue tipo B ou tipo AB.

Espaço Amostral: $n(\Omega) = 409$

Vamos definir os dois eventos, conforme segue:

- Evento B, o doador tenha sangue tipo B:

$$n(B) = 45 \quad \text{Logo: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(B) = \frac{45}{409}$$

- Evento AB, o doador tenha sangue tipo AB:

$$n(AB) = 16 \quad \text{Logo: } P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{16}{409}$$

Se o doador tem sangue tipo B, não pode ter sangue tipo AB. Então, os eventos são mutuamente exclusivos, vamos unir os dois eventos somando os resultados, assim vamos acumular as probabilidades de escolha:

$$P = P(B) + P(AB) \Rightarrow P = \frac{45}{409} + \frac{16}{409} \Rightarrow P = \frac{61}{409} \text{ ou } P = 0,149 \text{ ou } P = 14,9\%$$

Resposta: A probabilidade de que o doador escolhido aleatoriamente tenha sangue tipo A ou tipo AB é de aproximadamente 0,149 ou 14,9%.

Finalizando

Bem, espero que você tenha gostado de estudar e trabalhar com probabilidades.

Vimos muitos exemplos práticos com aplicações em nosso dia a dia, não é mesmo?!

Agora, para fixar esses conteúdos e tantas fórmulas não deixe de fazer as Atividades Práticas propostas e, ainda, se possível, aprofunde seu conhecimento nos Materiais Complementares, ok?

Continue se esforçando sempre e até a próxima!

Um forte abraço e bons estudos!

Material Complementar

Indicações para saber mais sobre os assuntos abordados nesta Unidade:

▶ Vídeos

Probabilidade Básica – Espaço Amostral e Evento – Escola Simetria

Introdução a Probabilidade – Conceitos de Espaço amostral e evento.

<https://youtu.be/iuwpqRyzHR4>

Probabilidade – Quebra tudo no Enem!

Cálculo da probabilidade de um evento.

<https://youtu.be/qNZRxSh6pe4>

Princípio Fundamental da Contagem (PFC) – Quebra tudo no Enem!

Exemplos resolvidos com o princípio fundamental da contagem.

<https://youtu.be/tHq22qnTRj0>

Probabilidade do Evento Complementar: - Equaciona matemática

Definição de evento complementar e exercícios.

<https://youtu.be/Fk8lflvx7g0>

Probabilidade da intersecção de eventos:- Evolucional

Eventos independentes e exemplos.

<https://youtu.be/OFsaxFtolfs>

Probabilidade e Estatística – Evento Mutuamente Exclusivo – Me passa aí

Evento mutuamente exclusivo através de exemplos.

<https://youtu.be/2thdSgrP0k4>

2º ano do EM – 9 – probabilidade – 3 – eventos mutuamente exclusivos – Prof. Matusalém Vieira Martins

Eventos mutuamente exclusivo.

<https://youtu.be/pOKjoqoiAlg>

2º ano do EM – 9 – probabilidade – 4 – exemplos parte 1 – Prof. Matusalém Vieira Martins

Resolução de exercícios com probabilidade.

https://youtu.be/j-DyGFb_3Yo

2º ano do EM – 9 – probabilidade – 5 – exemplos parte 2 – Prof. Matusalém Vieira Martins

Resolução de exercícios com eventos independentes e mutuamente exclusivo.

<https://youtu.be/kR4uksur2WU>

2º ano do EM – 9 – probabilidade – 6 – exemplos parte 3 – Prof. Matusalém Vieira Martins

Resolução de exercícios com eventos independentes e mutuamente exclusivo.

<https://youtu.be/-Ux8MaQ9Dhs>

Me Salva! PBB01 – Conceitos Iniciais de Probabilidade – Probabilidade e Estatística

Conceitos de probabilidade.

<https://youtu.be/eFyAyz6Xy6g>

GRINGS – Probabilidade aula 10 – omatico.com

Conceitos de probabilidades.

<https://youtu.be/BiHAj0gGfOo>

Probabilidade eventos independentes – Aula Online

Definição de eventos independentes.

<https://youtu.be/k-loEsaxppy>

5 mortes bizarras e a probabilidade de que aconteçam – Mega Curioso

Curiosidades sobre probabilidade.

<https://youtu.be/3pLSCAxRMRY>

Variância e Desvio Padrão – C7 – Clube do Enem

Variância e Desvio Padrão populacional.

<https://youtu.be/l2r2HPE8L7Q>



Leitura

Riscos Financeiros e suas Distribuições de Probabilidades de Perdas

<https://goo.gl/AFXoFw>

Referências

- CRESPO, A. A. **Estatística Fácil**. 17.ed. São Paulo: Saraiva, 2002.
- DOWNING, D. **Estatística Aplicada**. 2.ed. São Paulo: Saraiva, 2002.
- MORETTIN, L. G. **Estatística Básica**. 7.ed. São Paulo: Pearson, 2000.
- NEUFELD, J. L. **Estatística Aplicada à Administração Usando o Excel**. São Paulo: Pearson, 2003.
- SPIEGEL, M. R. **Estatística**. 3.ed. Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1994.
- _____. **Probabilidade e Estatística**. Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1977.
- SILVA, E. M. **Estatística Para os Cursos de: Economia, Administração e Ciências Contábeis**. 3.ed. São Paulo:Atlas, 1999.

Referência Complementar

- LARSON, R. **Estatística Aplicada**; tradução Luciane Ferreira Pauleti Vianna. 4 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.



Cruzeiro do Sul Virtual
Educação a Distância

www.cruzeirodosulvirtual.com.br
Campus Liberdade
Rua Galvão Bueno, 868
CEP 01506-000
São Paulo - SP - Brasil
Tel: (55 11) 3385-3000



Cruzeiro do Sul
Educacional