SERVOMECANISMO – 2023.2
EXERCÍCIOS AVALIATIVOS 3
RESOLUÇÃO
Prof. Carlos Alexandre Barros de Mello, CIn/UFPE

<u>Questões:</u>

1.

$$G(s) = \frac{s+8}{s(s+1)(s+2)(s+20)}.$$

$Kp = \lim_{s \to 0} G(s)$

$Kv = \lim_{s \to 0} sG(s)$

$Ka = \lim_{s \to 0} s^2 G(s)$

$e_{degrau}(\infty) = 1/(1 + Kp)$

$e_{rampa}(\infty) = 1/Kv$

$e_{parábola}(\infty) = 1/Ka$

a)
$Kp \to \infty$
Kv = 8/40 = 0,2
Ka = 0

Sistema do Tipo 1.

b)
$e_{degrau} = 0$
$e_{rampa} = 1/0,2 = 5$
$e_{parábola} \to \infty$

2.

a) Os segmentos no eixo real são entre 0 e -1 e de -2 a infinito.

Quanto às assíntotas:

$\sigma_a = [(0 -1 - 2)]/(3 - 0) = -1$

$\theta_a = (2k + 1)\pi/(3 – 0) = (2k + 1)\pi/3 \Rightarrow \pi/3,\ \pi,\ 5\pi/3$

b) Cruzamento com o eixo imaginário:

Denominador de $T(s) = s^3 + 3s^2 + 2s + K$

Pela Tabela de Routh:

$$
\begin{array}{c|cc}
s^3 & 1 & 2 \\
s^2 & 3 & K \\
s^1 & \dfrac{-\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & K \end{vmatrix}}{3} = (6-K)/3 & \dfrac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = 0 \\
s^0 & &
\end{array}
$$

Precisamos verificar se alguma linha de expoente ímpar em s pode ser zerada por algum valor de K. No caso, temos a linha s^1:

$(6 – K)/3 = 0 \Rightarrow K = 6$

Com esse valor, voltamos à linha anterior e criamos o polinômio:

$3s^2 + K = 3s^2 + 6 = 0 \Rightarrow s = \pm j\sqrt{2}$

Logo, o ponto de cruzamento com o eixo imaginário está em $\pm j\sqrt{2}$, com K = 6.

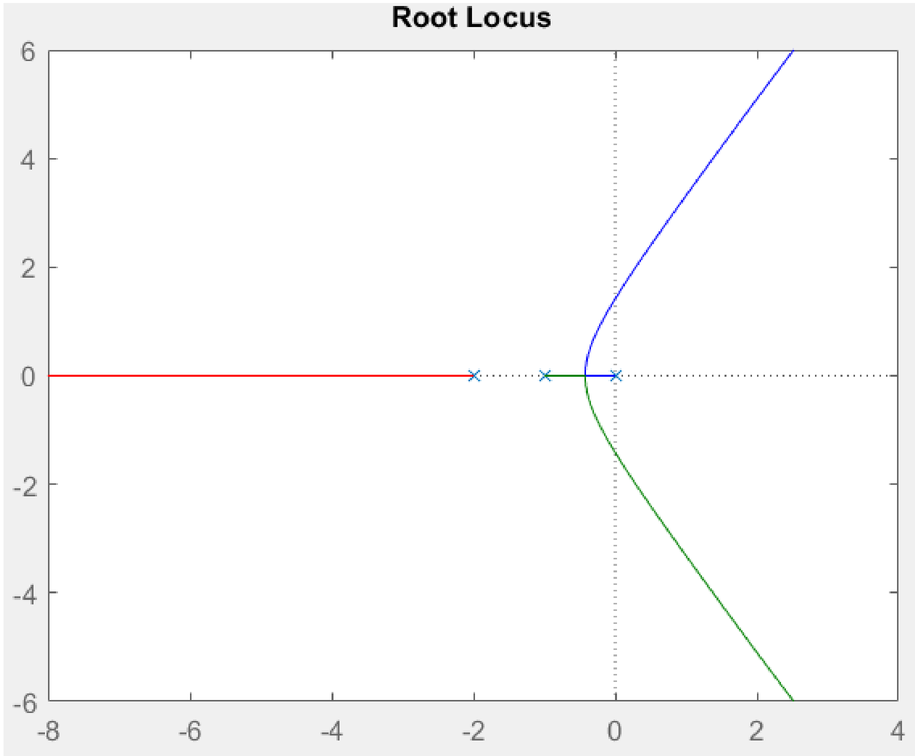
c) Ponto de entrada ou saída:

$K = -1/GH = -s (s + 1)(s + 2) = -(s^3 + 3s^2 + 2s)$

$dK/dS = 0 \Rightarrow 3s^2 + 6s + 2 = 0$

Cujas soluções são -1,58 e -0,42. Como -1,58 está fora do lugar das raízes e -0,42 está entre dois polos, -0,42 é ponto de saída.

Esboço do lugar das raízes (fiz no MatLab apenas para facilitar a visualização de vocês na resolução):



3. O compensador deve ser do tipo de **avanço e atraso de fase** porque:

a) **O erro de estado estacionário deve diminuir em 1/4:** esse primeiro ponto só pode ser atendido por um compensador de **atraso de fase**. O compensador PI trata o erro, mudando de tipo de sistema. Para mudanças percentuais no erro, tem que ser o de atraso de fase.

b) **O tempo de acomodação deve ser 1/3 do tempo de acomodação do sistema não compensado:** O fato do erro ser tratado por um compensador de atraso de fase implica que o compensador para tratar da resposta em transiente será o de **avanço de fase**, que é responsável por ajustes na resposta em transiente.

4.

	Não Compensado	Compensado
Planta e compensador	$\frac{K}{(s+1)(s+2)(s+10)}$	$\frac{K(s+0{,}9)}{s(s+1)(s+2)(s+10)}$
Polos dominantes	-1,2 ± j2	-0,9 ± j1,5
Ganho (K) no polo dominante	42	30
ξ	0,5	0,5
ω_n (no polo dominante)	2,4	1,8
%OS	15,7%	15,7%
Ts	3,33 seg	5 seg
Tp	1,57 seg	2,1 seg
Kp	2,1	∞
Kv	0	1,35
$\text{erro}_{\text{degrau}}(\infty)$	0,19	0
$\text{erro}_{\text{rampa}}(\infty)$	∞	0,74

1) Os polos dominantes são da forma: $-\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{(1 - \xi^2)}$.
Assim, para o sistema não compensado, temos: $\xi\omega_n = 1{,}2 \Rightarrow \omega_n = 2{,}4$ rad/s

Para o sistema compensado: $\xi\omega_n = 0{,}9 \Rightarrow \omega_n = 1{,}8$ rad/s

2) %OS é dependente apenas de ξ; como ele não mudou, ela permanece igual. Ou seja, bastava repetir o valor.

3) $Ts = 4/\zeta\omega_n$ ou Ts = 4/parte real.
Assim, para o sistema não compensado, Ts = 4/1,2 = 3,33 seg.

Para o sistema compensado, Ts = 4/0,8 = 5 seg.

4) Tp = π/parte imaginária.
Assim, para o sistema não compensado, Tp = π/2 = 1,57 seg.

Para o sistema compensado, Tp = π/1,5 = 2,1 seg.

5) $Kp = \lim_{s\to 0} G(s)$
Observando que o ganho é 42, para o sistema não compensado e 30 para o sistema compensado.

Assim, Kp = 42/(1.2.10) = 2,1, para o sistema não compensado.

E Kp = 30.0,9/(0.1.2.10) = ∞, para o sistema compensado.

6) $Kv = \lim_{s\to 0} sG(s)$
Observando que o ganho é 42, para o sistema não compensado e 30 para o sistema compensado.

Assim, Kv = 0.42/(1.2.10) = 0, para o sistema não compensado.

E K_v = 30.0,9/(1.2.10) = 1,35, para o sistema compensado.

7) $erro_{degrau}(\infty) = 1/(1 + K_p) = 1/(1 + 2,1) = 0,19$, para o sistema não compensado.

$erro_{degrau}(\infty) = 1/(1 + K_p) = 1/(1 + \infty) = 0$, para o sistema compensado.

8) $erro_{rampa}(\infty) = 1/K_v = 1/0 = \infty$, para o sistema não compensado.

$erro_{rampa}(\infty) = 1/K_v = 1/1,35 = 0,74$, para o sistema compensado.

Complementando a questão, foi usado um compensador PI (**Proporcional mais Integral**) com um polo na origem e um zero em -0,9. O compensador PI serve para melhoria de erro de estado estacionário. Assim, o erro para entrada degrau foi para zero, o sistema passando de Tipo 0 para Tipo 1. Ele afeta outras características do sistema, mas sua função é essa apenas: mudar o sistema quanto ao erro de estado estacionário. O compensador PI é definido para provocar poucas mudanças no lugar das raízes. Isso pode ser percebido pela mudança pequena que ocorreu no polo dominante.