

A relação sinal-ruído de quantização SNR em um sistema PCM pode ser definida como a razão da potência média do sinal pela potência média do ruído de quantização. Para um sinal de modulação senoidal de escala cheia de amplitude A, mostre que

$$\text{SNR} = \left(\frac{S}{N_q} \right) = \frac{3}{2} L^2$$

ou

$$\left(\frac{S}{N_q} \right)_{\text{dB}} = 1,76 + 20 \log L$$

em que L é a quantidade de níveis de quantização.

Assumimos log na base 10 nesse caso

Primeiro é identificar como achar o ruído de sinal e o erro.

lembramos da seguinte expressão

$$|e_{\max}| = \frac{V_{\text{pp}}}{2L}$$

no caso V_{pp} é o sinal, mas agora precisamos encontrar outra expressão

vamos partir do fato que o erro máximo pode ser expresso em função de q

$$e_{\max} = \frac{q}{2}$$

lembramos que a variância total pode ser computado como

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^2 p(e) de$$

expandido a equação

$$\int_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} e^2 \left(\frac{1}{q} \right) de$$

note que podemos tirar o termo em função de q

$$\begin{aligned}
\frac{1}{q} \int_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} e^2 de &= \\
&= \left(\frac{1}{q} \right) \left(\frac{e^3}{3} \right) \Big|_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} \\
&= \left(\frac{1}{3q} \left(\left(\frac{q}{2} \right)^3 - \left(-\frac{q}{2} \right)^3 \right) \right) \\
&= \left(\frac{1}{3q} \right) \left(\frac{q^3}{8} + \frac{q^3}{8} \right) \\
&= \frac{1}{3q} \left(\frac{q^3}{4} \right) \\
&= \frac{q^2}{12}
\end{aligned}$$

e pronto achamos a relação desejada envolvendo σ^2 e q

agora é encontrar o sinal, que nada mais é que a potência média do sinal, que é dada por $\frac{V_p^2}{2}$ logo a relação entre V_p e V_{pp} é dada por

$$V_p = \left(\frac{V_{pp}}{2} \right)^2 = \left(\frac{Lq}{2} \right)^2$$

e o ruído já foi computado previamente, logo

$$\begin{aligned}
\text{SNR} &= \frac{\frac{(Lq)^2}{4}}{\frac{q^2}{12}} \\
&= 3L^2
\end{aligned}$$