

## Test de primalité (tester si un entier $n$ est premier).

On teste la division par tous les nombres premiers entre  $2$  et  $\sqrt{n}$ .

Ex:  $139$  premier?

$$11 < \sqrt{139} < 12$$

On vérifie si  $139$  divisible par  $2, 3, 5, 7, 11$ .

Ce n'est pas le cas, donc  $139$  est premier.

Théorème 3.4: Tout entier  $n \geq 2$  s'écrit sous la forme d'un produit de nb premiers.

Ex:  $150 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} 150 &= 3 \times 2 \times 5 \times 5 \\ &= 2^1 \times 3^1 \times 5^2 \end{aligned}$$

$$150 / (3) = 50$$

$$50 / (2) = 25$$

$$25 / (5) = 5$$

$$5 / (5) = 1$$

On s'arrête ici

Théorème 3.5: Calculer le nb de diviseurs

Ex avec  $150 = 2^1 \times 3^1 \times 5^2$

$$\begin{aligned} |\text{Div}(150)| &= (1+1) \times (1+1) \times (2+1) \\ &= 2 \times 2 \times 3 = 12 \text{ diviseurs} \end{aligned}$$

$\text{Div}(150)$ :

$2^0 \times 3^0 \times 5^0 = 1$	$2^0 \times 3^0 \times 5^1 = 5$	$2^0 \times 3^0 \times 5^2 = 25$
$2^1 \times 3^0 \times 5^0 = 2$	$2^1 \times 3^0 \times 5^1 = 10$	$2^1 \times 3^0 \times 5^2 = 50$
$2^0 \times 3^1 \times 5^0 = 3$	$2^0 \times 3^1 \times 5^1 = 15$	$2^0 \times 3^1 \times 5^2 = 75$
$2^1 \times 3^1 \times 5^0 = 6$	$2^1 \times 3^1 \times 5^1 = 30$	$2^1 \times 3^1 \times 5^2 = 150$

$$\text{Div}(150) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150\}$$

$$|\text{Div}(150)| = 12$$

## Calculer PGCD Plus grand commun diviseur

▲ Si  $A \in \text{Div}(B)$ ,

1) Facteurs ab premiers

$$\text{PGCD}(A, B) = A$$

Ex:  $\text{PGCD}(60, 150) = 60 \mid 150$

$$60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \quad | \quad 150 = 2^1 \times 3^1 \times 5^2$$

On prend les diviseurs communs aux deux entiers,  
et on prend la plus petite puissance.

$$60 \mid 150 = \text{PGCD}(60, 150) = 2^1 \times 3^1 \times 5^1 \\ = 30$$

2) Euclide :

$$\begin{aligned} 60 &= 150 \times 0 + 60 \\ 150 &= 60 \times 2 + 30 \\ 60 &= 30 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

On s'arrête lorsque le reste est nul  
le pgcd est le reste précédent

## PPCM, Plus petit commun multiple

Ex:  $\text{ppcm}(150, 420)$

▲ Si  $A \in \text{Div}(B)$ ,

$$\text{ppcm}(A, B) = B$$

$$\begin{aligned} 420 &= 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \quad | \quad 150 = 2 \times 3 \times 5^2 \\ &= 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1 \quad = 2^1 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^0 \\ \underbrace{\text{ppcm}(150, 420)}_{150 \vee 420} &= 2^2 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^1 \\ &= 2100 \end{aligned}$$

Théorème 3.11 : Lien entre ppcm et pgcd

$$\text{pgcd}(a, b) \times \text{ppcm}(a, b) = ab$$