Problemas Fisicos

Emiliano Gutiérrez Luengas

Noviembre 2022

a) Considerando un sistema en una dimensión y sabiendo que $a = \frac{dv}{dt}$ y $v = \frac{dx}{dt}$, demuestre que la posición se puede ver como:

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

Sean $a = \frac{dv}{dt}$ y $v = \frac{dx}{dt}$, entonces tenemos que,

$$a = \frac{d}{dt} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \tag{1}$$

Integramos ambos lados de la ecuación 1 dos veces:

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \int a dt = \int \frac{d^2x}{dt^2} dt \\
&\Rightarrow at + c = \frac{dx}{dt} dt \\
&\Rightarrow \int at + c dt = \int \frac{dx}{dt} dt \\
&\Rightarrow a \int t dt + c \int dt = \int \frac{dx}{dt} dt
\end{aligned}$$

Esto da como resultado:

$$\frac{1}{2}at^2 + ct + d = x \tag{2}$$

Considerando que la función da como resultado una posición, representada por la vairable 'x', es posible deducir que c y d representan la velocidad y posición inicial respectivamente. Por lo tanto, la ecuación 2:

$$\tfrac{1}{2}at^2 + ct + d = x \Rightarrow \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = x$$

b) Considere una carrera entre dos coches, estos arrancando del reposo, mas el primer coche sale un segundo antes que el segundo. Los carros tienen una aceleración de $3.5 m/s^2$ y $4.9 m/s^2$ respectivamente. Encuentra:

i En que momento el auto dos alcanza al auto uno:

ii La posición cuando el segundo alcance al primero:

iii La velocidad para ambos carros en ese punto:

iv 5 tiempos diferentes, 3 antes del tiempo cuando los carros se encuentran, y 2 después. Consecuentemente, realicen dos tablas, una para cada auto, con la siguiente información; aceleración, tiempo, posición y velocidad.

Sea la posición del auto uno definido por:

$$(x - x_0) = \frac{1}{2}a(t_1)^2 + v_1(t_1) \tag{3}$$

y la posición del auto dos:

$$(x - x_0) = \frac{1}{2}a(t_2)^2 + v_2(t_2) \tag{4}$$

Con $t_1 = t + 1$ y $t_2 = t$. Igualmente, para determinar el momento en que el auto uno alcanza al auto dos, se debe de igualar la ecuación 3 a la ecuación 4:

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a(t_2)^2 + v_2(t_2) = \frac{1}{2}a(t_1)^2 + v_1(t_1)$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}a(t)^2 + v_2(t) = \frac{1}{2}a(t+1)^2 + v_1(t+1)$$

Reemplazando los valores para la aceleración, se obtiene que:

$$\Rightarrow \frac{1}{2}4.9(t)^2 + 0(t) = \frac{1}{2}3.5(t+1)^2 + 0(t+1)$$
$$\Rightarrow \frac{4.9}{2}t^2 = \frac{3.5}{2}(t^2 + 2t + 1)$$
$$\Rightarrow \frac{4.9}{2}t^2 - \frac{3.5}{2}t^2 = 3.5t + \frac{3.5}{2}$$
$$\Rightarrow 1.4t^2 - 7t - 3.5 = 0$$

Aplicando la formula general para la resolución de ecuaciones de segundo grado se obtiene que:

$$t' = 5.458,\ t'' = -0.458$$

Por deducción, el tiempo tomado para que el segundo auto alcance al primero es de 5.458 segundos.

Una vez obtenido el valor de t, es facil determinar la posición de los autos en aquel momento. Simplemente reemplazando en la ecuación 4, se obtiene que:

$$\Rightarrow (x - x_0) = \frac{1}{2}a(5.458)^2 + v_2(5.458)$$
$$\Rightarrow (x - x_0) = \frac{4.9}{2} \cdot 29.789764 + 0(5.458)$$
$$\Rightarrow (x - x_0) = 72.9849218$$

Tomando en cuenta que la posición inicial es la misma para cada vehículo, o sea, cero, entonces:

$$x = 72.9849218 \text{ m}$$

Para obtener la velocidad, se deberán de derivar las ecuaciones 3 y 4, que lleva a:

$$\frac{dx}{dt} = a(t_1) + v_1 = v_{c1} \tag{5}$$
$$\frac{dx}{dt} = a(t_2) + v_2 = v_{c2} \tag{6}$$

Reemplazando por t', se obtiene que:

$$\Rightarrow v_{c1} = a(t+1) + 0$$
$$\Rightarrow v_{c1} = 3.5(6.458) + 0$$
$$\Rightarrow v_{c1} = 22.603\frac{m}{s}$$

Y

$$\Rightarrow v_{c2} = a(t) + 0$$
$$\Rightarrow v_{c2} = 4.9(5.458) + 0$$
$$\Rightarrow v_{c2} = 26.7442\frac{m}{s}$$

Obteniendo los valores de la posición y la velocidad del auto 1, para los tiempos 0, 1, 2, 6 y 7, se obtiene que:

Auto 1			
Variables No Dependientes del Tiempo	Variables Dependientes del Tiempo		
Aceleración	Tiempo	Posición	Velocidad
3.5	0	1.75	3.5
	1	7	7
	2	15.75	10.5
	6	85.75	24.5
	7	112	28

De igual manera, obteniendo los valores de la posición y la velocidad del auto 2 para los tiempos 0, 1, 2, 6 y 7, se obtiene que:

Auto 2			
Variables No Dependientes del Tiempo	Variables Dependientes del Tiempo		
Aceleración	Tiempo	Posición	Velocidad
4.9	0	0	0
	1	2.45	4.9
	2	9.8	9.8
	6	88.2	29.4
	7	120.05	34.3

c) Considere el siguiente sistema: dos bloques de masa m_1 y m_2 estan unidos por una cuerda ideal y descanzan sobre una superficie horizontal sin roce. Si una fuerza de magnitud A se le aplica al bloque de la masa m_2 horizontalmente, en la dirección opuesta a la posición del bloque de masa m_1, realice los respectivos diagramas de cuerpo libre y anéxelo con una imagen. A partir de estos, determine la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda entre los bloques.

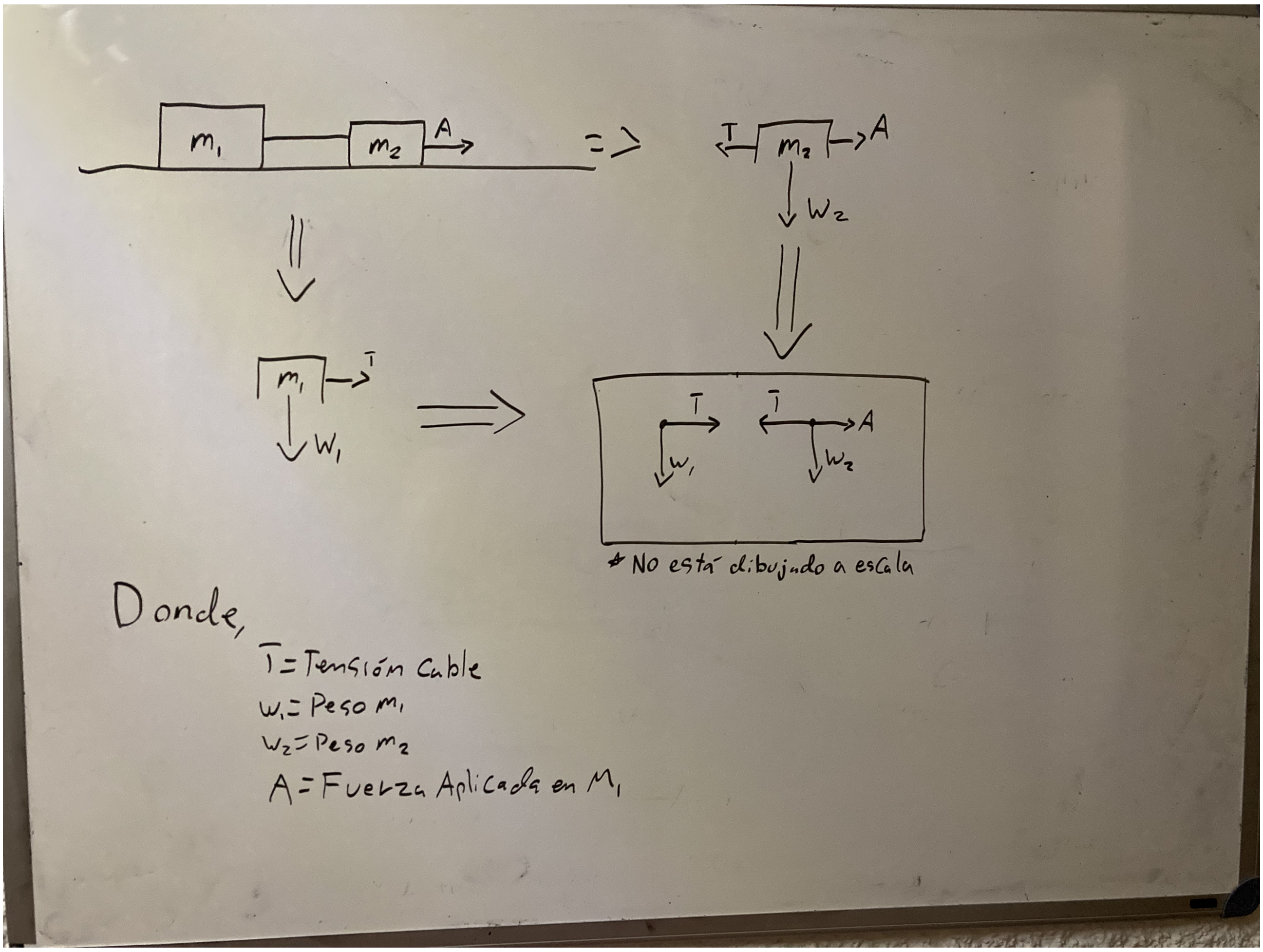

Abbildung 1: Diagrama de Cuerpo Libre para dos Bloques

El sistema puede ser dividido en dos diagramas de cuerpo libre, facilitando los calculos *a priori*. De esta forma, se puede ver que la aceleración del segundo bloque es:

$$a_2 = \frac{A}{m_2}$$

y,

$$a_1 = \frac{T}{m_1}$$

De igual forma, se tiene que:

$$A - T = \sum F = m_s \cdot a_s$$

Donde,

$$m_s = (m_1 + m_2),\ a_s = a_1 + a_2$$

De forma que,

$$A - T = (m_1 + m_2) \cdot (a_1 + a_2)$$

$$\therefore T = A - ((m_1 + m_2) \cdot (a_1 + a_2))$$