

Programa del curso MA 2105

# Ecuaciones Diferenciales

## **Escuela de Matemática**

Carrera/programa de Ingeniería Agrícola, Ingeniería Ambiental, Ingeniería Electrónica, Ingeniería en Computadores, Ingeniería en Construcción, Ingeniería en Materiales, Ingeniería en Producción Industrial, Ingeniería en Seguridad Laboral e Higiene Ambiental, Ingeniería Física, Ingeniería Mecatrónica, Ingeniería en Mantenimiento Industrial.

## I parte: Aspectos relativos al plan de estudios

### 1 Datos generales

<b>Nombre del curso:</b>	Ecuaciones Diferenciales.
<b>Código:</b>	MA 2105.
<b>Tipo de curso:</b>	Teórico.
<b>Electivo o no:</b>	No.
<b>N° de créditos:</b>	4.
<b>N° horas de clase por semana:</b>	4.
<b>N° horas extraclase por semana:</b>	8.
<b>% de las áreas curriculares:</b>	
<b>Ubicación en el plan de estudios:</b>	Curso del cuarto semestre de las carreras: Ingeniería Agrícola, Ingeniería Electrónica, Ingeniería en Computadores, Ingeniería en Materiales, Ingeniería en Seguridad Laboral e Higiene Ambiental, Ingeniería Física e Ingeniería Mecatrónica. Curso del quinto semestre de las carreras: Ingeniería Ambiental, Ingeniería en Construcción, Ingeniería en Producción Industrial e Ingeniería en Mantenimiento Industrial.
<b>Requisitos:</b>	MA - 1103 Cálculo y Álgebra Lineal.
<b>Correquisitos:</b>	No tiene.
<b>El curso es requisito de:</b>	Algunos cursos según la carrera.
<b>Asistencia:</b>	No es obligatoria.
<b>Suficiencia:</b>	Sí.
<b>Posibilidad de reconocimiento:</b>	Sí, debe ser sometido a consideración de la comisión de reconocimiento de la Escuela de Matemática.
<b>Vigencia del programa:</b>	Primer semestre 2025.

## 2 Descripción general

Muchas de las leyes de la naturaleza se expresan de forma natural mediante una ecuación diferencial. La razón para esto es clara, pues en la mayoría de los procesos naturales las variables involucradas y sus razones de cambio se relacionan entre sí por medio de principios científicos, que al ser expresados en el lenguaje matemático dan como resultado una ecuación diferencial.

El curso se organiza en siete temas: el primero introduce los conceptos básicos sobre ecuaciones diferenciales, necesarios para el desarrollo de los temas posteriores; el segundo contiene las técnicas básicas para resolver algunos tipos específicos de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden; el tercero presenta algunas aplicaciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden; el cuarto desarrolla la teoría sobre ecuaciones diferenciales lineales de orden superior; el quinto estudia el sistema masa-resorte como un ejemplo de movimiento vibratorio; el sexto desarrolla la teoría de la transformada de Laplace; el séptimo estudia algunas aplicaciones de la transformada de Laplace y la función Delta de Dirac.

La Escuela de Matemática definió los atributos para este curso, que pertenece al currículo de carreras que realizan el proceso de acreditación con el Agencia del Colegio Federado de Ingenieros (AAPIA), como: conocimiento de ingeniería (CI), trabajo individual y en equipo (TE) y aprendizaje continuo (AC). Como parte de la aplicación de la nueva metodología para la incorporación y evaluación de los atributos del TEC, la cátedra de Ecuaciones Diferenciales acordó que el atributo que mejor se puede desarrollar en el curso es conocimiento de ingeniería (CI), el mismo fue aprobado en el consejo de la Escuela de Matemática en sesión EM-08-2023 (20 marzo) .

En la siguiente tabla se muestra los objetivos en los cuales el atributo seleccionado se puede fomentar, junto con su nivel de dificultad que se desea alcanzar.

### 3 Objetivos

Objetivos del curso	Atributos correspondientes	Nivel de desarrollo de cada atributo que se planea alcanzar
1. Lograr que el estudiante adquiera los conceptos básicos de la Teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias.		
2. Lograr que el estudiante domine las técnicas fundamentales para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias.		
Objetivos del curso	Atributos correspondientes <sup>1</sup>	Nivel de desarrollo de cada atributo que se planea alcanzar <sup>2</sup>
3. Lograr que el estudiante adquiera destrezas y habilidades en la resolución de problemas usando ecuaciones diferenciales.	CI	I
4. Fomentar en el estudiante una actitud crítica y creativa	CI	I
5. Fomentar en el estudiante la capacidad para analizar y comprender modelos matemáticos que ayuden a resolver problemas de las ciencias y la tecnología.	CI	I
6. Fomentar en el estudiante el interés por la obtención de nuevos conocimientos.		

#### 4 Contenidos

Objetivos del curso	Contenidos
<b>Objetivos 1</b>  El estudiante será capaz de: <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Conocer y comprender la definición de ecuación diferencial.</li> <li>b) Clasificar por su orden una ecuación diferencial dada.</li> <li>c) Comprender los conceptos de solución general, solución particular y solución singular de una ecuación diferencial.</li> <li>d) Comprobar que una expresión es solución de una ecuación diferencial.</li> <li>e) Determinar una ecuación diferencial para una familia de curvas dada.</li> </ul>	<b>1. Conceptos básicos (4 horas)</b>  <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1 Definición de ecuación diferencial.</li> <li>1.2 Grado y orden de una ecuación diferencial.</li> <li>1.3 Definición de ecuación diferencial lineal.</li> <li>1.4 Definición de solución de una ecuación diferencial.</li> <li>1.5 Problemas de valor inicial y de frontera.</li> </ul>

<sup>1</sup>Conocimiento de Ingeniería (CI)

<sup>2</sup>Inicial (I)

Objetivos del curso	Contenidos
<p><b>Objetivos 2</b></p> <p>El estudiante será capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Resolver ecuaciones diferenciales de variables separables.</li> <li>b) Resolver ecuaciones diferenciales homogéneas y reducibles a homogéneas.</li> <li>c) Resolver ecuaciones diferenciales exactas y reducibles a exactas por un factor integrante.</li> <li>d) Resolver ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.</li> <li>e) Resolver ecuaciones diferenciales de Bernoulli y Clairaut.</li> <li>f) Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden mediante un cambio de variable.</li> <li>g) Resolver ecuaciones diferenciales de segundo orden que se reducen a ecuaciones diferenciales de primer orden.</li> </ul>	<p><b>2. Ecuaciones diferenciales de primer orden (14 horas)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1 Separación de variables.</li> <li>2.2 Transformación de variables.</li> <li>2.3 Ecuación diferencial homogénea.</li> <li>2.4 Ecuaciones exactas y factor integrante.</li> <li>2.5 Ecuación lineal de primer orden.</li> <li>2.6 Ecuaciones de Bernoulli y Clairaut.</li> <li>2.7 Ecuaciones de orden superior reducibles a ecuaciones de primer orden.</li> </ul>
<p><b>Objetivo 3</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Aplicar las ecuaciones diferenciales de primer orden a la resolución de problemas de la: mecánica, electrónica, química y geometría.</li> </ul>	<p><b>3. Aplicaciones a (6 horas)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>3.1 la mecánica.</li> <li>3.2 la electrónica.</li> <li>3.3 la química y mezclas químicas.</li> <li>3.4 la geometría.</li> <li>3.5 los problemas de crecimiento y decrecimiento</li> </ul>

Objetivos del curso	Contenidos
<p><b>Objetivos 4</b></p> <p>El estudiante será capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Identificar la ecuación diferencial lineal de orden <math>n</math> con coeficientes constantes.</li> <li>b) Resolver ecuaciones diferenciales lineales homogéneas con coeficientes constantes.</li> <li>c) Determinar soluciones particulares y la solución general de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes.</li> <li>d) Aplicar las ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes a la solución de problemas.</li> </ul>	<p><b>4. Ecuaciones diferenciales lineales de orden <math>n</math> (12 horas)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>4.1 Ecuaciones diferenciales lineales.</li> <li>4.2 Ecuación auxiliar.</li> <li>4.3 Independencia lineal y wronskianos.</li> <li>4.4 Solución de la ecuación homogénea según raíces de la ecuación auxiliar.</li> <li>4.5 Solución particular de la ecuación no homogénea</li> <li>4.6 Solución general de la ecuación no homogénea</li> <li>4.7 Método de los coeficientes indeterminados para determinar una solución particular.</li> <li>4.8 Métodos de variación de parámetros para determinar una solución particular.</li> <li>4.9 Ecuación de Euler.</li> <li>4.10 Método de operadores.</li> </ul>
<p><b>Objetivo 5</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Aplicar las ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes a la solución de problemas.</li> </ul>	<p><b>5. Aplicaciones a (8 horas)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>5.1 la mecánica.</li> <li>5.2 la electrónica.</li> </ul>

Objetivos del curso	Contenidos
<b>Objetivos 6</b>  El estudiante será capaz de: <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Calcular usando la definición y propiedades, algunas transformadas de Laplace.</li> <li>b) Calcular transformadas de Laplace inversas.</li> </ul>	<b>6. Transformada de Laplace (16 horas)</b>  6.1 Definición de transformada de Laplace. Notación y propiedades de linealidad. 6.2 Transformada inversa de Laplace, propiedades. 6.3 Teoremas de traslación. 6.4 Teorema de convolución. 6.5 Función de Heavyside. Función impulso unitario. Función delta de Dirac. 6.6 Transformada de Laplace en la solución de ecuaciones diferenciales.
<b>Objetivo 7</b>  <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Aplicar la transformada de Laplace a la solución de ecuaciones diferenciales e integrales.</li> <li>b) Aplicar la transformada de Laplace a la solución de problemas.</li> </ul>	<b>7. Aplicaciones de la Transformada de Laplace (4 horas)</b>  7.1 Solución de ecuaciones integrales mediante transformada de Laplace. 7.2 Solución de problemas masa-resorte y/o de circuitos eléctricos mediante transformada de Laplace.

## II parte: Aspectos operativos

### 5 Metodología de enseñanza y aprendizaje

En las lecciones el profesor hará una exposición teórica de los temas del curso y presentará ejemplos ilustrativos. Además, mediante actividades de enseñanza-aprendizaje que considere adecuadas, realizará en el aula junto con sus estudiantes prácticas de los principales temas del curso.

El estudiante deberá dedicar tiempo extra clase al estudio y solución de ejercicios. Para esto contará con guías de trabajo semanales que estarán disponibles en la comunidad Cátedra de Ecuaciones diferenciales en el Tec digital. En las guías se detallan los materiales que debe estudiar. Entre estos materiales se contemplan documentos con la teoría del curso, videos explicativos de teoría y ejemplos, así como listas de ejercicios sugeridos como práctica para el estudiante.



Se recomienda el uso de los siguientes materiales:

- Meneses, S. (2016). *Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Meneses, S. (2016). *Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales lineales a la mecánica, mezclas y reacciones químicas, crecimiento y decrecimiento, circuitos eléctricos* Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Meneses, S. (2016). *Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior* Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Meneses, S. (2016). *Movimiento vibratorio. Aplicación de la ecuación diferencial lineal de segundo orden con coeficientes constantes* Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Meneses, S. (2016). *Transformada de Laplace. Ecuaciones Diferenciales*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Acuña, L., Rojas, A. y Rojas, M (2024). *Ecuaciones diferenciales*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Oviedo, N. (2020). *Ecuaciones Diferenciales ordinarias de primer orden con apoyo interactivo y videos ilustrativos*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Oviedo, N. (2018). *Ecuaciones diferenciales ordinarias de 1er orden. Visualización Interactiva Wolfram CDFPlayer*. Instituto Tecnológico de Costa Rica
- Oviedo, N. (2022). *Ecuaciones Diferenciales ordinarias de orden superior con apoyo interactivo y videos ilustrativos*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Oviedo, N. (2020). *Ecuaciones diferenciales de orden superior. Visualización Interactiva Wolfram CDFPlayer*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Oviedo, N. (2021). *Ecuaciones diferenciales mediante transformada de Laplace. Visualización Interactiva Wolfram CDFPlayer*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.

## 6 Evaluación

La evaluación del curso se concibe desde un punto de vista diagnóstico, formativo y sumativo. Como parte de los procesos diagnóstico y formativo se propone que durante el desarrollo de las lecciones se propicie la realización de trabajos (resolución de ejercicios o problemas) que permitan darse cuenta al estudiante y al docente sobre el avance y comprensión de los contenidos. Esto servirá de insumos al docente para proponer acciones que fortalezcan el avance del estudiante (refuerzo de material escrito, videos, etc).

Con respecto a la evaluación sumativa, esta será mediante una combinación de exámenes parciales, quices, tareas, prácticas, quedando a criterio del profesor a cargo establecer otros mecanismos adicionales para evaluar el aprendizaje, según lo establecido en el Reglamento del Régimen de Enseñanza-Aprendizaje del Tecnológico de Costa Rica y sus reformas.

Los siguientes son los rubros y porcentajes que se utilizarán en la evaluación sumativa.

Evaluación	Valor
Tres exámenes parciales (todos con igual valor) <sup>3</sup>	75 %
Otras evaluaciones a criterio del docente (mínimo cinco)	25 %

Si como resultado de las evaluaciones anteriores, el alumno o alumna obtiene como nota final 70 o más, aprueba el curso, si su nota es menor o igual a 55, reprueba el curso y si es 60 o 65 tiene derecho a realizar un examen de reposición en el cual se evalúan todos los contenidos abarcados en el curso. En caso de obtener en dicho examen una nota mayor o igual que 70 aprueba el curso con nota 70, en caso contrario mantiene la nota obtenida antes de hacer el examen reposición.

## 7 Bibliografía

- Ayres, F. (1970). *Teoría y Problemas de Ecuaciones Diferenciales*. México: McGraw Hill. (515.35 A985t)
- Figueroa, G. (2010). *Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica. (515.35 F475c)
- Marcus, D. (1993). *Ecuaciones Diferenciales*. México: Compañía editorial continental, S.A. de C.V.
- Rainville, B. (1998). *Ecuaciones Diferenciales*. USA: Prentice Hall.
- Simmons, R. (1987). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas*. México: McGraw Hill.
- Spiegel, M. (1981). *Ecuaciones diferenciales aplicadas*. México: Prentice-Hall. (515.35 S755e)
- Spiegel, M. (1991). *Transformada de Laplace*. México: McGraw-Hill, (515.723 S755tr)
- Zill, D. (1997). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. México: International Thomson. (515.35 Z69em)

<sup>3</sup>Este rubro evaluará el atributo Conocimiento de Ingeniería (CI) en una pregunta del I examen parcial asociada a los contenidos de las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

## 8 Profesores

Grupo	Profesor(a)	Correo y oficina	Consulta <sup>4</sup>
1	Reimann Acuña Chacón	reiacuna@itcr.ac.cr Cartago II - 44	K 2:30 - 4:30pm Presencial J 10:00 - 11:00am Virtual
2	Norberto Oviedo Ugalde (Coordinador)	noviedo@itcr.ac.cr Cartago II - 30	M 8:30 - 9:30am Presencial J 4:30 - 5:30pm San José V 7:30 - 9:30am Presencial
3	Natalia Rodríguez Granados	nrodriguez@itcr.ac.cr Cartago II - 45	K 7:00 - 9:00am Presencial
4	María Fernanda Mora	@itcr.ac.cr Cartago II - 34	M 10:00 - 12:00 Virtual V 9:00 - 12:00 Virtual
5	Randall Brenes Gómez	ranbrenes@itcr.ac.cr Cartago I - 20	K 9:30 - 11:30am Virtual(cita telegram) V 9:30 - 11:30am Presencial
6	Greivin Ramírez Arce	gramirez@itcr.ac.cr Cartago II - 32	K 1:00 - 1:00 pm Presencial
7	Arturo Vega	arvega@itcr.ac.cr Cartago I - 12	V 1:00 - 3:00 pm Presencial
51	Luis Ernesto Carrera Retana	lecarrera@itcr.ac.cr P1-16 San Carlos	M 8:00am - 10:00am (Anexo soda) Presencial V 9:30 - 11:30am Oficina
90	Kendall Rodríguez Bustos	kerodriguez@itcr.ac.cr Cartago II - 35	K, J de 2:00 - 4:00pm (Alajuela)
60	Verónica López	vlopez@itcr.ac.cr Cartago I - 16	K-J 3:00 - 4:00pm Presencial (LIMÓN) M 1:00 - 3:00pm Virtual (previa cita)

<sup>4</sup>K: Martes, M: Miércoles, J: Jueves, V: Viernes, S: Sábado.

## 9 Consideraciones generales

### 1. Sobre las pruebas parciales

- Para realizar las pruebas, el estudiante debe presentar una identificación oficial vigente (tarjeta de identificación de menores, carné del ITCR, cédula de identidad, licencia de conducir o pasaporte).
- A los estudiantes que no presenten la identificación no se les permitirá realizar el examen, ni firmar la hoja de asistencia, sin que se permita la reposición de la prueba por esta causa.
- Los exámenes deberán realizarse en cuaderno de examen o en hojas debidamente grapadas.
- Durante la realización del examen no se permitirá el intercambio de materiales de trabajo, el uso de hojas sueltas, calculadoras programables, ni el uso de dispositivos electrónicos con memoria de texto o conectividad inalámbrica.
- Ningún estudiante podrá retirarse del aula donde realiza la prueba, durante los primeros 30 minutos. Tampoco se dejará ingresar estudiantes al aula 30 minutos después de iniciada la prueba.
- Durante las pruebas no se permitirán consultas.
- No serán procedentes apelaciones sobre la calificación asignada a enunciados que el estudiante deje resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. El plazo para apelar una prueba es de 3 días hábiles luego de ser entregada al grupo por su profesor.
- Si un estudiante se ausenta a un examen, tiene tres días hábiles para justificarse ante su profesor; si este considera válida la justificación, entonces el alumno podrá realizar una prueba extraordinaria del parcial.
- La fecha y hora de aplicación de cada prueba parcial ordinaria o extraordinaria serán comunicadas oportunamente.

2. La información y documentación referente al curso se publicará en la Comunidad Cátedra de Ecuaciones Diferenciales en Tec Digital, además, toda comunicación mediante el Tec Digital o correo electrónico, es de carácter oficial.

3. Los responsables de programar actividades en donde se requiera la participación de representantes estudiantiles deberán considerar los compromisos académicos de dichos representantes. La aplicación de exámenes, asistencia a lecciones, participación en giras y desarrollo de prácticas y laboratorios, tienen prioridad sobre las sesiones de órganos colegiados o de actividades organiza-

das por la Federación de Estudiantes del TEC, que requieran la presencia de los representantes estudiantiles. Esto con la finalidad de no comprometer el avance del estudiante en su plan de estudios.

4. Cualquier otro aspecto que no esté estipulado en este comunicado, se regirá por el Reglamento del Régimen Enseñanza-Aprendizaje del Tecnológico de Costa Rica y sus reformas.
5. Reporte de emergencias en el TEC
  - **En Cartago:** Serán atendidas por el personal del centro de salud institucional en el horario de 7:30 a.m. a 7:30 p.m., para reportar una emergencia se deberá llamar al número 2550-9111, fuera de este horario deberá reportarlo al 911.
  - **En San Carlos:** serán atendidas por el personal del consultorio médico en el horario de 7:00 a.m. a 4:00 p.m., para reportar una emergencia se deberá llamar al número 2401-3090, fuera de este horario deberá reportarlo al 911.
  - **En Alajuela:** llamar a la Unidad de Vida Estudiantil de la Sede Interuniversitaria de Alajuela, teléfono 2430-5730 en horario de lunes y viernes de 1:00 p.m. a 5:00 p.m., martes y jueves de 8 am a 5 pm, fuera de este horario al 911.