

实验二 频率采样型滤波器

一. 实验目的

1. 通过该实验学会使用频率采样型结构实现 FIR 滤波器，初步熟悉 FIR 滤波器的线性相位特点。
2. 通过该实验直观体会频率采样型滤波器所具有的“滤波器组”特性，即在并联结构的每条支路上可以分别得到输入信号的各次谐波。
3. 通过该实验学会如何使用周期冲激串检测所实现滤波器的频域响应。

二. 实验内容

频率采样型滤波器是由一个梳状滤波器和若干路谐振器构成的，可用公式表述如下：

$$H(z) \doteq \frac{1-r^N z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1-rW_N^{-k} z^{-1}} \quad (1)$$

其中 r 值理论上为 1，实际中取非常接近 1 的值。

为了使系数为实数，可以将谐振器的共轭复根合并，不失一般性，假设 N 为偶数，于是可以得到如图 1 所示的结构。

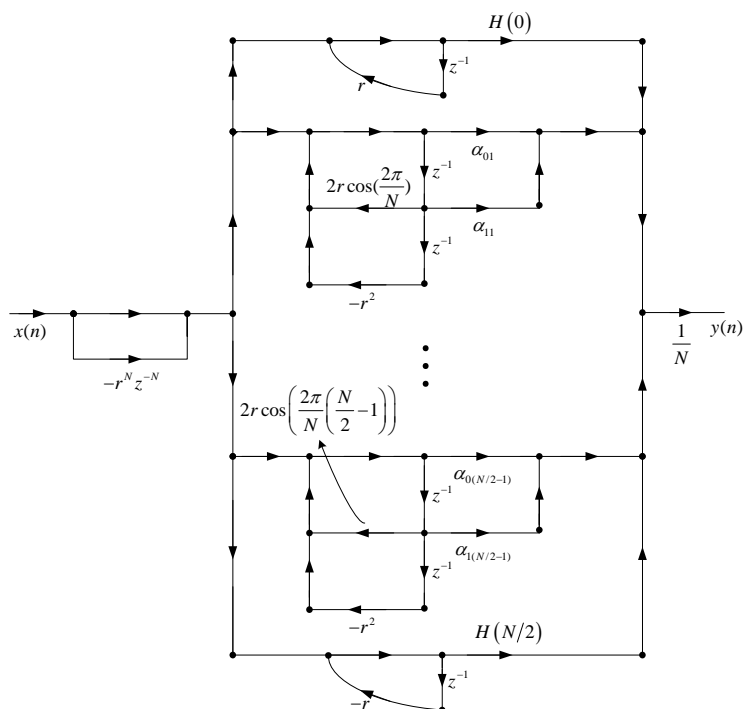


图 1 N 为偶数的实系数频率采样型结构滤波器

其中 $\alpha_{0k} = 2\text{Re}[H(k)]$ ， $\alpha_{1k} = -2r\text{Re}[H(k)W_N^k]$ 。

以下实验中假设频率采样型滤波器阶数 $N = 16$ 。

1. 构造滤波器输入信号 $s(t) = \sum_{k=0}^3 s_k(t)$ ，其中 $s_k(t) = A_k \cos(2\pi k f_0 t + \phi_k)$ ，基波频

率 $f_0 = 50\text{Hz}$, $A_0 = 0.5$, $A_1 = 1$, $A_2 = 0.5$, $A_3 = 2$, $\phi_0 = 0$, $\phi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\phi_2 = \pi$,

$\phi_3 = -\frac{\pi}{2}$ 。设时域信号 $s(t)$ 的采样频率 $f_s = Nf_0$, 绘制出采样时刻从 0 到 $L-1$ 的采样信号波形, 其中采样点数为 $L = 2N$, 确认时域信号采样正确。

2. 对采样信号的第二个周期 ($n = N, N+1, \dots, L-1$) 进行离散傅里叶变换, 画出幅频特性和相频特性图, 观察并分析其特点。

3. 设 $H(0) = 1$, $H(1) = \exp\left(-\frac{j\pi(N-1)}{N}\right)$, $H(2) = \exp\left(-\frac{j2\pi(N-1)}{N}\right)$,

$$\phi(\omega) = -\omega\alpha = -\omega \frac{N-1}{2}$$

$$\phi(k) = -\frac{2\pi k}{N} \alpha = -\frac{2\pi k}{N} \frac{N-1}{2} = -\frac{\pi k(N-1)}{N}$$

$$H(3) = H(4) = \dots = H(13) = 0 \quad , \quad H(14) = -\exp\left(-\frac{j14\pi(N-1)}{N}\right) \quad ,$$

$H(15) = -\exp\left(-\frac{j15\pi(N-1)}{N}\right)$, 计算滤波器抽头系数 $h(n), n = 0, 1, \dots, N-1$,

画出该滤波器的频谱图, 观察并分析其幅频特性和相频特性。

4. 编程实现图 1 所示的频率采样型滤波器结构, 其中 $r = 0.999$, $H(k)$ 取第 3 步中的值。为了简化编程, 梳状滤波器可以调用 `CombFilter.m` , 谐振器可以调用 `Resonator2.m` , 使用 `help CombFilter` 和 `help Resonator2` 查看如何配置参数。将第 1 步生成的采样信号通过该滤波器, 画出输出信号第二个周期 ($n = N, N+1, \dots, L-1$) 的时域波形和频谱, 并与第 2 步的频谱进行对比, 观察并分析二者的区别。

5. (选做) 分别画出图 1 中前 4 路谐振器的输出信号第二个周期 ($n = N, N+1, \dots, L-1$) 的时域波形, 观察并分析输出信号的特点。
6. (选做) 将输入信号换成周期为 N 的冲激串, 画出输出信号第二个周期 ($n = N, N+1, \dots, L-1$) 的幅频特性, 并与第 3 步的滤波器幅频特性进行对比, 观察并分析二者的关系。

7. 思考并回答下列问题

- (1) 在第 2 步的幅频特性中, 各次谐波的幅度与相应的时域信号幅度有什么关系?
- (2) 实验中为什么要观察第二个周期, 如果直接观察第一个周期会怎么样?
- (3) 如果取 $r=0.95$, 观察会出现什么情况。
- (4) 如何理解第 3 步与第 6 步在工程使用中的区别?

三. 实验报告

1. 按照实验内容的要求编制程序, 给出正确的运行结果(图)并逐项进行分析。
2. 提交完整的源程序。