试卷类型：A

上海电力大学 线性代数 试卷
2016-2017 学年第一学期期末试卷

使用专业年级 相关各专业 考试方式：开卷（ ）闭卷（√ ） 共 6 页

题号	一	二	三	四	五	六						合计
得分												

系________ 专业________ 班________ 学号________ 姓名________

密 封 线

一、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 若 $\begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ y & 0 & -2 \\ z & 2 & -1 \end{vmatrix}=1$，则 $\begin{vmatrix} x+2 & y-4 & z-2 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}=$ -1

2. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$，则秩 $R(AB)=$ 1

3. 已知 n 阶方阵 A 满足 $A^2+2A+2I=0$，则 $(A+I)^{-1}=$ -(A+I)

4. 设 n 阶方阵 A 的伴随阵为 A^*，且 $|A|=a\neq 0$，则 $|A^*|=$________

5. 若向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \alpha_2=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_3=\begin{pmatrix} 5 \\ a \\ 5 \end{pmatrix}$ 的秩为 2，则参数 a 的值为 5

6. 设 n 元线性方程组 AX=B，则当 R(A ¦ B)=R(A)=n 时，该方程组有惟一解

7. 设 $\lambda=2$ 是可逆矩阵 A 的一个特征值，则矩阵 $(\frac{1}{3}A^2)^{-1}$ 必有一个特征值等于 3/4

8. 设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$ 经正交变换化为标准形 $3y_1^2-2y_2^2$，则其规范型的矩阵为________

二、选择题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 若 A ，B 都是方阵，且 $|A|$=2，$|B|$=-1，则 $|A^{-1}B|$=________（ D ）

（A）-2　　（B）2　　（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）$-\dfrac{1}{2}$

2. 若 A,B 都是 n 阶方阵，且 A,B 都可逆，则下述错误的是（ A ）

（A）$A+B$ 也可逆　　（B）AB 也可逆

（C）B^{-1} 也可逆　　（D）$A^{-1}B^{-1}$ 也可逆

3. 设 A 为 $m\times n$ 矩阵，$R(A)=r$，则方程组 $AX=0$ 有非零解的充要条件是（ D ）

（A）$m<n$　　（B）$r=m$

（C）$r<m$　　（D）A 的列向量组线性相关

4. 以下结论正确的是 （ C ）

（A）n 阶方阵 A 必能对角化

（B）等价矩阵必有相同的特征值

(C) 实对称矩阵的对应于不同特征值的特征向量必两两正交

(D) A 的对应于特征值 λ 的特征向量为特征方程组 $(A-\lambda I)X=0$ 的全部解

5. 二次型 $f\left(x_1,x_2,x_3\right)=(\lambda-1)x_1^2+\lambda x_2^2+(\lambda+1)x_3^2$ 是正定二次型，λ 应满足的条件是（ C ）

（A） $\lambda>-1$　　（B）$\lambda>0$　　（C）$\lambda>1$　　（D）$\lambda\geq 1$

三、计算题(每小题 8 分, 共 24 分)

1. 设 $n(n\geq 3)$ 阶矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & a & a & & a \\ a & 1 & a & & a \\ a & a & 1 & & a \\ & & & & \\ a & a & a & & 1 \end{pmatrix}$,若 A 的秩为 $n-1$，求 a 的值.

2. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&1&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&1&-1\\0&0&2&0&1\\0&0&1&1&0\end{pmatrix}$ 的逆矩阵.

3. 设向量组

$$\alpha_1=[1,0,2,1]^T,\alpha_2=[1,2,0,1]^T,\alpha_3=[2,1,3,0]^T,\alpha_4=[2,5,-1,4]^T,\alpha_5=[1,-1,3,-1]^T$$

求（1）向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$ 的秩

（2）该向量组的一个极大线性无关组，并将其它向量用该极大线性无关组线性表出.

四、（12 分）

问 λ 取何值时，方程组 $\begin{cases} 2x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 1 \\ \lambda x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -1 \end{cases}$ 无解、有唯一解或有无穷多解？并在有无穷多解时求出其通解.

五、（13 分）

已知二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3$

（1）用正交变换把二次型 f 化为标准形，并写出相应的正交矩阵；

（2）指出该二次型的正惯性指数、秩.

六、证明题(每小题 6 分, 共 12 分)

1. 设 A,B 都是 n 阶矩阵, 且 $\left|A\right|\neq 0$ ，证明 AB 与 BA 相似.

2. 已知向量组 $(I):\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ ；组 $(II):\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ ；组 $(III):\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5$ ，如果各向量组的秩分别为 $R(I)=R(II)=3,R(III)=4$, 证明向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5-\alpha_4$ 的秩为 4.