姓名________ 线 学号________ 班________ 封 专业________ 密 系________

试卷类型：A

上海电力大学 线性代数 试卷

2019-2020 学年第一学期期末试卷

使用专业年级 相关专业 考试方式：开卷（ ）闭卷（√） 共 6 页

题号	一	二	三	四	五						合计
得分											

一、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

1．设 A、B 均为三阶方阵，且 $|A|=2$，$|B|=-3$ 则 $\left|-3AB^T\right|=$________.

2. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$，$A^T$ 为 A 的转置，则 $A^TB=$____________.

3. 已知四阶行列式 D 中第三列的元素依次为 $-1, 2, 0, 1$，它们的余子式依次分别为 $5, 3, -7, 4$，则 D 的值为__________

4. R^3 中的向量 $\alpha=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix}^T, \beta=\begin{pmatrix}2 & 2 & 2\end{pmatrix}^T, 2\alpha-\beta=2\gamma$,则 $\gamma=$_____________

5. 已知三阶方阵 A 的特征值是 1,1,2，方阵 $B=A^2+A-I$ 的特征值是_____________.

6. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0 & 10 & 6\\ 1 & -3 & -3\\ -2 & 10 & 8\end{pmatrix}$，已知 $\alpha=\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 2\end{pmatrix}$ 是它的一个特征向量，则 α 所对应的特征值为____________.

7. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=-x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2$ 的秩为_________.

8. 设 $\alpha=(1,1,1)^T, \beta=(a,0,b)^T, \gamma=(1,3,2)^T$，若 α,β,γ 线性相关，则 a,b 满足关系式______________；

二.选择题(每小题 3 分,共 12 分)

1. A,B 均为 n 阶矩阵，且 $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$,则必有..(　　　)

（A） $A=B$　　　　（B） $A=I$

（C） $AB=BA$　　　　（D） $B=I$

2. 设 A,B 是 3 阶方阵，已知 $|A|=-1,|B|=2$，则行列式 $\begin{vmatrix} 2A & A \\ 0 & B \end{vmatrix}=$ ....(　　　)

(A) 16　　(B) -16　　(C) 4　　(D) -4

3. 已知 ξ_1,ξ_2 是线性方程组 $AX=B$ 的两个解，则..（　　　）

(A) $\xi_1+\xi_2$ 是 $AX=0$ 的解;　　　　(B) $\xi_1-\xi_2$ 是 $AX=B$ 的解;

(C) $\xi_1+\xi_2$ 是 $AX=B$ 的解;　　　　(D) $\xi_1-\xi_2$ 是 $AX=0$ 的解.

4．设 A 为 n 阶可逆矩阵，则 ....（　　　）

（A） A 与 I 相似　　　　（B） A 与 I 合同

（C） A 与 I 等价　　　　（D） A 与 I 相等

三. 计算题(每小题 8 分,共 16 分)

1．(8 分) 计算 4 阶行列式 $D=\begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

线

封

密

2．(8 分) 设 3 阶方阵 A,B 满足 $A+B=AB$.

(1) 证明 $A-I$ 可逆，并求其逆；（2）若 $B=\begin{pmatrix}1 & -3 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$，求矩阵 A.

四. 解答题(共 32 分)

1.（10 分）给定向量组 $\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\0\\2\\1\end{bmatrix},\alpha_2=\begin{bmatrix}1\\2\\0\\1\end{bmatrix},\alpha_3=\begin{bmatrix}2\\1\\3\\0\end{bmatrix},\alpha_4=\begin{bmatrix}2\\5\\-1\\4\end{bmatrix},\alpha_5=\begin{bmatrix}1\\-1\\3\\-1\end{bmatrix}$，求

（1）向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$ 的秩

（2）该向量组的一个极大线性无关组，并将其它向量用该极大线性无关组线性表出.

2.（10 分）试问：当λ分别取何值时，齐次线性方程组$\begin{cases}\lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0\end{cases}$

（1）仅有零解？　　　（2）有非零解？并求出所有的解。

3.（12 分）将二次型 $f = x^2 + 3y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$ 化为标准型，并写出所用的正交变换。

五、证明题（每小题 8 分，共 16 分）

1. 设方阵A满足 $A^2 = A$，则其特征值$\lambda = 0, 1$.

2. 设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，试证$\alpha_1 + 2\alpha_2,\alpha_2 + 2\alpha_3,\alpha_3 + 2\alpha_1$也线性无关。