姓名________ 学号________ 班________ 专业________ 系________

密 封 线

试卷类型：<u>A</u>

上海电力大学<u>线性代数</u>试卷
2018-2019 学年第一学期期末试卷

使用专业年级<u>相关各专业</u> 考试方式：开卷（ ）闭卷（√ ） 共<u>6</u>页

题号	一	二	三	四								合计
得分												

一、选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 若 A，B 都是方阵，且 $|A|$=2，$|B|$=-1，则 $\left|A^{-1}B^{T}\right|$=________（ C ）

（A）-2　　（B）2　　（C）$-\dfrac{1}{2}$　　（D）$\dfrac{1}{2}$

2. 设 A 与 B 为矩阵且 $AC=CB$，C 为 $m\times n$ 的矩阵，则 A 与 B 分别是什么矩阵（ D ）

(A) $n\times m$　$m\times n$　　(B) $m\times n$　$n\times m$

(C) $n\times n$　$m\times m$　　(D) $m\times m$　$n\times n$

3. 若 A 与 B 相似，则下列结论不正确的是（ C ）

（A）$|A|=|B|$　　（B）A 和 B 有相同的特征多项式

（C）A 和 B 有相同的伴随矩阵　　（D）$R(A)=R(B)$

4. 下列矩阵中,与可逆矩阵 A 有相同特征值的矩阵是（ B ）

（A）A^{-1}　（B）A^{T}　（C）A^{2}　（D）A^{*}

5. 设 A 为 $m\times n$ 矩阵，$r(A)=r$，则方程组 $AX=0$ 有非零解的充要条件是（ D ）

（A）$m<n$　　（B）$r=m$

（C）$r<m$　　（D）A 的列向量组线性相关

二、填空题（每小题 3 分，共 21 分）

1．已知四阶行列式 D 中第三列的元素依次为 $-1, 2, 0, 1$，它们的余子式依次分别为 $5, 3, -7, 4$，则 D 的值为___- 15______.

2. 设 A＝$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$____________________.

3. 已知 $\alpha=(3,1,5)^T, \beta=(2,1,1)^T$，则当 $k=$___-12/35________时，α 与 $k\alpha+\beta$ 正交。

4. 已知向量 $\alpha_1=(1,1,1)^T$，$\alpha_2=(1,2,3)^T$，$\alpha_3=(2,3,t)^T$ 线性相关，则 $t=$_____4_______.

5. 已知 $x_1=(1,\ 0,\ 2)^T$、$x_2=(3,\ 4,\ 5)^T$ 是 3 元非齐次线性方程组 $Ax=\beta$ 的两个解向量，则对应齐次线性方程 $Ax=0$ 有一个非零解 ____(2,4,3)T____________________

6. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 10 & 6 \\ 1 & -3 & -3 \\ -2 & 10 & 8 \end{pmatrix}$，已知 $\alpha=\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 是它的一个特征向量，则 α 所对应的特征值为______1_________.

7. 已知实二次型 $f(x_1, x_2, x_3)=2x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+ax_2x_3$ 正定，则常数 a 的取值范围是________________.

三. 解答题(共 48 分)

1.（8 分） 计算行列式 $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ 的值

密　　　　　　　　　　　　封　　　　　　　　　　　　线

2. (8 分) 设 n 阶矩阵 A 和 B 满足条件 $A+B=AB$

（1）证明 $B-I$ 为可逆矩阵；　　　（2）已知 $B=\begin{pmatrix}1 & -3 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$，求矩阵 A。

3.（10 分） 设向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\2\\4\\2\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\2\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix},\alpha_5=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}$，求

（1）向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$ 的秩

（2）该向量组的一个极大线性无关组，并将其它向量用该极大线性无关组线性表出.

4.（10 分）讨论 λ 取何值时，方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解，并求出所有的解。

5.（12 分） 已知实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2-2x_1x_3$，

求一个正交变换 $X=PY$ 将 f 化为标准形，并写出所用的正交变换。

密　　　　封　　　　线

四、证明题（每小题 8 分，共 16 分）

1．设向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$线性相关，向量组$\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$线性无关，证明：

（1） α_1能由α_2, α_3线性表出；

（2） α_4不能由$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$线性表出

2．设 A 为 n 阶方阵，证明 A^T 与 A 有相同的特征值.