高等数学 A（2）模拟题

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)}\dfrac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}}=$ ______________。

2．已知函数 $z=\ln(1-x^2+y^2)$，则 $dz|_{(1,2)}=$ ____________________。

3．设 $L:(x-1)^2+y^2=4$，则 $\oint_L(x^2-2x+y^2)ds=$ _____________。

4．判断级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\dfrac{\sqrt{2n+1}}{n^2+1}$ 的收敛性 ________________。

（填绝对收敛，条件收敛，发散）

5．点 $M(2,-1,3)$ 到平面 $2x-y-3z+3=0$ 的距离为 ____________________。

二、单项选择题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续是它在该点偏导数存在的（　　）

（A）必要而非充分条件；　　（B）充分而非必要条件；

（C）充分必要条件；　　（D）非充分又非必要条件。

7．曲面 $z=2x^2+3y^2$ 在点 $(1,2,14)$ 处的切平面方程为（　　）

（A）$4x+12y+z=42$；　　（B）$\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{12}=\dfrac{z-14}{-1}$；

（C）$4x+12y-z=14$；　　（D）$\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{12}=\dfrac{z-14}{1}$。

8．幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}(2x+1)^n$ 的收敛域为（　　）

（A）$(-1,1)$；　（B）$[-1,0)$；　（C）$(-1,0]$；　（D）$[-1,0]$。

9．直线 $L_1:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-4}$ 与 $L_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ 的夹角是（　　）。

（A）$\dfrac{\pi}{2}$；　（B）$\dfrac{\pi}{3}$；　（C）$\dfrac{\pi}{4}$；　（D）$\dfrac{\pi}{6}$。

10．将函数 $f(x)=x+1$，$x\in[0,\pi]$ 展开为正弦级数 $f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$，则级数的系数 $b_4=$

（　　）

（A）$-\dfrac{1}{2}$；　（B）$\dfrac{1}{3}$；　（C）$-\dfrac{1}{3}$；　（D）$\dfrac{1}{2}$。

三、计算题(本题 8 分)

11. 直线l过点 M(1,2,3)且与两平面$x+2y-z=0$和$2x-3y+4z=6$都平行，求直线l的方程。

四、计算题(本题 8 分)

12.设方程 $z=1-\sin(x+y^2)-e^z$确定了函数$z=z(x,y)$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$。

五、计算题(本题 8 分)

13. 求二重积分$\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma$，其中$D$是环形闭区域：$a^2 \le x^2+y^2 \le b^2$,

(其中：$a,b>0$)。

六、计算题(本题 8 分)

14. 求由球面$z=\sqrt{4-x^2-y^2}$和圆锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$所围成的立体的体积。

七、计算题(本题 9 分)

15. 计算三重积分$\iiint\limits_\Omega z\,dxdydz$，其中$\Omega$是由$z=x^2+y^2, z=1$ 所围成的闭区域。

八、计算题(本题 9 分)

16. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n\,x^{n-1}$ 的收敛域。

九、计算题(本题 10 分)

将函数$f(x)=\dfrac{1}{x^2+x-2}$展开为$x-2$的幂级数，并求出收敛区域。

十、计算题（本题共 10 分）

计算曲面积分$\oiint\limits_\Sigma (x^2+z)dydz+(x+y-z)dzdx-(y+2z^3)\,dxdy$，

其中Σ是由曲面$x^2+y^2=1$与平面$z=0, z=1$所确定的立体Ω表面的外侧。

高等数学A（2）模拟题答案

一、 填空题

1．$\ln 2$； 2.$-\frac{1}{2}dx+dy$；3.12π；4. 绝对收敛；5. $\frac{\sqrt{14}}{14}$。

二、单项选择题

6.D 7.C 8.B 9.C 10.A

三、计算题(本题8分)

11. 解：取 $\vec{s}=\vec{n}_1\times\vec{n}_2=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & -1\\ 2 & -3 & 4\end{vmatrix}=5\vec{i}-6\vec{j}-7\vec{k}$，所求直线方程为

$\frac{x-1}{5}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z-3}{-7}$。

四、计算题(本题8分)

12. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_x}{F_z}=-\frac{\cos(x+y^2)}{1+e^z}$, $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F_y}{F_z}=-\frac{2y\cos(x+y^2)}{1+e^z}$

五、计算题(本题8分)

13. 解：$\iint\limits_D\sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma=\int_0^{2\pi}d\theta\int_a^b\rho^2 d\rho=\frac{2\pi}{3}(b^3-a^3)$

六、计算题(本题8分)

14. 解：$V=\iiint\limits_\Omega dv=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin\phi d\phi\int_0^2 r^2dr=\frac{16}{3}\pi(1-\frac{\sqrt{2}}{2})$

七、计算题(本题9 分)

15. 解：$\iiint\limits_\Omega zdv=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\rho d\rho\int_{\rho^2}^1 zdz=\frac{\pi}{3}$。

八、计算题(本题9 分)

16. 解：因$\rho=\lim\limits_{n\to+\infty}\left|\frac{n+1}{n}\right|=1$，所以 $R=1$

当$x=1$时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}n$发散；当$x=-1$时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n n$发散，

所以，收敛域：$(-1,1)$。

九、计算题(本题 10 分)

17. 解： $f(x)=\dfrac{1}{(x+2)(x-1)}=\dfrac{1}{3}(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+2})=\dfrac{1}{3}(\dfrac{1}{x-2+1}-\dfrac{1}{x-2+4})$

$$=\frac{1}{3}(\frac{1}{1+(x-2)}+\frac{1}{4}\frac{1}{1+\frac{x-2}{4}}=\frac{1}{3}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(x-2)^n+\frac{1}{12}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{(x-2)^n}{4^n}$$

因 $-1<x-2<1$ 且 $-1<\dfrac{x-2}{4}<1$，

故展开式成立的区域：$1<x<3$。

十、计算题(本题 10 分)

18. 原式= $\iiint\limits_{\Omega}(\dfrac{\partial P}{\partial x}+\dfrac{\partial Q}{\partial y}+\dfrac{\partial R}{\partial z})dv=\iiint\limits_{\Omega}(2x+1-6z^2)dv=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\rho d\rho\int_0^1(1-6z^2)dz$

$=2\pi\cdot\dfrac{1}{2}\cdot(1-2)=-\pi$ 。