

概率论复习题 1

1. 设 A, B, C 是三个随机事件, 试以 A, B, C 的运算来表示下列事件: (1) A, B, C 中恰有两个发生____, (2) A 发生, B, C 中至少有一个不发生的逆事件_____。

$$(\overline{ABC}) \cup (\overline{ABC}) \cup (\overline{ABC}), \overline{AB \cup C} = \overline{A} \cap \overline{BC}$$

2. 设服从均匀分布的随机变量 $X \sim U[0, 4]$, 则 $E(3X^2) = \underline{16}$, $P(X \geq 2) = \underline{0.5}$ 。

3. 已知在 10 只晶体管中, 有 2 只次品, 在其中取两次, 每次随机地取一只, 做不放回抽样, 则 (1) 两只都是正品的概率为 $\underline{28/45}$ (2) 一只正品, 一只为次品的概率为 $\underline{4/45}$; (3) 两只都为次品的概率为 $\underline{16/45}$; (4) 第二次取出的是次品的概率 $\underline{1/5}$ 。

4. 已知随机变量 X 服从 $N(-3, 1)$, Y 服从 $N(2, 1)$, 且 X 与 Y 相互独立, 随机变量 $Z = X - 2Y + 7$, 则 $E(Z) = \underline{0}$, $D(Z) = \underline{5}$ 。

5. 若 X, Y 满足条件 不相关或独立 则 $E(XY) = E(X)E(Y)$, $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$ 。

6. 设随机变量 $X \sim e(5)$, 则 $P\{X > 2\} = \underline{e(-10)}$, $D(-X + 5) = \underline{1/25}$ 。

7. 一个机床有 1/3 的时间加工零件 A, 其余时间加工零件 B; 加工 A 时, 停车的概率为 0.3, 加工 B 时停车的概率为 0.4, 求这个机床停车的概率? $\underline{11/30}$

8. 已知甲乙两箱中装有同种产品, 其中甲箱装有 3 件合格品和 3 件次品, 乙箱中装有 3 件合格品, 从甲箱中任取 2 件产品放入乙箱后, 求: (1) 乙箱中次品件数 X 的分布率;

(2) 从乙箱中任取一件产品是次品的概率。

X: 0, 1, 2, $P(X=0)=3/15$, $P(X=1)=9/15$, $P(X=2)=3/15$,

$$P = \frac{3}{15} \times \frac{2}{5} + \frac{9}{15} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

9. 设 (X, Y) 的分布律由下表给出,

(X, Y)				
	(-1, 1)	(-1, 2)	(1, 1)	(1, 2)
概率	1/6	β	1/3	α

并且 $P\{X = -1\} = \frac{1}{3}$, 则 $\alpha = \frac{1}{3}$, $\beta = \frac{1}{6}$; 令 $Z = X^2 + Y$, (1) 求 Z 的分布律;

$P(Z=2)=1/2$, $P(Z=3)=1/2$,

(2) 判定 X 与 Y 的独立性和相关性；独立，不相关。

(3) $P\{X = -1 | Y = 2\} = 1/3, P\{XY < 2\} = 2/3$.

10. 某保险公司多年的统计资料表示，在索赔户中被盗索赔户占 20%，以 X 表示在随机抽查的 100 个索赔户中因盗窃而向保险公司索赔的户数。

(1) 写出 X 的概率分布； $b(100, 0.2)$

(2) 求被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率的近似值。 $EX=20, DX=16, \Phi(2.5) + \Phi(1.5) - 1$

11. 设 X_1, \dots, X_{50} 是相互独立的随机变量，且都服从参数为 $\lambda = 0.03$ 的泊松分布，记

$Y = \sum_{i=1}^{50} X_i$ ，试计算 $P\{Y \geq 3\} \approx 1 - \Phi(\sqrt{1.5})$ 。 $EY=1.5=DY$,

12. 设二维随机变量 (X, Y) 的密度函数为：

$$f(x, y) = \begin{cases} kx, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0, & \text{other} \end{cases}$$

求 1. k 及 $\int_0^1 dx \int_0^x kx dy = 1, k = 3$;

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \begin{cases} 0 & \text{else} \\ \int_0^x 3x dy = 3x^2 & 0 < x < 1 \end{cases}$$

$$2. P\{Y \geq \frac{1}{2}\} = \int_{0.5}^1 dx \int_{0.5}^x 3x dy = \frac{5}{16} \quad 3. E(XY) = \int_0^1 dx \int_0^x xy 3x dy = 0.3.$$

13. 某产品次品率为 0.1，检验员每天检验四次，每次随机取 10 件产品进行检验，若发现其中的次品数多于 1，就去调整设备，以 X 表示一天中调整设备的次数，求 EX 。（假设产品是否为次品相互独立）（1.0556）

$X \sim b(4, p), Y$: 10 件中次品的件数， $Y \sim b(10, 0.1)$ ， $p = P(Y > 1) = 1 - 0.1 \times 0.9^9$

14. 已知随机变量 X 的分布密度 $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 1, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{other} \end{cases}$ ，求 $P\{-1 < X < 1\} = 0.75$,

$E(X^2) = 2/3$ ，分布函数。

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X^2 \leq y)$$

若 $y < 0$, 则 $F_Y(y) = 0$

若 $y \geq 0$, 则 $F_Y(y) = P(-\sqrt{y} \leq x \leq \sqrt{y})$

$$= \begin{cases} 1 & y \geq 4 \\ \int_0^{\sqrt{y}} (1 - \frac{1}{2}x) dx = \sqrt{y} - \frac{1}{4}y & 0 < y < 4 \end{cases}$$

$$F_Y(y)$$

$$\text{所以 } F_Y(y) = \begin{cases} 1 & y \geq 4 \\ 0 & \text{else} \\ \int_0^{\sqrt{y}} (1 - \frac{1}{2}x) dx = \sqrt{y} - \frac{1}{4}y & 0 < y < 4 \end{cases}$$