姓名____ 学号____ 班____ 专业____ 系____

密 封 线

试卷类型：B

# 上海电力大学 线性代数 试卷
# 2020-2021 学年第一学期期末试卷

使用专业年级 相关专业 考试方式：开卷（ ）闭卷（√） 共 6 页

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | | | | | | | 合计 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | | | |

**一、填空题（每小题 3 分，共 24 分）**

1．行列式 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & x \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ 的展开式中，$x$ 的系数是____________.

2. 当 $k$ ________________ 时，矩阵 $A=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ 可逆。

3. 如果矩阵 $A_{m\times n}$ 与 $B_{s\times t}$ 满足 $AB=BA$，则 $m,n,s,t$ 应满足条件______________.

4. 设 $n$ 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\quad,\alpha_s,\alpha_{s+1}(s<n)$ 线性无关， 则向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\quad,\alpha_s$ 的秩为

___________.

5. 已知 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 相似，则 $x$=__________________.

6. 已知三阶方阵 A 的特征值为 $2,3,4$，则 $|A|=$ ______________.

7. 设 $A$ 为 $m\times n$ 矩阵，非齐次线性方程组 $AX=B$ 有唯一解的充分必要条件是____________

8. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=-x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2$ 的正惯性指数是_________.

**二.选择题(每小题 3 分,共 12 分)**

1. 已知 $A$、$B$ 为 $n$ 阶方阵，则下列性质不正确的是……………………………………………（ ）

(A) $AB=BA$　　(B) $(AB)C=A(BC)$

(C) $(A+B)C=AC+BC$　　(D) $C(A+B)=CA+CB$

2. 设$\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, 则$\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{vmatrix}=$ ........................................................... （　　　）

（A）6　　　（B）$-\dfrac{2}{3}$　　　（C）$\dfrac{2}{3}$　　　（D）-6

3. 关于向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_s$，下列结论正确的是 ........................................................................ （　　　）

（A）若$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\ldots k_s\alpha_s=0$，则$\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_s$线性相关.

（B）若对任何一组不全为 0 的数$k_1,k_2,\ldots k_s$，都有$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\ldots k_s\alpha_s\neq 0$，则$\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_s$线性无关.

（C）若$\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_s$线性相关，则任何一组不全为 0 的数$k_1,k_2,\ldots k_s$，都有$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\ldots k_s\alpha_s=0$.

（D）若$0.\alpha_1+0.\alpha_2+\ldots+0.\alpha_s=0$，则$\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_s$线性无关.

4．下列矩阵中,与可逆矩阵$A$有相同特征值的矩阵是 ........................................................................ （　　　）

（A）　$A^{-1}$　　（B）$A^T$　　（C）$A^2$　　（D）$A^*$

**三. 计算题(每小题 8 分,共 16 分)**

**1．(8 分)** 计算 4 阶行列式$D=\begin{vmatrix}0 & -1 & -1 & 2\\ 1 & -1 & 0 & 2\\ -1 & 2 & -1 & 0\\ 2 & 1 & 1 & 0\end{vmatrix}$.

**2．(8分)** 已知 $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&2&0\\2&5&0\\0&0&3\end{pmatrix}$

（1）计算 $C=AB$；（2）试证 $C$ 为可逆矩阵，并求出 $C^{-1}$

线

封

## 四. 解答题(共32分)

**1.（10分）** 给定向量组 $\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\-2\\-1\\-2\end{bmatrix},\alpha_2=\begin{bmatrix}4\\1\\2\\1\end{bmatrix},\alpha_3=\begin{bmatrix}2\\5\\4\\-1\end{bmatrix},\alpha_4=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$，求

密

（1）向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的秩

（2）该向量组的一个极大线性无关组，并将其它向量用该极大线性无关组线性表出.

**2.（10 分）** 求方程组$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$的通解及导出组的基础解系.

**3.（12 分）** 已知实二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$，

求一个正交变换 $X = PY$ 将 $f$ 化为标准形，并写出所用的正交变换。

**五、证明题（每小题 8 分，共 16 分）**

1. 若 $A^2-2A-4I=0$，证明 $A+I$ 可逆，并求 $(A+I)^{-1}$。

2．设 $A,B$ 都是正交矩阵，证明 $AB$ 也是正交矩阵。

线

封

密