# Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή			3
	1.1	Διατύ	πωση του προβλήματος	3
		1.1.1	Κατάτμηση βάση ατλάντων	3
		1.1.2	Αντικείμενο διπλωματικής εργασίας	3
2	Θεωρητικό υπόβαθρο			5
	2.1	-	πο συγχώνευσης κατηγοριών βασισμένο σε γράφους	5
	2.2	Ελάχι	στα απόλυτος τελεστής συρρίκνωσης και επιλογή.	5
	2.3	3 Καταχώρηση εικόνας		6
		2.3.1	Μέση διαφορά τετραγώνων	7
		2.3.2	Αλγόριθμος προσαρμοστικής στοχαστικής απότο-	
			μης καθόδου	8
		2.3.3	Αγχίγραμμος μετασχηματισμός	9

# Κατάλογος σχημάτων

1	Περιστροφή, στρέβλωση, μετατόπιση και αλλαγή κλίμα-
	κας ενός τετρανώνου

### 1 Εισαγωγή

### 1.1 Διατύπωση του προβλήματος

Η κατάτμηση είναι η διαδικασία διαμέρισης μίας εικόνας σε διάφορα ουσιαστικά τμήματα. Σκοπός της κατάτμησης είναι η απλοποίηση ή/και η αλλαγή της αναπαράστασης της εικόνας σε κάτι που είναι πιο σημασιολογικά σημαντικό και είναι πιο εύκολο να αναλυθεί. Πιο συγκεκριμένα, η κατάτμηση εικόνας είναι η διαδικασία ανάθεσης μίας ετικέτας σε κάθε εικονοστοιχείο της εικόνας έτσι ώστε τα εικονοστοιχεία με την ίδια ετικέτα να έχουν ίδια χαρακτηριστικά.

Στην ιατρική απεικόνιση αυτά τα τμήματα αντιστοιχούν συχνά σε διαφορετικές κατηγορίες ιστών, οργάνων, παθολογίες ή άλλες βιολογικά σχετιζόμενες δομές. Η αυτοματοποιημένη κατάτμηση ιατρικών απεικονίσεων μπορεί να βοηθήσει τους γιατρούς επιταχύνοντας τη διαδικασία διάγνωσης. Η καθημερινή δημιουργία πληθώρας ιατρικών απεικονίσεων καθιστά τη χειροκίνητη κατάτμηση από ειδικούς όλο και δυσκολότερη, λόγο του χρονικού διαστήματος που χρειάζεται η ανάλυση. Επομένως, η ανάπτυξη αξιόπιστων, σταθερών και ακριβών τεχνικών για την αυτοματοποιημένη κατάτμηση ιατρικών απεικονίσεων αποτελεί μία σημαντική πρόκληση.

#### 1.1.1 Κατάτμηση βάση ατλάντων

Η κατάτμηση απεικονίσεων βάση ατλάντων αποτελεί την διαδικασία κατά την οποία χρησιμοποιούνται απεικονίσεις που έχουν κατανεμηθεί από κάποιον ειδικό, ούτως ώστε να επιτευχθεί η κατάτμηση της νέας απεικόνισης. Οι μέθοδοι αυτοί συνήθως απαιτούν την χρήση καταχώρησης εικόνας (image registration) με σκοπό την ευθυγράμμιση τού ή των ατλάντων στην εικόνα-απεικόνιση που πρόκειται να κατανεμηθεί.

### 1.1.2 Αντικείμενο διπλωματικής εργασίας

Στην διπλωματική εργασία εφαρμόστηκαν μέθοδοι κατάτμησης ιατρικών απεικονίσεων βάση ατλάντων με χρήση μηχανικής μάθησης. Οι απεικονίσεις αφορούν μαγνητικές τομογραφίες σε γόνατα και οι

περιοχές κατάτμησης αποτελούνται από τους αρθρικούς χόνδρους και τα οστά. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν προέρχονται από το Osteoarthritis Initiative Zuse Institute Berlin(OAI ZIB). Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν προέρχονται από μεθόδους που έχουν χρησιμοποιηθεί για την κατάτμηση περιοχών του εγκεφάλου. ΤΟDO: references

## 2 Θεωρητικό υπόβαθρο

# 2.1 Πλαίσιο συγχώνευσης κατηγοριών βασισμένο σε γράφους

Το πλαίσιο συγχώνευσης κατηγοριών βασισμένο σε γράφους προτάθηκε από το [1] ως μία μέθοδος μέσω της οποίας μπορούν να παραχθούν πολλές υπάρχουσες μέθοδοι συγχώνευσης κατηγοριών.

Έστω το ζεύγος  $\{(I_i,L_i),i=1,...,n\}$  όπου  $I_i$  είναι η απεικόνιση ενός άτλαντα,  $L_i$  ο χάρτης των κατηγοριών της αντίστοιχης απεικόνισης και n το σύνολο των ατλάντων. Δοθείσας μία απεικόνισης I, δημιουργείται ο γράφος  $G_i$  μεταξύ των εικονοστοιχείων x της δοθείσας εικόνας I και του εικονοστοιχείου y της απεικόνισης του άτλαντα  $I_i$ , μαζί με τα αντίστοιχα βάρη  $w_i(x,y)$ , για  $(x,y) \in \Omega^2$ , όπου  $\Omega$  ο χώρος των απεικονίσεων. Με τη δημιουργία των βαρών του γράφου, η συγχώνευση των κατηγοριών γίνεται για κάθε x της απεικόνισης εισόδου I σύμφωνα με το τύπο:

$$L(\boldsymbol{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{\boldsymbol{y} \in \Omega} w_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) L_i(\boldsymbol{y})}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{\boldsymbol{y} \in \Omega} w_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})}, \forall \boldsymbol{x} \in \Omega$$
(1)

L είναι ο χάρτης των κατηγοριών της απεικόνισης εισόδου I.

# 2.2 Ελάχιστα απόλυτος τελεστής συρρίκνωσης και επιλογή

Ο ελάχιστα απόλυτος τελεστής συρρίκνωσης και επιλογής (least absolute shrinkage and selection operator, Lasso) [2] είναι μία μέθοδος παλινδρόμησης. Παλινδρόμηση είναι η μέθοδος πρόβλεψης της συμπεριφοράς μίας μεταβλητής βασισμένη σε μία ή περισσότερες άλλες μεταβλητές. Έστω οι παρατηρήσεις  $(x_i,y_i), i=1,...,N$ , όπου  $x_i=(x_{i1},...,x_{ip})$  οι p μεταβλητές εισόδου και  $y_i$  η μεταβλητή εισόδου για την i-οστή παρατήρηση. Αν  $\hat{\beta}=(\hat{\beta}_1,...,\hat{\beta}_p)^T$  και  $\hat{\alpha}$  τα αποτέλεσματα της παλινδρόμησης (συντελεστές παλινδρόμησης) τότε ο τελεστής ορίζεται ως:

$$(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i=1}^{N} \left( y_i - \alpha - \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ij} \right)^2 \right\} \text{ subject to } \sum_{j=1}^{p} |\beta_j| \le t \quad (2)$$

Το  $t \geq 0$  είναι παράμετρος συντονισμού. Για κάθε τιμή του t η λύση για το  $\alpha$  είναι  $\hat{\alpha} = \overline{y}$  (όπου  $\overline{y}$  είναι η μέση τιμή του y). Επίσης μπορούμε να υποθέσουμε χωρίς την απώλεια της γενίκευσης ότι  $\hat{\alpha} = 0$  ώστε να εξαλειφθεί το  $\alpha$ . Έστω  $\mathbf{X} = (\mathbf{x_1},...,\mathbf{x_N})^T$  και  $y = (y_1,...,y_N)^T$  τότε η (2) μπορεί να γραφτεί ως:

$$\hat{\beta} = \operatorname{argmin} \left\{ \frac{1}{N} \| (y - \boldsymbol{X}\beta) \|_2^2 \right\} \text{ subject to } \|\beta\|_1 \le t \tag{3}$$

Όπου η p-οστή νόρμα του  $x = (x_1, ..., x_n)$  ορίζεται ως:

$$||x||_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p\right)^{1/p}$$

Η εξίσωση (3) μπορεί να γραφτεί επίσης με την χρήση του πολλαπλασιαστή Lagrange ως:

$$\hat{\beta} = \operatorname{argmin} \left\{ \frac{1}{N} \| (y - \boldsymbol{X}\beta) \|_2^2 + \lambda \|\beta\|_1 \right\} \tag{4}$$

Πολλές φορές οι στήλες του Χ κανονικοποιούνται, δηλαδή ισχύει:

$$\sum_{i=1}^{p} \frac{x_{ij}}{N} = 0 , \sum_{i=1}^{p} \frac{x_{ij}^{2}}{N} = 1$$

## 2.3 Καταχώρηση εικόνας

Καταχώρηση εικόνας (image registration) είναι η διαδικασία μετασχηματισμού διαφορετικών δεδομένων σε ένα σύστημα συντεταγμένων. Η διαδικασία αυτή επιδιώκει μέσω του μετασχηματισμού αυτού, την επικάλυψη των κοινών χαρακτηριστικών των δεδομένων. Τα δεδομένα

μπορεί να είναι πολλαπλές φωτογραφίες, δεδομένα από διαφορετικούς αισθητήρες, ώρες, βάθη και οπτικές [3]. Στις ιατρικές απεικονίσεις επιδιώκεται μέσω του μετασχηματισμού, αντίστοιχα εικονοστοιχεία των απεικονίσεων να αναπαριστούν όμοια βιολογικά σημεία.

Συνήθως στις μεθόδους καταχώρησης εικόνας η μία εικόνα παραμένει σταθερή κατά την διαδικασία της καταχώρησης και η άλλη-άλλες μετασχηματίζονται. Η εικόνα που παραμένει σταθερή αποκαλείται εικόνα αναφοράς ή απλά σταθερή εικόνα. Οι εικόνες που μετασχηματίζονται ονομάζονται εικόνες καταχώρισης ή κινούμενες εικόνες.

Η βασική διαδικασία της καταχώρησης εικόνας αποτελείται από την ανίχνευση χαρακτηριστικών, την ευθυγράμμιση χαρακτηριστικών από την κινούμενη εικόνα στην σταθερή, εκτίμηση παραμέτρων συναρτήσεων χαρτογράφησης, την δειγματοληψία και τον μετασχηματισμό εικόνας. Οι μέθοδοι καταχώρισης εικόνας είναι μοναδικές για κάθε πρόβλημα και δεν υπάρχει κοινή τεχνική καταχώρισης εικόνας που να είναι ισάξια αποτελεσματική σε κάθε πρόβλημα που εφαρμόζεται [4]. Για παράδειγμα υπάρχουν μέθοδοι που βασίζονται στην ένταση των εικόνων και μέθοδοι που βασίζονται σε χαρακτηριστικά τους.

#### 2.3.1 Μέση διαφορά τετραγώνων

Στην οικογένεια των μεθόδων που βασίζονται στην ένταση των εικόνων, η μέτρηση της ομοιότητας μεταξύ της κινούμενης και της σταθερής εικόνας αποτελεί ένα δομικό στοιχείο της καταχώρησης εικόνας. Η μέτρηση αυτή αξιολογεί την καταλληλότητα του μετασχηματισμού και χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί η παράγωγος της αξιολόγησης, ούτως ώστε να χρησιμοποιηθούν από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Η επιλογή της μετρικής βασίζεται στο εκάστοτε πρόβλημα που επιχειρεί να λύσει

Η μέση διαφορά τετραγώνων υπολογίζει τον μέσο όρο των τετραγώνων της διαφορά της έντασης για κάθε εικονοστοιχείο μεταξύ της σταθερής και της κινούμενης εικόνας. Η μετρική αυτή βασίζεται στην υπόθεση ότι η ένταση όμοιων σημείων είναι η ίδια και στις δύο εικόνες και έχει την ίδια κατανομή και στις δύο εικόνες. Αυτό σημαίνει ότι και οι δύο εικόνες έχουν την ίδια μορφή.

Η μέση διαφορά τετραγώνων ορίζεται ως:

$$MSSD(I_{F}, I_{M}) = \frac{1}{|\Omega_{F}|} \sum_{\boldsymbol{x_{i}} \in \Omega_{F}} (I_{F}(\boldsymbol{x_{i}}) - I_{M}(\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x_{i}})))^{2}$$

Όπου  $I_F$  η σταθερή εικόνα,  $I_M$  η κινούμενη εικόνα, T ο μετασχηματισμός της διαδικασίας της καταχώρησης,  $\Omega_F \subset \mathbb{R}^D \mapsto \mathbb{R}$  το πεδίο ορισμού της σταθερής εικόνα και  $|\Omega_F|$  ο αριθμός την εικονοστοιχείων της σταθερής εικόνας.

## 2.3.2 Αλγόριθμος προσαρμοστικής στοχαστικής απότομης καθόδου

Ο Αλγόριθμος προσαρμοστικής στοχαστικής απότομης καθόδου (adaptive stochastic gradient descent, ASGD) [5] είναι ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιείται ώστε να υπολογιστούν οι βέλτιστες παράμετροι του μετασχηματισμού. Χρησιμοποιεί μία επαναληπτική διαδικασία ώστε να υπολογίσει τις βέλτιστες παραμέτρους.

Έστω  $F(x): \Omega_F \subset \mathbb{R}^D \mapsto \mathbb{R}$  η σταθερή εικόνα,  $M(x): \Omega_M \subset \mathbb{R}^D \mapsto \mathbb{R}$  η κινούμενη εικόνα και  $T(x, \mu): \Omega_F \times \mathbb{R}^P \mapsto \Omega_M$  παραμετροποιημένος μετασχηματισμός συντεταγμένων, όπου  $\mu \in \mathbb{R}^P$  αναπαριστά το διάνυσμα των παραμέτρων του μετασχηματισμού. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \mathop{\mathrm{argmin}}_{\boldsymbol{\mu}} \mathcal{C}(F, M \circ \boldsymbol{T})$$

Όπου  $\mathcal C$  είναι μία συνάςτηση αξιολόγησης (όπως η μέση διαφορά τετραγώνων 2.3.1). Η  $\hat{\mu}$  είναι η παράμετρος που ελαχιστοποιεί την συνάςτηση κόστους, επομένως μπορούμε να γράψουμε την συνάςτηση αυτή  $\mathcal C(\mu) \equiv \mathcal C(F, M \circ T)$ .

Ο Αλγόριθμος προσαρμοστικής στοχαστικής απότομης καθόδου οπότε ορίζεται ως:

$$\boldsymbol{\mu}_{k+1} = \boldsymbol{\mu}_k - \gamma(t_k)\widetilde{\boldsymbol{g}}_k, \, k = 0, 1, ..., K$$
$$t_{k+1} = [t_k + f(-\widetilde{\boldsymbol{g}}_k^T \widetilde{\boldsymbol{g}}_{k-1}]^+$$

Όπου  $[x]^+$  σημαίνει max(x,0), f είναι μία σιγμοειδής συνάρτηση και  $\mu_0$ ,  $t_0$  και  $t_1$  είναι ορίσματα του αλγορίθμου.  $\tilde{g}_k$  είναι προσέγγιση της παραγώγου  $g \equiv \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \mu}$  στο  $\mu_k$ . Επίσης ο βαθμωτός συντελεστής κέρδους  $\gamma_k$  ορίζεται από την συνάρτηση απόσβεσης:

$$\gamma_k \equiv \gamma(k) = \frac{a}{(k+A)^a}$$

Όπου  $0 < a \le 1$  και A σταθερά ορίσματα του αλγορίθμου.

Στον αλγόριθμο αυτό, η μεταβλητή του "χρόνου"  $t_k$  εξαρτάται από το εσωτερικό γινόμενο της παραγώγου  $\widetilde{g}_k$  και της προηγούμενης παραγώγου  $\widetilde{g}_{k-1}$ . Αν οι παράγωγοι αυτοί σε δύο συνεχόμενα βήματα του αλγορίθμου έχουν την ίδια κατεύθυνση, τότε το εσωτερικό τους γινόμενο θα είναι θετικό. Οπότε ο "χρόνος" θα μειωθεί, που οδηγεί σε μεγάλο βήμα  $\gamma(t_{k+1})$  επειδή η  $\gamma$  είναι γνησίων φθίνουσα συνάρτηση. Με αυτό τον τρόπο ο αλγόριθμος της προσαρμοστικής στοχαστικής απότομης καθόδου υλοποιεί τον μηχανισμό του προσαρμοστικού βήματος.

### 2.3.3 Αγχίγραμμος μετασχηματισμός

Ο μετασχηματισμός που θα χρησιμοποιηθεί για την διαδικασία της κατάτμησης καθορίζει το τι θεωρείται επιτυχία. Ο μετασχηματισμός αντικατοπτρίζει τον επιθυμητό τύπο μετασχηματισμού και περιορίζει τον χώρο λύσης σε αυτόν τον τύπο παραμόρφωσης.

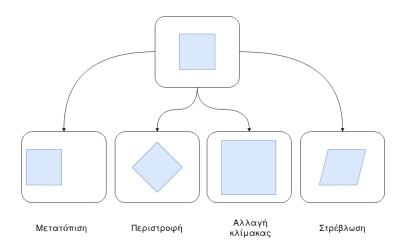
Ο βαθμός ελευθερίας του μετασχηματισμού είναι ίσος με τον αριθμό των παραμέτρων του. Με άλλα λόγια, ο βαθμός ελευθερίας του μετασχηματισμού είναι ίσος με τη διάσταση του χώρου αναζήτησης. Επίσης είναι ανάλογος του με την υπολογιστική πολυπλοκότητα του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Ο αγχίγραμμος μετασχηματισμός (Affine) είναι ένας γεωμετρικός μετασχηματισμός που διατηρεί τις γραμμές και τον παραλληλισμό (αλλά όχι απαραίτητα αποστάσεις και γωνίες). Οι ιδιότητες του μετασχηματισμού είναι:

- 1. Διατηρεί τις ευθείες και τον λόγο αυτών.
- 2. Διατηρεί τον Παραλληλισμός: δύο ή περισσότερες ευθείες που είναι παράλληλες μεταξύ τους, συνεχίζουν να είναι παράλληλες μετά τον μετασχηματισμό.

- 3. Διατηρεί ισομετρίες μέσω μεταφορών.
- 4. Διατηρεί την κυρτότητα συνόλων: ένα κυρτό σετ συνεχίζει να είναι κυρτό μετά τον μετασχηματισμό. Επιπλέον, τα ακραία σημεία του αρχικού σετ αντιστοιχίζονται στα ακραία σημεία του μετασχηματισμένου σετ.

Ο μετασχηματισμός αυτός πραγματοποιεί μετατόπιση, περιστροφή, αλλαγή κλίμακας και στρέβλωση.



Σχήμα 1: Περιστροφή, στρέβλωση, μετατόπιση και αλλαγή κλίμακας ενός τετραγώνου.

Έστω  $F(x): \Omega_F \subset \mathbb{R}^D \mapsto \mathbb{R}$  η σταθερή εικόνα,  $M(x): \Omega_M \subset \mathbb{R}^D \mapsto \mathbb{R}$  η κινούμενη εικόνα και  $\mathbf{T}_{\mu}(\mathbf{x}): \Omega_F \times \mathbb{R}^P \mapsto \Omega_M$  παραμετροποιημένος μετασχηματισμός συντεταγμένων, όπου  $\mathbf{\mu} \in \mathbb{R}^P$  αναπαριστά το διάνυσμα των παραμέτρων του μετασχηματισμού. Επίσης P είναι ο βαθμός ελευθερίας του μετασχηματισμού.

Ο αγχίγραμμος μετασχηματισμός ορίζεται ως:

$$T_{\mu}(x) = A(x-c) + t + c$$

Όπου t είναι το διάνυσμα μετάφρασης και c το κέντρο περιστροφής. Επίσης, ο πίνακας A πραγματοποιεί την περιστροφή, αλλαγή κλίμακας και στρέβλωση. Το διάνυσμα παραμέτρων  $\mu$  θα αποτελείται από τα στοιχεία  $a_{ij}$  του πίνακα A και το διάνυσμα μετάφρασης t. Στις δύο διαστάσεις ο μετασχηματισμός έχει έξι βαθμούς ελευθερίας, ενώ στις τρεις έχει δώδεκα.

## Αναφορές

- [1] D. Zhang, Q. Guo, G. Wu και D. Shen, Sparse Patch-Based Label Fusion for Multi-Atlas Segmentation, 2012.
- [2] R. Tibshirani, "Regression Shrinkage and Selection Via the Lasso," JOURNAL OF THE ROYAL STATISTICAL SOCIETY, SERIES B, τόμ. 58, σσ. 267–288, 1994.
- [3] L. G. Brown, "A Survey of Image Registration Techniques," *ACM Computing Surveys*, τόμ. 24, σσ. 325–376, 1992.
- [4] B. Zitová και J. Flusser, "Image registration methods: a survey," IMAGE AND VISION COMPUTING, τόμ. 21, σσ. 977–1000, 2003.
- [5] S. Klein, J. P. W. Pluim, M. Staring και M. A. Viergever, "Adaptive stochastic gradient descent optimisation for image registration.," *International Journal of Computer Vision*, σσ. 227–239, 2009.