EL-2007 Sinyal dan Sistem

Armein Z R Langi

2025-09-03

Table of contents

Selamat Datang di KuLiahEL 2007 Sinyal dan Sistem

 $Video\ Clip\ https://www.youtube.com/playlist?list=PLgnoib8dkAOy1CnW9UXWDRpcdEpDVWfey$

2 Minggui 1L Sinyal di Kwasan Waktu

Berikut adalah materi pembelajaran untuk Minggu 1 mata kuliah Sinyal dan Sistem (EL2007), dirancang sesuai dengan filosofi VALORAIZE Learning, yang mencakup peta pengetahuan, kendaraan matematika, set soal, dan peta pemecahan masalah untuk setiap soal.

2.1 Materi Pembelajaran Minggu 1: Deskripsi Matematis Sinyal Waktu Kontinu

Capaian Pembelajaran Minggu (CPMK Terkait): Mahasiswa diharapkan mampu memahami dasar-dasar sinyal waktu kontinu dan representasi matematisnya.

Minggu ini, kita akan menjelajahi konsep fundamental sinyal dan sistem waktu kontinu, yang merupakan fondasi penting dalam banyak disiplin ilmu teknik. Kita akan mulai dengan memahami apa itu sinyal waktu kontinu, bagaimana merepresentasikannya secara matematis, mengklasifikasikannya, melakukan operasi dasar pada sinyal, serta memperkenalkan sistem waktu kontinu dan sifat-sifat fundamentalnya.

2.2 1.1 Pengenalan Sinyal Waktu Kontinu (Continuous-Time Signals)

Sinyal adalah suatu fungsi yang membawa informasi. Sinyal waktu kontinu (Continuous-Time Signals, CT Signals) adalah sinyal yang didefinisikan untuk setiap nilai waktu dalam suatu interval kontinu. Biasanya, ini direpresentasikan sebagai fungsi dari variabel waktu t, misalnya x(t).

Contoh Sinyal Dasar Waktu Kontinu:

- Sinyal Sinusoidal: Menggambarkan osilasi periodik, misalnya $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$.
- Sinyal Eksponensial: Menunjukkan pertumbuhan atau peluruhan, misalnya $x(t) = Ae^{\alpha t}$.
 - Jika α real dan negatif, sinyal meluruh.

- Jika α real dan positif, sinyal bertumbuh.
- Jika α kompleks $(j\omega)$, menjadi eksponensial kompleks $(e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t))$.
- Fungsi Unit Step (Unit Step Function): Sinyal yang bernilai 0 untuk t < 0 dan 1 untuk $t \ge 0$, dilambangkan u(t). Berguna untuk merepresentasikan sinyal yang "dimulai" pada waktu tertentu.
- Fungsi Unit Impuls (Unit Impulse Function) / Delta Dirac: Sinyal ideal yang bernilai tak hingga pada t=0 dan nol di tempat lain, dengan luas area satu. Dilambangkan $\delta(t)$. Sinyal ini sering digunakan sebagai "blok bangunan" untuk merepresentasikan sinyal lain dan menganalisis sistem.

2.3 1.2 Klasifikasi Sinyal Waktu Kontinu

Sinyal dapat diklasifikasikan berdasarkan beberapa properti penting:

- Sinyal Energi (Energy Signal) vs. Sinyal Daya (Power Signal):
 - Sinyal Energi: Memiliki energi total terbatas $(0 < E < \infty)$ dan daya rata-rata nol (P = 0). Energi E dihitung sebagai $E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$.
 - Sinyal Daya: Memiliki daya rata-rata terbatas $(0 < P < \infty)$ dan energi total tak hingga $(E = \infty)$. Daya rata-rata P dihitung sebagai $P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 dt$.
 - Sinyal yang tidak memenuhi kedua kondisi ini tidak diklasifikasikan sebagai sinyal energi maupun sinyal daya (misalnya, sinyal yang terus bertumbuh).
- Sinyal Periodik (Periodic Signal) vs. Aperiodik (Aperiodic Signal):
 - Sinyal Periodik: Sinyal yang berulang dengan periode waktu tertentu T > 0, yaitu x(t) = x(t+T) untuk semua t. Periode fundamental adalah periode T terkecil yang memenuhi kondisi ini.
 - Sinyal Aperiodik: Sinyal yang tidak berulang.
- Sinyal Genap (Even Signal) vs. Sinyal Ganjil (Odd Signal):
 - Sinyal Genap: Sinyal yang simetris terhadap sumbu vertikal, yaitu x(t) = x(-t).
 - Sinyal Ganjil: Sinyal yang antisimetris terhadap sumbu vertikal, yaitu x(t) = -x(-t).
 - Setiap sinyal dapat diuraikan menjadi komponen genap $x_e(t)=\frac{1}{2}(x(t)+x(-t))$ dan komponen ganjil $x_o(t)=\frac{1}{2}(x(t)-x(-t))$.

2.4 1.3 Operasi Dasar pada Sinyal Waktu Kontinu

Berbagai operasi dapat dilakukan pada sinyal waktu kontinu.

- Transformasi Variabel Independen (Independent Variable Transformations):
 - Pergeseran Waktu (Time Shift): $y(t) = x(t t_0)$ menggeser sinyal x(t) ke kanan (menunda) sebesar t_0 unit jika $t_0 > 0$. $y(t) = x(t + t_0)$ menggeser ke kiri (memajukan).
 - Penskalaan Waktu (Time Scaling): y(t) = x(at) mengubah "kecepatan" sinyal. Jika |a| > 1, sinyal dikompresi (dipercepat). Jika 0 < |a| < 1, sinyal diekspansi (diperlambat). Jika a < 0, juga terjadi pembalikan waktu.
 - Pembalikan Waktu (Time Reversal): y(t) = x(-t) membalik sinyal terhadap sumbu vertikal.
- Transformasi Variabel Dependen (Dependent Variable Transformations):
 - **Penskalaan Amplitudo:** y(t) = Ax(t) mengalikan amplitudo sinyal dengan konstanta A.
 - Penjumlahan Sinyal: $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$.
 - Perkalian Sinyal: $y(t) = x_1(t) \cdot x_2(t)$.
 - Diferensiasi Sinyal: $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$.
 - Integrasi Sinyal: $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau) d\tau$.

2.5 1.4 Pengenalan Sistem Waktu Kontinu (Continuous-Time Systems)

Sistem dapat didefinisikan sebagai entitas yang memproses sinyal input untuk menghasilkan sinyal output. Hubungan input-output ini dapat direpresentasikan secara matematis atau grafis.

- Representasi Diagram Blok (Block Diagram Representation): Digunakan untuk memvisualisasikan bagaimana komponen-komponen sistem dihubungkan. Simbol-simbol dasar meliputi penambah, pengali (gain), dan integrator/diferensiator.
- Interkoneksi Sistem (Interconnection of Systems):
 - Seri (Cascade): Output satu sistem menjadi input sistem berikutnya.
 - Paralel: Input yang sama diberikan ke beberapa sistem, dan outputnya dijumlahkan.

2.6 1.5 Sifat Dasar Sistem Waktu Kontinu

Klasifikasi sistem penting untuk memahami perilakunya.

- Sistem dengan Memori (System with Memory) vs. Tanpa Memori (Memoryless System):
 - **Tanpa Memori:** Output y(t) pada waktu t hanya bergantung pada input x(t) pada waktu yang sama.
 - **Dengan Memori:** Output y(t) pada waktu t bergantung pada nilai input atau output di masa lalu atau masa depan. Contohnya, integrator.
- Kausalitas (Causality): Output y(t) pada waktu t hanya bergantung pada input $x(\tau)$ untuk $\tau \leq t$ (yaitu, input saat ini atau masa lalu). Sistem tidak dapat "memprediksi" input masa depan. Sistem fisik harus kausal.
- Invertibilitas (Invertibility): Sistem dikatakan invertibel jika inputnya dapat direkonstruksi secara unik dari outputnya. Artinya, ada sistem invers yang, jika dihubungkan secara seri, akan menghasilkan kembali input asli.
- Stabilitas BIBO (Bounded-Input Bounded-Output Stability): Sistem stabil BIBO jika setiap input terbatas (bounded) menghasilkan output yang terbatas. Input x(t) terbatas jika ada konstanta $M_x < \infty$ sehingga $|x(t)| \leq M_x$ untuk semua t. Output y(t) terbatas jika ada konstanta $M_y < \infty$ sehingga $|y(t)| \leq M_y$ untuk semua t.
- Invariansi Waktu (Time-Invariance): Karakteristik sistem tidak berubah seiring waktu. Jika input x(t) menghasilkan output y(t), maka input yang digeser waktu $x(t-t_0)$ akan menghasilkan output $y(t-t_0)$.
- Linearitas (Linearity): Sistem linear jika memenuhi dua prinsip:
 - Aditivitas: Input $x_1(t) + x_2(t)$ menghasilkan output $y_1(t) + y_2(t)$, di mana $y_1(t)$ adalah output dari $x_1(t)$ dan $y_2(t)$ adalah output dari $x_2(t)$.
 - Homogenitas (Scaling): Input ax(t) menghasilkan output ay(t) untuk konstanta skalar a apa pun.
 - Seringkali disebut prinsip superposisi.

8

2.7 Peta Pengetahuan Primitif: Sinyal & Sistem Waktu Kontinu

Tujuan: Membantu mahasiswa melihat gambaran besar, interkonektivitas antar konsep, dan mengatur pengetahuan deklaratif (fakta dan definisi) sinyal dan sistem waktu kontinu. (Mengingat & Memahami - Level 1-2 Bloom).

Node Pusat: Sinyal & Sistem

- Cabang 1: SWK (Sinyal Waktu Kontinu)
 - Sub-Cabang 1.1: Representasi Matematis (SWK_Representasi)
 - * Node: Sinusoidal (SWK_Sinusoidal), Eksponensial (SWK_Eksponensial), Unit Step (SWK UnitStep), Unit Impuls (SWK UnitImpuls).
 - Sub-Cabang 1.2: Klasifikasi Sinyal (SWK_Klasifikasi)
 - * Node: Energi/Daya (SWK_EnergiDaya), Periodik/Aperiodik (SWK_Periodisitas), Genap/Ganjil (SWK_Simetri).
 - Sub-Cabang 1.3: Operasi Sinyal (SWK Operasi)
 - * Node: Pergeseran Waktu (SWK_GeserWaktu), Penskalaan Waktu (SWK_SkalaWaktu), Pembalikan Waktu (SWK_BalikWaktu), Penjumlahan (SWK_Jumlah), Perkalian (SWK_Kali), Penskalaan Amplitudo (SWK_SkalaAmplitudo).
- Cabang 2: SYWK (Sistem Waktu Kontinu)
 - Sub-Cabang 2.1: Definisi & Representasi (SYWK_Representasi)
 - * Node: Sistem (SYWK_Definisi), Diagram Blok (SYWK_DiagramBlok), Interkoneksi (SYWK Interkoneksi).
 - Sub-Cabang 2.2: Sifat Sistem (SYWK_Sifat)
 - * Node: Memori (SYWK_Memori), Kausalitas (SYWK_Kausalitas), Invertibilitas (SYWK_Invertibilitas), Stabilitas (SYWK_Stabilitas), Invariansi Waktu (SYWK_InvarianWaktu), Linearitas (SYWK_Linearitas).

Hubungan (Edges):

- "Sinyal & Sistem" TERDIRI_DARI "SWK", "SYWK".
- "SWK" MEMILIKI "SWK Representasi", "SWK Klasifikasi", "SWK Operasi".
- "SYWK" MEMILIKI "SYWK_Representasi", "SYWK_Sifat".
- "SWK_Representasi" **MELIPUTI** "SWK_Sinusoidal", "SWK_Eksponensial", "SWK_UnitStep", "SWK_UnitImpuls".
- "SWK_Klasifikasi" **MELIPUTI** "SWK_EnergiDaya", "SWK_Periodisitas", "SWK Simetri".
- "SWK_Operasi" **MELIPUTI** "SWK_GeserWaktu", "SWK_SkalaWaktu", "SWK_BalikWaktu", "SWK_Jumlah", "SWK_Kali", "SWK_SkalaAmplitudo".

- "SYWK_Representasi" **MELIPUTI** "SYWK_Definisi", "SYWK_DiagramBlok", "SYWK Interkoneksi".
- "SYWK_Sifat" **MELIPUTI** "SYWK_Memori", "SYWK_Kausalitas", "SYWK_Invertibilitas", "SYWK_Stabilitas", "SYWK_InvarianWaktu", "SYWK_Linearitas".
- "SYWK_Interkoneksi" CONTOH_NYA "Seri", "Paralel".
- "SYWK_Linearitas" MELIPUTI "Aditivitas", "Homogenitas".

2.8 Kendaraan Matematika (Mathematical Vehicles)

Ini adalah alat, teknik, dan metode spesifik yang digunakan untuk memecahkan masalah dalam domain Sinyal dan Sistem.

- **K_MAT_Aljabar:** Untuk manipulasi ekspresi matematis, penyelesaian persamaan, dan penyederhanaan.
- K_MAT_Kalkulus: Untuk diferensiasi (turunan) dan integrasi fungsi waktu kontinu.
- **K_MAT_Bilangan_Kompleks:** Untuk bekerja dengan sinyal eksponensial kompleks dan memahami representasi fasor.
- **K_OPS_Sinyal_Dasar:** Meliputi operasi dasar pada sinyal seperti penskalaan amplitudo, pergeseran waktu, penskalaan waktu, pembalikan waktu, penjumlahan, perkalian, serta pemahaman definisi unit step dan unit impuls.
- **K_VIS_PlotSinyal:** Untuk memvisualisasikan sinyal waktu kontinu, membantu dalam memahami dan menganalisis efek operasi sinyal.

2.9 Problem Set Minggu 1: Sinyal dan Sistem Waktu Kontinu

Petunjuk: Untuk setiap soal, tentukan jawaban Anda tanpa menyertakan solusi. Untuk setiap jawaban, bayangkan Anda harus membuat **Peta Pengetahuan Aplikatif** yang menunjukkan "Titik Mulai", "Titik Akhir", "Rute/Jalan" pemecahan masalah, dan "Kendaraan" matematika/konseptual yang Anda gunakan.

Format Nomor Produk: PS_W1_PX_LY (Problem Set, Week 1, Problem X, Bloom Level Y)

PS_W1_P1_L1: Identifikasi Sinyal Dasar Identifikasi jenis sinyal waktu kontinu berikut (misalnya, sinusoidal, eksponensial, unit step, unit impuls): (a) $x(t) = 5\cos(3\pi t + \pi/4)$ (b) $x(t) = 2e^{-4t}u(t)$ (c) $x(t) = \delta(t-2)$ (d) x(t) = 3u(t+1) (e) $x(t) = te^{-t}u(t)$

- PS_W1_P2_L2: Klasifikasi Sinyal Periodik/Aperiodik Tentukan apakah sinyal waktu kontinu berikut periodik atau aperiodik. Jika periodik, tentukan periode fundamentalnya: (a) $x(t) = \sin(2t) + \cos(3t)$ (b) $x(t) = e^{j2\pi t}$ (c) $x(t) = e^{j2t} + e^{j3t}$ (d) $x(t) = \cos(2t)u(t)$
- PS_W1_P3_L2: Klasifikasi Sinyal Energi/Daya Klasifikasikan sinyal waktu kontinu berikut sebagai sinyal energi, sinyal daya, atau tidak keduanya. (a) $x(t) = e^{-2t}u(t)$ (b) $x(t) = \cos(t)$ (c) x(t) = u(t)
- PS_W1_P4_L2: Klasifikasi Sinyal Genap/Ganjil Tentukan apakah sinyal berikut genap, ganjil, atau tidak keduanya. Jika tidak keduanya, pisahkan menjadi komponen genap dan ganjil. (a) $x(t) = t \cos(t)$ (b) x(t) = t u(t) (c) $x(t) = \sin^2(t)$
- PS_W1_P5_L3: Operasi Sinyal Pergeseran & Penskalaan Waktu Diberikan sinyal x(t) adalah pulsa segitiga dengan puncak di t=0, lebar total 2 (dari -1 hingga 1), dan tinggi 1. Gambarlah sinyal berikut: (a) $y_1(t)=x(t-1)$ (b) $y_2(t)=x(2t)$ (c) $y_3(t)=x(-t+2)$ (d) $y_4(t)=x(t/2-1)$
- PS_W1_P6_L3: Operasi Sinyal Penjumlahan & Perkalian Diberikan $x_1(t)=u(t)$ dan $x_2(t)=u(t-1)$. Gambarlah sinyal: (a) $y(t)=x_1(t)+x_2(t)$ (b) $y(t)=x_1(t)\cdot x_2(t)$ (c) $y(t)=x_1(t)-x_2(t)$
- **PS_W1_P7_L3: Diferensiasi Sinyal** Tentukan dan gambarlah turunan pertama dari sinyal: (a) x(t) = u(t) u(t-2) (b) x(t) = tu(t)
- PS_W1_P8_L2: Identifikasi Sifat Sistem Tanpa Memori Tentukan apakah sistem waktu kontinu berikut tanpa memori (memoryless) atau memiliki memori (with memory): (a) y(t) = x(t) + 2x(t-1) (b) $y(t) = x^2(t)$ (c) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$
- PS_W1_P9_L2: Identifikasi Sifat Sistem Kausalitas Tentukan apakah sistem waktu kontinu berikut kausal atau non-kausal: (a) y(t) = x(t+1) (b) $y(t) = x(t)\cos(t)$ (c) y(t) = x(t-1) + x(t+1)
- PS_W1_P10_L2: Identifikasi Sifat Sistem Invertibilitas Tentukan apakah sistem waktu kontinu berikut invertibel atau non-invertibel: (a) y(t) = 2x(t) (b) $y(t) = x^2(t)$ (c) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau) d\tau$
- PS_W1_P11_L3: Identifikasi Sifat Sistem Stabilitas BIBO Tentukan apakah sistem waktu kontinu berikut stabil BIBO atau tidak stabil BIBO: (a) y(t)=tx(t) (b) $y(t)=\int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau$ (c) $y(t)=e^{x(t)}$
- PS_W1_P12_L3: Identifikasi Sifat Sistem Linearitas Tentukan apakah sistem waktu kontinu berikut linear atau non-linear: (a) y(t) = x(t) + 3 (b) $y(t) = x(t^2)$ (c) $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$
- PS_W1_P13_L3: Identifikasi Sifat Sistem Invariansi Waktu Tentukan apakah sistem waktu kontinu berikut invarian waktu atau bervariasi waktu: (a) $y(t) = x(t-t_0)$ (b) y(t) = tx(t) (c) $y(t) = \cos(2\pi t)x(t)$

- PS_W1_P14_L4: Analisis Gabungan Sifat Sistem Tentukan apakah sistem waktu kontinu berikut bersifat linear, invarian waktu, kausal, dan stabil BIBO: (a) $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ (b) y(t) = x(2t)
- PS_W1_P15_L3: Representasi Sinyal Kompleks Nyatakan sinyal eksponensial kompleks $x(t) = 3e^{j(\pi t + \pi/2)}$ dalam bentuk sinusoidal riil (misalnya, $A\cos(\omega t + \phi)$).
- PS_W1_P16_L4: Analisis Energi Sinyal Hitung energi total dari sinyal $x(t) = e^{-|t|}$.
- PS_W1_P17_L3: Operasi Sinyal Kombinasi Diberikan x(t) = u(t-1) u(t-3). Gambarlah sinyal y(t) = x(2t+2).
- **PS_W1_P18_L4:** Sistem dan Kondisi Awal Sistem waktu kontinu didefinisikan oleh y(t) = x(t) untuk $t \ge 0$ dan y(t) = 0 untuk t < 0. Asumsikan input $x(t) = e^{-t}$. (a) Apakah sistem ini kausal? (b) Apakah sistem ini invarian waktu?
- **PS_W1_P19_L3:** Klasifikasi Sistem Interkoneksi Dua sistem S_1 dan S_2 dihubungkan secara seri. Sistem S_1 didefinisikan oleh $y_1(t)=x_1(t-1)$, dan sistem S_2 didefinisikan oleh $y_2(t)=2x_2(t)$. Apakah sistem gabungan (seri) ini linear dan invarian waktu?
- PS_W1_P20_L4: Sifat Sinyal Ekstraksi Komponen Diberikan sinyal $x(t)=e^{-t}\cos(2t)u(t)$. Ekstraksi dan gambarlah komponen genap $x_e(t)$ dan komponen ganjil $x_o(t)$ dari x(t).

2.10 Peta Pengetahuan Aplikatif (Problem-Solving Knowledge Map) untuk Setiap Soal

Peta Pemecahan Masalah ini bersifat dinamis dan berorientasi proses, dirancang untuk membimbing Anda melalui proses pemecahan masalah. Setiap masalah dikonseptualisasikan sebagai "celah" antara informasi yang diketahui ("Titik Mulai") dan hasil yang diinginkan ("Titik Akhir"). Pemecahan masalah kemudian menjadi proses "menemukan rute" atau urutan langkah-langkah yang dipilih, menyerupai flowchart. "Kendaraan" adalah alat, teknik, dan metode spesifik yang digunakan untuk melintasi celah tersebut.

PS_W1_P1_L1: Identifikasi Sinyal Dasar

- Titik Mulai: Ekspresi matematis sinyal waktu kontinu, misalnya $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, $x(t) = Ae^{\alpha t}$, x(t) = u(t), $x(t) = \delta(t)$.
- Titik Akhir: Identifikasi jenis sinyal (sinusoidal, eksponensial, unit step, unit impuls).
- Rute/Jalan:

- 1. Tinjau bentuk umum definisi dari masing-masing SWK Representasi (sinusoidal, eksponensial, unit step, unit impuls).
- 2. Bandingkan ekspresi sinyal yang diberikan dengan bentuk umum tersebut.
- 3. Tentukan jenis sinyal yang paling sesuai.
- Kendaraan: K_MAT_Aljabar (untuk membandingkan bentuk), SWK_Representasi (pemahaman definisi sinyal dasar).

PS W1 P2 L2: Klasifikasi Sinyal - Periodik/Aperiodik

- Titik Mulai: Ekspresi matematis sinyal x(t).
- Titik Akhir: Klasifikasi (periodik/aperiodik) dan periode fundamental (jika periodik).
- Rute/Jalan:
 - 1. Untuk setiap komponen sinusoidal atau eksponensial kompleks $(e^{j\omega t})$, tentukan periode fundamentalnya $T_i = 2\pi/\omega_i$.
 - 2. Jika ada beberapa komponen, cari kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari rasio periode fundamental komponen. Jika rasionya irasional, sinyal aperiodik.
 - 3. Jika sinyal mengandung fungsi non-periodik (misalnya, u(t)), sinyal tersebut aperiodik.
- Kendaraan: K MAT Aljabar (manipulasi ekspresi), K MAT Bilangan Kompleks (untuk $e^{j\omega t}$), SWK Periodisitas (pemahaman konsep periodisitas). Heuristik: "Mencari Pola" (dalam pengulangan).

PS W1 P3 L2: Klasifikasi Sinyal - Energi/Daya

- Titik Mulai: Ekspresi matematis sinyal x(t).
- Titik Akhir: Klasifikasi (sinyal energi, sinyal daya, atau tidak keduanya).
- Rute/Jalan:

 - 1. Hitung energi total $E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$. 2. Jika $0 < E < \infty$, sinyal adalah **SWK_EnergiDaya** (energi). Selesai.
 - 3. Jika E tak hingga, hitung daya rata-rata $P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^T|x(t)|^2dt$.
 - 4. Jika $0 < P < \infty$, sinyal adalah **SWK_EnergiDaya** (daya). Selesai.
 - 5. Jika tidak ada yang memenuhi, tidak keduanya.
- Kendaraan: K MAT Kalkulus (integrasi), K MAT Aljabar (limit), SWK EnergiDava (definisi).

PS W1 P4 L2: Klasifikasi Sinyal - Genap/Ganjil

- Titik Mulai: Ekspresi matematis sinyal x(t).
- Titik Akhir: Klasifikasi (genap/ganjil/tidak keduanya) dan komponen genap/ganjil jika tidak keduanya.
- Rute/Jalan:

- 1. Tentukan ekspresi x(-t).
- 2. Bandingkan x(t) dengan x(-t).
 - Jika x(-t) = x(t), sinyal adalah **SWK_Simetri** (genap).
 - Jika x(-t) = -x(t), sinyal adalah **SWK_Simetri** (ganjil).
 - Jika tidak keduanya, gunakan rumus: $x_e(t) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t))$ dan $x_o(t) = \frac{1}{2}(x(t) x(-t))$.
- **Kendaraan: K_MAT_Aljabar** (manipulasi ekspresi), **SWK_Simetri** (definisi genap/ganjil).

PS_W1_P5_L3: Operasi Sinyal - Pergeseran & Penskalaan Waktu

- Titik Mulai: Deskripsi sinyal x(t) (pulsa segitiga). Ekspresi operasi waktu: y(t) = x(at b).
- Titik Akhir: Sketsa grafis sinyal hasil operasi.
- Rute/Jalan:
 - 1. Sketsa sinyal x(t) yang diberikan.
 - 2. Identifikasi titik-titik kritis (awal, puncak, akhir) dari x(t).
 - 3. Terapkan operasi waktu pada argumen t:
 - Ubah x(at-b) menjadi x(a(t-b/a)). Ini menunjukkan pergeseran waktu $t_0=b/a$ dan penskalaan waktu a.
 - Terapkan $\mathbf{SWK_GeserWaktu}$ terlebih dahulu (geser x(t) sebesar b/a) kemudian $\mathbf{SWK_SkalaWaktu}$ (penskalaan dengan a) pada sumbu waktu.
 - Atau, terapkan $\mathbf{SWK_SkalaWaktu}$ terlebih dahulu (penskalaan dengan a) kemudian $\mathbf{SWK_GeserWaktu}$ (geser sebesar b' pada sinyal berskala).
 - Jika ada pembalikan waktu (a < 0), lakukan setelah pergeseran.
 - 4. Hitung posisi baru titik-titik kritis dan sketsa sinyal y(t).
- Kendaraan: K_VIS_PlotSinyal, SWK_GeserWaktu, SWK_SkalaWaktu, SWK_BalikWaktu. Heuristik: "Menggambar Diagram", "Menyederhanakan Masalah" (menerapkan operasi satu per satu).

PS_W1_P6_L3: Operasi Sinyal - Penjumlahan & Perkalian

- **Titik Mulai:** Ekspresi matematis sinyal $x_1(t)$ dan $x_2(t)$.
- Titik Akhir: Sketsa grafis sinyal hasil operasi $(x_1(t) \pm x_2(t), x_1(t) \cdot x_2(t))$.
- Rute/Jalan:
 - 1. Sketsa sinyal $x_1(t)$ dan $x_2(t)$ secara terpisah menggunakan **K_VIS_PlotSinyal**.
 - 2. Identifikasi interval waktu di mana kedua sinyal memiliki nilai yang berbeda dari nol atau bervariasi.
 - 3. Untuk operasi **SWK_Jumlah** atau pengurangan, pada setiap interval waktu, jumlahkan/kurangkan nilai amplitudo kedua sinyal.

- 4. Untuk operasi **SWK_Kali**, pada setiap interval waktu, kalikan nilai amplitudo kedua sinyal. Perhatikan jika salah satu sinyal nol pada interval tertentu.
- 5. Sketsa sinyal hasil.
- Kendaraan: K_VIS_PlotSinyal, SWK_Jumlah, SWK_Kali. Heuristik: "Menggambar Diagram".

PS_W1_P7_L3: Diferensiasi Sinyal

- Titik Mulai: Ekspresi matematis sinyal x(t).
- Titik Akhir: Ekspresi dan sketsa turunan pertama sinyal $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$.
- Rute/Jalan:
 - 1. Sketsa sinyal x(t) menggunakan **K_VIS_PlotSinyal**.
 - 2. Identifikasi interval di mana x(t) konstan (turunan nol), memiliki kemiringan konstan (turunan adalah konstanta), atau memiliki diskontinuitas (turunan adalah impuls).
 - 3. Gunakan aturan **K_MAT_Kalkulus** (diferensiasi) dan sifat **SWK_UnitStep**, **SWK_UnitImpuls**. Ingat $\frac{du(t)}{dt} = \delta(t)$.
 - 4. Sketsa sinyal turunan.
- Kendaraan: K_MAT_Kalkulus (diferensiasi), K_VIS_PlotSinyal, SWK_UnitStep, SWK_UnitImpuls.

PS_W1_P8_L2: Identifikasi Sifat Sistem - Tanpa Memori

- Titik Mulai: Hubungan input-output sistem y(t) = Tx(t).
- Titik Akhir: Klasifikasi sistem sebagai SYWK_Memori (tanpa memori) atau dengan memori.
- Rute/Jalan:
 - 1. Tinjau definisi **SYWK_Memori** (tanpa memori): Output y(t) pada waktu t hanya bergantung pada input x(t) pada waktu t.
 - 2. Periksa ekspresi y(t).
 - Jika y(t) hanya bergantung pada x(t) (tidak ada $x(t-t_0)$, $x(t+t_0)$, atau integral/turunan), maka sistem tanpa memori.
 - Jika y(t) bergantung pada $x(\tau)$ di mana $\tau \neq t$, atau pada nilai output masa lalu/depan (misalnya integral), maka sistem memiliki memori.
- **Kendaraan: K_MAT_Aljabar** (analisis ekspresi), **SYWK_Memori** (definisi sifat).

PS W1 P9 L2: Identifikasi Sifat Sistem - Kausalitas

- **Titik Mulai:** Hubungan input-output sistem y(t) = Tx(t).
- Titik Akhir: Klasifikasi sistem sebagai SYWK Kausalitas (kausal) atau non-kausal.

• Rute/Jalan:

- 1. Tinjau definisi **SYWK_Kausalitas**: Output y(t) pada waktu t hanya bergantung pada input $x(\tau)$ untuk $\tau \leq t$.
- 2. Periksa ekspresi y(t).
 - Jika y(t) bergantung pada $x(\tau)$ di mana $\tau > t$ (input masa depan), maka sistem non-kausal.
 - Jika hanya bergantung pada x(t) dan/atau $x(\tau)$ untuk $\tau < t$, maka sistem kausal.
- **Kendaraan: K_MAT_Aljabar** (analisis ekspresi), **SYWK_Kausalitas** (definisi sifat).

PS_W1_P10_L2: Identifikasi Sifat Sistem - Invertibilitas

- **Titik Mulai:** Hubungan input-output sistem y(t) = Tx(t).
- Titik Akhir: Klasifikasi sistem sebagai SYWK_Invertibilitas (invertibel) atau non-invertibel.
- Rute/Jalan:
 - 1. Tinjau definisi SYWK_Invertibilitas: Input unik menghasilkan output unik.
 - 2. Coba temukan dua input berbeda $x_1(t) \neq x_2(t)$ yang menghasilkan output yang sama $y_1(t) = y_2(t)$.
 - Jika ditemukan, sistem non-invertibel. (Contoh: $y(t) = x^2(t)$, di mana x(t) dan -x(t) menghasilkan output yang sama).
 - 3. Atau, coba cari sistem invers $x(t) = T^{-1}y(t)$. Jika T^{-1} ada dan unik, sistem invertibel.
- **Kendaraan: K_MAT_Aljabar** (analisis ekspresi), **SYWK_Invertibilitas** (definisi sifat).

PS_W1_P11_L3: Identifikasi Sifat Sistem - Stabilitas BIBO

- **Titik Mulai:** Hubungan input-output sistem y(t) = Tx(t).
- Titik Akhir: Klasifikasi sistem sebagai SYWK_Stabilitas (stabil BIBO) atau tidak stabil BIBO.
- Rute/Jalan:
 - 1. Tinjau definisi **SYWK_Stabilitas** (BIBO): Input terbatas menghasilkan output terbatas.
 - 2. Asumsikan input x(t) terbatas, yaitu $|x(t)| \leq M_x < \infty$ untuk semua t.
 - 3. Dari ekspresi y(t), periksa apakah |y(t)| akan selalu terbatas.
 - 4. Cari contoh *counterexample*: Input terbatas yang menghasilkan output tak terbatas. Jika ditemukan, sistem tidak stabil BIBO.

• **Kendaraan: K_MAT_Aljabar** (analisis batas, ketaksamaan), **SYWK_Stabilitas** (definisi sifat).

PS_W1_P12_L3: Identifikasi Sifat Sistem - Linearitas

- Titik Mulai: Hubungan input-output sistem y(t) = Tx(t).
- Titik Akhir: Klasifikasi sistem sebagai SYWK_Linearitas (linear) atau non-linear.
- Rute/Jalan:
 - 1. Uji **Aditivitas**: Apakah $Tx_1(t) + x_2(t) = Tx_1(t) + Tx_2(t)$?
 - Ganti x(t) dengan $x_1(t)+x_2(t)$ dalam ekspresi sistem untuk mendapatkan LHS.
 - Hitung $Tx_1(t)$ dan $Tx_2(t)$ secara terpisah dan jumlahkan untuk mendapatkan RHS.
 - Bandingkan LHS dan RHS.
 - 2. Uji **Homogenitas**: Apakah Tax(t) = aTx(t)?
 - Ganti x(t) dengan ax(t) dalam ekspresi sistem untuk mendapatkan LHS.
 - Hitung aTx(t) untuk mendapatkan RHS.
 - Bandingkan LHS dan RHS.
 - 3. Jika kedua sifat terpenuhi, sistem linear. Jika salah satu atau keduanya tidak, sistem non-linear.
- **Kendaraan: K_MAT_Aljabar** (manipulasi ekspresi), **SYWK_Linearitas** (definisi sifat, aditivitas, homogenitas).

PS W1 P13 L3: Identifikasi Sifat Sistem - Invariansi Waktu

- **Titik Mulai:** Hubungan input-output sistem y(t) = Tx(t).
- Titik Akhir: Klasifikasi sistem sebagai SYWK_InvarianWaktu (invarian waktu) atau bervariasi waktu.
- Rute/Jalan:
 - 1. Tentukan output y(t) untuk input x(t).
 - 2. Definisikan input yang digeser waktu $x_d(t)=x(t-t_0)$. Tentukan output $y_d(t)$ untuk input ini.
 - 3. Geser output asli y(t) sebesar t_0 untuk mendapatkan $y_s(t) = y(t t_0)$.
 - 4. Bandingkan $y_d(t)$ dan $y_s(t)$.
 - Jika $y_d(t) = y_s(t)$ untuk semua x(t) dan t_0 , sistem adalah **SYWK_InvarianWaktu**.
 - Jika tidak, sistem bervariasi waktu.
- Kendaraan: K_MAT_Aljabar (manipulasi ekspresi), SWK_GeserWaktu, SYWK_InvarianWaktu (definisi sifat).

PS_W1_P14_L4: Analisis Gabungan Sifat Sistem

• **Titik Mulai:** Hubungan input-output sistem y(t) = Tx(t).

- Titik Akhir: Klasifikasi lengkap (linear, invarian waktu, kausal, stabil BIBO).
- Rute/Jalan:
 - 1. Terapkan langkah-langkah P8 hingga P13 secara berurutan untuk setiap SYWK Memori, SYWK Kausalitas, SYWK Invertibilitas, SYWK Stabilitas, SYWK Linearitas, SYWK InvarianWaktu.
 - 2. Dokumentasikan kesimpulan untuk setiap sifat.
- Kendaraan: K_MAT_Aljabar, K_MAT_Kalkulus, K_OPS_Sinyal_Dasar (semua definisi sifat sistem). Heuristik: "Mentransformasi Masalah" (ke dalam analisis sifat), "Menyederhanakan Masalah" (analisis sifat satu per satu).

PS_W1_P15_L3: Representasi Sinyal Kompleks

- Titik Mulai: Sinyal eksponensial kompleks $x(t) = Ae^{j(\omega t + \phi)}$.
- Titik Akhir: Bentuk sinusoidal riil $A\cos(\omega t + \phi)$.
- Rute/Jalan:
 - 1. Identifikasi amplitudo A, frekuensi sudut ω , dan fase ϕ dari ekspresi eksponensial
 - 2. Gunakan identitas Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$.
 - 3. Substitusikan argumen eksponensial kompleks $(\omega t + \phi)$ sebagai θ ke dalam identitas
 - 4. Ambil bagian riil dari hasilnya.
- Kendaraan: K MAT Bilangan Kompleks (identitas Euler), K MAT Aljabar.

PS W1 P16 L4: Analisis Energi Sinyal

- Titik Mulai: Ekspresi sinyal $x(t) = e^{-|t|}$.
- Titik Akhir: Energi total sinyal E.
- Rute/Jalan:
 - 1. Uraikan sinyal $x(t) = e^{-|t|}$ menjadi bentuk fungsi piecewise: $x(t) = e^t$ untuk t < 0 $\mathrm{dan}\ x(t)=e^{-t}\ \mathrm{untuk}\ t\geq 0.$

 - 2. Gunakan rumus energi total: $E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$. 3. Pisahkan integral menjadi dua bagian berdasarkan fungsi *piecewise*: $E = \int_{-\infty}^{0} (e^t)^2 dt + \int_{0}^{\infty} (e^{-t})^2 dt$.
 - 4. Hitung masing-masing integral menggunakan **K_MAT_Kalkulus**.
 - 5. Jumlahkan hasilnya.
- Kendaraan: K MAT Kalkulus (integrasi), K MAT Aljabar (fungsi piecewise, sifat eksponensial), SWK_EnergiDaya (definisi).

PS_W1_P17_L3: Operasi Sinyal - Kombinasi

• Titik Mulai: Ekspresi sinyal x(t) = u(t-1) - u(t-3). Transformasi y(t) = x(2t+2).

- Titik Akhir: Sketsa sinyal y(t).
- Rute/Jalan:
 - 1. Sketsa sinyal x(t) (pulsa persegi dari t=1 hingga t=3) menggunakan **K_VIS_PlotSinyal**.
 - 2. Terapkan operasi waktu pada argumen t dari y(t) = x(2t+2):
 - Tulis ulang argumen sebagai 2(t+1). Ini berarti penskalaan waktu dengan a=2 dan pergeseran waktu dengan $t_0=-1$.
 - Terapkan **SWK_GeserWaktu** terlebih dahulu: Geser x(t) ke kiri 1 unit menjadi x(t+1). Pulsa menjadi dari t=0 hingga t=2.
 - Kemudian terapkan **SWK_SkalaWaktu**: Kompres x(t+1) dengan faktor 2 menjadi x(2(t+1)). Pulsa menjadi dari t=0 hingga t=1.
 - 3. Sketsa sinyal y(t).
- Kendaraan: K_VIS_PlotSinyal, SWK_UnitStep, SWK_GeserWaktu, SWK_SkalaWaktu. Heuristik: "Menggambar Diagram", "Menyederhanakan Masalah" (menerapkan operasi berurutan).

PS_W1_P18_L4: Sistem dan Kondisi Awal

- Titik Mulai: Definisi sistem: y(t) = x(t) untuk $t \ge 0$, y(t) = 0 untuk t < 0. Input $x(t) = e^{-t}$.
- Titik Akhir: Klasifikasi kausal/invarian waktu.
- Rute/Jalan:
 - 1. **Untuk SYWK_Kausalitas:** Periksa apakah y(t) bergantung pada input masa depan $x(\tau)$ dengan $\tau > t$.
 - Untuk t < 0, y(t) = 0, tidak bergantung pada x(t).
 - Untuk $t \ge 0$, y(t) = x(t), bergantung pada x(t) saat ini.
 - Simpulkan berdasarkan definisi.
 - 2. Untuk SYWK InvarianWaktu:
 - Tentukan output y(t) untuk input $x(t) = e^{-t}$ (yaitu $y(t) = e^{-t}u(t)$).
 - Tentukan output $y_d(t)$ untuk input yang digeser $x_d(t) = x(t t_0) = e^{-(t t_0)}$. Sesuai definisi sistem, $y_d(t) = e^{-(t t_0)}u(t)$.
 - Tentukan output asli yang digeser waktu $y_s(t) = y(t t_0) = e^{-(t t_0)}u(t t_0)$.
 - Bandingkan $y_d(t)$ dan $y_s(t).$ Jika tidak sama, simpulkan sistem bervariasi waktu.
- Kendaraan: K_MAT_Aljabar, SWK_UnitStep, SYWK_Kausalitas (definisi), SYWK_InvarianWaktu (definisi).

PS W1 P19 L3: Klasifikasi Sistem - Interkoneksi

- Titik Mulai: Dua sistem S_1 $(y_1(t) = x_1(t-1))$ dan S_2 $(y_2(t) = 2x_2(t))$ dihubungkan seri.

- Titik Akhir: Klasifikasi sistem gabungan (linear, invarian waktu).
- Rute/Jalan:
 - 1. Tentukan hubungan input-output untuk sistem gabungan: $y(t) = S_2 S_1 x(t)$.
 - Substitusikan output S_1 ke dalam input S_2 : $y(t) = S_2x(t-1) = 2x(t-1)$.
 - 2. Uji **SYWK** Linearitas sistem gabungan (ikuti P12).
 - 3. Uji **SYWK** InvarianWaktu sistem gabungan (ikuti P13).
- K_MAT_Aljabar, SWK_GeserWaktu, SYWK_Linearitas • Kendaraan: (definisi), SYWK InvarianWaktu (definisi).

PS W1 P20 L4: Sifat Sinyal - Ekstraksi Komponen

- Titik Mulai: Sinyal $x(t) = e^{-t}\cos(2t)u(t)$.
- Titik Akhir: Ekspresi dan sketsa komponen genap $x_e(t)$ dan komponen ganjil $x_o(t)$.
- Rute/Jalan:
 - 1. Tentukan ekspresi untuk x(-t). Ingat $\cos(-A) = \cos(A) \operatorname{dan} u(-t)$.
 - 2. Gunakan rumus untuk komponen genap: $x_e(t)=\frac{1}{2}(x(t)+x(-t))$. 3. Gunakan rumus untuk komponen ganjil: $x_o(t)=\frac{1}{2}(x(t)-x(-t))$.

 - 4. Substitusikan x(t) dan x(-t) ke dalam rumus dan sederhanakan ekspresi menggunakan $K_MAT_Aljabar$.
 - 5. Sketsa masing-masing komponen $x_e(t)$ dan $x_o(t)$ menggunakan **K_VIS_PlotSinyal**.
- Kendaraan: K_MAT_Aljabar (manipulasi ekspresi, sifat trigonometri), SWK UnitStep, SWK Simetri (definisi genap/ganjil), K VIS PlotSinyal.

20

3 Minggu 2: Sistem di Kawsan Waktu

Berdasarkan tujuan pembelajaran Minggu ke-2 dari RPS.pdf, materi kuliah akan berfokus pada Deskripsi Sistem di Domain Waktu: Persamaan Diferensial dan Respon Impuls. Ini termasuk memahami karakteristik sistem linear tak-berubah waktu (LTI) dan pentingnya respon impuls.

3.0.1 Materi Kuliah Minggu 2: Deskripsi Sistem di Domain Waktu dan Sifat-sifat Dasarnya

Pada minggu ini, kita akan menjelajahi bagaimana sinyal dan sistem dapat digambarkan dan diklasifikasikan berdasarkan perilaku mereka di domain waktu. Pemahaman dasar ini sangat penting sebagai fondasi untuk analisis sistem yang lebih kompleks.

- 1. Sinyal Waktu Kontinu dan Waktu Diskrit Sinyal adalah fenomena fisik apa pun yang membawa informasi.
 - Sinyal Waktu Kontinu (Continuous-Time Signals): Sinyal yang didefinisikan untuk setiap nilai waktu kontinu t. Contohnya gelombang suara, tegangan pada rangkaian listrik.
 - Sinyal Waktu Diskrit (Discrete-Time Signals): Sinyal yang hanya didefinisikan pada interval waktu diskrit tertentu. Contohnya urutan sampel digital dari sinyal analog.
- 2. Sistem Waktu Kontinu dan Waktu Diskrit Sistem dapat memproses sinyal, mengubah satu sinyal input menjadi sinyal output.
 - Sistem Waktu Kontinu: Sistem yang mengambil sinyal waktu kontinu sebagai input dan menghasilkan sinyal waktu kontinu sebagai output.
 - Sistem Waktu Diskrit: Sistem yang mengambil sinyal waktu diskrit sebagai input dan menghasilkan sinyal waktu diskrit sebagai output.
- **3. Representasi Matematis Sistem di Domain Waktu** Sistem dapat dijelaskan secara matematis melalui berbagai bentuk:

- Persamaan Diferensial (Continuous-Time Systems): Banyak sistem fisik waktu kontinu, seperti rangkaian listrik atau sistem mekanik, dapat dimodelkan menggunakan persamaan diferensial linear koefisien konstan (Linear Constant-Coefficient Differential Equations). Misalnya, sistem LTI yang umum dapat dijelaskan oleh persamaan diferensial d^Ny(t)/dt^N + ∑_{k=0}^{N-1} a_kd^ky(t)/dt^k = ∑_{k=0}^M b_kd^kx(t)/dt^k.
 Persamaan Beda (Difference Equations) (Discrete-Time Systems): Sistem
- Persamaan Beda (Difference Equations) (Discrete-Time Systems): Sistem waktu diskrit sering dijelaskan oleh persamaan beda linear koefisien konstan (Linear Constant-Coefficient Difference Equations).
- Respon Impuls (Impulse Response): Karakteristik fundamental dari sistem LTI adalah responnya terhadap sinyal impuls unit (unit impulse function). Respon impuls, h(t) untuk CT atau h[n] untuk DT, sepenuhnya mengkarakterisasi perilaku sistem LTI. Ini memungkinkan kita untuk menghitung output sistem untuk input apa pun melalui operasi konvolusi (yang akan dibahas lebih detail di minggu berikutnya).
- 4. Sifat-sifat Sistem Dasar Sistem dapat diklasifikasikan berdasarkan sifat-sifat fundamentalnya:
 - Sistem dengan dan tanpa Memori (Memory vs. Memoryless Systems):
 - Sistem tanpa Memori (Memoryless System): Output sistem pada waktu tertentu hanya bergantung pada input pada waktu yang sama. Contoh: y(t) = 2x(t).
 - Sistem dengan Memori (System with Memory): Output sistem pada waktu tertentu bergantung pada input dari waktu lampau atau masa depan. Contoh: $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$.
 - Kausalitas (Causality):
 - Sistem Kausal (Causal System): Output sistem pada waktu tertentu hanya bergantung pada input pada waktu sekarang dan waktu lampau. Sistem fisik harus kausal.
 - Sistem Non-Kausal (Non-causal System): Output bergantung pada input di masa depan.
 - Invertibilitas (Invertibility): Sistem dikatakan *invertible* jika inputnya dapat ditentukan secara unik dari outputnya. Artinya, ada sistem invers yang, jika dikaskadekan dengan sistem asli, akan menghasilkan input asli sebagai output.
 - Stabilitas BIBO (Bounded-Input Bounded-Output Stability):
 - **Sistem Stabil BIBO:** Sebuah sistem dikatakan stabil BIBO jika setiap input yang terbatas (bounded input) menghasilkan output yang terbatas (bounded output). Untuk sistem LTI, stabilitas BIBO terjamin jika respon impulsnya dapat diintegrasikan secara absolut $(\sum |h[n]| < \infty$ untuk DT atau $\int |h(t)| dt < \infty$ untuk CT).