

Soal Ujian Tengah Semester (UTS) Sinyal dan Sistem 2025

! Important

- Rabu, 22 Oktober 2025. Pk 11:00-13:00. Waktu: 2 Jam.
- TUTUP BUKU. Kerjakan apa adanya. Gunakan asumsi bila diperlukan
- Kerjakan soal-soal berikut pada lembar jawaban yang disediakan. Jangan lupa memberi Nama dan NIM pada lembar jawaban

1. Soal Periodisitas (Waktu Kontinu)

Tentukan apakah sinyal waktu kontinu $x(t)$ berikut adalah periodik. Jika ya, tentukan periode fundamentalnya, T_0 .

$$x(t) = 5 \cos(4t) - 3 \sin(6t)$$

Petunjuk Konsep:

Sinyal waktu kontinu $x(t)$ dikatakan periodik jika terdapat nilai positif T sedemikian rupa sehingga $x(t) = x(t + T)$ untuk semua nilai t . Periode fundamental (T_0) adalah nilai T positif terkecil yang memenuhi kondisi ini.

Untuk sinyal sinusoidal $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$, periode fundamentalnya adalah $T_0 = 2\pi/|\omega_0|$. Sinyal yang merupakan penjumlahan dua sinyal periodik $x_1(t)$ (periode T_1) dan $x_2(t)$ (periode T_2) adalah periodik jika rasio T_1/T_2 adalah bilangan rasional. Jika $T_1/T_2 = q/r$, di mana q dan r adalah bilangan bulat prima relatif, maka periode fundamental gabungannya adalah $T_0 = rT_1 = qT_2$.

2. Soal Cek Linearitas dan Invariansi Waktu (LTI)

Sistem waktu kontinu didefinisikan oleh hubungan input-output:

$$y(t) = tx(t)$$

Tunjukkan secara formal apakah sistem ini memenuhi sifat **Linearitas** dan **Invariansi Waktu (Time-Invariance)**.

(Petunjuk: Linearitas harus memenuhi prinsip superposisi (aditivitas dan homogenitas). Invariansi Waktu mengharuskan pergeseran waktu pada input menghasilkan pergeseran waktu yang identik pada output).

3. Soal Konvolusi (Integral Konvolusi Waktu Kontinu)

Sebuah Sistem Linear Tak-berubah Waktu (LTI) waktu kontinu sepenuhnya dikarakterisasi oleh respon impulsnya, $h(t)$. Jika sistem memiliki respon impuls $h(t)$ dan input $x(t)$ sebagai berikut:

$$h(t) = e^{-2t}u(t)$$

$$x(t) = e^{-t}u(t)$$

Hitunglah output sistem $y(t)$ menggunakan integral konvolusi:

$$y(t) = x(t)*h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau$$

(Asumsikan $t \geq 0$).

4. Soal LCCDE Orde 1 (Respon Impuls)

Banyak sistem fisik waktu kontinu dapat dimodelkan menggunakan Persamaan Diferensial Linear Koefisien Konstan (LCCDE).

Tentukan **respon impuls** $h(t)$ untuk sistem LTI waktu kontinu kausal yang dijelaskan oleh LCCDE orde pertama berikut:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = x(t)$$

(Asumsikan sistem dalam kondisi diam awal (initial rest). Respon impuls $h(t)$ adalah output ketika input $x(t) = \delta(t)$).

5. Soal LCCDE Orde 1 (Solusi Lengkap)

Sistem waktu kontinu dijelaskan oleh persamaan diferensial:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 4u(t)$$

Jika **kondisi awal** sistem adalah $y(0^-) = 1$, tentukan solusi lengkap $y(t)$ untuk $t \geq 0$.

(Solusi lengkap dari persamaan diferensial terdiri dari solusi homogen $y_h(t)$ dan solusi partikular $y_p(t)$. Kondisi awal diperlukan untuk menemukan konstanta solusi homogen).

6. Soal Deret Fourier Waktu Kontinu (CTFS - Koefisien)

Sinyal waktu kontinu periodik $x(t)$ dapat diwakili sebagai penjumlahan kompleks eksponensial harmonik (Deret Fourier):

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

Sinyal waktu kontinu periodik $x(t)$ diberikan oleh:

$$x(t) = \cos(2t)$$

Tentukan frekuensi fundamental ω_0 dan koefisien Deret Fourier kompleksnya, a_k .

(Petunjuk: Gunakan identitas Euler untuk menyederhanakan $x(t)$. Koefisien a_k yang dihasilkan akan berada pada harmonik tertentu).

7. Soal Deret Fourier Waktu Kontinu (CTFS - Aplikasi LTI)

Sinyal input periodik $x(t)$ dengan frekuensi fundamental $\omega_0 = 4$ rad/s dilewatkan melalui sistem LTI waktu kontinu. Koefisien Deret Fourier $x(t)$ adalah a_k .

Sistem LTI tersebut memiliki **respon frekuensi** $H(j\omega)$ sebagai berikut:

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega}$$

Tuliskan ekspresi untuk koefisien Deret Fourier output, b_k , dalam bentuk a_k dan k .

(Petunjuk: Ketika sinyal periodik dilewatkan melalui sistem LTI, koefisien Deret Fourier output b_k dihitung dengan mengalikan koefisien input a_k dengan respon frekuensi sistem $H(j\omega)$ yang dievaluasi pada frekuensi harmonik $k\omega_0$).