Sekolah Teknik Elektro dan Informatika ITB
Prodi Teknik Elektro
Ujian Tengah Semester I-2023, EL 2007 Sinyal Dan Sistem
Waktu: Dua Jam, Semi Open Book, ONLI(NE

Nama: ____________________

NIM: ____________________

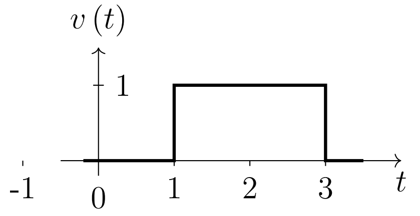
Petunjuk: Lembar soal ini adalah sekaligus *lembar jawaban* sementara. Kerjakan penurunan jawaban pada kertas milik anda, isiiah jawaban tiap pertanyaan di lemar ini dengan mepilih jawaban yang paling dekat, lalu isilaah jawaban final di form jawaban secara online. Kumpulkan juga lembar penurunan bersama lembar jawaban. Kerjakan apa adanya dan gunakan asumsi seperlunya. Soal tersedia enam BAGIAN. Bobot setiap BAGIAN adalaha 20% jadi anda tidAk harus mengerjakan semua soal untuk mendapat skor penuhSelamat bekerja. Sumber: (Oppenheim & Willsky, 1997) dan MIT Opencourseware 2003. .

BAGIAN I:

Diketahui sebuah sistem linear-time-invariant bila dimasuki sinyal step $u(t)$ ternyata menghasilkan sinyal $s(t) = e^{-t}u(t)$.

1. Sketsa $s(t-1) - s(t-3)$
2. Cari impulse response $h(t)$
3. Bila sistem dimasuki $v(t) = u(t-1) - u(t-3)$, cari output $w(t)$
4. Bila sinyal output $w(t) = 2e^{-t}u(t) + 2e^{-2t}u(t)$, maka input $v(t)$ adalah

Solusi



BAGIAN II:

Sebuah keluarga sinyal (k bilangan bulat, A_k, ω_k, θ_k bilangan real) berbentuk

$$x_k(t) = A_k \cos(\omega_k t + \theta_k)$$

yang digunakan membentuk superposisi

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \cos(\omega_k t + \theta_k)$$

5. Apakah $x_k(t)$ perodik?
   (a) a
   (b) b

(c) c
(d) d

6. Bila $x_k(t)$ periodik, berapa periode?
   (e) a
   (f) b
   (g) c
   (h) d
7. Berapa daya sinyal $x_k(t)$ ini?
   (i) a
   (j) b
   (k) c
   (l) d
8. Apa saja deret Fourier c_i dari $x_k(t)$?
   (m) a
   (n) b
   (o) c
   (p) d
9. Bila ω_i real, apakah superposisi $y(t)$ ini periodik?
   (q) a
   (r) b
   (s) c
   (t) d
10. Bila $\omega_k = 0.25\pi k$, apakah superposisi $y(t)$ ini periodik?
    (u) a
    (v) b
    (w) c
    (x) d
11. Bila $\omega_k = 0.25\pi k$, berapa daya $y(t)$
    (y) a
    (z) b
    () c
    () d

Solusi

- ya. sinyal cosinus selalu periodik
- prrioda $T_k = 2\pi n/\omega_k$, n bil integer
- $P = A_k^2/2$
- $c_i[k] = \begin{cases} 0.5A_k e^{j\theta_k}, & i = 1 \\ 0.5A_k e^{-j\theta_k}, & i = -1 \\ 0, & lainnya \end{cases}$
- umumnya tidak
- $P = \sum_k |c_k|^2$

BAGIAN III.

Sinyal misterius$x(t)$ bisa memenuhi semua peryataan sekaligus berikut ini. Apa arti dari setiap pernyataan ini terhadap penyingkapan?

12. $x(t)$ periodik dengan $T = 4$, dengan deret Fourier a_k, berarti $x(t) =$
    (a) a
    (b) b
    (c) c
    (d) d
13. $x(t)$ sinyal real, berarti $x(t) =$
    (e) a
    (f) b
    (g) c
    (h) d
14. $a_k = 0$ untuk $|k| > 1$,, berarti $x(t) =$.
    (i) a
    (j) b
    (k) c
    (l) d
15. sinyal $y(t)$ yang dibentuk menggunakan deret $b_k = e^{-j\frac{\pi}{2}k} a_{-k}$ adalah sinyal real periodikber-simetri ganjil, berarti $x(t) =$
    (m) a
    (n) b
    (o) c

(p) d

16. $\frac{1}{4}\int_4 |x(t)|^2\, dt = \frac{1}{2}$, berarti $x(t) =$

(q) a

(r) b

(s) c

(t) d

Solusi

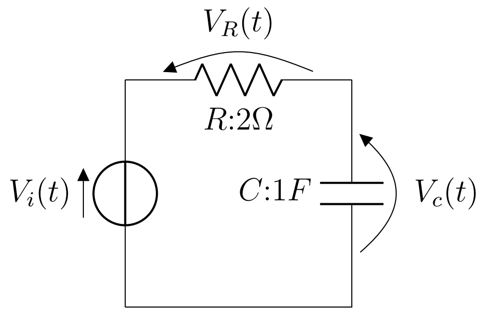
- $x(t)$ periodik dengan $T = 4$, dengan deret Fourier a_k, berarti $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j\frac{2\pi}{4}kt}$
- $x(t)$ sinyal real, berarti,$a_k = a_{-k}^* = |a_k| e^{j\angle a_k}$ sehingga$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k e^{j\frac{2\pi}{4}kt} + a_k^* e^{-j\frac{2\pi}{4}kt}\right) = a_0 + |a_k| \sum_{k=1}^{\infty}\left(e^{j\angle a_k} e^{j\frac{2\pi}{4}kt} + e^{j-\angle a_k} e^{-j\frac{2\pi}{4}kt}\right)$
- $a_k = 0$ untuk $|k| > 1$,, berarti $x(t) = a_0 + |a_k| e^{j\frac{2\pi}{4}t} + a_k^* e^{-j\frac{2\pi}{4}t}$.
- sinyal $y(t)$ yang dibentuk menggunakan deret $b_k = e^{-j\frac{\pi}{2}k} a_{-k}$ adalah sinyal periodik real bersimetri ganjil , berarti $x(t) =$
  - sinyal real periodik $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k e^{j\frac{2\pi}{4}kt} = b_{-1}e^{-j\frac{2\pi}{4}t} + b_o + b_1 e^{j\frac{2\pi}{4}t}$
  - sinyal real periodik bersimetri ganjil berartib_k murni bilangan kompleks dan $b_0 = 0$)
  - deret $b_k = e^{-j\frac{\pi}{2}k} a_{-k} = (-j)^k a_{-k}$, $k = -1, 0, 1$, berarti $a_{-1}, a_{0,} a_1$ murni real dan $a_0 = 0$.
  - maka $x(t) = a_1 e^{-j\frac{2\pi}{4}t} + a_1 e^{j\frac{2\pi}{4}t} = 2a_1 \cos(\frac{2\pi}{4}t)$
- $\frac{1}{4}\int_4 |x(t)|^2\, dt = \frac{1}{2}$, berarti
  - Daya $P = \frac{1}{4}\int_4 |x(t)|^2\, dt = \frac{1}{2}$
  - Menurut relasi Parseval $P = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_k|^2 = 2a_1^2$, sehingga $a_1 = 1/2$
  - Sinyal misterius adalah $x(t) = \cos(\frac{2\pi}{4}t)$

BAGIAN IV:

Perhatikan rangkaian berikut ini. Tetapkan input $x(t) = V_i(t)$ dan output tegangan di resisstor $y(t) = V_R(t)$. Sistem relaks denagan respons impuls $h(t)$.

Bil didefinidikan fungsi bilangan kompleks $s = \sigma + j\omega = re^{j\theta}$,

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-st}dt$$



17. Cari persamaan diferensial rangkaian ini:
    (a) a
    (b) b
    (c) c
    (d) d
18. Tentukan respons dari input $x(t) = 2\cos(0.5t)$
    (e) a
    (f) b
    (g) c
    (h) d
19. Tentukan respons impuls $h(t) =$ __________
    (i) a
    (j) b
    (k) c
    (l) d
20. Tentukan respons unit step $s(t) =$ __________
    (a) a
    (b) b
    (c) c
    (d) d

Solusi

Komponen RC memiliki sifat $V_C = q/C$, $i(t) = dq/dt$;dan $i(t) = V_R(t)/R$ sehingga untuk rangkaian ini berlaku

$$V_C(t) + V_R(t) = V_i(t)$$

$$RC\frac{dV_R(t)}{dt} + V_R(t) = RCV_i(t)$$

Jadi persamaan diferensia rangkaian ini adalah

$$\frac{dy(t)}{dt} + 0.5y(t) = x(t)$$

karena $1/RC = 0.5$

di mana diketahui

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t)$$

memiliki respons impuls dan setp

$$h(t) = e^{-at}u(t)$$

untuk $t > 0$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{t} h(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t} e^{-a\tau}u(\tau)d\tau = \int_{0}^{t} e^{-a\tau}d\tau = \frac{1}{a}(1 - e^{-at})$$

Jadi untuk $a = 0.5$

$$h(t) = e^{-0.5t}u(t)$$

dan

$$s(t) = 2(1 - e^{-0.5t})u(t)$$

Input $x(t) = A\cos(\omega t + \theta)$ akan menghsilkan respons

$$y(t) = A\left|H(j\omega)\right|\cos(\omega t + \theta + \angle H(j\omega))$$

$$H(s) = \frac{2}{2s+1}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{0.5 + j\omega} = \frac{1}{\sqrt{0.5^2 + \omega^2}}e^{-j\arctan\left(\frac{\omega}{0.5}\right)}$$

sinyal input $x(t) = 2\cos{(0.5t)}$ mwmiliki $A = 1, \omega = 0.5, \theta = 0$, sehingga

$$|H(j0.5)| = \frac{1}{\sqrt{0.5^2 + 0.5^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\arctan 1 = -\frac{\pi}{4}$$

$$y(t) = \sqrt{2}\cos\left(0.5t - \frac{\pi}{4}\right)$$

BAGIAN V:

Kepada sistem BAGIAN IV di atas ini diberikan input $V_i(t) = 2\cos(t)\, u(t)$. Bila diketahui sistem memiliki kondisi mula $V_o(0) = 1$ Volt. Carilah

21. Natural response:
    (a) a
    (b) b
    (c) c
    (d) d
22. Forced response:
    (e) a
    (f) b
    (g) c
    (h) d
23. Zero state response:
    (i) a
    (j) b
    (k) c
    (l) d
24. Zero input response:
    (m) a
    (n) b
    (o) c
    (p) d
25. Transient response:
    (q) a
    (r) b
    (s) c
    (t) d
26. Steady state response:
    (a) a
    (b) b
    (c) c
    (d) d

Solusi

LCCDE:	$\frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = x(t)$
Kondisi Awal:	$y(0) = y_0$
Input:	$x(t) = Ke^{-bt}u(t)$
Output untuk $t > 0$?	$y_{nr}(t) = (y_0 - \frac{K}{a_0 - b})e^{-a_0 t}$ dan $y_{fr}(t) = \frac{K}{a_0-b}e^{-bt}$;

1. Kondisi awal $y(0) = y_0$, maka
   (a) $y(0) = A_1 + \frac{K}{a_0-b} = y_0$
   (b) $A_1 = (y_0 - \frac{K}{a_0-b})$
   (c) Maka $y(t) = (y_0 - \frac{K}{a_0-b})e^{-a_0 t} + \frac{K}{a_0-b}e^{-bt}$
   (d) jadi $y_{nr}(t) = (y_0 - \frac{K}{a_0-b})e^{-a_0 t}$ dan $y_{fr}(t) = \frac{K}{a_0-b}e^{-bt}$
2. Zero-input response $y_{zi}(t)$ adalah output yang bergantung kondisi awal tanpa input, sedangkan zero-stae response $y_{zs}(t)$ adalah output bergantung input dengan kondisi awal 0.
   (a) maka $y_{zi}(t) = y_0 e^{-a_0 t}$
   (b) dan $y_{zs}(t) = (-\frac{K}{a_0-b})e^{-a_0 t} + \left(\frac{K}{a_0-b}\right) e^{-bt}$
3. Transient response $y_{tr}(t)$ adalah output yang menuju 0 dengan berjalannnya waktu, sedangkan Steady-State Response $y_{ss}(t)$ adalah output saat waktu menuju infinity.
   (a) maka $y_{tr}(t) = (y_0 - \frac{K}{a_0-b})e^{-a_0 t} + \frac{K}{a_0-b}e^{-bt}$
   (b) dan $y_{ss}(t) = 0$
4. jadi $y_{nr}(t) = (y_0 - \frac{K}{a_0-b})e^{-a_0 t}$ dan $y_{fr}(t) = \frac{K}{a_0-b}e^{-bt}$
   (a) maka $y_{zi}(t) = y_0 e^{-a_0 t}$
   (b) dan $y_{zs}(t) = (-\frac{K}{a_0-b})e^{-a_0 t} + \left(\frac{K}{a_0-b}\right) e^{-bt}$
5. Transient response $y_{tr}(t)$ adalah output yang menuju 0 dengan berjalannnya waktu, sedangkan Steady-State Response $y_{ss}(t)$ adalah output saat waktu menuju infinity.
   (a) maka $y_{tr}(t) = (y_0 - \frac{K}{a_0-b})e^{-a_0 t} + \frac{K}{a_0-b}e^{-bt}$
   (b) dan $y_{ss}(t) = 0$