

Proyek Akhir Semester

Petunjuk: Berikut adalah lima soal proyek yang mencakup topik-topik yang Anda minta, dirancang untuk menganalisis sistem LTI dan Filter Butterworth, termasuk transformasi dan implementasi.
Waktu sd 23 Desember 2025

Soal Proyek 1: Analisis Respons Frekuensi Filter Butterworth Orde 5

Ternormalisasi ($\omega_c = 1$)

Filter Low Pass Butterworth orde N memiliki respons magnitudo kuadrat ternormalisasi.

Asumsi: Filter ini kausal dan stabil. Fungsi Alih ternormalisasi $B_N(s)$ dengan frekuensi *cutoff* $\omega_c = 1$ rad/s ($B_N(j\omega)$ adalah transform Laplace dari respons impuls $b_N(t)$).

Tugas Proyek:

1. Tentukan lokasi Pol (kutub) s_k dari Filter Butterworth orde $N = 5$ pada bidang s . Ingat bahwa untuk sistem stabil, semua pol harus berada di bidang setengah kiri.
2. Tuliskan Fungsi Alih rasional $B_5(s)$ dalam bentuk perkalian faktor-faktor orde pertama dan kedua (sistem orde tinggi dapat difaktorkan menjadi produk faktor-faktor orde 1 dan 2).
3. Hitung dan plot **Respons Magnitudo** $20 \log_{10}|B_5(j\omega)|$ dalam Desibel (dB) untuk rentang frekuensi ω dari 0.1 hingga 10 rad/s menggunakan skala logaritmik (Bode Plot).
4. Jelaskan mengapa laju peluruhan magnitudo di frekuensi tinggi (slope asimptotik) Filter Butterworth orde 5 adalah -100 dB/dekade (setiap pol memberikan -20 dB/dekade).

Soal Proyek 2: Desain Filter Low Pass Butterworth Berdasarkan Spesifikasi

Anda diminta merancang Filter Low Pass Butterworth yang memenuhi spesifikasi berikut: *
Redaman (*ripple*) maksimal di *passband* A_p : 0.5 dB pada frekuensi $\omega_p = 10$ krad/s. * Redaman minimal di *stopband* A_s : 40 dB pada frekuensi $\omega_s = 20$ krad/s.

Tugas Proyek:

1. Tentukan orde minimum N yang diperlukan untuk memenuhi kedua spesifikasi A_p dan A_s . Gunakan rumus magnitudo kuadrat Filter Butterworth, $|B(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+(\omega/\omega_c)^{2N}}$.
2. Hitung frekuensi *cutoff* tepat ω_c (frekuensi -3 dB) yang sesuai dengan orde N yang dipilih.
3. Tuliskan Fungsi Alih $H(s)$ untuk filter yang telah didesain ini. Fungsi Alih didefinisikan sebagai Transformasi Laplace dari respons impuls $h(t)$.

Soal Proyek 3: Transformasi Low Pass ke Low Pass (Denormalisasi Frekuensi)

Misalkan Anda memiliki Fungsi Alih $H_{norm}(s)$ dari Filter Low Pass ternormalisasi dengan $\omega_{c,norm} = 1$ rad/s.

$$H_{norm}(s) = \frac{1}{(s + 0.618)(s^2 + 1.618s + 1)}$$

Tugas Proyek:

1. Tentukan orde N dari filter $H_{norm}(s)$ di atas dan identifikasi pol-polnya.
2. Lakukan transformasi frekuensi *Low Pass* ke *Low Pass* (denormalisasi) pada $H_{norm}(s)$ untuk mendapatkan Fungsi Alih $H_{target}(s)$ dengan frekuensi *cutoff* yang baru, $f_{c,target} = 5$ kHz. (Transformasi ini biasanya melibatkan penskalaan frekuensi, di mana setiap s diganti dengan s/α , dengan α adalah faktor penskalaan yang sesuai).

3. Hitung dan bandingkan respons magnitudo $|H_{norm}(j1)|$ dan $|H_{target}(j\omega)|$ pada frekuensi $f = 5$ kHz. Jelaskan apakah transformasi tersebut mempertahankan karakteristik *cutoff* filter.

Soal Proyek 4: Analisis Sistem LTI Kaskade (Seri)

Dua sistem LTI dihubungkan secara kaskade (seri). Sistem A adalah sistem orde pertama (low pass) $H_A(s)$ dan Sistem B adalah filter *all-pass* orde kedua $H_B(s)$.

$$H_A(s) = \frac{10}{s + 10}$$

$$H_B(s) = \frac{s^2 - 4s + 8}{s^2 + 4s + 8}$$

Tugas Proyek:

1. Tentukan Fungsi Alih total $H(s)$ dari sistem kaskade tersebut. Dalam domain Laplace, Fungsi Alih total dari kaskade adalah perkalian Fungsi Alih individual: $H(s) = H_A(s)H_B(s)$.
2. Tentukan semua lokasi Pol dan Nol dari $H(s)$. Fungsi Alih $H(s)$ didefinisikan sebagai rasio transformasi Laplace output terhadap input.
3. Analisis stabilitas sistem kaskade ini. Mengapa sistem $H_B(s)$ disebut *all-pass*? (Petunjuk: Bandingkan pol dan nol $H_B(s)$ dan dampaknya pada respons magnitudo $H_B(j\omega)$).

Tentu, ini adalah Soal Proyek tambahan (Soal Proyek 6) yang berfokus pada desain Filter High Pass (HPF) melalui Transformasi Low Pass (LP) ke High Pass (HP).

Soal Proyek 5: Desain Filter High Pass Melalui Transformasi Frekuensi

Salah satu metode standar dalam desain filter waktu-kontinu adalah menggunakan prototipe Filter Low Pass (LPF) yang ternormalisasi dan kemudian menerapkan transformasi frekuensi pada Fungsi Alih $H_{LP}(s)$ untuk mendapatkan Filter High Pass (HPF) yang diinginkan. Transformasi $LP \rightarrow HP$ (Low Pass to High Pass) melibatkan penggantian variabel s dalam $H_{LP}(s)$ dengan $\frac{\omega_c}{s}$, di mana ω_c adalah frekuensi *cutoff* yang baru (target HPF).

Asumsikan kita memulai dengan prototipe LPF orde pertama ternormalisasi:

$$H_{LP}(s) = \frac{1}{s + 1}$$

Tugas Proyek:

1. **Terapkan Transformasi:** Terapkan transformasi *Low Pass to High Pass* ($LP \rightarrow HP$) dengan *cutoff* ternormalisasi ($\omega_c = 1$ rad/s), yaitu, ganti s dalam $H_{LP}(s)$ dengan $\frac{1}{s}$. Tuliskan Fungsi Alih yang dihasilkan, $H_{HP}(s)$, dan sederhanakan bentuknya menjadi rasio polinomial dalam s .
2. **Analisis Fungsi Alih:** Tentukan lokasi **Pol** dan **Nol** dari $H_{HP}(s)$. Analisis stabilitas sistem ini berdasarkan lokasi Pol.
3. **Analisis Respons Frekuensi:**
 - Hitung respons magnitudo $|H_{HP}(j\omega)|$ dari filter yang dihasilkan.
 - Buktikan bahwa $|H_{HP}(j\omega)| \rightarrow 0$ saat $\omega \rightarrow 0$ (seperti yang diharapkan untuk *low frequency attenuation*) dan $|H_{HP}(j\omega)| \rightarrow 1$ saat $\omega \rightarrow \infty$ (seperti yang diharapkan untuk *high frequency passband*).
 - Hitunglah nilai ω (frekuensi *cutoff*) di mana $|H_{HP}(j\omega)| = 1/\sqrt{2}$ (magnitudo -3 dB).

4. **Representasi Domain Waktu:** Tuliskan Persamaan Diferensial Koefisien Konstanta Linier (LCCDE) yang menghubungkan output $y(t)$ dan input $x(t)$ dari $H_{HP}(s)$ yang telah Anda tentukan.

Soal Proyek 6: Analisis Trade-off dan Transformasi Digital Filter

Misalkan Anda telah mendesain Filter Butterworth orde tinggi (misalnya, $N = 6$) dengan transisi yang sangat tajam antara *passband* dan *stopband*.

Tugas Proyek:

1. Jelaskan *trade-off* (pertukaran) antara *Frequency Selectivity* (ketajaman transisi filter di domain frekuensi) dan perilaku di domain waktu (*time-domain characteristics*), seperti *rise time* dan *ringing* dalam respons *step*. Mengapa filter yang sangat selektif (tajam) mungkin menunjukkan *ringing* yang lebih signifikan pada respons *stepnya*?
2. Filter orde 6 yang telah Anda desain memiliki Fungsi Alih $H_c(s)$ (domain waktu kontinu). Jelaskan langkah-langkah untuk mengimplementasikan filter ini secara digital menggunakan Transformasi Bilinear. Transformasi Bilinear digunakan untuk mendapatkan $H_d(z)$ (domain waktu diskrit) dari $H_c(s)$.
3. Mengapa Transformasi Bilinear sering kali disukai dibandingkan metode lain (seperti *impulse invariance*) saat mendesain filter digital dari prototipe analog untuk mempertahankan karakteristik magnitudo (misalnya, *cutoff* 3 dB)? (Petunjuk: Pertimbangkan pemetaan frekuensi ω ke Ω).