

# **EL-2007 Sinyal dan Sistem**

Armein Z R Langi

2025-09-03

# **Table of contents**

# Petunjuk Belajar Mata Kuliah Sinyal dan Sistem

## EL 2007 Sinyal dan Sistem

Selamat datang di mata kuliah Sinyal dan Sistem! Mata kuliah ini akan membekali Anda dengan fondasi penting dalam semua disiplin ilmu teknik, khususnya teknik elektro. Pendekatan pembelajaran kita akan didasarkan pada kerangka **VALORAIZE Learning**, yang berfokus pada **pembentukan sosok, karakter, dan pola pikir layaknya insinyur profesional**, bukan hanya penguasaan materi. Tujuannya adalah agar Anda tidak hanya memahami konsep, tetapi juga mampu **berpikir dan bertindak sebagai seorang insinyur profesional** saat menghadapi tantangan di dunia nyata.

Dosen akan berperan sebagai **fasilitator, pembimbing, dan teladan** dari profesi insinyur, sedangkan Anda akan bertransformasi menjadi **pembelajar aktif, pencipta pengetahuan, dan reflektor diri**.

Berikut adalah panduan belajar yang akan membantu Anda sukses dalam mata kuliah ini:

## I. Fondasi VALORAIZE Learning: Membangun Keahlian Profesional

1. **Mengintegrasikan Pembuatan Peta Pengetahuan (Knowledge Maps)** Peta pengetahuan adalah inti dari metode belajar ini, membantu Anda memvisualisasikan, mengatur, dan mengintegrasikan informasi untuk pemahaman yang lebih dalam. Ada dua jenis peta pengetahuan yang wajib Anda kuasai:

- **Peta Pengetahuan Primitif (Primitive Knowledge Maps):**
  - **Tujuan:** Membangun kerangka konseptual inti mata kuliah. Peta ini akan membantu Anda melihat “**gambaran besar**” dan **keterkaitan antar konsep** (pengetahuan deklaratif seperti fakta dan definisi) di seluruh domain Sinyal dan Sistem.
  - **Komponen:** Node (konsep seperti “Transformasi Fourier,” “Linearitas,” “Konvolusi,” “Stabilitas Sistem”), Garis (menghubungkan node), Label (frasa deskriptif seperti “adalah jenis dari,” “mengarah ke,” “bergantung pada,” “digunakan untuk”), dan Panah (menunjukkan arah hubungan).
  - **Fokus Kognitif:** Mengingat dan Memahami (Level 1-2 Taksonomi Bloom).

- **Praktik:** Buat peta hierarkis dimulai dengan “Sinyal & Sistem” sebagai node pusat, bercabang ke domain utama (Domain Waktu, Domain Frekuensi, Domain Kompleks), dan merinci properti sinyal/sistem di bawahnya. Perlakukan peta ini sebagai “**Dokumen Hidup**” yang terus disempurnakan seiring berkembangnya pemahaman Anda.
- **Peta Pemecahan Masalah (Problem-Solving Knowledge Maps):**
  - **Tujuan:** Memandu Anda melalui proses pemecahan masalah Sinyal dan Sistem tertentu, mengintegrasikan pengetahuan konseptual dengan langkah-langkah prosedural. Ini membantu Anda mengembangkan **strategi pemecahan masalah layaknya ahli**.
  - **Konseptualisasi Masalah:** Setiap masalah adalah “celah” antara “Titik Mulai” (informasi yang diketahui) dan “Titik Akhir” (solusi yang diinginkan). Pemecahan masalah adalah proses “menemukan rute” dan “kendaraan” yang tepat untuk melintasi celah ini.
  - **Komponen:** Titik Mulai, Titik Akhir, Rute/Jalan (urutan langkah-langkah seperti *flowchart*), dan **Kendaraan** (alat, teknik, metode spesifik).
  - **Kategori Kendaraan:**
    - \* **Matematika (Fundamental):** Aljabar, Kalkulus, Bilangan Kompleks.
    - \* **Diagram & Visualisasi:** Diagram Blok, Plot Sinyal, Plot Pole-Zero, Bode Plot.
    - \* **Komputasi (Super Kendaraan):** Matplotlib, SciPy, SymPy.
    - \* **Operasi Dasar Sinyal/Sistem:** Penskalaan amplitudo, pergeseran waktu, penjumlahan, perkalian, diferensiasi, integrasi.
    - \* **Transformasi (Algoritma):** Transformasi Fourier, Laplace, dan Z.
    - \* **Heuristik (“Meta-Kendaraan”):** “Menggambar Diagram,” “Mentransformasi Masalah,” “Mencari Pola,” “Bekerja Mundur,” “Menyederhanakan Masalah”.
  - **Fokus Kognitif:** Menerapkan, Menganalisis, Mengevaluasi, Menciptakan (Level 3-6 Taksonomi Bloom).
  - **Praktik:** Saat memecahkan masalah, dokumentasikan secara eksplisit “rute” dan “kendaraan” yang Anda gunakan, serta alasannya.
- 2. **Membuat Jurnal Pembelajaran Reflektif (Learning Journal)** Jurnal ini wajib untuk mendokumentasikan pengalaman belajar Anda, termasuk **perjuangan, alat yang dipakai, kegagalan, terobosan, dan pelajaran yang dipetik**. Gunakan kerangka DAR (Deskripsi, Analisis, Refleksi, Rencana Tindak Lanjut) setiap minggunya. Ini penting untuk membangun kesadaran metakognitif dan pola pikir berkembang.
- 3. **Berpartisipasi dalam Knowledge Marketplace** Sistem penilaian ini menyerupai pasar profesional dan dirancang untuk memotivasi pembelajaran mendalam.
  - **Permintaan Dosen:** Setiap minggu, dosen akan “mengiklankan” kebutuhan akan “karya pengetahuan dan pemecahan masalah” tertentu, menargetkan topik dan

tingkat Taksonomi Bloom spesifik.

- **Penciptaan Nilai:** Anda akan merespons dengan menghasilkan laporan (peta pengetahuan) yang merepresentasikan pemahaman Anda atau solusi masalah yang diminta.
- **Transaksi:** Karya Anda akan “dibeli” oleh dosen menggunakan sistem mata uang digital berjenjang dan, secara opsional, mata uang fiat, yang berfungsi sebagai penilaian dan insentif.
  - **Point Uang:** Mengingat & Memahami (Level 1-2 Bloom).
  - **Point Emas:** Menerapkan (Level 3 Bloom).
  - **Point Platinum:** Menganalisis & Mengevaluasi (Level 4-5 Bloom).
  - **Point Berlian:** Menciptakan (Level 6 Bloom).
  - **Mata Uang Fiat (contoh):** IDR untuk Domain Waktu Kontinu, USD untuk Domain Frekuensi WK/WD, GBP untuk Transformasi Laplace, dsb. Ini memberikan insentif untuk eksplorasi domain teknis yang berbeda.
- **Publikasi:** Karya yang “dibeli” akan diunggah ke situs web kuliah sebagai sumber belajar bagi mahasiswa di tahun berikutnya, menumbuhkan rasa kepemilikan dan kebanggaan kolektif.
- **Nilai Akhir:** Total “harta” yang terkumpul akan diindeks untuk mendapatkan nilai akhir mata kuliah. Pahami rubrik penilaian yang transparan, yang berfokus pada kualitas refleksi, kedalaman konsep, akurasi, dan inovasi.

4. **Manfaatkan Teknologi Digital dan Kecerdasan Buatan (AI)** Teknologi adalah “pengganda kekuatan” dalam pembelajaran ini.
  - **Alat Pembuatan Peta:** Gunakan alat seperti Miro, MindMeister, Microsoft Visio, Creately, XMind, Coggle, SimpleMind, Eraser DiagramGPT, Math Whiteboard, dan Excalidraw untuk membuat peta interaktif dan kolaboratif. Ini mengurangi beban kognitif ekstrinsik dan mendukung kolaborasi.
  - **Asisten Riset AI:** Manfaatkan NotebookLM sebagai asisten riset pribadi untuk meringkas sumber, memberikan wawasan instan, dan menjelaskan konsep kompleks dengan verifikasi sumber. AI juga dapat mempersonalisasi pembelajaran Anda.
  - **Kontrol Versi:** Dianjurkan menggunakan Git/GitHub untuk melacak progres dan riwayat jurnal/proyek Anda. Ini mencerminkan praktik pengembangan perangkat lunak profesional.
5. **Pembelajaran Kolaboratif** Bekerja sama dengan rekan-rekan dalam membuat peta pengetahuan sangat penting. Ini mendorong diskusi yang kaya, memperdalam pemahaman, dan membantu membangun model mental bersama.
6. **Membangun Portofolio Kuliah** Wajib membangun portofolio kuliah yang berisi dokumen karya hasil belajar dan tugas-tugas, ditautkan di blog pribadi Anda. Ini berfungsi sebagai refleksi atas pemahaman dan kesadaran metakognitif Anda.

## II. Strategi Belajar Umum untuk Sinyal dan Sistem

1. **Kuasai Dasar-dasar Matematika** Mata kuliah ini memiliki konten matematika yang substansial. Pastikan Anda memiliki latar belakang yang kuat dalam **kalkulus, trigonometri, bilangan kompleks, dan aljabar linear**. Tinjau topik-topik ini secara cermat.
2. **Fokus pada “Melakukan” (Doing)** Tidak ada jalan pintas untuk belajar selain dengan “melakukan” (*doing*). Pelajari contoh soal yang sudah diselesaikan dan kerjakan soal-soal latihan secara mandiri. Konseptualisasikan masalah sebagai “celah” antara informasi yang diketahui dan solusi yang diinginkan.
3. **Pahami Sifat-sifat Sinyal dan Sistem** Penting untuk memahami sifat-sifat dasar seperti energi dan daya sinyal, transformasi variabel independen (pergeseran waktu, penskalaan), sinyal periodik dan non-periodik, dan sinyal genap/ganjil. Untuk sistem, pahami sifat memori, kausalitas, invertibilitas, stabilitas (BIBO stability), linearitas, dan invarian waktu.
4. **Kuasai Konsep Respon Impuls dan Konvolusi** Respon impuls memegang peran penting dalam analisis sistem LTI. Pahami representasi jumlah konvolusi untuk sistem LTI waktu diskrit dan representasi integral konvolusi untuk sistem LTI waktu kontinu. Pahami properti-properti konvolusi seperti komutatif, distributif, asosiatif, properti pergeseran, dan konvolusi dengan impuls.

### 5. Pahami Transformasi Domain

- **Deret Fourier:** Pelajari representasi sinyal periodik sebagai kombinasi eksponensial kompleks. Pahami kondisi Dirichlet dan teorema Parseval untuk daya rata-rata.
  - **Transformasi Fourier:** Alat umum untuk representasi sinyal non-periodik. Pahami properti-propertinya. Pahami hubungan antara Transformasi Fourier waktu kontinu dan Transformasi Fourier waktu diskrit.
  - **Transformasi Laplace:** Generalisasi dari Transformasi Fourier, sangat berguna untuk analisis sistem LTI, termasuk yang dicirikan oleh persamaan diferensial linear koefisien konstan. Pahami konsep Region of Convergence (ROC) dan cara menggunakan ekspansi *partial-fraction* untuk Transformasi Laplace invers. Ingat teorema nilai awal dan akhir.
  - **Transformasi Z:** Konsep Transformasi Z untuk urutan diskrit. Pahami perbedaan dengan Transformasi Laplace dan Fourier serta ROC-nya.
6. **Sampling dan Aliasing** Pahami representasi sinyal waktu kontinu oleh sampelnya: Teorema Sampling. Pelajari efek *undersampling* atau *aliasing* dan laju Nyquist.
  7. **Desain dan Analisis Filter** Pahami karakteristik filter dari sistem linear, seperti LPF, HPF, dan BPF. Pelajari desain filter dari studi kasus.

8. **Manfaatkan Alat Bantu Perangkat Lunak** Gunakan perangkat lunak seperti MATLAB untuk analisis dan simulasi sinyal dan sistem. MATLAB memiliki fungsi untuk desain filter (butter, cheby1, cheby2, ellip, fir1, fir2, fircls, firls, firpm), analisis respons (impulse, step, lsim, freqs, freqz, impz, stepz), dan manipulasi simbolik.
  9. **Tinjau Ulang dan Hubungkan Konsep** Mata kuliah ini saling terkait. Selalu coba hubungkan topik baru dengan apa yang sudah Anda pelajari. Peta pengetahuan Anda akan sangat membantu dalam hal ini.
- 

Dengan mengikuti petunjuk ini, Anda tidak hanya akan mendapatkan pemahaman mendalam tentang Sinyal dan Sistem, tetapi juga mengembangkan pola pikir dan keterampilan yang esensial untuk menjadi insinyur profesional yang sukses. Selamat belajar!

# Tinjauan Kuliah

Berikut adalah gambaran umum (overview) mata kuliah Sinyal dan Sistem, mengintegrasikan filosofi pembelajaran VALORAIZE, struktur materi, dan tujuan utama yang dirancang untuk mahasiswa.

---

## Gambaran Umum Mata Kuliah Sinyal dan Sistem (EL2007)

Mata kuliah Sinyal dan Sistem (kode EL2007) merupakan **fondasi penting dalam semua disiplin ilmu teknik**, khususnya teknik elektro. Mata kuliah ini akan membekali Anda dengan konsep dan teknik fundamental untuk **menganalisis dan menyintesis proses yang kompleks**. Sinyal didefinisikan sebagai fenomena fisik yang bervariasi terhadap waktu yang dimaksudkan untuk menyampaikan informasi, seperti sinyal suara atau video. Ilmu Sinyal dan Sistem memiliki sejarah panjang dan terus berkembang sebagai respons terhadap masalah, teknik, dan peluang baru.

Mata kuliah ini dirancang untuk lebih dari sekadar penguasaan materi. Filosofi intinya adalah **VALORAIZE Learning**, sebuah paradigma transformatif yang secara eksplisit berfokus pada **pembentukan sosok, karakter, dan pola pikir layaknya insinyur profesional**. Anda tidak hanya akan belajar tentang sinyal dan sistem, tetapi juga **dibimbing untuk berpikir dan bertindak sebagai seorang insinyur profesional**. Dalam ekosistem ini, dosen berperan sebagai **fasilitator, pembimbing, dan teladan** dari profesi insinyur, sementara Anda akan bertransformasi menjadi **pembelajar aktif, pencipta pengetahuan, dan reflektor diri**.

**Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (CPMK)** yang akan Anda kuasai setelah mengikuti mata kuliah ini meliputi kemampuan untuk:

1. **Menganalisis sifat sinyal dan sistem** dalam domain waktu, domain frekuensi, dan domain Laplace.
2. **Merancang filter dan pengendali** secara matematis pada studi kasus.
3. **Menggunakan alat bantu (perangkat lunak)** untuk menganalisis sinyal dan sistem.

## I. Pilar Pembelajaran VALORAIZE Learning

Untuk mencapai CPMK dan membentuk identitas profesional, VALORAIZE Learning mengintegrasikan beberapa pilar utama:

1. **Peta Pengetahuan (Knowledge Maps)**: Ini adalah fondasi kognitif untuk pemahaman mendalam.
  - **Peta Pengetahuan Primitif (Primitive Knowledge Maps)**: Membantu Anda melihat “**gambaran besar**” dan keterkaitan antar konsep inti (pengetahuan deklaratif) di seluruh domain Sinyal dan Sistem, seperti Domain Waktu, Domain Frekuensi, Transformasi Fourier, dan properti sistem.
  - **Peta Pemecahan Masalah (Problem-Solving Knowledge Maps)**: Memandu Anda melalui proses pemecahan masalah tertentu. Setiap masalah dikonseptualisasi sebagai “**celah**” antara informasi yang diketahui (“Titik Mulai”) dan solusi yang diinginkan (“Titik Akhir”). Anda akan mengidentifikasi “**rute**” (langkah-langkah) dan “**kendaraan**” (alat, teknik, algoritma, heuristik) yang tepat untuk melintasi celah tersebut. “Kendaraan” ini dapat berupa matematika dasar (aljabar, kalkulus), diagram & visualisasi (diagram blok, plot pole-zero), alat komputasi (SciPy, SymPy), operasi dasar sinyal/sistem, transformasi (Fourier, Laplace, Z), dan heuristik (strategi pemecahan masalah).
2. **Jurnal Pembelajaran Reflektif (Learning Journal)**: Anda diwajibkan untuk mendokumentasikan pengalaman belajar Anda, termasuk **perjuangan, alat yang dipakai, kegagalan, terobosan, dan pelajaran yang dipetik**. Ini penting untuk membangun kesadaran metakognitif dan pola pikir berkembang, seringkali menggunakan kerangka DAR (Deskripsi, Analisis, Refleksi, Rencana Tindak Lanjut).
3. **Knowledge Marketplace**: Sistem penilaian inovatif ini menyerupai pasar profesional. Dosen akan “mengiklankan” kebutuhan akan “karya pengetahuan dan pemecahan masalah” (seringkali dalam bentuk peta pengetahuan) pada topik dan tingkat Taxonomi Bloom tertentu. Karya Anda akan “dibeli” oleh dosen menggunakan **sistem mata uang digital berjenjang** (Point Uang untuk Mengingat & Memahami, Point Emas untuk Menerapkan, Point Platinum untuk Menganalisis & Mengevaluasi, Point Berlian untuk Menciptakan) dan, secara opsional, **mata uang fiat** yang dikaitkan dengan domain teknis spesifik (misalnya, IDR untuk Domain Waktu Kontinu, USD untuk Domain Frekuensi). Karya yang “dibeli” akan diunggah ke situs web kuliah, menjadi sumber belajar bagi mahasiswa di tahun berikutnya.
4. **Pemanfaatan Teknologi Digital dan Kecerdasan Buatan (AI)**: Teknologi adalah “pengganda kekuatan”. Anda akan menggunakan alat pembuatan peta seperti Miro atau MindMeister, dan alat komputasi seperti Matplotlib, SciPy, atau SymPy. AI, seperti NotebookLM, akan berfungsi sebagai asisten riset pribadi untuk meringkas sumber,

memberikan wawasan, dan menjelaskan konsep. Penggunaan Git/GitHub juga dianjurkan untuk melacak progres proyek dan jurnal Anda.

5. **Pembelajaran Kolaboratif:** Bekerja sama dengan rekan-rekan dalam membuat peta pengetahuan akan mendorong diskusi yang kaya dan memperdalam pemahaman.

## II. Cakupan Materi Mata Kuliah (**Distribusi Umum**)

Mata kuliah ini akan mencakup serangkaian topik inti dalam Sinyal dan Sistem, seringkali disusun sebagai berikut:

- **Minggu 1-3: Deskripsi Sinyal dan Sistem di Domain Waktu**
  - Pengantar Sinyal: Sinyal waktu kontinu dan diskrit, representasi matematis, energi dan daya sinyal.
  - Transformasi Variabel Independen: Pergeseran waktu, penskalaan, sinyal periodik, sinyal genap dan ganjil.
  - Sinyal Elementer: Sinyal eksponensial kompleks dan sinusoidal, fungsi impuls unit dan *step* unit (waktu kontinu dan diskrit).
  - Pengantar Sistem: Contoh sistem sederhana, interkoneksi sistem.
  - Properti Sistem Dasar: Memori, invertibilitas, kausalitas, stabilitas (BIBO), invarian waktu, linearitas.
  - Analisis Sistem LTI (Linear Time-Invariant): Konsep respon impuls, integral dan jumlah konvolusi untuk representasi sistem LTI. Sistem yang dicirikan oleh persamaan diferensial dan beda koefisien konstan.
- **Minggu 4-7: Analisis Domain Frekuensi (Transformasi Fourier)**
  - Representasi Deret Fourier: Untuk sinyal periodik waktu kontinu dan diskrit.
  - Transformasi Fourier: Untuk sinyal aperiodik waktu kontinu dan diskrit.
  - Properti Transformasi Fourier: Linearitas, pergeseran waktu, pergeseran frekuensi, penskalaan, konvolusi, perkalian.
  - Respon Frekuensi Sistem LTI: Konsep filter, filter selektif frekuensi ideal dan non-ideal, *magnitude-phase representation, Bode plots*.
- **Minggu 8: Sampling**
  - Teorema Sampling: Representasi sinyal waktu kontinu oleh sampelnya.
  - Efek *Undersampling*: Konsep *aliasing*.
  - Rekonstruksi Sinyal dari Sampel: Interpolasi.
- **Minggu 9-12: Analisis Domain Laplace dan Z-Transform**

- Transformasi Laplace: Definisi, Region of Convergence (ROC), transformasi Laplace invers.
  - Properti Transformasi Laplace: Linearitas, pergeseran waktu, konvolusi, diferensiasi, teorema nilai awal/akhir.
  - Analisis Sistem LTI menggunakan Fungsi Alih: Kausalitas, stabilitas sistem.
  - Transformasi Z: Konsep, ROC, transformasi Z invers.
  - Properti Transformasi Z: Linearitas, penskalaan, pergeseran waktu, konvolusi, diferensiasi, teorema nilai awal.
  - Analisis Sistem LTI menggunakan Fungsi Sistem: Kausalitas, stabilitas, representasi diagram blok.
- **Minggu 13-14: Desain Filter dan Pengantar Sistem Kendali Umpang Balik**
    - Studi Kasus Desain Filter: Perancangan filter secara matematis dan penggunaan perangkat lunak untuk verifikasi.
    - Pengantar Sistem Kendali Linier Umpang Balik: Konsep dasar, aplikasi, analisis *root-locus*, kriteria stabilitas Nyquist, *gain* dan *phase margin*.

---

Dengan berpartisipasi aktif dalam setiap aspek pembelajaran ini, Anda akan mengembangkan pemahaman konseptual yang mendalam, keterampilan pemecahan masalah layaknya ahli, kesadaran metakognitif, dan identitas profesional yang kuat, mempersiapkan Anda untuk tantangan kompleks di dunia kerja.

# 1 Materi Pembelajaran Minggu 1: Deskripsi Matematis Sinyal Waktu Kontinu

**Capaian Pembelajaran Minggu (CPMK Terkait):** Mahasiswa diharapkan mampu memahami dasar-dasar sinyal waktu kontinu dan representasi matematisnya.

Minggu ini, kita akan menjelajahi konsep fundamental sinyal dan sistem waktu kontinu, yang merupakan fondasi penting dalam banyak disiplin ilmu teknik. Kita akan mulai dengan memahami apa itu sinyal waktu kontinu, bagaimana merepresentasikannya secara matematis, mengklasifikasikannya, melakukan operasi dasar pada sinyal, serta memperkenalkan sistem waktu kontinu dan sifat-sifat fundamentalnya.

## 1.1 1.1 Pengenalan Sinyal Waktu Kontinu (Continuous-Time Signals)

Sinyal adalah suatu fungsi yang membawa informasi. Sinyal waktu kontinu (Continuous-Time Signals, CT Signals) adalah sinyal yang didefinisikan untuk setiap nilai waktu dalam suatu interval kontinu. Biasanya, ini direpresentasikan sebagai fungsi dari variabel waktu  $t$ , misalnya  $x(t)$ .

**Contoh Sinyal Dasar Waktu Kontinu:**

- **Sinyal Sinusoidal:** Menggambarkan osilasi periodik, misalnya  $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ .
- **Sinyal Eksponensial:** Menunjukkan pertumbuhan atau peluruhan, misalnya  $x(t) = Ae^{\alpha t}$ .
  - Jika  $\alpha$  real dan negatif, sinyal meluruh.
  - Jika  $\alpha$  real dan positif, sinyal bertumbuh.
  - Jika  $\alpha$  kompleks ( $j\omega$ ), menjadi eksponensial kompleks ( $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j \sin(\omega t)$ ).
- **Fungsi Unit Step (Unit Step Function):** Sinyal yang bernilai 0 untuk  $t < 0$  dan 1 untuk  $t \geq 0$ , dilambangkan  $u(t)$ . Berguna untuk merepresentasikan sinyal yang “dimulai” pada waktu tertentu.
- **Fungsi Unit Impuls (Unit Impulse Function) / Delta Dirac:** Sinyal ideal yang bernilai tak hingga pada  $t = 0$  dan nol di tempat lain, dengan luas area satu. Dilambangkan  $\delta(t)$ . Sinyal ini sering digunakan sebagai “blok bangunan” untuk merepresentasikan sinyal lain dan menganalisis sistem.

## 1.2 1.2 Klasifikasi Sinyal Waktu Kontinu

Sinyal dapat diklasifikasikan berdasarkan beberapa properti penting:

- **Sinyal Energi (Energy Signal) vs. Sinyal Daya (Power Signal):**
  - **Sinyal Energi:** Memiliki energi total terbatas ( $0 < E < \infty$ ) dan daya rata-rata nol ( $P = 0$ ). Energi  $E$  dihitung sebagai  $E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$ .
  - **Sinyal Daya:** Memiliki daya rata-rata terbatas ( $0 < P < \infty$ ) dan energi total tak hingga ( $E = \infty$ ). Daya rata-rata  $P$  dihitung sebagai  $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 dt$ .
  - Sinyal yang tidak memenuhi kedua kondisi ini tidak diklasifikasikan sebagai sinyal energi maupun sinyal daya (misalnya, sinyal yang terus bertumbuh).
- **Sinyal Periodik (Periodic Signal) vs. Aperiodik (Aperiodic Signal):**
  - **Sinyal Periodik:** Sinyal yang berulang dengan periode waktu tertentu  $T > 0$ , yaitu  $x(t) = x(t + T)$  untuk semua  $t$ . **Periode fundamental** adalah periode  $T$  terkecil yang memenuhi kondisi ini.
  - **Sinyal Aperiodik:** Sinyal yang tidak berulang.
- **Sinyal Genap (Even Signal) vs. Sinyal Ganjil (Odd Signal):**
  - **Sinyal Genap:** Sinyal yang simetris terhadap sumbu vertikal, yaitu  $x(t) = x(-t)$ .
  - **Sinyal Ganjil:** Sinyal yang antisimetris terhadap sumbu vertikal, yaitu  $x(t) = -x(-t)$ .
  - Setiap sinyal dapat diuraikan menjadi komponen genap  $x_e(t) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t))$  dan komponen ganjil  $x_o(t) = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$ .

## 1.3 1.3 Operasi Dasar pada Sinyal Waktu Kontinu

Berbagai operasi dapat dilakukan pada sinyal waktu kontinu.

- **Transformasi Variabel Independen (Independent Variable Transformations):**
  - **Pergeseran Waktu (Time Shift):**  $y(t) = x(t - t_0)$  menggeser sinyal  $x(t)$  ke kanan (menunda) sebesar  $t_0$  unit jika  $t_0 > 0$ .  $y(t) = x(t + t_0)$  menggeser ke kiri (memajukan).
  - **Penskalaan Waktu (Time Scaling):**  $y(t) = x(at)$  mengubah “kecepatan” sinyal. Jika  $|a| > 1$ , sinyal dikompresi (dipercepat). Jika  $0 < |a| < 1$ , sinyal diekspansi (diperlambat). Jika  $a < 0$ , juga terjadi pembalikan waktu.
  - **Pembalikan Waktu (Time Reversal):**  $y(t) = x(-t)$  membalik sinyal terhadap sumbu vertikal.
- **Transformasi Variabel Dependental (Dependent Variable Transformations):**

- **Penskalaan Amplitudo:**  $y(t) = Ax(t)$  mengalikan amplitudo sinyal dengan konstanta  $A$ .
- **Penjumlahan Sinyal:**  $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$ .
- **Perkalian Sinyal:**  $y(t) = x_1(t) \cdot x_2(t)$ .
- **Diferensiasi Sinyal:**  $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ .
- **Integrasi Sinyal:**  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau$ .

## 1.4 1.4 Pengenalan Sistem Waktu Kontinu (Continuous-Time Systems)

Sistem dapat didefinisikan sebagai entitas yang memproses sinyal input untuk menghasilkan sinyal output. Hubungan input-output ini dapat direpresentasikan secara matematis atau grafis.

- **Representasi Diagram Blok (Block Diagram Representation):** Digunakan untuk memvisualisasikan bagaimana komponen-komponen sistem dihubungkan. Simbol-simbol dasar meliputi penambah, pengali (gain), dan integrator/diferensiator.
- **Interkoneksi Sistem (Interconnection of Systems):**
  - **Seri (Cascade):** Output satu sistem menjadi input sistem berikutnya.
  - **Paralel:** Input yang sama diberikan ke beberapa sistem, dan outputnya dijumlahkan.

## 1.5 1.5 Sifat Dasar Sistem Waktu Kontinu

Klasifikasi sistem penting untuk memahami perilakunya.

- **Sistem dengan Memori (System with Memory) vs. Tanpa Memori (Memoryless System):**
  - **Tanpa Memori:** Output  $y(t)$  pada waktu  $t$  hanya bergantung pada input  $x(t)$  pada waktu yang sama.
  - **Dengan Memori:** Output  $y(t)$  pada waktu  $t$  bergantung pada nilai input atau output di masa lalu atau masa depan. Contohnya, integrator.
- **Kausalitas (Causality):** Output  $y(t)$  pada waktu  $t$  hanya bergantung pada input  $x(\tau)$  untuk  $\tau \leq t$  (yaitu, input saat ini atau masa lalu). Sistem tidak dapat “memprediksi” input masa depan. Sistem fisik harus kausal.
- **Invertibilitas (Invertibility):** Sistem dikatakan invertibel jika inputnya dapat direkonstruksi secara unik dari outputnya. Artinya, ada sistem invers yang, jika dihubungkan secara seri, akan menghasilkan kembali input asli.

- **Stabilitas BIBO (Bounded-Input Bounded-Output Stability):** Sistem stabil BIBO jika setiap input terbatas (bounded) menghasilkan output yang terbatas. Input  $x(t)$  terbatas jika ada konstanta  $M_x < \infty$  sehingga  $|x(t)| \leq M_x$  untuk semua  $t$ . Output  $y(t)$  terbatas jika ada konstanta  $M_y < \infty$  sehingga  $|y(t)| \leq M_y$  untuk semua  $t$ .
  - **Invariansi Waktu (Time-Invariance):** Karakteristik sistem tidak berubah seiring waktu. Jika input  $x(t)$  menghasilkan output  $y(t)$ , maka input yang digeser waktu  $x(t - t_0)$  akan menghasilkan output  $y(t - t_0)$ .
  - **Linearitas (Linearity):** Sistem linear jika memenuhi dua prinsip:
    - **Aditivitas:** Input  $x_1(t) + x_2(t)$  menghasilkan output  $y_1(t) + y_2(t)$ , di mana  $y_1(t)$  adalah output dari  $x_1(t)$  dan  $y_2(t)$  adalah output dari  $x_2(t)$ .
    - **Homogenitas (Scaling):** Input  $ax(t)$  menghasilkan output  $ay(t)$  untuk konstanta skalar  $a$  apa pun.
    - Seringkali disebut prinsip superposisi.
- 

## 1.6 Peta Pengetahuan Primitif: Sinyal & Sistem Waktu Kontinu

**Tujuan:** Membantu mahasiswa melihat gambaran besar, interkoneksi antar konsep, dan mengatur pengetahuan deklaratif (fakta dan definisi) sinyal dan sistem waktu kontinu. (Mengingat & Memahami - Level 1-2 Bloom).

### Node Pusat: Sinyal & Sistem

- **Cabang 1: SWK (Sinyal Waktu Kontinu)**
  - **Sub-Cabang 1.1: Representasi Matematis (SWK\_Representasi)**
    - \* Node: Sinusoidal (SWK\_Sinusoidal), Eksponensial (SWK\_Eksponensial), Unit Step (SWK\_UnitStep), Unit Impuls (SWK\_UnitImpuls).
  - **Sub-Cabang 1.2: Klasifikasi Sinyal (SWK\_Klasifikasi)**
    - \* Node: Energi/Daya (SWK\_EnergiDaya), Periodik/Aperiodik (SWK\_Periodisitas), Genap/Ganjil (SWK\_Simetri).
  - **Sub-Cabang 1.3: Operasi Sinyal (SWK\_Operasi)**
    - \* Node: Pergeseran Waktu (SWK\_GeserWaktu), Penskalaan Waktu (SWK\_SkalaWaktu), Pembalikan Waktu (SWK\_BalikWaktu), Penjumlahan (SWK\_Jumlah), Perkalian (SWK\_Kali), Penskalaan Amplitudo (SWK\_SkalaAmplitudo).
- **Cabang 2: SYWK (Sistem Waktu Kontinu)**

- **Sub-Cabang 2.1: Definisi & Representasi (SYWK\_Representasi)**
  - \* Node: Sistem (SYWK\_Definisi), Diagram Blok (SYWK\_DiagramBlok), Interkoneksi (SYWK\_Interkoneksi).
- **Sub-Cabang 2.2: Sifat Sistem (SYWK\_Sifat)**
  - \* Node: Memori (SYWK\_Memori), Kausalitas (SYWK\_Kausalitas), Invertibilitas (SYWK\_Invertibilitas), Stabilitas (SYWK\_Stabilitas), Invariansi Waktu (SYWK\_InvarianWaktu), Linearitas (SYWK\_Linearitas).

**Hubungan (Edges):**

- “Sinyal & Sistem” **TERDIRI\_DARI** “SWK”, “SYWK”.
  - “SWK” **MEMILIKI** “SWK\_Representasi”, “SWK\_Klasifikasi”, “SWK\_Operasi”.
  - “SYWK” **MEMILIKI** “SYWK\_Representasi”, “SYWK\_Sifat”.
  - “SWK\_Representasi” **MELIPUTI** “SWK\_Sinusoidal”, “SWK\_Eksponensial”, “SWK\_UnitStep”, “SWK\_UnitImpuls”.
  - “SWK\_Klasifikasi” **MELIPUTI** “SWK\_EnergiDaya”, “SWK\_Periodisitas”, “SWK\_Simetri”.
  - “SWK\_Operasi” **MELIPUTI** “SWK\_GeserWaktu”, “SWK\_SkalaWaktu”, “SWK\_BalikWaktu”, “SWK\_Jumlah”, “SWK\_Kali”, “SWK\_SkalaAmplitudo”.
  - “SYWK\_Representasi” **MELIPUTI** “SYWK\_Definisi”, “SYWK\_DiagramBlok”, “SYWK\_Interkoneksi”.
  - “SYWK\_Sifat” **MELIPUTI** “SYWK\_Memori”, “SYWK\_Kausalitas”, “SYWK\_Invertibilitas”, “SYWK\_Stabilitas”, “SYWK\_InvarianWaktu”, “SYWK\_Linearitas”.
  - “SYWK\_Interkoneksi” **CONTOH\_NYA** “Seri”, “Paralel”.
  - “SYWK\_Linearitas” **MELIPUTI** “Aditivitas”, “Homogenitas”.
- 

## 1.7 Kendaraan Matematika (Mathematical Vehicles)

Ini adalah alat, teknik, dan metode spesifik yang digunakan untuk memecahkan masalah dalam domain Sinyal dan Sistem.

- **K\_MAT\_Aljabar:** Untuk manipulasi ekspresi matematis, penyelesaian persamaan, dan penyederhanaan.
- **K\_MAT\_Kalkulus:** Untuk diferensiasi (turunan) dan integrasi fungsi waktu kontinu.
- **K\_MAT\_Bilangan\_Kompleks:** Untuk bekerja dengan sinyal eksponensial kompleks dan memahami representasi fasor.
- **K\_OPS\_Sinyal\_Dasar:** Meliputi operasi dasar pada sinyal seperti penskalaan amplitudo, pergeseran waktu, penskalaan waktu, pembalikan waktu, penjumlahan, perkalian, serta pemahaman definisi unit step dan unit impuls.

- **K\_VIS\_PlotSinyal:** Untuk memvisualisasikan sinyal waktu kontinu, membantu dalam memahami dan menganalisis efek operasi sinyal.
-

## 2 Materi Kuliah Minggu 2: Deskripsi Sistem di Domain Waktu dan Sifat-sifat Dasarnya

Pada minggu ini, kita akan menjelajahi bagaimana sinyal dan sistem dapat digambarkan dan diklasifikasikan berdasarkan perilaku mereka di domain waktu. Pemahaman dasar ini sangat penting sebagai fondasi untuk analisis sistem yang lebih kompleks.

### 1. Sinyal Waktu Kontinu dan Waktu Diskrit

Sinyal adalah fenomena fisik apa pun yang membawa informasi.

- **Sinyal Waktu Kontinu (Continuous-Time Signals):** Sinyal yang didefinisikan untuk setiap nilai waktu kontinu  $t$ . Contohnya gelombang suara, tegangan pada rangkaian listrik.
- **Sinyal Waktu Diskrit (Discrete-Time Signals):** Sinyal yang hanya didefinisikan pada interval waktu diskrit tertentu. Contohnya urutan sampel digital dari sinyal analog.

### 2. Sistem Waktu Kontinu dan Waktu Diskrit

Sistem dapat memproses sinyal, mengubah satu sinyal input menjadi sinyal output.

- **Sistem Waktu Kontinu:** Sistem yang mengambil sinyal waktu kontinu sebagai input dan menghasilkan sinyal waktu kontinu sebagai output.
- **Sistem Waktu Diskrit:** Sistem yang mengambil sinyal waktu diskrit sebagai input dan menghasilkan sinyal waktu diskrit sebagai output.

### 3. Representasi Matematis Sistem di Domain Waktu

Sistem dapat dijelaskan secara matematis melalui berbagai bentuk:

- **Persamaan Diferensial (Continuous-Time Systems):** Banyak sistem fisik waktu kontinu, seperti rangkaian listrik atau sistem mekanik, dapat dimodelkan menggunakan persamaan diferensial linear koefisien konstan (Linear Constant-Coefficient Differential Equations). Misalnya, sistem LTI yang umum dapat dijelaskan oleh persamaan diferensial  $d^N y(t)/dt^N + \sum_{k=0}^{N-1} a_k d^k y(t)/dt^k = \sum_{k=0}^M b_k d^k x(t)/dt^k$ .
- **Persamaan Beda (Difference Equations) (Discrete-Time Systems):** Sistem waktu diskrit sering dijelaskan oleh persamaan beda linear koefisien konstan (Linear Constant-Coefficient Difference Equations).

- **Respon Impuls (Impulse Response):** Karakteristik fundamental dari sistem LTI adalah responnya terhadap sinyal impuls unit (unit impulse function). Respon impuls,  $h(t)$  untuk CT atau  $h[n]$  untuk DT, sepenuhnya mengkarakterisasi perilaku sistem LTI. Ini memungkinkan kita untuk menghitung output sistem untuk input apa pun melalui operasi konvolusi (yang akan dibahas lebih detail di minggu berikutnya).

#### 4. Sifat-sifat Sistem Dasar

Sistem dapat diklasifikasikan berdasarkan sifat-sifat fundamentalnya:

- **Sistem dengan dan tanpa Memori (Memory vs. Memoryless Systems):**
  - **Sistem tanpa Memori (Memoryless System):** Output sistem pada waktu tertentu hanya bergantung pada input pada waktu yang sama. Contoh:  $y(t) = 2x(t)$ .
  - **Sistem dengan Memori (System with Memory):** Output sistem pada waktu tertentu bergantung pada input dari waktu lampau atau masa depan. Contoh:  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau$ .
- **Kausalitas (Causality):**
  - **Sistem Kausal (Causal System):** Output sistem pada waktu tertentu hanya bergantung pada input pada waktu sekarang dan waktu lampau. Sistem fisik harus kausal.
  - **Sistem Non-Kausal (Non-causal System):** Output bergantung pada input di masa depan.
- **Invertibilitas (Invertibility):** Sistem dikatakan *invertible* jika inputnya dapat ditentukan secara unik dari outputnya. Artinya, ada sistem invers yang, jika dikaskadekan dengan sistem asli, akan menghasilkan input asli sebagai output.
- **Stabilitas BIBO (Bounded-Input Bounded-Output Stability):**
  - **Sistem Stabil BIBO:** Sebuah sistem dikatakan stabil BIBO jika setiap input yang terbatas (bounded input) menghasilkan output yang terbatas (bounded output). Untuk sistem LTI, stabilitas BIBO terjamin jika respon impulsnya dapat diintegrasikan secara absolut ( $\sum |h[n]| < \infty$  untuk DT atau  $\int |h(t)|dt < \infty$  untuk CT).
- **Invariansi Waktu (Time-Invariance):** Sistem dikatakan *time-invariant* jika perilaku dan karakteristiknya tidak berubah seiring waktu. Artinya, pergeseran waktu pada input akan menghasilkan pergeseran waktu yang sama pada output.
- **Linearitas (Linearity):** Sistem dikatakan *linear* jika memenuhi prinsip superposisi, yaitu homogenitas (perkalian input dengan konstanta menghasilkan output yang dikalikan konstanta yang sama) dan aditivitas (respon terhadap jumlah input adalah jumlah respon terhadap masing-masing input secara terpisah).

Pemahaman yang kuat tentang sifat-sifat ini sangat penting untuk menganalisis dan merancang sistem yang berperilaku sesuai keinginan.

---

## **2.1 Peta Pengetahuan Primitif (Primitive Knowledge Map) Minggu 2: Deskripsi Sistem di Domain Waktu**

Peta ini bertujuan untuk mengorganisir pengetahuan deklaratif (fakta dan definisi) dan membantu melihat gambaran besar serta interkoneksi antar konsep.

### **Node Utama:**

- **SISTEM & SINYAL (UTAMA)**
  - **SINYAL**
    - \* Sinyal Waktu Kontinu (WK)
    - \* Sinyal Waktu Diskrit (WD)
  - **SISTEM**
    - \* Sistem Waktu Kontinu (WK)
    - \* Sistem Waktu Diskrit (WD)
    - \* Representasi Sistem DW (Domain Waktu)
      - Persamaan Diferensial (PD)
      - Persamaan Beda (PB)
      - Respon Impuls ( $h(t)$  /  $h[n]$ )
    - \* Sifat Sistem
      - Memori
      - Tanpa Memori
      - Dengan Memori
      - Kausalitas
      - Kausal
      - Non-Kausal
      - Invertibilitas
      - Invertibel
      - Tidak Invertibel
      - Stabilitas BIBO
      - Stabil BIBO
      - Tidak Stabil BIBO
      - Invariansi Waktu
      - Time-Invariant
      - Time-Varying
      - Linearitas
      - Linear
      - Non-Linear
      - Prinsip Superposisi

### **Hubungan (Edges) dan Label:**

- SISTEM & SINYAL -**MODELKAN\_SBG**-> SINYAL WK; SINYAL WD
- SISTEM & SINYAL -**MODELKAN\_SBG**-> SISTEM WK; SISTEM WD
- SISTEM -**DICIRIKAN\_OLEH**-> Representasi Sistem DW
- Representasi Sistem DW -**MELIPUTI**-> Persamaan Diferensial (PD); Persamaan Beda (PB); Respon Impuls
- PD -**UTK**-> SISTEM WK
- PB -**UTK**-> SISTEM WD
- Respon Impuls -**DEFINISIKAN**-> Sistem LTI (implisit, karena sangat relevan untuk LTI)
- SISTEM -**DICIRIKAN\_OLEH**-> Sifat Sistem
- Sifat Sistem -**MELIPUTI**-> Memori; Kausalitas; Invertibilitas; Stabilitas BIBO; Invariansi Waktu; Linearitas
- Memori -**JENIS\_DARI**-> Tanpa Memori; Dengan Memori
- Kausalitas -**JENIS\_DARI**-> Kausal; Non-Kausal
- Invertibilitas -**JENIS\_DARI**-> Invertibel; Tidak Invertibel
- Stabilitas BIBO -**JENIS\_DARI**-> Stabil BIBO; Tidak Stabil BIBO
- Invariansi Waktu -**JENIS\_DARI**-> Time-Invariant; Time-Varying
- Linearitas -**JENIS\_DARI**-> Linear; Non-Linear
- Linearitas -**MELIPUTI**-> Prinsip Superposisi
- Sistem LTI -**STABIL\_JIKA**->  $\int |h(t)|dt < \infty$  atau  $\sum |h[n]| < \infty$

**Struktur Visual:** Hierarkis, dengan “SISTEM & SINYAL (UTAMA)” sebagai node pusat, bercabang ke “SINYAL” dan “SISTEM”, kemudian merinci sub-topik di bawahnya.

## 2.2 Kendaraan yang Diperlukan untuk Peta Pengetahuan Primitif:

Untuk membangun dan memahami Peta Pengetahuan Primitif ini, kendaraan-kendaraan berikut sangat penting:

- **K\_MAT\_Aljabar:** Untuk memanipulasi ekspresi matematis dan persamaan.
- **K\_MAT\_Kalkulus:** Untuk memahami persamaan diferensial, integral, dan derivatif.
- **K\_MAT\_Bilangan\_Kompleks:** Untuk memahami sinyal eksponensial kompleks (meskipun detailnya akan lebih mendalam di bab selanjutnya).
- **K\_VIS\_PlotSinyal:** Untuk merepresentasikan sinyal waktu kontinu dan diskrit secara grafis.
- **K\_OPS\_Definisi:** Untuk memahami dan menyatakan definisi-definisi kunci dari berbagai sifat sistem dan konsep sinyal.
- **K\_OPS\_Klasifikasi:** Untuk mengkategorikan sinyal dan sistem berdasarkan propertinya.
- **K\_OPS\_Representasi\_Matematis:** Untuk menuliskan persamaan diferensial, persamaan beda, dan ekspresi respon impuls.

### **3 Sistem LTI dan LCCDE**

Berikut adalah materi kuliah, peta pengetahuan dasar, kendaraan, 20 soal latihan beserta peta pengetahuan aplikatif dan solusinya, serta daftar kendaraan yang digunakan, dengan mengacu pada tujuan belajar Minggu ke-3 pada sumber RPS.pdf.

---

# 4 Materi Pembelajaran Minggu 3: Analisis Sistem di Domain Waktu

**Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (CPMK) Terkait Minggu 3:** Mahasiswa diharapkan mampu menganalisis respon sistem LTI menggunakan konvolusi dan menyelesaikan persamaan diferensial yang menggambarkan sistem.

Minggu ini, kita akan mendalami bagaimana sistem waktu kontinu, khususnya Sistem Linear Tak-berubah Waktu (LTI), dianalisis di domain waktu. Fokus utama adalah pada dua alat fundamental: **operasi konvolusi** untuk menentukan output sistem LTI dari input dan respon impulsnya, serta **solusi persamaan diferensial** yang sering digunakan untuk memodelkan sistem fisik LTI.

## 4.1 3.1 Sistem LTI (Linear Time-Invariant Systems)

Sistem LTI adalah sistem yang memenuhi sifat linearitas dan invarian waktu. Sistem ini sepenuhnya dikarakterisasi oleh **respon impulsnya**,  $h(t)$ . Ini berarti bahwa jika  $h(t)$  diketahui, output sistem untuk input  $x(t)$  apa pun dapat ditentukan.

## 4.2 3.2 Konvolusi (Convolution)

Konvolusi adalah operasi matematis yang digunakan untuk menentukan output  $y(t)$  dari sistem LTI untuk input  $x(t)$  yang diberikan dan respon impuls  $h(t)$  sistem.

- **Integral Konvolusi:** Untuk sistem waktu kontinu, integral konvolusi didefinisikan sebagai:  $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau$  Atau, secara ekivalen,  $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau$ .
- **Konvolusi Grafis:** Konvolusi juga dapat dilakukan secara grafis melalui langkah-langkah:
  1. Membalik (flip) salah satu sinyal (misalnya,  $h(\tau)$  menjadi  $h(-\tau)$ ).
  2. Menggeser (shift) sinyal yang dibalik sejauh  $t$  (menjadi  $h(t - \tau)$ ).
  3. Mengalikan (multiply) kedua sinyal,  $x(\tau) \cdot h(t - \tau)$ .
  4. Mengintegrasikan (integrate) hasil perkalian dari  $-\infty$  hingga  $\infty$ .

- **Sifat-sifat Konvolusi:**
  - **Komutatif:**  $x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$ .
  - **Distributif:**  $x(t) * (h_1(t) + h_2(t)) = (x(t) * h_1(t)) + (x(t) * h_2(t))$ .
  - **Asosiatif:**  $x(t) * (h_1(t) * h_2(t)) = (x(t) * h_1(t)) * h_2(t)$ .
  - **Sifat Impuls:** Konvolusi dengan fungsi impuls unit tidak mengubah sinyal:  $x(t) * \delta(t) = x(t)$ . Ini juga berlaku untuk impuls yang digeser:  $x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$ .

### 4.3 3.3 Persamaan Diferensial Linear Koefisien Konstan (LCCDEs)

Banyak sistem fisik waktu kontinu dapat dimodelkan menggunakan persamaan diferensial linear koefisien konstan. Bentuk umum dari LCCDE untuk sistem LTI adalah:  $\$ \sum$

Solusi lengkap dari persamaan diferensial, terutama yang menggambarkan sistem LTI, terdiri dari dua bagian:  $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$

- **Solusi Homogen ( $y_h(t)$ ) / Respon Karakteristik:**
  - Menjelaskan perilaku internal sistem (disebut juga respon natural atau zero-input response, jika hanya bergantung pada kondisi awal).
  - Ditemukan dengan menyelesaikan persamaan karakteristik, yang diperoleh dengan mengganti turunan ke- $k$  dengan  $r^k$  dan menyetel input ke nol:  $\sum_{k=0}^N a_k r^k = 0$ .
  - Bentuk  $y_h(t)$  bergantung pada akar-akar persamaan karakteristik:
    - \* **Akar Riil Berbeda** ( $r_1, r_2, \dots$ ):  $y_h(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + \dots$
    - \* **Akar Riil Berulang** ( $r_1$  dengan multiplisitas  $u_1$ ):  $y_h(t) = (C_1 + C_2 t + \dots + C_{u_1} t^{u_1-1}) e^{r_1 t}$ .
    - \* **Akar Kompleks Konjugat** ( $\alpha \pm j\beta$ ):  $y_h(t) = e^{\alpha t} (C_1 \cos(\beta t) + C_2 \sin(\beta t))$ .
- **Solusi Partikular ( $y_p(t)$ ) / Respon Paksa:**
  - Menjelaskan respon sistem terhadap input tertentu  $x(t)$  (disebut juga zero-state response, jika kondisi awal nol).
  - Bentuk  $y_p(t)$  biasanya memiliki bentuk yang sama dengan input  $x(t)$  atau turunannya. Metode yang umum digunakan adalah **metode koefisien tak tentu**. Misalnya, jika input adalah eksponensial  $e^{at}$ , solusi partikularnya juga akan berbentuk  $Ke^{at}$  (kecuali jika  $a$  adalah akar homogen). Jika  $a$  adalah akar homogen, maka bentuknya  $Kte^{at}$ .
- **Kondisi Awal (Initial Conditions):**

- Diperlukan untuk menentukan konstanta-konstanta  $(C_1, C_2, \dots)$  dalam solusi homogen dan, pada akhirnya, dalam solusi lengkap. Kondisi awal umumnya mencakup nilai  $y(0), y'(0), \dots, y^{(N-1)}(0)$ .
-

# 5 Peta Pengetahuan Primitif: Analisis Sistem di Domain Waktu (Minggu 3)

**Tujuan:** Membantu mahasiswa melihat gambaran besar, interkoneksi antar konsep, dan mengatur pengetahuan deklaratif (fakta dan definisi) sinyal dan sistem waktu kontinu, khususnya terkait analisis sistem di domain waktu.

**Node Pusat: Sinyal & Sistem**

- Cabang 1: SYWK (Sistem Waktu Kontinu)
  - Sub-Cabang 1.1: Representasi & Analisis (SYWK\_RepresentasiAnalisis)
    - \* Node: Sistem LTI (SYWK\_LTI).
    - \* Node: Respon Impuls (SYWK\_ResponImpuls).
    - \* Node: Persamaan Diferensial (SYWK\_PD).
    - \* Node: Konvolusi (SYWK\_Konvolusi).
      - Node: Integral Konvolusi (SYWK\_IntKonvolusi).
      - Node: Konvolusi Grafis (SYWK\_KonvolusiGrafis).
      - Node: Sifat Konvolusi (SYWK\_SifatKonvolusi).
      - Node: Komutatif (SifatConv\_Komutatif).
      - Node: Distributif (SifatConv\_Distributif).
      - Node: Asosiatif (SifatConv\_Asosiatif).
      - Node: Impuls (SifatConv\_Impuls).
    - \* Node: Solusi Persamaan Diferensial (SYWK\_SolusiPD).
      - Node: Solusi Homogen (SYWK\_SolusiHomogen).
      - Node: Persamaan Karakteristik (SYWK\_PD\_PersamaanKarakteristik).
      - Node: Akar Riil Berbeda (SYWK\_PD\_AkarRiilBeda).
      - Node: Akar Riil Berulang (SYWK\_PD\_AkarRiilUlang).
      - Node: Akar Kompleks Konjugat (SYWK\_PD\_AkarKompleks).
      - Node: Solusi Partikular (SYWK\_SolusiPartikular).
      - Node: Metode Koefisien Tak Tentu (SYWK\_PD\_KoefisienTakTentu).
      - Node: Kondisi Awal (SYWK\_KondisiAwal).

– Sub-Cabang 1.2: Sifat Sistem LTI (SYWK\_SifatLTI)

- \* Node: Linearitas (SYWK\_Linearitas).
- \* Node: Invariansi Waktu (SYWK\_InvarianWaktu).
- \* Node: Kausalitas (SYWK\_Kausalitas).
- \* Node: Stabilitas BIBO (SYWK\_Stabilitas).
- \* Node: Memori (SYWK\_Memori).
- \* Node: Invertibilitas (SYWK\_Invertibilitas).

**Hubungan (Edges):**

- “Sinyal & Sistem” **TERDIRI\_DARI** “SYWK”.
- “SYWK” **MELIPUTI** “SYWK\_RepresentasiAnalisis”, “SYWK\_SifatLTI”.
- “SYWK\_LTI” **DICIRIKAN\_OLEH** “SYWK\_ResponImpuls”.
- “SYWK\_Konvolusi” **MENGHITUNG\_OUTPUT\_LTI\_DARI** “Input” **DAN** “SYWK\_ResponImpuls”.
- “SYWK\_Konvolusi” **TERDIRI\_DARI** “SYWK\_IntKonvolusi”, “SYWK\_KonvolusiGrafis”, “SYWK\_SifatKonvolusi”.
- “SYWK\_SifatKonvolusi” **MELIPUTI** “SifatConv\_Komutatif”, “SifatConv\_Distributif”, “SifatConv\_Asosiatif”, “SifatConv\_Impuls”.
- “SYWK\_PD” **MENGGAMBARKAN** “SYWK\_LTI”.
- “SYWK\_SolusiPD” **TERDIRI\_DARI** “SYWK\_SolusiHomogen”, “SYWK\_SolusiPartikular” **DAN\_MEMBUTUHKAN** “SYWK\_KondisiAwal”.
- “SYWK\_SolusiHomogen” **DITENTUKAN\_OLEH** “SYWK\_PD\_PersamaanKarakteristik” **YANG\_MENGHASILKAN** “SYWK\_PD\_AkarRiilBeda”, “SYWK\_PD\_AkarRiilUlang”, “SYWK\_PD\_AkarKompleks”.
- “SYWK\_SolusiPartikular” **DITENTUKAN\_OLEH** “SYWK\_PD\_KoefisienTakTentu” **SESUAI\_INPUT**.
- “SWK\_UnitImpuls” **ADALAH\_INPUT\_UNTUK\_MENCARI** “SYWK\_ResponImpuls”.
- “SYWK\_ResponImpuls” **MENENTUKAN** “SYWK\_Kausalitas” (jika  $\int |h(t)|dt < \infty$ ).
- “SYWK\_SifatLTI” **MELIPUTI** “SYWK\_Linearitas”, “SYWK\_InvarianWaktu”, “SYWK\_Kausalitas”, “SYWK\_Stabilitas”, “SYWK\_Memori”, “SYWK\_Invertibilitas”.

**Struktur Visual:** Hierarkis, dengan “Sinyal & Sistem” sebagai node pusat, bercabang ke topik utama, kemudian merinci sub-topik di bawahnya.

---

## 6 Kendaraan Matematika (Mathematical Vehicles) untuk Minggu 3

Ini adalah alat, teknik, dan metode spesifik yang digunakan untuk memecahkan masalah dalam domain Sinyal dan Sistem, khususnya terkait analisis sistem di domain waktu.

- **K\_MAT\_Aljabar:** Untuk manipulasi ekspresi matematis, penyelesaian persamaan karakteristik, penyederhanaan hasil konvolusi, substitusi, dan evaluasi ekspresi.
- **K\_MAT\_Kalkulus:** Untuk diferensiasi (turunan) dan integrasi fungsi waktu kontinu. Ini krusial untuk integral konvolusi, mencari solusi persamaan diferensial (homogen dan partikular), dan menganalisis respon impuls.
- **K\_MAT\_Bilangan\_Kompleks:** Untuk bekerja dengan akar-akar kompleks persamaan karakteristik dan memahami representasi fasor.
- **K\_OPS\_Definisi:** Untuk memahami dan menyatakan definisi-definisi kunci dari Konvolusi, Respon Impuls, Solusi Homogen/Partikular, Kondisi Awal, dan sifat-sifat sistem LTI.
- **K\_OPS\_Konvolusi\_Grafis:** Metode langkah-demi-langkah untuk melakukan konvolusi secara visual.
- **K\_OPS\_Konvolusi\_Integral:** Penerapan langsung rumus integral konvolusi.
- **K\_OPS\_Solusi\_PD\_Homogen:** Teknik untuk menemukan solusi homogen berdasarkan akar persamaan karakteristik.
- **K\_OPS\_Solusi\_PD\_Partikular:** Teknik untuk menemukan solusi partikular (misalnya, metode koefisien tak tentu).
- **K\_OPS\_Akar\_PD\_Karakteristik:** Prosedur untuk mencari akar-akar dari persamaan karakteristik.
- **K\_OPS\_Kondisi\_Awal:** Prosedur untuk menentukan konstanta dari solusi lengkap menggunakan kondisi awal.
- **K\_OPS\_PartialFractionExpansion:** Teknik untuk memecah fungsi rasional menjadi penjumlahan suku-suku sederhana (sering digunakan dalam mencari respon impuls dari PD dengan turunan input).
- **K\_VIS\_PlotSinyal:** Untuk memvisualisasikan sinyal, terutama dalam konvolusi grafis dan plotting solusi PD.
- **K\_KOM\_SymPy:** (Super Kendaraan) Alat komputasi simbolik untuk membantu menyelesaikan persamaan diferensial dan integral secara analitis.
- **Heuristik\_MenggambarDiagram:** Strategi untuk memvisualisasikan masalah atau langkah solusi.

- **Heuristik\_MenyederhanakanMasalah:** Strategi untuk memecah masalah kompleks menjadi sub-masalah yang lebih kecil.
-

## 7 20 Soal Latihan (Tanpa Solusi)

Berikut adalah 20 soal latihan yang mencerminkan topik Analisis Sistem di Domain Waktu, beserta Nomor Produk yang mengindikasikan Topik, Level Taksonomi Bloom, dan Nomor Soal.

**Format Nomor Produk:** WK3-TP\_BX\_PY (Week 3, Topic, Bloom Level X, Problem Y).  
(Contoh Topik: Conv=Konvolusi, PD=Persamaan Diferensial, LTI=Sifat Sistem LTI)

1. **WK3-Conv\_B2\_P01:** Definisi Konvolusi Jelaskan apa yang dimaksud dengan operasi konvolusi dalam konteks analisis sistem LTI waktu kontinu. Mengapa operasi ini penting?
2. **WK3-Conv\_B3\_P02:** Konvolusi Fungsi Step Hitung dan sketsakan konvolusi  $y(t) = u(t) * u(t)$ .
3. **WK3-Conv\_B3\_P03:** Konvolusi Eksponensial Tentukan konvolusi  $y(t) = x(t)*h(t)$  di mana  $x(t) = e^{-2t}u(t)$  dan  $h(t) = e^{-3t}u(t)$ .
4. **WK3-Conv\_B3\_P04:** Konvolusi dengan Impuls Digeser Diberikan sinyal input  $x(t) = \cos(2t)u(t)$  dan respon impuls  $h(t) = \delta(t - \pi/4)$ . Tentukan output sistem LTI  $y(t) = x(t) * h(t)$ .
5. **WK3-Conv\_B4\_P05:** Konvolusi Grafis Persegi Diberikan sinyal  $x(t) = u(t) - u(t - 1)$  dan  $h(t) = u(t) - u(t - 2)$ . Sketsakan secara grafis hasil konvolusi  $y(t) = x(t) * h(t)$ .
6. **WK3-Conv\_B4\_P06:** Konvolusi dengan Kombinasi Impuls Sistem LTI memiliki respon impuls  $h(t) = e^{-t}u(t)$ . Tentukan output sistem jika inputnya adalah  $x(t) = 3\delta(t) + \delta(t - 2)$ .
7. **WK3-PD\_B2\_P07:** Komponen Solusi Persamaan Diferensial Sebutkan dan jelaskan dua komponen utama yang membentuk solusi lengkap dari persamaan diferensial linear koefisien konstan.
8. **WK3-PD\_B3\_P08:** Solusi Homogen - Akar Riil Berbeda Tentukan solusi homogen  $y_h(t)$  dari persamaan diferensial:  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5\frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 2x(t)$ .
9. **WK3-PD\_B3\_P09:** Solusi Homogen - Akar Riil Berulang Tentukan solusi homogen  $y_h(t)$  dari persamaan diferensial:  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 9y(t) = 3x(t)$ .

10. **WK3-PD\_B3\_P10: Solusi Homogen - Akar Kompleks Konjugat** Tentukan solusi homogen  $y_h(t)$  dari persamaan diferensial:  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 13y(t) = 5x(t)$ .
11. **WK3-PD\_B3\_P11: Solusi Partikular - Input Konstanta** Tentukan solusi partikular  $y_p(t)$  dari persamaan diferensial:  $\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 8u(t)$ .
12. **WK3-PD\_B3\_P12: Solusi Partikular - Input Eksponensial (Non-Resonan)** Tentukan solusi partikular  $y_p(t)$  dari persamaan diferensial:  $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 3e^{-4t}u(t)$ .
13. **WK3-PD\_B4\_P13: Solusi Partikular - Input Eksponensial (Resonan)** Tentukan solusi partikular  $y_p(t)$  dari persamaan diferensial:  $\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = e^{-5t}u(t)$ .
14. **WK3-PD\_B4\_P14: Solusi Lengkap dengan Kondisi Awal Nol** Sistem LTI dijelaskan oleh  $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$ . Tentukan solusi lengkap  $y(t)$  jika input  $x(t) = u(t)$  dan sistem berada dalam kondisi awal nol (yaitu,  $y(0^-) = 0$ ).
15. **WK3-LTI\_B4\_P15: Respon Impuls dari PD Orde Pertama** Tentukan respon impuls  $h(t)$  dari sistem LTI yang dijelaskan oleh persamaan diferensial:  $\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = x(t)$ . Asumsikan sistem kausal.
16. **WK3-Conv\_B4\_P16: Sifat Distributif Konvolusi** Diberikan  $x(t) = e^{-t}u(t)$ ,  $h_1(t) = \delta(t - 1)$ , dan  $h_2(t) = \delta(t - 2)$ . Gunakan sifat distributif konvolusi untuk menentukan  $y(t) = x(t) * (h_1(t) + h_2(t))$ .
17. **WK3-LTI\_B4\_P17: Kriteria Kausalitas dan Stabilitas LTI** Jelaskan kriteria yang harus dipenuhi oleh respon impuls  $h(t)$  agar sistem LTI waktu kontinu bersifat kausal dan stabil BIBO.
18. **WK3-PD\_B5\_P18: Respon Impuls dari PD dengan Turunan Input** Tentukan respon impuls  $h(t)$  dari sistem LTI yang dijelaskan oleh persamaan diferensial:  $\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = 2\frac{dx(t)}{dt} + x(t)$ . Asumsikan sistem kausal.
19. **WK3-Conv\_B4\_P19: Konvolusi dengan Pulsa Persegi dan Impuls** Hitung dan sketsakan konvolusi  $y(t) = x(t)*h(t)$  di mana  $x(t) = u(t) - u(t-1)$  dan  $h(t) = \delta(t+1) - \delta(t)$ .
20. **WK3-PD\_B6\_P20: Solusi Lengkap Sistem LTI Orde Kedua** Sistem LTI orde kedua dijelaskan oleh  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = x(t)$ . Tentukan solusi lengkap  $y(t)$  jika input  $x(t) = 6u(t)$  dan kondisi awal adalah  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$ .

## 8 Daftar Kendaraan yang Digunakan

Berikut adalah daftar kendaraan unik yang digunakan di seluruh Peta Pengetahuan Aplikatif di atas, dikategorikan sesuai dengan jenisnya.

- **Matematika (Fundamental):**

- **K\_MAT\_Aljabar:** Manipulasi ekspresi matematis, penyelesaian persamaan, faktorisasi, penyederhanaan, substitusi sinyal, penentuan batas, penyelesaian konstanta, penyelesaian sistem persamaan linear.
- **K\_MAT\_Kalkulus:** Diferensiasi, integrasi, turunan (aturan produk).
- **K\_MAT\_Bilangan\_Kompleks:** Bekerja dengan akar kompleks konjugat, rumus kuadrat.

- **Operasi Dasar Sinyal/Sistem:**

- **K\_OPS\_Definisi:** Konvolusi, Respon Impuls, Sistem LTI, Solusi Persamaan Diferensial, Solusi Homogen, Solusi Partikular, Sinyal Impuls Unit, Sifat Impuls Konvolusi, Sifat Distributif Konvolusi, Kausalitas Sistem LTI, Stabilitas BIBO Sistem LTI.
- **K\_OPS\_Konvolusi\_Integral:** Penerapan rumus integral konvolusi.
- **K\_OPS\_Konvolusi\_Grafis:** Metode langkah-demi-langkah untuk konvolusi visual.
- **K\_OPS\_Solusi\_PD\_Homogen:** Teknik untuk menemukan solusi homogen.
- **K\_OPS\_Solusi\_PD\_Partikular:** Teknik untuk menemukan solusi partikular (metode koefisien tak tentu).
- **K\_OPS\_Akar\_PD\_Karakteristik:** Prosedur untuk mencari akar-akar persamaan karakteristik.
- **K\_OPS\_Kondisi\_Awal:** Prosedur untuk menentukan konstanta dari solusi lengkap menggunakan kondisi awal.

- **Diagram & Visualisasi:**

- **K\_VIS\_PlotSinyal:** Menggambar diagram sinyal.

- **Heuristik:**

- **Heuristik\_MenggambarDiagram:** Strategi untuk memvisualisasikan masalah atau langkah solusi.

# 9 I. Materi Pembelajaran Minggu 4: Analisis Sistem di Domain Waktu

\*\*Berdasarkan tujuan pembelajaran yang ditetapkan dalam RPS.pdf untuk Minggu 4, materi kuliah akan berfokus pada analisis sistem Linear Tak-berubah Waktu (LTI) di Domain Waktu, menggunakan dua alat fundamental: Konvolusi dan Persamaan Diferensial Linear Koefisien Konstan (LCCDEs).

---

**Bahan Kajian:** Analisis Sistem di Domain Waktu: Solusi Persamaan Diferensial dan Konvolusi (Time-Domain Analysis of Systems: Solution to Differential Equation and Convolution).

**CPMK Terkait:** Mampu **menganalisis respon sistem LTI menggunakan konvolusi** dan menyelesaikan persamaan diferensial yang menggambarkan sistem.

## 9.0.1 Konsep Kunci:

### 9.0.1.1 1. Konvolusi untuk Sistem LTI Waktu Kontinu (CT Convolution)

Sistem Linear Tak-berubah Waktu (LTI) sepenuhnya dikarakterisasi oleh **respon impulsnya**,  $h(t)$ . Output  $y(t)$  dari sistem LTI untuk input  $x(t)$  yang diberikan dapat ditentukan secara eksklusif menggunakan **operasi konvolusi**:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau$$

Operasi konvolusi memungkinkan kita untuk menemukan output sistem untuk input sembarang. Konvolusi juga memiliki sifat-sifat aljabar penting seperti **komutatif** ( $x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$ ), **distributif**, dan **asosiatif**.

### 9.0.1.2 2. Persamaan Diferensial Linear Koefisien Konstan (LCCDEs)

Banyak sistem fisik waktu kontinu (seperti rangkaian listrik atau sistem mekanik) dimodelkan menggunakan persamaan diferensial linear koefisien konstan. Bentuk umum:  $\sum_{k=0}^N a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^M b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$ .

### 9.0.1.3 3. Solusi LCCDEs

Solusi lengkap dari persamaan diferensial ini terdiri dari dua bagian: 1. **Solusi Homogen** ( $y_h(t)$ ): Menjelaskan perilaku internal sistem (disebut juga *natural response*) dan ditentukan oleh **akar-akar persamaan karakteristik** sistem (yang diperoleh dengan menyamakan input menjadi nol). 2. **Solusi Partikular** ( $y_p(t)$ ): Menjelaskan respon sistem terhadap input tertentu (*forced response*) dan biasanya memiliki bentuk yang sama dengan input atau turunan-turunannya. Solusi lengkapnya adalah  $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$ . **Kondisi awal** seringkali diperlukan untuk menemukan konstanta dalam solusi homogen.

---

## 9.1 II. Peta Pengetahuan Primitif: Analisis Sistem di Domain Waktu (Minggu 4)

Peta ini berfokus pada pengetahuan deklaratif dan konseptual yang mengatur operasi utama analisis sistem LTI di domain waktu.

**Node Pusat:** Sinyal & Sistem \* **Cabang 1: Analisis Domain Waktu (ADW)** \* **Sub-Cabang 1.1: Pemodelan Sistem (ADW\_Pemodelan)** \* Node: Sistem LTI (LTI), Respon Impuls ( $h(t)$ ). \* Node: Persamaan Diferensial (PD). \* **Sub-Cabang 1.2: Konvolusi (ADW\_Konvolusi)** \* Node: Integral Konvolusi (IntKonvolusi). \* Node: Sifat Konvolusi (SifatKonvolusi). \* Node: Input Sinyal Dasar (SWK\_Dasar). \* **Sub-Cabang 1.3: Solusi PD (ADW\_SolusiPD)** \* Node: Solusi Lengkap (YLengkap). \* Node: Solusi Homogen ( $y_h$ ). \* Node: Solusi Partikular ( $y_p$ ). \* Node: Persamaan Karakteristik (PK). \* Node: Kondisi Awal (KA). \* **Cabang 2: Sifat LTI dari  $h(t)$  (LTI\_Sifat)** \* Node: Kausalitas\_h(t). \* Node: Stabilitas\_h(t) (BIBO).

**Hubungan (Edges):** \* “LTI” **DICIRIKAN\_OLEH** “ $h(t)$ ”. \* “Output Sistem LTI” **DIHITUNG\_DENGAN** “IntKonvolusi”. \* “PD” **MENGGAMBARKAN** “LTI”. \* “YLengkap” **TERDIRI\_DARI** “ $y_h$ ” **DAN** “ $y_p$ ”. \* “ $y_h$ ” **DITENTUKAN\_OLEH** “PK”. \* “PK” **DITENTUKAN\_OLEH** “PD”. \* “KA” **DIPERLUKAN\_UNTUK\_MENEMUKAN\_KONSTANTA\_D** “ $y_h$ ”. \* “Kausalitas\_h(t)” **DITENTUKAN\_OLEH** “ $h(t) = 0$  untuk  $t < 0$ ”. \* “Stabilitas\_h(t)” **DITENTUKAN\_OLEH** “ $\int |h(t)|dt < \infty$ ”.

### 9.1.1 Kendaraan Matematika dan Konseptual untuk Minggu 4

Kendaraan (Vehicles) yang diperlukan untuk mengoperasikan Peta Pengetahuan Primitif dan memecahkan masalah Minggu 4 meliputi: \* **K\_MAT\_Aljabar:** Untuk manipulasi ekspresi, penyederhanaan, penyelesaian persamaan karakteristik, dan manipulasi sinyal dasar. \* **K\_MAT\_Kalkulus:** Untuk diferensiasi dan **integrasi fungsi waktu kontinu** (khususnya

Integral Konvolusi) dan mengevaluasi stabilitas. \* **K\_MAT\_Bilangan\_Kompleks:** Untuk menemukan akar-akar PD (persamaan karakteristik) yang kompleks, yang menghasilkan solusi homogen sinusoidal. \* **K\_OPS\_Definisi:** Definisi Konvolusi, Respon Impuls ( $h(t)$ ), Linearitas, Kausalitas LTI, dan Stabilitas BIBO. \* **K\_OPS\_Representasi\_Matematis:** Struktur PD LCC dan Persamaan Karakteristik. \* **K\_OPS\_SifatKonvolusi:** Properti Asosiatif, Komutatif, dan Distributif. \* **K\_VIS\_PlotSinyal:** Untuk memvisualisasikan sinyal  $x(\tau)$  dan  $h(t-\tau)$  dalam rangka menentukan batas integral konvolusi (Graphical Convolution). \* **Heuristik\_Menganalisis\_Batas:** Aturan tak-algoritmik untuk memecah masalah konvolusi menjadi kasus-kasus berdasarkan overlap sinyal.

---

## 9.2 III. 20 Soal Latihan Minggu 4 (Analisis Domain Waktu)

Berikut 20 soal latihan yang berfokus pada Konvolusi (CONV), Solusi Persamaan Diferensial (PD\_SOL), dan sifat LTI dari Respon Impuls (IR\_AN / IR\_PROP), tanpa solusi.

No.	Produk Number	Topik	Level Bloom	Deskripsi Soal
1	<b>WK4-CONV-L3-P01</b>	CONV	Menerapkan (L3)	Hitung output $y(t) = x(t) * h(t)$ jika $x(t) = u(t - 2)$ dan $h(t) = \delta(t + 1)$ .
2	<b>WK4-PD_SOL-L2-P02</b>	PD_SOL	Memahami (L2)	Tuliskan bentuk umum solusi homogen $y_h(t)$ untuk PD orde kedua $d^2y/dt^2 - 4dy/dt + 4y(t) = x(t)$ . (Asumsikan akar kembar real).
3	<b>WK4-IR_AN-L4-P03</b>	IR_AN	Menganalisis (L4)	Analisis kausalitas sistem LTI waktu kontinu dengan respon impuls $h(t) = e^{2t}u(1 - t)$ .

No.	Produk Number	Topik	Level Bloom	Deskripsi Soal
4	<b>WK4-CONV-L3-P04</b>	CONV	Menerapkan (L3)	Diberikan $x(t) = e^{-t}u(t)$ dan $h(t) = u(t)$ , hitung nilai output $y(t)$ pada $t = 2$ .
5	<b>WK4-PD_SOL-L4-P05</b>	PD_SOL	Menganalisis (L4)	Tentukan solusi partikular $y_p(t)$ untuk PD orde pertama $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 3u(t)$ .
6	<b>WK4-CONV-L5-P06</b>	CONV	Mengevaluasi (L5)	Evaluasi apakah $x(t) * \delta(t - t_0) = \delta(t - t_0) * x(t)$ . Justifikasikan menggunakan sifat konvolusi.
7	<b>WK4-PD_SOL-L2-P07</b>	PD_SOL	Memahami (L2)	Jelaskan perbedaan peran solusi homogen dan solusi partikular dalam menentukan respon sistem LTI yang dimodelkan oleh PD.
8	<b>WK4-IR_AN-L4-P08</b>	IR_AN	Menganalisis (L4)	Buktikan stabilitas BIBO untuk sistem LTI waktu kontinu dengan respon impuls $h(t) = 5e^{-0.5t}u(t)$ .

No.	Produk Number	Topik	Level Bloom	Deskripsi Soal
9	<b>WK4-CONV-L4-P09</b>	CONV	Menganalisis (L4)	Hitung dan sketsa output $y(t)$ jika $x(t)$ adalah pulsa persegi (dari 0 hingga 1) dan $h(t) = \delta(t) + \delta(t - 1)$ .
10	<b>WK4-PD_SOL-L3-P10</b>	PD_SOL	Menerapkan (L3)	Tentukan respon natural (solusi homogen) dari sistem yang dijelaskan oleh $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 9y(t) = x(t)$ .
11	<b>WK4-IR_PROP-L2-P11</b>	IR_PROP	Memahami (L2)	Tuliskan kriteria matematis untuk stabilitas BIBO sistem LTI waktu kontinu berdasarkan respon impuls $h(t)$ .
12	<b>WK4-CONV-L3-P12</b>	CONV	Menerapkan (L3)	Selesaikan konvolusi integral untuk $x(t) = e^{-2t}u(t)$ dan $h(t) = e^{-3t}u(t)$ .
13	<b>WK4-LTI_PROP-L4-P13</b>	LTI_PROP	Menganalisis (L4)	Diberikan dua sistem LTI kausal $h_1(t)$ dan $h_2(t)$ . Analisis apakah sistem kaskade $h_1(t) * h_2(t)$ pasti kausal.

No.	Produk Number	Topik	Level Bloom	Deskripsi Soal
14	<b>WK4- IR_PROP- L6-P14</b>	IR_PROP	Menciptakan (L6)	Formulasikan ekspressi respon impuls $h(t)$ sistem LTI agar kausal dan tidak stabil BIBO.
15	<b>WK4-CONV- L3-P15</b>	CONV	Menerapkan (L3)	Hitung output $y[n]$ dari konvolusi waktu diskrit $x[n] * h[n]$ di mana $x[n] =$ $\{1, 2, 0, 1\}$ dan $h[n] = \{1, 1, 1\}$ .
16	<b>WK4- PD_SOL-L5- P16</b>	PD_SOL	Mengevaluasi (L5)	Evaluasi apakah kondisi awal $y(0)$ dan $dy(0)/dt$ (untuk PD orde 2) sama dengan nol jika sistem berada dalam keadaan istirahat ( <i>at rest</i> ).
17	<b>WK4- IR_AN-L4- P17</b>	IR_AN	Menganalisis (L4)	Tentukan respon impuls $h(t)$ untuk sistem yang didefinisikan oleh $y(t) =$ $3x(t) + \frac{1}{2} \frac{dx(t)}{dt}$ .

No.	Produk Number	Topik	Level Bloom	Deskripsi Soal
18	<b>WK4-CONV-L4-P18</b>	CONV	Menganalisis (L4)	Diberikan output $y(t)$ dan respon impuls $h(t)$ , tunjukkan bagaimana sifat komutatif konvolusi membantu memecahkan masalah dekonvolusi.
19	<b>WK4-PD_SOL-L4-P19</b>	PD_SOL	Menganalisis (L4)	Tentukan bentuk solusi partikular yang tepat jika sistem PD orde 2 memiliki akar homogen $s_1 = -1$ dan $s_2 = -2$ , dan inputnya adalah $x(t) = e^{-2t}u(t)$ .
20	<b>WK4-PD_SOL-L6-P20</b>	PD_SOL	Menciptakan (L6)	Formulasikan PD orde 2 LTI yang menghasilkan respon homogen osilasi teredam (damped oscillation).

### 9.3 V. Daftar Kendaraan yang Digunakan

Berikut adalah daftar kendaraan unik yang digunakan dalam Peta Pengetahuan Aplikatif untuk analisis Domain Waktu (Minggu 4):

Kategori Kendaraan	Kendaraan Spesifik	Deskripsi Penggunaan
Matematika (Fundamental)	<b>K_MAT_Aljabar</b>	Manipulasi ekspresi, faktorisasi, penyelesaian konstanta PD, penjumlahan sinyal.
	<b>K_MAT_Kalkulus</b>	Diferensiasi untuk analisis PD, <b>integrasi</b> untuk Konvolusi dan uji stabilitas.
	<b>K_MAT_Bilangan_Kompleks</b>	Pembentukan akar persamaan karakteristik kompleks konjugat.
Operasi Dasar Sinyal/Sistem	<b>K_OPS_Definisi</b>	Definisi Konvolusi Integral, Respon Impuls ( $h(t)$ ), Kausalitas LTI, Stabilitas BIBO, Solusi PD.
	<b>K_OPS_SifatKonvolusi</b>	Penerapan sifat Komutatif, Distributif, dan Sifting Property dari $\delta(t)$ .
Diagram & Visualisasi	<b>K_OPS_Representasi_Matriks</b>	Statalisir PD LCC, bentuk umum Solusi Homogen ( $y_h$ ), dan bentuk asumsi Solusi Partikular ( $y_p$ ).
	<b>K_OPS_Sinyal_Dasar</b>	Turunan dari fungsi impuls ( $\delta'(t)$ ).
Heuristik	<b>K_VIS_PlotSinyal</b>	Sketsa sinyal output dan visualisasi batas integral konvolusi.
	<b>Heuristik_MenyederhanakanMasalah</b>	Rutan konvolusi yang lebih mudah dihitung (memanfaatkan sifat komutatif).
	<b>Heuristik_Menganalisis_Batas</b>	Strategi memecah integral konvolusi menjadi kasus-kasus berdasarkan overlap sinyal.

# 10 1) Analisis Materi Minggu ke-5 (RPS.pdf)

Berdasarkan Rencana Pembelajaran Semester (RPS.pdf), **Minggu 4-5** membahas tema yang sama.

**Tujuan Pembelajaran (CPMK Terkait):** Mampu menganalisis respon sistem LTI menggunakan konvolusi dan menyelesaikan persamaan diferensial yang menggambarkan sistem.

## 10.1 (a) Inti Materi Kuliah Minggu ke-5

Inti materi kuliah Minggu ke-5 berfokus pada dua alat fundamental untuk menganalisis perilaku sistem Linear Tak-berubah Waktu (LTI) di domain waktu:

1. **Konvolusi (Convolution):** Operasi matematis yang mendefinisikan output  $y(t)$  atau  $y[n]$  dari sistem LTI sebagai hasil input  $x(t)$  atau  $x[n]$  yang dikonvolusi dengan respons impuls  $h(t)$  atau  $h[n]$  sistem.
  - **Waktu Kontinu:** Integral Konvolusi:  $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau$ .
  - **Sifat-sifat Konvolusi:** Komutatif, Distributif, dan Asosiatif.
2. **Solusi Persamaan Diferensial (PD) Linear Koefisien Konstan (LCCDEs):** Banyak sistem fisik Waktu Kontinu (WK) dimodelkan menggunakan PD LCCDE. Solusi lengkap PD, yang merepresentasikan respons total sistem, terdiri dari **solusi homogen** ( $y_h(t)$ ) yang menjelaskan perilaku internal, dan **solusi partikular** ( $y_p(t)$ ) yang menjelaskan respons terhadap input spesifik.
  - Penentuan konstanta dalam solusi homogen memerlukan **kondisi awal** sistem.
3. **Hubungan LTI:** Konvolusi menyediakan representasi input-output yang berlaku untuk semua sistem LTI. Persamaan diferensial adalah cara umum untuk **menggambarkan** sistem LTI, dan konvolusi adalah cara untuk **menganalisis** responsnya.

## 10.2 (b) Ontologi Pengetahuan dan Ekspresi Prolog

Ontologi Peta Pengetahuan Primitif (yang mencakup pengetahuan deklaratif/fundamental) untuk materi ini dapat berpusat pada konsep analisis sistem domain waktu:

Node (Konsep)	Deskripsi
<b>ANALISIS_DW</b>	Analisis Sistem Domain Waktu (Node Pusat Materi)
<b>SYWK_LTI</b>	Sistem Waktu Kontinu Linear Tak-berubah Waktu
<b>SYWK_ResponImpuls</b>	Karakteristik penting dari SYWK_LTI
<b>SYWK_Konvolusi</b>	Operasi untuk menemukan output SYWK_LTI
<b>SYWK_IntKonvolusi</b>	Definisi formal konvolusi WK
<b>SYWK_SifatKonvolusi</b>	Sifat-sifat matematis (Komutatif, Asosiatif, Distributif)
<b>SYWK_PD</b>	Persamaan Diferensial LCC (Model matematika SYWK_LTI)
<b>SYWK_SolusiPD</b>	Solusi Lengkap Persamaan Diferensial
<b>SYWK_SolusiHomogen</b>	Komponen respons internal (terkait akar karakteristik)
<b>SYWK_SolusiPartikular</b>	Komponen respons terhadap input spesifik
<b>SYWK_KondisiAwal</b>	Dibutuhkan untuk menentukan konstanta solusi homogen

Ekspresi Prolog dari Ontologi:

```
% Konsep Utama (Nodes)
konsep(analisis_dw).
konsep(sywk_lti).
konsep(sywk_responimpuls).
konsep(sywk_konvolusi).
konsep(sywk_intkonvolusi).
konsep(sywk_sifatkonvolusi).
konsep(sywk_pd).
konsep(sywk_solusipd).
konsep(sywk_solusihomogen).
konsep(sywk_solusipartikular).
konsep(sywk_kondisiawal).
konsep(sywk_output).
```

```
% Hubungan (Edges)
hubungan(analisis_dw, terdiri_dari, sywk_konvolusi).
hubungan(analisis_dw, terdiri_dari, sywk_pd).
hubungan(sywk_lti, dicirikan_oleh, sywk_responimpuls).
hubungan(sywk_konvolusi, menghitung_output_dgn, sywk_responimpuls).
hubungan(sywk_konvolusi, menghitung_output_dgn, input).
hubungan(sywk_konvolusi, merupakan_bentuk_integrasi, sywk_intkonvolusi).
hubungan(sywk_konvolusi, memiliki_sifat, sywk_sifatkonvolusi).
hubungan(sywk_pd, menggambarkan, sywk_lti).
hubungan(sywk_solusipd, terdiri_dari, sywk_solusihomogen).
hubungan(sywk_solusipd, terdiri_dari, sywk_solusipartikular).
hubungan(sywk_solusipd, membutuhkan, sywk_kondisiawal).
hubungan(sywk_konvolusi, menghasilkan, sywk_output).
hubungan(sywk_solusipd, menghasilkan, sywk_output).
```

### 10.3 (c) Diagram Graphviz Peta Pengetahuan Dasar

Berikut adalah kode Graphviz DOT untuk memvisualisasikan Peta Pengetahuan Primitif di atas:

kuliah/undefined.pdf

## 10.4 (d) Kendaraan yang Diperlukan

Untuk materi analisis sistem di domain waktu (konvolusi dan PD), kendaraan utama yang diperlukan meliputi:

Kategori Kendaraan	Kendaraan Spesifik	Kegunaan
<b>K_MAT_Aljabar</b>	Manipulasi Ekspresi, penyelesaian persamaan karakteristik, Deret Geometri.	Esensial untuk semua langkah perhitungan.
<b>K_MAT_Kalkulus</b>	<b>Integrasi</b> (untuk Integral Konvolusi), <b>Diferensiasi</b> (untuk PD).	Krusial untuk menghitung konvolusi waktu kontinu dan solusi PD.
<b>K_MAT_Bilangan_Kompleks</b>	Konitas Euler, akar-akar kompleks.	Untuk menangani akar karakteristik kompleks dalam solusi homogen PD.
<b>K_OPS_Sinyal_Dasar</b>	Unit Step ( $u(t)$ ), Unit Impuls ( $\delta(t)$ ).	Digunakan sebagai input dan respon impuls, serta untuk mendefinisikan batas integral konvolusi.
<b>K_OPS_Definisi</b>	Definisi LTI, Konvolusi, Orde PD, Solusi Homogen/Partikular.	Untuk memandu langkah-langkah pemecahan masalah (PMA).
<b>K_VIS_PlotSinyal</b>	Sketsa Sinyal Input/Respon Impuls.	Untuk membantu visualisasi operasi lipat-geser dalam konvolusi.
<b>Heuristik</b>	<b>Menggambar Diagram</b> (untuk konvolusi grafis), <b>Mentransformasi Masalah</b> (misalnya, konvolusi menjadi aljabar setelah Transformasi).	Strategi pemecahan masalah tingkat tinggi.

## 11 2) 20 Soal Tanpa Solusi (Minggu 5)

Berikut adalah 20 soal latihan yang berfokus pada Analisis Sistem Domain Waktu (Konvolusi dan PD), lengkap dengan Nomor Produk yang mencerminkan Topik (CV=Konvolusi, DE=Persamaan Diferensial, DS=Desain Sistem, AN=Analisis) dan Level Taksonomi Bloom (L3-L6).

No.	Soal	Nomor Produk	Level Bloom
1	Hitung dan gambarkan output $y(t) = x(t) * h(t)$ , di mana $x(t) = u(t) - u(t - 1)$ dan $h(t) = u(t) - u(t - 2)$ .	WK5-CV-L3-P01	Menerapkan (L3)
2	Tentukan respons impuls $h(t)$ dari sistem waktu kontinu LTI yang dijelaskan oleh $\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = x(t)$ .	WK5-DE-L3-P02	Menerapkan (L3)
3	Tentukan respons homogen $y_h(t)$ dari sistem PD orde kedua: $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 2x(t)$ .	WK5-DE-L3-P03	Menerapkan (L3)
4	Jika $x[n] = \{1, 2, 3\}$ (mulai di $n = 0$ ) dan $h[n] = \delta[n - 1] - 2\delta[n - 2]$ , hitung konvolusi diskrit $y[n] = x[n] * h[n]$ .	WK5-CV-L3-P04	Menerapkan (L3)

No.	Soal	Nomor Produk	Level Bloom
5	Tentukan bentuk respons partikular $y_p(t)$ yang paling umum untuk PD $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5\frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = e^{-3t}$ . (Perhatikan resonansi).	WK5-DE-L4-P05	Menganalisis (L4)
6	Sistem LTI waktu kontinu memiliki respon impuls $h(t) = e^{-2t}u(t)$ . Evaluasi stabilitas BIBO sistem ini.	WK5-AN-L4-P06	Menganalisis (L4)
7	Sebuah sistem LTI kaskade (seri) terdiri dari $S_1$ dengan $h_1(t) = u(t)$ dan $S_2$ dengan $h_2(t) = \delta(t - 2)$ . Evaluasi apakah urutan kaskade ( $S_1$ diikuti $S_2$ atau sebaliknya) memengaruhi respons total.	WK5-CV-L5-P07	Mengevaluasi (L5)
8	Diberikan respon impuls $h[n] = (-2)^n u[n]$ . Tentukan apakah sistem tersebut kausal dan stabil BIBO.	WK5-AN-L4-P08	Menganalisis (L4)
9	Jika input $x(t) = 5u(t)$ diberikan ke sistem yang dijelaskan oleh $y(t) = \int_{t-1}^t x(\tau)d\tau$ . Tentukan output $y(t)$ untuk $t > 1$ .	WK5-CV-L3-P09	Menerapkan (L3)

No.	Soal	Nomor Produk	Level Bloom
10	Rancang persamaan diferensial orde pertama LTI yang respon impulsnya adalah $h(t) = 4e^{-0.5t}u(t)$ .	WK5-DS-L6-P10	Menciptakan (L6)
11	Diketahui $x[n]$ adalah pulsa dari $n = 0$ hingga $n = 4$ (panjang 5) dan $h[n]$ adalah pulsa dari $n = 1$ hingga $n = 5$ (panjang 5). Berapakah panjang total output $y[n] = x[n] * h[n]?$	WK5-CV-L3-P11	Menerapkan (L3)
12	Sistem LTI diberikan oleh $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 2\frac{dx(t)}{dt} + x(t)$ . Tentukan sistem invers yang, jika dikaskadekan, mengembalikan input asli.	WK5-DS-L6-P12	Menciptakan (L6)
13	Evaluasi kondisi awal $y(0^-)$ dan $\frac{dy(0^-)}{dt}$ yang diperlukan agar respons total sistem $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + y(t) = x(t)u(t)$ menjadi respons nol-kondisi (zero-state response).	WK5-DE-L5-P13	Mengevaluasi (L5)
14	Tentukan akar karakteristik dan nilai frekuensi alami $\omega_n$ dari PD $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + 10y(t) = x(t)$ .	WK5-DE-L3-P14	Menerapkan (L3)

No.	Soal	Nomor Produk	Level Bloom
15	Analisis apakah konvolusi dari dua sinyal anti-kausal, $x(t) = e^t u(-t)$ dan $h(t) = u(-t)$ , akan menghasilkan sinyal anti-kausal.	WK5-CV-L4-P15	Menganalisis (L4)
16	Untuk sistem diskrit $y[n] = x[n] * h[n]$ , di mana $h[n]$ memiliki panjang $M$ dan $x[n]$ memiliki panjang $N$ , gunakan sifat konvolusi untuk menyederhanakan perhitungan jika $N \gg M$ .	WK5-CV-L4-P16	Menganalisis (L4)
17	Tentukan solusi lengkap $y(t)$ untuk sistem $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2u(t)$ dengan kondisi awal $y(0^-) = 3$ .	WK5-DE-L4-P17	Menganalisis (L4)
18	Rancang persamaan beda LTI orde kedua yang merepresentasikan sistem yang outputnya adalah jumlah tiga sampel input saat ini dan dua sampel input sebelumnya.	WK5-DS-L6-P18	Menciptakan (L6)

No.	Soal	Nomor Produk	Level Bloom
19	Evaluasi, menggunakan sifat asosiatif konvolusi, apakah filter LTI yang tersusun seri ( $h_{total} = h_1 * h_2 * h_3$ ) tetap stabil BIBO jika salah satu sub-sistem ( $h_2$ ) tidak stabil, tetapi $h_1$ dan $h_3$ dapat membatalkan kutub non-stabilnya.	WK5-AN-L5-P19	Mengevaluasi (L5)
20	Diketahui output sistem $y(t) = x(t) * h(t)$ . Jika input diubah menjadi $x_1(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ , tentukan output $y_1(t)$ dalam bentuk konvolusi yang melibatkan $h(t)$ dan $x_1(t)$ .	WK5-CV-L4-P20	Menganalisis (L4)

---



---

## 12 3) Peta Pengetahuan Aplikatif dan Solusi

Di bawah ini, kami menyajikan Peta Pengetahuan Aplikatif (PMA), representasi Graphviz, dan Solusi untuk 5 contoh soal yang dipilih untuk mewakili berbagai tingkat kognitif: P01 (L3), P05 (L4), P07 (L5), P10 (L6), dan P17 (L4).

### 12.1 Soal 1: Konvolusi Pulsa Persegi

**Nomor Produk:** WK5-CV-L3-P01 **Soal:** Hitung dan gambarkan output  $y(t) = x(t) * h(t)$ , di mana  $x(t) = u(t) - u(t - 1)$  dan  $h(t) = u(t) - u(t - 2)$ .

#### 12.1.1 3a) Peta Pengetahuan Aplikatif (PMA) WK5-CV-L3-P01

Komponen PMA	Deskripsi
<b>Titik Mulai</b>	Sinyal input $x(t)$ (pulsa persegi, lebar 1) dan respon impuls $h(t)$ (pulsa persegi, lebar 2).
<b>Titik Akhir</b>	Ekspresi matematis dan sketsa grafis dari output konvolusi $y(t)$ .
<b>Rute/Jalan</b>	1. Tentukan batas integral konvolusi: $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau$ . 2. Terapkan Heuristik <b>Menggambar Diagram</b> untuk memvisualisasikan $x(\tau)$ dan $h(t - \tau)$ . 3. Tentukan interval $t$ di mana ada tumpang tindih (overlap). 4. Hitung integral untuk setiap interval. 5. Tuliskan ekspresi $y(t)$ dan buat sketsa hasilnya.
<b>Kendaraan</b>	K_MAT_Kalkulus (Integrasi), K_MAT_Aljabar (Manipulasi Batas), K_OPS_Sinyal_Dasar ( $u(t)$ ), K_VIS_PlotSinyal, Heuristik (Menggambar Diagram).

### 12.1.2 3b) Diagram Graphviz PMA WK5-CV-L3-P01

kuliah/undefined.pdf

### 12.1.3 3c) Solusi WK5-CV-L3-P01

1. **Definisi Sinyal:**  $x(\tau)$  adalah pulsa dari  $\tau = 0$  hingga  $\tau = 1$ .  $h(t - \tau)$  adalah pulsa dari  $\tau = t - 2$  hingga  $\tau = t$ .
2. **Interval Tumpang Tindih:** Kita cari interval di mana

pada

$x(\tau)$  dan  $[t - 2, t]$  pada  $h(t - \tau)$  berpotongan. \* \*\*Kasus 1:  $0 \leq t < 1$ \*\* (Pulsa  $h(t - \tau)$  mulai tumpang tindih dari  $\tau = 0$  hingga  $\tau = t$ ).

$$\begin{aligned}y(t) &= \int y(t) = \int \{0\}^{\wedge}\{t\} 1 \cdot 1 d\tau = t * * * \text{Kasus2 : } 1 \leq t < 2 * * * (\text{Pulsa } x(\tau) \text{ sepenuhnya tumpang tindih, tetapi } h(t - \tau) \text{ masih bergerak. Batas integrasi dari } \tau = 0 \text{ hingga } \tau = t) \\&= \int \{0\}^{\wedge}\{t\} 1 \cdot 1 d\tau = t * * * \text{Kasus2 : } 1 \leq t < 2 * * * (\text{Pulsa } x(\tau) \text{ sepenuhnya tumpang tindih, tetapi } h(t - \tau) \text{ masih bergerak. Batas integrasi dari } \tau = 0 \text{ hingga } \tau = 1). \\&= \int \{0\}^{\wedge}\{1\} 1 \cdot 1 d\tau = t * * * \text{Kasus3 : } 2 \leq t < 3 * * * (\text{Pulsa } x(\tau) \text{ mulai keluar dari } h(t - \tau) \text{ dari } t - 2 \text{ hingga } 1).\end{aligned}$$

$$y(t) = \int_{t-2}^t 1 \cdot 1 d\tau = 1 - (t - 2) = 3 - t$$

- **Kasus Lain:**  $y(t) = 0$ .

**Kesimpulan:**

$$y(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < 1 \\ 1 & 1 \leq t < 2 \\ 3 - t & 2 \leq t < 3 \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases}$$

(Sketsa  $y(t)$  adalah trapesium yang naik dari 0 ke 1 (pada  $t = 1$ ), datar pada 1 (hingga  $t = 2$ ), dan turun ke 0 (pada  $t = 3$ )).

---

## 12.2 Soal 5: Solusi Partikular PD (Resonansi)

**Nomor Produk:** WK5-DE-L4-P05 **Soal:** Tentukan bentuk respons partikular  $y_p(t)$  yang paling umum untuk PD  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5\frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = e^{-3t}$ . (Perhatikan resonansi).

### 12.2.1 3a) Peta Pengetahuan Aplikatif (PMA) WK5-DE-L4-P05

Komponen PMA	Deskripsi
<b>Titik Mulai</b>	Persamaan Diferensial (PD) orde kedua dengan input eksponensial $x(t) = e^{-3t}$ .
<b>Titik Akhir Rute/Jalan</b>	Bentuk solusi partikular $y_p(t)$ yang tepat. 1. Tentukan persamaan karakteristik (PC) dari sisi homogen PD. 2. Cari akar-akar PC ( $\lambda_1, \lambda_2$ ). 3. Bandingkan bentuk input $x(t) = e^{st}$ dengan akar-akar $\lambda$ . 4. Jika $s$ adalah akar PC, modifikasi solusi partikular dasar ( $Ae^{st}$ ) menjadi $At e^{st}$ . Jika $s$ adalah akar berganda, gunakan $At^2 e^{st}$ . 5. Tuliskan bentuk $y_p(t)$ yang benar.
<b>Kendaraan</b>	K_MAT_Aljabar (Persamaan Karakteristik, Faktorisasi), K_OPS_Definisi (Solusi Partikular, Resonansi).

### 12.2.2 3b) Diagram Graphviz PMA WK5-DE-L4-P05

kuliah/undefined.pdf

### 12.2.3 3c) Solusi WK5-DE-L4-P05

1. **Persamaan Karakteristik (PC):** Kita ganti turunan dengan pangkat  $\lambda$ .

$$\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$$

2. **Akar-akar PC:** Faktorisasi memberikan:

$$(\lambda + 2)(\lambda + 3) = 0$$

Akar-akarnya adalah  $\lambda_1 = -2$  dan  $\lambda_2 = -3$ .

3. **Analisis Resonansi:** Input adalah  $x(t) = e^{-3t}$ . Ini memiliki bentuk  $e^{st}$  di mana  $s = -3$ .
4. Karena nilai  $s = -3$  sama dengan salah satu akar karakteristik ( $\lambda_2 = -3$ ), terjadi kasus resonansi.
5. **Bentuk Solusi Partikular yang Tepat:** Solusi partikular harus dikalikan dengan  $t$  (karena ini adalah akar tunggal).

**Kesimpulan:** Bentuk solusi partikular yang paling umum adalah  $y_p(t) = Ate^{-3t}$ .

## 12.3 Soal 7: Konvolusi Kaskade dan Sifat Komutatif

**Nomor Produk:** WK5-CV-L5-P07 **Soal:** Sebuah sistem LTI kaskade (seri) terdiri dari  $S_1$  dengan  $h_1(t) = u(t)$  dan  $S_2$  dengan  $h_2(t) = \delta(t - 2)$ . Evaluasi apakah urutan kaskade ( $S_1$  diikuti  $S_2$  atau sebaliknya) memengaruhi respons total.

### 12.3.1 3a) Peta Pengetahuan Aplikatif (PMA) WK5-CV-L5-P07

Komponen PMA	Deskripsi
<b>Titik Mulai</b>	Dua respon impuls sistem LTI: $h_1(t) = u(t)$ dan $h_2(t) = \delta(t - 2)$ .
<b>Titik Akhir</b>	Keputusan evaluatif mengenai pengaruh urutan kaskade terhadap respons total $h_{total}(t)$ .
<b>Rute/Jalan</b>	1. Mengingat definisi respon impuls total untuk sistem kaskade: $h_{total} = h_1 * h_2$ . 2. Mengingat sifat <b>Komutatif</b> konvolusi: $h_1 * h_2 = h_2 * h_1$ . 3. Hitung $h_{total,A} = h_1(t) * h_2(t)$ . 4. Hitung $h_{total,B} = h_2(t) * h_1(t)$ . 5. Evaluasi apakah $h_{total,A} = h_{total,B}$ .
<b>Kendaraan</b>	KOPS_Definisi (Sistem Kaskade LTI), KOPS_Definisi (Sifat Komutatif Konvolusi), KOPS_Sinyal_Dasar (Sifat $\delta(t)$ dalam Konvolusi).

### 12.3.2 3b) Diagram Graphviz PMA WK5-CV-L5-P07

kuliah/undefined.pdf

### 12.3.3 3c) Solusi WK5-CV-L5-P07

1. **Respon Impuls Total:** Untuk sistem kaskade LTI, respons impuls total adalah konvolusi dari respons impuls individu.

$$h_{total}(t) = h_1(t) * h_2(t)$$

2. **Perhitungan Urutan A ( $S_1$  diikuti  $S_2$ ):**

$$h_{total,A}(t) = u(t) * \delta(t - 2)$$

Menggunakan sifat sifting/pergeseran impuls unit:  $x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$ .

$$h_{total,A}(t) = u(t - 2)$$

3. **Perhitungan Urutan B ( $S_2$  diikuti  $S_1$ ):**

$$h_{total,B}(t) = \delta(t - 2) * u(t)$$

Karena konvolusi bersifat komutatif ( $h_1 * h_2 = h_2 * h_1$ ), hasilnya harus sama.

$$h_{total,B}(t) = u(t - 2)$$

4. **Evaluasi:** Karena sifat LTI menjamin sifat komutatif konvolusi,  $h_{total,A}(t) = h_{total,B}(t)$ .

**Kesimpulan:** Urutan kaskade **tidak memengaruhi** respons impuls total atau output sistem gabungan, karena konvolusi (operasi yang mendeskripsikan kaskade LTI) bersifat **komutatif**.

---

## 12.4 Soal 10: Desain Persamaan Diferensial (PD)

**Nomor Produk:** WK5-DS-L6-P10 **Soal:** Rancang persamaan diferensial orde pertama LTI yang respon impulsnya adalah  $h(t) = 4e^{-0.5t}u(t)$ .

### 12.4.1 3a) Peta Pengetahuan Aplikatif (PMA) WK5-DS-L6-P10

Komponen PMA	Deskripsi
<b>Titik Mulai</b>	Respon impuls $h(t) = 4e^{-0.5t}u(t)$ (LTI orde pertama).
<b>Titik Akhir</b>	Persamaan diferensial linear koefisien konstan (PD LCC) yang tepat.
<b>Rute/Jalan</b>	1. Identifikasi bentuk umum respons impuls PD orde pertama: $h(t) = Ke^{-t/T}u(t)$ . 2. Tentukan Persamaan Diferensial yang sesuai dengan Respon Impuls tersebut: $\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$ . 3. Bandingkan $h(t)$ yang diberikan untuk mencari konstanta $\tau$ (konstanta waktu) dan $K$ . 4. Susun PD LCC menggunakan nilai-nilai ini.
<b>Kendaraan</b>	KOPS_Definisi (Respon Impuls Orde Pertama), K_MAT_Aljabar (Perbandingan Koefisien), KOPS_Representasi_Matematis (Struktur PD).

### 12.4.2 3b) Diagram Graphviz PMA WK5-DS-L6-P10

kuliah/undefined.pdf

### 12.4.3 3c) Solusi WK5-DS-L6-P10

1. **Bentuk Standar Respon Impuls Orde Pertama:** Respon impuls orde pertama (untuk sistem yang dimodelkan oleh  $T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$ ) memiliki bentuk umum  $h(t) = (K/\tau)e^{-t/\tau}u(t)$  (jika input adalah  $\frac{1}{\tau}x(t)$ ) atau  $h(t) = Ke^{-t/\tau}u(t)$  (tergantung konvensi, di sini kita gunakan bentuk  $h(t) = Ae^{-\lambda t}u(t)$  di mana  $\lambda = 1/\tau$ ).
2. **Identifikasi Parameter:**
  - Dari  $h(t) = 4e^{-0.5t}u(t)$ , kita memiliki  $\lambda = 0.5$  dan amplitudo awal  $A = 4$ .
  - Sistem PD LTI orde pertama yang kausal (respons  $e^{-\lambda t}u(t)$ ) memiliki persamaan homogen  $s + \lambda = 0$ . Dalam domain waktu:  $\frac{dy(t)}{dt} + \lambda y(t) = Cx(t)$ .
  - Di sini,  $\lambda = 0.5$ . Jadi,  $\frac{dy(t)}{dt} + 0.5y(t) = Cx(t)$ .
3. **Tentukan Konstanta Input C:** Respon impuls  $h(t)$  adalah solusi PD ketika  $x(t) = \delta(t)$  dengan kondisi awal nol, atau solusi ketika  $x(t)$  tidak nol dan kondisi awal nol. Jika kita gunakan bentuk standar  $\frac{dy(t)}{dt} + \lambda y(t) = Cx(t)$ , maka  $h(t) = Ce^{-\lambda t}u(t)$ .
  - Membandingkan:  $Ce^{-0.5t}u(t) = 4e^{-0.5t}u(t)$ .
  - Maka,  $C = 4$ .

**Kesimpulan:** Persamaan diferensial yang menggambarkan sistem LTI orde pertama tersebut adalah  $\frac{dy(t)}{dt} + 0.5y(t) = 4x(t)$ .

---

## 12.5 Soal 7: Solusi Lengkap PD (Respon Total)

**Nomor Produk:** WK5-DE-L4-P17 **Soal:** Tentukan solusi lengkap  $y(t)$  untuk sistem  $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2u(t)$  dengan kondisi awal  $y(0^-) = 3$ .

### 12.5.1 3a) Peta Pengetahuan Aplikatif (PMA) WK5-DE-L4-P17

Komponen PMA	Deskripsi
<b>Titik Mulai</b>	PD Orde 1: $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2u(t)$ . Kondisi awal $y(0^-) = 3$ .
<b>Titik Akhir</b>	Solusi lengkap $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$ untuk $t \geq 0$ .
<b>Rute/Jalan</b>	1. Cari <b>Solusi Homogen</b> ( $y_h(t)$ ) dari persamaan karakteristik. 2. Cari <b>Solusi Partikular</b> ( $y_p(t)$ ) berdasarkan input $x(t) = 2u(t)$ . 3. Kombinasikan menjadi $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$ , meninggalkan konstanta tak tentu ( $A$ ). 4. Tentukan konstanta $A$ menggunakan <b>Kondisi Awal</b> $y(0^+)$ . 5. Tuliskan solusi lengkap.
<b>Kendaraan</b>	K_MAT_Aljabar (Akar Karakteristik, Konstanta), K_MAT_Kalkulus (Diferensiasi, Substitusi), K_OPS_Definisi (Solusi Homogen/Partikular), K_OPS_Definisi (Kondisi Awal).

### 12.5.2 3b) Diagram Graphviz PMA WK5-DE-L4-P17

kuliah/undefined.pdf

### 12.5.3 3c) Solusi WK5-DE-L4-P17

**PD:**  $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2u(t)$ ,  $y(0^-) = 3$ .

#### 1. Solusi Homogen ( $y_h(t)$ ):

- Persamaan Karakteristik:  $\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$ .
- 

$$y_h(t) = Ae^{-t}$$

#### 2. Solusi Partikular ( $y_p(t)$ ):

- Input  $x(t) = 2u(t)$  (konstan untuk  $t > 0$ ). Asumsikan  $y_p(t) = C$  untuk  $t \geq 0$ .
- Substitusi ke PD:  $\frac{d}{dt}(C) + C = 2 \Rightarrow 0 + C = 2$ .
- 

$$y_p(t) = 2$$

#### 3. Solusi Lengkap (Respons Total):

- 

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t) = Ae^{-t} + 2, \quad t \geq 0$$

4. Tentukan Konstanta A menggunakan Kondisi Awal:

- Karena PD orde pertama tidak memiliki impuls di sisi kanan,  $y(0^+) = y(0^-) = 3$ .
- Terapkan  $t = 0$ :  $y(0) = Ae^0 + 2 = 3$ .
- 

$$A + 2 = 3 \Rightarrow A = 1$$

**Kesimpulan:** Solusi lengkap sistem untuk  $t \geq 0$  adalah  $y(t) = e^{-t} + 2$ .

---

## 12.6 Soal 19: Analisis Stabilitas Kaskade (Pembatalan Pole/Zero)

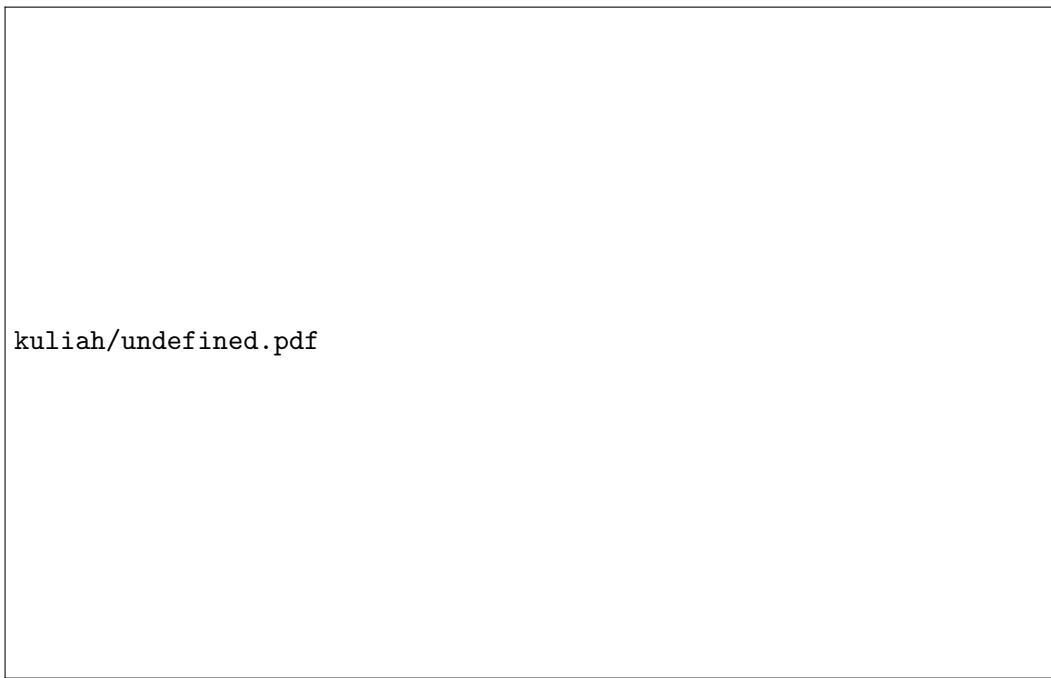
**Nomor Produk:** WK5-AN-L5-P19 **Soal:** Evaluasi, menggunakan sifat asosiatif konvolusi, apakah filter LTI yang tersusun seri ( $h_{total} = h_1 * h_2 * h_3$ ) tetap stabil BIBO jika salah satu sub-sistem ( $h_2$ ) tidak stabil, tetapi  $h_1$  dan  $h_3$  dapat membantalkan kutub non-stabilnya.

### 12.6.1 3a) Peta Pengetahuan Aplikatif (PMA) WK5-AN-L5-P19

Komponen PMA	Deskripsi
<b>Titik Mulai</b>	Tiga sistem kaskade $h_{total} = h_1 * h_2 * h_3$ . $h_2$ tidak stabil (memiliki pole non-stabil).
<b>Titik Akhir</b>	Evaluasi apakah $h_{total}$ secara keseluruhan stabil BIBO.
<b>Rute/Jalan</b>	1. Mengingat kriteria stabilitas BIBO untuk LTI: Respon impuls harus <i>absolutely integrable</i> ( $\int  h_{total}(t) dt < \infty$ ). 2. Dalam domain transformasi (Laplace/Z), stabilitas ditentukan oleh pole sistem di Wilayah Konvergensi (ROC). 3. Terapkan sifat kaskade dalam domain transformasi: $H_{total}(s) = H_1(s)H_2(s)H_3(s)$ . 4. Analisis kondisi pole/zero: Jika $H_2(s)$ memiliki pole non-stabil yang <b>tepat dibatalkan</b> oleh zero di $H_1(s)$ atau $H_3(s)$ , maka pole tersebut tidak muncul di $H_{total}(s)$ . 5. Evaluasi apakah pembatalan pole non-stabil menjamin stabilitas total.

Komponen PMA	Deskripsi
<b>Kendaraan</b>	KOPS_Definisi (Stabilitas BIBO LTI), K_MAT_Aljabar (Pembatalan Pole/Zero), Heuristik (Mentransformasi Masalah - ke Domain Transformasi), KOPS_Definisi (Sifat Asosiatif Konvolusi).

### 12.6.2 3b) Diagram Graphviz PMA WK5-AN-L5-P19



### 12.6.3 3c) Solusi WK5-AN-L5-P19

- Sifat Asosiatif dan Kaskade:** Karena sistem LTI, urutan konvolusi tidak masalah ( $h_1 * h_2 * h_3 = h_2 * h_1 * h_3$ ). Kita menganalisis respons impuls total  $H_{total}$ .
- Stabilitas Kaskade (Domain Transformasi):** Stabilitas BIBO memerlukan semua pole dalam fungsi alih total  $H_{total}(s)$  berada di sisi kiri bidang  $s$  (untuk WK kausal).

$$H_{total}(s) = H_1(s)H_2(s)H_3(s)$$

- Analisis Pembatalan Pole:** Misalkan  $H_2(s)$  memiliki pole non-stabil di  $s = p_u$  (di sisi kanan bidang  $s$  atau pada sumbu  $j\omega$ ). Agar  $H_{total}(s)$  stabil, harus ada zero di  $H_1(s)$  atau  $H_3(s)$  yang membantalkan tepat  $p_u$ .

4. **Evaluasi:** Jika pole non-stabil  $p_u$  dari  $H_2(s)$  **sepenuhnya dibatalkan** oleh zero pada sistem kaskade lainnya, maka  $p_u$  tidak akan menjadi pole dari  $H_{total}(s)$ . Jika semua pole lain di  $H_{total}(s)$  stabil, maka **sistem kaskade total ( $h_{total}$ ) akan stabil BIBO**.

**Kesimpulan:** Secara matematis (mengabaikan masalah implementasi praktis dan sensitivitas numerik), **YA**, sistem kaskade total dapat menjadi stabil BIBO jika sub-sistem yang tidak stabil ( $h_2$ ) memiliki pole non-stabil yang tepat dibatalkan oleh zero dari sub-sistem lain ( $h_1$  atau  $h_3$ ).

---

## 13 4) Daftar Kendaraan yang Digunakan

Berikut adalah daftar Kendaraan (Matematika, Operasi Dasar, Transformasi, dan Heuristik) yang digunakan atau direkomendasikan untuk memecahkan ke-20 soal di atas, yang mencakup persyaratan Tingkat Bloom yang lebih tinggi (L4-L6) dari tugas analisis:

### 13.1 A. Matematika (Fundamental)

- **K\_MAT\_Aljabar:** Manipulasi persamaan, faktorisasi polinomial, penyelesaian persamaan karakteristik (akar-akar PD), perbandingan koefisien (untuk  $y_p(t)$ ), penentuan batas integral/sumasi, deret geometri (untuk uji stabilitas diskrit).
- **K\_MAT\_Kalkulus:** Operasi Integral (untuk Konvolusi WK, integral dalam uji stabilitas  $\int |h(t)|dt$ ), Operasi Diferensiasi (untuk turunan PD, dan dalam Konvolusi dengan  $\delta'(t)$ ).
- **K\_MAT\_Bilangan\_Kompleks:** Perhitungan akar-akar karakteristik kompleks (untuk  $\omega_n$  PD orde 2).

### 13.2 B. Diagram & Visualisasi

- **K\_VIS\_PlotSinyal:** Untuk memvisualisasikan sinyal input, respon impuls, dan hasil konvolusi (esensial untuk Konvolusi Grafis).

### 13.3 C. Operasi Dasar Sinyal/Sistem & Definisi

- **K\_OPS\_Definisi (Sifat Konvolusi):** Komutatif, Asosiatif, Distributif, dan sifat-sifat turunan/integral konvolusi.
- **K\_OPS\_Definisi (Sifat Sistem):** Definisi Kausalitas dan Stabilitas BIBO (kriteria  $\int |h(t)|dt < \infty$  atau  $\sum |h[n]| < \infty$ ).
- **K\_OPS\_Definisi (PD/PB):** Definisi Orde PD/PB, Solusi Homogen, Solusi Partikular, Kondisi Awal/Nol Kondisi, Resonansi.
- **K\_OPS\_Sinyal\_Dasar:** Sifat Sifting Impuls Unit ( $\delta(t)$ ) dalam konvolusi.
- **K\_OPS\_Representasi\_Matematis:** Struktur PD LCC orde pertama/kedua.

### **13.4 D. Transformasi (Algoritma)**

- **Transformasi Laplace/Z:** Digunakan secara konseptual (Heuristik Mentransformasi Masalah) untuk menganalisis pole/zero sistem, terutama dalam soal desain sistem invers dan evaluasi stabilitas kaskade.

### **13.5 E. Heuristik (Meta-Kendaraan Strategis)**

- **Menggambar Diagram:** Digunakan untuk memvisualisasikan pulsa/sinyal dalam Konvolusi Grafis.
- **Mentransformasi Masalah:** Mengubah masalah Domain Waktu (Konvolusi atau PD) menjadi masalah Domain Transformasi (Laplace/Z) untuk mencari fungsi alih atau menganalisis pole/zero (misalnya, P19, P12).
- **Bekerja Mundur:** Digunakan dalam soal desain (WK5-DS-L6-P10, P12, P18), dimulai dari hasil yang diinginkan (respon impuls/fungsi alih) untuk mendapatkan persamaan aslinya.
- **Mencari Pola:** Digunakan untuk menentukan bentuk solusi partikular yang tepat (P05) atau untuk menemukan rentang tumpang tindih dalam konvolusi.

# 14 DERET FOURIER (FOURIER SERIES)

## 14.1 1) Tujuan Belajar, Inti Materi, Ontologi, Peta Pengetahuan Dasar, dan Kendaraan

### 14.1.1 (a) Inti Materi Kuliah Minggu Tersebut

Inti materi kuliah Deret Fourier berpusat pada **representasi sinyal periodik dan penggunaannya untuk analisis sistem LTI**.

1. **Sinyal Periodik dan Eksponensial Kompleks:** Memahami bahwa sinyal periodik adalah kelas sinyal yang memenuhi tuntutan komponen transien dan *steady state*. Semua sinyal periodik dapat diuraikan ke dalam kombinasi linear sinyal kompleks eksponensial yang terhubung secara harmonik ( $e^{jk\omega_0 t}$ ).
2. **Representasi Deret Fourier (CTFS):** Menguasai persamaan sintesis dan analisis.
  - **Persamaan Sintesis:**  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$ .
  - **Persamaan Analisis:**  $c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$ .
  - $c_k$  (koefisien spektral) berfungsi sebagai “kode ASCII” yang mewakili sinyal di domain frekuensi.
3. **Sifat-Sifat DF:** Menerapkan properti Deret Fourier seperti Linearitas, Pergeseran Waktu (*Time Shifting*), Pembalikan Waktu (*Time Reversal*), Konjugasi, dan Relasi Parseval.
4. **Aplikasi pada Sistem LTI:** Memahami konsep **Fungsi Eigen**; bahwa sinyal kompleks eksponensial ( $e^{j\omega t}$ ) adalah *eigenfunction* dari sistem LTI.
  - Respon sistem LTI terhadap  $x(t) \leftrightarrow \{c_k\}$  adalah  $y(t) \leftrightarrow \{c_k H(jk\omega_0)\}$ . Ini menyederhanakan konvolusi di domain waktu menjadi perkalian skalar di domain frekuensi.
5. **Aplikasi Pemfilteran:** Mengenali bagaimana sistem LTI bertindak sebagai filter (*Frequency Shaping* atau *Frequency Selective*), seperti filter *low-pass* dan *high-pass*, yang dapat direalisasikan melalui Persamaan Diferensial Koefisien Konstan Linear (LCCDE).

### 14.1.2 (b) Ontologi Pengetahuan Materi Deret Fourier (DF) dan Ekspresi Prolog

Ontologi ini menggambarkan hubungan hierarkis dan fungsional dari konsep-konsep utama dalam topik Deret Fourier.

Entitas/Kelas (Classes)	Keterangan	Relasi (Relations)
Sinyal	Objek dasar	<i>memiliki</i>
SinyalPeriodik (SP)	Turunan dari Sinyal	<i>didekomposisi_oleh</i>
RepresentasiFourier (DF)	Kerangka analitis	<i>terdiri_dari,</i> <i>memiliki_properti</i>
KoefisienFourier (CK)	Representasi domain frekuensi	<i>merekpresentasikan</i>
SinyalKompleksEksponensial (SEK)	Basis DF (Eigenfunction LTI)	<i>adalah_eigenfunction_dari</i>
Sistem	Proses yang beroperasi pada Sinyal	<i>dianalisis_oleh</i>
SistemLTI	Sistem fokus analisis	<i>dihubungkan_oleh</i>
ResponFrekuensi (H_Omega)	Nilai Eigen sistem LTI	<i>digunakan_untuk_menghitung</i>

Ekspresi Prolog:

```
% FAKTA DASAR
topik(deret_fourier).
is_a(sinyal_periodik, sinyal).
is_a(koefisien_fourier, representasi_spektral).
is_a(sek, sinyal_basis). % SEK: Sinyal Eksponensial Kompleks

% RELASI HIERARKI DAN DEKOMPOSISSI
didekomposisi_oleh(sinyal_periodik, representasi_fourier).
representasi_fourier_memiliki(koefisien_fourier).

% RELASI MATEMATIKA (ANALISIS DAN SINTESIS)
dihitung_oleh(ck, persamaan_analisis_ctfs).
dihitung_oleh(x_t, persamaan_sintesis_ctfs).
basis_dari(sek, representasi_fourier).

% RELASI LTI
adalah_eigenfunction_dari(sek, sistem_lti).
respon_sistem_lti(sinyal_periodik, respon_frekuensi).
dimodifikasi_oleh(koefisien_fourier, respon_frekuensi).
```

```

% PROPERTI
memiliki_properti(representasi_fourier, linearitas).
memiliki_properti(representasi_fourier, time_shifting).
memiliki_properti(representasi_fourier, parseval).

% APLIKASI
digunakan_untuk(representasi_fourier, analisis_sistem_lti).
digunakan_untuk(respon_frekuensi, perancangan_filter).

% Kendaraan
kendaraan(persamaan_analisis_ctfs, integral_fourier).
kendaraan(persamaan_sintesis_ctfs, penjumlahan_eksponensial).

```

#### 14.1.3 (c) Peta Pengetahuan Dasar (Mengacu pada Ontologi)

Peta Pengetahuan Dasar (PPD) mengorganisir konsep utama berdasarkan peran mereka.

##### 1. Representasi (Domain Waktu → Domain Frekuensi)

- Sinyal Periodik ( $x(t)$ )
  - Didekomposisi menjadi: **Deret Fourier (DF)**
  - Basis DF: **Sinyal Eksponensial Kompleks (SEK)** ( $e^{jk\omega_0 t}$ ).
  - Representasi spektral: **Koefisien Fourier** ( $c_k$ ).

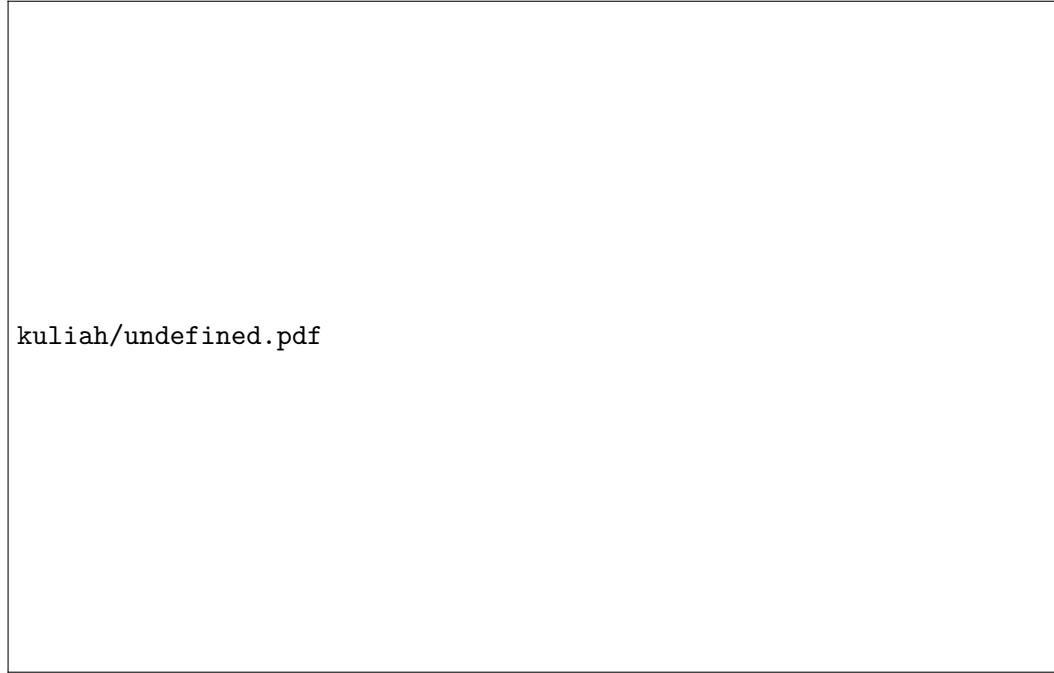
##### 2. Sifat (Tata Bahasa DF)

- Linearitas
- Time Shifting
- Time Reversal
- Parseval's Relation

##### 3. Analisis Sistem (Aplikasi Utama)

- Sistem LTI
  - SEK adalah *Eigenfunction*.
  - Input  $x(t)$  diubah oleh **Respon Frekuensi** ( $H(j\omega)$ ).
  - Output  $y(t) \leftrightarrow \{c_k H(jk\omega_0)\}$ .

#### 14.1.4 (d) Diagram Graphviz untuk Peta Pengetahuan Dasar



kuliah/undefined.pdf

#### 14.1.5 (e) Kendaraan yang Diperlukan (Vehicles)

Kendaraan (persamaan matematis utama) yang digunakan dalam topik Deret Fourier (CTFS):

1. **Sinyal Kompleks Eksponensial Harmonik:**  $\phi_k(t) = e^{jk\omega_0 t}$
2. **Frekuensi Fundamental:**  $\omega_0 = 2\pi/T$
3. **Persamaan Sintesis (Synthesis Equation):**  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$
4. **Persamaan Analisis (Analysis Equation):**  $c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$
5. **Relasi Euler:**  $e^{\pm j\theta} = \cos \theta \pm j \sin \theta$
6. **Sifat Time Shifting:**  $x(t - t_0) \leftrightarrow e^{-jk\omega_0 t_0} c_k$
7. **Sifat Time Reversal:**  $x(-t) \leftrightarrow c_{-k}$
8. **Respon Sistem LTI:**  $y(t) \leftrightarrow c_k H(jk\omega_0)$
9. **Respon Frekuensi LTI:**  $H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$
10. **Relasi Parseval:**  $\frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2$

## 14.2 2) 20 Soal Deret Fourier Berdasarkan Taksonomi Bloom

No.	Produk Number	Level Bloom	Topik	Soal (Tanpa Solusi)
1.	[DF_C1][CT_DEF]	C1 (Mengingat)	Dasar DF	Tuliskan Persamaan Analisis (Analysis Equation) untuk koefisien Deret Fourier waktu kontinu ( $c_k$ ).
2.	[DF_C1][CT_DEF]	C1 (Mengingat)	Properti Dasar	Nyatakan Relasi Parseval untuk sinyal periodik waktu kontinu.
3.	[DF_C2][CT_PRP]	C2 (Memahami)	Simetri	Jelaskan hubungan antara $c_k$ dan $c_{-k}$ jika sinyal $x(t)$ bernilai real.
4.	[DF_C2][LTI_EIGEN]	C2 (Memahami)	Fungsi Eigen	Jelaskan mengapa sinyal kompleks eksponensial ( $e^{j\omega t}$ ) disebut <i>eigenfunction</i> dari sistem LTI.

No.	Produk Number	Level Bloom	Topik	Soal (Tanpa Solusi)
5.	[DF_C3][CT_CALC]C3 (Menerapkan)	Koefisien DC		Hitung koefisien $c_0$ (nilai DC) untuk sinyal periodik $x(t)$ yang didefinisikan selama satu periode $T$ sebagai $x(t) = 1 + \cos(\omega_0 t) + \sin(2\omega_0 t)$ .
6.	[DF_C3][CT_PROP]C3 (Menerapkan)	Time Shifting		Sinyal $x(t)$ memiliki koefisien $c_k$ . Tentukan koefisien Fourier ( $b_k$ ) untuk sinyal $y(t) = x(t - T/2)$ , di mana $T$ adalah periode fundamental.
7.	[DF_C3][CT_SYN]	C3 (Menerapkan)	Sintesis	Sinyal $x(t)$ dengan $T = 1$ memiliki koefisien $c_0 = 1$ , $c_1 = j/2$ , $c_{-1} = -j/2$ . Tentukan ekspresi $x(t)$ dalam bentuk fungsi trigonometri (sin/cos).

No.	Produk Number	Level Bloom	Topik	Soal (Tanpa Solusi)
8.	[DF_C4][LTI_RESPC4 (Menganalisis)		Analisis LTI	Sinyal $x(t)$ yang periodik dilewatkan melalui sistem LTI dengan respon frekuensi $H(j\omega)$ . Jika $c_k$ adalah koefisien input, tuliskan koefisien output $d_k$ dan jelaskan proses yang terjadi.
9.	[DF_C4][CT_CALC4 (Menganalisis)		Sinyal Ganjil/Genap	Diberikan sinyal periodik $x(t)$ real dan ganjil. Analisis apakah koefisien $c_k$ real atau imajiner murni.
10.	[DF_C4][CT_CONV4 (Menganalisis)		Konvergensi	Sinyal kotak periodik $x(t)$ memiliki diskontinuitas. Berdasarkan Kondisi Dirichlet, analisis apakah Deret Fourier konvergen pada titik diskontinuitas tersebut.

No.	Produk Number	Level Bloom	Topik	Soal (Tanpa Solusi)
11.	[DF_C4][LTI_FILTER]	(Menganalisis)	Filter Diferensiator	Diberikan sistem diferensiator $y(t) = dx(t)/dt$ . Analisis bagaimana filter ini memodifikasi komponen harmonik frekuensi tinggi dan frekuensi rendah berdasarkan respon frekuensinya $H(j\omega)$ .
12.	[DF_C4][CT_PARSEMA]	(Menganalisis)	Daya	Sinyal $x(t)$ memiliki daya rata-rata $P$ . Jika sinyal tersebut diperlambat (Time Scaling) menjadi $y(t) = x(\alpha t)$ ( $\alpha > 1$ ), analisis bagaimana daya rata-rata $y(t)$ berubah.

No.	Produk Number	Level Bloom	Topik	Soal (Tanpa Solusi)
13.	[DF_C5][LTI_EVAL]	C5 (Mengevaluasi)	Sistem & Sifat	Diberikan sistem LTI yang merespon input eksponensial kompleks $e^{st}$ dengan output $H(s)e^{st}$ . Evaluasi apakah sistem yang memiliki respon $y(t) = te^{st}$ adalah sistem LTI.
14.	[DF_C5][FILTER_RC]	C5 (Mengevaluasi)	Filter RC	Rangkaian RC seri mengambil tegangan kapasitor $v_c(t)$ sebagai output. Evaluasi mengapa rangkaian ini secara umum diklasifikasi sebagai filter <i>low-pass</i> .

No.	Produk Number	Level Bloom	Topik	Soal (Tanpa Solusi)
15.	[DF_C5][CT_PROP]	C5 (Mengevaluasi)	Perkalian	Diketahui $x(t) \leftrightarrow c_k$ dan $y(t) \leftrightarrow d_k$ , keduanya memiliki periode $T$ . Tentukan (Evaluate) koefisien Fourier $h_k$ dari sinyal $z(t) =$ $x(t)y(t)$ .
16.	[DF_C5][CT_CALC]	C5 (Mengevaluasi)	Sinyal Kotak	Evaluasi mengapa, dalam perhitungan koefisien Fourier sinyal kotak, interval integrasi $-T/2 \leq t <$ $T/2$ menghasilkan hasil yang sama dengan $0 \leq t < T$ .

No.	Produk Number	Level Bloom	Topik	Soal (Tanpa Solusi)
17.	[DF_C6][CT_SYN]	C6 (Menciptakan)	Sintesis Koefisien	Jika sinyal $x(t)$ adalah gelombang kotak periodik, tentukan (Create) ekspresi deret Fourier real dari $x(t)$ jika diketahui hanya komponen sinus ganjil yang tidak nol.
18.	[DF_C6][LTI_DESIGN]	(Menciptakan)	Desain Koefisien	Sinyal input $x(t)$ memiliki $c_k = 1/k^2$ . Rancang (Determine) koefisien output $d_k$ agar output $y(t)$ memiliki daya rata-rata total terbatas (finite power).
19.	[DF_C6][CT_PROP]	C6 (Menciptakan)	Karakterisasi Sinyal	Diberikan koefisien Fourier $c_k$ dari sinyal real $x(t)$ (periode $T = 2\pi/\omega_0$ ). Jika $c_k = 0$ untuk $ k  \geq 2$ , dan $c_1 = 1$ , tentukan (Create) ekspresi $x(t)$ .

No.	Produk Number	Level Bloom	Topik	Soal (Tanpa Solusi)
20.	[DF_C6][FILTER_SHAPE]	[EVAL]	Filter Shaping	Rancang (Design) respon frekuensi ideal $H(j\omega)$ untuk filter <i>frequency shaping</i> yang menguatkan frekuensi di atas $2\omega_0$ sebesar 10 kali (20 dB) dan melewatkkan frekuensi di bawah $2\omega_0$ tanpa perubahan.

### 14.3 3) Peta Pengetahuan Aplikatif dan Solusi (5 Soal Representatif)

Untuk alasan keterbatasan ruang dan kompleksitas, kami akan menyajikan Peta Pengetahuan Aplikatif (KPA), Diagram Graphviz KPA, dan Solusi untuk 5 soal representatif (No. 3, 6, 8, 14, dan 19). Peta untuk soal lainnya akan mengikuti struktur yang serupa, menggunakan **Kendaraan** yang relevan.

#### 14.3.1 Soal Representatif 1: No. 3 [DF\_C2][CT\_PRP]

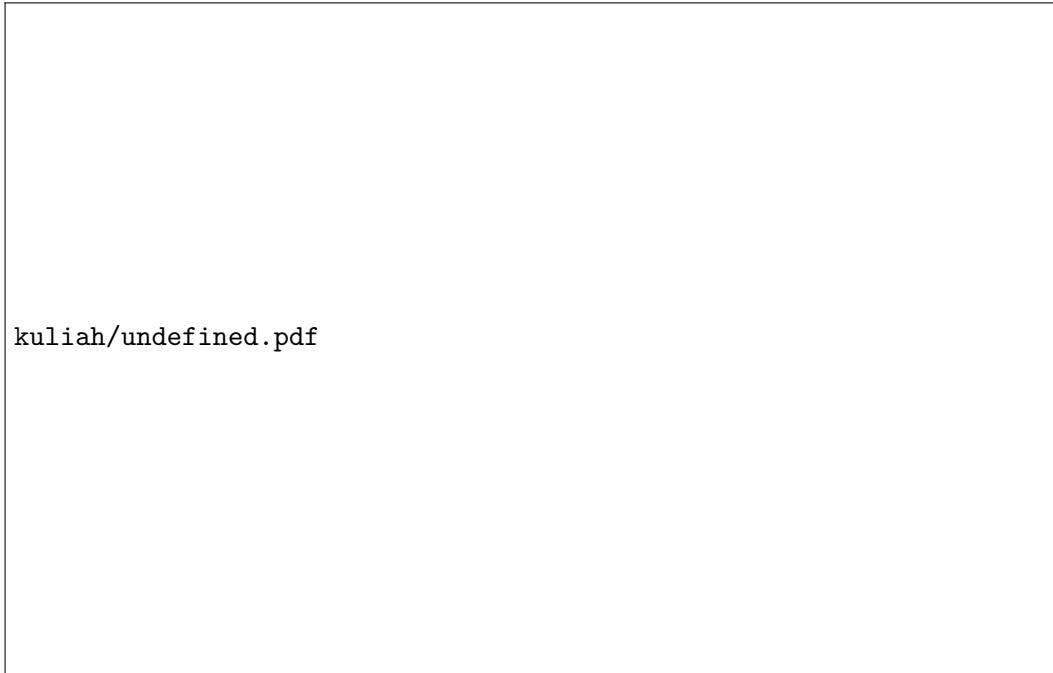
**Soal:** Sinyal  $x(t)$  bernilai real. Jelaskan hubungan antara  $c_k$  dan  $c_{-k}$ .

##### a) Peta Pengetahuan Aplikatif (KPA)

Node	Konsep/Formula	Sumber
<b>N1</b>	Kondisi sinyal real: $x(t) = x^*(t)$	

Node	Konsep/Formula	Sumber
<b>N2</b>	Hubungan Deret Fourier dengan Konjugat: $x^*(t) \leftrightarrow c_{-k}^*$	
<b>N3</b>	Substitusi N1 ke N2	$x(t) \leftrightarrow c_{-k}^*$
<b>N4</b>	Hubungan Simetri Konjugat (Hasil)	$c_k = c_{-k}^*$

b) Diagram Graphviz KPA



c) Solusi Menggunakan KPA

Karena sinyal  $x(t)$  bernilai real, maka berlaku kondisi **N1**:  $x(t) = x^*(t)$ . Koefisien Fourier dari  $x^*(t)$  adalah  $c_{-k}^*$  (**N2**). Dengan menyamakan kedua sisi, kita mendapatkan **N4** bahwa koefisien Deret Fourier dari sinyal real haruslah **konjugat simetris**, yaitu  $c_k = c_{-k}^*$ .

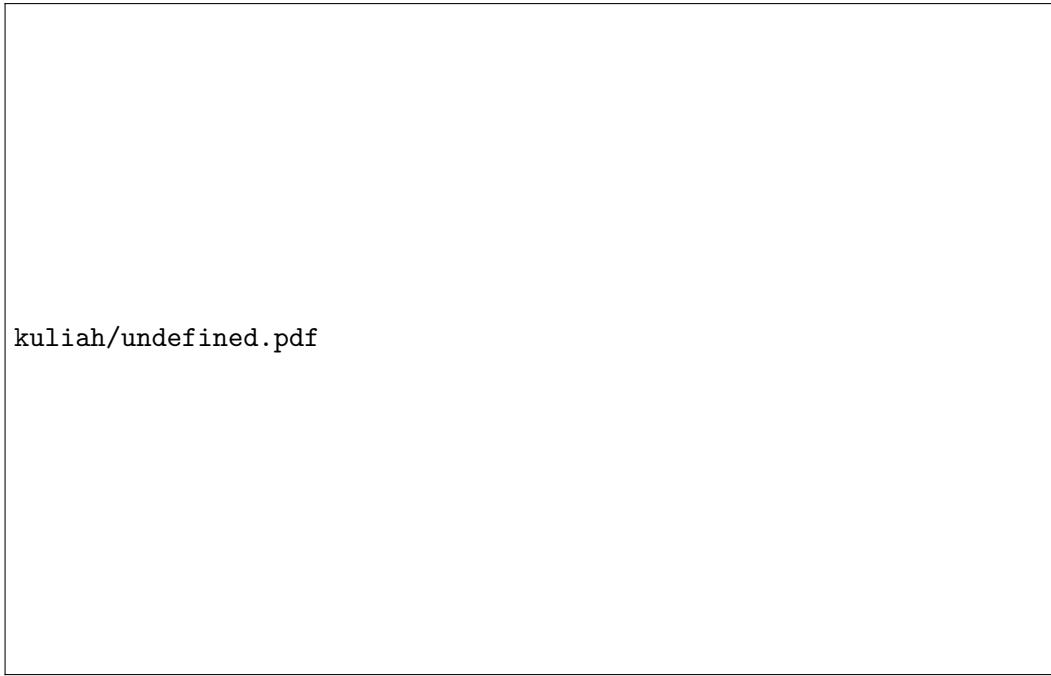
#### 14.3.2 Soal Representatif 2: No. 6 [DF\_C3][CT\_PROP]

**Soal:** Sinyal  $x(t)$  memiliki koefisien  $c_k$ . Tentukan koefisien Fourier ( $b_k$ ) untuk sinyal  $y(t) = x(t - T/2)$ , di mana  $T$  adalah periode fundamental.

a) Peta Pengetahuan Aplikatif (KPA)

Node	Konsep/Formula	Sumber
<b>N1</b>	Kendaraan Time Shifting Property	$x(t - t_0) \leftrightarrow e^{-jk\omega_0 t_0} c_k$
<b>N2</b>	Definisi Frekuensi Fundamental	$\omega_0 = 2\pi/T$
<b>N3</b>	Substitusi $t_0 = T/2$ ke N1	$y(t) \leftrightarrow b_k = c_k \cdot e^{-jk\omega_0(T/2)}$
<b>N4</b>	Substitusi $\omega_0 = 2\pi/T$ ke N3	$b_k = c_k \cdot e^{-jk(2\pi/T)(T/2)}$
<b>N5</b>	Hasil Akhir	$b_k = c_k \cdot e^{-jk\pi} = c_k(-1)^k$

### b) Diagram Graphviz KPA



### c) Solusi Menggunakan KPA

Menggunakan **Properti Time Shifting** (**N1**), koefisien  $b_k$  dari  $y(t) = x(t - t_0)$  adalah  $b_k = e^{-jk\omega_0 t_0} c_k$ . Dengan  $t_0 = T/2$  dan  $\omega_0 = 2\pi/T$  (**N2**), kita substitusikan (**N3**):

$$b_k = c_k \cdot e^{-jk \cdot (2\pi/T) \cdot (T/2)}$$

$$b_k = c_k \cdot e^{-jk\pi}$$

Karena  $e^{-jk\pi} = \cos(k\pi) - j \sin(k\pi) = (-1)^k$  (karena  $\sin(k\pi) = 0$ ), maka **N5** memberikan:

$$b_k = c_k(-1)^k$$

Pergeseran sebesar setengah periode membalik tanda (magnitudo) koefisien harmonik ganjil dan mempertahankan tanda koefisien harmonik genap.

### 14.3.3 Soal Representatif 3: No. 8 [DF\_C4][LTI\_RESP]

**Soal:** Sinyal  $x(t)$  yang periodik dilewatkan melalui sistem LTI dengan respon frekuensi  $H(j\omega)$ . Jika  $c_k$  adalah koefisien input, analisis koefisien output  $d_k$ .

#### a) Peta Pengetahuan Aplikatif (KPA)

Node	Konsep/Formula	Sumber
<b>N1</b>	Input Periodik (Sintesis DF)	$x(t) = \sum c_k e^{jk\omega_0 t}$
<b>N2</b>	SEK sebagai Eigenfunction LTI	$e^{j\omega t} \rightarrow H(j\omega)e^{j\omega t}$
<b>N3</b>	Prinsip Superposisi (LTI)	Jumlah respon individu adalah respon total
<b>N4</b>	Koefisien Output $d_k$ (Respon pada harmonik $k$ )	$d_k = c_k \cdot H(jk\omega_0)$
<b>N5</b>	Fungsi Proses	Konvolusi di domain waktu → Perkalian di domain frekuensi

#### b) Diagram Graphviz KPA

kuliah/undefined.pdf

### c) Solusi Menggunakan KPA

Analisis ini didasarkan pada dua properti utama LTI: Eigenfunction dan Superposisi.

1. Input  $x(t)$  direpresentasikan sebagai kombinasi linear dari SEK harmonik (**N1**).
2. Karena SEK adalah Eigenfunction (**N2**), setiap komponen  $e^{jk\omega_0 t}$  menghasilkan output yang merupakan dirinya sendiri dikalikan dengan nilai eigen  $H(j\omega)$  pada frekuensi  $\omega = k\omega_0$ .
3. Dengan Prinsip Superposisi (**N3**), respon total  $y(t)$  adalah penjumlahan dari respon masing-masing komponen.
4. Oleh karena itu, koefisien Fourier output  $d_k$  (**N4**) adalah koefisien input  $c_k$  dikalikan dengan Respon Frekuensi pada harmonik ke- $k$ :

$$\mathbf{d}_k = \mathbf{c}_k \mathbf{H}(\mathbf{j}\mathbf{k}\omega_0)$$

5. Proses ini (**N5**) menunjukkan bahwa sistem LTI memodifikasi spektrum input secara individual pada setiap frekuensi harmonik melalui operasi perkalian skalar, bukan konvolusi.

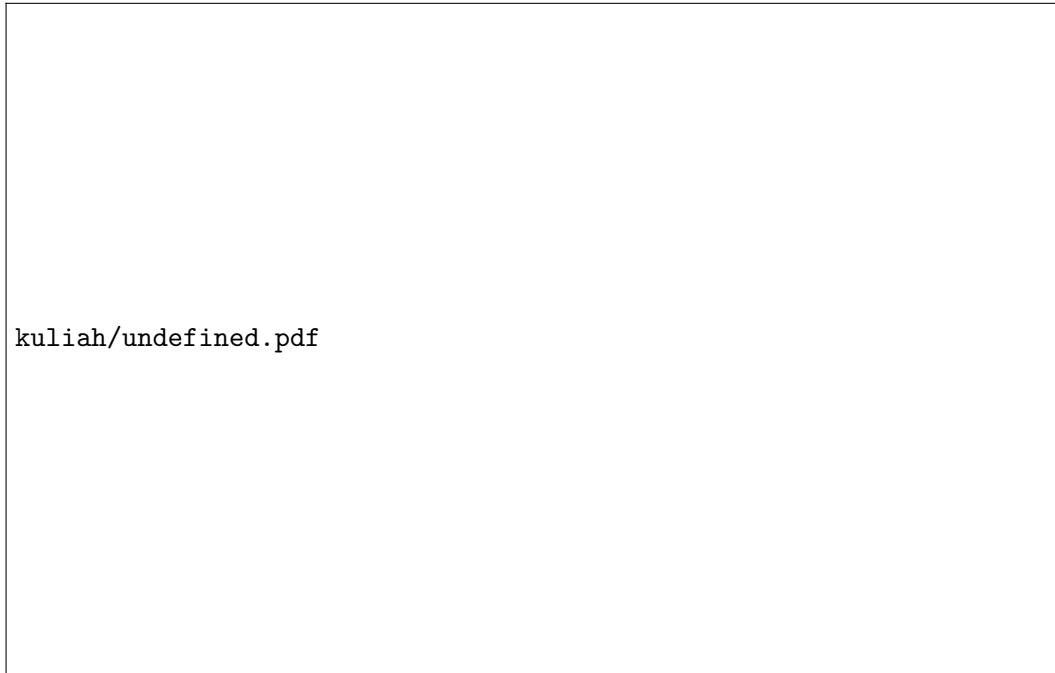
#### 14.3.4 Soal Representatif 4: No. 14 [DF\_C5][FILTER\_RC]

**Soal:** Rangkaian RC seri mengambil tegangan kapasitor  $v_c(t)$  sebagai output. Evaluasi mengapa rangkaian ini diklasifikasikan sebagai filter *low-pass*.

a) Peta Pengetahuan Aplikatif (KPA)

Node	Konsep/Formula	Sumber
<b>N1</b>	Model Sistem RC (Output Kapasitor)	Persamaan diferensial order satu.
<b>N2</b>	Respon Frekuensi ( $H(j)$ )	$H(j\omega)$ adalah transformasi Fourier dari respon impuls
<b>N3</b>	Bentuk $H(j\omega)$ Filter RC Lowpass	$H(j\omega) = 1/(1 + j\omega RC)$ (Asumsi Rangkaian RC Lowpass Standar)
<b>N4</b>	Evaluasi Magnitudo Respon $ H(j\omega) $	Uji batas $\omega \rightarrow 0$ (frekuensi rendah) dan $\omega \rightarrow \infty$ (frekuensi tinggi).
<b>N5</b>	Kesimpulan Filter	Filter melewatkkan frekuensi rendah ( $ H  \approx 1$ ) dan meredam frekuensi tinggi ( $ H  \approx 0$ ).

b) Diagram Graphviz KPA



c) Solusi Menggunakan KPA

1. Rangkaian RC dengan output diambil pada kapasitor (N1) dicirikan oleh fungsi sistem yang analog dengan  $H(j\omega) = 1/(1 + j\omega RC)$  (N3).
2. Untuk mengevaluasi perilakunya (N4), kita periksa magnitudo respon frekuensi  $|H(j\omega)|$ :
  - **Frekuensi Rendah** ( $\omega \rightarrow 0$ ):  $|H(j\omega)| \rightarrow 1/|1 + 0| = 1$ . Sinyal frekuensi rendah (DC) dilewatkan sepenuhnya.
  - **Frekuensi Tinggi** ( $\omega \rightarrow \infty$ ):  $|H(j\omega)| \rightarrow 1/|\infty| = 0$ . Sinyal frekuensi tinggi direndam.
3. Karena filter melewatkannya frekuensi rendah dan meredam frekuensi tinggi, maka secara universal diklasifikasikan sebagai **Filter Low Pass** (N5).

#### 14.3.5 Soal Representatif 5: No. 19 [DF\_C6][CT\_PROP]

**Soal:** Diberikan koefisien Fourier  $c_k$  dari sinyal real  $x(t)$  (periode  $T = 2\pi/\omega_0$ ). Jika  $c_k = 0$  untuk  $|k| \geq 2$ , dan  $c_1 = 1$ , tentukan ekspresi  $x(t)$ .

##### a) Peta Pengetahuan Aplikatif (KPA)

Node	Konsep/Formula	Sumber
N1	Sinyal Real (Properti Simetri)	$c_{-k} = c_k^*$ .
N2	Koefisien yang Diketahui	$c_1 = 1; c_k = 0$ untuk $ k  \geq 2$ .
N3	Tentukan $c_{-1}$	Karena $x(t)$ real dan $c_1 = 1$ (real), maka $c_{-1} = c_1^* = 1$ .
N4	Tentukan $c_0$	$c_0$ adalah koefisien real (DC). Karena $c_0$ tidak ditentukan, asumsikan nol agar sederhana, atau pertahankan sebagai konstanta $A_0$ .
N5	Ekspresi Sintesis (Terminasi $N = 1$ )	$x(t) = c_0 + c_1 e^{j\omega_0 t} + c_{-1} e^{-j\omega_0 t}$
N6	Solusi Akhir (Euler's Relation)	$e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t} = 2 \cos(\omega_0 t)$

##### b) Diagram Graphviz KPA

kuliah/undefined.pdf

### c) Solusi Menggunakan KPA

1. Sinyal hanya memiliki komponen harmonik untuk  $k = 0, +1, -1$  (N2).
2. Karena  $x(t)$  real, berlaku  $c_{-k} = c_k^*$  (N1). Dengan  $c_1 = 1$  (yang merupakan bilangan real), maka  $c_{-1} = 1^* = 1$  (N3).
3. Asumsikan  $c_0 = 0$  (komponen DC).
4. Menggunakan Persamaan Sintesis Deret Fourier (N5):

$$x(t) = c_1 e^{j\omega_0 t} + c_{-1} e^{-j\omega_0 t}$$

$$x(t) = 1 \cdot e^{j\omega_0 t} + 1 \cdot e^{-j\omega_0 t}$$

5. Dengan menggunakan Relasi Euler (N6):

$$x(t) = e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t} = 2 \cos(\omega_0 t)$$

Ini adalah representasi sinyal cosinus murni.

---

### 14.4 4) Daftar Kendaraan yang Digunakan

Berikut adalah daftar Kendaraan (persamaan, teorema, atau properti fundamental) yang digunakan dalam memecahkan soal-soal dan menyusun inti materi:

No.	Kendaraan	Deskripsi/Formulas Kunci	Sumber
1.	<b>Persamaan Analisis CTFS</b>	$c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$	
2.	<b>Persamaan Sintesis CTFS</b>	$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$	
3.	<b>Frekuensi Fundamental</b>	$\omega_0 = 2\pi/T$	
4.	<b>Relasi Euler</b>	$e^{\pm j\theta} = \cos \theta \pm j \sin \theta$	
5.	<b>Definisi Koefisien DC</b>	$c_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt$ (Nilai rata-rata)	
6.	<b>Properti Time Shifting</b>	$x(t - t_0) \leftrightarrow e^{-j k \omega_0 t_0} c_k$	
7.	<b>Properti Simetri Konjugat</b>	Jika $x(t)$ real, maka $c_k = c_{-k}^*$	
8.	<b>Properti Respon LTI</b>	$y(t) \leftrightarrow c_k H(jk\omega_0)$	
9.	<b>Definisi Respon Frekuensi</b>	$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$	
10.	<b>Fungsi Eigen LTI</b>	$e^{j\omega t}$ adalah eigenfunction LTI	
11.	<b>Properti Perkalian (Multiplication)</b>	$x(t)y(t) \leftrightarrow h_k = \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l b_{k-l}$	
12.	<b>Relasi Parseval</b>	$\frac{1}{T} \int_T  x(t) ^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}  c_k ^2$	
13.	<b>Kondisi Dirichlet</b>	Menentukan konvergensi deret Fourier (misalnya, <i>absolutely integrable</i> )	

# **15 Latihan UTS**

Soal UTS 2023 solusi UTS 2023

soal UTS 2024 solusi

# 16 Lampiran Petunjuk Penggunaan Alat Bantu dan Kendaraan dalam Sinyal dan Sistem (VALORAIZE Learning)

Knuth (1984) Dalam kerangka pembelajaran VALORAIZE, penguasaan alat bantu (tools) dan “kendaraan” (vehicles) merupakan elemen krusial untuk mengembangkan pemahaman mendalam dan keterampilan pemecahan masalah layaknya ahli. Berikut adalah petunjuk penggunaan alat bantu dan kategori kendaraan yang relevan:

---

Dalam VALORAIZE Learning, proses pemecahan masalah dikonseptualisasikan sebagai upaya menjembatani “celah” antara **informasi yang diketahui (“Titik Mulai”)** dan **solusi yang diinginkan (“Titik Akhir”)**. Untuk melintasi celah ini, Anda akan menggunakan “rute” (langkah-langkah) dan “kendaraan” (alat, teknik, metode) yang tepat. Dosen akan bertindak sebagai fasilitator yang memodelkan proses berpikir ini.

## 16.1 I. Kategori Kendaraan Pemecahan Masalah

“Kendaraan” adalah alat, teknik, dan metode spesifik yang digunakan untuk melintasi peta pengetahuan dan menjembatani kesenjangan antara yang diketahui dan yang tidak diketahui. Ini dikategorikan sebagai berikut:

### 1. Matematika (Fundamental)

- **Deskripsi:** Meliputi alat dasar matematis yang menjadi fondasi untuk menganalisis sinyal dan sistem.
- **Penggunaan:**
  - **Aljabar (K\_MAT\_Aljabar):** Digunakan untuk manipulasi persamaan, penyelesaian sistem persamaan, dan menyederhanakan ekspresi kompleks yang muncul dalam deskripsi sinyal dan sistem. Misalnya, dalam Transformasi Laplace atau Z, persamaan diferensial/beda diubah menjadi persamaan aljabar untuk penyelesaian yang lebih mudah.

- **Kalkulus (K\_MAT\_Kalkulus)**: Esensial untuk operasi seperti diferensiasi dan integrasi sinyal waktu kontinu, yang merupakan bagian inti dari analisis sinyal dan sistem. Diferensiasi digunakan untuk menganalisis laju perubahan sinyal, sedangkan integrasi (misalnya, konvolusi) digunakan untuk menentukan respons sistem.
- **Bilangan Kompleks (K\_MAT\_Bilangan Kompleks)**: Digunakan untuk merepresentasikan sinyal eksponensial kompleks dan sinusoidal serta dalam analisis domain frekuensi (Transformasi Fourier) dan domain kompleks (Transformasi Laplace dan Z). Properti bilangan kompleks (misalnya, bentuk polar dan Cartesian) sangat penting untuk memahami spektrum sinyal.

## 2. Diagram & Visualisasi (K\_VIS\_)

- **Deskripsi**: Alat visual grafis untuk memahami, menganalisis, dan merepresentasikan sinyal dan sistem.
- **Penggunaan**:
  - **Diagram Blok (K\_VIS\_DiagramBlok)**: Merepresentasikan interkoneksi sistem dan aliran sinyal secara visual. Ini membantu dalam memahami struktur sistem yang kompleks dan properti seperti linearitas dan invarian waktu.
  - **Plot Sinyal (K\_VIS\_PlotSinyal)**: Menggambarkan bentuk gelombang sinyal terhadap waktu atau variabel independen lainnya. Berguna untuk menganalisis properti sinyal seperti periodicitas, energi, daya, serta sinyal genap dan ganjil.
  - **Plot Pole-Zero (K\_VIS\_PoleZeroPlot)**: Visualisasi posisi pole dan zero dari fungsi transfer sistem pada bidang kompleks. Ini penting untuk menganalisis stabilitas, kausalitas, dan respons frekuensi sistem LTI.
  - **Bode Plot (K\_VIS\_BodePlot)**: Plot magnitudo dan fase respons frekuensi sistem. Digunakan untuk menganalisis kinerja filter dan sistem kendali, serta stabilitas sistem umpan balik.
- **Alat Tambahan (bukan dari sumber secara eksplisit sebagai kendaraan tapi mendukung visualisasi)**:
  - Mermaid: (**Informasi ini tidak secara langsung ditemukan dalam sumber yang diberikan, namun diselaraskan dengan filosofi VAL-ORAIZE**). Mermaid adalah alat berbasis teks untuk membuat diagram dan flowchart. Anda dapat menggunakannya untuk membuat Diagram Blok, Flowchart Peta Pemecahan Masalah, atau visualisasi lainnya dengan sintaksis Markdown yang mudah. Ini dapat diintegrasikan dengan baik dalam dokumen Quarto.

## 3. Operasi Dasar Sinyal/Sistem

- **Deskripsi:** Transformasi variabel independen dan operasi aritmetika pada sinyal yang fundamental dalam analisis sinyal.
- **Penggunaan:**
  - **Penskalaan Amplitudo:** Mengubah magnitudo sinyal.
  - **Pergeseran Waktu (Time Shifting):** Menggeser sinyal di sepanjang sumbu waktu. Penting untuk analisis kausalitas dan invarian waktu.
  - **Penskalaan Waktu (Time Scaling):** Memampatkan atau meregangkan sinyal di sepanjang sumbu waktu.
  - **Pembalikan Waktu (Time Reversal):** Membalik sinyal.
  - **Penjumlahan, Perkalian, Diferensiasi, Integrasi:** Operasi dasar yang diterapkan pada sinyal atau dalam persamaan sistem. Konvolusi adalah salah satu operasi kunci yang merupakan integral (atau penjumlahan) terbobot.

#### 4. Komputasi (Super Kendaraan)

- **Deskripsi:** Alat perangkat lunak canggih untuk komputasi, simulasi, dan analisis. Teknologi digital dan AI berfungsi sebagai “pengganda kekuatan”.
- **Penggunaan:**
  - **Python:** Bahasa pemrograman yang kuat dan serbaguna, banyak digunakan dalam teknik dan analisis data.
    - \* **SymPy (K\_KOM\_SymPy):** Pustaka Python untuk **komputasi simbolik**. Mirip dengan Symbolic Math Toolbox di MATLAB, memungkinkan Anda bekerja dengan ekspresi matematika secara simbolis (misalnya, diferensiasi, integrasi, manipulasi aljabar) tanpa perlu nilai numerik. Ini sangat berguna untuk mendapatkan solusi analitis dari transformasi atau persamaan sistem.
    - \* **SciPy (K\_KOM\_SciPy):** Pustaka Python untuk **komputasi ilmiah dan teknis**. Menyediakan modul untuk pemrosesan sinyal, aljabar linear, optimasi, statistik, dll. Sangat berguna untuk implementasi numerik algoritma sinyal dan sistem (misalnya, konvolusi, transformasi Fourier diskrit, desain filter).
    - \* **Matplotlib (implisit dari sumber):** Pustaka Python untuk **mem-buat plot dan visualisasi**. Digunakan bersama SciPy dan SymPy untuk memvisualisasikan sinyal, respons frekuensi, plot pole-zero, dan hasil simulasi lainnya.
  - **MATLAB:** Disebutkan sebagai alat penting untuk komputasi dan visualisasi, dengan *companion book* seperti *Explorations in Signals and Systems Using MATLAB*. Menyediakan fungsi bawaan untuk analisis sinyal (misalnya, `freqs`, `freqz`, `impulse`, `step`) dan desain filter (`butter`, `besself`, `cheby1`, `cheby2`, `fir1`, `fir2`, `fircls`, `firls`, `firpm`, `ellip`).

- **Alat Pembuatan Peta Pengetahuan Digital:** Miro, MindMeister, Microsoft Visio, Creately, XMind, Coggle, SimpleMind, Eraser DiagramGPT, Math Whiteboard, dan Excalidraw direkomendasikan untuk membuat peta pengetahuan interaktif dan kolaboratif, mengurangi beban kognitif ekstrinsik.

## 5. Transformasi (Algoritma)

- **Deskripsi:** Algoritma matematis yang mengubah sinyal dari satu domain ke domain lain untuk menyederhanakan analisis.
- **Penggunaan:**
  - **Transformasi Fourier:** Mengubah sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi. Penting untuk menganalisis konten frekuensi sinyal dan respons frekuensi sistem LTI.
  - **Transformasi Laplace:** Mengubah sinyal waktu kontinu dan persamaan diferensial menjadi domain s-kompleks. Transformasi ini sangat efektif untuk menganalisis stabilitas dan respons transien sistem LTI.
  - **Transformasi Z:** Analog dengan Transformasi Laplace untuk sinyal waktu diskrit dan persamaan beda. Digunakan untuk menganalisis stabilitas dan respons sistem LTI waktu diskrit.

## 6. Heuristik

- **Deskripsi:** Aturan atau metode non-algoritmik yang digunakan untuk merencanakan solusi dan memandu pemikiran strategis tingkat tinggi dalam pemecahan masalah. Ini adalah “meta-kendaraan”.
- **Penggunaan:**
  - **“Menggambar Diagram”:** Memvisualisasikan masalah atau sistem untuk mendapatkan wawasan awal (misalnya, diagram blok, plot sinyal).
  - **“Mentransformasi Masalah”:** Mengubah masalah ke domain lain (misalnya, dari domain waktu ke frekuensi menggunakan Fourier) untuk membuatnya lebih mudah dipecahkan.
  - **“Mencari Pola”:** Mengidentifikasi keteraturan atau struktur berulang dalam data atau solusi.
  - **“Bekerja Mundur”:** Memulai dari hasil yang diinginkan dan melacak kembali langkah-langkah untuk menemukan titik awal.
  - **“Menyederhanakan Masalah”:** Memecah masalah kompleks menjadi sub-masalah yang lebih kecil atau menganalisis versi yang lebih sederhana dari masalah tersebut.

## 16.2 II. Alat Bantu Umum (General Purpose Tools)

### 1. GitHub

- **Deskripsi:** Platform berbasis web untuk kontrol versi menggunakan Git.
- **Penggunaan:** GitHub sangat dianjurkan untuk **melacak progres proyek dan jurnal pembelajaran Anda**. Ini menciptakan **catatan kronologis yang terperinci, tidak dapat diubah, dan dapat diverifikasi** dari perjalanan intelektual Anda, termasuk setiap draf dan revisi. Ini juga menanamkan kebiasaan dokumentasi yang cermat dan pendekatan manajemen proyek yang profesional. Mahasiswa dapat membuat repositori untuk menyimpan Peta Pengetahuan dan Jurnal Pembelajaran mereka, memungkinkan kolaborasi dan pelacakan perubahan.

### 2. Quarto (untuk Kemasan Dokumen)

- **Deskripsi:** (**Informasi ini tidak secara langsung ditemukan dalam sumber yang diberikan, namun diselaraskan dengan filosofi VALORAIZE**). Quarto adalah sistem penerbitan ilmiah sumber terbuka yang memungkinkan Anda membuat dokumen berkualitas tinggi (laporan, presentasi, situs web, buku) dari Markdown dengan integrasi kode (misalnya, Python).
- **Penggunaan:** Mengingat penekanan VALORAIZE pada “artefak produk pengetahuan yang personal dan otentik”, “dokumen laporan”, dan “portofolio kuliah” yang ditautkan di blog pribadi, Quarto akan menjadi alat yang sangat sesuai. Anda dapat menggunakan Quarto untuk:
  - Menggabungkan teks penjelasan, kode Python (dengan SciPy, SymPy, Matplotlib), dan visualisasi (termasuk diagram Mermaid) ke dalam satu dokumen terpadu.
  - Menghasilkan laporan tugas dan Peta Pengetahuan Aplikatif dalam format yang rapi (PDF, HTML, Word).
  - Membangun situs web portofolio pribadi Anda untuk menampilkan artefak pembelajaran Anda.

---

Dengan memahami dan menerapkan kendaraan serta alat bantu ini secara efektif, Anda akan tidak hanya menguasai materi Sinyal dan Sistem, tetapi juga mengembangkan pola pikir dan keterampilan yang esensial bagi seorang insinyur profesional di era digital.

# References

Berikut adalah daftar rujukan berdasarkan informasi yang diberikan dalam sumber Anda:

1. Adams, M. D. (2012–2020). *Signals and Systems* (Edition 3.0). Michael D. Adams.
2. Boulet, B. (2005). *Fundamentals of signals and systems*. CHARLES RIVER MEDIA.
3. Hsu, H. (n.d.). *Schaum's Outline of Signals and Systems* (2nd ed.). (Diidentifikasi dari nama file sumber: “signals-and-systems-2nd-edition-schaums-outline-series-hwei-hsu.pdf”).
4. Johan, M. C., & Langi, A. Z. R. (n.d.). *VALORAIZE Learning: Kerangka Pembelajaran Inovatif Berbasis Peta Pengetahuan dan Ekosistem Penilaian Dinamis untuk Pendidikan Teknik*. (Dalam sumber ini juga dirujuk sebagai “Valoraize.pdf”).
5. Johan, M. C., & Langi, A. Z. R. (n.d.). *The VALORAIZE Architecture: A Pedagogical Framework for Cultivating Expert Cognition in the AI Era..* (Merujuk pada “VALORAIZE Learning: Ringkasan dan Analisis”).
6. Muriel, M. A. (n.d.). *Signals and Systems: Introduction*. (Diidentifikasi dari judul dan penulis dalam sumber).
7. Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., & Hamid, S. (1996). *Signals and Systems*. Prentice Hall.
8. Oppenheim, A. V. (n.d.). *Solutions: Signals and Systems* (2nd ed.). (Diidentifikasi dari nama file sumber: “Oppenheim-Solutions-Signals-And-Systems-2E-www.dbs85.tk.pdf”).
9. RPS. (n.d.). *Rencana Pembelajaran Satu Semester (EL2007)*. (Dokumen perencanaan semester).
10. *Signal-System-text-book-9.pdf*. (n.d.). (Buku teks tanpa informasi pengarang atau penerbit dalam kutipan).
11. *SIGNALS & SYSTEMS.pdf*. (n.d.). (Dokumen ringkasan tanpa informasi pengarang atau penerbit dalam kutipan).

Knuth, Donald E. 1984. “Literate Programming.” *Comput. J.* 27 (2): 97–111. <https://doi.org/10.1093/comjnl/27.2.97>.