

Solusi Ujian Tengah Semester 2021

EL 2007 Sinyal dan Sistem

22 Agustus 2022

- Ujian Tutup Buku dan bekerja sendiri.
- Soal ini bersifat benar-salah, pilihan ganda, mengisi, dan *essay*.
- Kecuali disebutkan khusus, setiap jawaban ber-skor 1.
- Anda tidak harus mengerjakan semua soal karena skor maksimal UTS ini 50 (lima puluh).
- Untuk benar-salah dan pilihan ganda, jawaban yang salah mendapat pengurangan skor.
- Untuk essay diperlukan logika penurunan.
- Jawaban dilakukan di tempat menjawab yang disediakan di Edunex. Atau sebagai alternatif, bisa ditulis pada secarik kertas dan difoto dengan jelas, dan di unggah pada tempat jawaban Edunex tersebut.
- Selamat bekerja

Bagian I

Soal

1. (Skor 10) Benar Salah

a) Superposisi berbentuk umum, di mana ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

Kasus $v_k = z(t - kT)$ dan $a_k = \text{konstan}$, apakah $x(t)$ periodik?

BENAR

$$x(t) = c \sum_k z(t - kT)$$

periodik dengan periode T, karena ini mekanisme pembentukan sinyal periodik dari sinyal a periodik

b) Superposisi berbentuk umum, di mana ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

Kasus $v_k = \sin(\frac{2\pi}{T} kt)$ apakah $x(t)$ periodik?

BENAR

$$x(t) = \sum_k a_k \sin(\frac{2\pi}{T} kt)$$

periodik dengan periode T, karena ini STRUKTUR deret Fourier simetri ganjil

c) Superposisi berbentuk umum, di mana ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

Kasus $v_k = \cos(\frac{2}{T} kt)$ apakah $x(t)$ periodik?

SALAH

$$x(t) = \sum_k a_k \cos(\frac{2}{T} kt) \neq x(t + T_p) = \sum_k a_k \cos(\frac{2}{T} k(t + T_p))$$

tidak periodik karena tidak ada periode T_p .

d) Superposisi berbentuk umum, di mana ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

e) Superposisi berbentuk umum, di mana ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

Kasus $v_k = e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$ apakah $x(t)$ periodik?

BENAR

$$x(t) = \sum_k a_k e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$$

periodik dengan periode T, karena ini STRUKTUR deret Fourier

f) Superposisi berbentuk umum, di mana ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

Kasus $v_k = \delta(t - kT)$ apakah $x(t)=0$ pada $t \neq kT$?

BENAR

$$x(t) = \sum_k a_k \delta(t - kT)$$

adalah deretan impulse pada $t=kT$ yang diboboti a_k , sehingga bernilai 0 di luar impulse

g) Superposisi berbentuk umum, di mana ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

Kasus $v_k = \delta(t - kT)$ apakah $x(t) = a_k$ pada $t = kT$?

BENAR

$$x(t) = \sum_k a_k \delta(t - kT)$$

adalah deretan impulse pada $t = kT$ yang diboboti a_k , sehingga pada titik $t = kT$ tersebut $x(kT) = a_k$

h) Diketahui tiga hal: Ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

Dan ada sebuah sistem menghasilkan sinyal $w_k(t)$ bila dimasuki $v_k(t)$.

Ada skalar b_k dan sinyal $w_k(t)$ sehingga

$$y(t) = \sum_k b_k w_k(t)$$

Bila Sistem Linier dimasuki $x(t)$ manapun, apakah output adalah $y(t)$?

BENAR

itu adalah implikasi utama sistem linier

i) Diketahui tiga hal: Ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

Dan ada sebuah sistem menghasilkan sinyal $w_k(t)$ bila dimasuki $v_k(t)$.

Ada skalar b_k dan sinyal $w_k(t)$ sehingga

$$y(t) = \sum_k b_k w_k(t)$$

Bila Sistem Time Invariant dimasuki $x(t)$ manapun, apakah output adalah $y(t)$?

SALAH

Sistem time invariant tidak memiliki sifat terkait superposisi

j) Diketahui tiga hal: Ada skalar a_k dan sinyal $v_k(t)$ sehingga

$$x(t) = \sum_k a_k v_k(t)$$

Dan ada sebuah sistem menghasilkan sinyal $w_k(t)$ bila dimasuki $v_k(t)$.

Ada skalar b_k dan sinyal $w_k(t)$ sehingga

$$y(t) = \sum_k b_k w_k(t)$$

Bila sistem LCCDE rileks dimasuki $x(t)$ manapun, apakah output adalah $y(t)$?

BENAR

itu adalah implikasi utama sistem linier dan LCCDE rileks linier

2. (Skor 13) Sinyal

a) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \theta\right)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Nyatakan sinyal ini dalam bentuk penjumlahan kompleks eksponensial $e^{j\omega_k t}$

$$x(t) = A \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \theta\right) = \frac{A}{2} e^{j(\frac{\pi}{2}t + \theta)} + \frac{A}{2} e^{-j(\frac{\pi}{2}t + \theta)} = \frac{A}{2} e^{j\theta} e^{j\frac{\pi}{2}t} + \frac{A}{2} e^{-j\theta} e^{-j\frac{\pi}{2}t}$$

- b) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Pada θ berapa sinyal ini simetri genap?

$$\theta = k\pi$$

- c) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Pada θ berapa sinyal ini simetri ganjil?

$$\theta = k\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

- d) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Bila diketahui Energi = 0.5, berapa A ?

Salah soal. Energi sinusoidal tak hingga.

Asumsi, bukan E

nergi tapi Daya=0.5, sedangkan untuk sinusoidal $x(t) = A \cos(\frac{2\pi}{T}t + \theta)$ memiliki daya $P = A^2/2$, maka $A = 1$.

- e) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Berapa frekuensi f ?

Sinusoidal umum $x(t) = A \cos(\frac{2\pi}{T}t + \theta)$ memiliki frekuensi $f = 1/T$, maka $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki $T = 4$, sehingga $f = 1/4$.

- f) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Berapa frekuensi ω ?

Sinusoidal umum $x(t) = A \cos(\omega t + \theta)$ memiliki frekuensi ω , maka $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki $\omega = \pi/2$.

- g) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Berapa periode T ?

Sinusoidal umum $x(t) = A \cos(\frac{2\pi}{T}t + \theta)$ memiliki Periode T , maka $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki $T = 4$.

- h) (Skor 2) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Sinyal yang memenuhi simetri genap dan Energi = 0.5 memiliki Deret Fourier a_k . Berapa a_k .

Secara umum sinyal periodik dengan periode T memiliki Deret Fourier a_k , sehingga $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$. Maka $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta) = \frac{A}{2}e^{j(\frac{\pi}{2}t + \theta)} + \frac{A}{2}e^{-j(\frac{\pi}{2}t + \theta)} = \frac{A}{2}e^{j\theta}e^{j(\frac{\pi}{4}t)} + \frac{A}{2}e^{-j\theta}e^{-j(\frac{\pi}{4}t)}$. Karena $T = 4$, maka $a_k = 0$ kecuali $a_1 = \frac{A}{2}e^{j\theta}$ dan $a_{-1} = \frac{A}{2}e^{-j\theta}$

- i) (Skor 2) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Sinyal yang memenuhi simetri ganjil dan energi 0.5 memiliki DF b_k , apa hubungan a_k dan b_k .

Koreksi: energi -> daya

Secara umum sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta) = \frac{A}{2}e^{j(\frac{\pi}{2}t + \theta)} + \frac{A}{2}e^{-j(\frac{\pi}{2}t + \theta)} = \frac{A}{2}e^{j\theta}e^{j(\frac{\pi}{4}t)} + \frac{A}{2}e^{-j\theta}e^{-j(\frac{\pi}{4}t)}$ memiliki $T = 4$, dan $a_k = 0$ kecuali $a_1 = \frac{A}{2}e^{j\theta}$ dan $a_{-1} = \frac{A}{2}e^{-j\theta}$. Khusus $x(t) = \cos(\frac{\pi}{2}t \pm \frac{\pi}{2})$ bersimetri ganjil dan daya 0.5. Jadi $b_k = a_k$ dimana $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$

- j) (Skor 2) Sebuah sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta)$ memiliki amplituda A , frekuensi = f Hz atau ω (rad/second) dan fasa θ (radian). Berapa besar waktu tunda antara sinyal di simetri genap dan simetri ganjil.

Secara umum sinyal $x(t) = A \cos(\frac{\pi}{2}t + \theta) = \frac{A}{2}e^{j(\frac{\pi}{2}t + \theta)} + \frac{A}{2}e^{-j(\frac{\pi}{2}t + \theta)} = \frac{A}{2}e^{j\theta}e^{j(\frac{2\pi}{4}t)} + \frac{A}{2}e^{-j\theta}e^{-j(\frac{2\pi}{4}t)}$ memiliki $T = 4$, dan $a_k = 0$ kecuali $a_1 = \frac{A}{2}e^{j\theta}$ dan $a_{-1} = \frac{A}{2}e^{-j\theta}$. Khusus $x(t) = \cos(\frac{\pi}{2}t \pm \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2}(t \pm 1))$ bersimetri ganjil, sedangkan $x(t) = \cos(\frac{\pi}{2}t)$ bersimetri genap. Jadi terjadi perbedaan fasa $\Delta\theta = \pm\frac{\pi}{2}$, ekuivalen dengan waktu tunda $\Delta t = \pm 1$.

3. (SKOR 12) LCCDE

sebuah sistem LCCDE CT orde satu

$$\tau \frac{d}{dt}y(t) + y(t) = x(t) \quad (1)$$

memiliki response magnituda

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(\omega\tau)^2 + 1}}$$

respons fasa

$$\angle H(\omega) = -\arctan(\omega\tau)$$

respons impuls dan respons step, masing-masing sebagai

$$h(t) = \frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}u(t) \quad (2)$$

$$s(t) = h(t) \otimes u(t) = [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]u(t) \quad (3)$$

a) Sebuah sistem LCCDE yang memiliki persamaan diferensial

$$2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Asumsi sistem rileks. Cari magnitude respons: _____

untuk $\tau = 2$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{4\omega^2 + 1}}$$

b) Sebuah sistem LCCDE yang memiliki persamaan diferensial

$$2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Asumsi sistem rileks. Cari respons fasa: _____

untuk $\tau = 2$

$$\angle H(\omega) = -\arctan(2\omega)$$

c) Sebuah sistem LCCDE yang memiliki persamaan diferensial

$$2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Asumsi sistem rileks. Apa respons sistem ini bila diberikan input $\delta(t)$? _____

untuk $\tau = 2$

$$h(t) = \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}}u(t)$$

- d) Sebuah sistem LCCDE yang memiliki persamaan diferensial

$$2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Asumsi sistem rileks. Apa respons sistem ini bila diberikan input $u(t)$ _____

untuk $\tau = 2$

$$s(t) = h(t) \otimes u(t) = [1 - e^{\frac{t}{2}}] u(t)$$

- e) (skor 4) Sebuah sistem LCCDE yang memiliki persamaan diferensial

$$2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Asumsi sistem rileks. Apa respons sistem ini bila diberikan input $x(t) = 2 \cos(3t)$ _____

Sinyal $x(t) = 2 \cos(3t)$ memiliki $\omega = 3$
sebuah sistem LCCDE CT orde satu

$$2\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = x(t)$$

memiliki response magnituda pada $\omega = 3$

$$|H(3)| = \frac{1}{\sqrt{(3 \times 2)^2 + 1}} = 0.164399$$

respons fasa pada $\omega = 3$

$$\angle H(\omega) = -\arctan(3 \times 2) = -1.40565$$

Maka respons sistem

$$y(t) = 0.328797975 \cos(3t - 1.40565)$$

- f) (skor 4) Sebuah sistem LCCDE yang memiliki persamaan diferensial

$$2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Asumsi sistem rileks. Apa respons sistem ini bila diberikan input $x(t) = 2 \cos(3t)u(t)$ _____

Untuk LCCDE

$$2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

solusi homogen nya adalah

$$y_h(t) = ce^{-\frac{1}{2}t}$$

dan input

$$x(t) = 2 \cos(3t) u(t)$$

Menghasilkan solusi partikular

$$y_p(t) = a_1 \cos(3t) + a_2 \sin(3t)$$

dan

$$\frac{dy_p(t)}{dt} = -3a_1 \sin(3t) + 3a_2 \cos(3t)$$

yang bila disubstitusi ke dalam LCCDE, didapat untu $t > 0$

$$2(-3a_1 \sin(3t) + 3a_2 \cos(3t)) + a_1 \cos(3t) + a_2 \sin(3t) = 2 \cos(3t)$$

yang dipenuhi bila

$$-6a_1 + a_2 = 0$$

$$a_1 + 6a_2 = 2$$

sehingga $a_1 = 2/37$ dan $a_2 = 12/37$, sehingga pada $t \geq 0$

$$y(t) = ce^{-\frac{1}{2}t} + \frac{2}{37} \cos(3t) + \frac{12}{37} \sin(3t)$$

dalam keadaan rileks, $y(0)=0$, sehingga

$$0 = C + \frac{2}{37} \Rightarrow C = -\frac{2}{37}$$

dan pada $t \geq 0$

$$y(t) = -\frac{2}{37}e^{-\frac{1}{2}t} + \frac{2}{37} \cos(3t) + \frac{12}{37} \sin(3t)$$

4. (SKOR 15) Fourier Transform

Secara umum

$$x(t) = \begin{cases} 1; & |t| \leq a \\ 0; & |t| > a \end{cases}$$

memiliki

$$X(\omega) = 2a \frac{\sin \omega a}{\omega a}$$

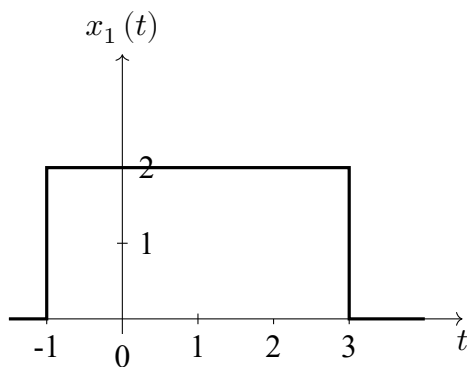
sehingga

$$x_1(t) = Ax(t - \tau)$$

memiliki

$$X_1(\omega) = AX(\omega) e^{-j\omega\tau} = 2Aa \frac{\sin \omega a}{\omega a} e^{-j\omega\tau}$$

- a) (skor 1) Sebuah sinyal $x(t)$ seperti diperlihatkan pada gambar di bawah ini memiliki Fourier Transform $X(\omega)$.



Hitung $X(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

Untuk $A = 2$, $a = 2$, dan $\tau = 1$

$$X_1(\omega) = 2Aa \frac{\sin \omega a}{\omega a} e^{-j\omega\tau}$$

$$X(0) = 8$$

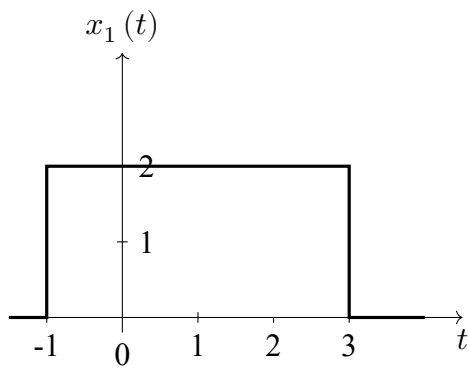
atau cara alternatif

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

maka $X(0)$ adalah luas daerah di bawah kurva $x(t)$ yaitu

$$X(0) = 8$$

- b) (skor 1) Sebuah sinyal $x(t)$ seperti diperlihatkan pada gambar di bawah ini memiliki Fourier Transform $X(\omega)$.



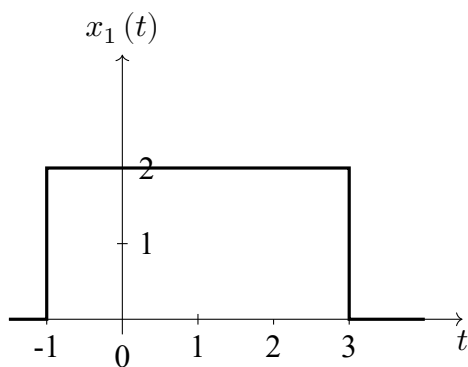
Cari $\angle X(\omega) = \underline{\hspace{2cm}}$

Untuk $A = 2$, $a = 2$, dan $\tau = 1$

$$X_1(\omega) = 2Aa \frac{\sin \omega a}{\omega a} e^{-j\omega \tau}$$

$$\angle X(\omega) = -2\omega$$

- c) (skor 2) Sebuah sinyal $x(t)$ seperti diperlihatkan pada gambar di bawah ini memiliki Fourier Transform $X(\omega)$.



Hitung $\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) d\omega = \underline{\hspace{2cm}}$

Dari inversi

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

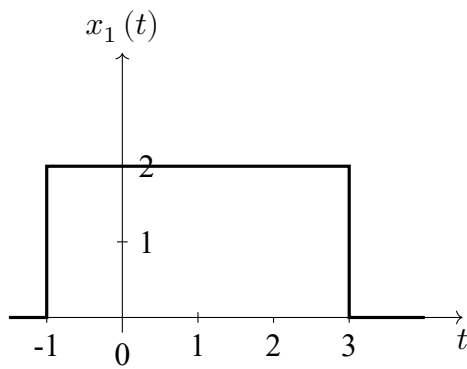
diperoleh

$$x(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) d\omega$$

sehingga

$$\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) d\omega = 2\pi x(0) = 4\pi$$

- d) (skor 5) Sebuah sinyal $x(t)$ seperti diperlihatkan pada gambar di bawah ini memiliki Fourier Transform $X(\omega)$.



Hitung $\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 \frac{2 \sin \omega}{\omega} e^{j2\omega} d\omega = \underline{\hspace{2cm}}$

Salah soal. seharusnya

$$\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \frac{2 \sin \omega}{\omega} e^{j2\omega} d\omega = ?$$

Bila $\tau = -2, a = 1$, dan $A = 1$

$$X_1(\omega) = \frac{2 \sin \omega}{\omega} e^{j2\omega} = 2Aa \frac{\sin \omega a}{\omega a} e^{-j\omega \tau}$$

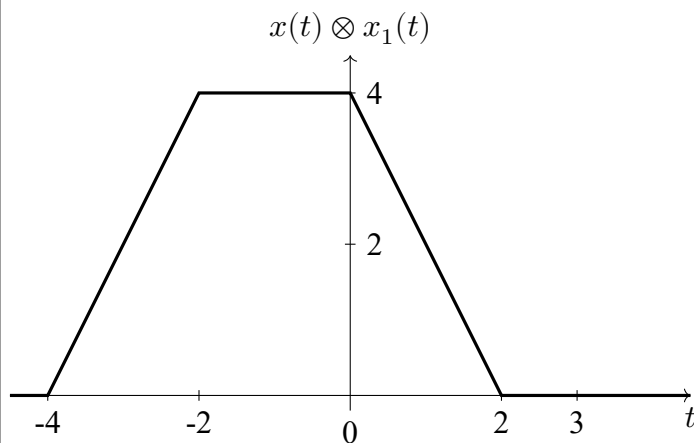
maka

$$x_1(t) = x_2(t + 2)$$

dimana

$$x_2(t) = \begin{cases} 1; & |t| \leq 1 \\ 0; & |t| > 1 \end{cases}$$

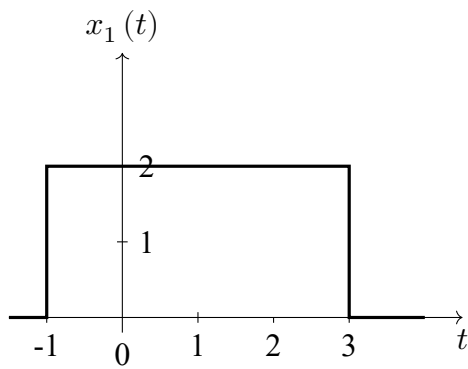
Konvolusi $x(t) \otimes x_1(t)$



sehingga

$$\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \frac{2 \sin \omega}{\omega} e^{j2\omega} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \otimes x_1(t) dt = 16$$

- e) (skor 2) Sebuah sinyal $x(t)$ seperti diperlihatkan pada gambar di bawah ini memiliki Fourier Transform $X(\omega)$.



Hitung $\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = \underline{\hspace{2cm}}$

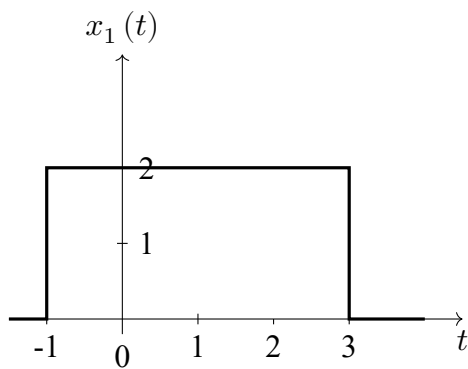
Dari Relasi Parseval

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

maka

$$\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = 2\pi(16) = 32\pi$$

- f) (skor 4) Sebuah sinyal $x(t)$ seperti diperlihatkan pada gambar di bawah ini memiliki Fourier Transform $X(\omega)$.



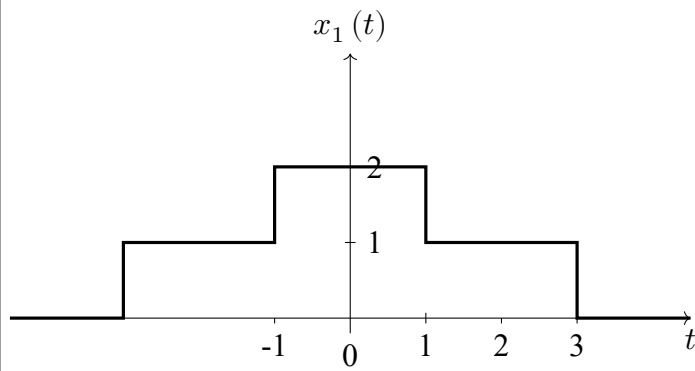
Tentukan dan sketsa sinyal $y(t)$ di mana $Y(\omega) = \Re\{X(\omega)\}$

Dari sifat TF

$$x_e(t) \longleftrightarrow \operatorname{Re} \{X(\omega)\}$$

sehingga

$$y(t) = x_e(t) = \frac{1}{2} [x(t) + x(-t)]$$



5. (Skor 23) Sebuah LCCDE hendak difungsikan sebagai filter *high pass* memiliki Bode plot respons magnituda sebagai berikut, dengan

- peredaman sekurangnya 20 dB di daerah stopband pada frekuensi sekitar < 100 Hz
- peredaman 0 dB di daerah pass band pada frekuensi > 300 Hz
- penguatan transisi -3 dB boleh terjadi pada suatu titik dalam rentang antar 100-300 Hz
- Dari konteksnya Soal ini mengasumsikan FILTER Butterworth orde N. Dalam bentuk orde N, filter Butterworth memiliki Bode plot dengan penguatan 0 dB pada daerah pass band, -3dB di ω_c dan -20 dB/dekade di daerah stopband

titik-titik kritis

	passband edge	ω_c	stopband edge	1 dekade
f Hz	300		100	30
ω Rad/s	1884,9556		628,31853	
$10 * \log \omega$				
dB	0		-20	

Alternatif menggunakan desain filter, khususnya transformasi frekuensi diperoleh

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + 1351,4057s + 1826297,3} \cdot \frac{s}{s + 1351,4057}$$

Soal

- (Skor 5) Cari respons frekuensi $H(\omega)$ dari LCCDE yang memenuhi permintaan ini dengan orde terkecil
- (Skor 5) Cari persamaan LCCDE sistem yang memenuhi permintaan ini
- (Skor 5) Cari rangkaian pasif RLC sederhana yang memenuhi sifat ini
- (Skor 4) Gambar Bode plot respons fasa
- (Skor 4) Cari respons impuls $h(t)$