

**Exercice 1 - Les questions sont indépendantes**

1 a Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Montrer que  $\sqrt{\frac{3^{n+10} + 9^5}{3^{n+2} + 9}} \in \mathbb{N}$ .

b Montrer que  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} \in \mathbb{Q}$ .

2 a Comparer  $3\sqrt{5}$  et  $4\sqrt{3}$ , puis comparer  $\frac{1}{2 - 3\sqrt{5}}$  et  $\frac{1}{2 - 4\sqrt{3}}$ .

b Soit  $x$  un nombre réel différent de 1 et 2. Calculer :

$$A = \frac{-2}{x-1} - \frac{1 - \frac{1}{x-2}}{1 + \frac{1}{x-2}}$$

3 Factoriser les expressions suivantes :

$$E = x^2 - 4 + (x+3)(x-2) - 3(x-2)^2$$

$$F = x^3 + 27 + 2(x^2 - 9) + 3x + 9$$

4 Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels tels que :  $x < y < 3$ .

a Montrer que :  $x + y - 6 < 0$ .

b Comparer les deux nombres :  $A = x^2 - 6x + 1$  et  $B = y^2 - 6y + 1$ .

5 Déterminer les ensembles suivants :

$$[-2; 5] \cap ]0; 7] \quad ; \quad ]0; +\infty[ \cap \mathbb{N} \quad ; \quad \mathbb{R}^* \cup \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad \mathbb{R}_+^* \cup \mathbb{R}_-^*$$

6 Soient  $a, b$  et  $c$  trois nombres réels non nuls tels que :  $ab + ac + bc = 0$ . Montrer que :

$$\frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a} = -3$$

**Exercice 2**

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tels que :  $a \leq 3, b \leq \frac{1}{2}$  et  $ab = 1$ .

1 Calculer  $X = \sqrt{(a-3)^2} \sqrt{(1-2b)^2} + a + 6b$ .

2 Montrer que :  $2 \leq a \leq 3$  et  $\frac{1}{3} \leq b \leq \frac{1}{2}$ .

3 Montrer que :  $\frac{3}{7} \leq \frac{1}{a-2b} \leq 1$ .

4 Montrer que le nombre  $\frac{5}{7}$  est une valeur approchée du nombre  $\frac{1}{a-2b}$  à  $\frac{2}{7}$  près.

**Exercice 3**

Traduire chacune des expressions suivantes à l'aide d'un intervalle (ou réunion d'intervalles) :

1  $t > -4$  et  $t < -1$

2  $t \leq -3$  ou  $t > 3$

3  $t \geq 2$  ou  $t < 0$

4  $t \neq -5$  et  $t < 1$