
QCM

► EXERCICE 1 :Indiquer la bonne réponse *a*, *b* ou *c*.

1. Soit $f(x) = 8x^3 + 1$. La primitive de f qui est nulle en 1 est :
 - a) $x^4 + 1$
 - b) $2x^4 + x - 3$
 - c) $3x^4 + 1$
2. L'ensemble des solutions de l'équation : $\ln(x^2 - 4) = \ln(2 + x)$
 - a) $]0, +\infty[$
 - b) $\{-2, 3\}$
 - c) $\{3\}$
3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln x < 0$:
 - a) \emptyset
 - b) $] -\infty, 0[$
 - c) $]0, 1[$

FONCTION LOGARITHME

► EXERCICE 2 :Soit f la fonction numérique définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln x - x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1. Montrer que f est continue à droite en 0.
2. Calculer :
 - a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 - b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
 - c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$
3. (a) Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$.
 (b) Dresser le tableau de variations de f sur $[0; +\infty[$.
 (c) Déterminer la valeur minimale de f sur $]0; +\infty[$.
 (d) En déduire que pour tout x de $]0; +\infty[$, $\ln x \geq \frac{x-1}{x}$.

PRIMITIVES

► EXERCICE 3 :On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $I =]1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^5 - 2x^3 + 5x}{(x^2 - 1)^2}$$

1. Justifier que la fonction f admet une fonction primitive définie sur l'intervalle I .
2. Vérifier que pour tout $x \in I$: $f(x) = x + \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$.
3. En déduire les fonctions primitives de la fonction f sur l'intervalle I .