

Exercice 1 - Les questions sont indépendantes

1 a Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que $\sqrt{\frac{3^{n+10} + 9^5}{3^{n+2} + 9}} \in \mathbb{N}$.

b Montrer que $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} \in \mathbb{Q}$.

2 a Comparer $3\sqrt{5}$ et $4\sqrt{3}$, puis comparer $\frac{1}{2 - 3\sqrt{5}}$ et $\frac{1}{2 - 4\sqrt{3}}$.

b Soit x un nombre réel différent de 1 et 2. Calculer :

$$A = \frac{-2}{x-1} - \frac{1 - \frac{1}{x-2}}{1 + \frac{1}{x-2}}$$

3 Factoriser les expressions suivantes :

$$E = x^2 - 4 + (x+3)(x-2) - 3(x-2)^2$$

$$F = x^3 + 27 + 2(x^2 - 9) + 3x + 9$$

4 Soient x et y deux nombres réels tels que : $x < y < 3$.

a Montrer que : $x + y - 6 < 0$.

b Comparer les deux nombres : $A = x^2 - 6x + 1$ et $B = y^2 - 6y + 1$.

5 Déterminer les ensembles suivants :

$$[-2; 5] \cap]0; 7] \quad ; \quad]0; +\infty[\cap \mathbb{N} \quad ; \quad \mathbb{R}^* \cup \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad \mathbb{R}_+^* \cup \mathbb{R}_-^*$$

6 Soient a, b et c trois nombres réels non nuls tels que : $ab + ac + bc = 0$. Montrer que :

$$\frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a} = 3$$

Exercice 2

Soient a et b deux nombres réels tels que : $a \leq 3$, $b \leq \frac{1}{2}$ et $ab = 1$.

1 Calculer $X = \sqrt{(a-3)^2} \sqrt{(1-2b)^2} + a + 6b$.

2 Montrer que : $2 \leq a \leq 3$ et $\frac{1}{3} \leq b \leq \frac{1}{2}$.

3 Montrer que : $\frac{3}{7} \leq \frac{1}{a-2b} \leq 1$.

4 Montrer que le nombre $\frac{5}{7}$ est une valeur approchée du nombre $\frac{1}{a-2b}$ à $\frac{2}{7}$ près.

Exercice 3

Traduire chacune des expressions suivantes à l'aide d'un intervalle (ou réunion d'intervalles) :

1 $t > -4$ et $t < -1$

2 $t \leq -3$ ou $t > 3$

3 $t \geq 2$ ou $t < 0$

4 $t \neq -5$ et $t < 1$