בס"ד

תרגיל 4 רשתות - חלק יבש

הילה אלישיב 213033970
אלעד גרוס 213456932

ניקח מקרה קצה פשוט בשביל בדיקת שפיות עבור הסימולציה שלנו.

1. שרת יחיד.
2. קצב הגעת בקשות השירות: 10 (הודעות ליח' זמן) .
3. קצב השירות: 12 (בקשות ליח' זמן).
4. גודל התור: 5.

סעיף א':

נעזר חוק ליטל את תוחלת זמן השהייה (המתנה ושירות) במערכת.

$$\overline{N} = \overline{\lambda} \cdot \overline{T}$$

$\overline{N}$ - מס' הצרכנים הכולל במערכת, אלה הממתינים לשירות ואלה המקבלים שירות כעת.

$\overline{\lambda}$ - קצב הגעה ממוצע למערכת, לא כולל הלקוחות שעוזבים בלי לקבל שירות.

$\overline{\mathbf{T}}$ - זמן שהייה ממוצע במערכת, מרגע הגעה למערכת עד סיום קבלת שירות ויציאה ממנה, (הדרוש לנו בשאלה).

נפתור כפי שראינו בתרגול, נחשב את $\overline{N}, \overline{\lambda}$ ואז נוכל לחשב ולקבל את הדרוש:

$$\overline{T} = \frac{\overline{N}}{\overline{\lambda}}$$

במערכת שלנו יש 7 מצבים מצבים 0 עד 5 אילו מצבים המתארים את מס' הלקוחות במערכת בעוד שמצב 6 מתאר את המצב בו 5 לקוחות מחכים בתור ולקוח אחד בטיפול על ידי השרת, כך גם שאר המצבים תמיד לקוח אחד מטופל והשאר מחכים בתור חוץ ממצב 0 שאין אף לקוח במערכת ולכן אף אחד לא בטיפול גם.

נבחין כי המערכת במצב יציב שכן לעולם לא תתפוצץ, בכל רגע נתון לכל היותר יש 5 לקוחות מחכים בתור ולקוח אחד בטיפול כרגע (יחיד). לפי מה שראינו בתרגול נסיק כי קצב המעבר בין מצב j כלשהו למצב $j+1$ שווה לקצב המעבר בין $j+1$ ל- j.

לפיכך נקבל את המשוואות הבאות:

$$\lambda P_0 = \mu P_1 \quad (1)$$
$$\lambda P_1 = \mu P_2 \quad (2)$$
$$\lambda P_2 = \mu P_3 \quad (3)$$
$$\lambda P_3 = \mu P_4 \quad (4)$$

$$\lambda P_4 = \mu P_5 \quad (5)$$
$$\lambda P_5 = \mu P_6 \quad (6)$$

ולכן משוואה 7 מתקיימת:

$$P_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i P_0 \quad (7)$$

כעת נבחין כי מתקיים 2 המשוואות הבאות:

$$\overline{N} = \sum_{i=0}^{6} i\, P_i = \sum_{i=0}^{6} i\, \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i P_0 \quad (8)$$

$$\overline{\lambda} = \sum_{i=0}^{6} \lambda_i\, P_i \underbrace{=}_{\lambda_i=\lambda\ (0\leqslant i\leqslant 5),\quad \lambda_6=0} \sum_{i=0}^{6} \lambda\, P_i = \lambda \sum_{i=0}^{5} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i P_0 \quad (9)$$

כעת לסיום הפתרון:

$$\overline{T} = \frac{\overline{N}}{\overline{\lambda}} = \frac{\sum_{i=0}^{6} i\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i P_0}{\lambda \sum_{i=0}^{5}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i P_0} = \frac{P_0 \sum_{i=0}^{6} i\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i}{P_0 \lambda \sum_{i=0}^{5}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i} =$$

$$\underbrace{=}_{\lambda=10,\ \mu=12} \frac{\sum_{i=0}^{6} i\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i}{\lambda \sum_{i=0}^{5}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i} = 0.2482356$$

לביטוי הסופי יש לנו את כל הנתונים, הצבנו וקיבלנו את התשובה.

סעיף ב':

הגרף שקיבלנו לאחר הרצת הסימולציה:

סעיף ג':

נבחין כי ככל שמגדילים את זמן ריצת הסימולטור אנחנו שואפים יותר ויותר לתוחלת של החישוב התאורטי, כפי שציפינו. וכשזמן הריצה קטן אז זה לא באמת מייצג רואים כל מיני ה- outliners כמו עבור 10 בציר האופקי. בסך הכל, קיבלנו תוצאות כפי שצפוי.