Ingeniería Mecatrónica

Control Analógico

Análisis de la Respuesta de un Sistema
Sistemas de Segundo Orden

Práctica #2

1. Objetivo y competencias a desarrollar por el participante

Objetivos:

- Examinar la respuesta en el tiempo de los sistemas de segundo orden ante una entrada mediante el uso de MATLAB.

Competencia a desarrollar

- Analizar el comportamiento de los sistemas de segundo orden de acuerdo a su frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento mediante el uso de programación en MATLAB.

2. Competencias previas.

- Conocimiento de Transformada de Laplace.
- Conocimiento de Transformada inversa de Laplace
- Conocimiento de la función de transferencia de un sistema.
- Conocimiento de respuesta en el tiempo de sistemas de primer orden

3. Equipo, Materiales e Insumos

- Computadora.
- Software Matlab

4. Descripción de la Práctica

En esta práctica se realizará el análisis de respuesta en el tiempo de un sistema de control de segundo orden respecto a su frecuencia natural y su coeficiente de amortiguamiento. Para ello utilizaremos Matlab para implementar y realizar dichos análisis.

5. Procedimiento

5.1 Función de transferencia de sistemas de segundo orden.

Consideremos la función de transferencia de un sistema de segundo orden, el cual tiene la forma:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2}$$

Donde:

ω_n es conocida como la frecuencia natural del sistema

ζ es el coeficiente de amortiguamiento.

De acuerdo con la Figura 1, analicemos el comportamiento de respuesta del sistema de segundo orden bajo una entrada escalón unitario para diversos valores del coeficiente de amortiguamiento:

1. **Subamortiguado** $(0 < \zeta < 1)$: Respuesta transitoria oscilatoria
2. **Amortiguamiento crítico** $(\zeta = 1)$:Respuesta empieza a oscilar
3. **Sobreamortiguado** $(\zeta > 1)$: Respuesta nunca oscila
4. **No amortiguado** $(\zeta = 0)$: Respuesta oscilatoria o críticamente estable

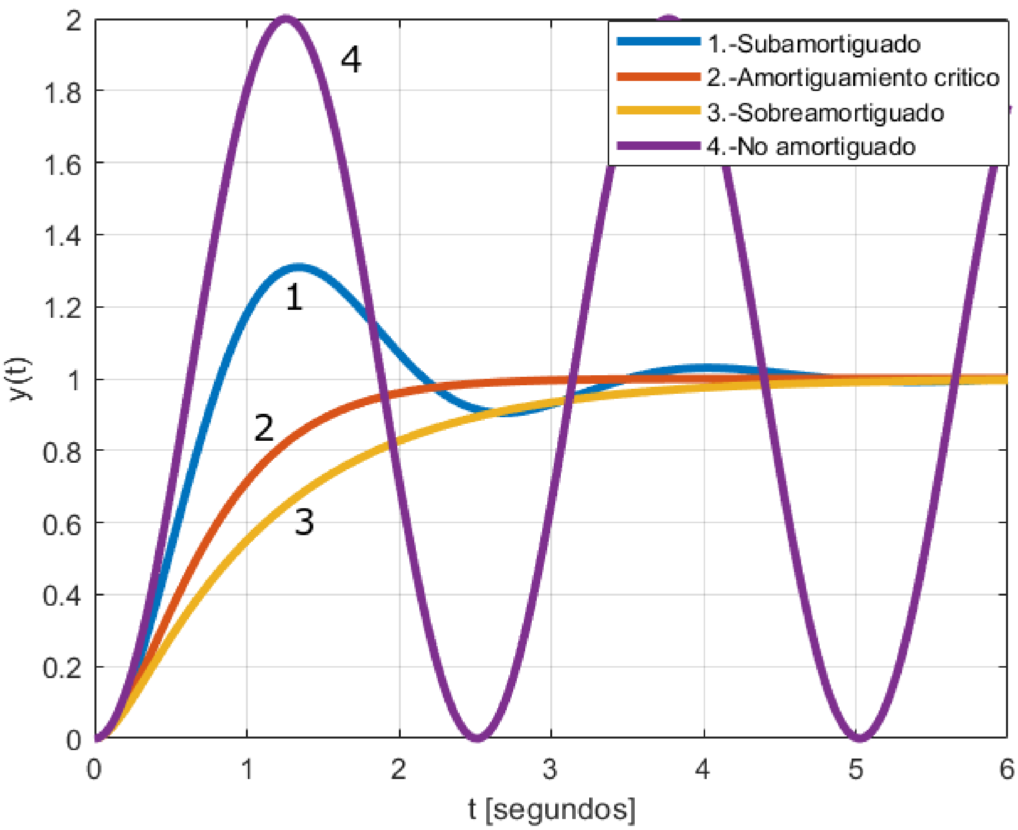

Figura 1. Respuesta de sistema de segundo orden ante el valor del coeficiente de amortiguamiento.

Actividad 1: Para generar las gráficas de la Figura 1, se utilizó el siguiente código en Matlab:

```
clc; %limpiar ventana de comandos
clear all; %limpiar el workspace
close all; %cerrar ventanas emergentes

t=0:0.01:6;
Wn=2.5; %frecuencia natural

%% subamortiguado 0<Z<1
Z=0.35; %Coeficiente de amortiguamiento

Wd=Wn*sqrt(1-Z^2);
Vo1=1.-exp(-Z.*Wn.*t).*( cos(Wd.*t) + (Z/sqrt(1-Z^2)).*sin(Wd.*t) );
plot(t,Vo1,'LineWidth',3)

grid on
hold on

%% Amortiguamiento crítico*
Z=1; %Coeficiente de amortiguamiento

Wd=Wn*sqrt(1-Z^2);
Vo2=1.-exp(-Z.*Wn.*t).*( cos(Wd.*t) + (Wn.*t) );
hold on
plot(t,Vo2,'LineWidth',3)

%% Sobreamortiguado*
Z=1.5; %Coeficiente de amortiguamiento

Wd=Wn*sqrt(1-Z^2);
Vo3=1.-exp(-Z.*Wn.*t).*( cos(Wd.*t) + (Z/sqrt(1-Z^2)).*sin(Wd.*t) );
hold on
plot(t,Vo3,'LineWidth',3)

%% no amortiguado
Z=0; %Coeficiente de amortiguamiento
Wd=Wn*sqrt(1-Z^2);
Vo4=1.-exp(-Z.*Wn.*t).*( cos(Wd.*t) + (Z/sqrt(1-Z^2)).*sin(Wd.*t) );
hold on
plot(t,Vo4,'LineWidth',3)

legend('1.-Subamortiguado','2.-Amortiguamiento critico','3.-
Sobreamortiguado','4.-No amortiguado')

xlabel('t [segundos]')
ylabel('y(t)')
```

INSTRUCCIONES: Teclear el código anterior y jugar con los coeficientes de amortiguamiento y la frecuencia natural para generar dos gráficas similares a la Figura 1. Incluye todas las observaciones que sean interesantes para ti sobre el comportamiento del sistema de segundo orden.

Actividad 2: Considere el sistema del circuito RLC mostrado en la Figura 2.

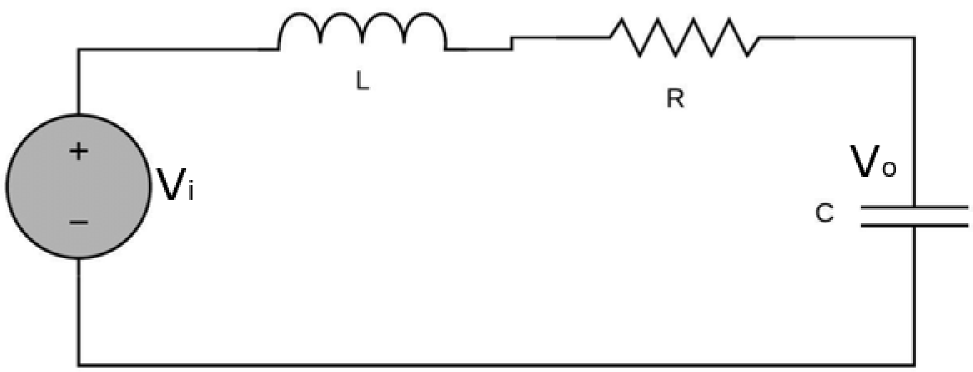

Figura 2. Circuito RLC

La función de transferencia del circuito de la Figura 2 es:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1/LC}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

Por lo tanto es fácil deducir que la frecuencia de resonancia es $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Si obtenemos las raíces del denominador resulta que:

$$s_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$
$$s_2 = -\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

Definamos $\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$ como la frecuencia natural amortiguada del sistema.

INSTRUCCIONES: Utilizando el código de la Actividad 1, implementar la gráfica de respuesta del sistema RLC ante la entrada del escalón unitario, utilizar valores comerciales de los componentes de R,L y C. No olvides calcular cuanto vale ζ en términos de los compontes R,L y C y generar los 4 comportamientos: Subamortiguado, Amortiguamiento crítico, Sobreamortiguado y No amortiguado.

6. Bibliografía

6.1 Ogata, K. (2003). Ingeniería de control moderna. Pearson Educación.
