

Q1 Trouver la valeur approximative de $f(2,5)$ pour la situation suivante.

x	2	3	4
$f(x)$	1,8	1,2	0,9

méthode directe

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

$$(E_1) a_0 + 2a_1 + 4a_2 = 1,8$$

$$(E_2) a_0 + 3a_1 + 9a_2 = 1,2$$

$$(E_3) a_0 + 4a_1 + 16a_2 = 0,9$$

↓
Éliminons a_0

$$E_2 \Rightarrow 0 + a_1 + 5a_2 = -0,6$$

$$E_3 \Rightarrow 0 + 2a_1 + 12a_2 = -0,9$$

↓
Éliminons a_1 .

$$E_3 = E_3 - 2E_2$$

$$E_3 \Rightarrow 0 + 2a_2 = 0,3$$

Tirons a_2

$$2a_2 = 0,3 \Rightarrow a_2 = \frac{0,3}{2} \Rightarrow a_2 = 0,15$$

Tirons a_1 .

$$a_1 + 5 \cdot (0,15) = -0,6 \Rightarrow a_1 = -0,6 - 0,75$$

$$a_1 = -1,35$$

Tirons a_0

$$a_0 + 2 \cdot (-1,35) + 4 \cdot 0,15 = 1,8$$

$$a_0 + (-2,7) + 0,6 = 1,8 \Rightarrow a_0 - 2,1 = 1,8 \Rightarrow a_0 = 1,8 + 2,1 = 3,9$$

$$f(x) = 3,9 - 1,35x + 0,15x^2$$

$$\begin{aligned} f(2,5) &= 3,9 + (-1,35) \cdot 2,5 + 0,15 \cdot 2,5^2 \\ &= 3,9 - 3,375 + 0,9375 \\ &= 1,4625 \end{aligned}$$

Newton

$$P_1) = 1,8 \Rightarrow C_0 = 1,8$$

$$P_2) = 1,2 \Rightarrow C_0 + C_1 = 1,2$$

$$P_3) = 0,9 \Rightarrow C_0 + 2C_1 + 2C_2 = 0,9$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,8 \\ 1,2 \\ 0,9 \end{pmatrix}$$

$$C_0 = 1,8$$

$$C_0 + C_1 = 1,2$$

$$C_1 = 1,2 - 1,8$$

$$C_1 = -0,6$$

$$C_0 + 2C_1 + 2C_2 = 0,9$$

$$1,8 + 2(-0,6) + 2C_2 = 0,9$$

$$1,8 - 1,2 + 2C_2 = 0,9$$

$$0,6 + 2C_2 = 0,9$$

$$2C_2 = 0,9 - 0,6$$

$$2C_2 = 0,3$$

$$C_2 = 0,15$$

$$P(x) = 1,8 - 0,6(x - x_0) + 0,15(x - x_0)(x - x_1)$$

$$= 1,8 - 0,6(x - 2) + 0,15(x - 2)(x - 3)$$

(x)

x

$$= 1,8 - 0,6x + 1,2 + 0,15(x^2 - 5x + 6)$$

$$= 1,8 - 0,6x + 1,2 + 0,15x^2 - 0,75x + 0,9$$

$$= 1,8 - 0,6x + 1,2 + 0,15x^2 - 0,75x + 0,9$$

$$= \boxed{0,15x^2 - 1,35x + 3,9}$$

f(2,5)

$$0,15(2,5)^2 - 1,35(2,5) + 3,9$$

$$= 0,9375$$

$$= \boxed{1,4625}$$

méthode de Lagrange.

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-3)(x-4)}{(2-3)(2-4)} = \frac{(x-3)(x-4)}{(-1)(-2)} = \frac{1}{2}(x-3)(x-4)$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x-2)(x-4)}{(3-2)(3-4)} = \frac{(x-2)(x-4)}{(1)(-1)} = -(x-2)(x-4)$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(4-2)(4-3)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(2)(1)} = \frac{1}{2}(x-2)(x-3)$$

$$P(x) = 1,8L_0(x) + 1,2L_1(x) + 0,9L_2(x)$$

$$\Rightarrow \frac{1,8}{2}(x-3)(x-4) - 1,2(x-2)(x-4) + \frac{0,9}{2}(x-2)(x-3)$$

$$\Rightarrow \frac{1,8}{2}(x^2 - 4x - 3x + 12) - 1,2(x^2 - 4x - 2x + 8) + \frac{0,9}{2}(x^2 - 3x - 2 + 6)$$

$$\Rightarrow \frac{1,8}{2}(x^2 - 7x + 12) - 1,2(x^2 - 6x + 8) + \frac{0,9}{2}(x^2 - 3x + 4)$$

$$\Rightarrow \frac{1,8x^2}{2} - \frac{12,6x}{2} + \frac{21,6}{2} - 1,2x^2 + 7,2x + 9,6 + \frac{0,9}{2}x^2 - \frac{4,5x}{2} + \frac{5,4}{2}$$

$$\Rightarrow 0,9x^2 - 6,3x + 10,8 - 1,2x^2 + 7,2x - 9,6 + 0,45x^2 - 2,25x + 2,7$$

$$\Rightarrow (0,9x^2 - 1,2x^2 + 0,45x^2) + (-6,3x + 7,2x - 2,25x) + (10,8 - 9,6 + 2,7)$$

$$\Rightarrow 0,15x^2 - 1,35x + 3,9$$

$$f(2,5) = 0,15(2,5)^2 - 1,35(2,5) + 3,9$$

$$= \boxed{1,4625}$$