

Examen – Electromagnétisme Saph235

Durée : 3 heures

Document autorisé : une feuille manuscrite recto-verso au format A4.

Problème : Propriétés magnétiques des ferrites Ni-Zn.

Les Ferrites Ni-Zn sont des matériaux magnétiques très utilisés pour les applications hautes fréquences ($>1\text{Mz}$) du fait de leur forte résistivité électrique ($>10^5\Omega\cdot\text{m}$) qui empêche le développement des courants de Foucault et leurs effets néfastes associés. Nous étudierons d'abord ce matériau au niveau du micro magnétisme dans la 1^{ère} partie du problème. Dans la 2^{ème} partie du problème, nous nous intéresserons à la réponse du matériau sous l'effet d'un champ magnétique \vec{H}_a appliqué.

I. Calcul de l'aimantation des ferrites Ni-Zn.

Les ferrites Ni-Zn possèdent une structure cubique semblable à la magnétite (structure de type spinelle). Les compositions chimiques sont du type $(\text{Zn}_\delta^{2+}\text{Fe}_{1-\delta}^{3+})[\text{Ni}_{1-\delta}^{2+}\text{Fe}_{1+\delta}^{3+}]\text{O}_4^{2-}$ (cristal ionique) où $0 < \delta < 1$ correspond au taux de zinc. Les cations entre parenthèses sont situés dans des sites tétraédriques (sites A) entourés de 4 ions O^{2-} tandis que les cations entre crochets sont situés dans des sites octaédriques (sites B) entourés de 8 ions O^{2-} .

La structure magnétique est ferrimagnétique c'est-à-dire antiferromagnétique non totalement compensée. La structure magnétique est schématisée dans le tableau ci-dessous.

	Site A	Site B	Site oxygène
distribution ionique	$(\text{Zn}_\delta^{2+} \text{Fe}_{1-\delta}^{3+})$	$[\text{Ni}_{1-\delta}^{2+} \text{Fe}_{1+\delta}^{3+}]$	O_4^{2-}
orientation des moments magnétiques (lorsqu'ils sont non nuls)	↓	↑ ↑	

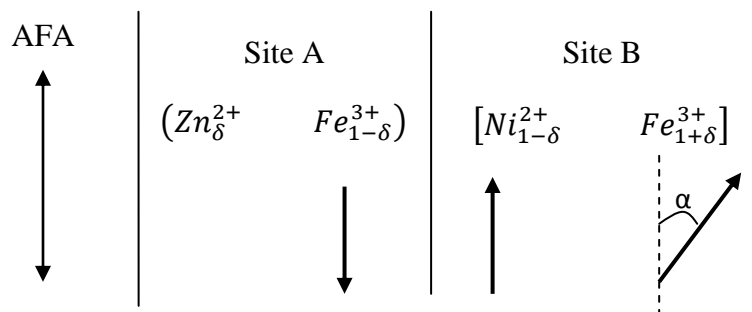
Les moments magnétiques (lorsqu'ils existent) des ions sont dirigés suivant un axe de facile aimantation (AFA) du cristal. Les sens peuvent être positifs ou négatifs suivant les ions.

I.1. Les atomes de fer, nickel, zinc, et oxygène possèdent respectivement 26, 28, 30, et 8 électrons dans leurs états fondamentaux (non ionisés !). Pour chacun des ions Fe^{3+} , Ni^{2+} , Zn^{2+} , et O^{2-} , donner les structures électroniques (du type $1s^2 2s^2 \dots$), et donner les valeurs des moments magnétiques orbitaux M_L , de spins M_S , et des moments magnétique globaux M_J (les exprimer en magnéton de Bohr μ_B). On précise que pour les ions métalliques, dans chaque cas les couches 4s sont vides.

I.2. Donner l'expression du moment magnétique théorique d'une « molécule » de composition $(\text{Zn}_{\delta}^{2+} \text{Fe}_{1-\delta}^{3+})[\text{Ni}_{1-\delta}^{2+} \text{Fe}_{1+\delta}^{3+}]\text{O}_4^{2-}$ en fonction du taux δ de Zn^{2+} et du magnéton de Bohr μ_B (on rappelle que ces ions sont dans une structure cristalline...). Dans le cas particulier $\delta=0.3$, donner la valeur de ce moment magnétique global d'une « molécule » en unité de magnéton de Bohr. Vérifier sur le document annexe la justesse de la prévision.

I.3. On se place ici dans le cas particulier $\delta=0.3$. Déterminer l'expression donnant le nombre de « molécules » $(\text{Zn}_{0.3}^{2+} \text{Fe}_{0.7}^{3+})[\text{Ni}_{0.7}^{2+} \text{Fe}_{1.3}^{3+}]\text{O}_4^{2-}$ dans 1m^3 de ferrite. En déduire l'aimantation à saturation (théorique) M_s (en A/m) et la polarisation à saturation J_s (en T) du ferrite. La valeur obtenue est en fait celle pour une température de 0 K. A température ambiante, la polarisation à saturation est environ 2 fois plus faible.

I.4. Sur la figure 1, on constate que la loi théorique (établie en I.2.) liant le moment magnétique d'une « molécule » au taux δ de Zn^{2+} n'est valable que pour des taux $\delta < 0.35$. Pour $\delta > 0.35$, les moments magnétiques portés par les ions Fe^{3+} des sites B commencent à s'écarter de la direction de facile aimantation (AFA). Ils font alors un angle $+\alpha$ ou $-\alpha$ (de façon équiprobable) avec cette direction (voir ci-dessous).

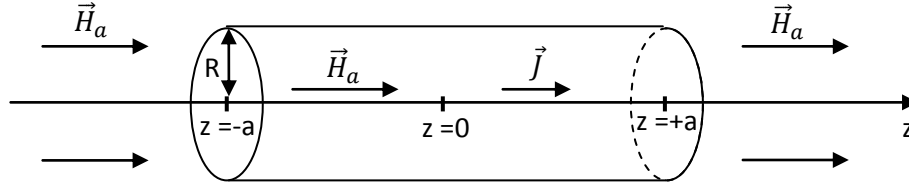


Donner le moment magnétique global théorique (projection sur l'AFA) d'une « molécule » en fonction du taux δ de Zn^{2+} , de l'angle α des ions Fe^{3+} dans les sites B et du magnéton de Bohr μ_B . Dans le cas $\delta=0.8$ (voir Fig. 1), déterminer la valeur de l'angle α . De même dans le cas $\delta=1$.

II. Réponse du matériau sous l'effet d'un champ magnétique appliqué \vec{H}_a . Mesure de la susceptibilité magnétique.

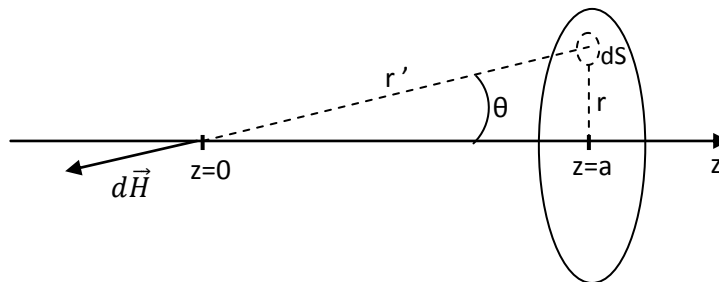
On se propose de mesurer la susceptibilité magnétique χ d'un ferrite Ni-Zn. On dispose d'un échantillon de ce matériau sous la forme un cylindre allongé (d'axe z). On applique au cylindre, grâce à une source extérieure (bobines de Helmholtz par exemple), un champ \vec{H}_a

homogène et porté par la direction z . Un champ de polarisation \vec{J} homogène et uniforme suivant la direction z est alors induit dans le matériau. Si on veut connaître la susceptibilité intrinsèque χ du matériau (indépendamment de sa géométrie) il est nécessaire de déterminer le champ démagnétisant \vec{H}_d produit par le matériau pour pouvoir effectuer une correction de champ démagnétisant. On va donc tout d'abord calculer le champ démagnétisant produit par le cylindre de ferrite grâce à la méthode de l'analogie coulombienne.



II.1. Dans le cadre de l'analogie coulombienne, justifier que les densités de « charges magnétiques » sont non-nulles seulement sur les 2 bases du cylindre. Donner leurs expressions en fonction de J , la polarisation.

II.2. Calculer au centre du cylindre ($z = 0$) le champ démagnétisant produit par la base (de rayon R) du cylindre située en $z = a$. Pour cela, on pourra d'abord déterminer l'expression du champ $d\vec{H}$ produit par un élément de surface dS de la base, puis intégrer sur toute la surface de la base (voir figure ci-dessous).



II.3. En rajoutant la contribution de la base en $z = -a$, déterminer l'expression de champ démagnétisant total \vec{H}_d produit par le cylindre en $z = 0$. En déduire le coefficient démagnétisant N au centre du cylindre.

II.4. Quel est le champ magnétique total interne \vec{H} au centre du cylindre ? En déduire pour un matériau magnétique linéaire ($\vec{M} = \chi \cdot \vec{H}$) une relation entre \vec{H} et \vec{H}_a exprimée en fonction de N et χ . Quel est le lien entre \vec{B} et \vec{H} pour un matériau linéaire ? En déduire une relation entre \vec{B} (induction interne totale au centre du cylindre) et \vec{H}_a .

II.5. Pour mesurer la susceptibilité χ du ferrite on fait l'expérience suivante : au niveau de l'abscisse $z = 0$, on bobine $n=10$ spires (resserrées) d'un fil émaillé sur le cylindre. On applique un champ sinusoïdal $B_a = \mu_0 \cdot H_a$ de 10 mT d'amplitude, à la fréquence $f = 10$ kHz. Dans ces conditions, on mesure une tension d'amplitude 4,2 Volts aux bornes de la bobine. Si on retire le cylindre de ferrite de la bobine (toute chose étant égale par ailleurs), la tension aux bornes de la bobine n'est plus que de 0.12 Volts.

Grâce à la loi de Faraday-Lenz, donner l'expression de la tension induite aux bornes de la bobine en fonction de n , f , B_a , χ , N , et S (aire de la section du cylindre de ferrite).

II.6. Dédurre des 2 résultats de mesure de tension induite, la valeur numérique de la susceptibilité χ (intrinsèque) du ferrite. On considérera un cylindre dont la longueur vaut 5 fois son diamètre et on supposera que sur toute la section en $z = 0$, le coefficient démagnétisant N est partout égal à la valeur déterminée au centre du cylindre en $z = 0$.

II.7. Si la correction de champ démagnétisant n'avait pas été faite, quelle aurait été la susceptibilité magnétique χ obtenue (susceptibilité extrinsèque) ?

III. Données et figure.

Nombre d'Avogadro: $N_a = 6,023 \times 10^{23}$ atomes/mol.

Magnéton de Bohr : $\mu_B = 0,927 \times 10^{-23} \text{ A.m}^2$. Perméabilité absolue du vide : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$.

Masse molaire du zinc : $65,38 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$. Masse molaire du nickel : $58,7 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$.

Masse molaire du fer : $55,85 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$. Masse molaire de l'oxygène : $16 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$.

Masse volumique du ferrite Ni-Zn : $5,3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

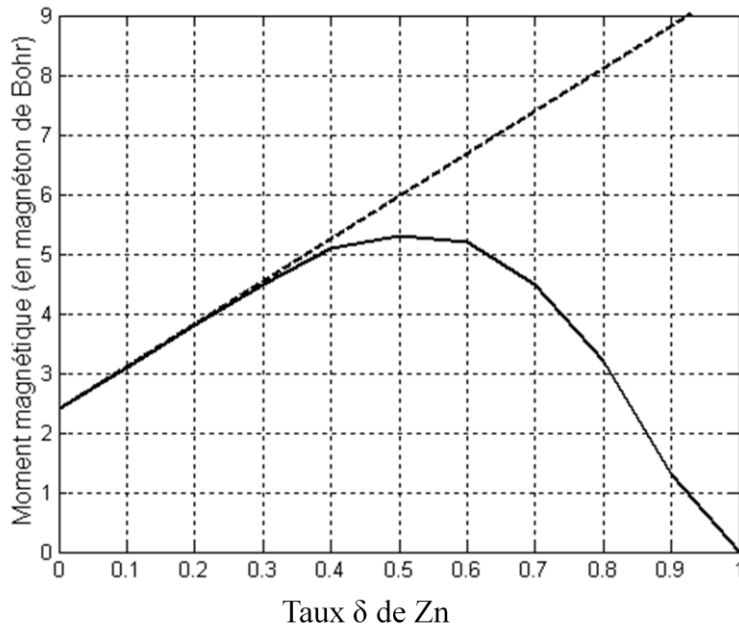


Figure 1 : Evolution du moment magnétique pour une « molécule » de ferrite en fonction du taux δ de Zn. La droite en pointillés représente l'asymptote en $\delta=0$.

Quelques primitives de fonctions :

$$\int \frac{x dx}{(x^2 - a^2)} = \frac{1}{2} \ln(x^2 - a^2)$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2 + a^2)^n} = \frac{-1}{2(n-1)(x^2 + a^2)^{n-1}}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \sqrt{x^2 - a^2}$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2 - a^2)^n} = \frac{-1}{2(n-1)(x^2 - a^2)^{n-1}}$$