

SAPH-233 : Traitement de l'Energie

13 juin 2018

L'examen est découpé en deux parties : partie Electronique de puissance et partie Conversion de l'énergie.
Ces deux parties sont à rendre sur des copies séparées.

Partie Conversion de l'énergie

Durée 2 heures

Pas de document autorisé, Calculatrice autorisée

Les trois exercices 1, 2 et 3 de cette partie sont indépendants.

1 Exercice 1 : Questions de cours

Dans toute la suite de l'exercice le système étudié est un système triphasé, toutes les grandeurs sont sinusoïdales et en régime permanent. Nous passerons d'une notation temporelle des grandeurs $s(t) = S_m \cos(\omega t + \psi)$ à leur représentation complexe $\underline{S} = S_m e^{j\psi}$ et vice et versa. Dans toute la suite la tension $v_{AN}(t)$ sera prise comme origine des phases.

Le schéma électrique de l'étude est représenté sur la figure 1.

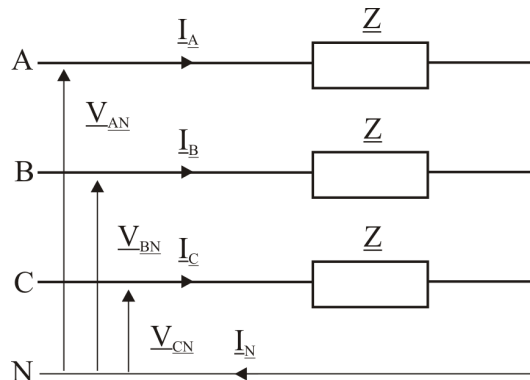


FIGURE 1 – Schéma triphasé d'une charge équilibré

Question 1.1 : Donner les relations entre les courants \underline{I}_A , \underline{I}_B , \underline{I}_C et les tensions \underline{V}_A , \underline{V}_B , \underline{V}_C .

Question 1.2 : Que vaut le courant \underline{I}_N si la charge est équilibrée.

L'impédance de charge s'écrit :

$$\underline{Z} = R + jX \quad (1)$$

Avec R la résistance en Ohm et X la réactance en Ohm telle que $X = x * \omega$ et ω la pulsation électrique.

Question 1.3 : Écrire la puissance active du système en fonction des courants.

Question 1.4 : Écrire la puissance réactive du système en fonction des courants.

Question 1.5 : Quelles sont les hypothèses qui permettent de passer d'un schéma triphasé à un schéma monophasé équivalent ?

2 Exercice 2 : L'inductance à entrefer

Dans cet exercice, nous supposons que les parties ferromagnétiques sont linéaires et possèdent une perméabilité relative de $\mu_r = 400$. Le schéma de l'inductance à entrefer est représenté sur la figure 2.

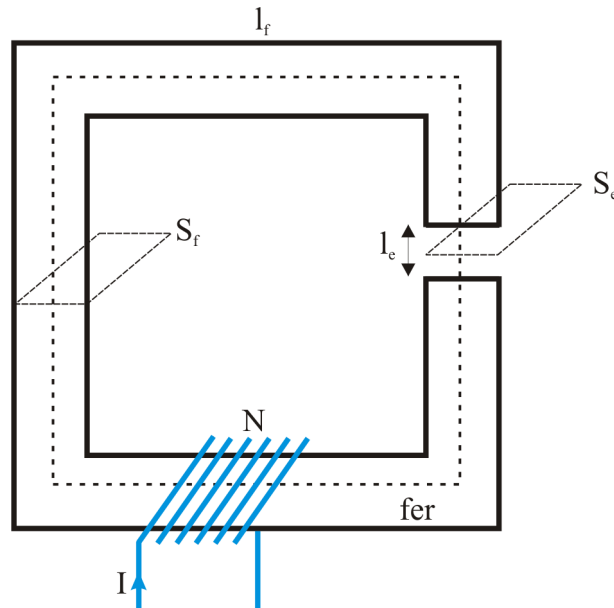


FIGURE 2 – Représentation d'une inductance à entrefer constant

Glossaire

- $N = 10$: nombre de spires de la bobine
- $I = 1\text{ A}$: Courant dans la bobine
- $l_f = 10\text{ cm}$: longueur totale dans le fer
- $S_f = 4\text{ cm}^2$: section de passage au travers du fer
- $l_e = 5\text{ mm}$: longueur totale dans l'entrefer
- $S_e = 4\text{ cm}^2$: section de passage au travers de l'entrefer

On supposera que la section de passage du flux magnétique dans le fer est équivalente à la section de passage dans l'entrefer.

Question 2.1 : Ecrire les équations des matériaux pour le fer et l'air.

Question 2.2 : Choisir un contour d'Ampère et y appliquer le théorème d'Ampère.

Question 2.3 : Appliquer la conservation du flux au circuit.

Question 2.4 : A partir des questions précédentes, déterminer l'induction magnétique B_e dans l'entrefer.

Question 2.5 : Déterminer l'énergie magnétique dans le fer et dans l'entrefer. Comparer ces deux énergies.

Question 2.6 : Déterminer la valeur de l'inductance.

Question 2.7 : Retrouver la valeur de l'inductance en utilisant un schéma magnétique équivalent que vous préciserez.

3 Exercice 3 : Une machine électrique élémentaire

3.1 Questionnement général

Question 3.1 : Rappeler l'expression du théorème des travaux virtuels. Que devient-il pour des matériaux tous linéaires ?

On propose d'étudier la machine élémentaire dont la géométrie est donnée en figure 3. Le rotor et le stator sont en $FeSi_3\%$ de perméabilité finie. Le rotor tourne et fait un angle θ_e avec la dent stator (la figure 3 est représentée pour $\theta_e = 0$). La bobine de cuivre est alimentée par une densité de courant J_s telle que :

$$J_s * S_b * k_b = N_s * I_s \quad (2)$$

Avec :

- N_s : le nombre de spires de la bobine.
- I_s : le courant dans la bobine.
- S_b : la section totale bobinable de la bobine.
- k_b : le coefficient de remplissage (manière dont on a pu mettre les fils de cuivre dans l'encoche).

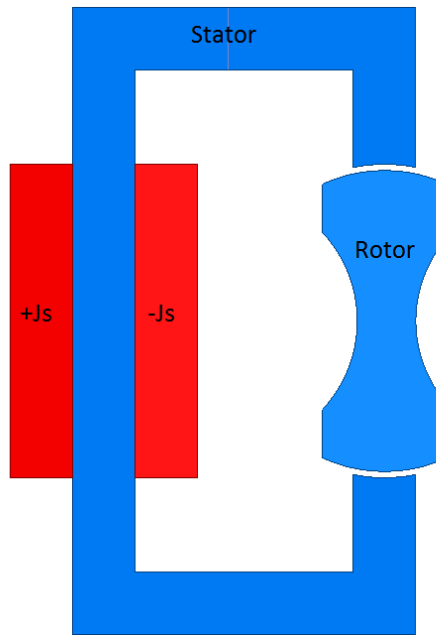


FIGURE 3 – Géométrie de la machine élémentaire. Rotor et Stator (bleu) en fer. Bobines de cuivre (rouge) avec une densité de courant J_s .

Une fois la simulation par Elements Finis (FEM) effectuée, les lignes de champ magnétique sont tracées pour $\theta_e = 0$, figure 4.

Question 3.2 : En vous servant de la figure 4, expliquer où se situent les lignes de flux de fuite et les lignes de flux principal.

Pour un grand nombre de valeurs de θ_e entre 0 et 180 deg , la valeur de l'inductance a été tracée sur la figure 5.

Dans la suite, on propose de modéliser cette variation d'inductance $L(\theta_e)$ par sa valeur moyenne et ses deux premiers harmoniques (L_1 , L_2).

$$L(\theta_e) = L_0 + L_1 * \cos(2 * 1 * \theta_e) + L_2 * \cos(2 * 2 * \theta_e) \quad (3)$$

Question 3.3 : A partir des travaux virtuels dans le cas linéaire, montrer que le couple électromagnétique C_e s'écrit :

$$C_e(\theta_e) = \frac{1}{2} \frac{\partial L(\theta_e)}{\partial \theta_e} * I_s^2(\theta_e) \quad (4)$$

On notera $\langle C_e \rangle$ la valeur moyenne sur un tour de rotation de $C_e(\theta_e)$. Nous souhaitons dans la suite maximiser le quotient $\frac{\langle C_e \rangle}{\text{Pertes Joule}}$. Pour cela nous allons tester différentes formes de courant à injecter.

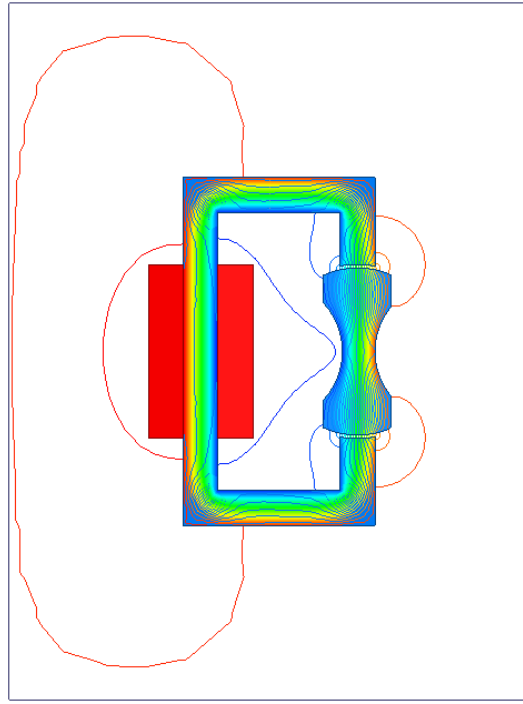


FIGURE 4 – Lignes de flux magnétique pour la géométrie de la machine élémentaire alimentée par une densité de courant J_s .

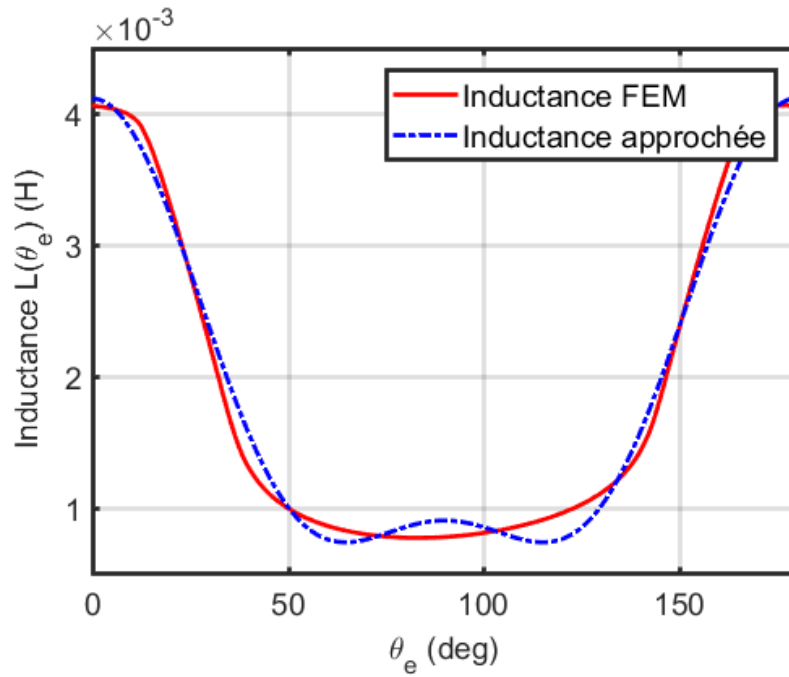


FIGURE 5 – Comparaison de l'inductance simulée par Éléments Finis et par son approximation au second harmonique.

3.2 Alimentation par un courant sinusoïdal pur

Nous alimentons la machine élémentaire par un courant de forme :

$$I_s(\theta) = I_{\sinus} * \cos(1 * \theta_e - \frac{\pi}{4}) \quad (5)$$

Question 3.4 : Calculer le rapport $\frac{\langle C_e \rangle}{\text{Pertes Joule}}|_{\sinus}$ pour une résistance de la phase unitaire.

3.3 Alimentation par un courant harmonique

Nous alimentons la machine élémentaire par un courant de forme :

$$I_s(\theta) = I_1 * \cos(1 * \theta_e - \frac{\pi}{4}) + I_2 * \cos(2 * \theta_e - \frac{\pi}{4}) \quad (6)$$

Question 3.4 : Sans faire de (lourds) calculs supplémentaires, calculer le rapport $\frac{\langle C_e \rangle}{Pertes\ Joule}|_{harmonique}$ pour une résistance de la phase unitaire.

3.4 Alimentation par un courant rectangulaire

Nous alimentons la machine élémentaire par un courant de forme :

$$\begin{aligned} I_s(\theta) &= I_r \text{ pour } \theta \in [0; \frac{\pi}{2}] \\ &= 0 \text{ pour } \theta \in]\frac{\pi}{2}; \pi] \end{aligned} \quad (7)$$

Question 3.5 : Calculer le rapport $\frac{\langle C_e \rangle}{Pertes\ Joule}|_{rectangulaire}$ pour une résistance de la phase unitaire.
Nous alimentons la machine élémentaire par un courant de forme :

$$\begin{aligned} I_s(\theta) &= I_r \text{ pour } \theta \in [0; \frac{\pi}{4}] \\ &= 0 \text{ pour } \theta \in]\frac{\pi}{4}; \pi] \end{aligned} \quad (8)$$

Question 3.6 : Sans faire de (lourds) calculs supplémentaires, calculer le rapport $\frac{\langle C_e \rangle}{Pertes\ Joule}|_{rectangulaire}$ pour une résistance de la phase unitaire.

3.5 Conclusion

Question 3.7 : Pour les quatre alimentations, calculer le rapport $\frac{\langle C_e \rangle}{Pertes\ Joule}|$ pour $L_1 = 1.6mH$ et $L_2 = 0.63mH$.

Question 3.8 : Commenter ces résultats et conclure quant à la meilleure alimentation en courant pour cette machine élémentaire.

SAPHIRE : 233 - Conversion d'énergie

EXAMEN : Partie Modélisation Electro-Magnétique

Il est demandé de traiter les deux parties du sujet (Partie Modélisation Electro-Magnétique et partie Electronique de Puissance) sur des copies séparées.

Durée conseillée pour la partie Modélisation Electro-Magnétique : 1h 30 minutes

1 Mise en situation

La généralisation de l'électrification des actionneurs notamment dans le domaine des transports pousse les chercheurs à inventer de nouvelles structures de convertisseurs électro-mécaniques ainsi que de leur électronique de puissance. Ainsi, dans le brevet internationale WO2010/067021A2, l'équipe du professeur Thierry Meynard propose une solution pour améliorer la densification d'un actionneur synchrone par le fractionnement (ou découpage) de la bobine des phases de la machine en plusieurs bobines fractionnées sur chacune des phases, voir annexe. Chacune de ces bobines est alimentée par un convertisseur d'électronique de puissance.

2 Étude de la solution proposée, simplification du problème

Afin de faciliter l'étude du brevet, nous proposer de représenter une phase de la machine électrique par une inductance équivalente. L'entrefer de la machine électrique est représenté par l'entrefer de l'inductance et nous considérons qu'une bobine d'une phase est découpé en deux sous bobines (A et B), figure 1.

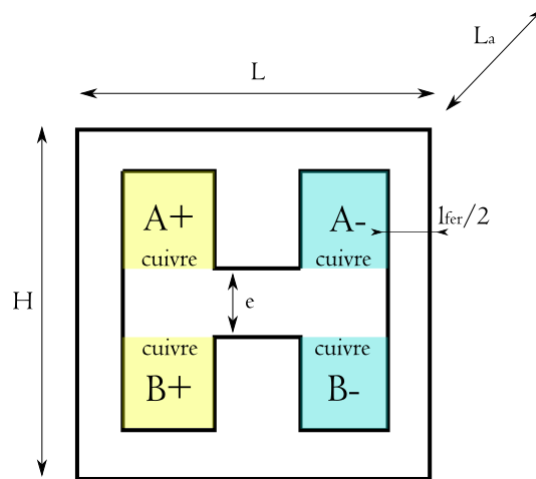


FIGURE 1 – Représentation schématique des bobines d'une phase de l'inductance (L_a représente la longueur dans la partie 3D)

2.1 Étude magnétique

Question 2.1 : Dans le cas où le courant dans la bobine B est nul, $i_B = 0$ et le courant dans la phase A est positif et constant, représentez les lignes d'induction magnétique dans l'inductance.

Question 2.2 : Même question si $i_A = 0$ et que le courant dans la bobine B est positif et constant.

Question 2.3 : En vous aidant des deux questions précédentes, comment sont définies les bornes homologues ?

Les bobines A et B possèdent le même nombre de spires, N . La perméabilité relative du fer est supposée infinie devant celle de l'air.

Question 2.4 : A partir du théorème d'Ampère, de la conservation du flux et de la relation des matériaux, définissez les inductances propres des bobines A et B, respectivement L_A et L_B ainsi que les mutuelles des bobines A et B, M_{AB} et M_{BA} .

2.2 Étude électrique

Dans la suite, nous considérons les inductances des phases A et B égales $L_A = L_B = L$ et les mutuelles également $M_{AB} = M_{BA} = M$, figure 2. Les résistances des phases sont négligées.

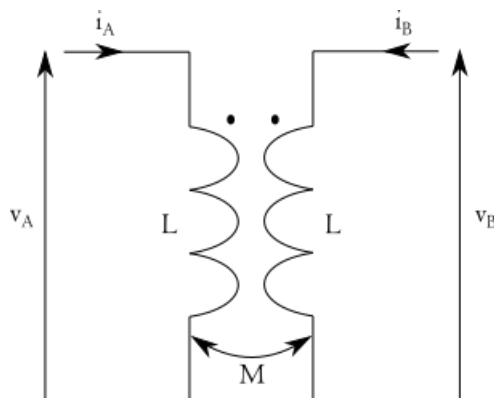


FIGURE 2 – Représentation électrique d'une inductance couplée

Question 2.5 : Écrivez les équations électriques de la bobine couplée.

Question 2.6 : Dans le cas général, écrire l'équation différentielle pour le courant i_A en fonction de v_A et v_B . En déduire celle de i_B .

Dans la suite, nous pouvons écrire une relation entre les inductances et les mutuelles de phase telle que : $M^2 = k^2 L^2$. Ou k est le coefficient de couplage magnétique compris entre 0 et 1.

Question 2.7 : A quoi correspond un coefficient de couplage de 0 et un coefficient de 1 ?

Dans la machine électrique réelle, toutes les sous bobines doivent être alimentées par la même forme de tension. L'alimentation électrique idéale de la bobine couplée est alors réalisé de la façon suivante (avec T la période d'alimentation) :

- De $t = 0$ à $t = \frac{T}{2}$: Les tensions v_A et v_B sont constantes et valent V_{cc} .
- De $t = \frac{T}{2}$ à $t = T$: Les tensions v_A et v_B sont constantes et valent $-V_{cc}$.

Question 2.8 : Résoudre les équations différentielles de i_A et i_B .

On donne $k = 0.75$, $L = 200\mu H$ et $V_{cc} = 20V$.

Question 2.9 : Représentez les courants i_A et i_B sur une période.

Nous considérons un cas où l'alimentation électrique n'est pas idéale, i.e. les deux tensions ne sont pas en phases :

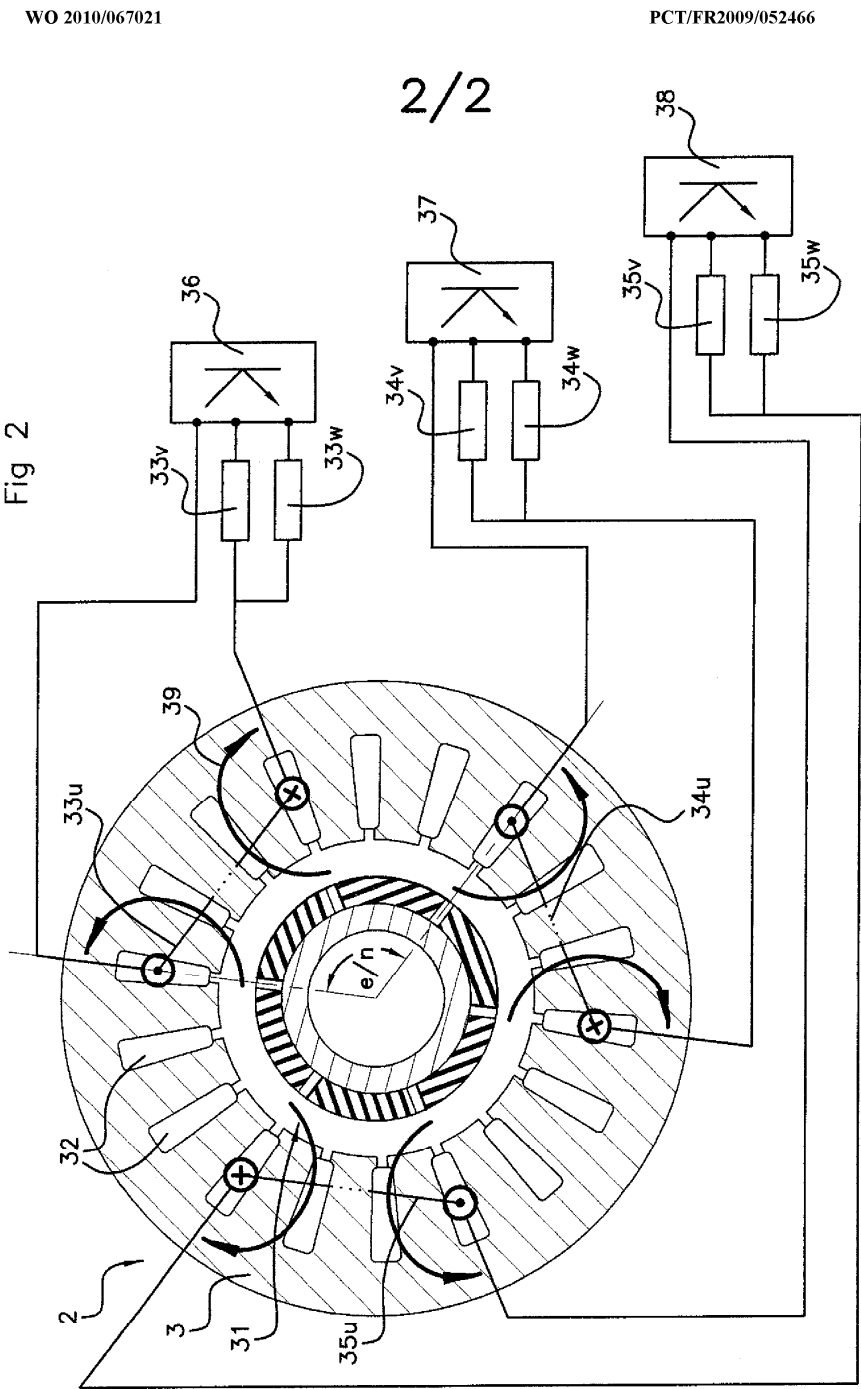
- De $t = 0$ à $t = \frac{T}{2}$: La tension v_A est constante et vaut V_{cc} .
- De $t = \frac{T}{2}$ à $t = T$: La tension v_A est constante et vaut $-V_{cc}$.
- De $t = \delta T$ à $t = \frac{T}{2} + \delta T$: La tension v_B est constante et vaut V_{cc} .
- De $t = \frac{T}{2} + \delta T$ à $t = T + \delta T$: La tension v_B est constante et vaut $-V_{cc}$.

Question 2.10 : Résoudre les équations différentielles de i_A et i_B .

Question 2.11 : Pour $\delta T = \frac{T}{8}$, Représentez les courants i_A et i_B sur une période.

Question 2.12 : Que pouvez vous en conclure ?

3 Annexe



SAPHIRE : 233 - Conversion d'énergie

EXAMEN : Partie Modélisation Electro-Magnétique

La durée totale de l'examen est de 3 heures. La durée de composition de cette partie est de 1,5 heure. Aucun document autorisé.

Modélisation d'un transformateur d'alimentation

1 Questions de cours

Question 1 : Donner la définition d'une inductance et d'une mutuelle inductance (vous pouvez vous aider d'un schéma).

Question 2 : Décrivez une manière d'obtenir l'expression du couple électromagnétique dans une machine électrique.

2 Modélisation magnétique d'une machine à courant continu

Nous allons étudier la machine à courant continu élémentaire décrite sur la figure 1. Les deux bobines du stator sont en série, la stator possédant N_S spires parcourues par un courant continu I_S . Le rotor possède N_R spires parcourues par un courant i_R . La longueur totale des lignes de champ magnétique dans le stator est notée L_{CMS} et dans le rotor L_{CMSR} . La dimension de la MCC dans l'axe perpendiculaire au plan est notée L_A . L'angle entre l'axe du bobinage stator et du bobinage rotor est noté θ .

Question 3 : Tracer les lignes de champ magnétique pour un courant I_S constant et un courant $i_R = 0$ (penser à définir le contour d'Ampère) pour $\theta = 0$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Question 4 : Même question pour $I_S = 0$ et $i_R = I_R$ constant.

Dans la suite on va considérer que le stator et le rotor sont composés de Fer-Silicium avec une utilisation linéaire et une perméabilité relative μ_{fer} .

Toutes les variations en fonction de θ seront prises de forme sinusoïdale.

Dans la suite on va considérer que le flux total Φ_S s'écrit :

$$\Phi_S = L_S I_S + M_{SR} i_R$$

et le flux total Φ_R s'écrit :

$$\Phi_R = M_{RS} I_S + L_R i_R$$

Question 5 : Quelles sont les grandeurs entre L_S , L_R , M_{SR} et M_{RS} qui dépendent de θ ?

Dans la suite on négligera la variation de l'inductance du rotor en fonction de θ .

Question 6 : Que peut on dire sur la relation entre M_{SR} et M_{RS} ?

Question 7 : Exprimer M_{SR} en fonction de θ (la valeur maximale est notée M_0).

3 Modélisation électrique d'une machine à courant continu

Dans la suite on considère que le stator possède une résistance totale de valeur R_S et le rotor, R_R .

Question 8 : Ecrire l'équation des tensions au stator V_S et au rotor v_R .

Question 9 : A partir d'un bilan de puissances, exprimer la puissance électromécanique en fonction des différents éléments (attention que ce bilan de puissance se fait avec des courants considérés constants).

Question 10 : Que vaut cette puissance en fonction de la vitesse Ω et du couple Γ ?

- Question 11 :** Représenter graphiquement le couple/ i_R pour un I_S constant. Quelle forme doit avoir i_R pour avoir un couple de valeur moyenne positive.
- Question 12 :** Montrer qu'à partir d'un courant i_R alternatif de forme carrée, d'amplitude I_R , le couple s'écrit $\Gamma = kI_R$. Préciser les instants de commutation.
- Question 13 :** Comment est réalisée technologiquement la commutation des courants ?
- Question 14 :** Comment diminuer l'ondulation du couple de la MCC ?

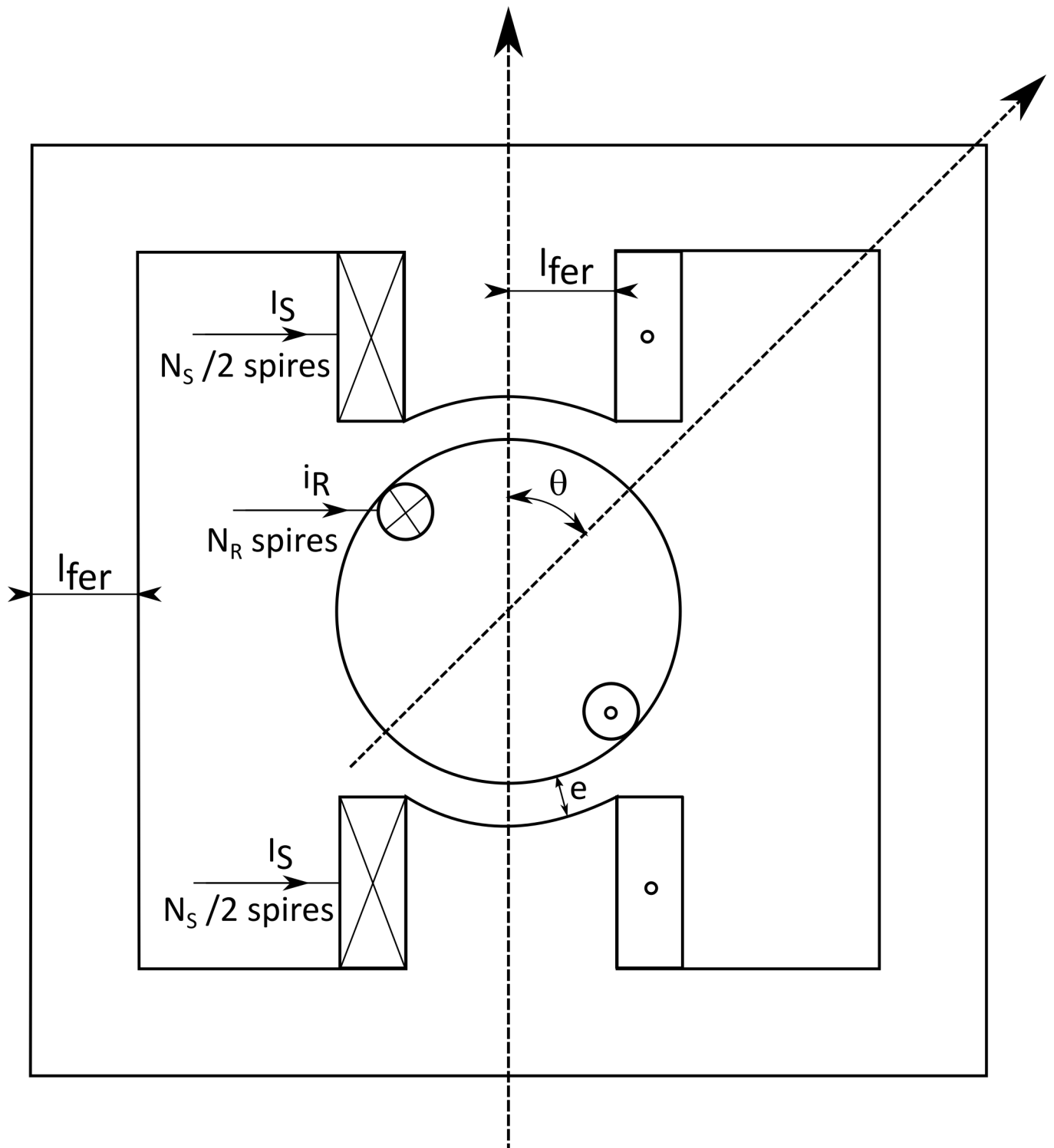


FIGURE 1 – Schéma 2D d'une machine à courant continu. La dimension dans l'axe perpendiculaire au plan est noté L_A .

SAPHIRE : 233 - Conversion d'énergie

EXAMEN : Partie Modélisation Electro-Magnétique

La durée totale de l'examen est de 2 heures. La durée de composition de cette partie est de 1 heure. Aucun document autorisé.

Modélisation d'un transformateur d'alimentation basse tension

1 Cas du transformateur idéal en régime sinusoïdal

Dans cette partie, nous considérerons un transformateur idéal défini par son rapport de transformation m , figure 1.

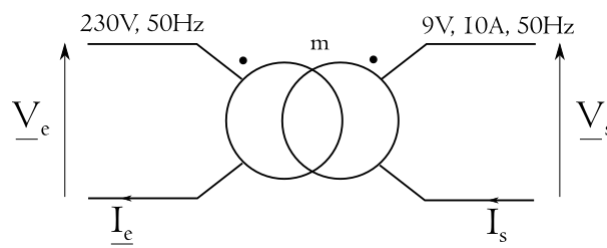


FIGURE 1 – Représentation graphique du transformateur idéal. Toutes les grandeurs sont données en valeurs efficaces.

Sauf mention contraire dans la question, la charge appliquée au transformateur est purement résistive.

Question 1 : Calculer la puissance active en sortie du transformateur.

Question 2 : La tension du secondaire à vide mesurée est de 9,9 V. Calculer le rapport de transformation du transformateur.

Question 3 : Déduire le courant d'entrée et la puissance active en entrée du transformateur (le rendement est unitaire).

Le transformateur considéré est de forme toroïde, figure 2. La valeur efficace de l'induction magnétique dans le transformateur est limitée à $B = 1T$. La section de passage du flux magnétique du transformateur est rectangulaire est d'aire $S = 30mm * 38mm$.

Question 4 : A partir de l'écriture de la loi de Lenz, démontrer que la tension primaire s'écrit :

$$V_e = 2\pi * N_e * S * f * B$$

Avec f la fréquence et N_e , le nombre de spire au primaire.

Question 5 : En déduire le nombre de spires au primaire et au secondaire.

Question 6 : La densité de courant dans le conducteur sera limité à $J = 5A/mm^2$. Calculer la section des conducteurs au primaire et au secondaire. Calculer le volume total des conducteurs au primaire et au secondaire. Qu'en concluez vous ?

2 Modélisation du secondaire du transformateur

Le secondaire du transformateur sera modélisé par une résistance série et une inductance de fuite, figure 3.

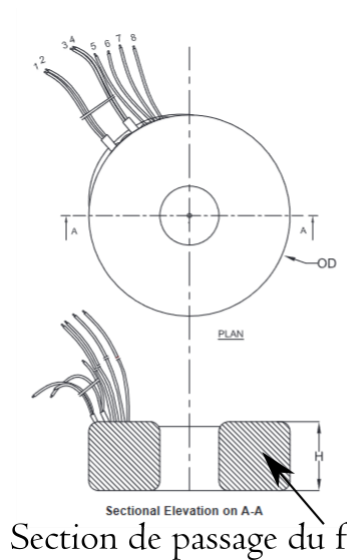


FIGURE 2 – Plan du transformateur étudié. Vue du dessus et en coupe.

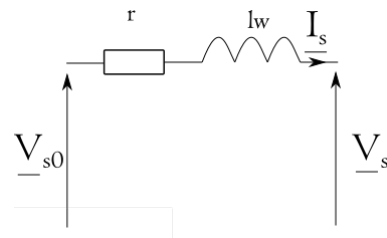


FIGURE 3 – Modélisation du secondaire du transformateur.

Une mesure en court-circuit à tension réduite et courant nominal au secondaire 10 A, permet de déterminer la valeur de la puissance active absorbée $P = 9W$ et de la puissance réactive $Q = 5VAR$. Pour cet essai, on néglige la magnétisation du transformateur.

Question 7 : Déterminer les valeurs de r et l .

Question 8 : Écrire l'équation aux tensions du secondaire.

Question 9 : Tracer le diagramme vectoriel de Fresnel du secondaire.

Question 10 : Pour le point de fonctionnement nominal, calculer la tension primaire nécessaire