

# SAPH-233 : Traitement de l'Energie

13 juin 2018

L'examen est découpé en deux parties : partie Electronique de puissance et partie Conversion de l'énergie.  
**Ces deux parties sont à rendre sur des copies séparées.**

## Partie Conversion de l'énergie

Durée 2 heures

Pas de document autorisé, Calculatrice autorisée

*Les trois exercices 1, 2 et 3 de cette partie sont indépendants.*

### 1 Exercice 1 : Questions de cours

Dans toute la suite de l'exercice le système étudié est un système triphasé, toutes les grandeurs sont sinusoïdales et en régime permanent. Nous passerons d'une notation temporelle des grandeurs  $s(t) = S_m \cos(\omega t + \psi)$  à leur représentation complexe  $\underline{S} = S_m e^{j\psi}$  et vice et versa. Dans toute la suite la tension  $v_{AN}(t)$  sera prise comme origine des phases.

Le schéma électrique de l'étude est représenté sur la figure 1.

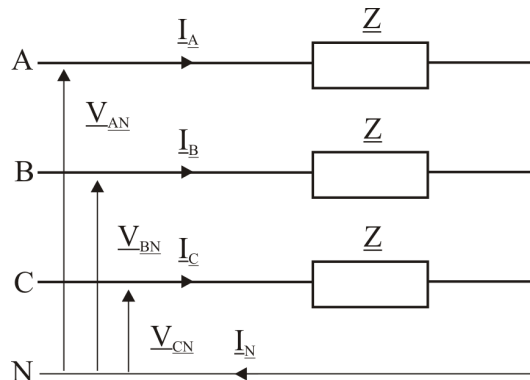


FIGURE 1 – Schéma triphasé d'une charge équilibré

*Question 1.1 :* Donner les relations entre les courants  $\underline{I}_A$ ,  $\underline{I}_B$ ,  $\underline{I}_C$  et les tensions  $\underline{V}_A$ ,  $\underline{V}_B$ ,  $\underline{V}_C$ .

*Question 1.2 :* Que vaut le courant  $\underline{I}_N$  si la charge est équilibrée.

L'impédance de charge s'écrit :

$$\underline{Z} = R + jX \quad (1)$$

Avec  $R$  la résistance en Ohm et  $X$  la réactance en Ohm telle que  $X = x * \omega$  et  $\omega$  la pulsation électrique.

*Question 1.3 :* Écrire la puissance active du système en fonction des courants.

*Question 1.4 :* Écrire la puissance réactive du système en fonction des courants.

*Question 1.5 :* Quelles sont les hypothèses qui permettent de passer d'un schéma triphasé à un schéma monophasé équivalent ?

## 2 Exercice 2 : L'inductance à entrefer

Dans cet exercice, nous supposons que les parties ferromagnétiques sont linéaires et possèdent une perméabilité relative de  $\mu_r = 400$ . Le schéma de l'inductance à entrefer est représenté sur la figure 2.

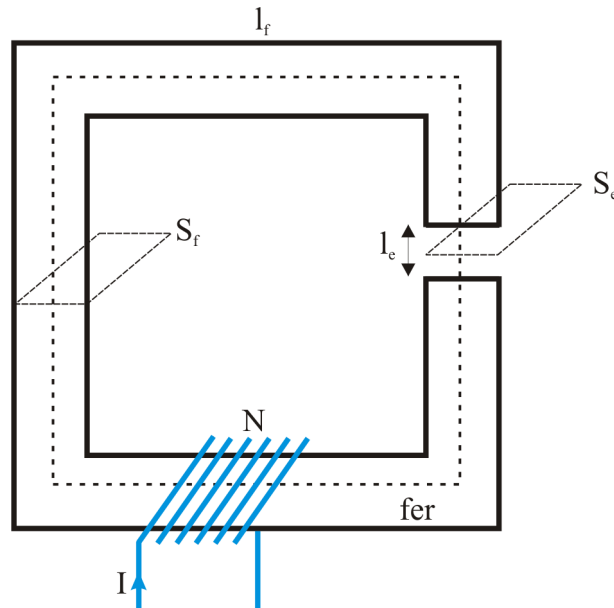


FIGURE 2 – Représentation d'une inductance à entrefer constant

### Glossaire

- $N = 10$  : nombre de spires de la bobine
- $I = 1\text{ A}$  : Courant dans la bobine
- $l_f = 10\text{ cm}$  : longueur totale dans le fer
- $S_f = 4\text{ cm}^2$  : section de passage au travers du fer
- $l_e = 5\text{ mm}$  : longueur totale dans l'entrefer
- $S_e = 4\text{ cm}^2$  : section de passage au travers de l'entrefer

On supposera que la section de passage du flux magnétique dans le fer est équivalente à la section de passage dans l'entrefer.

*Question 2.1* : Ecrire les équations des matériaux pour le fer et l'air.

*Question 2.2* : Choisir un contour d'Ampère et y appliquer le théorème d'Ampère.

*Question 2.3* : Appliquer la conservation du flux au circuit.

*Question 2.4* : A partir des questions précédentes, déterminer l'induction magnétique  $B_e$  dans l'entrefer.

*Question 2.5* : Déterminer l'énergie magnétique dans le fer et dans l'entrefer. Comparer ces deux énergies.

*Question 2.6* : Déterminer la valeur de l'inductance.

*Question 2.7* : Retrouver la valeur de l'inductance en utilisant un schéma magnétique équivalent que vous préciserez.

### 3 Exercice 3 : Une machine électrique élémentaire

#### 3.1 Questionnement général

*Question 3.1 :* Rappeler l'expression du théorème des travaux virtuels. Que devient-il pour des matériaux tous linéaires ?

On propose d'étudier la machine élémentaire dont la géométrie est donnée en figure 3. Le rotor et le stator sont en  $FeSi_3\%$  de perméabilité finie. Le rotor tourne et fait un angle  $\theta_e$  avec la dent stator (la figure 3 est représentée pour  $\theta_e = 0$ ). La bobine de cuivre est alimentée par une densité de courant  $J_s$  telle que :

$$J_s * S_b * k_b = N_s * I_s \quad (2)$$

Avec :

- $N_s$  : le nombre de spires de la bobine.
- $I_s$  : le courant dans la bobine.
- $S_b$  : la section totale bobinable de la bobine.
- $k_b$  : le coefficient de remplissage (manière dont on a pu mettre les fils de cuivre dans l'encoche).

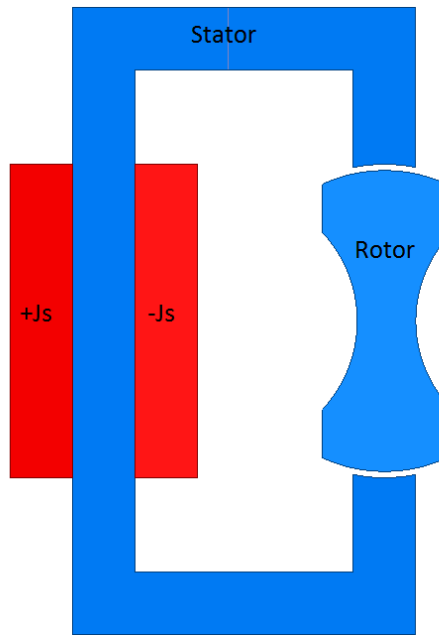


FIGURE 3 – Géométrie de la machine élémentaire. Rotor et Stator (bleu) en fer. Bobines de cuivre (rouge) avec une densité de courant  $J_s$ .

Une fois la simulation par Elements Finis (FEM) effectuée, les lignes de champ magnétique sont tracées pour  $\theta_e = 0$ , figure 4.

*Question 3.2 :* En vous servant de la figure 4, expliquer où se situent les lignes de flux de fuite et les lignes de flux principal.

Pour un grand nombre de valeurs de  $\theta_e$  entre 0 et 180 deg, la valeur de l'inductance a été tracée sur la figure 5.

Dans la suite, on propose de modéliser cette variation d'inductance  $L(\theta_e)$  par sa valeur moyenne et ses deux premiers harmoniques ( $L_1$ ,  $L_2$ ).

$$L(\theta_e) = L_0 + L_1 * \cos(2 * 1 * \theta_e) + L_2 * \cos(2 * 2 * \theta_e) \quad (3)$$

*Question 3.3 :* A partir des travaux virtuels dans le cas linéaire, montrer que le couple électromagnétique  $C_e$  s'écrit :

$$C_e(\theta_e) = \frac{1}{2} \frac{\partial L(\theta_e)}{\partial \theta_e} * I_s^2(\theta_e) \quad (4)$$

On notera  $\langle C_e \rangle$  la valeur moyenne sur un tour de rotation de  $C_e(\theta_e)$ . Nous souhaitons dans la suite maximiser le quotient  $\frac{\langle C_e \rangle}{Pertes\ Joule}$ . Pour cela nous allons tester différentes formes de courant à injecter.

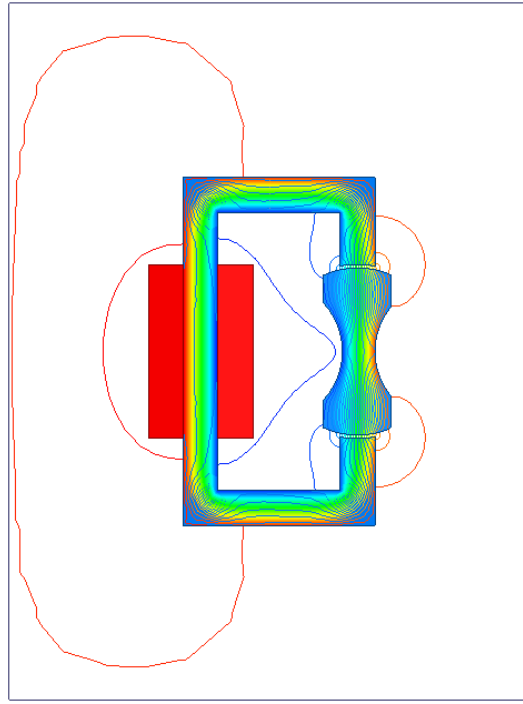


FIGURE 4 – Lignes de flux magnétique pour la géométrie de la machine élémentaire alimentée par une densité de courant  $J_s$ .

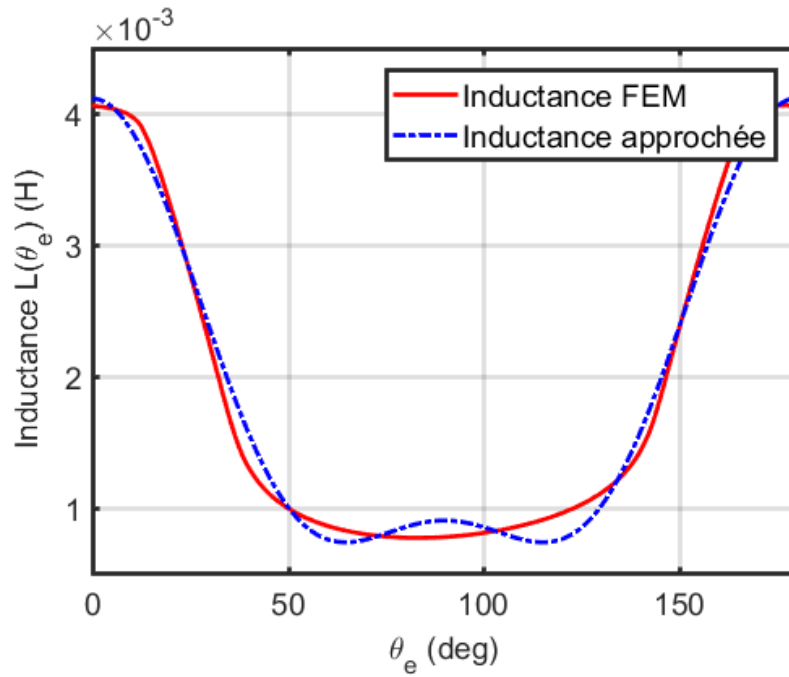


FIGURE 5 – Comparaison de l'inductance simulée par Éléments Finis et par son approximation au second harmonique.

### 3.2 Alimentation par un courant sinusoïdal pur

Nous alimentons la machine élémentaire par un courant de forme :

$$I_s(\theta) = I_{\sinus} * \cos\left(1 * \theta_e - \frac{\pi}{4}\right) \quad (5)$$

*Question 3.4* : Calculer le rapport  $\frac{\langle C_e \rangle}{\text{Pertes Joule}}|_{\sinus}$  pour une résistance de la phase unitaire.

### 3.3 Alimentation par un courant harmonique

Nous alimentons la machine élémentaire par un courant de forme :

$$I_s(\theta) = I_1 * \cos(1 * \theta_e - \frac{\pi}{4}) + I_2 * \cos(2 * \theta_e - \frac{\pi}{4}) \quad (6)$$

*Question 3.4 :* Sans faire de (lourds) calculs supplémentaires, calculer le rapport  $\frac{\langle C_e \rangle}{Pertes\ Joule}|_{harmonique}$  pour une résistance de la phase unitaire.

### 3.4 Alimentation par un courant rectangulaire

Nous alimentons la machine élémentaire par un courant de forme :

$$\begin{aligned} I_s(\theta) &= I_r \text{ pour } \theta \in [0; \frac{\pi}{2}] \\ &= 0 \text{ pour } \theta \in ]\frac{\pi}{2}; \pi] \end{aligned} \quad (7)$$

*Question 3.5 :* Calculer le rapport  $\frac{\langle C_e \rangle}{Pertes\ Joule}|_{rectangulaire}$  pour une résistance de la phase unitaire.  
Nous alimentons la machine élémentaire par un courant de forme :

$$\begin{aligned} I_s(\theta) &= I_r \text{ pour } \theta \in [0; \frac{\pi}{4}] \\ &= 0 \text{ pour } \theta \in ]\frac{\pi}{4}; \pi] \end{aligned} \quad (8)$$

*Question 3.6 :* Sans faire de (lourds) calculs supplémentaires, calculer le rapport  $\frac{\langle C_e \rangle}{Pertes\ Joule}|_{rectangulaire}$  pour une résistance de la phase unitaire.

### 3.5 Conclusion

*Question 3.7 :* Pour les quatre alimentations, calculer le rapport  $\frac{\langle C_e \rangle}{Pertes\ Joule}|$  pour  $L_1 = 1.6mH$  et  $L_2 = 0.63mH$ .

*Question 3.8 :* Commenter ces résultats et conclure quant à la meilleure alimentation en courant pour cette machine élémentaire.