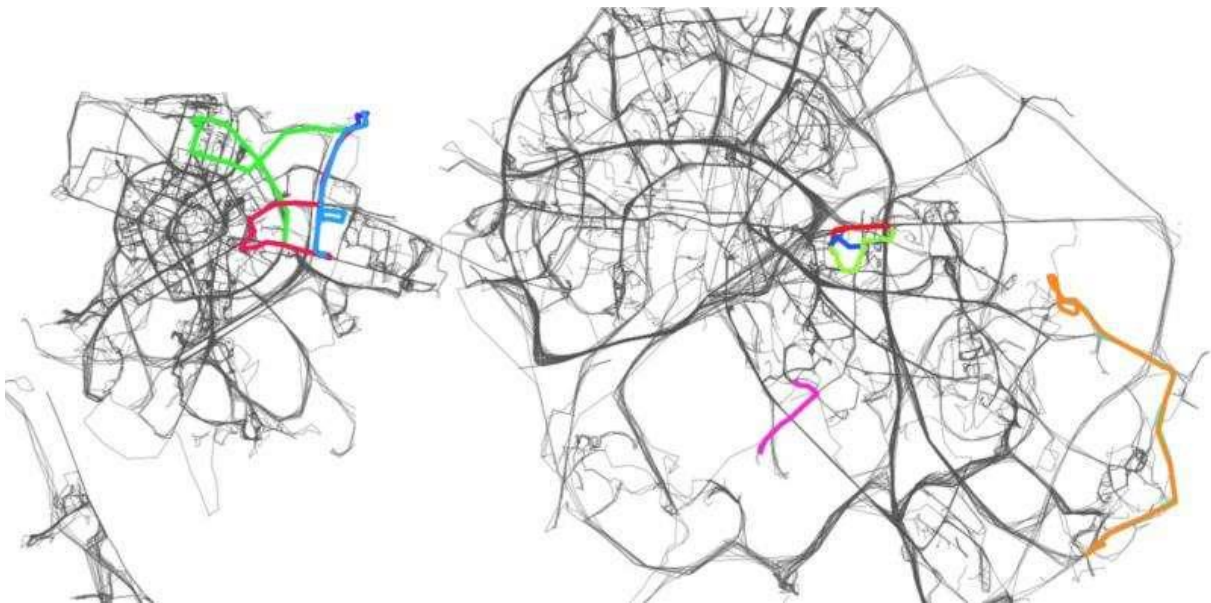


CI LSI 2021-2022

# ***Projet***

# ***Théorie Des Graphes***

(implémentation des algorithmes)



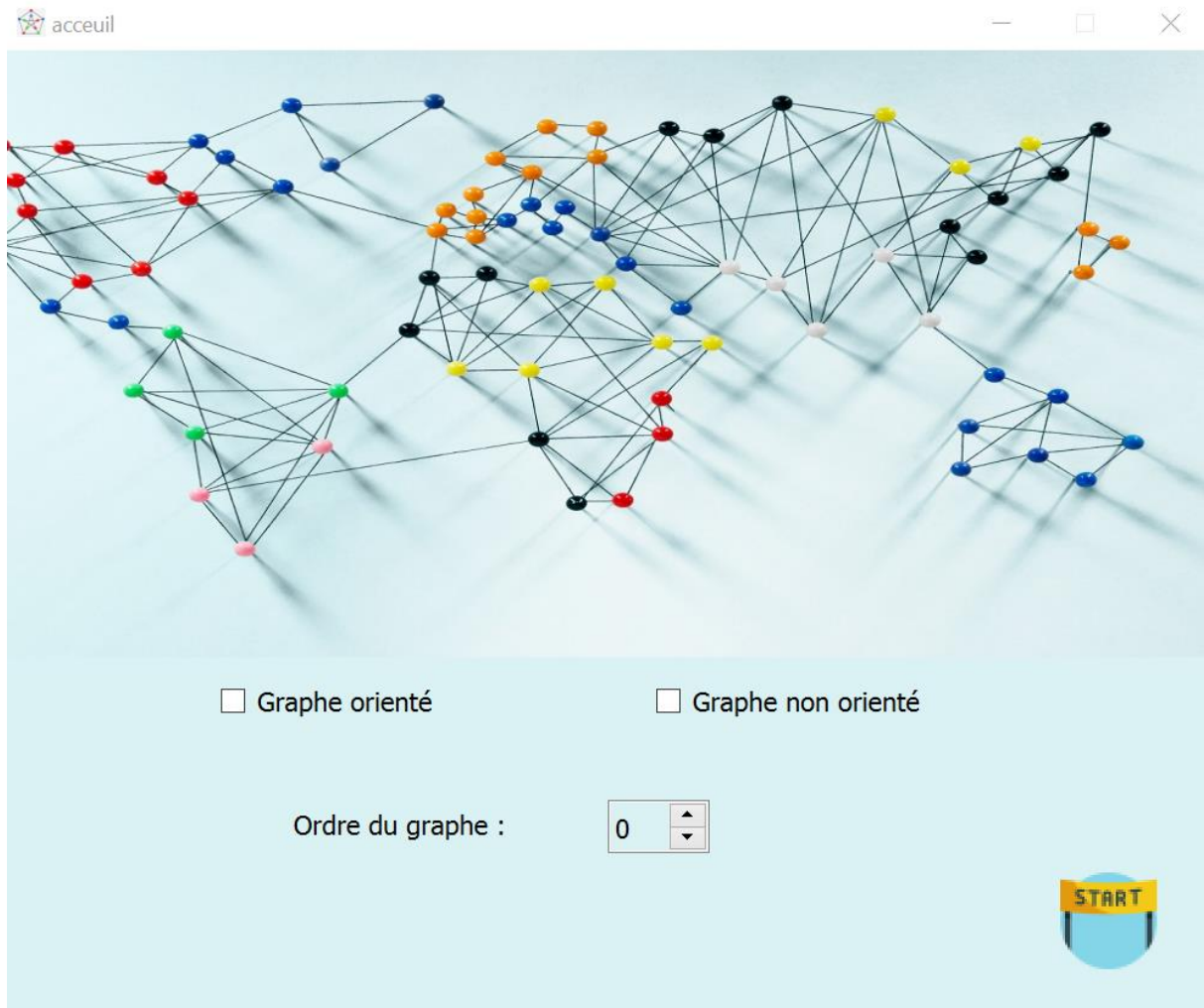
Encadré par :

➡ Mr.GHADI Abderrahim

Réalisé par :

➡ EL KRISSI Achraf  
➡ AKDI Nafia

## 1) PAGE D'ACCEUIL :



- Dans cette page l'utilisateur doit choisir le type du graphe et préciser son ordre ( nombres de sommets ) .

## 2) REEMPLIR LA MATRICE :


- Dans cette page l'utilisateur va remplir la matrice carrée d'adjacence de dimension (ordre \* ordre) selon l'ordre entré par l'utilisateur dans la page d'accueil .
- La diagonale principale de la matrice est par défaut nulle car on va pas utiliser les boucles .

**Matrice D'adjacence :**

	A	B	C	D	E
A	0				
B		0			
C			0		
D				0	
E					0

### 3) **INFORMATIONS DU GRAPHE :**

- Lorsque l'utilisateur a rempli la matrice on va l'afficher les informations importantes du graphe :
- Dans la meme page l'utilisateur peut voir le graphe en cliquant sur le button correspondant ou bien acceder a la page consacrée pour les algorithmes .

 Informations du Graphe

## Informations du graphe

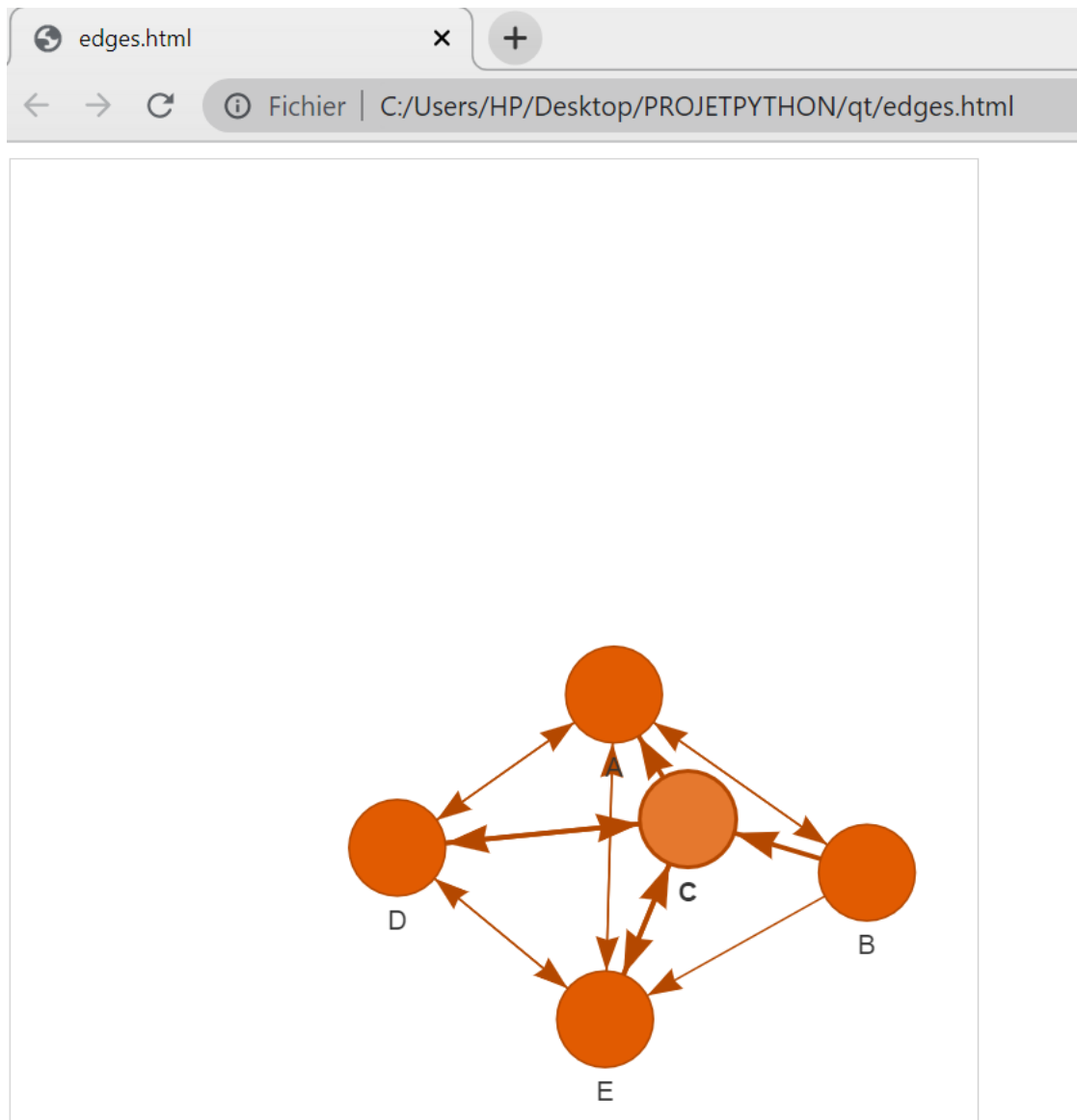
Type du Graphe :	<input type="text" value="Orienté"/>
Ordre du Graphe :	<input type="text" value="5"/>
Taille du Graphe :	<input type="text" value="15"/>
Densité :	<input type="text" value="1.5"/>
Les sommets :	<input type="text" value="A B C D E"/>
Graphe Complet ? :	<input type="text" value="Non"/>
Graphe Connexe ? :	<input type="text" value="Oui"/>
Graphe Régulière ? :	<input type="text" value="Oui"/>

Alogorithmes

Voir Graphe

#### 4) **AFFICHAGE DU GRAPHE :**

- Lorsque l'utilisateur clique sur le bouton voir graphe on va le generer une page html pour l'affichage :



## 5) **ALGORITHMES :**

- Lorsque l'utilisateur clique sur Algorithmes , il va passer à la pages des algorithmes .
- Notre page contient les 9 algorithmes :
  - BFS
  - DFS
  - WARSHALL
  - PRIM
  - KRUSKAL
  - DIJIKSTRA
  - BELLMANFORD
  - WELCH ET POWELL
  - FORD-FULKERSON(FLOW-MAX)



## Parcour du Graphe :

BFS

Warshall

DFS

## Arbre couvrant :

Prim

Kruskal

## Plus court chemin :

Dijkstra

BellmanFord

## Coloriage :

Welch et Powell

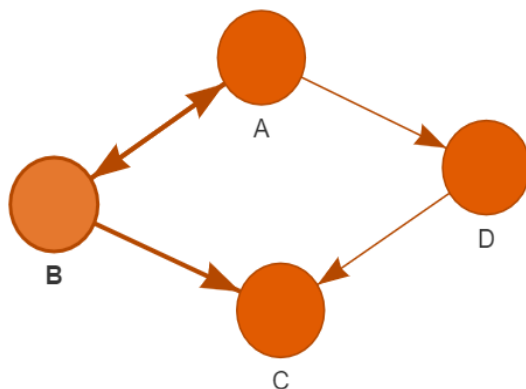
## FlowMax :

Source :

Puits :

Ford-Fulkerson

## 5-1) BFS :



BFS

Resultat de l'algorithme de BFS :

	BFS(sommet)
<b>A</b>	A B D C
<b>B</b>	B A C D
<b>C</b>	Ø
<b>D</b>	D C

## 5-2) DFS :

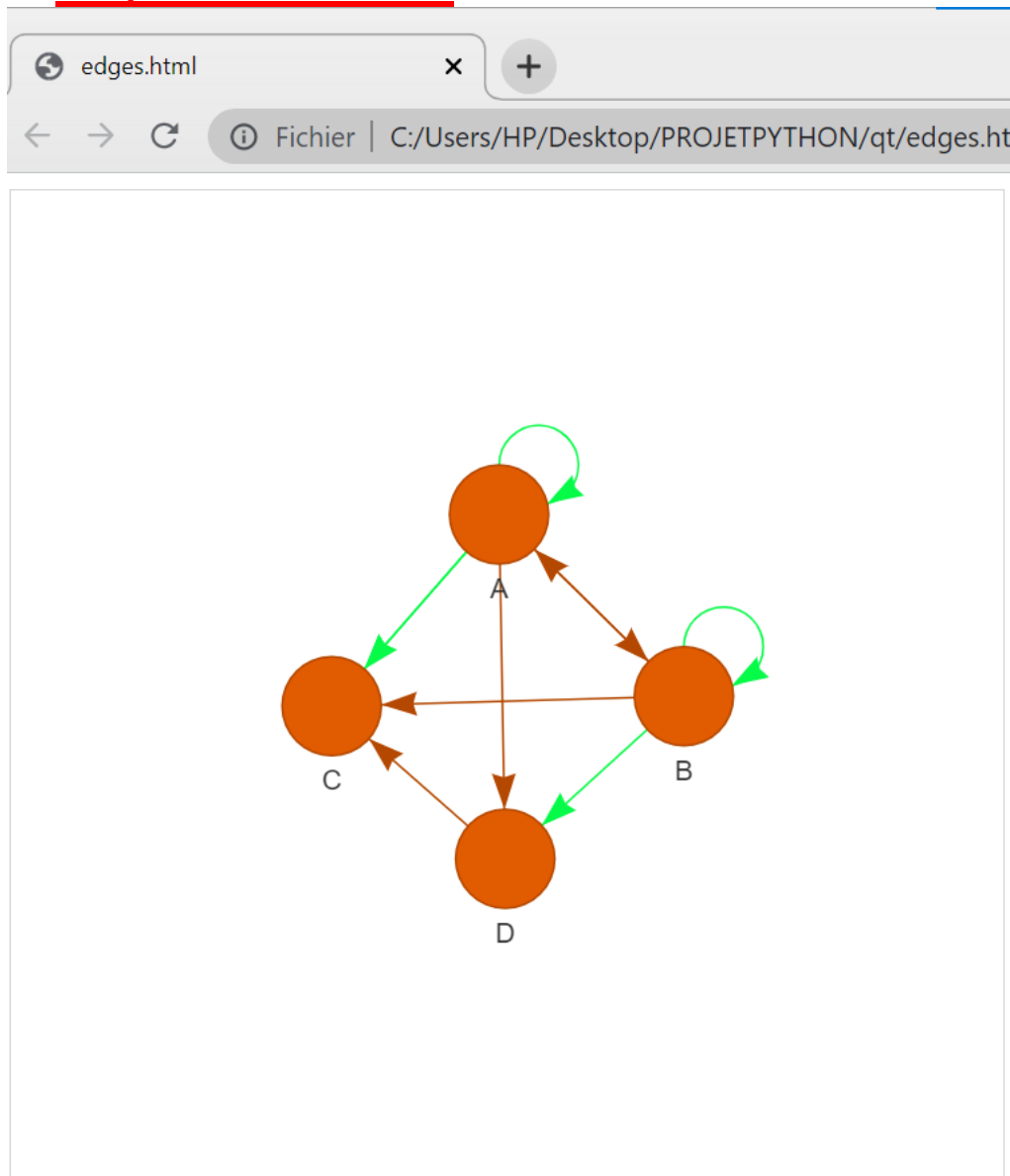
DFS

Resultat de l'algorithme de DFS :

	DFS(sommet)
<b>A</b>	A B C D
<b>B</b>	B A D C
<b>C</b>	Ø
<b>D</b>	D C

- ON PEUT VOIR CLAIREMENT LA DIFFERENCE ENTRE BFS(B) ET DFS(B) .

### - 5-3) WARSHALL :



- Les arcs en vert sont ajoutés après l'application de Warshall.

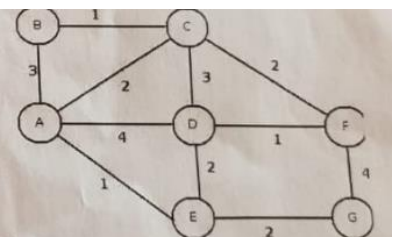
### - 5-4) KRUSKAL :

- On prend l'exemple du TD :

2. Démontrer cette propriété.

Exercice 10 : Soit le graphe G suivant :

- 1 Donner la trace de l'algorithme de Kruskal sur le graphe G. Déduire l'arbre couvrant minimal associé au graphe G.
- 2 Donner la trace de l'algorithme de Prim sur le graphe G. Déduire l'arbre couvrant minimal associé au graphe G.
- 3 Donner les deux parcours BFS et DFS à partir du sommet A.





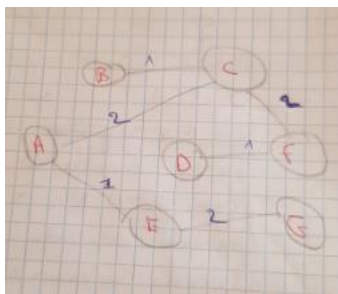
- Tout d'abord on a une page des couts a remplir :

cout

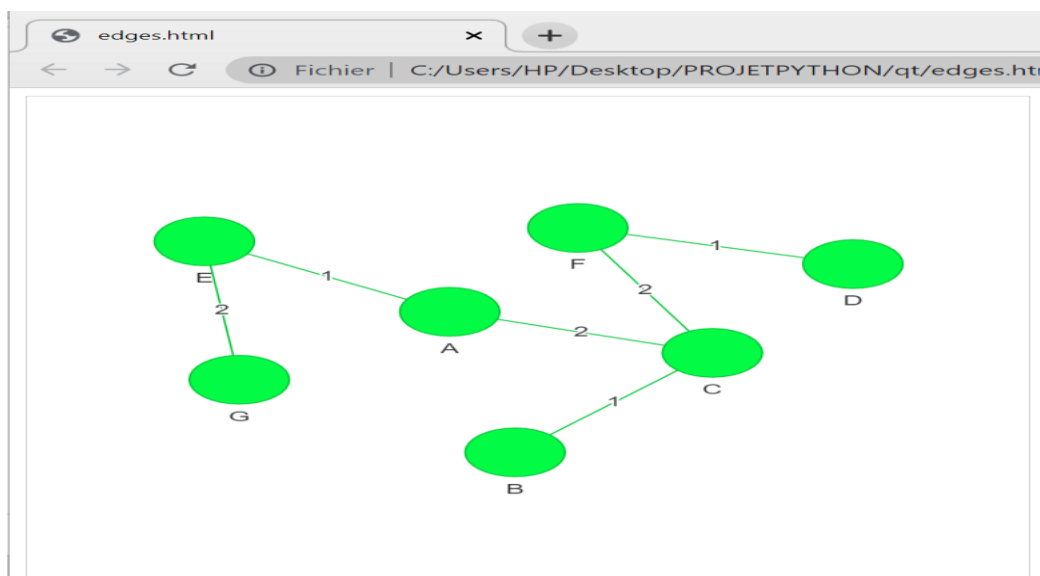
**Les coûts :**

	A	B	C	D	E	
A	-----	3	2	4	1	---
B	3	-----	1	-----	-----	---
C	2	1	-----	3	-----	2
D	1		2	-----	2	1

- Resultat attendu :

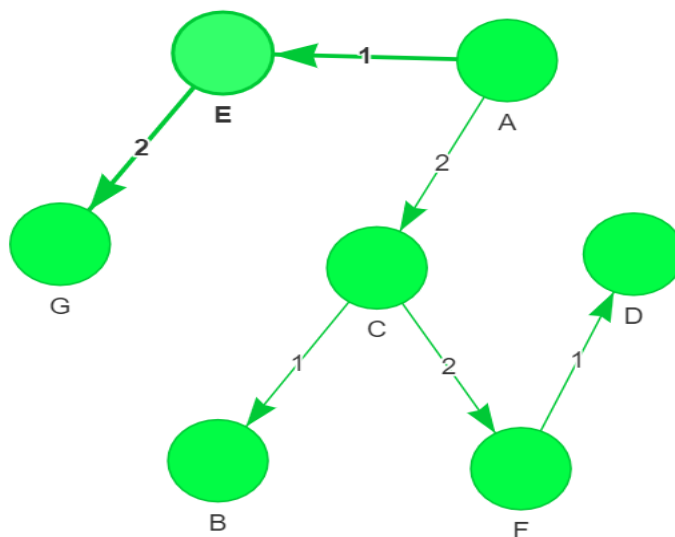
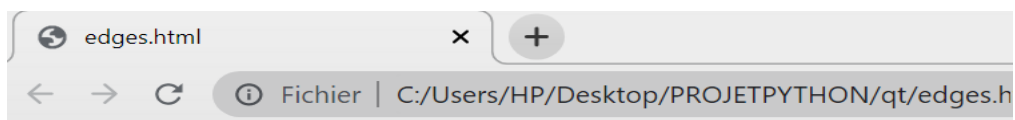
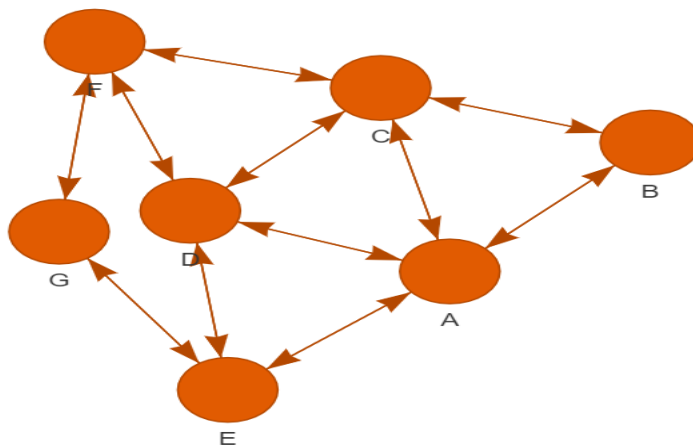


- Resultat KRUSKAL:



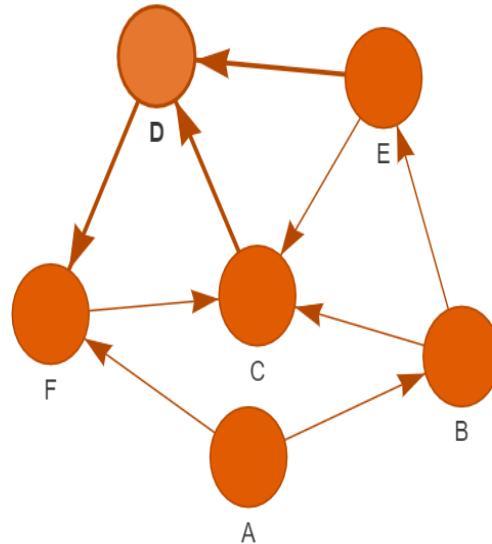
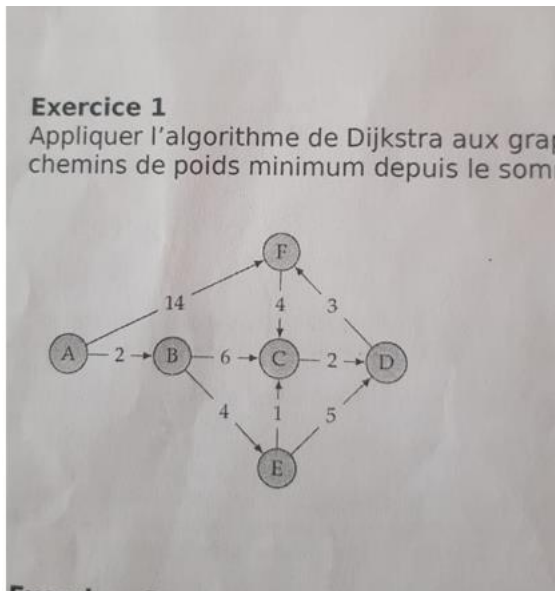
## - 5-5) PRIM :

- On prend meme exemple du Td mais cette fois on va le supposer **orienté**:



## - 5-6) DIJKSTRA:

- On prend l'exemple du TD :



- Resultat attendu pour le sommet du depart A :

Interpretation :

	A	B	C	D	E	F
P(1)	-	A	E	C	B	D
P(1)	0	2	7	9	6	12

$P(B) = A : A \rightarrow B : 2$   
 $P(C) = E : A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C : 7$   
 $\{P(E) = B : A \rightarrow B \rightarrow E : 6$   
 $P(D) = C : A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D : 9$   
 $\{P(F) = D : A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F : 12$

- On remplit les coûts :

Les coûts :

	B	C	D	E	F
D	-----	-----	-----	-----	3
E	-----	1	5	-----	-----
F	-----	4	-----	-----	-----

- Notre resultat :

Avant qu'on a choisi le sommet de depart :

Sommet Depart :  valider

	A	B	C	D	E	F
L						
P						

Apres qu'on a choisi le sommet de depart :

Sommet Depart :  valider

	A	B	C	D	E	F
L	0	2	7	9	6	12
P	None	A	E	C	B	D

**Interpretation d'algorithmme de Dijkstra :**

A->B : 2  
 A->B->E->C : 7  
 A->B->E->C->D : 9  
 A->B->E : 6  
 A->B->E->C->D->F : 12

Sommet Depart :  valider

	A	B	C	D	E	F
L	inf	inf	0	2	inf	5
P	None	None	None	C	None	D

**Interpretation d'algorithmme de Dijkstra :**

chemin entre C et A n'existe pas !!!  
 chemin entre C et B n'existe pas !!!  
 C->D : 2  
 chemin entre C et E n'existe pas !!!  
 C->D->F : 5

- Testons maintenant sur un graphe contient un circuit absorbant :

cout

←

**Les coûts :**

	A	B	C
A	-----	2	-----
B	-----	-----	1
C	-5	-----	-----

- Resultat :

Dijkstra

←

**Sommet Depart :**

	A	B	C
L	-4	0	1
P	C	A	B

**Interpretation d'algorithme de Dijkstra :**

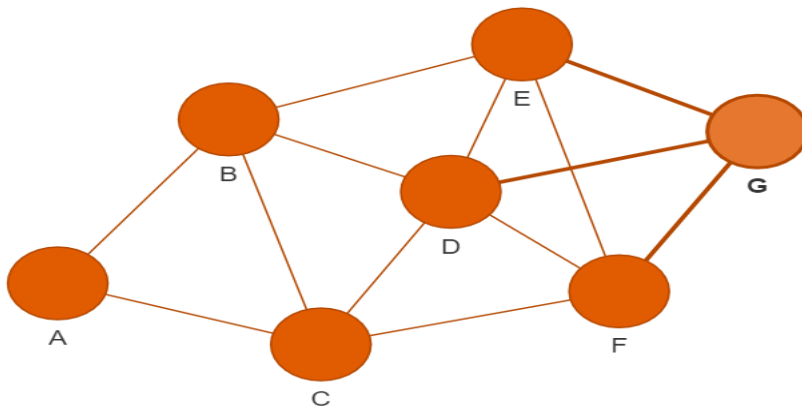
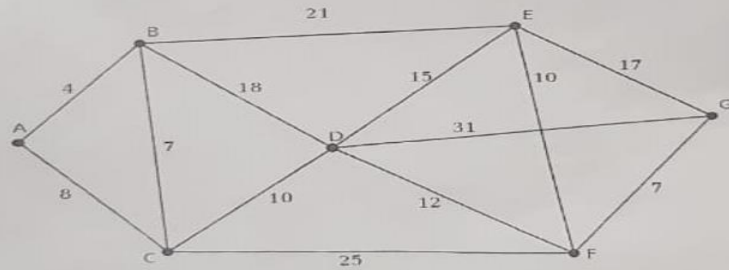
A->B : 0

A->B->C : 1

- Les resultats sont incompatibles car l'algorithme de Dijkstra ne prend pas en consideration des circuit absorbant (n'est pas comme bellman ford ).
- **5-7) BELLMANFORD:**
- On prend l'exemple du TD suivant :

### Exercice 2

Une région est munie d'un réseau de trains, représenté par le graphe suivant. Les stations sont symbolisées par les sommets A, B, C, D, E, F et G. Chaque arête représente une ligne reliant deux gares. Les temps de parcours (correspondance comprise) en minutes entre chaque sommet ont été rajoutés sur le graphe. Déterminer le plus court chemin en minutes, reliant la gare B à la gare G. Justifier la réponse grâce à un algorithme. Quelle est la longueur en minutes de ce chemin ?



- Resultat attendu :

Interprétation :

	B	A	C	D	E	F	G
$P(i)$	-	B	B	E	B	D	F
$P(i)$	0	4	7	17	21	29	36

on a  $P(G) = F$   
 $\begin{cases} P(F) = D \\ P(D) = C \\ P(C) = B \end{cases} \Rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G : 36$

Donc le plus court chemin reliant la gare B à la gare G est  $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$  avec une longueur de 36 minutes

- Notre solution :



Sommet :

B

valider

	A	B	C	D	E	F	
L	4	0	7	17	21	29	36
P	B	None	B	C	B	D	F

### Interpretation d'algorithme de BellmanFord :

B-&gt;A : 4

B-&gt;C : 7

B-&gt;C-&gt;D : 17

B-&gt;E : 21

B-&gt;C-&gt;D-&gt;F : 29

B-&gt;C-&gt;D-&gt;F-&gt;G : 36



Sommet :

A

valider

	A	B	C	D	E	F	
L	0	4	8	18	25	30	37
P	None	A	A	C	B	D	F

### Interpretation d'algorithme de BellmanFord :

A-&gt;B : 4

A-&gt;C : 8

A-&gt;C-&gt;D : 18

A-&gt;B-&gt;E : 25


A-&gt;C-&gt;D-&gt;F : 30


A-&gt;C-&gt;D-&gt;F-&gt;G : 37

- Testons maintenant sur un graphe contient un circuit absorbant meme exemple de DIJKSTRA :

**Les coûts :**

	A	B	C
A	-----	2	-----
B	-----	-----	1
C	-5	-----	-----

 bellmanford
— □ ×



**Sommet :**

A

valider

	A	B	C
L			
P			

**Attention !! détection du circuit absorbant**

- Il prend à la consideration les circuits absorbants .

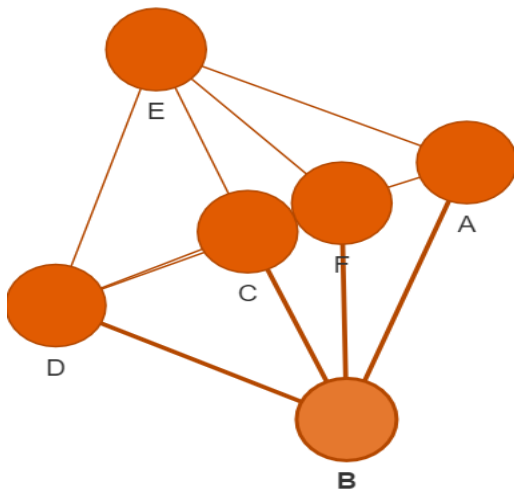
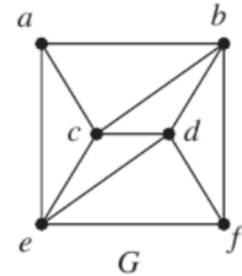


- **5-8) Coloriage (Welch et Powell):**

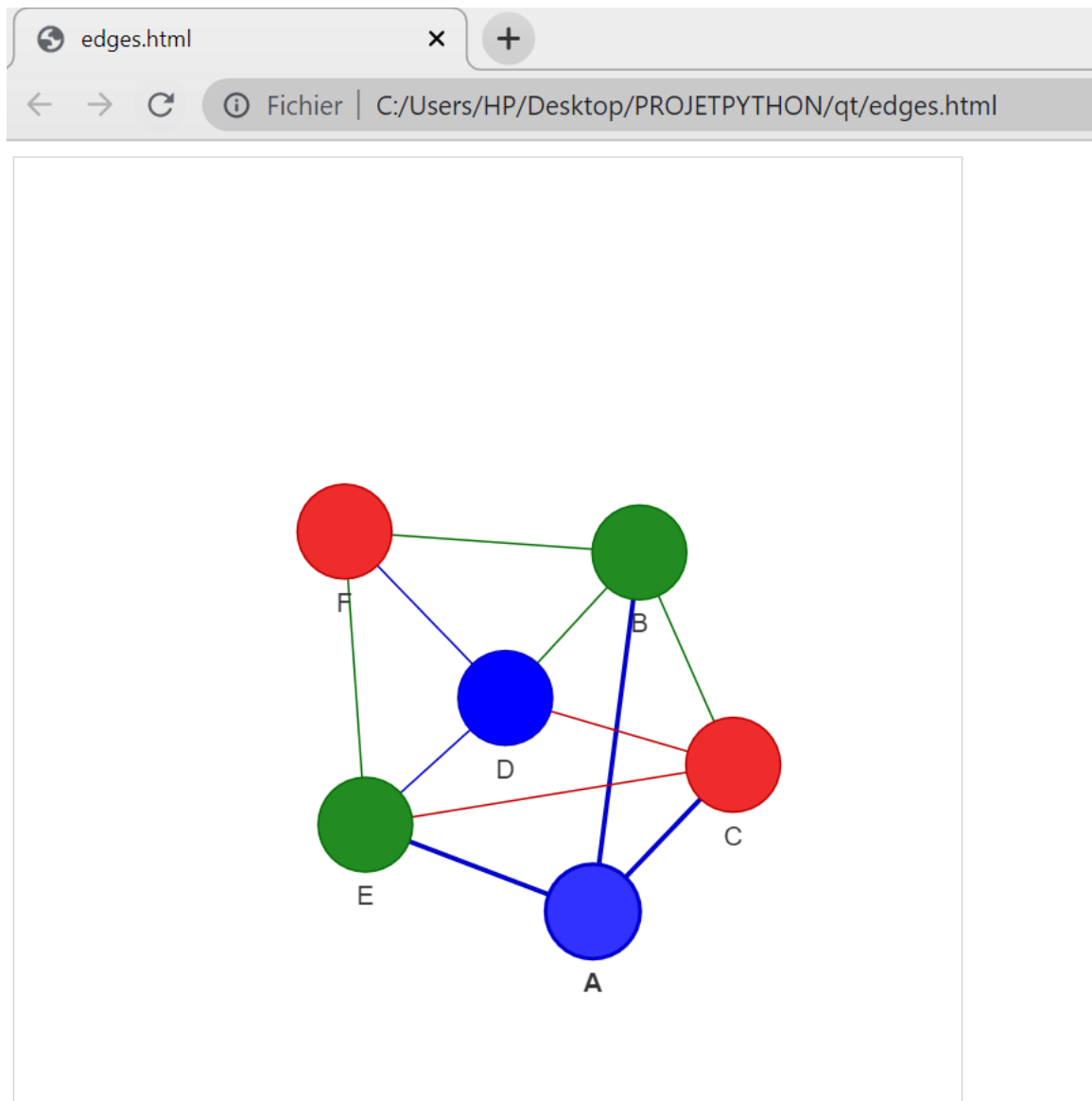
- On prend l'exemple du cours suivant :

**Exemple 1:** Appliquons cet algorithme au graphe ci-dessous :

- Liste ordonnée : {b, c, d, e, a, f}
- 1ère couleur : pour les sommets b et e.
- Liste ordonnée : {c, d, a, f}
- 2ème couleur : pour les sommets c et f.
- Liste ordonnée : {d, a}
- 3ème couleur : pour les sommets d et a.



- Notre Resultat :



---

- **5-8) FlowMax (Ford-Fulkerson):**

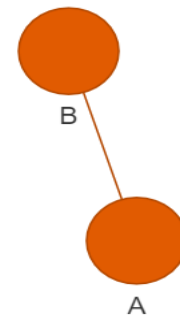
- On sait que l'algorithme de Ford-Fulkerson est applicable sur les réseaux de transport c-à-d :
  - Le graphe doit être **orienté**
  - La source **S** doit être sans prédécesseur
  - Le puits **P** doit être sans successeur
  - Au moins un chemin entre **S** et **P**

i) Testons sur un graphe non orienté :

**FlowMax :**

Source :       Puits :

Impossible Graphe n'est pas orienté

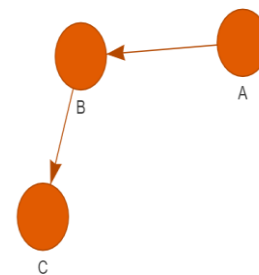


ii) Testons sur un graphe dont la source S a un prédécesseur:

**FlowMax :**

Source :       Puits :

Impossible Source a un predecesseur

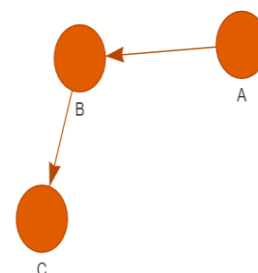


iii) Testons sur un graphe dont le puits P a un successeur:

**FlowMax :**

Source :       Puits :

Impossible Puits a un successeur

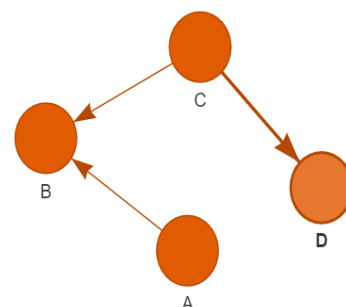


iv) Testons sur un graphe où il y a pas de chemin entre la source S et le puits P :

**FlowMax :**

Source :       Puits :

Impossible chemin n'existe pas



## v) Testons sur un réseau de transport :

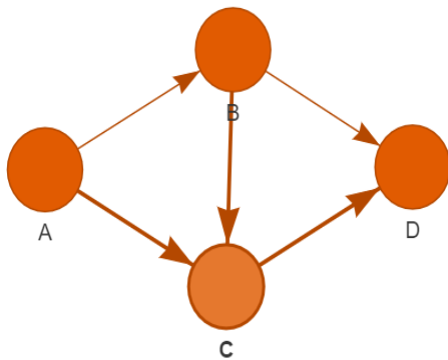
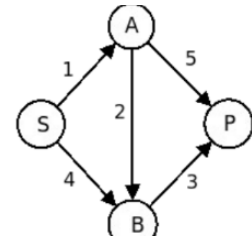
- On prend l'exemple du cours :

### Exemple

Le graphe suivant est bien un réseau de transport car

- le graphe est orienté pondéré sans boucle,
- on a une source S ( pas de prédécesseur de S),
- on a un puits P ( pas de successeur de P),
- on a un chemin de S vers P ( ex.  $S \rightarrow A \rightarrow P$ )

Ci-dessous la trace de l'algorithme de Ford-Fulkerson via la méthode de marquage :



Les coûts :

	A	B	C	D
A	-----	1	4	-----
B	-----	-----	2	5
C	-----	-----	-----	3
D	-----	-----	-----	-----

### • Notre solution :

**FlowMax :**

Source :       Puits :

FlowMax = 4

**FIN**