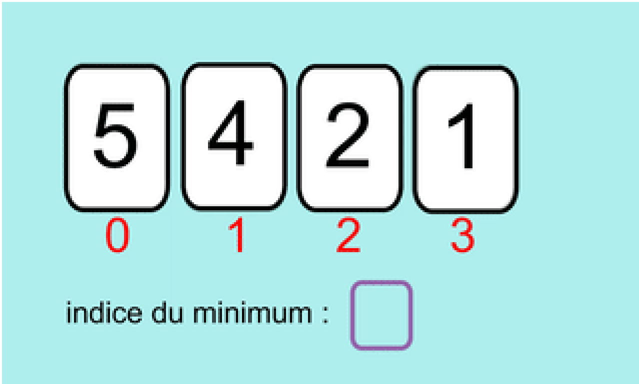
Fiche : Le tri par sélection

1. Le principe

- le travail sur le fait essentiellement sur les **indices**.
- on part de l'indice du premier élément, on considère que cet élément est l'élément minimum.
- on parcourt les éléments suivants, et si on repère un élément plus petit que notre minimum on garde en mémoire l'indice de ce nouvel élément minimum.
- une fois le parcours fini, on échange l'élément de travail avec l'élément minimum qui a été trouvé.
- on avance d'un élément, et on recommence, jusqu'à l'avant-dernier.



2. Animation

Considérons la liste [5, 4, 2, 1]
Voici le fonctionnement de l'algorithme :

2.1. Codage de l'algorithme ❤

```
def tri_selection(l) :
    for i in range(0, len(l)):
        mini = i
        for j in range(i+1,len(l)) :
            if l[j] < l[mini]:
                mini = j
        if mini != i :
            l[i], l[mini] = l[mini], l[i]
    return l
```

2.2. Vérification :

```
>>> a = [7, 5, 2, 8, 1, 4]
>>> tri(a)
>>> print(a)
[1, 2, 4, 5, 7, 8]
```

3. Complexité de l'algorithme

On va étudier une moyenne sur 5 valeurs de deux appels sur la fonction `tri_selection()`. On se place dans le pire des cas : on se place dans le pire des cas : une liste triée dans l'ordre décroissant.

Rajouter ce script au code précédent :

```
import time
somme_des_durees = 0
for i in range(5):
    a = [k for k in range(1_000,0,-1)]
    start_time=time.time()
    tri_selection(a)
    somme_des_durees = somme_des_durees + time.time() - start_time
moyenne = somme_des_durees/5
print("Temps d execution pour 1_000: %s secondes ---" % (moyenne))

somme_des_durees = 0
for i in range(5):
    b = [k for k in range(10_000,0,-1)]
    start_time=time.time()
    tri_selection(b)
    somme_des_durees = somme_des_durees + time.time() - start_time
moyenne = somme_des_durees/5
print("Temps d execution pour 10_000: %s secondes ---" % (moyenne))
```

```
Temps d execution pour 1_000: 0.03949418067932129 secondes ---
Temps d execution pour 10_000: 4.569394874572754 secondes ---
```

En comparant les temps de tri des listes a et b, que pouvez-vous supposer sur la complexité du tri par insertion ?
Une liste à trier 10 fois plus longue prend 100 fois plus de temps : l'algorithme semble de complexité **quadratique**.

4. Démonstration

Dénombrons le nombre d'opérations dans le pire des cas, pour une liste de taille *n*.

- boucle `for` : elle s'exécute *n-1* fois.
- deuxième boucle `for` imbriquée : elle exécute d'abord 1 opération, puis 2, puis 3... jusqu'à *n-1*. Or

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n - 1 = \frac{n \times (n-1)}{2}$$

Cela confirme que le tri par sélection est de **complexité quadratique** ♥

5. Preuve de la terminaison de l'algorithme ❤️

Est-on sûr que notre algorithme va s'arrêter ?
À l'observation du programme, constitué de deux boucles for imbriquées, il n'y a pas d'ambiguïté : on ne peut pas rentrer dans une boucle infinie. Le programme s'arrête forcément au bout de d'un nombre fixe d'opérations. D'après nos calculs sur la complexité, ce nombre de tours de boucles est égal à

$$\frac{n \times (n-1)}{2}$$

Ceci prouve que l'algorithme se terminera.

6. Preuve de la correction de l'algorithme

Les preuves de correction sont des preuves théoriques. La preuve ici s'appuie sur le concept mathématique de **récurrence**.
Principe du raisonnement par récurrence : une propriété *P(n)* est vraie si :

- *P(0)* (par exemple) est vraie
- Pour tout entier naturel *n*, si *P(n)* est vraie alors *P(n+1)* est vraie.

Ici, la propriété serait : « Quand *k* varie entre 0 et `longueur(liste) -1`, la sous-liste de longueur *k* est triée dans l'ordre croissant.» On appelle cette propriété un **invariant de boucle** (sous-entendu : elle est vraie pour chaque boucle)

- quand *k* vaut 0, on place le minimum de la liste en `l[0]`, la sous-liste `l[0]` est donc triée.
- si la sous-liste de *k* éléments est triée, l'algorithme rajoute en dernière position de la liste le minimum de la sous-liste restante, dont tous les éléments sont supérieurs au maximum de la sous-liste de *k* éléments. La sous-liste de *k+1* éléments est donc aussi triée.