

Formalização e Prova de algoritmos de menor caminho usando Coq

João Vitor Fröhlich

Universidade do Estado de Santa Catarina
joaovitorfrohlich@gmail.com

Orientadora: Dra Karina Girardi Roggia

14/06/2023

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Objetivos
- 3 Teoria de Grafos
- 4 Algoritmos
- 5 Coq
- 6 Implementação
- 7 Conclusões Parciais
- 8 Referências

- Lógica modal é o nome dado para uma família de lógicas não clássicas que lidam com *modalidades*;
- Lógica não clássica é alguma lógica que quebra algum dos princípios da lógica clássica ou estende lógica clássica;
- Modalidade é um modo de interpretar uma fórmula (GOLDBLATT, 1993);
 - Uma fórmula deve/pode ser verdadeira;
 - É obrigatório/aceitável que uma fórmula seja verdadeira
 - Conhecimento de um agente sobre uma fórmula

- Linguagens modais são uma excelente ferramenta para raciocinar sobre estruturas relacionais - conjunto base e relação(ões) sobre este conjunto. (BLACKBURN; RIJKE; VENEMA, 2001).
- Não é difícil imaginar situações onde possa ser relevante um sistema lógico que contenha diversas modalidades interpretadas de maneira diferente;
- Para obter estes sistemas lógicos, pode-se utilizar do método da fusão de lógicas modais, que permite combinar diversos sistemas de lógica modal em um único sistema.

- Assistentes de provas são softwares para desenvolvimento de provas formais;
- Coq é um assistente de provas com grande disponibilidade de materiais didáticos e diversas ferramentas que facilitam no desenvolvimento de provas (SILVA, 2019);
- Fusões de lógicas é um tópico complexo, porém as dificuldades referentes à isso podem ser amenizadas com o uso de assistentes de provas como o Coq.
- Continuação do que foi desenvolvido em (SILVEIRA, 2020) e (SILVEIRA et al., 2022).

O objetivo geral deste trabalho é formalizar e provar em Coq algoritmos de busca do menor caminho entre dois pontos em grafos.

Objetivos Específicos

- 1 Estudar os principais algoritmos determinísticos de busca do menor caminho de grafos
- 2 Estudar os principais algoritmos heurísticos de busca do menor caminho em grafos
- 3 Implementar alguns algoritmos de busca do menor caminho em assistente de provas, que serão escolhidos de acordo com critérios a serem estabelecidos
- 4 Provar a corretude da implementação dos algoritmos definidos

- Diversos tipos de lógicas modais - interpretações diferentes para modalidades;
- Lógica modal alética contém duas modalidades \Box e \Diamond indicam necessidade e possibilidade;
- Lógica temporal - formalismo para verificação de programas, (PNUELI, 1977) foi o primeiro, Lamport e TLA+ recentemente.

Extensão do conceito de lógica modais com apenas uma (ou um par de) modalidade(s) que contém diversas modalidades. A linguagem de uma lógica multimodal é o menor conjunto LM_n que respeita:

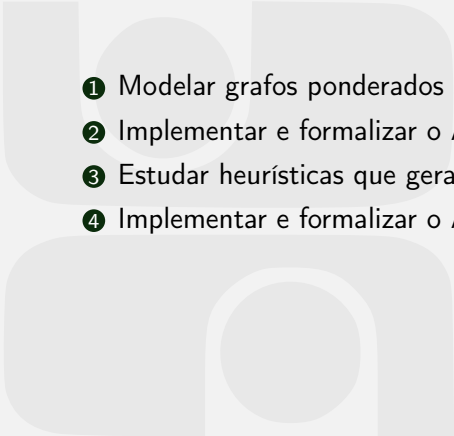
- 1 $\top, \perp \in LM_n$
- 2 $\mathbb{P} \subseteq LM_n$
- 3 Se $\varphi \in LM_n$, então $\circ \varphi \in LM_n$, sendo $\circ \in \{\Box_1, \dots, \Box_n, \Diamond_1, \dots, \Diamond_n, \neg\}$
- 4 Se $\varphi, \psi \in LM_n$, então $\varphi \circ \psi \in LM_n$, sendo $\circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$

- Assistente de provas para lógica de alta ordem, capaz de descrever e raciocinar sobre objetos matemáticos (GEUVERS, 2009);
- O Coq é baseado em teoria de tipos, devido a Correspondência de Curry-Howard é capaz de expressar sistemas lógicos sofisticados;
- Coq tem uma grande quantidade de ferramentas de automação de provas, e também permite que seus usuários desenvolvam suas próprias ferramentas;
- Essas características tornam Coq uma boa ferramenta para representar sistemas lógicos complexos e operar sobre eles.

```
Inductive KT4formula : Set :=  
| T4Lit      : nat          -> KT4formula  
| T4Neg      : KT4formula -> KT4formula  
| T4Box      : KT4formula -> KT4formula  
| T4Dia      : KT4formula -> KT4formula  
| K4Box      : KT4formula -> KT4formula  
| K4Dia      : KT4formula -> KT4formula  
| T4And      : KT4formula -> KT4formula -> KT4formula  
| T4Or       : KT4formula -> KT4formula -> KT4formula  
| T4Implies  : KT4formula -> KT4formula -> KT4formula.
```

Figura: Linguagem de $\mathbf{KT} \odot \mathbf{K4}$


- A modelagem de grafos no Coq ainda está sendo estudada
- Resultados obtidos da implementação são positivos e indicam que é possível uma modelagem de grafos ponderados em Coq.


- 
- ① Modelar grafos ponderados no Coq;
 - ② Implementar e formalizar o Algoritmo de Dijkstra;
 - ③ Estudar heurísticas que geram o menor caminho na Busca A*;
 - ④ Implementar e formalizar o Algoritmo de Busca A*.


Etapas	2023/1	2023/2				
	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1						
2						
3						
4						


Table: Cronograma Proposto para o TCC2


 BLACKBURN, P.; RIJKE, M. D.; VENEMA, Y. *Modal logic*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2001. v. 53.


 GEUVERS, H. Proof assistants: History, ideas and future. *Sadhana*, Springer Science and Business Media LLC, v. 34, n. 1, p. 3–25, feb 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s12046-009-0001-5>>.


 GOLDBLATT, R. *Mathematics of Modality*. [S.l.]: Center for the Study of Language and Information Publications, 1993.

 LAMPORT, L. *Specifying Systems: The TLA+ Language and Tools for Hardware and Software Engineers*. USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 2002. ISBN 032114306X.

 PNUELI, A. The temporal logic of programs. In: IEEE. *18th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (sfcs 1977)*. [S.l.], 1977. p. 46–57.

 SILVA, R. C. G. *Uma certificação em COQ do algoritmo W monádico*. Dissertação (Dissertação) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Programa de Pós Graduação em Computação Aplicada, 2019.

 SILVEIRA, A. A. D. et al. A sound deep embedding of arbitrary normal modal logics in coq. In: *XXVI Brazilian Symposium on Programming Languages*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2022. (SBLP 2022), p. 1–7. ISBN 9781450397445. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/3561320.3561329>>.

 SILVEIRA, A. A. da. *Implementação de uma biblioteca de lógica modal em Coq*. Dissertação (Projeto de Diplomação) — Bacharelado em Ciência da Computação—Centro de Ciências Tecnológicas, UDESC, Joinville, 2020.