

به فرض ماتریس معکوس P به شکل روبه رو باشد:

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$D = \begin{bmatrix} A & B \\ C & I \end{bmatrix}$$

حال Z ما را به دست می آوریم.

طبق قضیه مطرح شده در کتاب جبر خطی david-c-lay ویرایش پنجم صفحه 122 برای آن که ماتریس P معکوس پذیر باشد باید حتماً A و I معکوس پذیر باشند باشند. حال P و D را در هم ضرب می کنیم.

$$D \times D^{-1} = I \Rightarrow \begin{bmatrix} A & B \\ C & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_k & 0 \\ 0 & I_{n-k} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow AZ_{11} + BZ_{21} = I_k \quad (1)$$

$$AZ_{12} + BZ_{22} = 0 \quad (2)$$

$$CZ_{11} + Z_{21} = 0 \quad (3)$$

$$CZ_{12} + Z_{22} = I_{n-k} \quad (4)$$

$$\textcircled{2} \xrightarrow{\times A^{-1}} Z_{12} = -A^{-1} B Z_{22} \quad \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3} \Rightarrow Z_{21} = -C Z_{11} \quad \textcircled{6}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1}, \textcircled{4} \Rightarrow (A - BC) Z_{11} = I_k \quad \textcircled{7} \\ \textcircled{5}, \textcircled{6} \Downarrow \\ (-CA^{-1}B + I) Z_{22} = I_{n-k} \end{array}$$

$$\textcircled{7} \Rightarrow Z_{11} = (A - BC)^{-1}$$

چون طبق فرض

$(A - BC)$ وارون پذیر است.

اگر $A - BC$ معکوس پذیر

نمود آنگاه Z_{11} به دست

میی آید.

$$Z_{22} = (I - CA^{-1}B)^{-1}$$

حال اگر Z_{22} موجود باشد، Z_{12} و Z_{21} هم بر حسب Z_{11} و Z_{22} طبق فرمول $\textcircled{2}$ و $\textcircled{3}$ محاسبه می شوند. D^{-1} به دست می آید.