الف) می دانیم که در هر ستون ماتریس سودوکو تمامی اعداد ۱ تا ۹ قرار دارند، پس:

$$A = S\begin{bmatrix}1\\1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}_{9\times1} = 1\times\underbrace{\begin{bmatrix}V_{11}\\V_{21}\\\vdots\\V_{91}\end{bmatrix} + \cdots + 1\times\begin{bmatrix}V_{19}\\V_{29}\\\vdots\\V_{99}\end{bmatrix}}_{\text{۹ بار}}$$

و از طرفی دیگر می دانیم:

$$\forall i,j \in \{1,2,\dots,9\} \quad \sum_{i=1}^{9} V_{ij} = \frac{9\times10}{2} = 45$$

پس نتیجه می شود:

$$A = \begin{bmatrix}45\\45\\\vdots\\45\end{bmatrix}_{9\times1}$$

ب) می دانیم که اعمال سطری شامل سه عمل اصلی است که به شرح زیر است:

۱- ضرب سطر در یک عدد حقیقی:
اگر سطری در عدد ضرب کنیم، آنگاه متادیر آن دیگر اعداد ۱ تا ۹ نخواهد بود و این متناقض با سودوکو بودن است.

۲- اضافه کردن ضریبی از یک سطر به سطر دیگر:
می دانیم که مجموع درایه های ماتریس سودوکو ۹×۴۵ است که اگر ماتریس دیگری سودوکو باشد باید این شرط را داشته باشد، حال اگر ضریبی از یک سطر را به سطر دیگر اضافه کنیم از مجموع ۹×۴۵ کمتر یا بیشتر می شود که با شرط سودوکو بودن در تناقض است.

۳- جابه جایی دو سطر: شرط اینکه در هر سطر و در هر ستون اعداد ۱ تا ۹ باشند حفظ
اگر سطری با سطری دیگر جابه جا کنیم آنگاه شرط
حفظ می شود ولی شرطی که برای سودوکو بودن نقض می شود قرار گرفتن اعداد ۱ تا ۹ در مربع های ۳×۳ است
که در ادامه اثبات می کنیم

ادامه صفحه ی بعدی!

به برهان خلف فرض می‌کنیم که با جابه‌جایی هر دو سطری قرار گرفتن اعداد ۱ تا ۹ در مربع های ۳×۳ همچنان برقرار بماند در آن صورت مثلاً ۳ درایه سطر اول با ۳ درایه تمامی سطرهای دیگر یکی است فقط ترتیب قرارگرفتن این ۳ عدد متفاوت است چون اعداد قرار گرفته در این قسمت ها بیشتر از ۳ نیست بنابراین اصل لانه کبوتری وجود دارد درایه‌ای در یکی از این سه ستون که باهم برابرند پس شرط سودوکو بودن نقض می‌شود و فرض خلف باطل و عمل جابه‌جایی سودوکو بودن را حفظ نمی‌کند!