$$A = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ ۸ & ۹ & ۴ \\ ۷ & ۶ & ۵ \end{bmatrix} \rightarrow \det(A) = +۱\left(\begin{vmatrix} ۹ & ۴ \\ ۶ & ۵ \end{vmatrix}\right) - ۲\left(\begin{vmatrix} ۸ & ۴ \\ ۷ & ۵ \end{vmatrix}\right) + ۳\left(\begin{vmatrix} ۸ & ۹ \\ ۷ & ۶ \end{vmatrix}\right)$$

$$= ۴۵ - ۲۴ - ۲(۴۰ - ۲۸) + ۳(۴۸ - ۶۳)$$

$$= ۲۱ - ۲۴ - ۴۵ = -۴۸$$

$$B = \begin{bmatrix} ۱+x & ۲+x & ۳+x \\ ۸+x & ۹+x & ۴+x \\ ۷+x & ۶+x & ۵+x \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{row۳} = \text{row۳} - \text{row۱}]{\text{row۲} = \text{row۲} - \text{row۱}}$$

دترمینان تغییر نمی‌کند

$$B_1 = \begin{bmatrix} ۱+x & ۲+x & ۳+x \\ ۷ & ۷ & ۱ \\ ۶ & ۴ & ۲ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{row۳} = \frac{۱}{۲}\text{row۳}}$$

دترمینان در ۲ باید ضرب شود

$$B_2 = \begin{bmatrix} ۱+x & ۲+x & ۳+x \\ ۷ & ۷ & ۱ \\ ۳ & ۲ & ۱ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{row۲} = \text{row۲} - \text{row۳}}$$

دترمینان تغییر نمی‌کند

$$B_3 = \begin{bmatrix} ۱+x & ۲+x & ۳+x \\ ۴ & ۵ & ۰ \\ ۳ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\det(B_3) = ۳+x\left(\begin{vmatrix} ۴ & ۵ \\ ۳ & ۲ \end{vmatrix}\right) + ۱\left(\begin{vmatrix} ۱+x & ۲+x \\ ۴ & ۵ \end{vmatrix}\right)$$

$$\det(B_3) = (۳+x)(۸ - ۱۵) + (۵ + ۵x - ۸ - ۴x) =$$

$$\det(B_2) = (3+x)(-7) + (x-3) = -21 - 7x + x - 3 = -6x - 24$$

$$\rightarrow \det(B) = 2\det(B_2) = -12x - 48$$

$$C = \begin{bmatrix} x & x^2 & x^3 \\ x^8 & x^9 & x^4 \\ x^7 & x^6 & x^5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{row3} \leftarrow \frac{\text{row3}}{x^5}]{\text{row1} \leftarrow \frac{\text{row1}}{x},\ \text{row2} \leftarrow \frac{\text{row2}}{x^4}} \frac{1}{x^5} , \frac{1}{x^4} , \frac{1}{x}$$ ضرب در

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 \\ x^4 & x^5 & 1 \\ x^2 & x & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \det(C_1) = 1\left(\begin{vmatrix} x^5 & 1 \\ x & 1 \end{vmatrix}\right) - x\left(\begin{vmatrix} x^4 & 1 \\ x^2 & 1 \end{vmatrix}\right) + x^2\left(\begin{vmatrix} x^4 & x^5 \\ x^2 & x \end{vmatrix}\right)$$

$$\rightarrow \det(C_1) = x^5 - x - x(x^4 - x^2) + x^2(x^5 - x^7)$$

$$= \cancel{x^5} - x - \cancel{x^5} + x^3 + x^7 - x^9 = -x^9 + x^7 + x^3 - x$$

$$= x(x^6 - 1) + x^3(-x^6 + 1) = x(x^6 - 1) - x^3(x^6 - 1)$$

$$= (x^6 - 1)(x - x^3) = x(1 - x^2)(x^6 - 1)$$

$$\det(C_1) = \frac{1}{x^{10}}\det(C) \rightarrow \det(C) = x^{11}(1 - x^2)(x^6 - 1)$$