ابوعبدا... جعفر ابن محمد رودکی ـ محمد حلبی ۹۵۳۱۰۲۵

یک روش برای بدست آوردن ماتریس وارون این بود که :

$$(A^{-1})_{ij} = \frac{(-1)^{i+j}\det(M_{ij})}{\det(A)}$$

Minor of A

حال می‌دانیم A یک ماتریس وارون پذیر است که $i > j \Rightarrow a_{ij} = 0$ و این ماتریس $n \times n$ است

برای هرکدام از درایه‌های A^{-1} باید صورت کسر بالا را بررسی کنیم. از $\det A$ که بدیهی است غیرصفر است کاملاً صرف‌نظر می‌کنیم.

$$(A^{-1})_{kl} = (-1)^{k+l} \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,l-1} & a_{1,l+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k-1,1} & & a_{k-1,l-1} & a_{k-1,l+1} & & a_{k-1,n} \\ a_{k+1,1} & & a_{k+1,l-1} & a_{k+1,l+1} & & a_{k+1,n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,l-1} & a_{n,l+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

یک ماتریس مربعی که از حذف سطر k و ستون l حاصل شده

این ماتریس هم بالامثلثی است (پایین قطر اصلی همه صفر هستند) چون A بالامثلثی است.

تمامی عناصر قطری همان عناصر قطری A هستند بجز عنصر قطری سطر k+1 ام (از A)

چون سطر k حذف شده سطر k+1 به عبارتی یک واحد بالا آمده است. از آنجا که $k+1 > k$ است پس $a_{k+1,k} = 0$ و نهایتاً در قطر ماتریس کهاد است.

ماتریس کهاد یک ماتریس بالامثلثی است پس دترمینان آن برابر با حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی می‌باشد، روی قطر اصلی صفر داریم! پس $(A^{-1}_{kl}) = 0$ برای تمامی k های که از l بزرگتر هستند پس A^{-1} هم بالامثلثی است