

سوالاتی از سری سوالات مسابقه عید!

- عیدتون مبارک!
- سوالات را به صورت فردی حل کنید و آگه از منبعی استفاده می کنید با از دوستانتون مشورت میگیرد، در پاسخنامه حتما دقیق ذکر کنید تا تقلب گرفته نشه.
- پاسخ ها را کامل و مختصر در یک فایل pdf به فرمت [9531000_Lazaros_Christodouloupoulos_HomeworkTitle.pdf](#) ارسال کنید.

فرض کنید که می خواهیم معادله $Ax_i = b_i$ را برای $i = 1, \dots, m$ حل کنیم. دو الگوریتم برای این کار وجود دارد:

Algorithm 1

Use Gaussian elimination to compute the L and U factors of A

For $i = 1$ to m

Use the L and U factors to solve $Ax_i = b_i$

end

Algorithm 2

Use Gaussian elimination to compute the L and U factors of A

For $i = 1$ to n ... compute the inverse of A

Use the L and U factors to solve $Ay_i = e_i$, where e_i is the i -th column of I

end

... Note that $A^{-1} = [y_1, y_2, \dots, y_n]$

for $i = 1$ to m

$x_i = A^{-1} \cdot b_i$... matrix-vector multiplication

end

تعداد عملیات لازم برای اجرای هریک از الگوریتم ها را بشمارید. (پاسخ شما باید شبیه $c_1 n^3 + c_2 mn^2 + O(n^2)$ باشد که شما باید مقادیر ثابت c_1 و c_2 را به دست آورید.) تمام عملیات های جمع و ضرب و تقسیم و تفریق را در شمارش یکسان در نظر بگیرید. با مقایسه نتایج به دست آمده از هریک الگوریتم ها نتیجه بگیرید که الگوریتم اول، از الگوریتم دوم سریع تر است. این نتیجه به این معنی است که برای حل دستگاه معادلات (هرچندتایی که باشند)، هیچ وقت نباید از وارون ماتریس ضرایب استفاده کنید بلکه بهتر است از تجزیه LU این ماتریس برای حل معادله کمک بگیرید.