$$(A+uv^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1}uv^TA^{-1}}{1+v^TA^{-1}u}$$

$(\Leftarrow)$

برای اثبات این تساوی ($A+uv^T$ با $1+v^TA^{-1}u \neq 0$ معکوس‌پذیر است
با معکوس داده شده در بالا) درست است وقتی ما خواص معکوس را بپذیریم:
ماتریس Y (سمت راست تساوی بالا) معکوس ماتریس X است. $(A+uv^T)$

اگر و تنها اگر $XY = YX = I$.

پس ما ابتدا ثابت می‌کنیم که سمت راست تساوی (Y) می‌تواند $XY = I$
را عملی سازد

$$XY = (A+uv^T)\left(A^{-1} - \frac{A^{-1}uv^TA^{-1}}{1+v^TA^{-1}u}\right) = AA^{-1} + uv^TA^{-1} -$$

$$\frac{AA^{-1}uv^TA^{-1} + uv^TA^{-1}uv^TA^{-1}}{1+v^TA^{-1}u} = I + uv^TA^{-1} - \frac{uv^TA^{-1} + uv^TA^{-1}uv^TA^{-1}}{1+v^TA^{-1}u}$$

$$= I + uv^TA^{-1} - \frac{u(1+v^TA^{-1}u)v^TA^{-1}}{1+v^TA^{-1}u} = I + uv^TA^{-1} - uv^TA^{-1} = I$$

و به همین صورت $YX = I$ نیز صحیح است.

$$YX = \left(A^{-1} - \frac{A^{-1}uv^TA^{-1}}{1+v^TA^{-1}u}\right)\left(A+uv^T\right) = I$$

$(\Rightarrow)$

برای اثبات این طرف تساوی ما فرض می‌کنیم $u \neq 0$

در غیر این صورت حکم بدیهی است. پس

$$(A+uv^T)A^{-1}u = u + uv^TA^{-1}u = (1+v^TA^{-1}u)u.$$

از آنجا که $A+uv^T$ معکوس پذیر است و $(A+uv^T)A^{-1}$

معکوس پذیر است زیرا از ضرب ۲ ماتریس معکوس پذیر ساخته شده.

بنابراین با فرض حالت $u \neq 0$ ، داریم $(A+uv^T)A^{-1}u \neq 0$ و

$$(1+v^TA^{-1}u)u \neq 0 \longrightarrow 1+v^TA^{-1}u \neq 0 \longrightarrow$$