

ارمغان سرور ۹۵۴۱۸۰۷

ث ک ماتریس D وارون پذیر است اگر $A - BC$ وارون پذیر باشد
حل: فرض می کنیم D وارون پذیر است و وارون آن \tilde{D} است یعنی ضرب
آنها I می شود:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A d_{11} + B d_{21} = I \\ A d_{12} + B d_{22} = 0 \\ C d_{11} + d_{21} = 0 \\ C d_{12} + d_{22} = I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A d_{11} + B(-C d_{11}) = I \\ (A - BC) d_{11} = I \\ d_{11} = (A - BC)^{-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A d_{12} + B(I - C d_{12}) = 0 \\ (A - BC) d_{12} = -B \Rightarrow d_{12} = (A - BC)^{-1}(-B) \end{cases}$$

یعنی برای وجود وارون D ، کافی بود وارون $A - BC$ موجود باشد
که برقرار است و D وارون پذیر است.