



Mo	Tu	We	Th	Fr	Sa	Su
----	----	----	----	----	----	----

Memo No. _____

Date / /

مصفوفه برای 2×2 :
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

A B

I و معکوس پذیر

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

معکوس پذیر (سطرها یک صفر دارد)

A و B معکوس پذیر نیستند و در AB صحت د

مصفوفه برای 3×3 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 4} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 3}$$

$AB = I_3 \rightarrow$ معکوس پذیر

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

سطرها یک صفر

معکوس پذیر نیست

برای $n \times n$:

ماتریس $n \times (n+1)$ زیرا را در نظر بگیرید. در سطر i ام ماتریس i ام درایه‌ها به جز درایه ستون i ام ۰ و درایه ستون i ام ۱ است. ثابت میکنیم اگر این ماتریس در تریانگولر اسی ضرب شود ماتریس همان $n \times n$ را خواهیم داشت که معکوس پذیر است اما اگر تریانگولر ده این ماتریس در خودش ضرب شود ماتریس حاصل قطری با درایه‌های ۰ و ضرایب ۱ است که در نتیجه آن معکوس ناپذیر است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}_{n \times (n+1)} \longrightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(n+1) \times n}$$

$A \times A^T$: سطر درایه‌های غیر صفر درایه‌های قطر آن هستند. درایه c از $A \times A^T$ را در نظر بگیرید:

$$c_{ij} = [a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{i(n+1)}] \times \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{(n+1)j} \end{bmatrix} =$$

$$[0 \dots 0 \underset{\text{محل}}{1} 0 \dots 0] \times \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix} \rightarrow \text{اگر } i \neq j \text{ جواب } 0 \text{ در غیر این صورت } 1$$

$$A \times A^T = I_n$$

$$A^T \times A = C \xrightarrow{\text{سطر } (n+1)} C_{(n+1) \times 1} = [0 \dots 0] \times A$$

← سطر تمام صفر ← معکوس ناپذیر

$$\rightarrow A \times A^T \text{ معکوس ناپذیر} \quad A^T \times A \text{ معکوس ناپذیر}$$