

ب) آیا می توان گفت $L \leq L^n$ ($n > 1$)

$$\begin{bmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{bmatrix} = A^n B = A A^{n-1} B = A \begin{bmatrix} F_n \\ F_{n-1} \end{bmatrix} \xrightarrow{F_{n+1} = F_n + F_{n-1}}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_n \\ F_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = A^2 B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} B \rightarrow B = C^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

پس با توجه به اینکه $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ضرب $A^n B$ معادل انتساب ستون اول A^n است. در نتیجه این ستون F_n و F_{n+1} را به ما می دهد. در نتیجه برای پیدا کردن F_n و F_{n+1} کافی است A^n را مقایسه کنیم. می توان با n بار ضرب A در خود این کار را انجام داد یا با توجه به ساختار A می توان روش زیر را پس گرفت (ساختار متقارن دارد):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{bmatrix}}_{A^n} \xrightarrow{\text{جایه جایی درایه}} \underbrace{\begin{bmatrix} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n & F_{n+1} \\ F_{n+1} & F_n \end{bmatrix}}_{A^{n+1}}$$

وضع درایه $(1,1)$ $(1,2)$