

من این ماتریس را به شکل $u \times L$ در آوردم (چون به شکل $L \times U$ بدون جابه جایی سطرها نمی شد)

تبدیل کرد)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -6 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -12 & -6 & 0 \\ -6 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -6 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow E_3 E_2 E_1 A = L \rightarrow A = (E_3 E_2 E_1)^{-1} L$$

$$= E_1^{-1} E_2^{-1} E_3^{-1} L$$

$$E_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Ax=b \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -6 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[u \ b] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 8 \\ 0 & 1 & 2 & | & 4 \\ 0 & 0 & 1 & | & -4 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1 \rightarrow r_1 + r_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 8 \\ 0 & 1 & 2 & | & 4 \\ 0 & 0 & 1 & | & -4 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1 \rightarrow r_1 - 4r_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 24 \\ 0 & 1 & 0 & | & 12 \\ 0 & 0 & 1 & | & -4 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_1 \rightarrow r_1 - 2r_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 12 \\ 0 & 0 & 1 & | & -4 \end{bmatrix} \rightarrow y = \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$[L \ y] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ -6 & -3 & 0 & | & 12 \\ 3 & 2 & 1 & | & -4 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow -2x_1 + (-x_2) = 4 \rightarrow x_2 = \frac{4 + 2x_1}{-1}$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = -4$$

$$\rightarrow x_3 = -4 - 2x_2 - 3x_1$$

$$= -4 + 8 + 4x_1 - 3x_1 = x_1 + 4$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow [u \ b] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow y = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[L \ y] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & | & -2 \\ -6 & -3 & 0 & | & 12 \\ 3 & 2 & 1 & | & -4 \end{bmatrix} \rightarrow \text{جواب ندارد}$$