

Subject:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$A^* = \begin{vmatrix} \overline{a_{11}} & \overline{a_{12}} & \dots & \overline{a_{1n}} \\ \vdots & & & \vdots \\ \overline{a_{n1}} & \overline{a_{n2}} & \dots & \overline{a_{nn}} \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix}$$

(الف)

باید ثابت کنیم A, B, C و درجه A^* ماتریس‌های صفری هستند. برای صفر شدن حاصل ضرب، باید

AB صفر باشد و A^*A

$$A^*A = \begin{vmatrix} \overline{a_{11}} & \dots & \overline{a_{1n}} \\ \vdots & & \vdots \\ \overline{a_{n1}} & \dots & \overline{a_{nn}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \vdots & & \vdots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

در A^*A

$$\forall a_{ij} \neq 0 \rightarrow a_{ij} \times \overline{a_{ij}} = (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \neq 0$$

$$a_{ij} = a+bi$$

درجه A^*A از C که از جمع $a_{ij} \times \overline{a_{ij}}$ ضرب اسکالر در هر یک از سطرهای A و ستونهای A^* به دست می‌آید. غیر صفری است.

سپ A^*A صفر نمی‌تواند باشد پس برای صفر شدن حاصل A^*AB باید AB صفر باشد.

(ب)

$$A^*AB = A^*AC \rightarrow A^*AB - A^*AC = 0 \rightarrow A^*(AB - AC) = 0$$

در این A^* صفری درجه $AB - AC$ باید صفر باشد، یعنی $AB - AC = 0 \leftarrow AB = AC$