3

Monday, March 26, 2018 5:49 PM

A^nB ← باتوجه به این رابطه، واضح است که B مقادیر شروع ما و A هم

ماتریسی است که با ضرب آن، جمله های مرحله ی بعد تولید می شود.

$$A \times A^n B = A^{n+1} B \quad \leftarrow$$

$$A \times \begin{bmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{bmatrix} \Rightarrow A \to$$ ۲ در ۲

$$\underbrace{A \times \begin{bmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{bmatrix}}_{+} = \underbrace{\begin{bmatrix} F_{n+1} + F_n \\ F_{n+1} \end{bmatrix}}_{k} \to \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{n+1} + F_n \\ F_{n+1} \end{bmatrix}$$

$$A_{11} F_{n+1} + A_{12} F_n = F_{n+1} + F_n \Rightarrow A_{11} = 1 \quad A_{12} = 1$$

$$A_{21} F_{n+1} + A_{22} F_n = F_{n+1} \Rightarrow A_{21} = 1 \quad A_{22} = 0 \Rightarrow \boxed{A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}$$

$$\begin{bmatrix} F_2 \\ F_1 \end{bmatrix} = AB = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} B_{11} + B_{21} = 1 \\ B_{11} = 1 \end{matrix} \Rightarrow B_{21} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

تعداد محاسبات لازم :

$n \times \left(\text{زمان محاسبه ضرب ماتریس } 2\times2 \text{ و } 2\times1 \right) \leftarrow A^n B$

با توجه به این که زمان محاسبه‌ی ضرب ۲ ماتریس $n\times n$ برابر $O(n^3)$ است ، با توجه به این که سایز ماتریس ها مشخص است، زمان ضرب برابر $O(1)$ است و برابر عدد ثابت c است.

$$n \times (c) = cn \rightarrow O(n)$$