

$$\alpha_1 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

این معادله باید تنها جواب در این صفر داشته باشد.

$$\alpha_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 1 & 0 \\ 3 & 7 & 1 & 0 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & -8 & -2 & 0 \end{array} \right] \rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + 5\alpha_2 + \alpha_3 = 0 \\ -8\alpha_2 - 2\alpha_3 = 0 \end{cases}$$

$$R_2 - 3R_1 \rightarrow R_2$$

$$\rightarrow \alpha_2 = -\frac{2}{8} \alpha_3 = -\frac{1}{4} \alpha_3$$

$$\alpha_1 = -\alpha_3 - 5\alpha_2 = -\alpha_3 + \frac{5}{4} \alpha_3 = \frac{1}{4} \alpha_3$$

$$\alpha_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & 6 & 1 & 0 \\ 4 & 8 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

$$\rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \end{array} \right] \rightarrow \begin{cases} 2\alpha_1 + 6\alpha_2 + \alpha_3 = 0 \\ -4\alpha_2 - \alpha_3 = 0 \end{cases} \rightarrow \alpha_2 = -\frac{1}{4} \alpha_3$$

$$\rightarrow \alpha_1 = (-\alpha_3 - 6\alpha_2)/2 = \frac{1}{2}(-\alpha_3 + \frac{6}{4} \alpha_3) = \frac{1}{4} \alpha_3$$

نتایج بدست آمده از ترکیب عمل ستون‌های دوم و ستون‌های اول

در نهایت جواب درست آمار پس این سه ماتریس از هم مستقل  
نیستند. مثال عددی:

$$\alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = -1 \quad \alpha_3 = 4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$