

$$\begin{bmatrix} A_{n \times n} & O_{n \times m} \\ C_{m \times n} & I_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n & O_{n \times m} \\ O_{m \times n} & D_{m \times m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+O & O \\ C+O & O+D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n \times n} & O_{n \times m} \\ C_{m \times n} & D_{m \times m} \end{bmatrix}$$

$(n+m)(n+m)$
 $(n+m)(n+m)$

$$\begin{bmatrix} A & O \\ C & I_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n & A^{-1}B \\ O & D - CA^{-1}B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \overbrace{AA^{-1}B}^I \\ C_{m \times n} & CA^{-1}B + D - CA^{-1}B \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$