

2

Monday, March 26, 2018 4:43 PM

 $P \rightarrow$ elementary ...

(c)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = A'$$

$$A' = LU = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مشت}} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{ر} \times \text{ر}} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = U$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{21} & 1 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{ر} & 1 & 0 \\ \text{ر} & 1 & 0 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{ر} L_{21} = 0 \\ \text{ر} L_{31} = 0 \end{matrix} \Rightarrow L_{21} = L_{31} = 0$$

$$\begin{matrix} \text{ر} & 2 \\ \text{ر} & 1 \end{matrix} \rightarrow \text{ر} L_{21} + L_{32} = 2 \rightarrow L_{32} = 2 = L_{32} \Rightarrow L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^x = \begin{bmatrix} \wedge \\ \xi \\ -\xi \end{bmatrix} \rightarrow PAx = A'x = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ 0 & 1 & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \wedge \\ \xi \\ -\xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\xi \\ \xi \\ \wedge \end{bmatrix}$$

$$A'x = \begin{bmatrix} -\xi \\ \xi \\ \wedge \end{bmatrix} \rightarrow L(Ux) = \begin{bmatrix} -\xi \\ \xi \\ \wedge \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ y_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\xi \\ \xi \\ \wedge \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y_{11} = -\xi \\ y_{21} = \xi \\ y_{31} + y_{21} = \wedge \end{cases} \quad (1)$$

$$\rightarrow y = \begin{bmatrix} -\xi \\ \xi \\ \cdot \end{bmatrix} = Ux = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & 1 & \cdot \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{①}} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 & -\xi \\ 0 & 1 & \cdot & \xi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{②}} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 & -\xi \\ 0 & 1 & \cdot & \xi \\ \cdot & \cdot & 0 & \cdot \end{bmatrix} \xrightarrow{-\cdot \times \text{②}}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & -\cdot & -1\xi \\ 0 & 1 & \cdot & \xi \\ \cdot & \cdot & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$x_3 \rightarrow$ متغیر آزاد

$$\begin{cases} x_1 = -1\xi + \cdot x_3 \\ x_2 = \xi - \cdot x_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \begin{bmatrix} -\xi + x_3 \\ \xi - \cdot x_3 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$A'x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow L(\underbrace{ux}_y) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ r \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{1r} \\ y_{1r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y_{11} = 0 \\ y_{1r} = 1 \\ \underbrace{r y_{1r}}_r + \underbrace{y_{1r}}_{-r} = 0 \end{cases} \quad (r)$$

$$\rightarrow y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -r \end{bmatrix} = Ux = \begin{bmatrix} r & r & 1 \\ 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{1r} \\ x_{1r} \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{smallmatrix}} \begin{bmatrix} r & r & 1 & 0 \\ 0 & 1 & r & 1 \\ r & 0 & 0 & -r \end{bmatrix}$$

! قابل حل