* مرجع : youtu.be/feynuttrw7s

سروش برمکی   به نام خدا

۹۵۲۲۱۰۱۰

چون A را نمی توان به فرم LU در آورد و در قطر اصلی آن صفر وجود دارد از $P.A = L.U$ استفاده می کنیم یعنی طرفین $Ax = b$ را در P از چپ ضرب می کنیم تا به $L(Ux) = \widehat{P.b}$ برسیم و آن را حل کنیم برای محاسبه P، L، U داریم:

$$P_۰ = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} \qquad P_۱ = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۰ & ۰ \end{bmatrix} \qquad P_۲ = P_۱$$

$$U_۰ = \begin{bmatrix} ۰ & ۲ & ۴ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۳ & ۲ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow U_۱ = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۲ & ۴ \end{bmatrix} \Rightarrow U_۲ = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}$$

$$L_۰ = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix} \qquad L_۱ = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix} \qquad L_۲ = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲ & ۰ \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۰ & ۰ \end{bmatrix} \qquad U = U_۲ = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}$$

$$L = L_۲ + I_{۳\times۳} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}$$

شهریور در یک نگاه

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷

$$P.A = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & ۲ & ۴ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۳ & ۲ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۲ & ۴ \end{bmatrix}$$

$$L.U = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & ۲ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۲ & ۴ \end{bmatrix}$$

$$P.A = L.U \checkmark$$

الف) $b = \begin{bmatrix} ۸ \\ ۴ \\ -۴ \end{bmatrix} \longrightarrow P.b = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۸ \\ ۴ \\ -۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۴ \\ ۸ \end{bmatrix}$

$$L(\underbrace{Ux}_{y}) = P.b \rightsquigarrow [L \mid P.b] = \left[\begin{array}{ccc|c} ۱ & ۰ & ۰ & -۴ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۴ \\ ۰ & ۲ & ۱ & ۸ \end{array}\right]$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} ۱ & ۰ & ۰ & -۴ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۴ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \end{array}\right]$$

$$\underbrace{}_{I} \quad \underbrace{}_{y}$$

$$[U \mid y] = \left[\begin{array}{ccc|c} ۳ & ۲ & ۱ & -۴ \\ ۰ & ۱ & ۲ & ۴ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|c} ① & ۲/۳ & ۱/۳ & -۴/۳ \\ ۰ & ① & ۲ & ۴ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \end{array}\right]$$

basic　　free

$$x_۱ + ۲/۳\, x_۲ + ۱/۳\, x_۳ = -۴/۳$$

$$x_۲ + ۲x_۳ = ۴ \longrightarrow \boxed{x_۲ = ۴ - ۲x_۳} \circledast$$

$$\circledast \longrightarrow x_۱ = -۴/۳ - ۲/۳(۴ - ۲x_۳) - ۱/۳\, x_۳$$

$$= \boxed{-۴ + x_۳}$$

شهریور در یک نگاه

ج	پ	چ	س	د	ی	ش
۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱
			۳۱	۳۰	۲۹	۲۸

$x_۱ = -۴ + x_۳ \ , \ x_۲ = ۴ - ۲x_۳ \ , \ x_۳ \rightarrow free$

$$X = \begin{bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۴ + x_۳ \\ ۴ - ۲x_۳ \\ x_۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۴ \\ ۰ \end{bmatrix} + x_۳ \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

$x_۳ \rightarrow free$

با $b = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} \rightarrow P.b = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۰ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$

$$L(\underbrace{Ux}_{y}) = P.b \rightarrow [L \mid P.b] = \left[\begin{array}{ccc|c} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۲ & ۱ & ۰ \end{array}\right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۱ & -۲ \end{array}\right] \quad \underbrace{}_{I} \ \underbrace{}_{y}$$

$$[U \mid y] = \left[\begin{array}{ccc|c} ۳ & ۲ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۲ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۰ & -۲ \end{array}\right] =$$ [redacted]

[redacted] [redacted]

→ دستگاه جواب ندارد!
ناسازگار است.

بررسی جواب ها :

الف)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}}_{P.A} \underbrace{\begin{bmatrix} -4+x_3 \\ 4-2x_3 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}}_{P.b} \quad \checkmark$$

جواب ندارد چون ا ب

دستگاه ناسازگار است.