فرنوش برمکی

به نام خدا

۹۴۳۱۰۱۰

یک ماتریس $n \times n$ با درایه های ۱ و ۱- را در نظر می گیریم و با کاهش سطری (افزودن یک سطر با ضریبی از آن به سطر دیگر) زیر درایه محوری اول را صفر می کنیم. پس سطر اول تماما ۱ و ۱- می باشد در حالی که سطر دوم تا nام چون حاصل جمع ۱ ها و ۱- ها می باشد یا ۰ یا ۲ یا ۲- می باشد. همین فرآیند را برای درایه محوری دوم در سطر دوم انجام می دهیم و زیر آن را صفر می کنیم حال از سطر سوم تا سطر nام تماما ۴ یا ۲ یا ۰ یا ۲- یا ۴- می باشند (۲، ۲- و ۰ : $0+2=0$ ، $0+0=0$ ، $0-2=-2$)

همین فرآیند را برای سطرها تا سطر nام انجام می دهیم تا ماتریس بالا مثلثی بشود. از عملیات فوق می دانیم در هر سطر iام، تماما از $-2\times(i-1)$ تا $2\times(i-1)$ موجود می باشند البته تنها زوج ها!! به استثنای سطر اول که تماما ۱- و ۱ می باشد.

حال دترمینان برابر ضرب عناصر روی قطر اصلی می باشد. به غیر از سطر و ستون اول که ۱ یا ۱- می باشد از درایه محوری دوم

مهر در یک نگاه

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
				۱	۲	۳
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	

روز تربیت بدنی و ورزش

تا درایه محوری n ام همگی زوج و مضربی از ۲ می باشند

پس با ضرب آن ها حتما مضربی از 2^{n-1} بدست می آید چون

n-1 درایه محوری زوج داریم در نتیجه $\det A = 2^{n-1} \times k$

$k \in \mathbb{Z}$

که همان حکم مسئله می باشد.

پس با استدلال بیان شده این حکم برقرار است.

به عنوان مثال فرآیند بررسی ماتریس 4×4 زیر انجام شده است:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times 2 \times 2 \times (-2) = 2^{3} \times (-1) = 2^{4-1} \times (-1)$$

$\underline{k = -1}$

* در اینجا ضرب و افزودن سطر دیگری نیاز نبود ولی اگر ماتریس باید ساده تر می شد مضارب زوج دیگر نیز مشاهده می شد!

مهر در یک نگاه

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
				۱	۲	۳
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	

با این الگوریتم به دترمینان زیر می‌رسیم.

$$
\begin{vmatrix}
-1 & 1 & 1 & -1 & \cdots & 1 \\
0 & (-2,0,2) & (-2,0,2) & \cdots & & (-2,0,2) \\
0 & 0 & (-4,-2,0,2,4) & \cdots & & (-4,-2,0,2,4) \\
\vdots & 0 & 0 & \ddots & & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & &
\end{vmatrix}
$$

$$(-2\times(n-1), \dots, 2\times(n-1))$$

$(-2,0,2)$ ← درایه یا -2 یا 0 یا 2 می‌باشد.