

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 7 & 0 & 7 \\ 3 & 7 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -\frac{7}{3}R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \\ -R_1 + R_3 \rightarrow R_3 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & \frac{14}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-\frac{3}{14}R_2 + R_3 \rightarrow R_3} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & \frac{14}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 7 & 0 & 7 \\ 3 & 7 & 7 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{7}{3} & 1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}}_L \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & \frac{14}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}}_U$$

$$U^{-1} = \frac{1}{-\frac{14}{3}} \begin{bmatrix} -\frac{14}{3} & -14 & 14 \\ 0 & 14 & -14 \\ 0 & 0 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$L^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{7}{3} & 1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{7}{3} & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = U^{-1}L^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{7}{3} & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$