

$$(A + uv^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1}uv^TA^{-1}}{1 + v^TA^{-1}u}$$

✓ اگر $v^TA^{-1}u = 0$ باشد، $(A + uv^T)^{-1}$ در یک ماتریس مشابه I به A^{-1} است و در این صورت $(A + uv^T)^{-1} = A^{-1}$ ✓

$$(A + uv^T) \left(A^{-1} + \frac{A^{-1}uv^TA^{-1}}{1 + v^TA^{-1}u} \right)$$

$$= AA^{-1} + A \times \frac{A^{-1}uv^TA^{-1}}{1 + v^TA^{-1}u} - \frac{AA^{-1}uv^TA^{-1} + uv^TA^{-1}uv^TA^{-1}}{1 + v^TA^{-1}u}$$

$$= I + uv^TA^{-1} - \frac{uv^TA^{-1} + uv^TA^{-1}uv^TA^{-1}}{1 + v^TA^{-1}u}$$

$$= I + uv^TA^{-1} - \frac{u(1 + v^TA^{-1}u)v^TA^{-1}}{1 + v^TA^{-1}u}$$

$$= I + uv^TA^{-1} - uv^TA^{-1} = I \quad \checkmark$$

پایان:

$$(A + uv^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1}uv^TA^{-1}}{1 + v^TA^{-1}u}$$