$A^*AB=0$ ⟹ ۱- یا اینکه ماتریس A صفر است که طبق سوال و فرض غلط است

۲- یا A^*A صفر است.

۳- یا AB صفر است

اگر مسئله ۲ رد شود می‌توان نتیجه گرفت که $AB=0$

طبق تعریف A^*

$$\Rightarrow A^* = \begin{bmatrix} \bar{a}_{11} & \bar{a}_{21} & \bar{a}_{31} & \cdots & \bar{a}_{n1} \\ \bar{a}_{12} & \bar{a}_{22} & \cdots & \cdots & \bar{a}_{n2} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \bar{a}_{1n} & & & & \bar{a}_{nn} \end{bmatrix}$$

$$A^*A = \begin{bmatrix} \bar{a}_{11} a_{11} + \bar{a}_{21} a_{21} + \cdots + \bar{a}_{n1} a_{n1} & \cdots \\ \vdots & \\ \bar{a}_{1n} a_{1n} + \bar{a}_{2n} a_{2n} + \cdots + \bar{a}_{nn} a_{nn} & \end{bmatrix}$$

$A^*A = C \rightarrow \quad C_{11} = \bar{a}_{11} a_{11} + \bar{a}_{21} a_{21} + \cdots + \bar{a}_{n1} a_{n1}$

$C_{22} = \bar{a}_{12} a_{12} + \bar{a}_{22} a_{22} + \cdots$

همانطور که مشاهده می‌شود $C_{ii} = \sum_{j=1}^{n} \bar{a}_j a_i$ که نشان می‌دهد هر یک عدد در خودش
ضرب می‌شود این ضرب تنها زمانی صفر می‌شود که درایه خود صفر باشد و این سبب می‌شود ماتریس A
صفر شود پس ماتریس C که در آن حاصل جمع ضرب هر زوج دو عدد دارد الف صفر است

پس فرض ۲ غلط است و فرض ۳ تنها فرض باقی مانده است.

$\rightarrow AB = 0$

قسمت ب $\Rightarrow$ فرض $A^*AB = A^*AC$ حکم: $AB = AC$

$A^*AB = A^*AC \longrightarrow A^*AB - A^*AC = 0 \rightarrow A^*(AB - AC) = 0$

$\Rightarrow A^*A\underbrace{(B - C)}_{Z} = 0 \rightarrow A^*AZ = 0 \xrightarrow[\text{قبل}]{\text{طبق قسمت}} AZ = 0$

$\rightarrow A(B - C) = 0 \longrightarrow AB - AC = 0 \rightarrow AB = AC$ ✓