

ابتدا قسمت دوم مسئله را اثبات می‌کنیم که حالت کلی‌تر قسمت اول است:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}}_Z = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ C & I_m \end{bmatrix}}_X \underbrace{\begin{bmatrix} I_n & A^{-1}B \\ 0 & D - CA^{-1}B \end{bmatrix}}_Y$$

$$Z_{ij} = \sum_{k=1}^{m+n} X_{ik} Y_{kj} = \sum_{k=1}^n X_{ik} Y_{kj} + \sum_{k=n+1}^{m+n} X_{ik} Y_{kj} \quad (*)$$

اگر $1 \leq i \leq n$ و $1 \leq j \leq n$ → $Z_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik} I_{kj} + \sum_{k=1}^m 0_{ik} 0_{kj} = A_{ij} + 0 = \boxed{A_{ij}}$

اگر $1 \leq i \leq n$ و $n+1 \leq j \leq m+n$ → $Z_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik} (A^{-1}B)_{kj} + \sum_{k=1}^m 0_{ik} (D - CA^{-1}B)_{kj} = (A A^{-1}B)_{ij} = \boxed{B_{ij}}$

اگر $n+1 \leq i \leq m+n$ و $1 \leq j \leq n$ → $Z_{ij} = \sum_{k=1}^n C_{ik} I_{kj} + \sum_{k=1}^m \underbrace{I_{ik} 0_{kj}}_0 = \boxed{C_{ij}}$

اگر $n+1 \leq i \leq m+n$ و $n+1 \leq j \leq m+n$ → $Z_{ij} = \sum_{k=1}^n C_{ik} (A^{-1}B)_{kj} + \sum_{k=1}^m I_{ik} (D - CA^{-1}B)_{kj}$
 $= (CA^{-1}B)_{ij} + (D - CA^{-1}B)_{ij} = (CA^{-1}B)_{ij} + D_{ij} - (CA^{-1}B)_{ij}$
 $= \boxed{D_{ij}}$

چون قسمت اول (در صورت مسئله) حالت خاصی از قسمت دوم است آن هم به همین طریق نتیجه گیری می‌شود (چون $B=0$ پس عنصر (۱ و ۱) ماتریس Y برابر ۰ می‌شود و همچنین $Y_{p,p} = D - CA^{-1} \times 0 = D - 0 = D$)