

$$A^*AB=0 \rightarrow AB=0: \text{ حکم ۱}$$

$$A^*AB=0 \rightarrow B^*A^*AB=(AB)^*(AB)=0 \quad \text{اثبات ۱}$$

$$AB=X \rightarrow \underbrace{X^*X=0}_{\text{اثبات این را ادامه آورده است}} \rightarrow X=0$$

اگر  $X$  یک ماتریس  $m \times n$  باشد:

کفتر سطر  $k$  و ستون  $k$   $m$  (روی قطر) ماتریس  $X^*X$  برابر است با:

$$\sum_{j=1}^m \overline{X_{jk}} X_{jk} = \sum_{j=1}^m |X_{jk}|^2$$

یعنی جمع درایه‌های روی قطر ماتریس  $X^*X$  برابر است با:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n |X_{jk}|^2$$

$$X^*X=0 \rightarrow \begin{matrix} \text{جمع درایه‌های} \\ \text{روی قطر صفر است} \end{matrix} \rightarrow \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n |X_{jk}|^2 = 0$$

یعنی حاصل جمع مربع اندازه تمامی درایه‌های  $X$  صفر است پس  $X=0$

درایه‌های آن صفر است  $\leftarrow AB=0$

$$* \text{ اثبات ۲: } (B^*A^*)^* = (AB)^*$$

$$(AB)^* = (\overline{AB})^T = (\overline{A} \overline{B})^T$$

$$= \overline{B}^T \overline{A}^T = B^* A^*$$

$$* \text{ اثبات ۳: } \overline{AB} = \overline{A} \overline{B} \quad A = X + X'i \quad B = Y + Y'i$$

$$\overline{AB} = \overline{XY - X'Y' - i(XY' + X'Y)}$$

$$\overline{AB} = \overline{XY - X'Y' - i(XY' + X'Y)}$$

$$\text{نک: } A^*AB = A^*AC \rightarrow AB = AC$$

-۲

$$A^*AB = A^*AC \rightarrow A^*AB - A^*AC = A^*(AB - AC) = 0$$

$$\rightarrow A^*A D = 0 \rightarrow AD = 0 \rightarrow AB - AC = 0$$

$$\rightarrow AB = AC$$

$$D = AB - AC : \text{نک} \star$$