

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

بدان تجزیه LU ابتدا قسمت U را با دست کم می

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{و با سطری جمع می شود}]{\text{سطر اول در (-1) ضرب}} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{جمع می کنیم}]{\text{سطر سوم را با سطر دوم}} \begin{bmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{و با سطر اول جمع می کنیم}]{\text{سطر دوم را در (-1) اضافه}} \begin{bmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{می کنیم}]{\text{سطر دوم را در (-1) ضرب و با سطر دوم جمع می کنیم}} \begin{bmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{می کنیم}]{\text{سطر دوم را در (-1) ضرب}} \begin{bmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{می کنیم}]{\text{سطر دوم را در (-1) ضرب}} \begin{bmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس L را بدست می آوریم

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{4}{3} & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس U^{-1} را از طریق $[A|I]$ و تبدیل آن به $[I|B]$ بدست می آوریم.

$$U^{-1} \text{ و } U \begin{bmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 0 & -6 & | & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 9 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -6 & | & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 9 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{-}\frac{1}{12}R_r]{+\frac{1}{3}R_1 / +\frac{1}{2}R_r} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{17}{2} & | & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & -\frac{1}{12} \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{-}\frac{17}{2}R_r + R_r]{+R_r + R_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{6} \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & \frac{1}{2} & \frac{17}{12} \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & -\frac{1}{12} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{U}^{-1}}$$

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(-1) \times R_1 + R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-R_2 + R_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{+R_2 + R_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-\frac{2}{3}R_1 + R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-R_2 + R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = U^{-1} \times L^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$