

Subject:

$$\begin{aligned} (A + u.v^T) \left(\bar{A}^{-1} - \frac{\bar{A}^{-1} u v^T \bar{A}^{-1}}{1 + v^T \bar{A}^{-1} u} \right) &= I + u.v^T \cdot \bar{A}^{-1} - \frac{u.v^T \cdot \bar{A}^{-1}}{1 + v^T \bar{A}^{-1} u} \cdot \frac{u.v^T \cdot \bar{A}^{-1} u.v^T \cdot \bar{A}^{-1}}{1 + v^T \bar{A}^{-1} u} \\ &= I + u.v^T \cdot \bar{A}^{-1} - \frac{u.v^T \cdot \bar{A}^{-1}}{1 + v^T \bar{A}^{-1} u} - \frac{v^T \bar{A}^{-1} u \cdot u.v^T \cdot \bar{A}^{-1}}{1 + v^T \bar{A}^{-1} u} = I + u.v^T \cdot \bar{A}^{-1} \left(1 - \frac{1 + v^T \bar{A}^{-1} u}{1 + v^T \bar{A}^{-1} u} \right) \\ &= I \Rightarrow \bar{A}^{-1} - \frac{\bar{A}^{-1} u v^T \bar{A}^{-1}}{1 + v^T \bar{A}^{-1} u} = (A + u.v^T)^{-1} \end{aligned}$$