فرض کنید A یک ماتریس $n \times n$ است که درایه های آن از یک و منفی یک تشکیل شده باشد. ثابت کنید $2^{n-1} \mid \det A$. محمد خلجی ۹۵۳۱۰۲۵

یک عملیات سطری انجام می دهیم. سطر اول را به تمامی سطرهای دیگر اضافه می کنیم.

ماتریس جدیدی (مثلا B) تشکیل می شود.

$$B = \begin{bmatrix} \text{row } 1 \\ \boxed{\begin{matrix}\text{other } n-1 \\ \text{rows}\end{matrix}} \end{bmatrix} \begin{matrix} \longrightarrow \in \{1,-1\} \\ \\ \longrightarrow \in \{-2,0,2\} \end{matrix}$$

$$\det B = \det A$$

B را حول سطر اول بسط می دهیم

$$\det B = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} B_{1j} \det(M_{1j})$$

که M ماتریس کهاد است. بدیهی است برای تمام M ها، درایه‌ها یا 2- هستند یا صفر یا 2. پس det هر M یکی از مقادیر صفر، 2^{n-1} یا -2^{n-1} را دارد

(M ها $(n-1)\times(n-1)$ هستند)

پس بدیهی است $2^{n-1} \mid \det B$