

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad A = LU \rightarrow P \cdot A = LU$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_0 = [A] \rightarrow U_1 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow U_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_0 = [0] \rightarrow L_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow L_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix} \rightarrow PAx = Pb \rightarrow Pb = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$LUx = Pb, Ux = y, Ly = Pb$$

$$Ly = Pb \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow y = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Ux = y \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 0 & -3 & -12 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = x_3 - 4 \\ x_2 = 4 - 2x_3 \end{cases} \quad \text{اف} \quad x_3 \text{ متغیر آزاد}$$

$$PAx = Pb \rightarrow Pb = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$Ly = Pb \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow y = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Ux = y \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow [0 \dots 0 | b] \rightarrow \text{نابا} \rightarrow \text{دسته معادلات} \rightarrow \text{غیر متجانس}$$