

ماتریس را با لامبدا می کنیم و در میان را پیدا می کنیم. اگر در میان نامفرد شود وارون پذیر است.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -3 \\ 1.5 & 9 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 4 & -2 & -3 \\ 0 & 15.5 & \frac{13}{4} \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 4 & -2 & -3 \\ 0 & 15.5 & \frac{13}{4} \\ 0 & 0 & \frac{50}{21} \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = 4 \times 15.5 \times \frac{50}{21} \neq 0$$

مقدار نامفرد است پس وارون پذیر است.

برای اثبات برای هر ماتریس غالب قطری باید از برداری غیر استغاث می کنیم.

فرض کنیم: برداری مانند x وجود دارد بطوری که $x \neq 0$ و $Ax = 0$ (این یعنی عدم وارون پذیری و عدم وارون پذیری این ویژگی را ایجاد می کند)

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^n x_j \times a_{ij} = 0$$

فرض کنیم x_m به لحاظ قدر مطلق از همه درجه های x بزرگتر باشد

$$a_{mm} x_m = \sum_{j \neq m} a_{mj} x_j \Rightarrow a_{mm} = \sum_{j \neq m} a_{mj} \times \frac{x_j}{x_m}$$

$$|a_{mm}| = \left| \sum_{j \neq m} a_{mj} \frac{x_j}{x_m} \right| \leq \sum_{j \neq m} |a_{mj}| \underbrace{\left| \frac{x_j}{x_m} \right|}_{\leq 1}$$

$$\sum_{j \neq m} |a_{mj}| \Rightarrow \text{با غالب قطری بودن تناقض دارد.}$$

پس وارون پذیر است. ✓