**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**

****

**Investigación Operativa 1**

**Tarea Académica 1**

**Integrantes:**

Eduardo Merino Tejada 20082269

Nohemi Arroyo Durand 20114465

Gianfranco Vilchez Cancho 20114744

**Horario: 0731**

**Profesor: Vera Gutierrez, Carlos Estuardo**

Lima, Octubre de 2015

**CASO 1**

**LOCALIZACIÓN**

**a)**

Se quiere ubicar una central de bomberos en un punto M(X, Y) de tal manera que la distancia promedio del punto M a las otras ciudades sea mínima. Dado un punto N cualquiera tal que N(X1, Y1) se tiene que en valor absoluto, ya que se trata de programación lineal y las distancias siempre son positivas.

La función objetivo será el siguiente:

Min =

Debido a que se trata de programación lineal, en LINDO no se puede ingresar la función que devuelve el valor absoluto de un número, por ello, se definirán las variables de decisión como sigue:

Variables de decisión:

X = Coordenada X de la ubicación del centro de bomberos

Y = Coordenada Y de la ubicación del centro de bomberos

DXi = Distancia del eje X hacia el punto i.

DYi = Distancia del eje Y hacia el punto i..

Donde i: 1=punto 1 2=punto 2 3=punto 3 4=punto4

Luego de formular nuevamente la función objetivo, queda como lo siguiente:

Min = 20DX1 + 20DY1 + 30DX2 + 30DY2 + 40DX3 + 40DY3 + 25DX4 + 25DY4

Ubiquemos un punto N cualquiera de coordenadas N (p, q). Se define DXN como . En LINDO, como se mencionó, no se puede colocar una restricción con valor absoluto, por ello que DXN deberá ser reescrito como:

DXN >= X-p

DXN >= p-X

Esto debido a que el valor absoluto siempre da un valor positivo. Suponga que X = 2p, entonces, DXN > -X, DXN > X, dado que es un problema de minimización, el valor de DXN sería “p”. De igual manera se plantean las restricciones para el modelo:

Sujeto a

DX1 > X-10

DX1 > 10 – X

DY1 > Y – 20

DY1 > 20 – Y

DX2 > X – 60

DX2 > 60 – X

DY2 > Y – 20

DY2 > 20 – Y

DX3 > X – 40

DX3 > 40 – X

DY3 > Y-30

DY3 > 30 – Y

DX4 > X – 80

DX4 > 80 – X

DY4 > Y – 60

DY4 > 60 – Y

**b)**

Función objetivo

Min = 20DX1 + 20DY1 + 30DX2 + 30DY2 + 40DX3 + 40DY3 + 25DX4 + 25DY4

Restricciones:

DX1 - X >= - 10

DX1 + X >= 10

DY1 - Y >= - 20

DY1 + Y >= 20

- X + DX2 >= - 60

X + DX2 >= 60

- Y + DY2 >= - 20

Y + DY2 >= 20

- X + DX3 >= - 40

X + DX3 >= 40

- Y + DY3 >= - 30

Y + DY3 >= 30

- X + DX4 >= - 80

X + DX4 >= 80

- Y + DY4 >= - 60

Y + DY4 >= 60

El reporte de solución emitido por LINDO es el siguiente:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 13

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3450.000

VARIABLE VALUE REDUCED COST

DX1 30.000000 0.000000

DY1 10.000000 0.000000

DX2 20.000000 0.000000

DY2 10.000000 0.000000

DX3 0.000000 5.000000

DY3 0.000000 15.000000

DX4 40.000000 0.000000

DY4 30.000000 0.000000

X 40.000000 0.000000

Y 30.000000 0.000000

**c)** El punto donde se ubicará la estación de bomberos será el punto N (40, 30).

**CASO 2**

**MAXIMIZACIÓN DEL MÍNIMO PROGRESO HACIA TODOS LOS OBJETIVOS**

**a)**

! Variables de decisión:

! D1 = Número de unidades ensambladas finales en el departamento 1

! D2 = Número de unidades ensambladas finales en el departamento 2

! Fij = Número de partes i fabricadas en el departamento j

! Eij = Número de partes i fabricadas en el departamento j que

! será ensamblada

! Sij = Número de partes i fabricadas en el departamento j que sobrará

! Función objetivo: maximizar el número de unidades ensambladas finales

MAX D1 + D2

SUBJECT TO

! El número de partes fabricadas en cada departamento debe ser igual

F11 - F12 = 0 ! Parte 1

F21 - F22 = 0 ! Parte 2

F31 - F32 = 0 ! Parte 3

! Como cada unidad final requiere de 1 parte de cada una, entonces

! el número de partes i a ensamblar será igual al número de

! unidades ensambladas finales.

E11 - D1 = 0

E21 - D1 = 0

E31 - D1 = 0

E12 - D2 = 0

E22 - D2 = 0

E32 - D2 = 0

! La suma de las partes ensambladas + las sobrantes debe ser igual

! al número de partes fabricadas.

E11 + S11 - F11 = 0

E21 + S21 - F21 = 0

E31 + S31 - F31 = 0

E12 + S12 - F12 = 0

E22 + S22 - F22 = 0

E32 + S32 - F32 = 0

! Restricciones de tasa de producción y número máximo de horas

! mostradas en la tabla.

0.125F11 + 0.2F21 + 0.1F31 <= 100

0.16666666667F12 + 0.08333333F22 + 0.25F32 <= 80

END

**b)**

Global optimal solution found.

Objective value: 320.0000

Variable Value Reduced Cost

D1 160.0000 0.000000

D2 160.0000 0.000000

F11 160.0000 0.000000

F12 160.0000 0.000000

F21 160.0000 0.000000

F22 160.0000 0.000000

F31 160.0000 0.000000

F32 160.0000 0.000000

E11 160.0000 0.000000

E21 160.0000 0.000000

E31 160.0000 0.000000

E12 160.0000 0.000000

E22 160.0000 0.000000

E32 160.0000 0.000000

S11 0.000000 0.6666667

S21 0.000000 0.000000

S31 0.000000 0.3333333

S12 0.000000 0.000000

S22 0.000000 0.3333333

S32 0.000000 0.6666667

Row Slack or Surplus Dual Price

1 320.0000 1.000000

2 0.000000 0.6666667

3 0.000000 0.000000

4 0.000000 0.3333333

5 0.000000 -0.6666667

6 0.000000 0.000000

7 0.000000 -0.3333333

8 0.000000 0.000000

9 0.000000 -0.3333333

10 0.000000 -0.6666667

11 0.000000 0.6666667

12 0.000000 0.000000

13 0.000000 0.3333333

14 0.000000 0.000000

15 0.000000 0.3333333

16 0.000000 0.6666667

17 32.00000 0.000000

18 0.000000 4.000000

**c)** De acuerdo al reporte anterior, se concluye lo siguiente:

* La compañía manufacturera producirá un total de 320 unidades del producto final
* Cada departamento producirá un total de 160 unidades del producto final
* Cada departamento fabrica 160 unidades de cada parte y todas son utilizadas, no hay partes sobrantes.

PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL DEL LIBRO

**P1) Problema 4, página 75**

Se quiere Maximizar número de días libres del fin de semana sábado y domingo:

Variables de decisión:

Xi= cantidad de trabajadores que comienzan a trabajar el día i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6,7)

Donde i: 1= Lunes, 2 = Martes, 3= Miércoles, 4= Jueves, 5= Viernes, 6 =Sábado, 7= Domingo

Función objetivo:

X1: sábado y domingo,

X2: domingo

Max Z= 2X1- X2

Restricciones:

Cantidad de trabajadores en la oficina de correos:

X1+ X2+ X3+ X4+ X5+ X6+ X7 = 25

Cantidad de trabajadores para el lunes:

X1 + X4 + X5 + X6 + X7 >=17

Cantidad de trabajadores para el martes:

X1 + X2 + X5 + X6 + X7 >=13

Cantidad de trabajadores para el miércoles:

X1 + X2 + X3 + X6 + X7 >= 15

Cantidad de trabajadores para el jueves:

X1 + X2 + X3 +X4 +X7 >=19

Cantidad de trabajadores para el viernes:

X1 +X2 + X3 + X4 + X5 >= 14

Cantidad de trabajadores para el sábado:

X2 + X3 + X4 + X5 + X6 >=16

Cantidad de trabajadores para el domingo:

X3 + X4 + X5 + X6 + X7 >=11

Rango de existencia:

X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7 >= 0

**P2) Problema 7, página 98**

Variables de decisión:

LDi = Cantidad (en lb) de leche descremada para fabricar el producto i:

Donde i: i = 1: queso crema, i=2: queso cottage, i= 3: crema

LEi = Cantidad (en lb) de leche entera para fabricar el producto i:

Donde i: i = 1: queso crema, i= 2: queso cottage, i=3: crema

Ci = Cantidad (en lb) de crema utilizada para fabricar el producto i:

Donde i: i = 1: queso crema, i= 2: queso cottage

Xi = Cantidad (en lb) de producto i procesado y vendido.

Donde i: i = 1: queso crema, i= 2: queso cottage

Nota: LE contiene contiene 60% de grasa, LD solo 30%.

Función objetivo:

MAX 1.2X2 + 1.5X1 - 0.8LE1 - 0.8LE2 - 0.8LE3 - 0.4LD1 - 0.4LD2 - 0.4LD3 - 0.4X1 - 0.4X2 - 0.4LE3 - 0.4LD3

Restricciones:

La leche que se usa para producir queso crema debe contener en promedio 50% de grasa:

0.1LE1 - 0.2LD1 >= 0

La leche que se usa para producir queso cottage debe contener en promedio 35% de grasa

0.25LE2 - 0.05LD2 >= 0

Por lo menos el 40% de los ingredientes para el queso crema debe ser crema

0.6C1 - 0.4LD1 - 0.4LE1 > 0

Por lo menos el 20% de los ingredientes para el queso cottage debe ser crema

0.8C2 - 0.2LD2 - 0.2LE2 > 0

Para elaborar 1 libra de queso crema se requiere 1 libra de ingredientes

X1 - LE1 - LD1 - C1 = 0

1 Libra de ingredientes de queso cottage rinde 0.9 libras de queso cottage

1.1X2 - LE2 - LD2 - C2 = 0

1 lb de leche entera evaporada rinde 0.6lb de crema, y 1 lb de leche descremada evaporada rinde 0.3 lb de crema

C1 + C2 - 0.6LE3 - 0.3LD3 <= 0

Se pueden enviar hasta 3000 lb de ingrediente a la máquina para producir queso

LE1 + LE2 + LD1 + LD2 + C1 + C2 <= 3000

Por lo menos se deben producir al día 1000 lb de queso cottage y 1000 lb de queso crema

X1 > 1000

X2 > 1000

Se pueden vender hasta 2000 lb de queso cottage

X2 <= 2000

El evaporador procesa cuando mucho 2000 lb de leche

LE3 + LD3 < 2000

Rango de existencia:

LDi, LEi, Ci, Xi>=0

**P3) Problema 9, página 99**

Variables de decisión:

MPi = Materia prima comprada usada para elaborar el insumo i:

Donde i: i = 1, i=2

Pi = Cantidad, en onzas, de producto tipo i que se produce.

Donde i: i = 1: A, i=2: B, i=3: C, i=4: D

DL = Cantidad de desecho líquido que se tiene para tirar al río

Función objetivo:

MAX 17P1 + 16P2 + 7P3 + 2P4 - 6MP1 - 6MP2

Restricciones:

-Demanda

P1 <= 5000

P2 <= 5000

-Horas

2MP1 + 2MP2 + 2P1 + 3P2 + 1P3 + 1P4 <= 6000

-Total Insumo 1 Utilizado Debe Ser Menor O Igual Al Insumo 1 Fabricado

2P1 + 1P2 + 2P3 - 2MP1 <= 0

-Total Insumo 2 Utilizado Debe Ser Menor O Igual Al Insumo 2 Fabricado

1P1 + 2P2 + 2P4 - 3MP2 <= 0

-Desechos Líquidos

0.8P3 + 1.2P4 + DL - 1P1 - 0.8P2 = 0

-Ordenanza Municipal

DL <= 1000

Rango de existencia:

MPi, Pi, DL>=0

**P4) Problema 7, página 105**

Variables de decisión:

Pi = cantidad de pares de zapatos producidos en el trimestre i:

I = 1, 2, 3, 4

Ii = cantidad de pares de zapatos que quedan al final del trimestre i

I = 1, 2, 3, 4

Xi = cantidad de operarios que trabajan en el trimestre i

I = 1, 2, 3, 4

Di = cantidad de operarios que descansan el trimestre i

I = 1, 2, 3, 4

Función objetivo:

Minimizar los costos por un año de la mano de obra y el costo de guardar zapatos.

MIN 500X1 + 500X2 + 500X3 + 500X4 + 50I1 + 50I2 + 50I3 + 50I4

Restricciones:

Restricción de inventario en el 1 trimestre:

P1 - I1= 600

Restricción de inventario en el 2 trimestre:

I1 + P2 - I2 = 300

Restricción de inventario en el 3 trimestre:

I2 + P3 - I3 = 800

Restricción de inventario en el 4 trimestre:

I3 + P4 = 100

Restricción de producción en el 1 trimestre:

P1 - 50X1 <= 0

Restricción de producción en el 2 trimestre:

P2 - 50X2 <= 0

Restricción de producción en el 3 trimestre:

P3 - 50X3 <= 0

Restricción de producción en el 4 trimestre:

P4 - 50X4 <= 0

Restricción de descansos en el 1 trimestre:

D2 + D3 + D4 - X1 = 0

Restricción de descansos en el 2 trimestre:

D1 + D3 + D4 - X2 = 0

Restricción de descansos en el 3 trimestre:

D1 + D2 + D4 - X3 = 0

Restricción de descansos en el 4 trimestre:

D1 + D2 + D3 - X4 = 0

Rango de existencia:

Pi, Ii, Xi, Di >= 0

**P5) Problema 4, página 108**

Variables de decisión:

Vij = Cantidad de bonos tipo i que se venden en el año j.

Donde i = 1,2,3,4 j = 0 (actual),1,2,3.

Cij = Cantidad de bonos tipo i que se compran en el año j.

Donde i = 1,2,3,4 j = 0 (actual),1,2,3.

Sij = Cantidad de bonos tipo i que sobran al final del año j.

Donde i = 1,2,3,4 j = 0 (actual),1,2,3.

Ii = Ingresos al final del año i

Ei = Egresos al final del año i

Función objetivo:

MAX 980V10 + 882V11 + 793.8V12 + 714.42V13 + 970V20 + 873V21 + 785.7V22 + 707.13V23 + 960V30 + 864V31 + 777.6V32 + 669.84V33 + 940V40 + 846V41 + 761.4V42 + 685.26V43 -990C10 - 891C11 - 801.9C12 - 721.71C13 - 985C20 - 886.5C21 - 797.85C22 - 718.065C23 - 972C30 - 874.8C31 - 787.32C32 - 708.588C33 - 954C40 - 858.6C41 - 772.74C42 - 695.466C43 + 0.9I1 + 0.81I2 + 0.729I3 - 0.9E1 - 0.81E2 - 0.729E3

Restricciones:

Steve puede comprar hasta 1000 unidades de cada bono en un año

C10 <= 1000

C11 <= 1000

C12 <= 1000

C13 <= 1000

C20 <= 1000

C21 <= 1000

C22 <= 1000

C23 <= 1000

C30 <= 1000

C31 <= 1000

C32 <= 1000

C33 <= 1000

C40 <= 1000

C41 <= 1000

C42 <= 1000

C43 <= 1000

Steve puede vender hasta 1000 unidades de cada bono en un año

V10 <= 1000

V11 <= 1000

V12 <= 1000

V13 <= 1000

V20 <= 1000

V21 <= 1000

V22 <= 1000

V23 <= 1000

V30 <= 1000

V31 <= 1000

V32 <= 1000

V33 <= 1000

V40 <= 1000

V41 <= 1000

V42 <= 1000

V43 <= 1000

Bonos al final de cada año (saldo inicial + compras – ventas = saldo final)

Bono 1

C10 - V10 - S10 = 0

S10 + C11 - V11 - S11 = 0

S11 + C12 - V12 - S12 = 0

S12 + C13 - V13 - S13 = 0

Bono 2

C20 - V20 - S20 = 0

S20 + C21 - V21 - S21 = 0

S21 + C22 - V22 - S22 = 0

S22 + C23 - V23 - S23 = 0

Bono 3

C30 - V30 - S30 = 0

S30 + C31 - V31 - S31 = 0

S31 + C32 - V32 - S32 = 0

S32 + C33 - V33 - S33 = 0

Bono 4

C40 - V40 - S40 = 0

S40 + C41 - V41 - S41 = 0

S41 + C42 - V42 - S42 = 0

S42 + C43 - V43 - S43 = 0

Ingresos por bonos al final de cada año

I1 - 100C10 - 80C20 - 70C30 - 60C40 = 0

I2 - 110C10 - 110C11 - 90C20 - 90C21 - 80C30 - 80C31 - 50C40 - 50C41 = 0

I3 - 1100C10 - 1100C11 - 1100C12 - 1120C20 - 1120C21 - 1120C22 - 1090C30 - 1090C31 - 1090C32 - 1110C40 - 1110C41 - 1110C42 = 0

Egresos por bonos al final de cada año

E1 - 100V10 - 80V20 - 70V30 - 60V40 = 0

E2 - 110V10 - 110V11 - 90V20 - 90V21 - 80V30 - 80V31 - 50V40 - 50V41 = 0

E3 - 1100V10 - 1100V11 - 1100V12 - 1120V20 - 1120V21 - 1120V22 - 1090V30 - 1090V31 - 1090V32 - 1110V40 - 1110V41 - 1110V42 = 0

Estado de caja no negativo

I1 - E1 > 0

I2 - E2 > 0

I3 - E3 > 0

Rango de existencias:

Vij, Cij, Sij, Ii, Ei >= 0

**P6) Problema 3, página 111**

Variables de decisión:

Rij = Cantidad de computadoras que se deberán rentar en el mes i por j meses

Donde i = 1,...,12 j = 1,2,3

Función objetivo:

MIN 100(R11 + R21 + R31 + R41 + R51 + R61 + R71 + R81 + R91 + R101 + R111 + R121) + 180(R12 + R22 + R32 + R42 + R52 + R62 + R72 + R82 + R92 + R102 + R112 + R122) + 250(R13 + R23 + R33 + R43 + R53 + R63 + R73 + R83 + R93 + R103 + R113 + R123)

Restricciones:

Mes X = computadoras rentadas en el mes X-2 por 3 meses + computadoras rentadas en el mes X-1 por 2,3 meses + computadoras rentadas en el mes X por 1,2,3 meses

R11 + R12 + R13 >= 800

R12 + R13 + R21 + R22 + R23 >= 1000

R13 + R22 + R23 + R31 + R32 + R33 >= 600

R23 + R32 + R33 + R41 + R42 + R43 >= 500

R33 + R42 + R43 + R51 + R52 + R53 >= 1200

R43 + R52 + R53 + R61 + R62 + R63 >= 400

R53 + R62 + R63 + R71 + R72 + R73 >= 800

R63 + R72 + R73 + R81 + R82 + R83 >= 600

R73 + R82 + R83 + R91 + R92 + R93 >= 400

R83 + R92 + R93 + R101 + R102 + R103 >= 500

R93 + R102 + R103 + R111 + R112 + R113 >= 80

R103 + R112 + R113 + R121 + R122 + R123 >= 600

Rango de existencias:

Rij >= 0

**P7) Problema 6, página 114**

Variables de decisión:

A1 = Porcentaje de la aleación 1 que se utiliza para fabricar una tonelada de acero

A2 = Porcentaje de la aleación 2 que se utiliza para fabricar una tonelada de acero

Función objetivo:

MIN 190A1 + 200A2

Restricciones:

! 3.2 a 3.5% de carbón

0.8A2 - 0.2A1 >= 0

0.5A2 - 0.5A1 <= 0

! 1.8% a 2.5% de silicio

0.2A1 + 0.7A2 >= 0

0.5A1 + 0A2 >= 0

! 0.9 a 1.2% de níquel

0.1A1 + 0.6A2 >= 0

0.3A2 - 0.2A1 <= 0

Resistencia a la tensión de por lo menos 45000 (lb/pulg2)

5000A2 - 3000A1 >= 0

La suma de los porcentajes debe ser 100%

A1 + A2 = 1

Rango de existencias:

A1, A2 >= 0

**P8) Problema 47, página 121**

Variables de decisión:

Dij = CANTIDAD DE OFICIALES QUE DESCANSAN LOS DÍAS i Y j

Donde i = 1,…,6 j = 2,…,7

Función objetivo:

MIN D13 + D14 + D15 + D16 + D24 + D25 + D26 + D27 + D35 + D36 + D37 + D46 + D47 + D57

Restricciones:

Total de policías

D12 + D13 + D14 + D15 + D16 + D17 + D23 + D24 + D25 + D26 + D27 + D34 + D35 + D36 + D37 + D45 + D46 +D47 + D56 + D57 + D67 = 30

Cantidad de policías q no descansan el día X >= policías necesarios el día X (a partir del lunes)

D23 + D24 + D25 + D26 + D27 + D34 + D35 + D36 + D37 + D45 + D46 + D47 + D56 + D57 + D67 >= 18

D13 + D14 + D15 + D16 + D17 + D34 + D35 + D36 + D37 + D45 + D46 + D47 + D56 + D57 + D67 >= 24

D12 + D14 + D15 + D16 + D17 + D24 + D25 + D26 + D27 + D45 + D46 + D47 + D56 + D57 + D67 >= 25

D12 + D13 + D15 + D16 + D17 + D23 + D25 + D26 + D27 + D35 + D36 + D37 + D56 + D57 + D67 >= 16

D12 + D13 + D14 + D16 + D17 + D23 + D24 + D26 + D27 + D34 + D36 + D37 + D46 + D47 + D67 >= 21

D12 + D13 + D14 + D15 + D17 + D23 + D24 + D25 + D27 + D34 + D35 + D37 + D45 + D47 + D57 >= 28

D12 + D13 + D14 + D15 + D16 + D23 + D24 + D25 + D26 + D34 + D35 + D36 + D45 + D46 + D56 >= 18

Rango de existencias:

Dij >= 0