

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
EEM 108 - OLASILIK ve İSTATİSTİK  
ARA SINAV

Açıklamalar :

- 1 - Sınav süresi 90 dakikadır.
- 2 - A4 ebatında bir formül kağıdı kullanılabilir.
- 3 - Soruların puan dağılımı gösterilmiştir.

### SORULAR

**1 - )** A kutusunda 4 beyaz 7 siyah, B kutusunda 7 beyaz 4 siyah top vardır. Atılan iki zarın toplamı 6' dan büyük bir sayı gelirse A kutusundan, aksi halde B kutusundan bir top çekiliyor. Çekilen top siyah ise A kutusundan çekilmiş olma olasılığı nedir? [20 puan]

**2 - )** A ve B nin bağımsız iki olay olduğu bilinmektedir. (Yani  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  )

a-) A ve  $B^c$  bağımsız iki olay mıdır? [10 puan]

b-)  $A^c$  ve B bağımsız iki olay mıdır? [10 puan]

**3 - )** Sürekli rastlantı değişkeni olan X' in olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_x = \begin{cases} \frac{1}{8}, & 0 \leq x \leq 8 \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \text{ olarak veriliyor.}$$

a-)  $P(2 \leq x \leq 5)$  ve  $P(x \leq 6)$  olasılıklarını bulunuz. [10 puan]

b-) X' in toplam dağılım fonksiyonu  $F_x$  i bulunuz ve çiziniz. [10 puan]

**4 - )** Bir toplumda sigara içen kişilerin oranı %60' tır. Bu toplumdaki rastgele N=10 kişilik bir grup seçilmiştir.

a-) 3 kişinin sigara içme olasılığı nedir? [10 puan]

b-) En az 2 kişinin sigara içme olasılığı nedir? [10 puan]

**5 - )** Ayrık bir rastlantı değişkeni olan X' in olasılık kütle fonksiyonu

$X_i$	-1	0	1	2
$f_{(X_i)}$	0.2	0.2	0.3	0.3

olarak verilmektedir. X' in ortalama değeri ve varyansını hesaplayınız. [20 puan]

### BAŞARILAR

[sauelektrikelektronik.blogspot.com](http://sauelektrikelektronik.blogspot.com)

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
EEM 108 - OLASILIK ve İSTATİSTİK  
ARA SINAV

Açıklamalar :

- 1 - Sınav süresi 75 dakikadır.
- 2 - A4 ebatında bir formül kağıdı kullanılabilir.
- 3 - Soruların puan dağılımı gösterilmiştir.

**SORULAR**

**1 - )** B<sub>1</sub> kutusunda 2 beyaz, B<sub>2</sub> kutusunda 2 kırmızı, B<sub>3</sub> kutusunda 2 beyaz ve 2 kırmızı, B<sub>4</sub> kutusunda 3 beyaz ve 1 kırmızı top bulunmaktadır. B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub> veya B<sub>4</sub> kutularını seçme olasılığı sırasıyla 1/2 , 1/4 , 1/8 ve 1/8 dir. Kutulardan biri seçiliyor ve seçilen kutudan da rastgele bir top çekiliyor.

a-) Seçilen topun beyaz olma olasılığını bulunuz. [10 puan]

b-) Seçilen topun beyaz olma koşulu altında B<sub>1</sub> kutusundan gelmiş olma olasılığını bulunuz. [10 puan]

**2 - )** Sakarya' daki evlerin %20' sinde mikrodalga fırın kullanıldığını varsayalım. X rastlantı değişkeni, rastgele seçilen 25 evde mikrodalga fırına sahip olanların sayısını belirtsin.

a-) X' in en fazla 11 olma ; [10 puan]

b-) X' in en az 7 olma ; [5 puan]

c-) X' in 8' e eşit olma ; olasılıklarını bulunuz. [5 puan]

**3 - )** Bir süpermarkette bir kasaya saatte ortalama 11 müşteri ödeme yapmak için gelmektedir. Bir saatte kasaya gelen müşteri sayısının Poisson dağılımına uyduğunu varsayarak, bir saatte 10' dan fazla müşterinin kasaya gelme olasılığını hesaplayınız. [20 puan]

**4 - )** Sürekli bir X rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_x = \begin{cases} 2(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \text{ olarak verilmektedir.}$$

a-) f(x)' in grafiğini çiziniz. [5 puan]

b-) X' in toplam dağılım fonksiyonu F(x)' i bulunuz ve çiziniz. [10 puan]

**5 - )** Bir rastlantı değişkeninin moment çıkartan fonksiyonu  $M(t) = (0.25 + 0.75e^t)^{12}$  dir. Bu rastlantı değişkeninin ortalama değer ve varyansını bulunuz. [20 puan]

**BAŞARILAR**

sauelektrikelektronik.blogspot.com

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
EEM 108 - OLASILIK ve İSTATİSTİK  
ARA SINAV

Açıklamalar :

- 1 - Sınav süresi 90 dakikadır.
- 2 - A4 ebatında bir formül kağıdı kullanılabilir.
- 3 - Soruların puan dağılımı gösterilmiştir.

**SORULAR**

**1 - )** A firmasından elde edilen fasulye tohumlarının çimlenme olasılığı %85, B firmasından elde edilenlerinki ise %75'tir. Fasulye tohumu satan bir firma tohumların %40' ını A firmasından, %60' ını B firmasından sağlamaktadır.

- a-) Bu firmadan satın alınan bir tohumun çimlenme olasılığı nedir? [10 puan]
- b-) Satın alınan bir tohumun çimlendiği biliniyorsa, tohumun A firmasından sağlanmış olma olasılığı nedir? [15 puan]

**2 - )** Ayrık bir rastlantı değişkeni olan  $X'$  in olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_x = \frac{x}{9}, \quad x = 2, 3, 4 \quad \text{olarak verilmektedir.}$$

- a-)  $X'$  in toplam dağılım fonksiyonu  $F_{(x)}$ ' i bulunuz ve çizin. [10 puan]
- b-)  $X'$  in moment çıkartan fonksiyonu  $M_{(t)}$ ' yi bulunuz. [5 puan]
- c-) Moment çıkartan fonksiyondan yararlanarak  $X'$  in ortalama değer ve varyansını hesaplayınız. [10 puan]

**3 - )** Bir piyango çekilişinde bir bilete ikramiye çıkma olasılığı  $p=1/10'$  dur.

- a-) İkramiye çıkan bir bilet bulabilmek için ortalama kaç bilet satın alınmalıdır? [10 puan]
- b-) Satın alınan 20 bilete 2 tane ikramiye çıkmış bilet olma olasılığını bulunuz. [15 puan]

**4 - )**  $X$  rastlantı değişkeni ortalama değeri 4 olan bir Poisson dağılımına sahip olsun. Aşağıdaki olasılıkları hesaplayınız.

- a-)  $P(2 \leq x \leq 5)$  [10 puan]
- b-)  $P(x \geq 3)$  [10 puan]
- c-)  $P(x \leq 3)$  olasılıklarını hesaplayınız. [5 puan]

**BAŞARILAR**

sauelektrikelektronik.blogspot.com

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
EEM 108 - OLASILIK ve İSTATİSTİK  
ARA SINAV

Açıklamalar :

- 1 - Sınav süresi 90 dakikadır.
- 2 - A4 ebatında bir formül kağıdı kullanılabilir.
- 3 - Soruların puan dağılımı gösterilmiştir.

### SORULAR

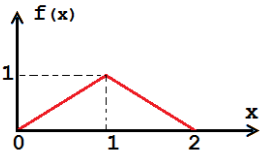
**1 - )** 1 nolu kutuda 1000 ampül vardır ve bunların %10' u arızalıdır. 2 nolu kutuda 2000 ampül vardır ve bunların da %5' i arızalıdır. Rastgele seçilen bir kutudan yerine geri koyulmadan 2 ampül çekilmektedir.

- a-) Çekilen her iki ampülün de arızalı olma olasılığı nedir? [10 puan]
- b-) Çekilen iki ampülün de arızalı olduğu biliniyorsa, ampüllerin 1. kutudan alınmış olma olasılığını bulunuz. [15 puan]

**2 - )** Bir şans oyunu şöyle tanımlanmaktadır: Bir oyuncu havaya art arda iki kez para attığında çıkışların ikisi de "Tura" ise 1 YTL kazanacak, aksi halde 50 YKR kaybedecektir. Bu oyunun 50 kez tekrarlandığını varsayalım. Oyuncunun

- a-) 1 YTL ile 5 YTL arasında kazanma; [15 puan]
- b-) 5 YTL' den fazla kazanma ; [10 puan] olasılığını bulunuz.

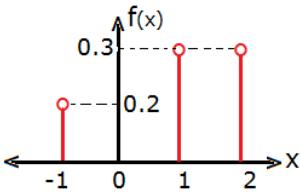
**3 - )** Sürekli rastlantı değişkeni  $X'$  in olasılık yoğunluk fonksiyonu



olarak verilmektedir.

- a-)  $X'$  in toplam dağılım fonksiyonu  $F_{(x)}$  ' i bulunuz ve çiziniz. [10 puan]
- b-)  $X'$  in moment çıkartan fonksiyonu  $M_{(t)}$  ' yi bulunuz. [10 puan]
- c-) Moment çıkartan fonksiyondan yararlanarak  $X'$  ni ortalama değer ve varyansını hesaplayınız. [5 puan]

**4 - )** Ayrık rastlantı değişkeni  $X'$  in olasılık yoğunluk fonksiyonu



olarak verilmektedir.

- a-)  $X'$  in toplam dağılım fonksiyonu  $F_{X'}$  ' i bulunuz. [15 puan]
- b-)  $P(0 \leq X \leq 5)$  ve  $P(X \leq 0)$  olasılıklarını hesaplayınız. [10 puan]

### BAŞARILAR

sauelektrikelektronik.blogspot.com

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
EEM 108 - OLASILIK ve İSTATİSTİK  
ARA SINAV

Açıklamalar :

- 1 - Sınav süresi 75 dakikadır.
- 2 - A4 ebatında bir formül kağıdı kullanılabilir.
- 3 - Soruların puan dağılımı gösterilmiştir.

### SORULAR

**1 - )** B<sub>1</sub> kutusunda 2 beyaz, B<sub>2</sub> kutusunda 2 kırmızı, B<sub>3</sub> kutusunda 2 beyaz ve 2 kırmızı, B<sub>4</sub> kutusunda ise 3 beyaz 1 kırmızı top bulunmaktadır. B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub>, ve B<sub>4</sub> kutularını seçme olasılıkları sırasıyla 1/2, 1/4, 1/8 ve 1/8' dir. Kutulardan biri rastgele seçiliyor ve seçilen kutudan bir top çekiliyor.

- a-) Çekilen topun beyaz olma olasılığını bulunuz. [10 puan]  
b-) Çekilen topun beyaz olma koşulu altında B<sub>1</sub> kutusundan seçilmiş olma olasılığını bulunuz. [10 puan]

**2 - )** Ayrık bir rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_x = \frac{(|x|+1)^2}{9}, \quad x = -1, 0, 1 \quad \text{olarak verilmektedir.}$$

- a-) X' in toplam dağılım fonksiyonu F<sub>(x)</sub>' i bulunuz ve çiziniz. [10 puan]  
b-) X' in beklenen değer ve varyansını hesaplayınız. [15 puan]

**3 - )** A ve B takımları en fazla 5 denemeden oluşan bir oyun oynamaktadırlar ve 3 el kazanan galip sayılmaktadır. 0<p<1 olmak üzere p, A takımının bir eli kazanma olasılığını belirtsin. X rastlantı değişkeni A takımının bir eli kazanması için gerekli el sayısını belirtsin. p = 1/2 ise;

- a-) A takımının oyunu kazanma olasılığı nedir? (İPUCU:  $3 \leq X \leq 5$  olmak zorundadır.) [10 puan]  
b-) A takımının 4. elde oyunu kazanma olasılığını hesaplayınız. [10 puan]

**4 - )** Ayrık bir rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_x = \frac{(4-x)}{9}, \quad x = 0, 1, 2 \quad \text{olarak verilmektedir.}$$

- a-) X' in toplam dağılım fonksiyonu F<sub>(x)</sub>' i bulunuz ve çiziniz. [10 puan]  
b-) X' in moment çıkartan fonksiyonu M<sub>(t)</sub>' i bulunuz. [10 puan]  
c-) Moment çıkartan fonksiyonu kullanarak X' in ortalama değer ve varyansını bulunuz. [10 puan]

### BAŞARILAR

sauelektrikelektronik.blogspot.com

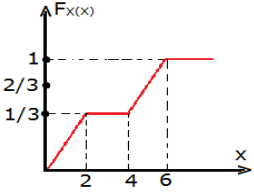
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
EEM 108 - OLASILIK ve İSTATİSTİK  
ARA SINAV

Açıklamalar :

- 1 - Sınav süresi 90 dakikadır.
- 2 - A4 ebatında bir formül kağıdı kullanılabilir.

### SORULAR

**1 - )** Sürekli bir rastlantı değişkeninin toplam dağılım fonksiyonu şekilde verilmiştir:



- a-) Olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz ve çiziniz.
- b-)  $P[X \leq 1]$ ,  $P[X \leq 3]$ ,  $P[2 < X \leq 5]$  olasılıklarını hesaplayınız.

**2 - )** Bir sürekli rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_X(x) = K.e^{-3x}, \quad 0 < x < \infty \text{ olarak verilmektedir.}$$

- a-)  $f_X(x)$ ' in geçerli bir olasılık yoğunluk fonksiyonu olabilmesi için K' nın değeri ne olmalıdır?
- b-) X' in ortalama değer ve varyansını hesaplayınız.
- c-) X' in karakteristik fonksiyonunu hesaplayarak ortalama değer ve varyansını karakteristik fonksiyondan yararlanarak belirleyiniz.

**3 - )** Bir rastlantı deneyi, ofisteki üç telefonun meşgul olup olmaması olsun. Bu deneyin aşağıda verilen 8 çıkışı vardır.

- |  |   |
|--|---|
| $X_1$ = Hiçbir telefon meşgul değildir.  | $X_5$ = 1 ve 2 nolu telefonlar meşguldür. |
| $X_2$ = Sadece 1 nolu telefon meşguldür. | $X_6$ = 1 ve 3 nolu telefonlar meşguldür. |
| $X_3$ = Sadece 2 nolu telefon meşguldür. | $X_7$ = 3 ve 2 nolu telefonlar meşguldür. |
| $X_4$ = Sadece 3 nolu telefon meşguldür. | $X_8$ = Tüm telefonlar meşguldür.         |

Çıkışların olasılıkları  $P\{X_1\} = 0.3$ ,  $P\{X_2\} = P\{X_3\} = P\{X_4\} = 0.1$ ,  $P\{X_5\} = P\{X_6\} = P\{X_7\} = 0.02$ ,  $P\{X_8\} = 0.34$

- a-) Bir veya daha fazla telefonun meşgul olma olasılığı nedir?
- b-) 3 nolu telefonun kullanılmakta olma olasılığı nedir?
- c-)  $E_1 = \{3 \text{ nolu telefon meşguldür}\}$  ve  $E_2 = \{\text{Sadece 1 ve 2 nolu telefonlar meşguldür}\}$  olaylarını tanımlayalım.  $E_1$  ve  $E_2$  bağımsız mıdır?

### BAŞARILAR

sauelektrikelektronik.blogspot.com

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
EEM 108 - OLASILIK ve İSTATİSTİK  
ARA SINAV

Açıklamalar :

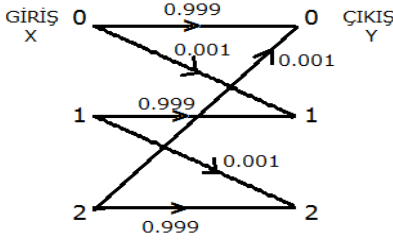
- 1 - Sınav süresi 90 dakikadır.
- 2 - A4 ebatında bir formül kağıdı kullanılabilir.
- 3 - Soruların puan dağılımı gösterilmiştir.

### SORULAR

**1 - )** Aşağıda 3 girişli ve 3 çıkışlı bir haberleşme sisteminin modeli verilmiştir. Giriş olasılıklarının  $P\{X=0\}=P\{X=1\}=P\{X=2\}=1/3$  olduğunu varsayalım.

a-) Çıkış olasılıkları  $P\{Y=0\}$ ,  $P\{Y=1\}$  ve  $P\{Y=2\}$  nedir? [10 puan]

b-)  $P\{X=1 | Y=1\}$  koşullu olasılığını hesaplayınız. [15 puan]



**2 - )** Bir Web sunucusuna ulaşan talep sayısı, dakika başına 6000 taleplik bir ortalamaya sahip Poisson rastlantı değişkenidir.

a-) 100 milisaniyelik bir periyotta talep gelme olasılığını hesaplayınız. [10 puan]

b-) 100 milisaniyelik bir periyotta 5 (dahil) ile 10 (dahil) arasında talep gelme olasılığını hesaplayınız. [15 puan]

**3 - )**  $A=\{1,2\}$  ,  $B=\{1,3\}$  ,  $C=\{1,4\}$  olsun. (Dolayısıyla örnek uzay  $S=\{1,2,3,4\}$  olacaktır.)

Örnek uzaydan rastgele seçilen rakamların eşit olasılıkla gözlemlendiğini varsayarsak A, B ve C olaylarının bağımsız olup olmadıklarını belirleyiniz. [25 puan]

**4 - )**  $\{1,2,\dots,L\}$  aralığında değer alan düzgün dağılımlı rastlantı değişkeninin ortalama değer ve varyansını hesaplayınız. [25 puan]

(İPUCU:  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$  ,  $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  )

### BAŞARILAR

sauelektrikelektronik.blogspot.com

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
EEM 108 - OLASILIK ve İSTATİSTİK  
ARA SINAV

Açıklamalar :

- 1 - Sınav süresi 90 dakikadır.
- 2 - A4 ebatında bir formül kağıdı kullanılabilir.
- 3 - Soruların puan dağılımı gösterilmiştir.

### SORULAR

**1 - )** Bir rastlantı deneyi, ofisteki üç telefonun meşgul olup olmaması olsun. Bu deneyin aşağıda verilen 8 çıkışı vardır.

- |  |   |
|--|---|
| $X_1$ = Hiçbir telefon meşgul değildir.  | $X_5$ = 1 ve 2 nolu telefonlar meşguldür. |
| $X_2$ = Sadece 1 nolu telefon meşguldür. | $X_6$ = 1 ve 3 nolu telefonlar meşguldür. |
| $X_3$ = Sadece 2 nolu telefon meşguldür. | $X_7$ = 3 ve 2 nolu telefonlar meşguldür. |
| $X_4$ = Sadece 3 nolu telefon meşguldür. | $X_8$ = Tüm telefonlar meşguldür.         |

Çıkışların olasılıkları  $P\{X_1\} = 0.3$ ,  $P\{X_2\} = P\{X_3\} = P\{X_4\} = 0.1$ ,  $P\{X_5\} = P\{X_6\} = P\{X_7\} = 0.02$ ,  $P\{X_8\} = 0.34$

a-) Bir veya daha fazla telefonun meşgul olma olasılığı nedir?

b-) 3 nolu telefonun kullanılmakta olma olasılığı nedir?

c-)  $E_1 = \{3 \text{ nolu telefon meşguldür}\}$  ve  $E = \{\text{Sadece 1 ve 2 nolu telefonlar meşguldür}\}$  olaylarını tanımlayalım.  $E_1$  ve  $E_2$  bağımsız mıdır?

**2 - )** A kutusunda 2 beyaz, B kutusunda 2 kırmızı, C kutusunda 2 beyaz ve 2 kırmızı, D kutusunda 3 beyaz 1 kırmızı şeker bulunmaktadır. Kutuların eşit olasılıklı olduğunu kabul ederek,

a-) Seçilen şekerin kırmızı olması olasılığını bulunuz. [10 puan]

b-) Seçilen şekerin kırmızı olması koşulu altında D kutusundan gelmesi olasılığını bulunuz. [10 puan]

**3 - )**  $i=0.01$  Amper ve  $R_0=1000$  ohm olmak üzere  $V$  geriliminin  $V=i(R+R_0)$  ile verilen bir rastlantı değişkeni olduğunu varsayalım.  $R$ , 900 ila 1100 ohm aralığında düzgün dağılıma sahip bir rastlantı değişkeni ise  $V$ 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonunu hesaplayınız. [20 puan]

**4 - )**  $X$  rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_X(x) = \begin{cases} cx(1-x^2), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \text{ olarak verilmektedir.}$$

a-)  $c$ 'yi ve  $X$ 'in toplam dağılım fonksiyonunu bulunuz [10 puan]

b-)  $X$ 'in toplam dağılım fonksiyonunu çiziniz. [5 puan]

c-)  $P[0 < X < 0.5]$ ,  $P[X=1]$  ve  $P[0.25 < X < 0.5]$  olasılıklarını bulunuz. [15 puan]

### BAŞARILAR

sauelektrikelektronik.blogspot.com



SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
EEM 108 - OLASILIK ve İSTATİSTİK  
ARA SINAV

Açıklamalar :

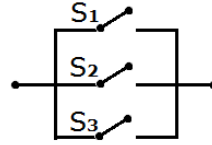
- 1 - Sınav süresi 75 dakikadır.
- 2 - A4 ebatında bir formül kağıdı kullanılabilir.
- 3 - Soruların puan dağılımı gösterilmiştir.

### SORULAR

**1 - )** Şekilde verilen devrede üç anahtar paralel bağlıdır. Herhangi bir anahtarın kapalı olma olasılığı  $p$  olsun.

a-) Giriş işaretinin çıkışa ulaşma olasılığını hesaplayınız. [10 puan]

b-) Giriş işaretinin çıkışa ulaştığı biliniyorsa  $S_1$  anahtarının açık olma olasılığını bulunuz. [15 puan]



### ÇÖZÜM:

a-) Girişin çıkışa ulaşması A olayı ile belirtilsin.

$S_i$  ( $i=1,2,3$ ) anahtarının kapalı olma olasılığı  $B_i$  ile gösterilsin.

$$P[A] = 1 - P[A^c] = 1 - P[B_1^c \cap B_2^c \cap B_3^c] = 1 - \{P[B_1^c \cdot B_2^c \cdot B_3^c]\} \dots\dots [5p]$$

$$= 1 - \{(1-p)(1-p)(1-p)\} = 1 - (1-p)^3 = 3p - 3p^2 + p^3 \dots\dots [5p]$$

$$b-) P[B_1^c | A] = \frac{P[A \cap B_1^c]}{P[A]} = \frac{P[A|B_1^c] \cdot P[B_1^c]}{P[A]} \dots\dots [5p]$$

$$P[A|B_1^c] = P[B_2 \cup B_3] = P[B_2] + P[B_3] - P[B_2 \cap B_3] \\ = P[B_2] + P[B_3] - \{P[B_2] \cdot P[B_3]\} = p + p - \{p \cdot p\} = 2p - p^2 \dots\dots [5p]$$

$$P[B_1^c] = 1 - p$$

$$o \text{ halde } P[B_1^c | A] = \frac{(2p - p^2) \cdot (1 - p)}{3p - 3p^2 + p^3} = \frac{2 - 3p + p^2}{3 - 3p + p^2} \dots\dots [5p]$$

**2 - )**  $X$  rastlantı değişkeni, üniversite kütüphanesinden 1 saatlik zaman periyodunda kitap alan öğrenci sayısı olsun.  $X$  rastlantı değişkeninin her 15 dakikada ortalama 4.2 kitap alımı ile modellenen Poisson dağılımına sahip olduğunu varsayalım.

a-)  $P[2 < X < 6]$  olasılığını hesaplayınız. [10 puan]

b-)  $P[X > 4]$  olasılığını hesaplayınız. [10 puan]

### ÇÖZÜM:

15 dakikada ortalama 42 öğrenci kitap alıyorsa, 1 saatte (60 dakika) ortalama kitap alan öğrenci sayısı  $\lambda = 4 \cdot 4.2 = 16.8$  olur.

$$P[X = k] = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \frac{(16.8)^k}{k!} e^{-(16.8)}, k = 0, 1, 2, \dots\dots [5p]$$

a-)

$$P[2 < X < 6] = P[X = 3] + P[X = 4] + P[X = 5]$$
$$= e^{-16.8} \left[ \frac{(16.8)^3}{3!} + \frac{(16.8)^4}{4!} + \frac{(16.8)^5}{5!} \right] \dots \dots \boxed{5p}$$

b-)

$$P[X > 4] = 1 - P[X \leq 3] = 1 - \sum_{i=1}^3 P[X = k] \dots \dots \boxed{5p}$$
$$= 1 - e^{-16.8} \left[ \frac{(16.8)^0}{0!} + \frac{(16.8)^1}{1!} + \frac{(16.8)^2}{2!} + \frac{(16.8)^3}{3!} \right]$$
$$= 1 - e^{-16.8} \left[ 1 + 16.8 + \frac{(16.8)^2}{2} + \frac{(16.8)^3}{6} \right] \dots \dots \boxed{5p}$$

**3 - )** Bir zarın atılması deneyinde görünen nokta sayısı "i" olsun. X rastlantı değişkeni  $X=10i$  olarak tanımlanmaktadır.

a-) Toplam dağılım fonksiyonunu bulunuz ve çiziniz. [10 puan]

b-)  $P[X < 35]$  ve  $P[20 \leq X < 50]$  olasılıklarını hesaplayınız. [10 puan]

c-) Olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz ve çiziniz. [10 puan]

**ÇÖZÜM:**

a-)

i	1	2	3	4	5	6
X	10	20	30	40	50	60
P[X]	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$$x < 10 \Rightarrow F_X(x) = P[X \leq x] = 0$$

$$10 \leq x < 20 \Rightarrow F_X(x) = P[X \leq x] = P[X = 10] = 1/6$$

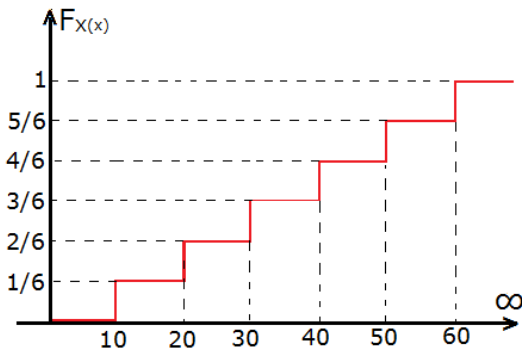
$$20 \leq x < 30 \Rightarrow F_X(x) = P[X \leq x] = P[X = 10] + P[X = 20] = 2/6 \quad \boxed{5p}$$

$$30 \leq x < 40 \Rightarrow F_X(x) = P[X \leq x] = P[X = 10] + P[X = 20] + P[X = 30] = 3/6$$

$$40 \leq x < 50 \Rightarrow F_X(x) = P[X \leq x] = P[X = 10] + P[X = 20] + P[X = 30] + P[X = 40] = 4/6$$

$$50 \leq x < 60 \Rightarrow F_X(x) = P[X \leq x] = P[X = 10] + P[X = 20] + P[X = 30] + P[X = 40] + P[X = 50] = 5/6$$

$$x \geq 60 \Rightarrow F_X(x) = P[X \leq x] = P[X = 10] + P[X = 20] + P[X = 30] + P[X = 40] + P[X = 50] + P[X = 60] = 1$$



**5p**

b-)

$$P[X < 35] = P[X \leq 30] = F_X(30) = 3/6 \text{ (1.YOL)} \dots\dots\dots \boxed{5p}$$

$$P[X < 35] = P[X = 10] + P[X = 20] + P[X = 30] = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6 \text{ (2.YOL)}$$

$$P[20 \leq X < 50] = F_X(50) - F_X(20) = 5/6 - 2/6 = 3/6 \text{ (1.YOL)} \dots\dots\dots \boxed{5p}$$

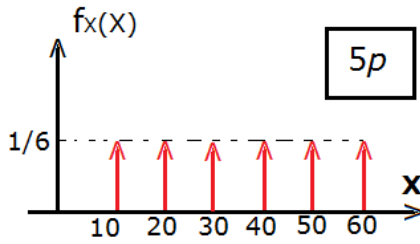
$$P[20 \leq X < 50] = P[X = 20] + P[X = 30] + P[X = 40] = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6 \text{ (2.YOL)}$$

c-)

$$F_X(x) = \frac{1}{6}[u(x-10) - u(x-20)] + \frac{2}{6}[u(x-20) - u(x-30)] + \frac{3}{6}[u(x-30) - u(x-40)] + \frac{4}{6}[u(x-40) - u(x-50)] + \frac{5}{6}[u(x-50) - u(x-60)] + \frac{1}{6}[u(x-60)]$$

$$= \frac{1}{6}u(x-10) + \frac{1}{6}u(x-20) + \frac{1}{6}u(x-30) + \frac{1}{6}u(x-40) + \frac{1}{6}u(x-50) + \frac{1}{6}u(x-60)$$

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} = \frac{1}{6}\delta(x-10) + \frac{1}{6}\delta(x-20) + \frac{1}{6}\delta(x-30) + \frac{1}{6}\delta(x-40) + \frac{1}{6}\delta(x-50) + \frac{1}{6}\delta(x-60)$$

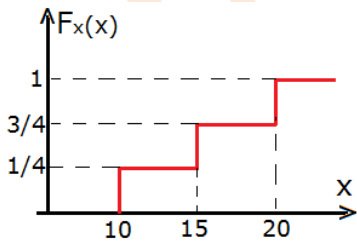


**4 - )** Toplam dağılım fonksiyonu aşağıda verilmiş olan X rastlantı değişkeninin ortalama değer ve varyansını hesaplayınız. [25 puan]

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < 10 \\ \frac{1}{4} & , 10 \leq x < 15 \\ \frac{3}{4} & , 15 \leq x < 20 \\ 1 & , 20 \leq x \end{cases}$$

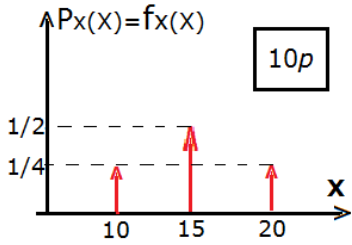
**ÇÖZÜM:**

Toplam dağılım fonksiyonu ayrık rastlantı değişkenine aittir. O halde olasılık yoğunluk fonksiyonu aynı zamanda olasılık kütle fonksiyonuna eşittir.



$$F_X(x) = \frac{1}{4}u(x-10) + \frac{2}{4}u(x-15) + \frac{1}{4}u(x-20)$$

$$P_X(X) = f_X(X) = \frac{dF_X(x)}{dx} = \frac{1}{4}\delta(x-10) + \frac{2}{4}\delta(x-15) + \frac{1}{4}\delta(x-20)$$



$$E[X] = \sum_X X \cdot P_X(X) = 10 \cdot P[X = 15] + 15 \cdot P[X = 30] + 20 \cdot P[X = 20]$$

$$= 10\left(\frac{1}{4}\right) + 15\left(\frac{1}{2}\right) + 20\left(\frac{1}{4}\right) = 15 \dots \dots \dots \boxed{5p}$$

$$Var[X] = E[X^2] - (E[X])^2$$

$$E[X^2] = \sum_X X^2 \cdot P_X(X) = 10^2\left(\frac{1}{4}\right) + 15^2\left(\frac{1}{2}\right) + 20^2\left(\frac{1}{4}\right) = 237.5 \dots \boxed{5p}$$

$$Var[X] = 237.5 - 15^2 = 12.5 \dots \dots \dots \boxed{5p}$$

BAŞARILAR

[sauelektrikelektronik.blogspot.com](http://sauelektrikelektronik.blogspot.com)