SAYISAL ANALİZ

Dr. Öğr. ÜYESİ Abdullah SEVİN

SAYISAL ANALİZ

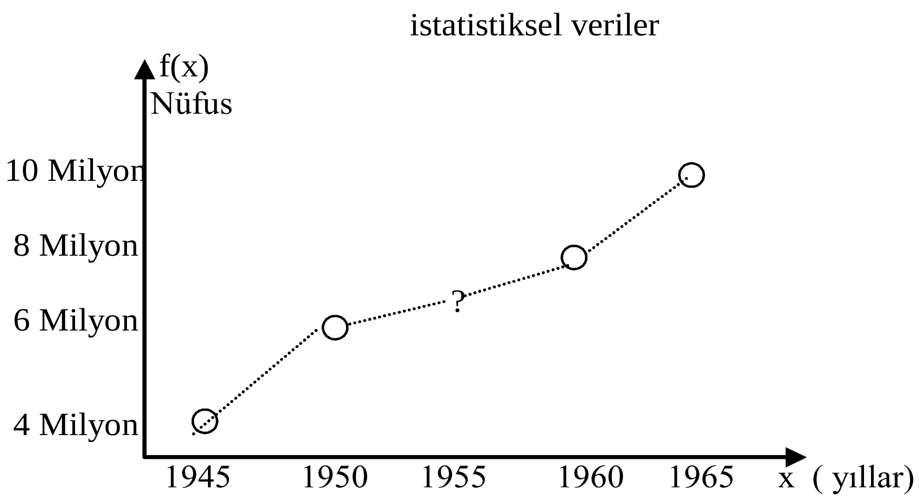
İNTERPOLASYON

(Ara Değer Bulma)

İÇİNDEKİLER

Ara Değer Hesabı (İnterpolasyon)

- Ara değer hesabı mühendislik problemlerinde sıklıkla karşılaşılan bir işlemdir.
- İnterpolasyon
  - Bilinen değerlerden bilinmeyen aradeğerin ya da değerlerin bulunması işlemidir.
  - Genel olarak ise bir f(x) fonksiyonunun x_0, x_1, …, x_n gibi ayrık noktalarda verilen f_0, f_1,…,f_n değerlerini kullanarak, bu fonksiyonu temsil eden ve daha basit bilinen bir F(x) fonksiyonu (enterpolasyon fonksiyonu) ile ifade edilmesidir.



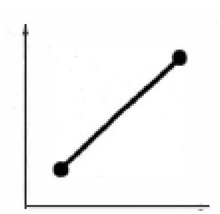
Ara Değer Hesabı (İnterpolasyon)

- Ara değer bulmada en yaygın kullanılan yöntem, **polinom interpolasyonudur**.

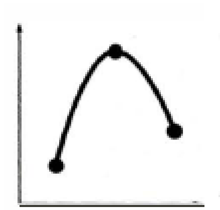
$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots + a_n x^n$$

- n + 1 adet nokta için, tüm noktalardan geçen ve n. derece olan yalnızca tek bir polinom vardır.

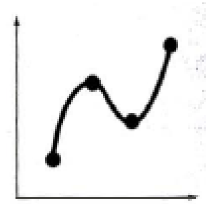
  - İki noktayı birleştiren birinci derece (doğrusal) polinom



  - 3 noktayı sadece bir parabol (ikinci derece polinom) birleştirir.



  - Dört noktayı birleştiren üçüncü dereceden (kübik) polinom.



- Polinomlar, **Newton**, **Lagrange** gibi bir çok seçenek ile matematiksel olarak ifade edilebilir.

(İnterpolasyon Polinomları)

x	3.2	2.7	1	4.8	5.6
f(x)	22	17.8	14.2	38.3	51.7

- **Örnek:** Bu noktaların ilk dördünden 3. dereceden bir polinom elde ederiz.

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

- Herbir noktanın koordinatları bu denklemi sağlayacağı için

$$a_0 + (3.2)a_1 + (3.2)^2 a_2 + (3.2)^3 a_3 = 22.0$$

$$a_0 + (2.7)a_1 + (2.7)^2 a_2 + (2.7)^3 a_3 = 17.8$$

$$a_0 + (1.0)a_1 + (1.0)^2 a_2 + (1.0)^3 a_3 = 14.2$$

$$a_0 + (4.8)a_1 + (4.8)^2 a_2 + (4.8)^3 a_3 = 38.3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3.2 & 10.24 & 32.768 \\ 1 & 2.7 & 7.29 & 19.683 \\ 1 & 1.0 & 1.00 & 1.000 \\ 1 & 4.8 & 23.04 & 110.592 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 22.0 \\ 17.8 \\ 14.2 \\ 38.3 \end{Bmatrix}$$

```
A=[1 3.2 10.24 32.768
    1 2.7 7.29 19.683
    1 1 1 1
    1 4.8 23.04 110.592]
B=[22;17.8;14.2;38.3];
X=inv(A)*B
X=[X(4) X(3) X(2) X(1)]
polyval(X,3)
```

İnterpolasyon

- İnterpolasyon fonksiyonu için polinom, trigonometrik fonksiyon, üstel gibi fonksiyonlar kullanılır. Ancak çoğu durumda koşulları kolaylıkla sağlamaları sebebiyle polinomlar tercih edilir.
- İnterpolasyon fonksiyonunun seçiminde kullanılan teoremler:

❶ Eğer fonksiyon [a,b] aralığında sürekli ve türevlenebilir ise polinom kullanılabilir.

- [a,b] aralığında küçük bir ε değeri için,

$$| f(x) - F(x) | \leq \varepsilon$$ koşulu sağlanabilir

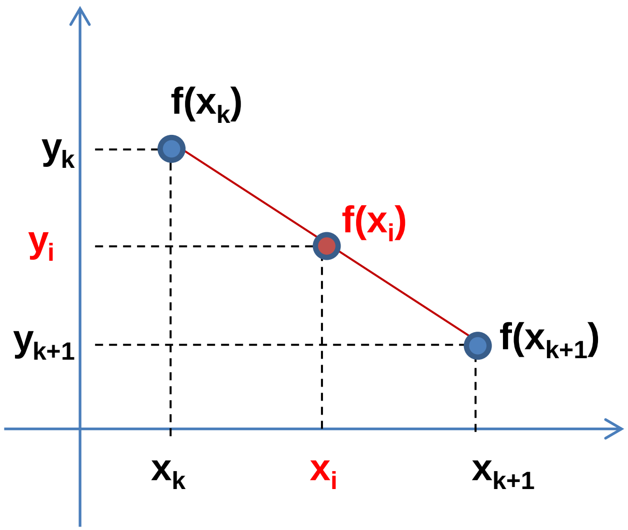
❷ Periyodik (2π) ve sürekli bir fonksiyon için,

$$F(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k \cos(kx) + \sum_{k=1}^{n} b_k \sin(kx)$$

şeklinde sonlu bir trigonometrik seri interpolasyon fonksiyonu olarak kullanılabilir

Doğrusal (Lineer) İnterpolasyon

- En basit interpolasyon şeklidir.
- Doğrusal interpolasyonda iki farklı değişkene karşılık gelen fonksiyon değerleri (x_1, y_1), (x_2, y_2), bir doğru ile birleştirilir.
- Aradeğer (interpolasyon) doğru üzerindedir. Doğru denkleminin elde edilmesi ile interpolasyon bulunur.
- Bilinen iki nokta arasındaki uzaklık ne kadar az ise bilinmeyen nokta için bulunacak interpolasyon fonksiyonunun değeri de o kadar doğru olacaktır.



Dogru Denklemi

$$y_i = y_k + m(x_i - x_k) \qquad m = \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k}$$

$$\frac{f(x_k) - f(x_i)}{x_k - x_i} = \frac{f(x_k) - f(x_{k+1})}{x_k - x_{k+1}}$$

$$f(x_i) = f(x_k) + \frac{f(x_{k+1}) - f(x_k)}{x_{k+1} - x_k}(x_i - x_k)$$

Doğrusal (Lineer) İnterpolasyon

- **Örnek:** Aşağıdaki tablo da bir firmanın son 5 yılki ciro dağılımı görülmektedir. Tabloda 2009 yılına ait sonuç yer almamaktadır. Doğrusal interpolasyon yöntemini kullanarak değeri bulunuz.

Yıllar	2007	2008	2009	2010	2011
Ciro	120	142	?	146	143

- **Çözüm:**
  - **Doğru Denklemi ile**

$$m=\frac{y_{k+1}-y_k}{x_{k+1}-x_k}=\frac{146-142}{2010-2008}=2$$

$$y_i=y_k+m(x_i-x_k)$$

$$y_i=142+2(2009-2008)$$

$$y_i=144$$

$$\frac{f(x_k)-f(x_i)}{x_k-x_i}=\frac{f(x_k)-f(x_{k+1})}{x_k-x_{k+1}}$$

$$\frac{142-f(x_i)}{2008-2009}=\frac{142-146}{2008-2010}$$

$$f(x_i)=144$$

MATLAB İle Doğrusal İnterpolasyon

- **YI= interp1 (X, Y, XI)**

X'in bu değeri için işlem yapılacak

bilinen Y değerlerinden oluşan **<u>sütun vektörü</u>**

bilinen X değerlerinden oluşan **<u>sütun vektörü</u>**

Y sütun vektöründe bilinmeyen olarak hesaplanacak değer

- **Örnek: Önceki sorudaki işlemi MATLAB'ta interp1 komutu ile çözünüz?**

```
>> Y = [120 142 146 140]';

>> X = [2007 2008 2010 2011]';

>> YI=interp1(X,Y,2009)

YI =

     144
```

Doğrusal (Lineer) İnterpolasyon

- **Örnek:** $f(x)= e^x$ fonksiyonunun [0.2, 0.3] aralığındaki değerleri sırasıyla [1.22140, 1.34986]'dır. Doğrusal interpolasyon yöntemi ile x=0.27 noktasındaki değer nedir?
  - x=0.27 noktasındaki gerçek değer 1.3099 olduğuna göre bağıl yüzde hatayı hesaplayınız?

Kuadratik İnterpolasyon

- f(x) fonksiyonunun (x0, y0), (x1, y1) ve (x2, y2) gibi 3 noktası belli ise [x0, x2] aralığındaki herhangi bir x noktasındaki fonksiyonun değeri, bu üç noktadan geçen parabole eşdeğer yaklaşım polinomu seçilerek bulunmaktadır.

- Üç noktanın seçimi (x0, y0), (x1, y1) ve (x2, y2) olduğunda polinom;
- P(x)=a+b(x-x0)+c(x-x0)(x-x1) yazılabilir ve a,b,c ;

$$a = y_0, \qquad b = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \qquad c = \frac{\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}\right)}{x_2 - x_0}$$

$$P(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)(x - x_0)}{x_1 - x_0} + \frac{\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}\right)}{x_2 - x_0}(x - x_0)(x - x_1)$$ bulunur.

Kuadratik İnterpolasyon

- Örnek: In(1)=0, In(3)=1.098, In(4)=1.386 ise In(3.2)=? (Matlabta log(3.2) In(3.2) demek log10 (x) : 10 tabanında log(x) demektir.)
- $a = y_0 = 0$
- $b = \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$ b=(1.098-0)/(3-1)=0.549
- $c = \left(\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}\right) / (x_2 - x_0)$ c=(((1.386-1.098)/(4-3))-((1.098-0)/(3-1)))/(4-1) =-0.087
- P(x)= 0 + 0.549 (x-x0) - 0.087(x-x0) (x-x1)
- P(3.2)=1.1696 (gerçek değer=1.1632)

Gregory-Newton Enterpolasyonu

- Bir **f (x)** fonksiyonunun $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$ gibi aralıkları eşit olan ayrık noktalarda bilinen $f(x_1)$, $f(x_2)$, …, $f(x_{n+1})$ değerleri varsa ve bu $f(x)$ fonksiyonunun, enterpolasyon fonksiyonu **P(x)**'i veren Gregory-Newton enterpolasyon yönteminde, **n.** dereceden bir enterpolasyon polinomu

$$P(x)=a_1+a_2(x-x_1)+a_3(x-x_1)(x-x_2)+a_4(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)+\ldots$$

$$+a_n(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_{n-1})+a_{n+1}(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)$$ şeklinde ifade edilmiştir.

Buradaki bilinmeyen katsayılardan a_1 için, eşitlikte **x** ve **P(x)** yerine sırasıyla x_1 ve $f(x_1)$ değerleri yazılırsa, $a_1 = f(x_1)$

a_2 bilinmeyen katsayısının çözümü için, eşitlikte **x** ve **P(x)** yerine sırasıyla x_2 ve $f(x_2)$ değerleri yazılırsa,

$$a_2 = \frac{f(x_2)-a_1}{x_2-x_1} = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$$ şeklindedir.

Elde edilen a_1 ve a_2 değerleri ile x_3 ve $f(x_3)$ kullanılarak a_3 için denklemden,

$$f(x_3) = a_1 + a_2(x_3-x_1) + a_3(x_3-x_1)(x_3-x_2)$$ bulunur,

buradan a_3 çekilerek; $$a_3 = \frac{f(x_3)-a_1-a_2(x_3-x_1)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$ şeklinde elde edilir.

Gregory-Newton Enterpolasyonu

- Benzer şekilde devam edilerek ;

$$\mathbf{f(x_n) = a_1 + a_2(x_3 - x_1) + \cdots + a_n(x_n - x_1)(x_n - x_2)\ldots(x_n - x_{n-1})}$$

$$\mathbf{a_n = \frac{f(x_n) - a_1 - a_2(x_3 - x_1) + \cdots}{(x_n - x_1)(x_n - x_2)\ldots(x_n - x_{n-1})}}$$ şeklindedir.

Eşit aralıklı noktalarda fonksiyon değerlerinin belli olması durumunda formüller biraz daha basitleşecektir. $x_{0,}\ \ x_1 = x_0 + h$ gibi iki noktanın verilmesi durumunda

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)\frac{\Delta f(x_0)}{(1!)h}$$ veya $$P_1(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x - x_0)$$ yazılabilir.

$x_{0,}\ \ x_1 = x_0 + h,\ x_2 = x_0 + 2h, \ldots, x_n = x_0 + nh$ gibi n+1 nokta verilmesi durumunda ifade;

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)\frac{\Delta f(x_0)}{(1!)h} + (x - x_0)(x - x_1)\frac{\Delta^2 f(x_0)}{(2!)h^2} + \ldots$$

$$+ (x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{k-1})\frac{\Delta^k f(x_0)}{(k!)h^k} + H_k$$

veya

$$\boxed{P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x - x_0)\ldots(x - x_{n-1}) \text{ olur.}}$$

Gregory-Newton Enterpolasyonu

ÖRNEK:

x	0	1	2
y	1	2	4

x=0.5 için P(x)=?

İleri fark tablosu,

x	y	Δy	$\Delta^2 y$
0	1	1	1
1	2	2	
2	4		

şeklinde elde edilir. Tablo değerleri formüle uygulandığında,

$$P(x) = y_0 + \Delta y_0 x + \frac{\Delta^2 y_0}{2!} x(x-1)$$

$$P(x) = 1 + x + \frac{1}{2} x(x-1) \quad = \quad \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$$

$$P(0.5) = 1.37$$

Gregory-Newton Enterpolasyonu

ÖRNEK:

x	2	4	6	8	10
y	10	50	122	226	362

Yukarıdaki tabloyu kullanarak enterpolasyon polinomunu ve x=3 noktasındaki değerini bulunuz.

İleri fark tablosu,

h = 2

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
2	10	40	32	0
4	50	72	32	0
6	122	104	32	
8	226	136		
10	362			

şeklinde elde edilir.

Tablo değerleri formüle uygulandığında,

$$P(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!\,h^2}(x - x_0)(x - x_1)$$

$$P(x) = 10 + \frac{40}{2}(x-2) + \frac{32}{2!\,2^2}(x-2)(x-4)$$

$$P(x) = 4x^2 - 4x + 2 \quad \Rightarrow \quad P(3) = 26$$

Gregory-Newton Enterpolasyonu

ÖRNEK:

x	-1	0	3	8	15	24
y	2	1	10	65	226	577

Yukarıdaki tabloyu kullanarak enterpolasyon polinomunu bulunuz.

Değişkenin adım aralığı sabit olmadığı için x , z 'nin fonksiyonu olarak tanımlanır. x= $f(z)$

İleri fark tablosu,

z	x	Δx	$\Delta^2 x$
0	-1	1	2
1	0	3	2
2	3	5	2
3	8	7	2
4	15	9	
5	24		

şeklinde elde edilir.

Tablo değerleri formüle uygulandığında, *değişken* x ve fonksiyon y için formül,

$$P(x) = y_0 + \Delta y_0 x + \frac{\Delta^2 y_0}{2!} x(x-1)$$ olacaktı,

değişken z ve fonksiyon x için aynı ifade

Gregory-Newton Enterpolasyonu

$$f(z) = x_0 + \Delta x_0 z + \frac{\Delta^2 x_0}{2!} z(z-1)$$ şeklinde ifade edilir.

Tablo değerleri yerine yazıldığında,

$$x = f(z) = -1 + z + z(z-1) = z^2 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{z = \sqrt{x+1}}$$

değişken dönüşüm ifadesi elde edilir.

z değişkeni ve y fonksiyonu için ileri fark tablosu,

z	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
0	2	-1	10	36	24
1	1	9	46	60	24
2	10	55	106	84	
3	65	161	190		
4	226	351			
5	577				

İleri Farklar Enterpolasyon formülü sadece ***sabit adım aralıklı*** değişkenli problemlere uygulanabilir. Adım aralığının sabit olmadığı durumlarda, değişken dönüşümü yapılarak adım aralığı sabit hale getirildikten sonra yöntem uygulanabilir.

Gregory-Newton Enterpolasyonu

Formül z değişkeni ve y fonksiyonu için düzenlendiğinde,

$$P(z) = y_0 + \Delta y_0 z + \frac{\Delta^2 y_0}{2!} z(z-1) + \frac{\Delta^3 y_0}{3!} z(z-1)(z-2) + \frac{\Delta^4 y_0}{4!} z(z-1)(z-2)(z-3)$$

$$\boxed{P(z) = 2 - z + \frac{10}{2!} z(z-1) + \frac{36}{3!} z(z-1)(z-2) + \frac{24}{4!} z(z-1)(z-2)(z-3)}$$

parantez çarpımları yapılarak,

$P(z) = z^4 - 2z^2 + 2$ ara enterpolasyon fonksiyonu elde edilir.

Değişken dönüşüm ifadesi yerine yazıldığında x değişkenine bağlı enterpolasyon polinomu,

$$P(x) = (x+1)^2 - 2(x+1) + 2$$

$\boxed{P(x) = x^2 + 1}$ olarak elde edilir.

Gregory-Newton Enterpolasyonu

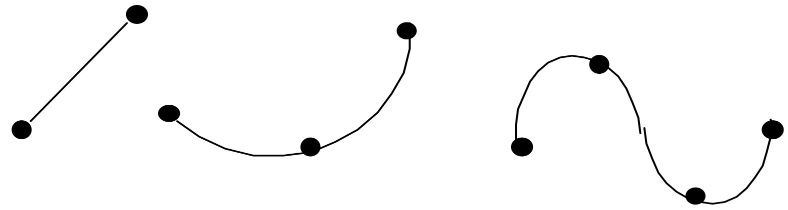
- öRNEK 1:

- Bir deney sonucunda elektrik devresinin zamana göre güc değişimi tabloda verilmiştir, Gücü zamana bağlayan polinomu bulunuz.
- (t=5 İçin güç =?)

t_i	$P(t_i)$
0	0
2	24
4	80
6	168
8	288

Lagrange Polinom İnterpolasyonu

- Lagrange interpolasyonu, bilinen noktalara önce bir eğri uydurulması sonra eğriyi temsil eden denklemden istenilen noktaların değerlerinin elde edilmesine dayanır.



N adet noktadan N-1. dereceden polinom geçebilir

x	x_1	x_2	x_3	...	x_n
f(x)	f_1	f_2	f_3	...	f_n

- n elemandan oluşan bir f(x) yukarıdaki tablodaki gibi tanımlanmış olsun.
- Lagrange yöntemine göre interpolasyon hesabı yapılırken kullanılacak polinom forma sahip fonksiyonun derecesi sahip olunan ölçüm değerlerinin adedinden bir eksik olacak şekilde seçilir.

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots + a_{n-1} x^{n-1}$$

Lagrange Polinom İnterpolasyonu

❶ **Polinom formun derecesi belirlenmeli**

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots + a_{n-1} x^{n-1}$$

❷ **Her ölçüm sonucuna ait bir eşitlik ifadesi yazılarak, ölçüm sonuçlarının adedi kadar eşitliklerden oluşan bir denklem takımı elde edilir.**

$$f_1 = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1{}^2 + a_3 x_1{}^3 + \ldots + a_{n-1} x_1{}^{n-1}$$

$$f_2 = a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2{}^2 + a_3 x_2{}^3 + \ldots + a_{n-1} x_2{}^{n-1}$$

$$\vdots$$

$$f_n = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n{}^2 + a_3 x_n{}^3 + \ldots + a_{n-1} x_n{}^{n-1}$$

❸ **Elde edilen denklem takımı matris formda ifade edilebilir**

$$\begin{bmatrix} 1\ x_1\ x_1^2\ x_1^3 \ldots x_1^{n-1} \\ 1\ x_2\ x_2^2\ x_2^3 \ldots x_2^{n-1} \\ 1\ x_3\ x_3^2\ x_3^3 \ldots x_3^{n-1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1\ x_n\ x_n^2\ x_n^3 \ldots x_n^{n-1} \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \ldots. \\ a_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \ldots. \\ f_{n-1} \end{bmatrix}$$

Lagrange Polinom İnterpolasyonu

❹ **Denklem takımı ile polinom form yapısında olan fonksiyonun katsayıları bulunur. Ortaya çıkan fonksiyon ifadesinin değişken değerine istenilen sayı büyüklüğü verilerek bunun karşılığında ölçüm sonucunun yaklaşık olarak tahmini gerçekleştirilir.**

$$f_n(x)=\sum_{i=0}^{n} L_i(x)\,f(x_i)$$

$$L_i(x)=\prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n}\frac{x-x_j}{x_i-x_j}$$

$$f(x)=\frac{(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)\cdots(x-x_n)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)\cdots(x_1-x_n)}*f_1$$

$$+\frac{(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)\cdots(x-x_n)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)\cdots(x_2-x_n)}*f_2$$

$$+\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)\cdots(x-x_n)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)\cdots(x_3-x_n)}*f_3$$

$$\vdots$$

$$+\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\cdots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_1)(x_n-x_2)(x_n-x_3)\cdots(x_n-x_{n-1})}*f_n$$

Elde edilen f(x) eşitliğinde x değişkeninin istenilen değer karşılığı sayısal olarak girilmek suretiyle fonksiyonun karşılığı Lagrange yöntemine göre bulunmuş olur.

Lagrange İnterpolasyon

- **Örnek:** Aşağıdaki tabloda x'e bağlı bir f(x) fonksiyonunun sayısal değişimi görülmektedir. x=3 için aradeğeri Lagrange interpolasyon yöntemi kullanarak bulunuz

x	0	2	4	7	10
f(x)	1	7	10	13	20

- **Çözüm:**

$$f(x)=\frac{(x-2)(x-4)(x-7)(x-10)}{(0-2)(0-4)(0-7)(0-10)}*1+\frac{(x-0)(x-4)(x-7)(x-10)}{(2-0)(2-4)(2-7)(2-10)}*7$$

$$\frac{(x-0)(x-2)(x-7)(x-10)}{(4-0)(4-2)(4-7)(4-10)}*10+\frac{(x-0)(x-2)(x-4)(x-10)}{(7-0)(7-2)(7-4)(7-10)}*13$$

$$+\frac{(x-0)(x-2)(x-4)(x-7)}{(10-0)(10-2)(10-4)(10-7)}*20$$

X=3 için f(3)=8.7583

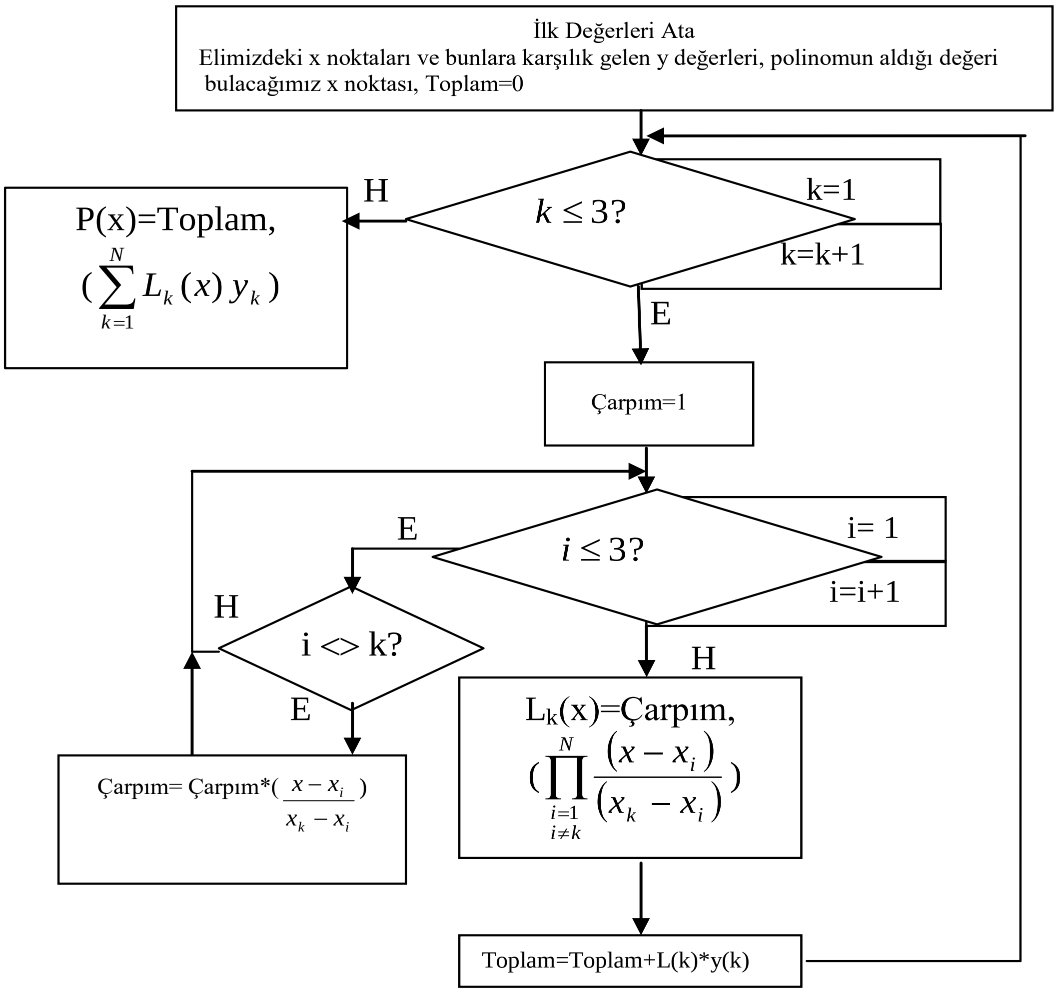
Lagrange İnterpolasyon

- **Örnek:** **Aşağıda verilen 4 nokta için Lagrange interpolasyon polinomu elde ederek f (3.9) değerini hesaplayınız.**

Not: Tüm değerler, virgülden sonra 4 basamak alınacak.

x	1	3	5	7
f(x)	0.6	0.9	1.7	3.3

Algoritması ve MATLAB Program Kodu




```
function [xL] = x(L)
x=[30 45 60]; y=[0.5 0.7071 0.8660];

xL=L;

 Toplam=0;

for k=1:3
    Carpim=1;
    for i=1:3
        if i~=k
         Carpim= Carpim*(xL-x(i))/(x(k)-x(i));
        end
    end
 L(k)= Carpim
 Toplam=Toplam+L(k)*y(k);
end
P=Toplam
```

Serhat Yılmaz'ın Sunusundan Alınmıştır.

ÖDEV

Ödevler dersin Araştırma Görevlisine, takiben eden hafta teslim edilecektir.

Not: Vaktinde teslim edilmeyen ödevler alınmayacaktır.

- **Aşağıdaki tabloda x'e bağlı bir f(x) fonksiyonunun sayısal değişimi görülmektedir. X=4 için aradeğeri Lagrange interpolasyon yöntemi kullanarak bulunuz**
  - **Ödevi hem el ile hemde matlab ile çözünüz. Matlab da program (döngüler) yazınız (serhat yılmazın notlarından ya da laboratuardaki uygulamalardan yararlanabilirsiniz)**

x	0	2	5	7	9
f(x)	2	6	8	11	15

KAYNAKLAR

- **Steven C. Chapra, Raymond P. Canale (Çev. H. Heperkan ve U. Kesgin), "*Yazılım ve Programlama Uygulamalarıyla Mühendisler İçin Sayısal Yöntemler*", Literatür Yayıncılık.**
- **İlyas ÇANKAYA, Devrim AKGÜN, Sezgin KAÇAR "*Mühendislik Uygulamaları İçin MATLAB*", Seçkin Yayıncılık**
- **Serhat YILMAZ, "*Bilgisayar İle Sayısal Çözümleme*", Kocaeli Üniv. Yayınları, No:168, Kocaeli, 2005.**
- **Yüksel YURTAY, Sayısal Analiz Ders Notları, Sakarya Üniversitesi**