

大学物理(1)



第 12 章 磁场和它的源

我不喜欢那种没有实验的枯燥的讲课，所有的科学研究都是从实验开始的。

——汉斯·克里斯蒂安·奥斯特

12.1 磁力与电荷的运动

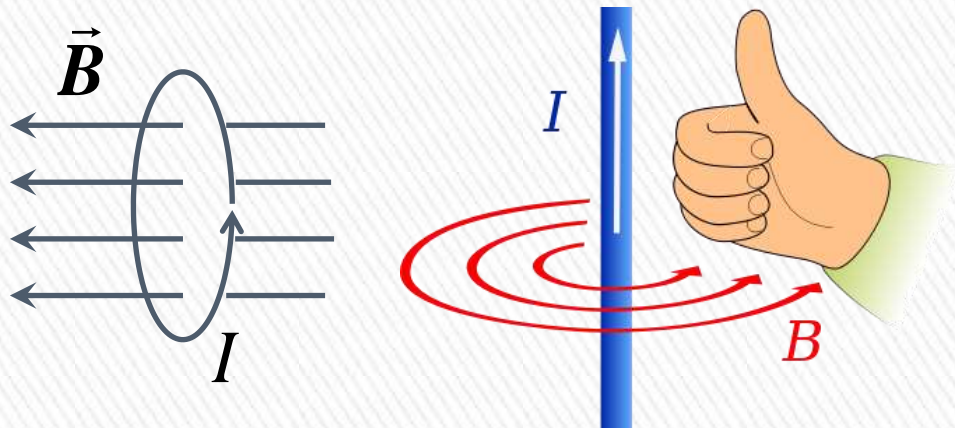
- » 人类在很早时候就发现了电现象和磁现象，但在历史上的很长一段时间里，人们都认为电就是电，磁就是磁，它们之间没有联系。
- » 直到奥斯特因为偶然的机会发现导线通电时，放在导线周围的指南针会偏转。
- » 即使把指南针浸在水中、油中或者用其它介质阻隔在导线与指南针周围依然如此。



Hans Christian Oersted
1777-1851

12.1 磁力与电荷的运动

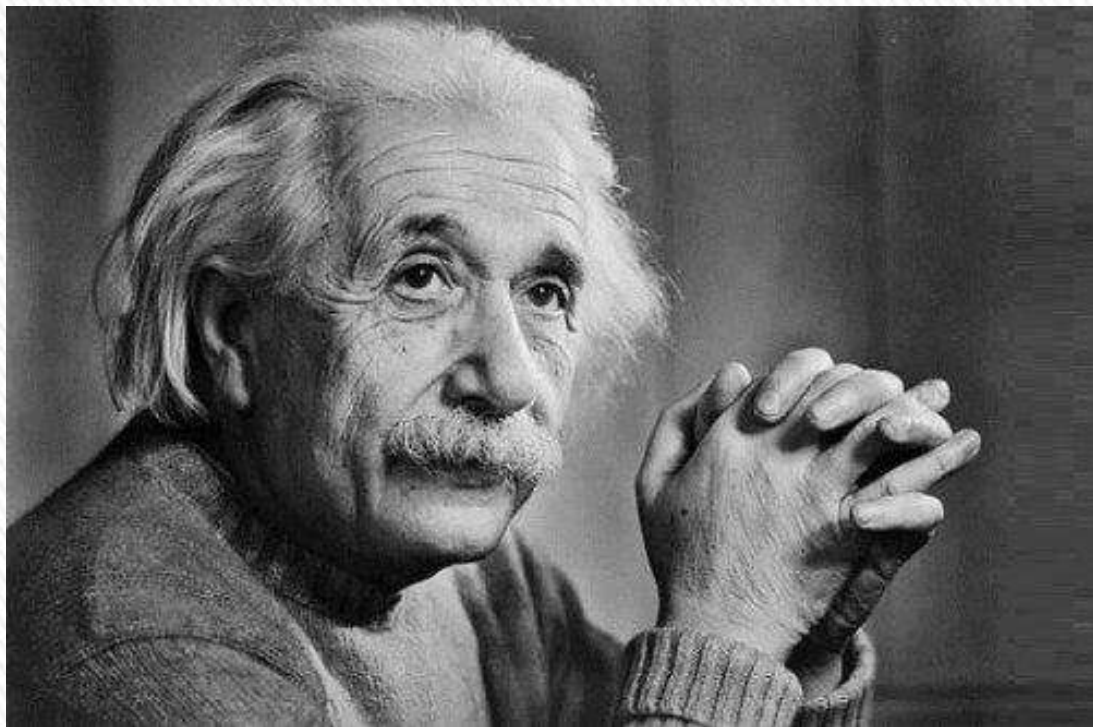
- » 安培马上注意到奥斯特的实验结果，并经过两周的思考后指出“是电流产生了磁场，磁场的方向满足右手螺旋定则。”
- » 安培进一步指出，永磁体分子内部存在一种环形的“分子电流”，正是分子电流产生了永磁体的磁场。



André Marie Ampère
1775-1836

12.1 磁力与电荷的运动

- » 现在我们认为，**磁力**只是电荷之间的另外一种相互作用形式，只不过这种相互作用只发生在它们之间有相对运动时。
- » 用相对论的观点看，**磁力**和**静电力**其实就是不同参照系下看同一个力的不同表现。
- » 这个力统称为**电磁力**。



12.1 磁力与电荷的运动

» 磁场

相对某参照系运动的电荷，在这个参照系看来，这个电荷在其周围空间中即会产生电场，也会产生磁场。

定向运动产生电流，恒定的电流产生**恒定磁场**，或者叫**静磁场**。

» 磁场的大小

如何定量衡量磁场的大小呢？

12.2 磁场与磁感应强度

- » **磁感应强度**：从实验可检验的角度出发，我们知道磁场会对处于其中的运动电荷产生作用力，通过大量的实验测量我们发现，这个力的大小和方向与磁感应强度之间有确定的、简单的关系：

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

洛伦兹力公式

- » 在 SI 单位制中**磁感应强度**的单位是**特斯拉(T)**，另外还用**高斯(G)**作为磁感应强度的单位。

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$$

磁体类型	磁感应强度(T)
永磁体	0.01 - 0.5
电磁铁	0.5 - 10
地磁场	约 5×10^{-5}
昆明的地磁场强度	约 4.7×10^{-5}

12.2 磁场与磁感应强度

- » 大量实验表明，**磁感应强度**也满足**叠加原理**。
- » 多个磁场共同作用在某点时，该点的磁感应强度，等于各个磁场单独作用在该点的磁感应强度的矢量和：

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$$

12.2 磁场与磁感应强度

» 与用电场线描绘电场类似，我们也可以用**磁感线**描绘磁场。

» 磁感线的**规定**：

- > 切线方向为磁感应强度的方向；
- > 疏密程度表示磁感应强度的大小。

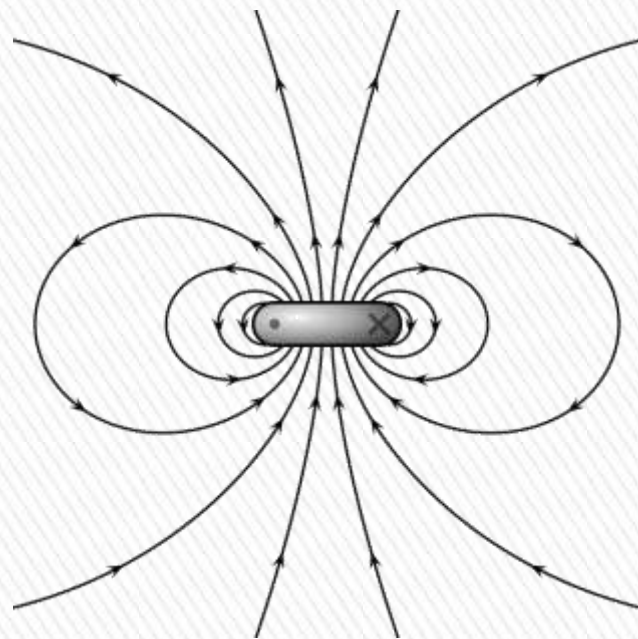
» 磁感线的**特点**：

- > **无头无尾，闭合曲线。**

» 同时，引入**磁通量**的概念，即通过空间中某个曲面的磁感线的数量：

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

» **磁通量**的单位是**韦伯(Wb)**， $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$ 。

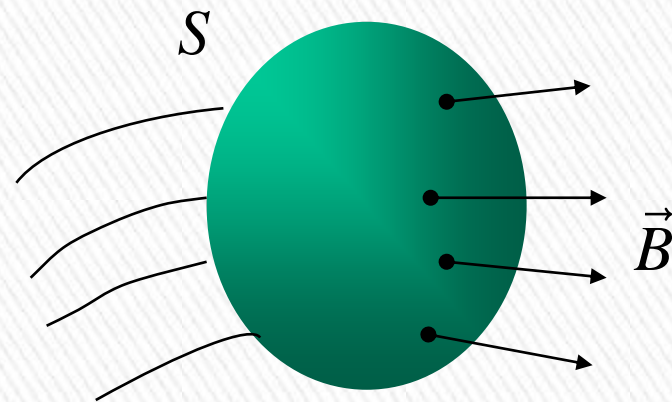


12.2 磁场与磁感应强度

- » **磁场的高斯定理**：穿过任意闭合曲面的磁通量等于零：

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

- » 磁场的高斯定理是麦克斯韦方程组中的其中一个。
- » 其物理含义：磁场是**无源场**。



- » **静电场的高斯定理**：穿过任意闭合曲面的电位移通量等于该曲面包围的电荷的代数和：

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q^{\text{in}}$$

- » 物理含义：静电场是**有源场**。

12.3 毕奥-萨伐尔定律

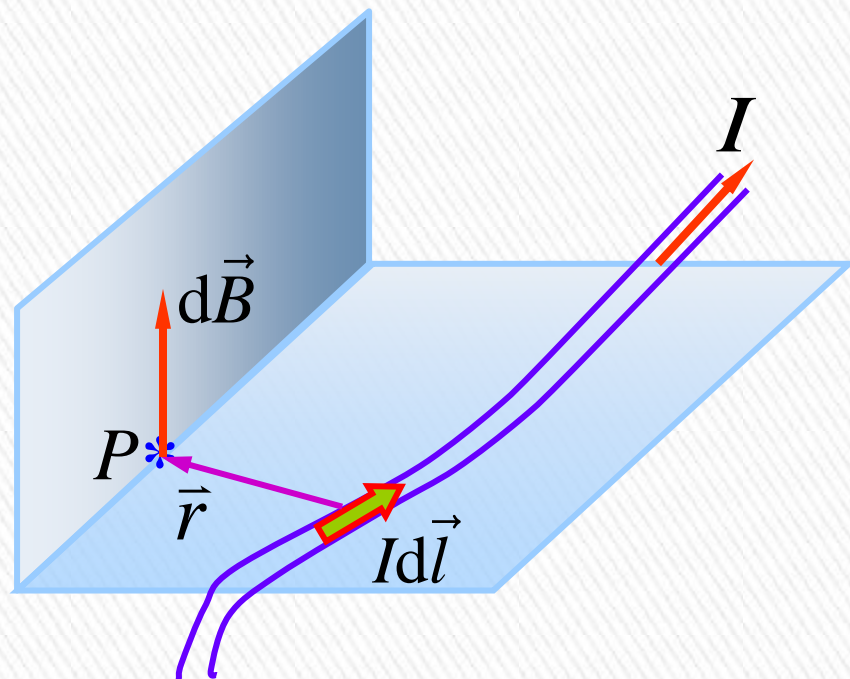
- » 法国物理学家 J.B. **毕奥** 和 F. **萨伐尔** 在法国数学家 P.S. **拉普拉斯** 的帮助下得到了 **电流微元** 产生的 **磁感应强度微元** 的公式：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

- » 式中， $\mu_0 = 1.2566 \times 10^{-6} \text{ N/A}^2$ ，是 **真空磁导率**。

- » **电流微元** $Id\vec{l}$ ：在一段大小为 I 的连续电流上取一个微元，方向为电流在该处的方向。

- » \vec{r} 为电流微元 $Id\vec{l}$ 到场点 P 的 **位移矢量**， r 是它的大小， \vec{e}_r 是它的方向。



12.3 毕奥-萨伐尔定律

» **电流微元**产生的**磁感应强度微元**的公式：

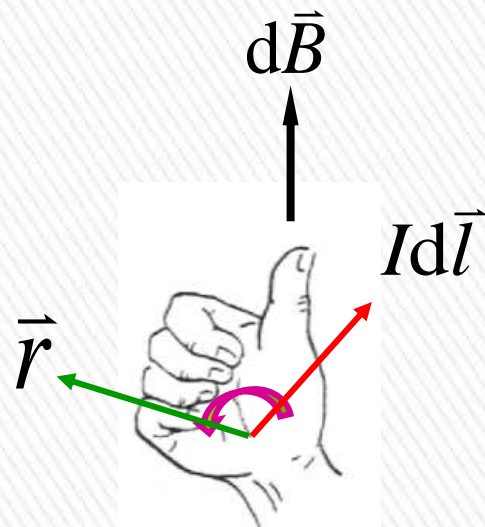
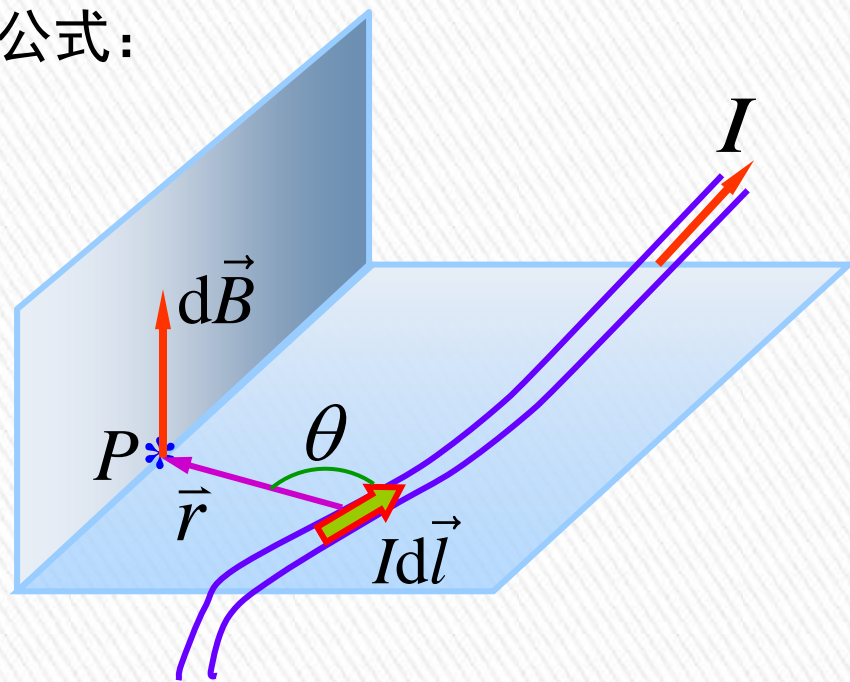
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

» 电流元 $Id\vec{l}$ 在场点 P 处产生的磁感应微元 $d\vec{B}$ 的大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \theta ,$$

θ 为 $Id\vec{l}$ 和 \vec{r} 之间的方向。

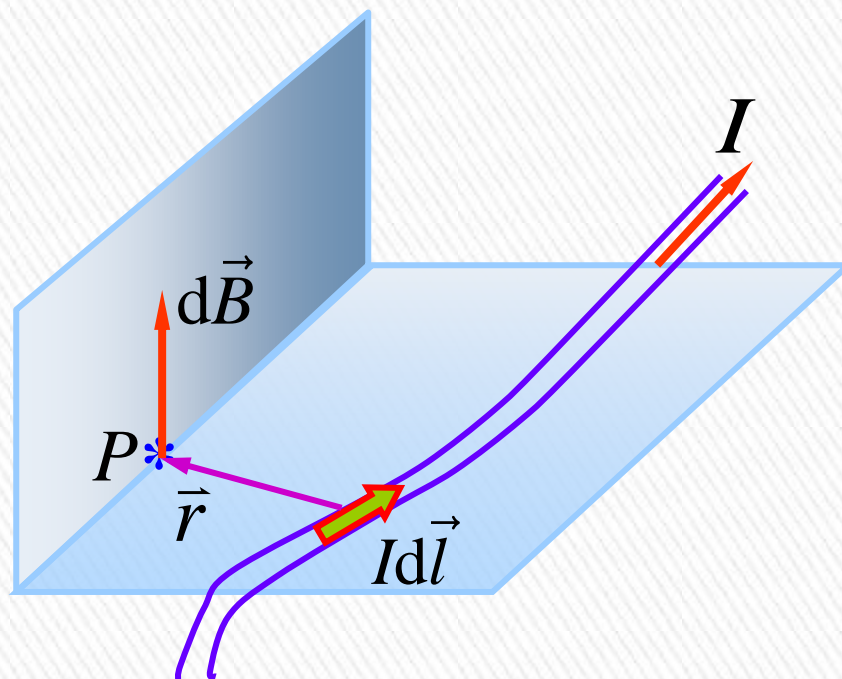
» 方向由**右手螺旋法则**确定。



12.3 毕奥-萨伐尔定律

» 求任意载流导线在场点 P 处所产生的磁感应强度的方法为：
对载流导线进行 **曲线积分**：

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \int_l d\vec{B} \\ &= \int_l \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}\end{aligned}$$



12.3 毕奥-萨伐尔定律

» 静电场的库伦定律 vs 磁场的毕-萨定律：

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \cdot \vec{e}_r}{r^2}, \quad \vec{E} = \int_q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \cdot \vec{e}_r}{r^2}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}, \quad \vec{B} = \int_l \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

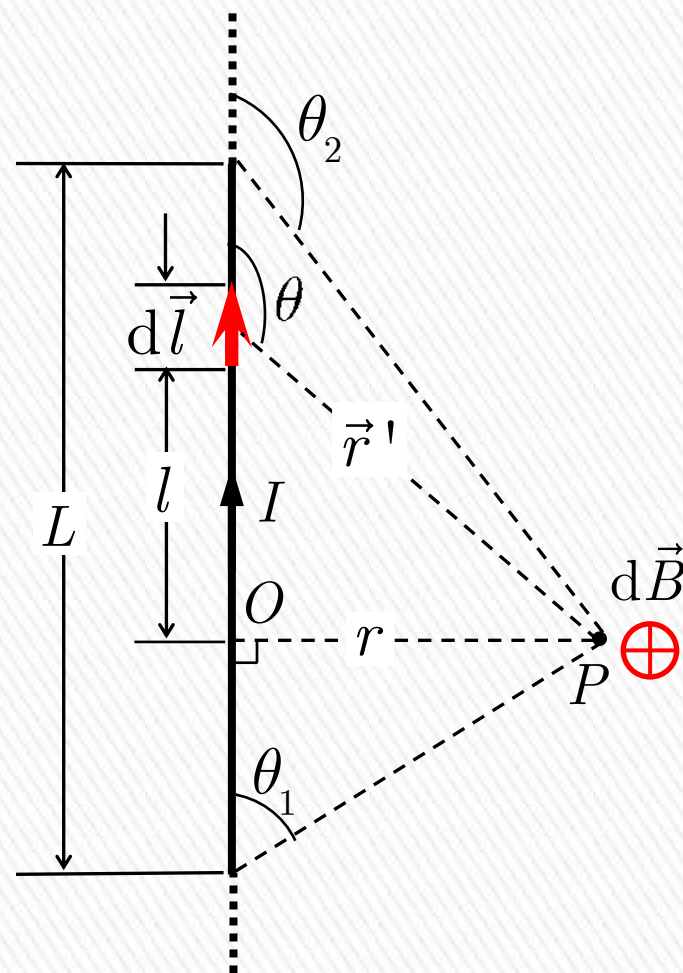
P344 例 12.1: 如图所示，长为 L 的直导线中通有电流 I ，求它附近 P 点处的磁感应强度， P 点到导线的垂直距离为 r 。

解: 以 P 点在直导线上的中垂点为原点 O 建立坐标系。为了方便积分，引入三角函数。

如图所示的电流元 $I d\vec{l}$ 在 P 处的磁感应强度为

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_{r'}}{r'^2}$$

其大小为 $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r'^2} \sin \theta$ ，
方向如图。



因为导线上每一个微元在点 P 处产生的磁感应强度的方向都相同，因此，整条直导线在点 P 处产生的磁感应强度只需进行标量积分。

P344 例 12.1: 如图所示，长为 L 的直导线中通有电流 I ，求它附近 P 点处的磁感应强度， P 点到导线的垂直距离为 r 。

解(续): $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r'^2} \sin \theta$ ，方向如图。

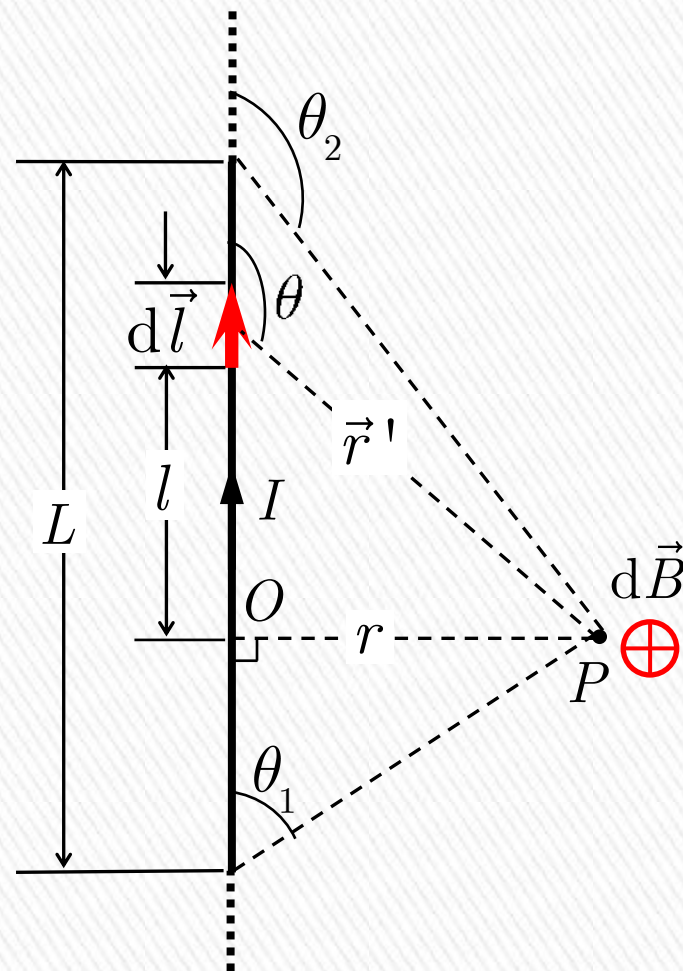
$$\text{则 } B = \int_L dB = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r'^2} \sin \theta$$

其中

$$r' = \frac{r}{\sin \theta}, \quad l = -r \cot \theta \Rightarrow dl = \frac{r d\theta}{\sin^2 \theta}$$

$$\text{代入得: } B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \sin \theta d\theta$$

$$\text{积分得: } B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$



P344 例 12.1: 如图所示，长为 L 的直导线中通有电流 I ，求它附近 P 点处的磁感应强度， P 点到导线的垂直距离为 r 。

解(续): 长为 L 、电流为 I 的直导线在
场点 P 处的磁感应强度大小为

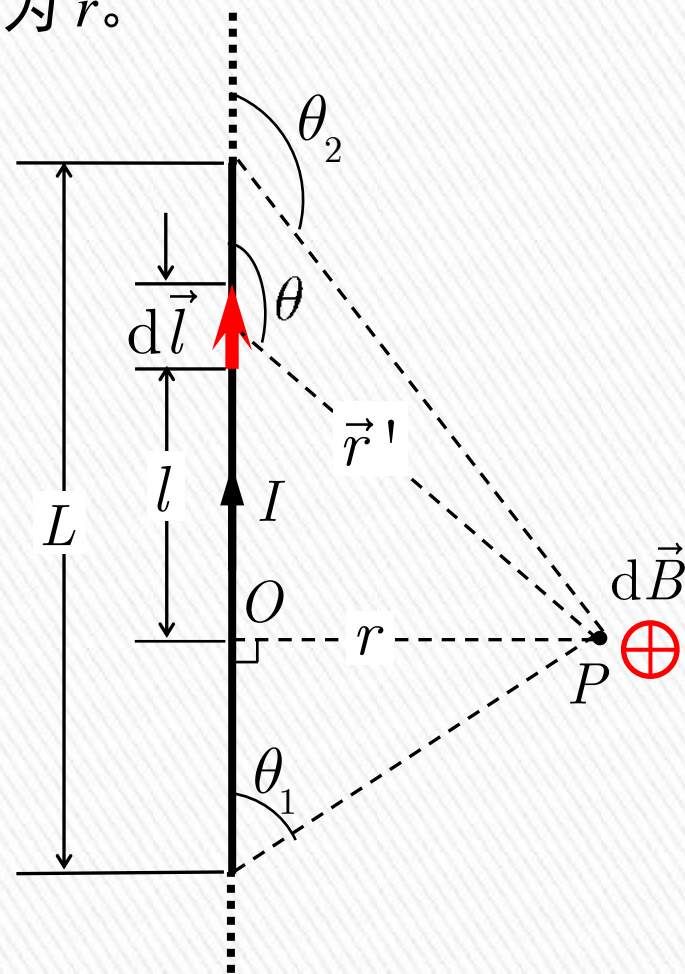
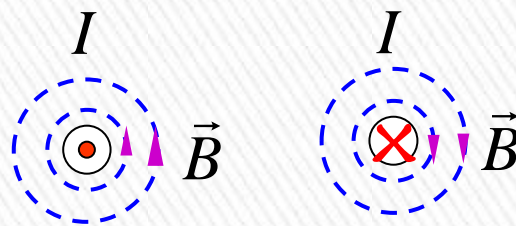
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

方向如图。

当直导线的长度为 ∞ 时， $\theta_1 = 0$ ，
 $\theta_2 = \pi$ ，磁感应强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

方向与电流方向**右手螺旋**：

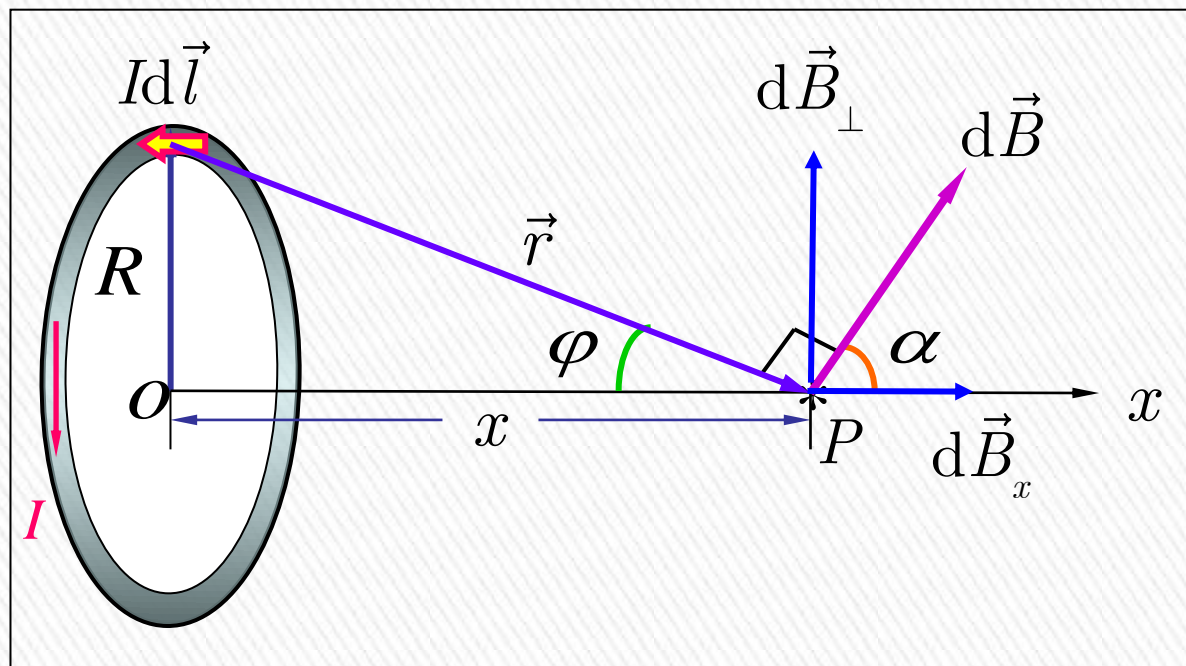


P344 例 12.2: 圆形载流导线，电流强度为 I ，半径为 R ，求其轴线上的磁场分布。

解: 建立如图坐标系。在圆环上任取一个电流元 $I d\vec{l}$ ，其在点 P 处的场强大小为

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}$$

方向如图。



由于圆环的对称性， $d\vec{B}$ 在 \perp 方向上的分量相互抵消，只需对 x 方向分量进行积分即可。

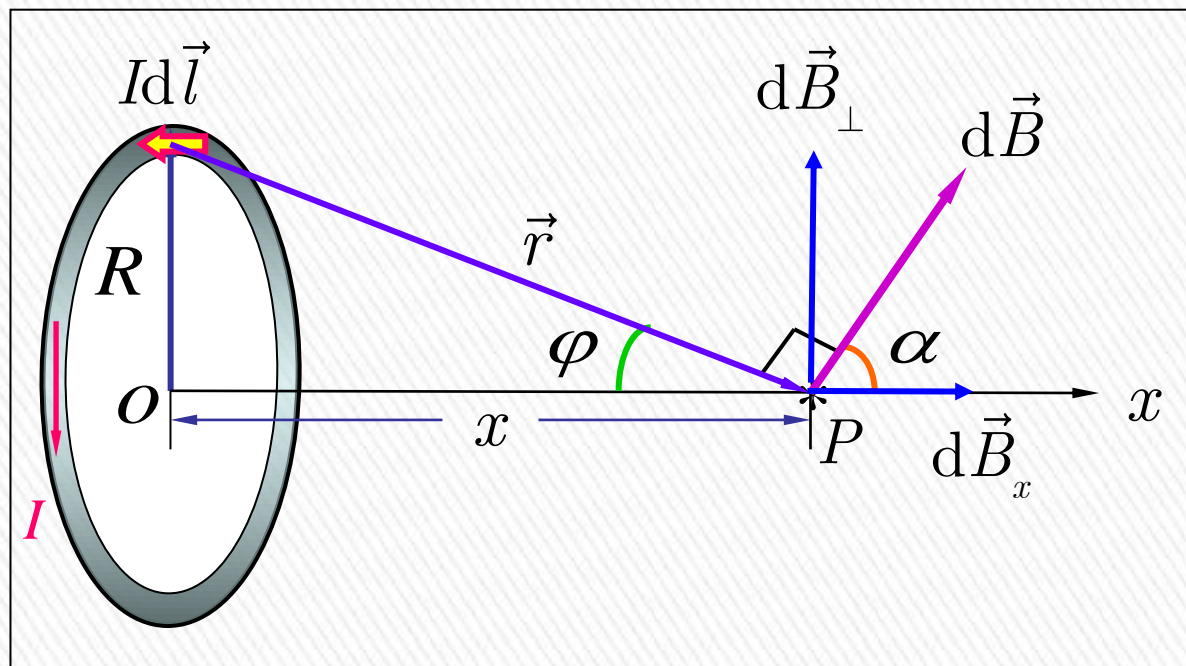
$$dB_x = dB \cdot \cos \alpha = dB \cdot \sin \varphi = \frac{\mu_0 I \sin \varphi}{4\pi r^2} dl$$

$$B = \oint_l dB_x = \oint_l \frac{\mu_0 I \sin \varphi}{4\pi r^2} dl = \frac{\mu_0 I \sin \varphi}{4\pi r^2} \cdot 2\pi R$$

P344 例 12.2: 圆形载流导线，电流强度为 I ，半径为 R ，求其轴线上的磁场分布。

解(续): 圆形电流在其轴线上的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I \sin \varphi}{4 \pi r^2} \cdot 2 \pi R$$



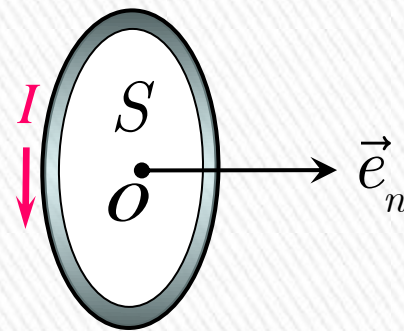
用位置 x 、半径 R 、距离 r 来表示为：

$$B = \frac{\mu_0 I \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}}{4 \pi (R^2 + x^2)} \cdot 2 \pi R = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{r^3}$$

圆心位置磁感应强度为 $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ ，方向都是**右手螺旋**。

P344 例 12.2：圆形载流导线，电流强度为 I ，半径为 R ，求其轴线上的磁场分布。

解(续)： 将一个闭合圆环电流定义为**磁偶极矩**
(简称**磁矩**，也叫**磁偶极子**)



$$\vec{m} = IS\vec{e}_n$$

其中 I 为电流强度， S 为线圈面积， \vec{e}_n 为线圈的右手螺旋方向。

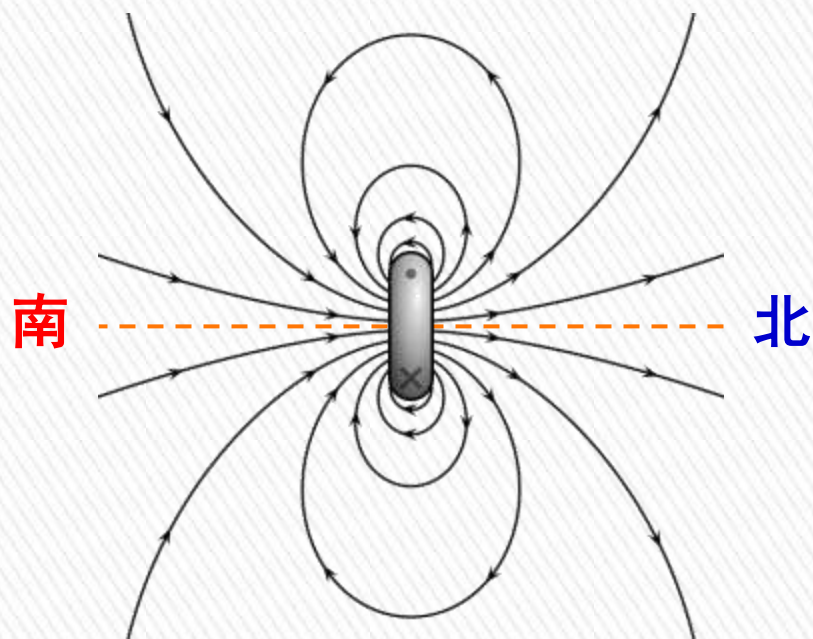
则线圈在轴线上的磁感应强度为：

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

12.3 毕奥-萨伐尔定律

磁偶极子轴线上的磁感应强度：

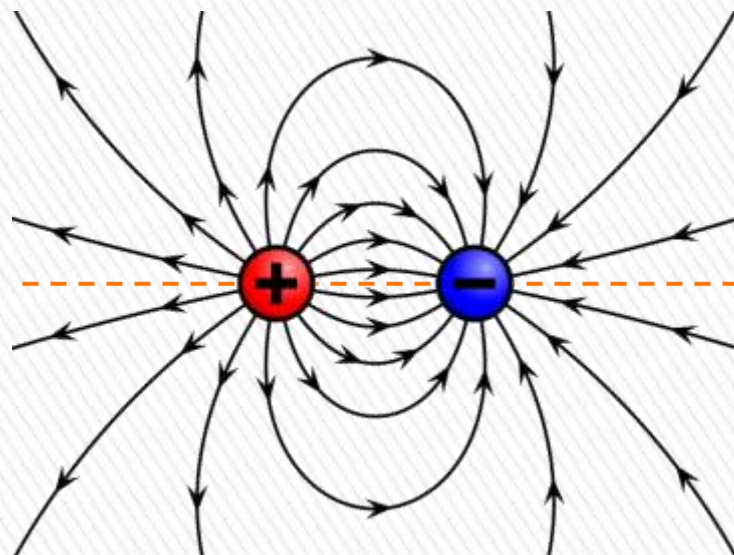
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{\vec{m}}{2\pi x^3} (x \gg R)$$



磁偶极子

电偶极子轴线上的电场强度：

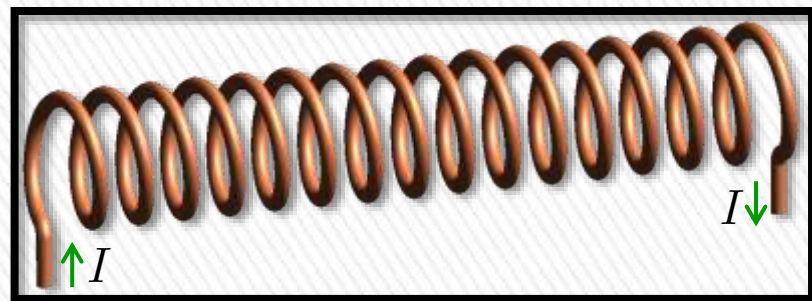
$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\vec{p}}{2\pi x^3} (x \gg l)$$



电偶极子

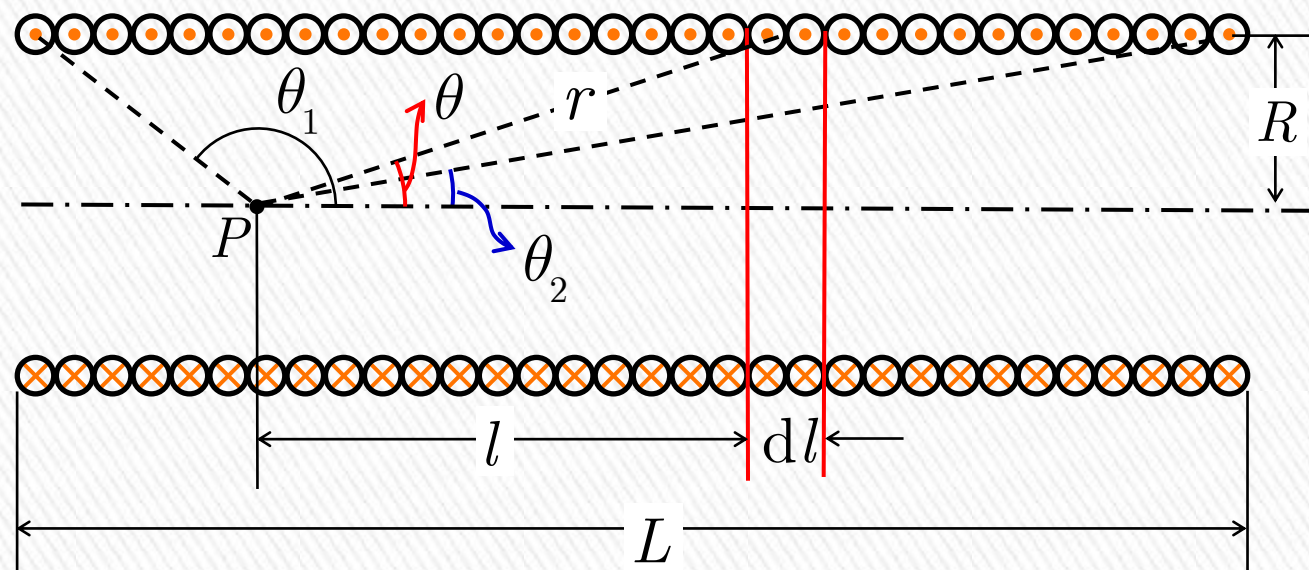
P346 例 12.3: 均匀密绕螺线管，管的长度为 L ，半径为 R ，单位长度长绕有 n 匝线圈，通有电流 I ，求其轴线上的磁场分布。

解: 密绕螺线管可以看做许多圆环电流的并列，其轴线上点 P 处的磁感应强度为各个线圈电流的磁感应强度的矢量和。



取螺线管上长度为 dl 的微元，则该微元的电流为 $dI = nIdl$ ，它在轴线上 P 处产生的磁感应强度：

$$dB = \frac{\mu_0 n I R^2}{2r^3} dl$$



P346 例 12.3: 均匀密绕螺线管，管的长度为 L ，半径为 R ，单位长度长绕有 n 匝线圈，通有电流 I ，求其轴线上的磁场分布。

解(续): 微元 dl 在点 P 处产生的磁感应强度:

$$dB = \frac{\mu_0 n I R^2}{2r^3} dl$$

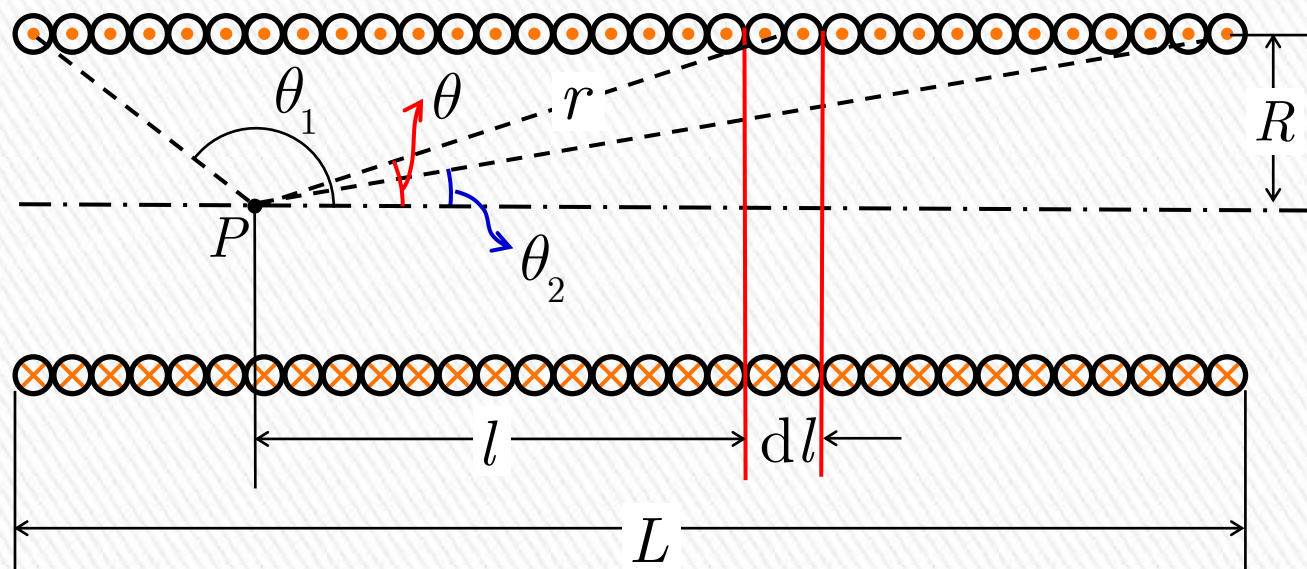
代入三角

函数表达方式:

$$r = \frac{R}{\sin \theta}, \quad l = R \cot \theta \Rightarrow dl = -\frac{R}{\sin^2 \theta} d\theta \quad \text{得:} \quad dB = -\frac{\mu_0 n I}{2} \sin \theta d\theta$$

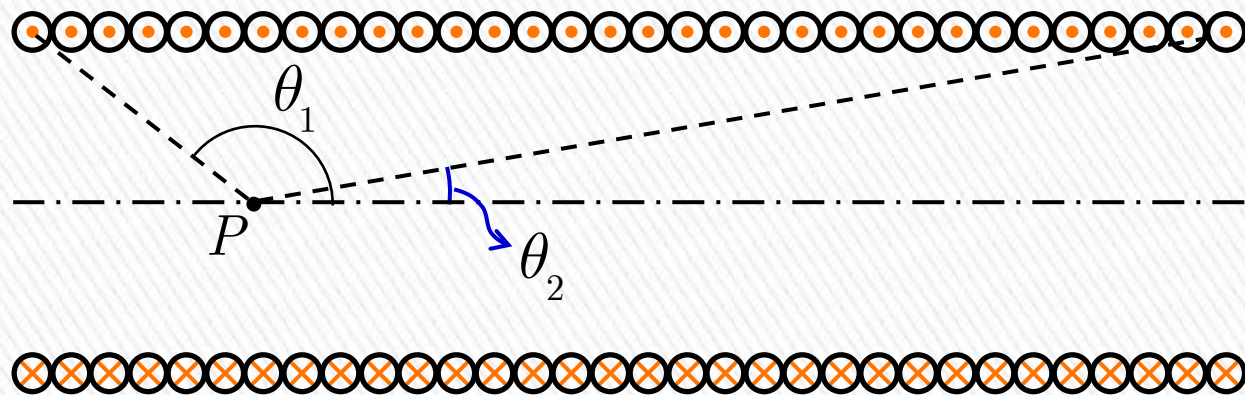
对整个螺线管积分得:

$$B = \int_L dB = -\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mu_0 n I}{2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \quad \text{方向 右手螺旋。}$$



P346 例 12.3: 均匀密绕螺线管，管的长度为 L ，半径为 R ，单位长度长绕有 n 匝线圈，通有电流 I ，求其轴线上的磁场分布。

解(续): 密绕螺线管轴线上点 P 的磁感应强度为：



$$B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

若螺线管无限长，则其内部点 P 处 $\theta_1 = \pi$ ， $\theta_2 = 0$ ，此时其磁感应强度为

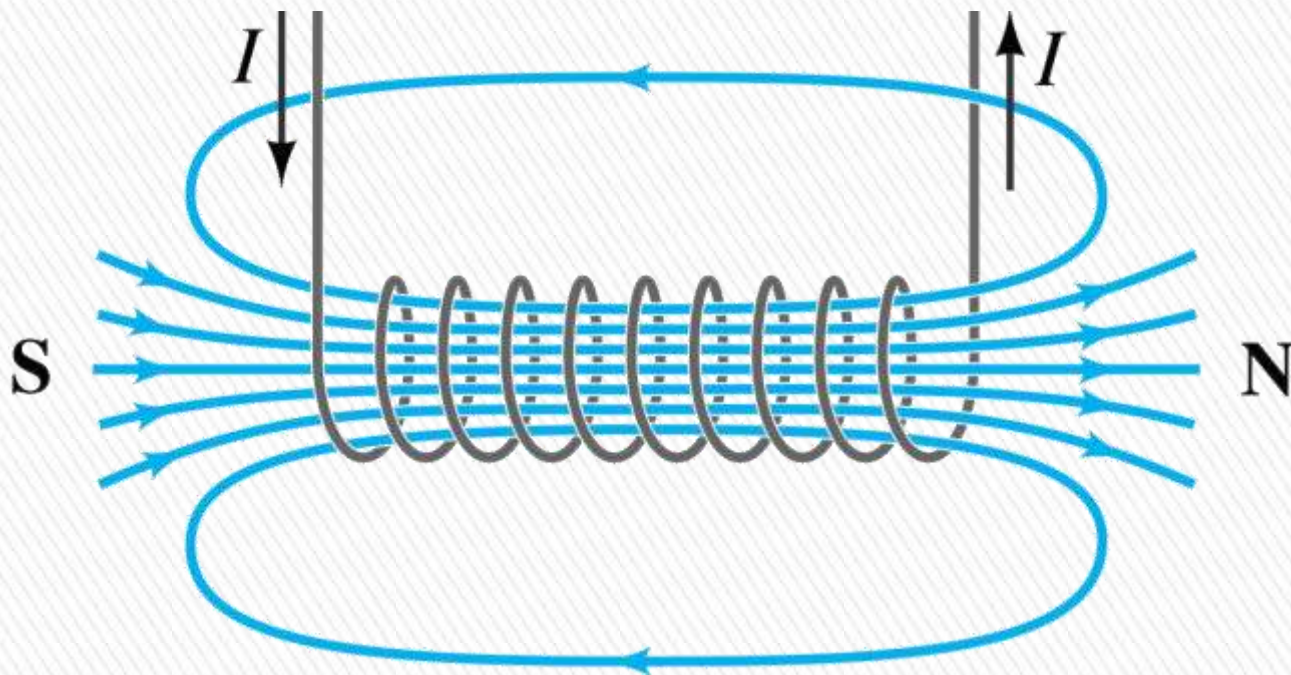
$$B = \mu_0 n I \quad \text{正比于 绕线密度 } n \text{ 和 电流 } I。$$

而在螺线管端口处， $\theta_1 = \pi$ ， $\theta_2 = \pi/2$ ，磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2}$$

12.3 毕奥-萨伐尔定律

- » 载流螺线管的磁感线分布如图，管外磁场非常弱，管内基本是均匀场。

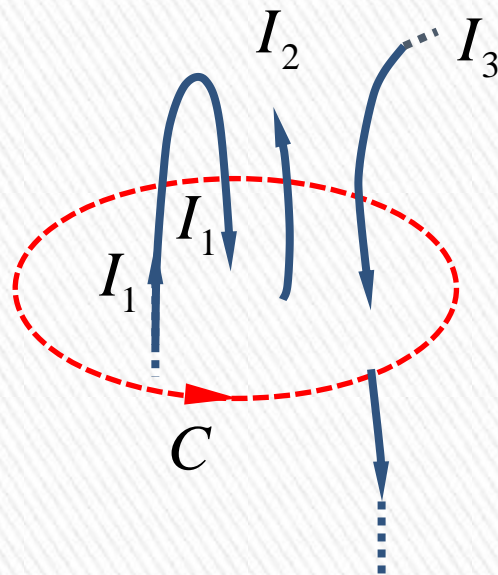


- » 螺旋管越长，这种特点越显著。

12.5 安培环路定理

- » 磁场的**安培环路定理**：在**恒定电流磁场**中，磁感应强度沿**任一闭合路径 C** 的曲线积分，等于该路径所包围的电流强度代数和的乘以真空磁导率 μ_0 ：

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_i I_{\text{in}}$$

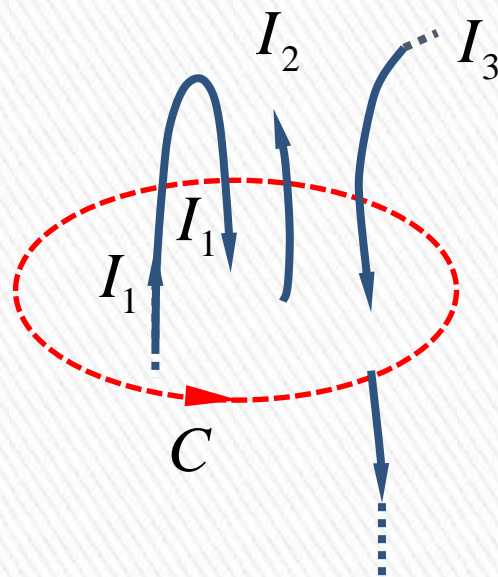


- » 磁场的**安培环路定理**是麦克斯韦方程组中的其中一个。
- » 该定理可以用来求解**对称**分布的电流的磁感应强度。

12.6 利用安培环路定理来求磁场的分布

- » 跟静电场的高斯定理很相似，磁场的安培环路定理可以用来求解具有对称性的稳定磁场的磁感应强度。
- » 求解磁感应强度时，要在电流周围作一个有方向的闭合回路 C ，称之为安培回路。

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_i I_{\text{in}}$$



例：无限长载流直导线，电流为 I ，求其周围的磁场分布。

解：以导线为圆心，在其周围作一个半径为 r 的安培环路，环路的方向和电流的方向右手螺旋。则根据安培环路定理得：

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$$

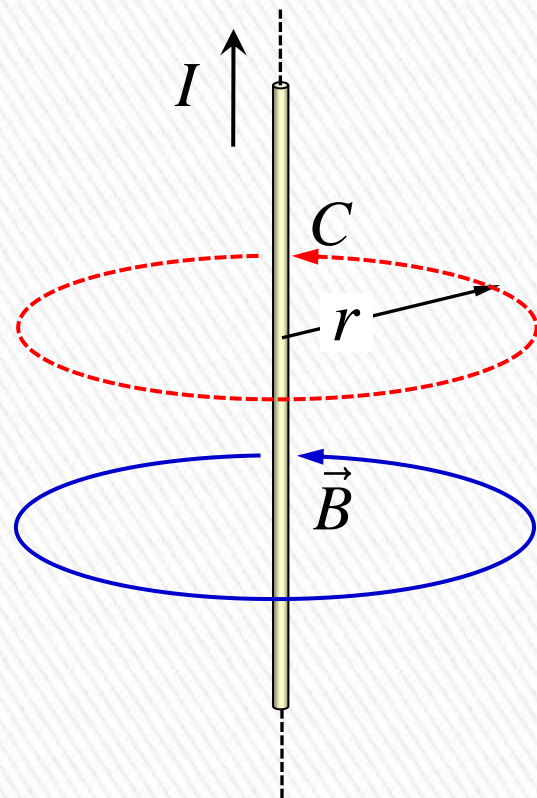
由于无限长直导线周围磁场的对称性，磁感应强度 \vec{B} 的方向和安培环路的方向 $d\vec{r}$ 处处一致，因此

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \oint_C B \cdot dr$$

又因为对称性，安培环路上的磁感应强度大小处处一样，因此

$$\oint_C B \cdot dr = B \cdot \oint_C dr = B \cdot 2\pi r$$

$$\text{因此 } B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



P352 例 12.6: 无限长圆柱面电流，轴向总电流为 I ，半径为 R ，求其周围的磁场分布。

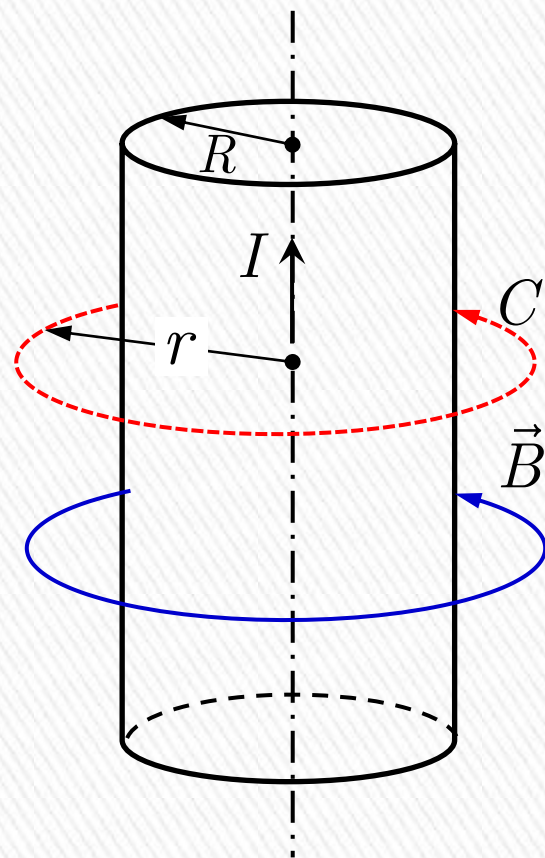
解: 以圆柱轴线为圆心，在其周围作一个半径为 r 的安培环路，环路的方向和电流的方向右手螺旋。则根据安培环路定理得：

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum I$$

由前述分析可得， $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = B \cdot 2\pi r$

又有 $\sum I = \begin{cases} 0, & r < R \\ I, & r \geq R \end{cases}$

容易得： $B = \begin{cases} 0, & r < R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, & r \geq R \end{cases}$



例：无限长**圆柱电流**，电流均匀分布，轴向总电流为 I ，半径为 R ，求其周围的磁场分布。

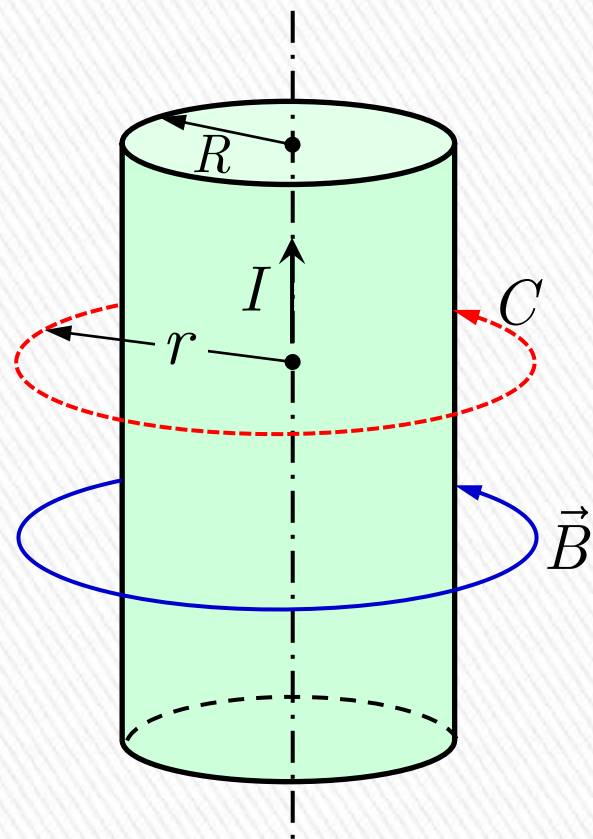
解：以圆柱轴线为圆心，作一半径为 r 的安培环路，则安培环路定理：

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum I$$

由前述分析可得， $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = B \cdot 2\pi r$

又有 $\sum I = \begin{cases} \frac{r^2}{R^2} I, & r < R \\ I, & r \geq R \end{cases}$

容易得： $B = \begin{cases} \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}, & r < R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, & r \geq R \end{cases}$



例：无限长**圆柱电流**，电流均匀分布，轴向总电流为 I ，半径为 R ，求其周围的磁场分布。

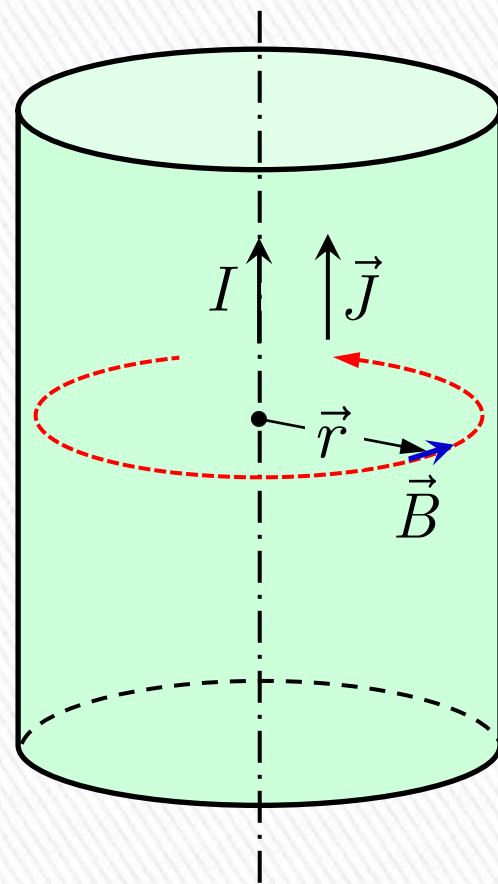
解(续)：在圆柱内部，磁感应强度的大小为

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{\pi R^2} r$$

考虑电流密度 $J = \frac{I}{\pi R^2}$ ，同时考虑它

和径矢 r 的方向，则圆柱内部某一点的磁感应强度可以写作：

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2} \vec{J} \times \vec{r}$$



P346 例 12.3: 均匀密绕螺线管，绕线密度为 n ，电流为 I ，求其轴线上的磁场分布。

解: 在螺线管上作如图的矩形安培环路。安培环路定理：

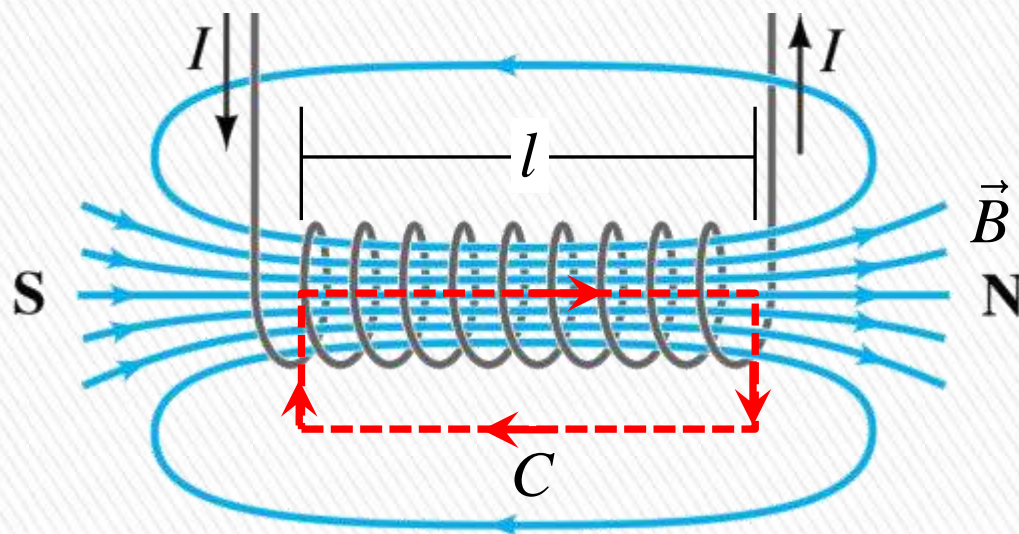
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum I$$

其中

$$\begin{aligned} \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} &= \int_{\text{内}} \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_{\text{外}} \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_{\text{左}} \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_{\text{右}} \vec{B} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{\text{内}} \vec{B} \cdot d\vec{r} \\ &= B \cdot l \end{aligned}$$

$$\mu_0 \sum I = \mu_0 \cdot n l I$$

容易得： $B = \mu_0 n I$



P353 例 12.7：如图所示**螺绕环**，管的轴线半径为 R ，绕线匝数为 N ，电流为 I ，求线圈中的磁场。

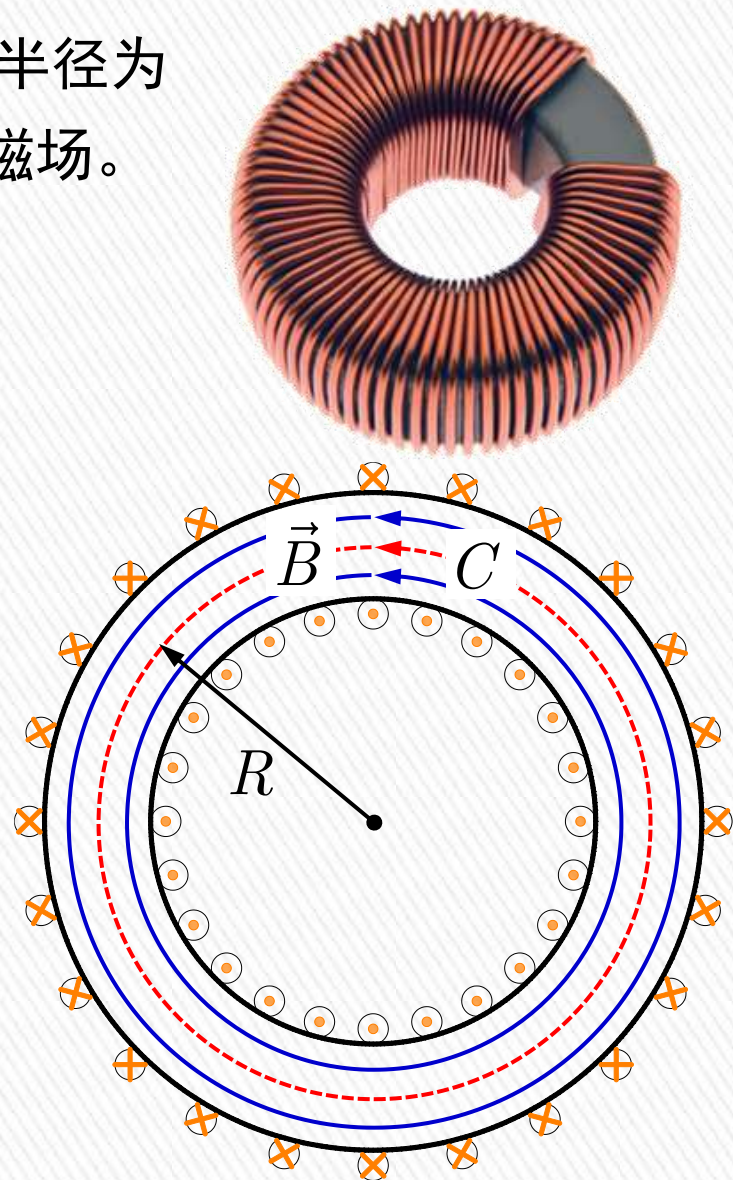
解：对于螺绕环，可以认为其内部的磁感应强度为大小相等，方向右手螺旋，如右下图图蓝线所示。

在螺绕环内部作半径为 R 的安培环路，环路方向和磁感应强度方向一致，则安培环路定理：

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum I$$

其中 $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = B \cdot 2\pi R$ ， $\sum I = NI$

容易得：
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R} = \mu_0 nI$$
， n 为绕线密度。



P354 例 12.8: 无限大平面电流的磁场分布。如图所示，一无限大载流导体平面，面电流密度为 j ，求此平面两边的磁场分布。

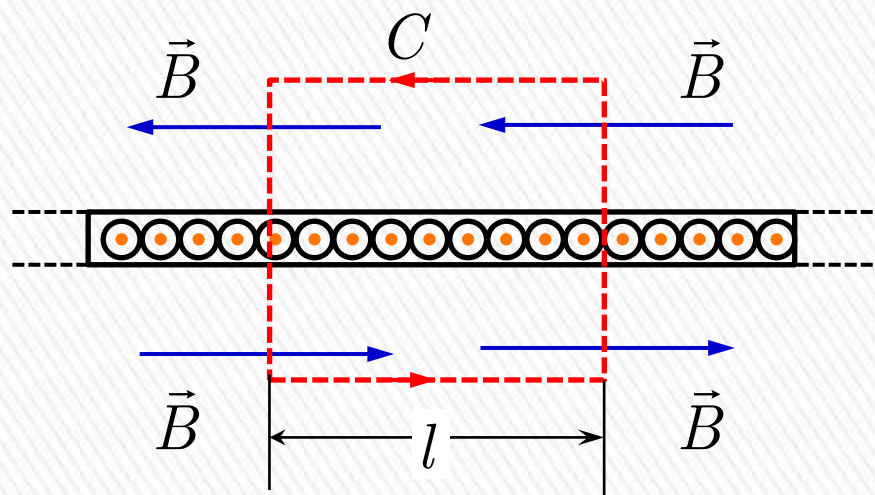
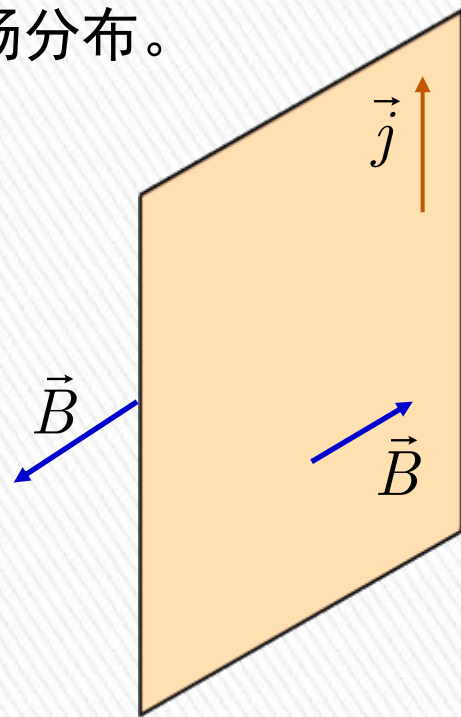
解: 根据对称性分析，无限大带电平面两边的磁场分布如右下图的剖面图，两边都是常矢量。

作如图红色虚线所示的、宽为 l 的矩形安培环路，则安培环路定理：

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum I$$

其中

$$\begin{aligned} \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} &= \int_{\text{上}} \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_{\text{下}} \vec{B} \cdot d\vec{r} \\ &\quad + \int_{\text{左}} \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_{\text{右}} \vec{B} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{\text{上}} B \cdot dr + \int_{\text{下}} B \cdot dr \\ &= B \cdot 2l \end{aligned}$$



P354 例 12.8: 无限大平面电流的磁场分布。如图所示，一无限大载流导体平面，面电流密度为 j ，求此平面两边的磁场分布。

解(续): 安培环路定理

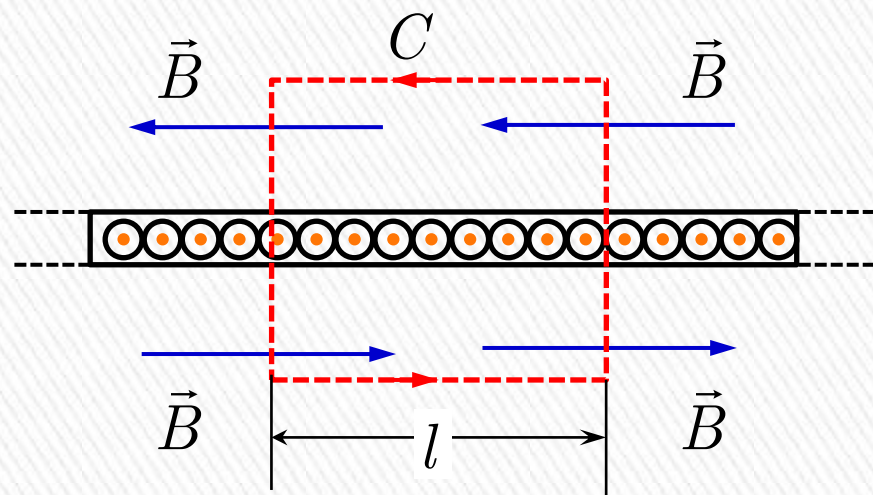
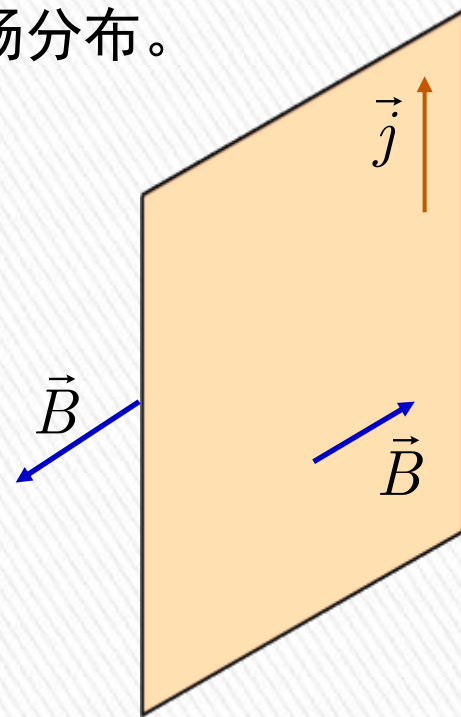
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum I$$

其中

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = B \cdot 2l$$

$$\mu_0 \sum I = \mu_0 \cdot l \cdot j$$

容易得: $B = \frac{1}{2} \mu_0 j$



*几种常见带电体系周围的电场和载流体系周围的磁场分布

电荷线密度为 λ 的无限长带电直线周围的电场：

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\lambda}{2\pi r}$$

电荷面密度为 σ 的无限大带电平面周围的电场：

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\sigma}{2}$$

带电量为 q 的带电圆环轴线上的电场：

$$E = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 R^2 + x^2} \frac{3}{2}$$

电流为 I 的无限长载流直导线周围的磁场：

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

电流面密度为 j 的无限大载流平面周围的磁场：

$$B = \mu_0 \frac{j}{2}$$

电流为 I 的载流圆形线圈轴线上的磁场：

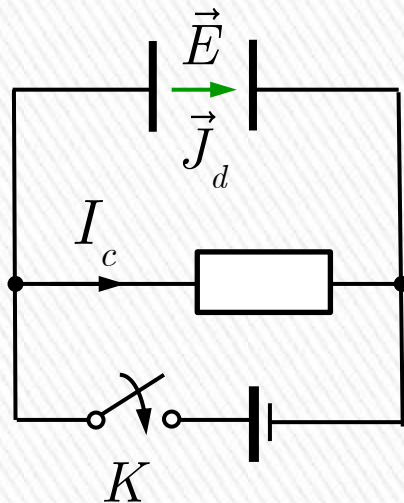
$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2 R^2 + x^2} \frac{3}{2}$$

12.7 与变化电场相联系的磁场

- » 安培环路定理在解决恒定磁场分布问题时非常有效，但很遗憾，它只在**恒定磁场**中才具有如此简单的形式。
- » 麦克斯韦提出了**位移电流**的概念(与之相对应的就是**传导电流**):
 - > 如图所示，电容器充电放电的过程中，电容两板之间没有电荷流动，但两板之间的**电场强度** E 产生了变化。

- » **变化的电场强度**也可以认为是一种电流，即**位移电流**，其电流密度为：

$$\vec{J}_d = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



- » **位移电流**和**传导电流**有本质的不同，但在**产生磁场**方面与传导电流等效，因此，它的引入方便了**麦克斯韦电磁学方程组**的统一。

12.7 与变化电场相联系的磁场

- » **位移电流**和**传导电流**合起来称作**全电流**。
- » **全电流**的安培环路定理为：

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \left(\underbrace{\sum I_{c,\text{in}}}_{\text{传导电流部分}} + \underbrace{\varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}}_{\text{位移电流部分}} \right)$$

传导电流部分

位移电流部分

