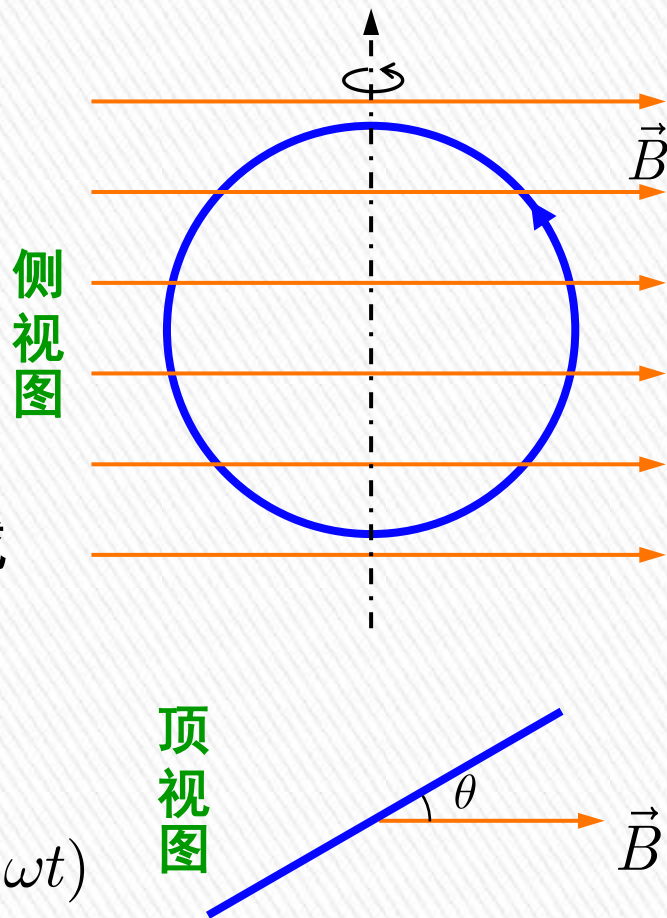


# 第15章 电磁感应

## 习题解答

**习题 15.2:** 平均半径为 12 cm 的  $4 \times 10^3$  匝线圈，在强度为 0.5 G 的地磁场中每秒旋转 30 周，线圈中可产生的最大感应电动势为多大？如何旋转、旋转 to 何时，才有这样大的电动势？

**解:** 要想获得感应电动势，线圈中的磁通量必须随着线圈转动而变化，并且变化率越高越好。容易推出，线圈的转轴是垂直于磁场方向的，如右图所示。



令线圈所在平面在  $t=0$  时和磁场方向成  $\theta_0$  角，则  $t$  时刻这个角度为  $\theta = \theta_0 + \omega t$ ；

$t$  时刻全部线圈中的全磁通为：

$$\Psi = N \cdot B \cdot S \cdot \sin \theta = NBS \sin(\theta_0 + \omega t)$$

$$\text{电动势为: } \mathcal{E} = -\frac{d\Psi}{dt} = -\omega NBS \cos(\theta_0 + \omega t)$$

$$\text{最大电动势为: } \mathcal{E}_{\max} = \omega NBS$$

**习题 15.3:** 长直导线中通有电流  $I = 5 \text{ A}$ , 另一矩形线圈共  $1 \times 10^3$  匝, 宽  $a = 10 \text{ cm}$ , 长  $L = 20 \text{ cm}$ , 以  $v = 2 \text{ m/s}$  的速度向右平动, 求当  $d = 10 \text{ cm}$  时线圈中的感应电动势。

**解法一:** 用公式  $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$

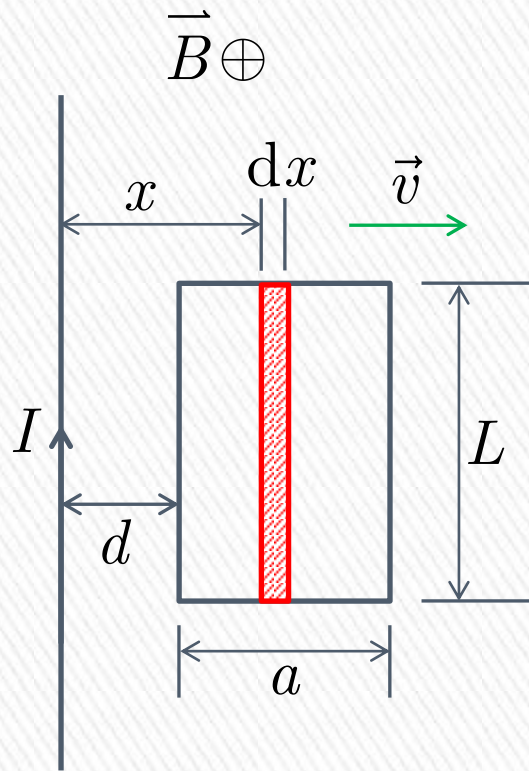
$$\text{需求出 } \Phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_s B \cdot dS$$

$$\text{需得知 } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$\text{则 } \Psi = N \cdot \int_d^{a+d} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \cdot L \cdot dx$$

$$= \frac{N\mu_0 IL}{2\pi} [\ln(a+d) - \ln d]$$

其中  $d = d(t)$  是时间  $t$  的函数。



**习题 15.3:** 长直导线中通有电流  $I = 5 \text{ A}$ , 另一矩形线圈共  $1 \times 10^3$  匝, 宽  $a = 10 \text{ cm}$ , 长  $L = 20 \text{ cm}$ , 以  $v = 2 \text{ m/s}$  的速度向右平动, 求当  $d = 10 \text{ cm}$  时线圈中的感应电动势。

**解法一(续):**

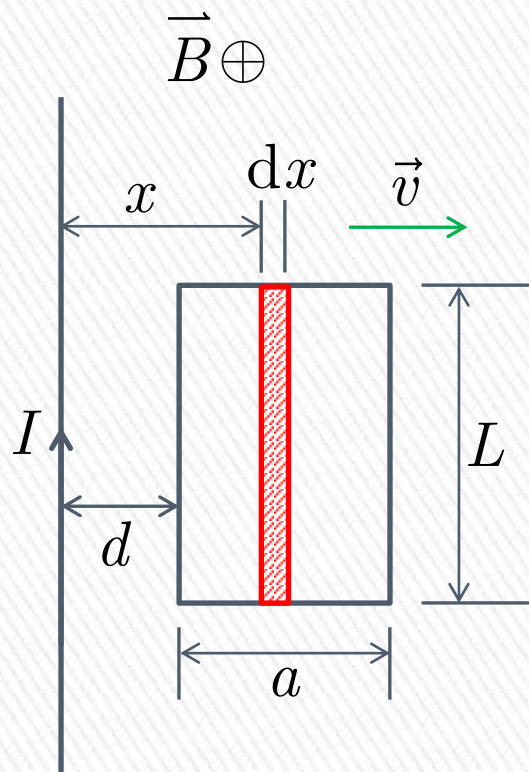
$$\Psi = \frac{N\mu_0 IL}{2\pi} [\ln(a + d) - \ln d],$$

其中  $d = d(t)$  是时间  $t$  的函数,

$$\text{则 } \mathcal{E} = -\frac{d\Psi}{dt} = \frac{N\mu_0 IL}{2\pi} \left[ \frac{1}{d} \cdot d'(t) - \frac{1}{a + d} \cdot d'(t) \right]$$

由题意得:  $d'(t) = v$

$$\text{则 } \mathcal{E} = -\frac{d\Psi}{dt} = \frac{N\mu_0 ILv}{2\pi} \left[ \frac{1}{d} - \frac{1}{a + d} \right]$$



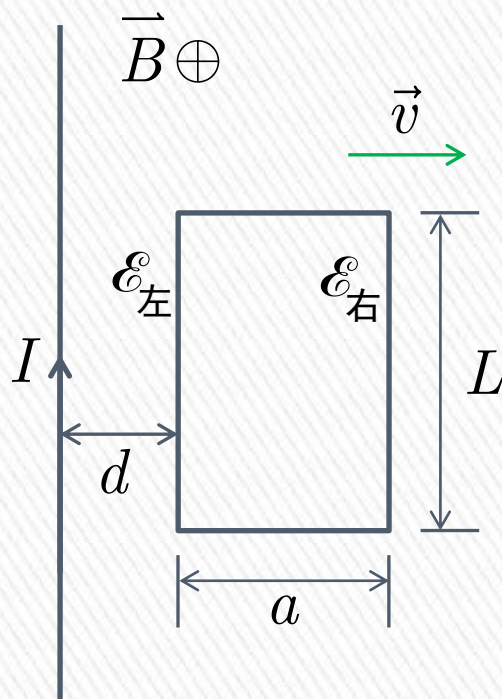
**习题 15.3:** 长直导线中通有电流  $I = 5 \text{ A}$ ，另一矩形线圈共  $1 \times 10^3$  匝，宽  $a = 10 \text{ cm}$ ，长  $L = 20 \text{ cm}$ ，以  $v = 2 \text{ m/s}$  的速度向右平动，求当  $d = 10 \text{ cm}$  时线圈中的感应电动势。

**解法二:** 线圈向右运动时，上下边不产生动生电动势，左右边产生动生电动势，分别记作  $\mathcal{E}_{\text{左}}$ ， $\mathcal{E}_{\text{右}}$ ，它们方向相同，因此在回路中的总电动势相互抵消。

$$\mathcal{E}_{\text{左}} = N \cdot (\vec{v} \times \vec{B}_{\text{左}}) \cdot \vec{L} = NvB_{\text{左}}L = Nv \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \cdot L$$

$$\mathcal{E}_{\text{右}} = N \cdot (\vec{v} \times \vec{B}_{\text{右}}) \cdot \vec{L} = NvB_{\text{右}}L = Nv \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+d)} \cdot L$$

$$\mathcal{E}_{\text{总}} = \mathcal{E}_{\text{左}} - \mathcal{E}_{\text{右}} = Nv \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \cdot L - Nv \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+d)} \cdot L$$





**习题 15.14：**一环形线圈  $a$  由 50 匝细线绕成，截面积为  $4.0 \text{ cm}^2$ ，放在另一个匝数为 100 匝、半径为  $15.0 \text{ cm}$  的环状线圈  $b$  的中心，二者同轴，求：(1) 两线圈的互感系数；

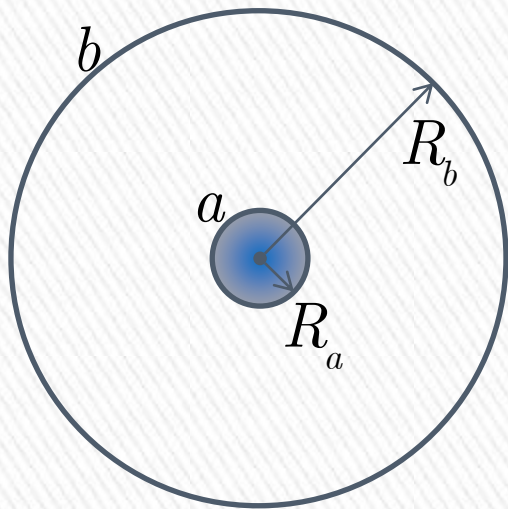
**(1) 解：**用  $R_a$ 、 $R_b$  分表表示两个线圈的半径，由题意可知， $R_a \ll R_b$ ，因此可近似认为，线圈  $b$  通电时，在线圈  $a$  内部产生的磁感应强度近似均匀、且都等于它们共同的圆心处的磁感应强度。

线圈  $b$  有  $N_b$  匝，当它通有电流  $i_b$  时，其圆心处的磁感应强度为：

$$B = N_b \cdot \frac{\mu_0 i_b}{2R_b}$$

在线圈  $a$  中产生的磁链为：
$$\Psi_a = N_a \cdot B \cdot S_a = N_a \cdot N_b \cdot \frac{\mu_0 i_b}{2R_b} \cdot S_a$$

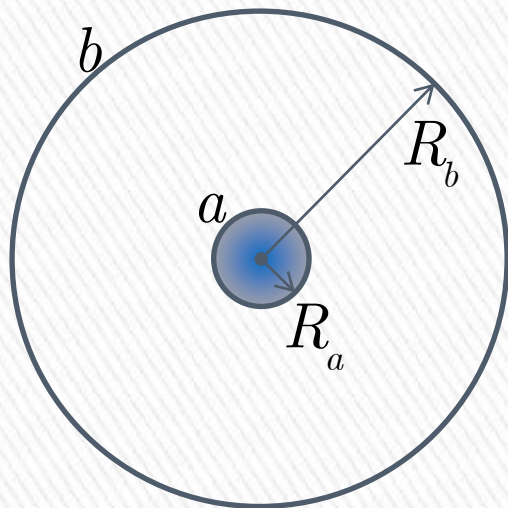
互感系数为：
$$M = \Psi_a / i_b = N_a N_b \frac{\mu_0}{2R_b} S_a$$



**习题 15.14：**一环形线圈  $a$  由 50 匝细线绕成，截面积为  $4.0 \text{ cm}^2$ ，放在另一个匝数为 100 匝、半径为  $15.0 \text{ cm}$  的环状线圈  $b$  的中心，二者同轴，求：(3) 线圈  $b$  的感生电动势。

**(3) 解：**根据互感的定义，线圈  $a$  中的电流随时间变化时，线圈  $b$  中的互感电动势为：

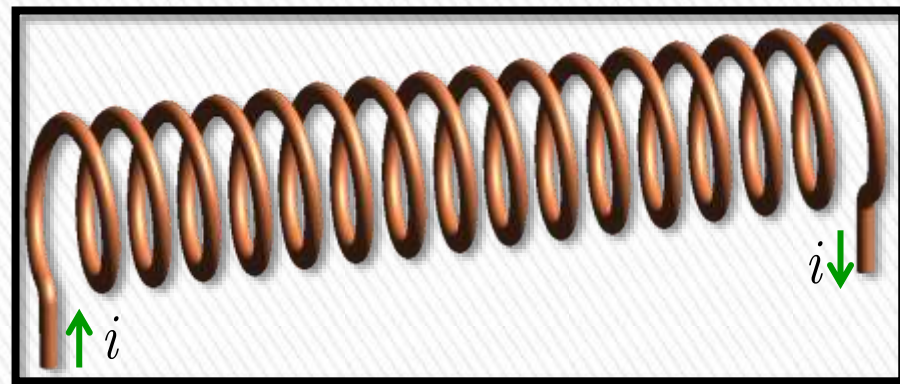
$$\mathcal{E}_b = -M \cdot \frac{di_a}{dt} \stackrel{\text{代入数据}}{=} -0.42 \text{ mV}$$



**习题 15.15：** 半径  $R = 2.0 \text{ cm}$  的螺线管，长  $l = 30.0 \text{ cm}$ ，上面均匀密绕  $N = 1200$  匝线圈，求：(1) 螺线管自感有多大？

**(1) 解：** 均匀密绕螺线管通有电流  $i$  时，其内部的磁感应强度为：

$$B = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{l}$$



在该螺线管内产生的磁链为：

$$\Psi = N \cdot B \cdot S = N \cdot \frac{\mu_0 N i}{l} \cdot \pi R^2$$

根据定义，螺线管的自感系数为

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{l} \overset{\text{代入数据}}{=} 7.58 \text{ mH}$$



**习题 15.15：** 半径  $R = 2.0 \text{ cm}$  的螺线管，长  $l = 30.0 \text{ cm}$ ，上面均匀密绕  $N = 1200$  匝线圈，求：(2) 螺线管自感有多大？如果螺线管中的电流以  $3.0 \text{ A/s}$  的速率改变，在线圈中产生的自感电动势为多大？

**(2) 解：**

$$\mathcal{E} = -L \cdot \frac{di}{dt} \stackrel{\text{代入数据}}{=} -2.27 \text{ V}$$

