

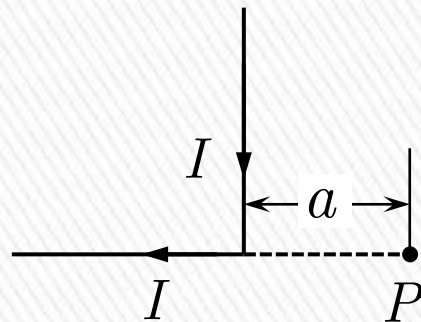
# 第12章 磁场和它的源

## 习题解答

**习题 12.1:** 求各图中  $P$  点处的磁感应强度的大小和方向。

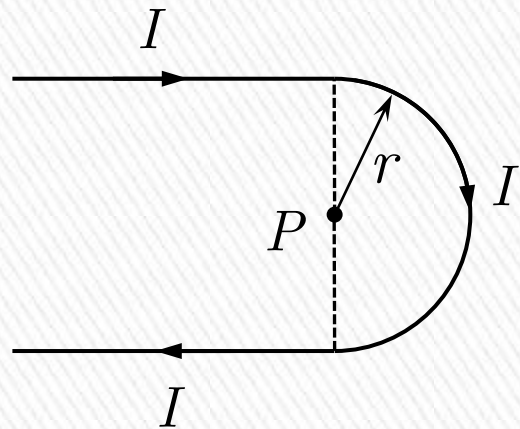
**(1)解:** 水平电流在  $P$  点不产生磁场，竖直电流是“半无限长直电流”，其在  $P$  点处产生的磁感应强度方向为垂直纸面向外，大小为：

$$B = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$



**(2)解:** 两段直导线在  $P$  点产生的磁场相当于两个“半无限长直电流”，半圆弧电流相当于半个圆电流。它们在  $P$  点叠加磁感应强度方向为垂直纸面向内，大小为：

$$B = 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{4r}$$



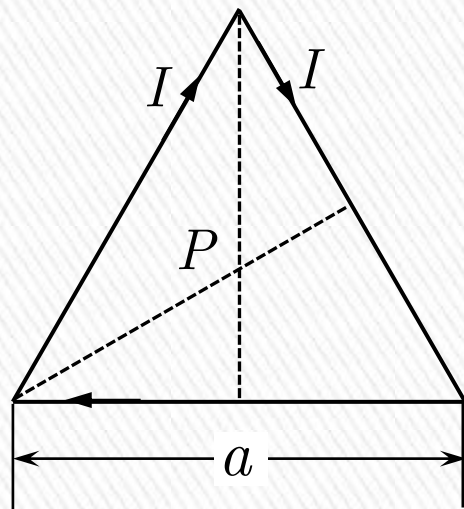
**习题 12.1:** 求各图中  $P$  点处的磁感应强度的大小和方向。

**(3)解:**  $P$  点到每一边的距离为  $\frac{a}{2\sqrt{3}}$  ,

其磁场是三条边的叠加，方向为垂直纸面向内，大小为：

$$B = 3 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{a}{2\sqrt{3}}} (\cos 30^\circ - \cos 150^\circ)$$

$$= \frac{9\mu_0 I}{2\pi a}$$



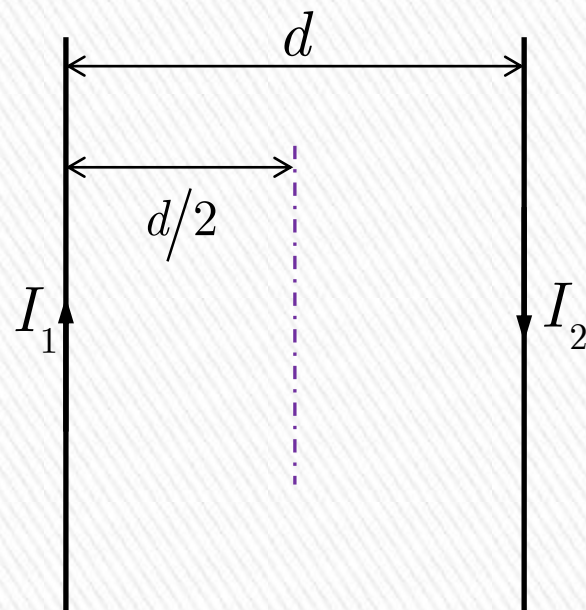
**习题 12.5:** 两条平行直导线相距  $d = 40 \text{ cm}$ ，载有电流  $I_1 = I_2 = 20 \text{ A}$ ，求：  
(1) 两导线所在平面内与两导线等距离的一点处的磁感应强度；

**(1)解:** 中线上一点的磁感应强度为两条直导线产生的磁场叠加，方向为垂直纸面向内，大小为：

$$B = 2 \times \frac{\mu_0 I}{2\pi(d/2)} = \frac{2\mu_0 I}{\pi d}$$

代入数据得

$$= 4.0 \times 10^{-5} \text{ T}$$



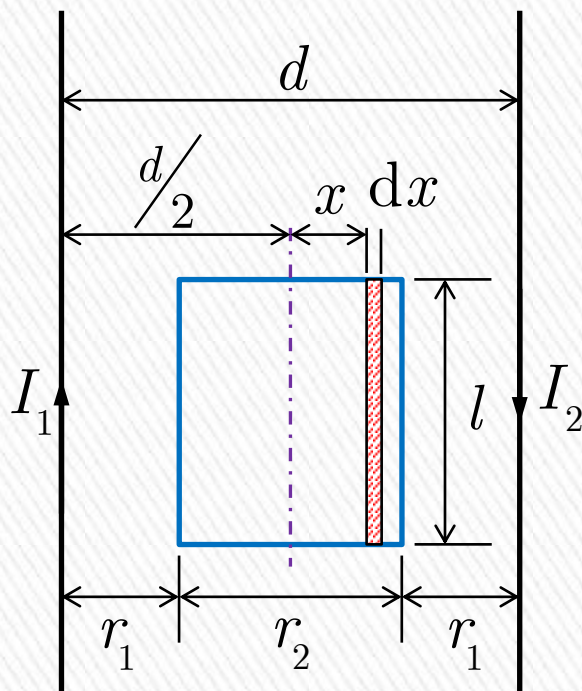
**习题 12.5:** 两条平行直导线相距  $d = 40 \text{ cm}$ ，载有电流  $I_1 = I_2 = 20 \text{ A}$ ，求：  
 (2) 通过图中所示矩形框里的磁通量，设  $r_1 = r_3 = 10 \text{ cm}$ ， $l = 25 \text{ cm}$ 。

**(2)解:** 如图，以中线作为坐标  $x$  的起始位置，在矩形框上取一个宽为  $dx$  的微元，该微元所在位置的磁感应强度为：

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi(\frac{1}{2}d + x)} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(\frac{1}{2}d - x)} \\ &= \frac{\mu_0 Id}{2\pi(\frac{1}{4}d^2 - x^2)} \end{aligned}$$

矩形框里的磁通量为

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_s B \cdot dS = \int_{-r_2/2}^{r_2/2} \frac{\mu_0 Id}{2\pi(\frac{1}{4}d^2 - x^2)} \cdot l \cdot dx \\ &= \frac{\mu_0 Idl}{\pi} \ln \frac{d + r_2}{d - r_2} \stackrel{\text{代入数据得}}{=} 2.2 \times 10^{-6} \text{ Wb} \end{aligned}$$





**习题 12.13:** 如图所示以木料为芯的螺绕环，内外半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ ，厚度为  $h$ ，木料对磁场无影响，共  $N$  匝，求通入电流  $I$  后环内外的磁场分布，以及通过管的截面积的磁通量。

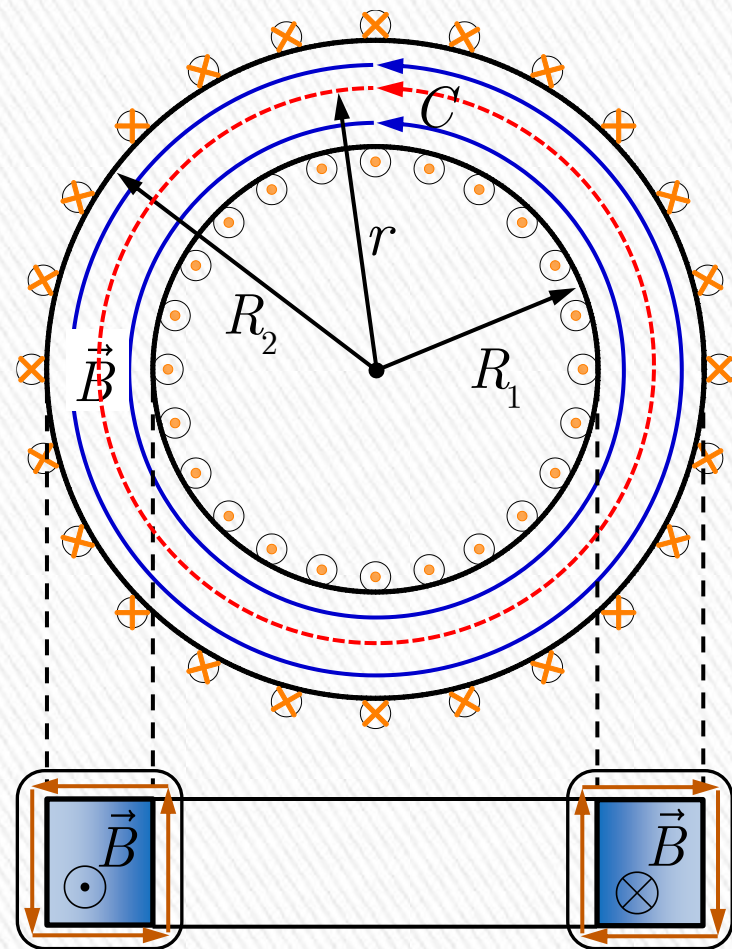
**解:** 在螺绕环内作一半径为  $r$  的安培环路，如图红色虚线所示，由安培环路定理得，环内的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$



横向  
剖视图

纵向  
剖视图



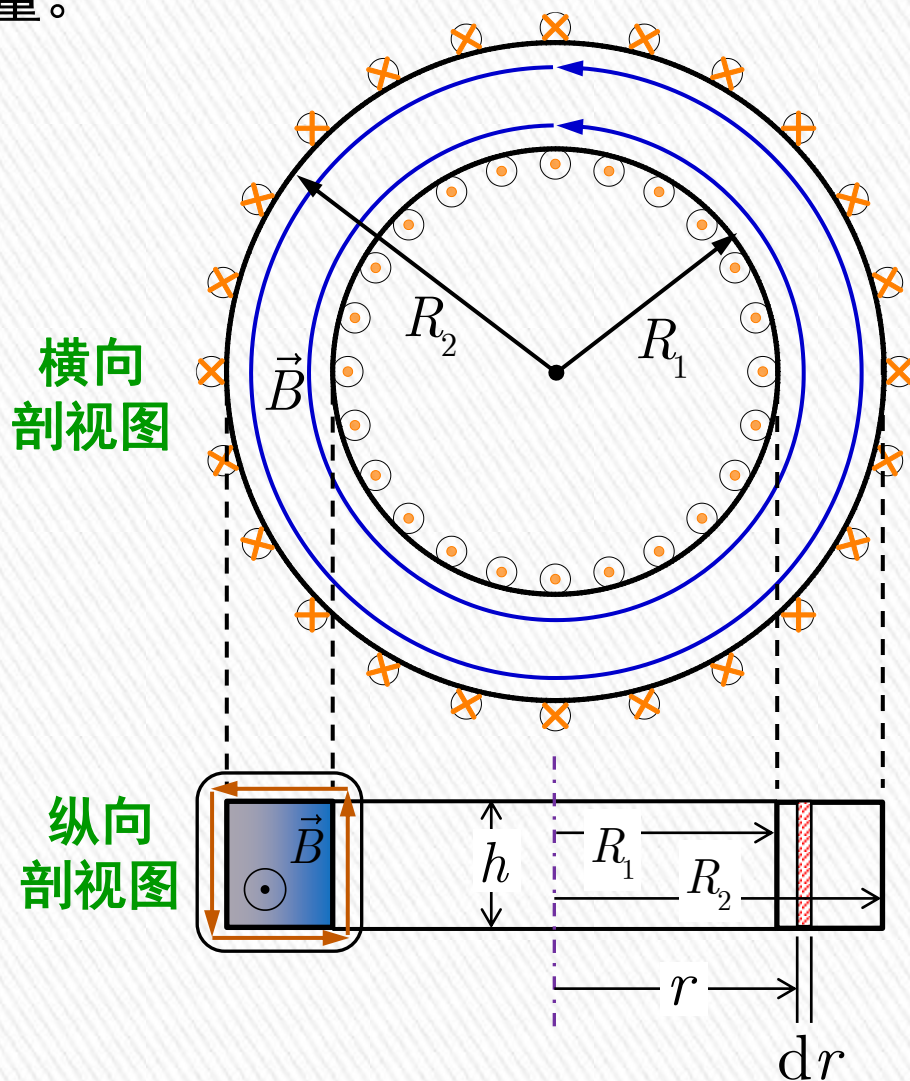
**习题 12.13:** 如图所示以木料为芯的螺绕环，内外半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ ，厚度为  $h$ ，木料对磁场无影响，共  $N$  匝，求通入电流  $I$  后环内外的磁场分布，以及通过管的截面积的磁通量。

**解(续):** 在螺绕环截面上取一距离圆心为  $r$ 、宽为  $dr$ 、高为  $h$  的竖条微元，则通过该微元的磁通量为

$$d\Phi = B \cdot dS = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \cdot h \cdot dr$$

则通过整个截面积的磁通量为

$$\begin{aligned}\Phi &= \int d\Phi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \cdot h \cdot dr \\ &= \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}\end{aligned}$$



**习题 12.14:** 两块平行的大金属板上都有均匀电流，面电流密度都是  $j$ ，但方向相反，求板间和板外的磁场分布。

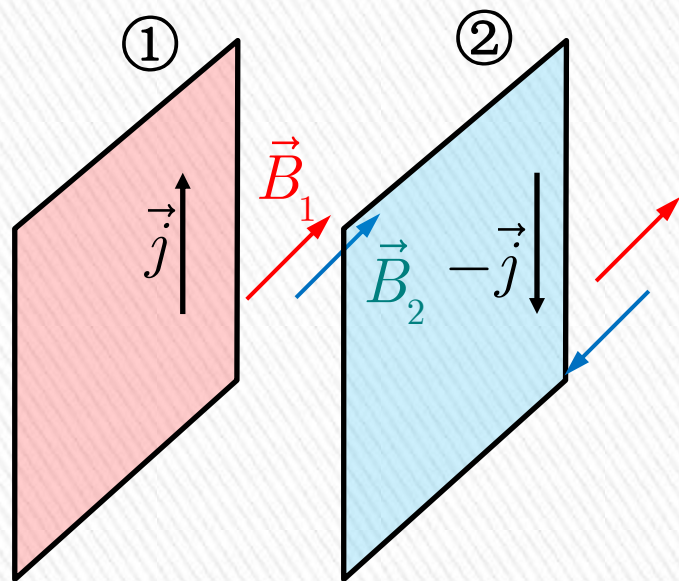
**解:** 由 **P354 例 12.8** 可知，无限大载流平面两边的磁感应强度大小为

$$B_1 = B_2 = \frac{1}{2} \mu_0 j$$

在两板中间，面1和面2产生的磁场大小相同、方向一致，则合磁场的磁感应强度为

$$B_{\text{in}} = B_1 + B_2 = \mu_0 j$$

在两板外，面1和面2产生的磁场大小相同、方向相反，则合磁场的磁感应强度为 0。





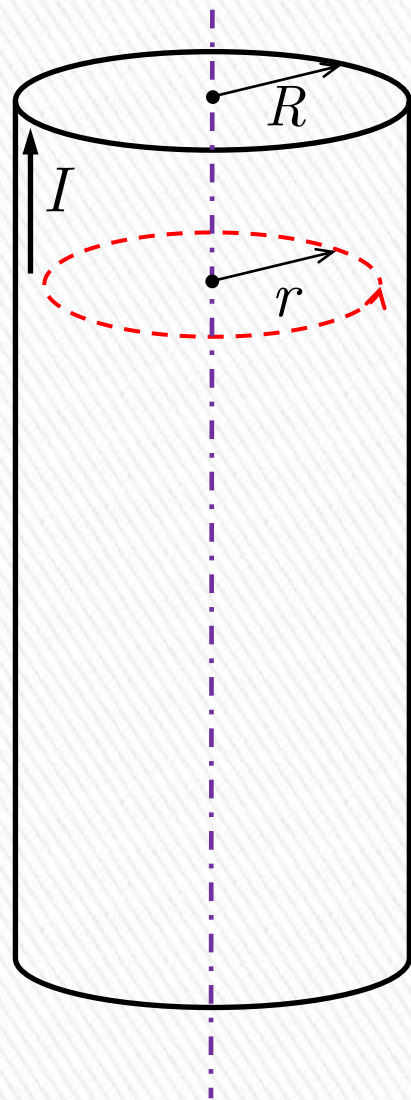
**习题 12.15:** 无限长导体圆柱沿轴向通以电流  $I$ ，截面上各处电流均匀分布，柱半径为  $R$ 。(1) 求柱内外磁场分布。(2) 在长为  $l$  的一段圆柱内，环绕中心轴线的磁通量为多少？

**(1)解:** 圆柱电流所产生的磁感线为绕轴线的同心圆，方向与电流方向右手螺旋。作一半径为  $r$  的安培回路，方向和磁感线方向一致，则安培环路定理：

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum I$$

$$\text{其中 } \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = B \cdot 2\pi r, \quad \sum I = \begin{cases} \frac{r^2}{R^2} I, & r < R \\ I, & r \geq R \end{cases}$$

$$\text{容易得: } B = \begin{cases} \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}, & r < R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, & r \geq R \end{cases}$$



**习题 12.15:** 无限长导体圆柱沿轴向通以电流  $I$ ，截面上各处电流均匀分布，柱半径为  $R$ 。(1) 求柱内外磁场分布。(2) 在长为  $l$  的一段圆柱内，环绕中心轴线的磁通量为多少？

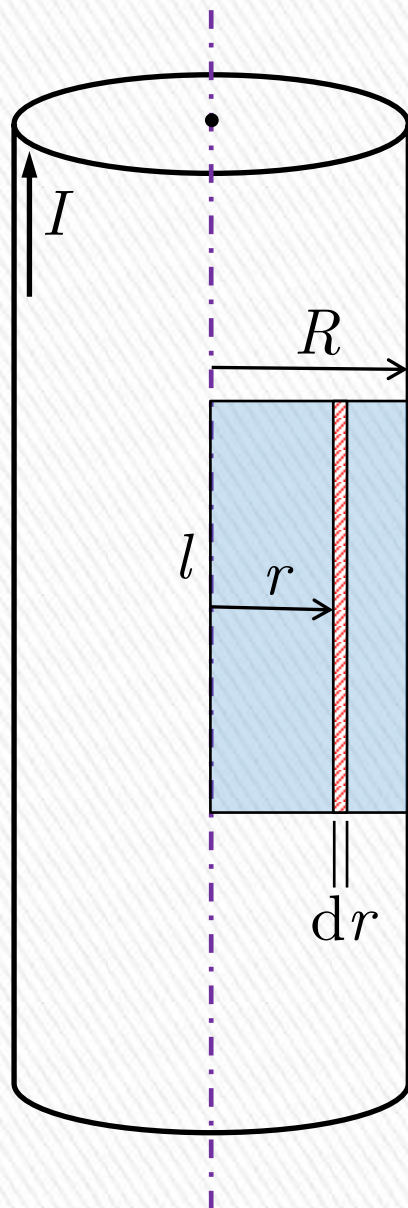
**(2)解:** 绕轴线的磁通量即通过圆柱纵截面一半的磁通量。

如图，取一距离轴线  $r$ 、宽度为  $dr$ 、高为  $l$  的竖条微元，则微元上的磁通量为

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \cdot l dr$$

则总的磁通量为

$$\Phi = \int d\Phi = \int_0^R \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} l dr = \frac{\mu_0 I l}{4\pi}$$

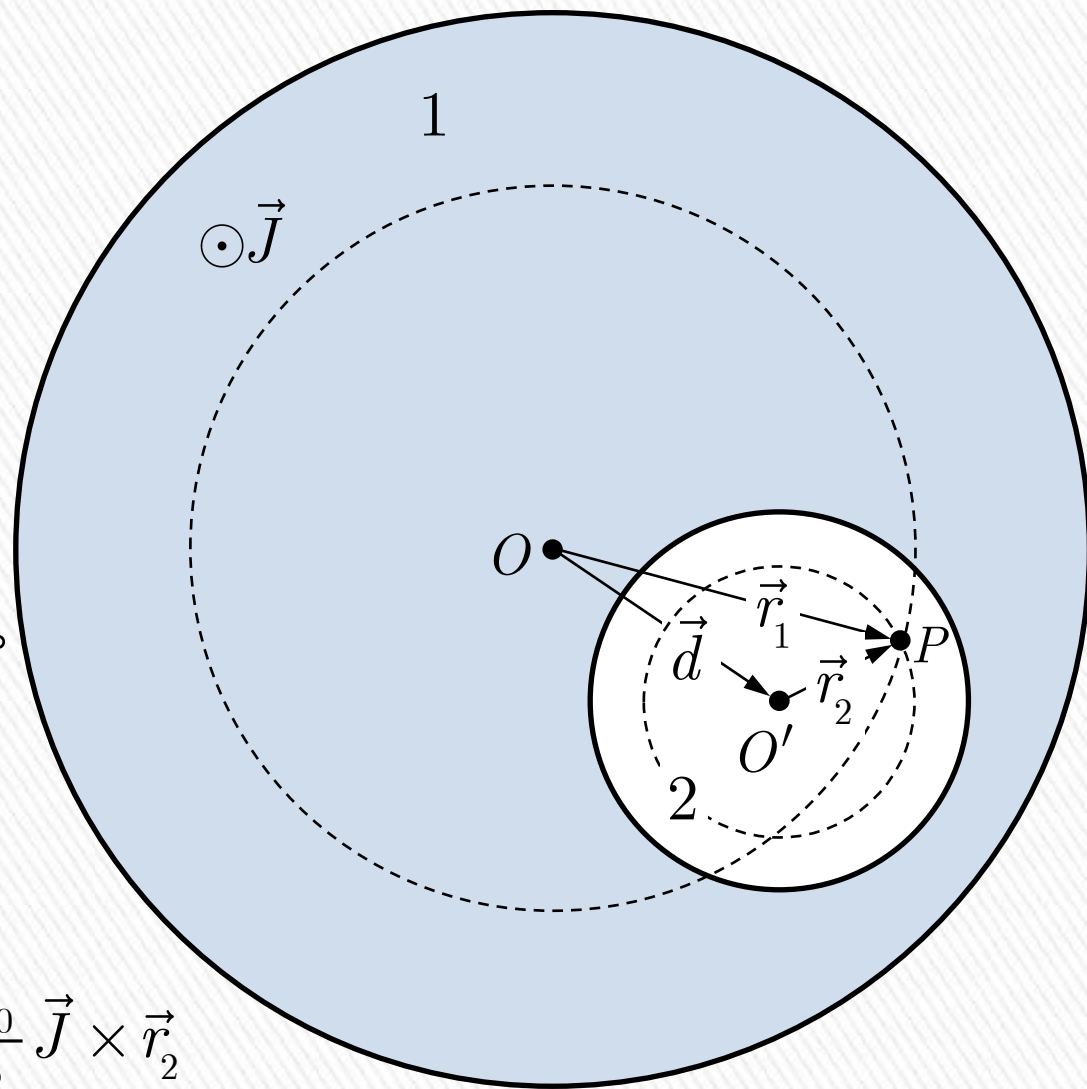


**习题 12.16:** 有一长圆柱，截面半径为  $R$ ，内有均匀分布的电流，密度为  $j$ 。今在其中挖去一个与轴平行的、半径为  $r$  的圆柱形空洞，空洞的轴线和圆柱的轴线之间的距离为  $d$ ，求洞中的磁场分布。(类似 **P261 习题 7.22**)

**解:** 根据磁感应强度的叠加原理，空洞内的磁场相当于电流密度为  $J$ 、半径为  $R$  的圆柱 1 所产生的的磁场，和电流密度为  $-J$ 、半径为  $r$  的圆柱 2 所产生的磁场的叠加。

在空洞内的点  $P$ ，圆柱 1 和 圆柱 2 产生的磁感应强度分别为

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} \vec{J} \times \vec{r}_1, \quad \vec{B}_2 = -\frac{\mu_0}{2} \vec{J} \times \vec{r}_2$$



**习题 12.16:** 有一长圆柱，截面半径为  $R$ ，内有均匀分布的电流，密度为  $j$ 。今在其中挖去一个与轴平行的、半径为  $r$  的圆柱形空洞，空洞的轴线和圆柱的轴线之间的距离为  $d$ ，求洞中的磁场分布。(类似 **P261 习题 7.22**)

**解(续):** 空洞圆柱 1 和 圆柱 2 产生的磁感应强度分别为

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} \vec{J} \times \vec{r}_1$$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0}{2} \vec{J} \times \vec{r}_2$$

则  $B = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$$= \frac{\mu_0}{2} \vec{J} \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$= \frac{\mu_0}{2} \vec{J} \times \vec{d}$$

