# 大学物理(1)

云南大学

YUNNAN UNIVERSITY

## 第 13 章

## 磁力

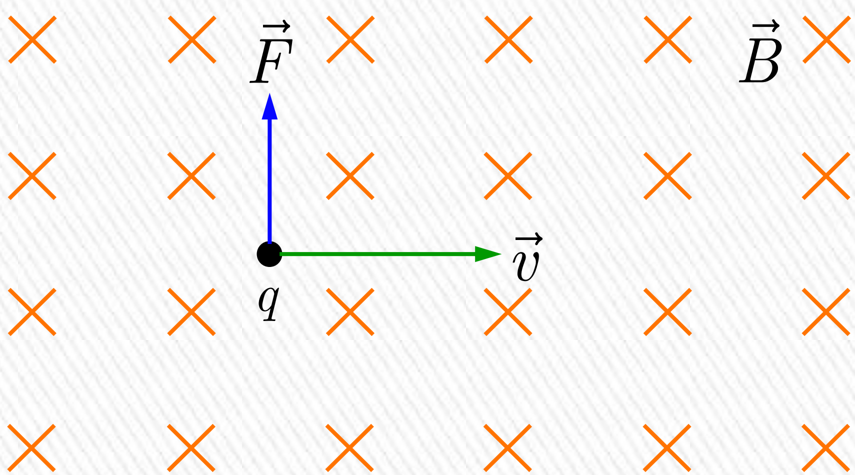
# 13.1 带电粒子在磁场中的运动

» **洛伦兹力**：带电粒子穿过磁场时，会受到一个作用力，这个力与粒子速度及磁感应强度的关系为：

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

» 一般说来，空间中还伴随着电场，因此，洛伦兹力公式的完整形式应为：

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

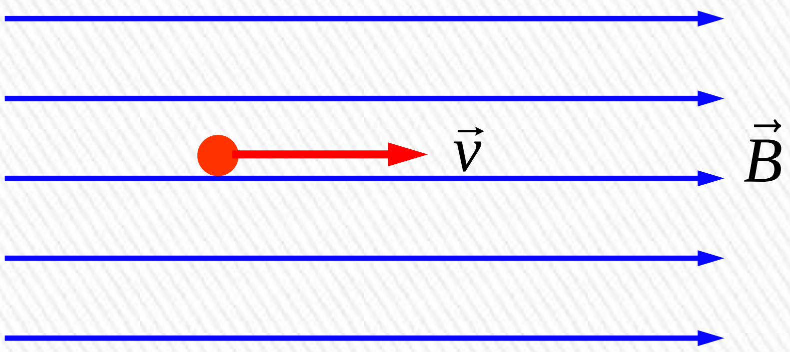



H. A. 洛伦兹
1853~1928

# 13.1 带电粒子在磁场中的运动

» 带电粒子**初始速度**方向**平行**于**磁场方向**：

> 此时，洛伦兹力 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 的大小为 0，粒子不受磁场力，(在没有其它力的情况下) 保持原速度作匀速直线运动。

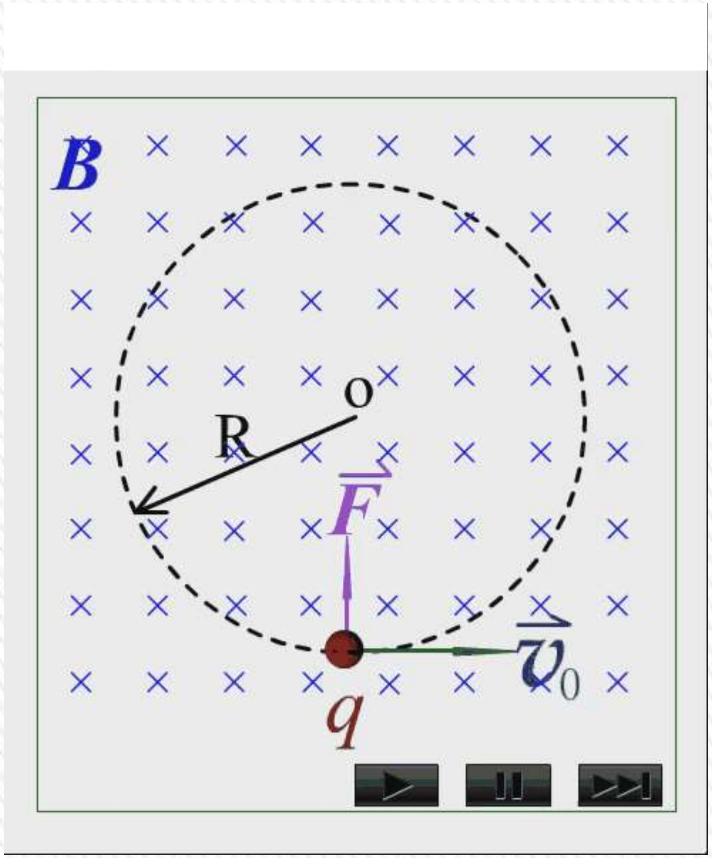


# 13.1 带电粒子在磁场中的运动

» 带电粒子**初始速度**方向**垂直**于**磁场方向**：

> 此时，洛伦兹力 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 的大小为 $F = qvB$，方向永远垂直于初始速度 $\vec{v}$ 和磁场方向 $\vec{B}$ 。

> 粒子作**匀速圆周运动**，**洛伦兹力**为**法向力**，只改变粒子运动方向，不改变速率大小。




» 通常把粒子的这种运动叫做**回旋**，

其**回旋半径为**：

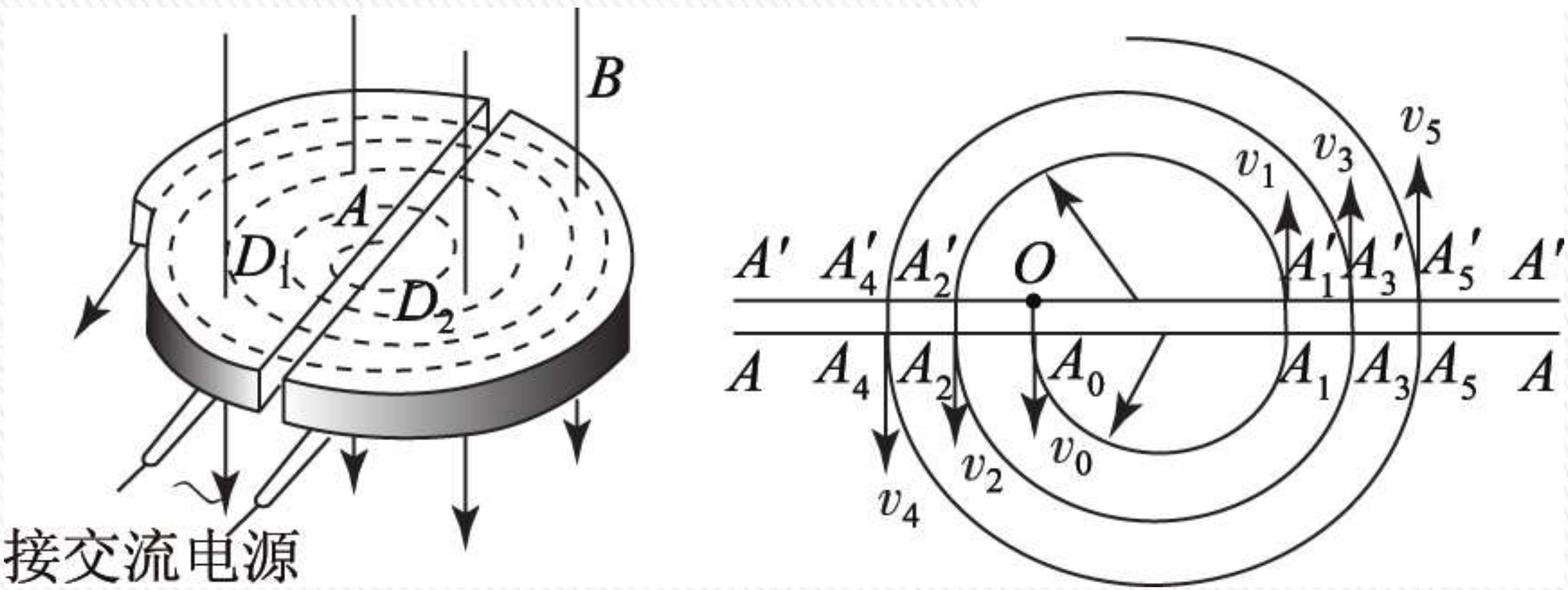
$$m\frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$ 正比于速率 $v$

» **回旋周期**为：

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$ 常量

# 13.1 带电粒子在磁场中的运动

- **回旋加速器**：利用回旋半径正比于速率、回旋周期是常量的特点，设计让粒子在磁场的作用下进行圆周运动，并且在运动的间隙进行周期性的加速，最终得到高速粒子。
- **加速器**广泛用于工程应用和科学研究。



# 13.1 带电粒子在磁场中的运动

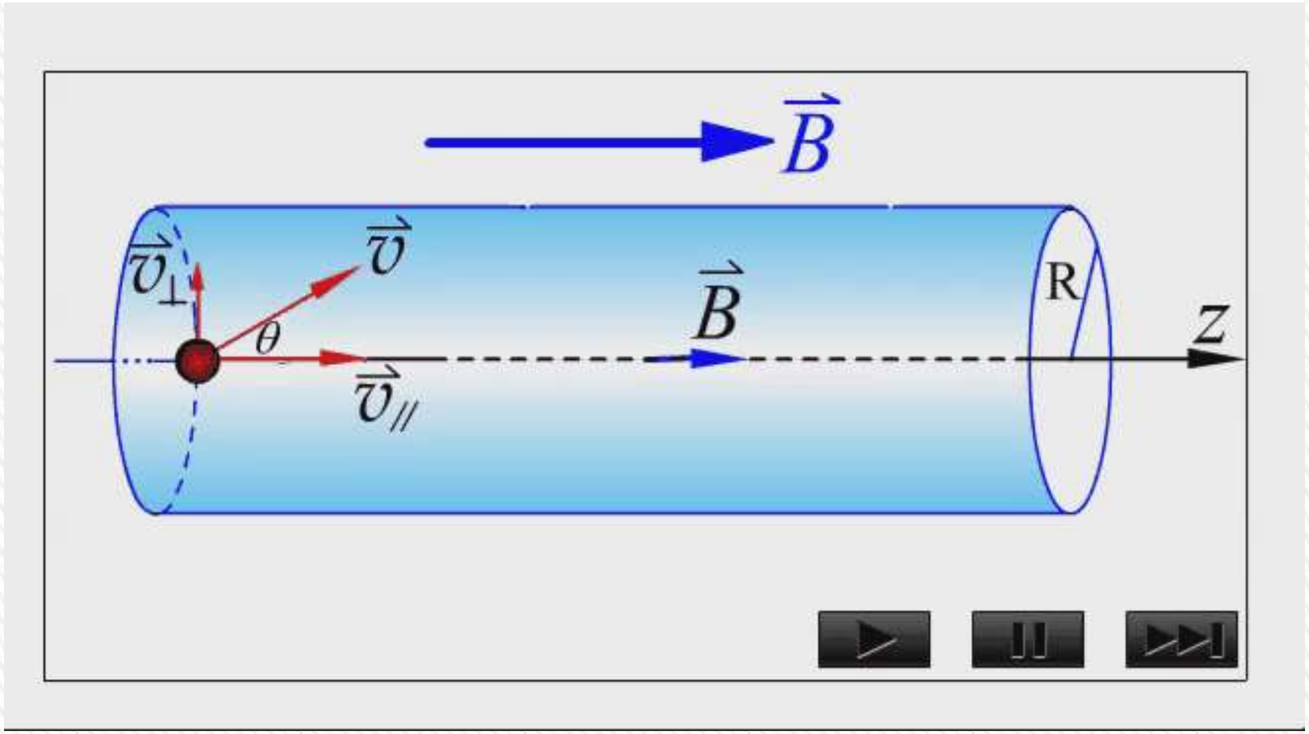
- 回旋加速器的应用：
- 大型加速器，基础科学研究；
- 中小型加速器，
  - 科研：质谱分析；
  - 工业：无损检测，辐照加工；
  - 农业：辐照育种，辐照保鲜，辐照除菌和辐照灭虫等；
  - 医学：放射治疗。

# 13.1 带电粒子在磁场中的运动

» 带电粒子**以角度 $\theta$ 倾斜进入**磁场：

> 此时，可以把带电粒子的初始速度 $v$ 分解为水平分量 $v_{//}$ 和垂直分量 $v_{\perp}$ 。

> 水平分量使得带电粒子作**匀速直线运动**，垂直分量使得带电粒子作**匀速圆周运动**，**合起来**即**匀速螺旋运动**。



# 13.1 带电粒子在磁场中的运动

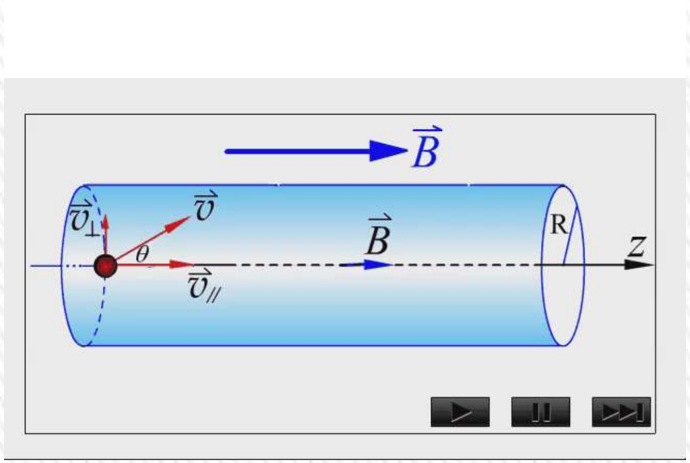
» 带电粒子**以角度 $\theta$ 倾斜进入**磁场，速度分解为垂直分量和水平分量：

$$\vec{v} = \vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp}\ ,\ v_{//} = v\cos\theta\ ,\ v_{\perp} = v\sin\theta$$

> **匀速螺旋运动**，螺旋半径和回旋周期由速率的垂直分量决定：

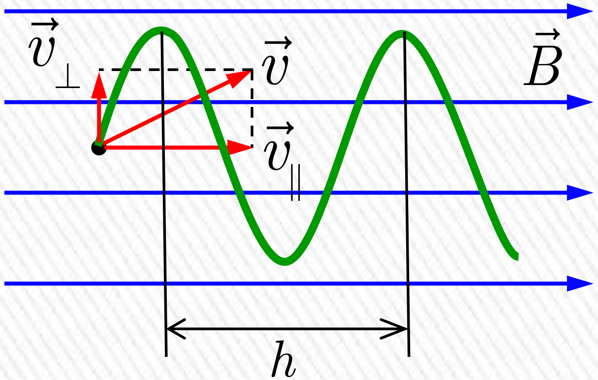
$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$，正比于速率的垂直分量

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$，常量




> 螺距由速率的水平分量和回旋周期共同决定：

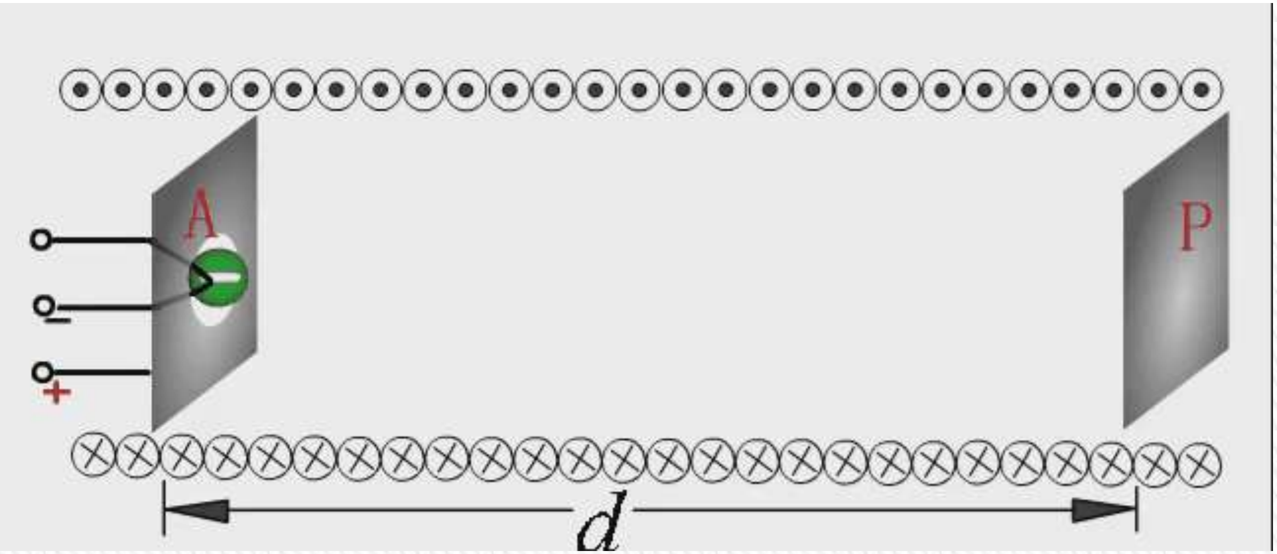
$$h = v_{\parallel} \cdot T = v_{\parallel} \frac{2\pi m}{qB}$$



# 13.1 带电粒子在磁场中的运动

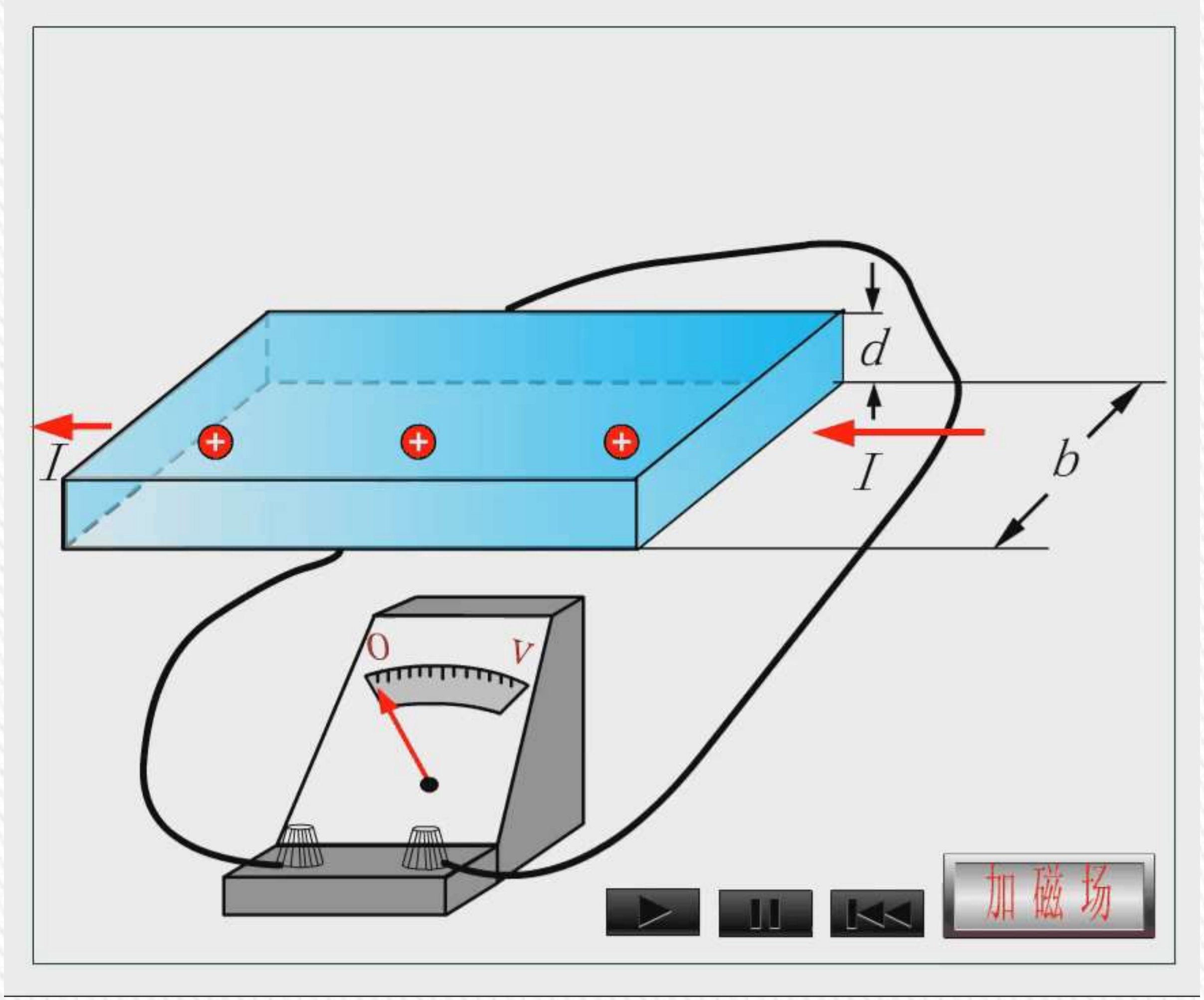
- 带电粒子**以角度 $\theta$ 倾斜进入**磁场，**匀速螺旋运动**，可以进行**磁聚焦**：
  - 在均匀磁场中点 $A$ 发射一束初速度相差不大的带电粒子，它们的初始速度 $v$ 与磁感应强度 $B$ 之间的夹角 $\theta$ 不同，但都比较小；
  - 这些粒子沿半径不同的螺旋线运动，因螺距近似相等，相交于屏上同一点 $P$，此现象称为**磁聚焦**。

- **磁聚焦**的应用：
  - 电子显微镜。



# 13.2 霍尔效应

» 当载流导体处于磁场中时，导体中的电荷可能受到洛伦兹力影响而向导体一侧移动，使得导体两侧呈现出来一个小的电势差，这种现象被称为**霍尔效应**。



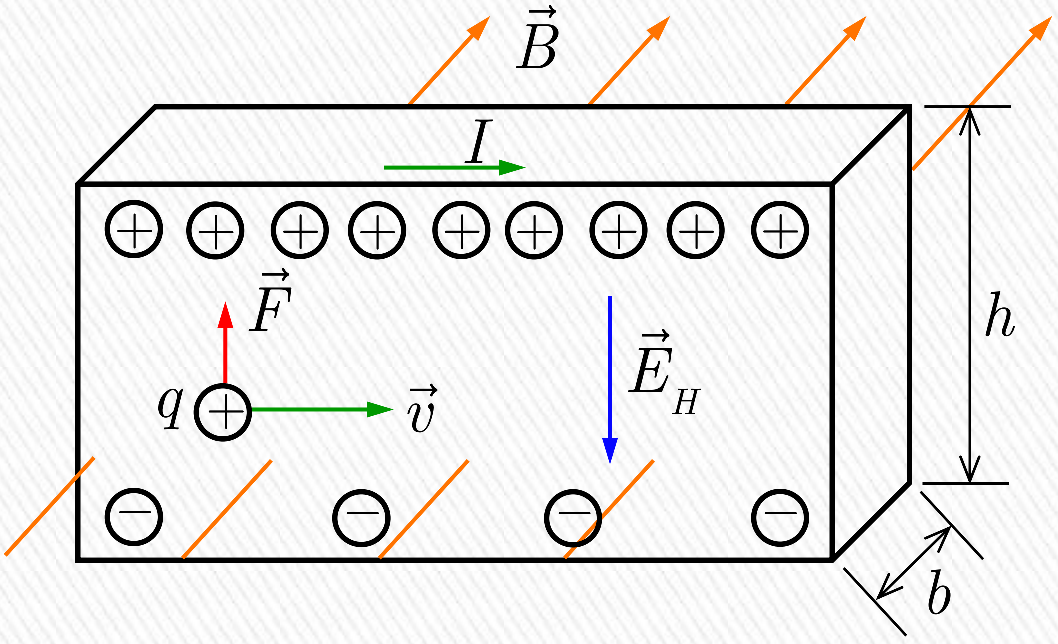
## 13.2 霍尔效应

- 导体中的电荷由于**霍尔效应**而聚集在导体两端时，会产生一个垂直于运动方向的**霍尔电场** $E_H$。
- 而且 $E_H$ 产生的电场力总是与洛伦兹力反向，当 $E_H$ 增大到等于洛伦兹力时，电荷停止重新分布。
- 此时，电场 $E_H$ 与磁场及电荷运动速度的关系为：

$$q\vec{E}_H = q\vec{v} \times \vec{B}$$

如果 $\vec{v} \perp \vec{B}$，

则：$E_H = vB$




- 霍尔效应可以用来**测量磁感应强度大小**，但 $v$ 和 $E_H$ 都不是容易测量的量，因此需要寻找容易测量的量。

## 13.2 霍尔效应：测量磁感应强度的大小

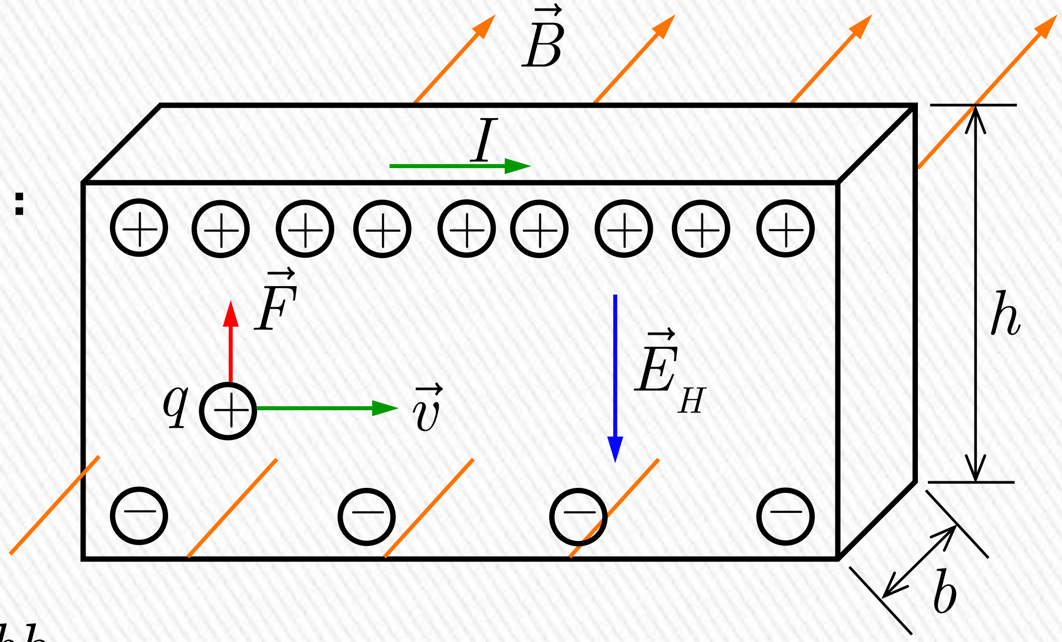
» 电场 $E_H$ 与磁场及电荷运动速度的关系为：

$$q\vec{E}_H = q\vec{v}\times\vec{B}\text{，如果 }\vec{v}\perp\vec{B}\text{，则：}E_H = vB$$

» 如果 $E_H$ 可看作匀强电场，

则导体上下两侧的电势差为：

$$U_H = E_H\cdot h = vB\cdot h$$




» 而电荷的平均漂移速度

与电流的关系为：

$$I = JS = nvq\cdot S = nvq\cdot bh$$

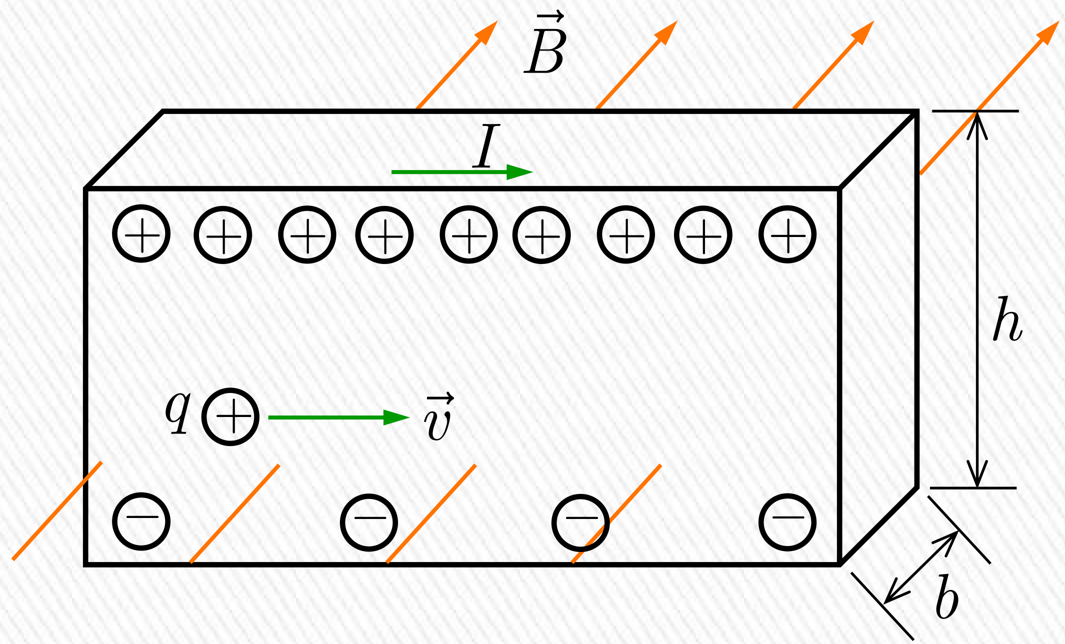
$$\Rightarrow v = \frac{I}{nqbh}$$

» 代入 $U_H$ 的表达式得：$U_H = \dfrac{IB}{nqb}$

# 13.2 霍尔效应：测量磁感应强度的大小

» 霍尔电压 $U_H$ 的大小为：

$$U_H = \frac{IB}{nqb}$$




» 可推导处磁感应强度 $B$ 的表达式：

$$B = \frac{nqbU_H}{I}$$

» 其中，

> $n$ 为载流子浓度，可根据材料查阅得出；

> $q$ 为单个载流子的带电量，可根据材料查阅得出；

> $b$ 为导体薄片沿着磁感应强度方向的厚度，可测；

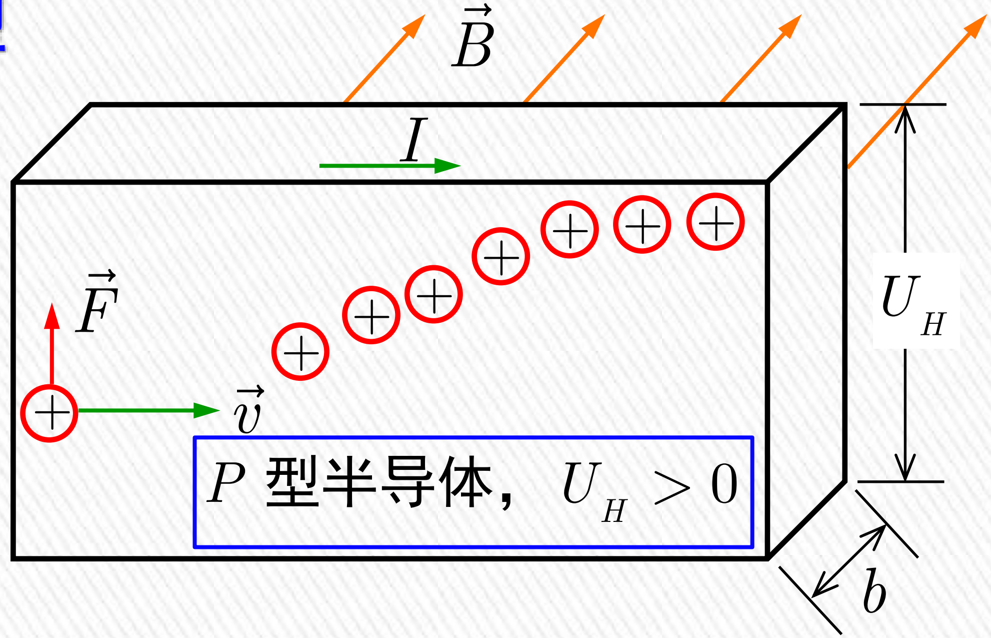
> $U_H$ 为霍尔电压，可测。

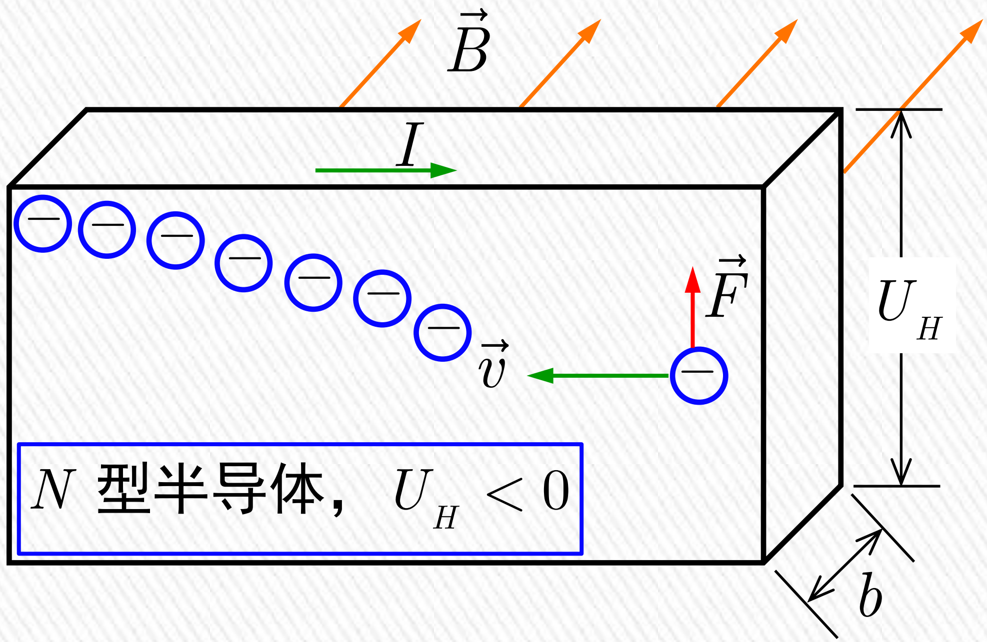
# 13.2 霍尔效应：判别半导体类型

» 由 $U_H = \dfrac{IB}{nqb}$ 可知，霍尔电压反比于载流子浓度 $n$，因此，半导体的霍尔效应远比导体明显。

» 半导体类型：$P$ 型，载流子为带正电的空穴；$N$ 型，载流子为带负电的电子；

» 不同类型的载流子呈现出来的霍尔电压是相反的，因此，可以通过霍尔电压的正负来判断半导体的类型。



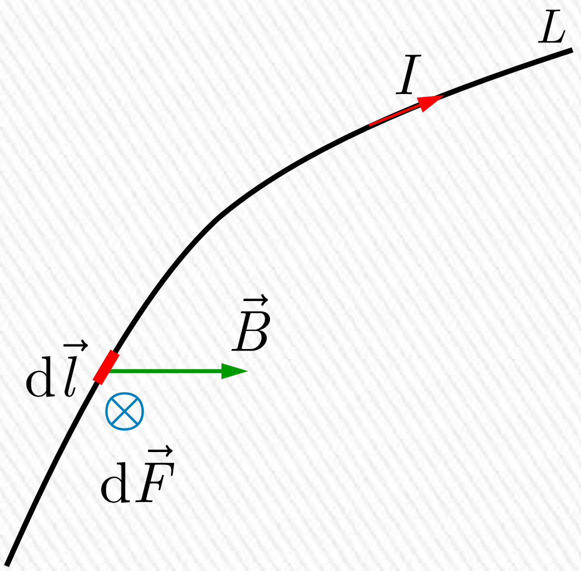
# 13.3 载流导线在磁场中受的磁力

» 载流导线中的运动电荷受**洛伦兹力**作用，宏观上表现出导线在受力，此力称为**安培力**。

> 在导线上取一微元 d$l$，它内部的总电荷量为 $Q = qnS\mathrm{d}l$，其中 $q$ 为载流子电量，$n$ 为载流子数量密度，$S$ 为导线横截面积。

> d$l$ 受到的**洛伦兹力**为

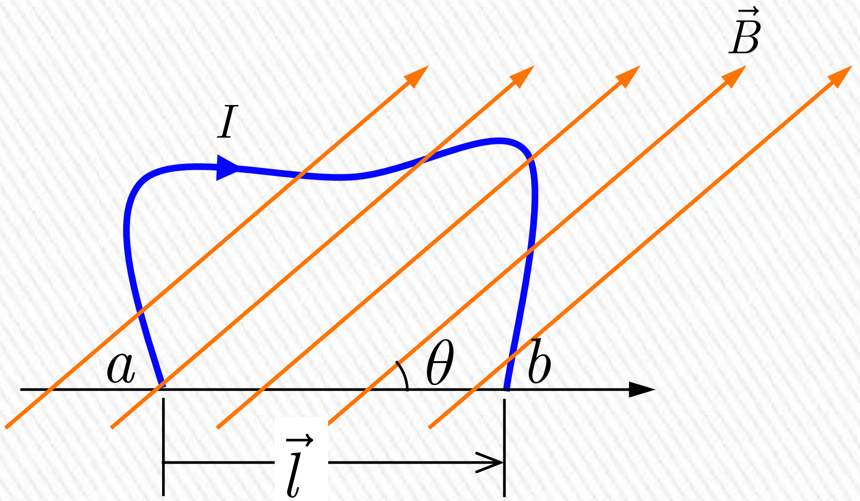
$$
\begin{aligned}
\mathrm{d}\vec{F} &= Q\vec{v}\times\vec{B} \\
&= qnS\mathrm{d}l\vec{v}\times\vec{B} \\
&= (qn\vec{v})S\mathrm{d}\,l\times\vec{B} \\
&= \vec{J}S\mathrm{d}\,l\times\vec{B} \\
&= I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}
\end{aligned}
$$




> 整段导线受到的**安培力**为：

$$\vec{F} = \int_L I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

**P371 例 13.1**：在均匀磁场 $B$ 中有一段弯曲导线 $ab$，通有电流 $I$，求它所受的磁场力。




**解**：

$$\vec{F}=\int_{(a)}^{(b)} I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

$$=I\left(\int_{(a)}^{(b)}\mathrm{d}\vec{l}\right)\times\vec{B}$$

$$=I\vec{l}\times\vec{B}$$

此力的大小为 $IlB\sin\theta$，方向为垂直纸面向外。

如果 $a, b$ 两点重叠，则 $l=0 \Rightarrow F=0$，即**闭合线圈在匀强磁场中所受的磁力为 0** 。

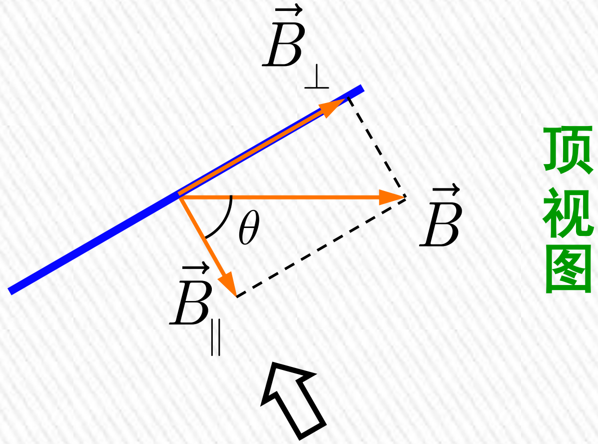
**但是**，**磁力矩**未必为 0 。

# 13.4 载流线圈在匀强磁场中受的磁力矩

» 我们先研究一下圆形载流线圈在匀强磁场中所受的力矩。

» 如图所示，$\vec{B}_{\parallel}$ 产生的磁力矩位于线圈所在的平面，相对 z 轴的合力矩为 0 。

» $\vec{B}_{\perp}$ 产生的磁力矩垂直于线圈所在平面，d$l$ 长度的导线相对于 z 轴的力矩为：

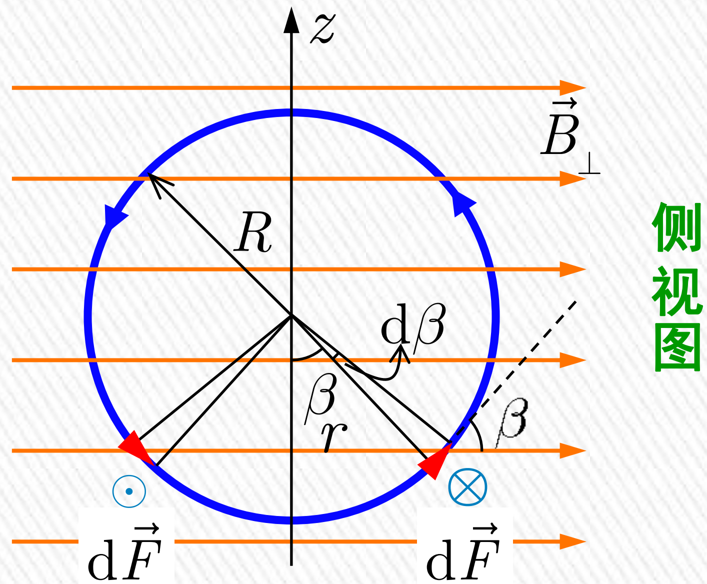



$$\mathrm{d}\vec{M}=\vec{r}\times\mathrm{d}\vec{F}=\ R\sin\beta\,\vec{e}_x\ \times\ I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}_{\perp}$$

其中 $\mathrm{d}M=R\sin\beta\cdot I\mathrm{d}lB_{\perp}\sin\beta$ , $\mathrm{d}l=R\mathrm{d}\beta$

则 $\mathrm{d}M=IB_{\perp}R^2\sin^2\beta\mathrm{d}\beta$

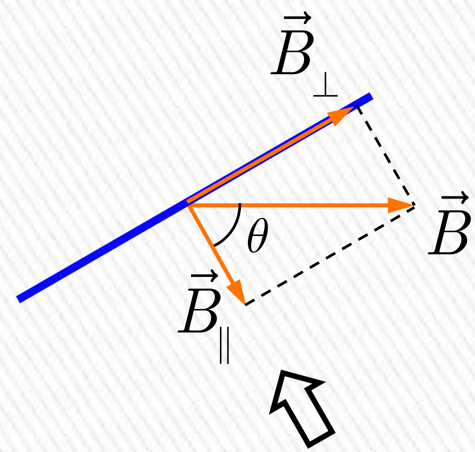
则 $$M=IB_{\perp}R^2\int_0^{2\pi}\sin^2\beta\mathrm{d}\beta$$
$$=\pi IB_{\perp}R^2$$
$$=\pi IR^2B\sin\theta$$



# 13.4 载流线圈在匀强磁场中受的磁力矩

» 圆形载流线圈在匀强磁场中所受的力矩大小为

$$M = \pi I R^2 B \sin\theta$$




顶视图

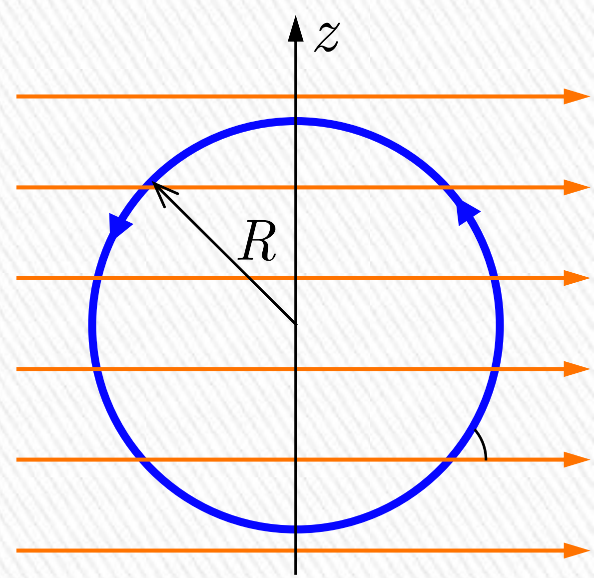
» 代入 $S = \pi R^2$，并且考虑方向，则有：

$$\vec{M} = I\vec{S} \times \vec{B}$$

其中 $I\vec{S}$ 是载流线圈的磁矩 $\vec{m}$ ，

所以，整个线圈受到的磁力矩为：

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$




侧视图

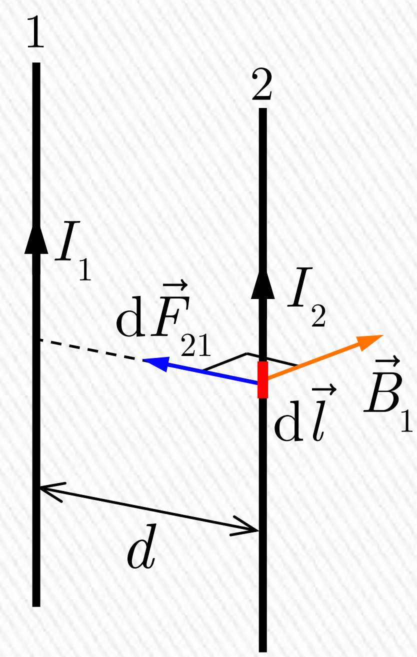
» 磁力矩的方向总是平行于线圈所在平面，垂直于外加磁场。

# 13.5 平行载流导线间的相互作用力

» 真空中有两根相互平行的无限长载流导线，间距为 $d$。电流分别为 $I_1$ 和 $I_2$，方向**相同**。求单位长度的导线受到的磁力：

> 导线 1 在导线 2 处产生的磁感应强度为

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\vec{e}_{B_1}$$




> 在导线 2 上取一个微元 d$l$，微元受力为

$$\mathrm{d}\vec{F}_{21} = I_2 \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}_1$$

> 其大小 $\mathrm{d}F_{21} = I_2 B_1 \mathrm{d}l = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\mathrm{d}l$

方向指向 $I_1$ 。

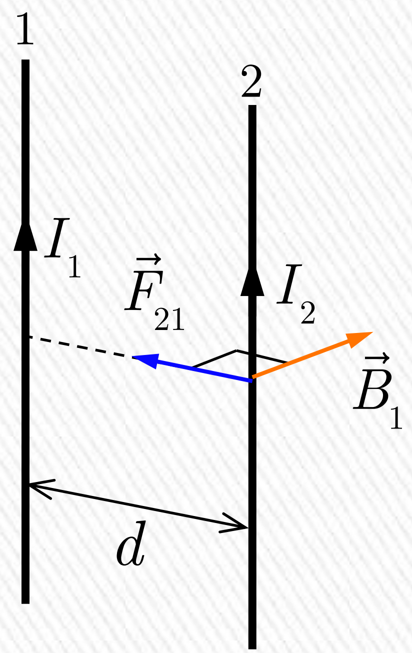
» 导线 2 单位长度受到的导线 1 的磁力为 $f_{21} = \dfrac{\mathrm{d}F_{21}}{\mathrm{d}l} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$ 。

» 容易得知，导线 1 受到同样大小的反作用力。

# 13.5 平行载流导线间的相互作用力

- 真空中有两根相互平行的无限长载流导线，间距为 $d$。电流分别为 $I_1$ 和 $I_2$，方向**相同**。
- 两根导线之间的磁力为**引力**，单位长度上的大小为

$$f_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$




- 容易得知，当两根导线中的电流方向**相反**时，它们之间的磁力为**斥力**，大小不变。