第4章 功和能

习题解答

习题 4.3：2001年9月11日，美国纽约世贸中心双子塔遭到恐怖分子劫持的飞机的撞击。据美国官方发表的数据，撞击南楼的飞机是波音767，质量为 132 t，速度为 942 km/h。求该客机的动能，并计算该能量相当于多少 TNT 炸药？

解：该客机的动能：

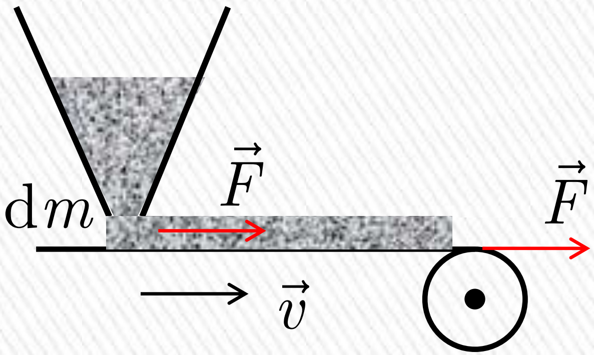
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \overset{\text{代入数据}}{=} 4.52\times10^9 \ \text{J}$$

1 kg TNT爆炸释放出来的能量为 4.6×10^6 J，则上述动能折算为TNT为：

$$\frac{4.52\times10^9\ \text{J}}{4.6\times10^6\ \text{J/kg}} = 982\ \text{kg}$$

习题 4.4：砂料由料槽均匀落在水平运动的传送带上，落砂流量 $q = 50$ kg/s。传送带匀速移动，速率为 $v = 1.5$ m/s。求电动机拖动皮带的功率，这一功率是否等于单位时间内落砂获得的动能？为什么？

解：设在 dt 时间内有质量为 dm 的砂料落到传送带上，在传送带的摩擦力 F 作用下速率由 0 增加到 v，则对这些砂，由动量定理得：



$$F \cdot \mathrm{d}t = \mathrm{d}m \cdot v - 0$$

$$\Rightarrow F = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} v = qv$$

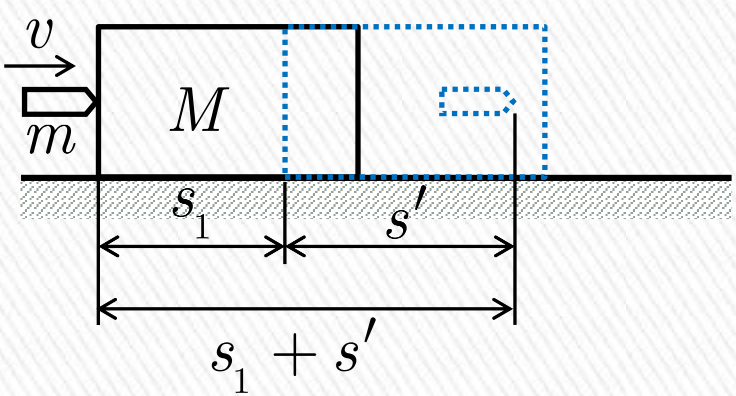
电动机拖动皮带的功率为：$P = Fv = qv^2 \overset{\text{代入数据}}{=} 113\ \mathrm{W}$

单位时间落砂获得的动能为：$\dfrac{\mathrm{d}E_k}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{2}v^2\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{2}P$

二者之间存在的差距为摩擦产生的内能。

习题 4.6：如图，一木块 M 静止在光滑水平面上，一子弹 m 沿水平方向以速率 v 射入木块内一段距离 s' 而停在木块内。

(1) 在这一过程中，子弹和木块的功能变化各为多少？子弹和木块之间的摩擦力对子弹和木块各做了多少功？



(1) 解：子弹-木块系统的相撞过程在水平方向上动量守恒，机械能不守恒。以 v' 表示它们相撞之后的共同速度，有：

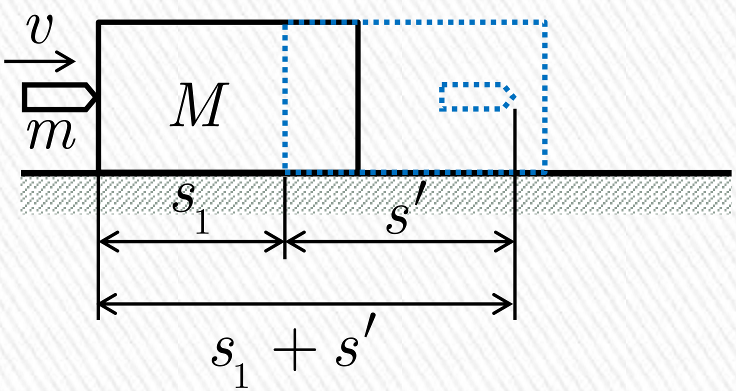
$$mv = \ m + M \ \ v' \ \Rightarrow \ v' = \frac{m}{m+M}v$$

以 s_1 表示木块的移动距离，则子弹相对地面的移动距离为 $s_1 + s'$；子弹动能的增量就是摩擦力对子弹所做的负功，为：

$$\Delta E_{km} = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2\left[\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 - 1\right] = -f(s_1 + s')$$

习题 4.6：如图，一木块 M 静止在光滑水平面上，一子弹 m 沿水平方向以速率 v 射入木块内一段距离 s' 而停在木块内。

(1) 在这一过程中，子弹和木块的功能变化各为多少？子弹和木块之间的摩擦力对子弹和木块各做了多少功？

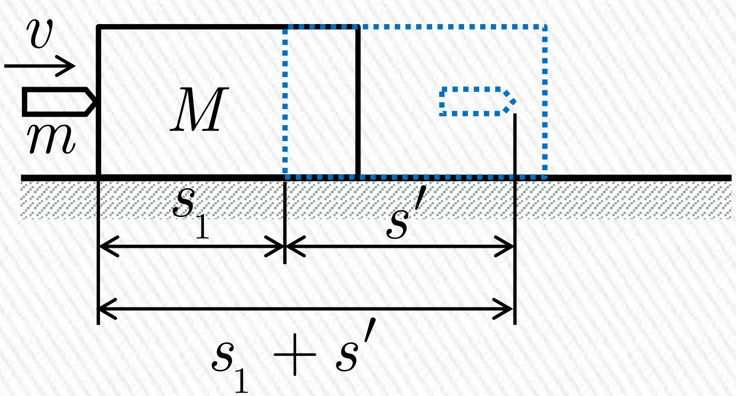


(1) 解(续)：木块在水平方向上移动的距离为 s_1，它的动能的增量即摩擦力对它做的正功：

$$\Delta E_{kM} = \frac{1}{2}Mv'^2 - 0 = \frac{1}{2}Mv^2\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 = fs_1$$

习题 4.6：如图，一木块 M 静止在光滑水平面上，一子弹 m 沿水平方向以速率 v 射入木块内一段距离 s' 而停在木块内。

(2) 证明子弹和木块的总机械能的增量等于摩擦力沿相对位移 s' 做的功。



(2) 证明：子弹动能的增量为：

$$\Delta E_{km}=\frac{1}{2}mv'^2-\frac{1}{2}mv^2=-f(s_1+s')$$

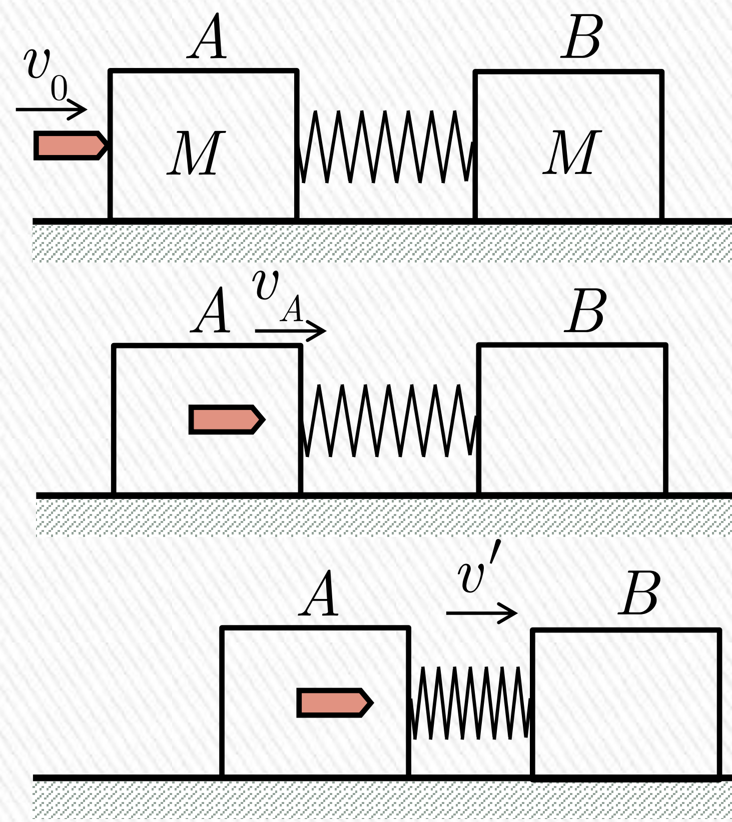
木块动能的增量为：

$$\Delta E_{kM}=\frac{1}{2}Mv'^2=fs_1$$

二式相加，可得：

$$\Delta E_{km}+\Delta E_{kM}=\left(\frac{1}{2}mv'^2+\frac{1}{2}Mv'^2\right)-\frac{1}{2}mv^2=-fs'$$

习题 4.11：如图，一轻质弹簧的劲度系数为 k，两端各固定一个质量为 M 的物块 A 和 B，放在水平光滑桌面上静止。今有一质量为 m 的子弹沿弹簧的轴线方向以速率 v_0 射入物块 A 且不复出，求此后弹簧的最大压缩长度。

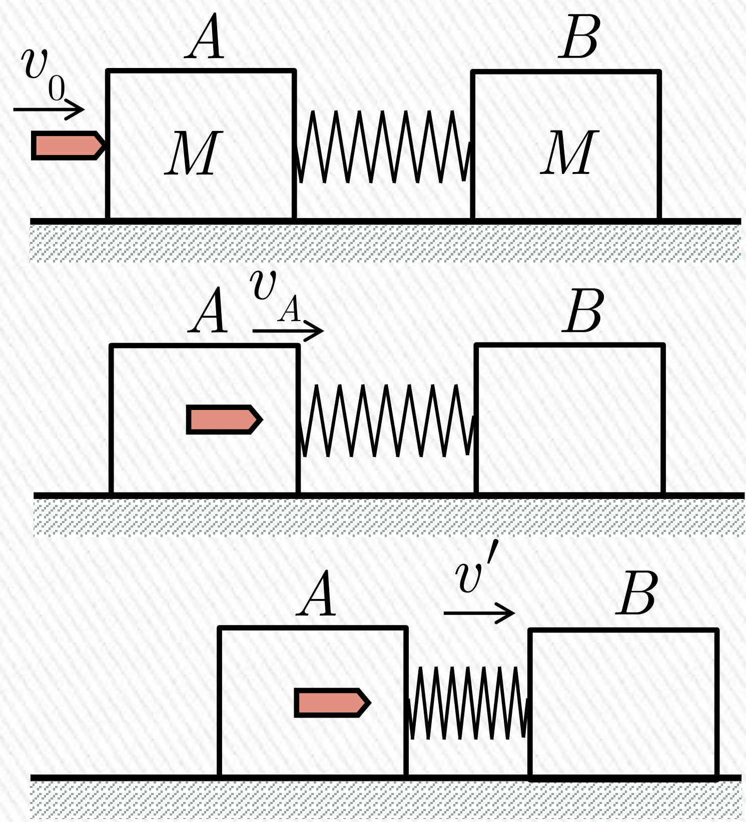


解：由于子弹撞击 A 的过程很短，可以认为弹簧在此期间长度尚未变化，**因此该撞击过程中，子弹-物块 A 系统在水平方向动量守恒**。以 v_A 表示子弹-物块 A 撞击之后的共同速度，则：

$$mv_0 = m + M \ v_A \Rightarrow v_A = \frac{m}{m+M} v_0$$

此后弹簧被压缩，B 开始运动，当 B 的速度与 A 相同时，弹簧将达到最大压缩长度。**该过程中，动量和机械能均守恒**。

习题 4.11：如图，一轻质弹簧的劲度系数为 k，两端各固定一个质量为 M 的物块 A 和 B，放在水平光滑桌面上静止。今有一质量为 m 的子弹沿弹簧的轴线方向以速率 v_0 射入物块 A 且不复出，求此后弹簧的最大压缩长度。



解(续)：**弹簧被压缩的过程中，动量和机械能均守恒**。以 v' 表示弹簧压缩到极致时 A 和 B 的共同速度，x_m 表示弹簧的最大压缩距离，分别列方程得：

$$\begin{cases} mv_0 = (m+2M)v' \\ \frac{1}{2}(m+M)v_A^2 = \frac{1}{2}(m+2M)v'^2 + \frac{1}{2}kx_m^2 \end{cases}$$

解方程得：

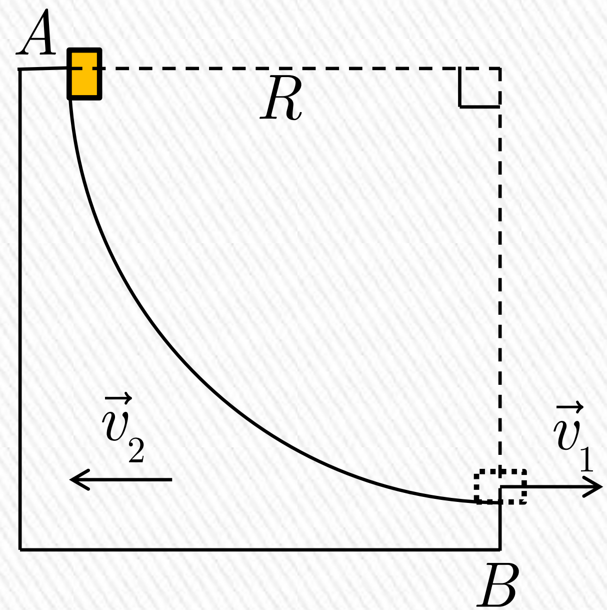
$$x_m = mv_0\sqrt{\frac{M}{k(m+M)(m+2M)}}$$

习题 4.13：一质量为 m 的物体，从质量为 M 的圆弧形槽的顶端由静止下滑，设圆弧形槽的半径为 R，张角为 90°，忽略所有摩擦力，求：

(1) 物体刚离开槽的底端时，物体和槽的速度各为多少？

(1) 解：分别以 $\vec{v}_1$，$\vec{v}_2$ 表示物体和槽的速度。

在物体下滑过程中，物体-槽系统在水平方向的动量守恒，同时机械能守恒，分别列方程得：



$$\begin{cases} mv_1 - Mv_2 = 0 \\ \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}Mv_2^2 = mgR \end{cases}$$

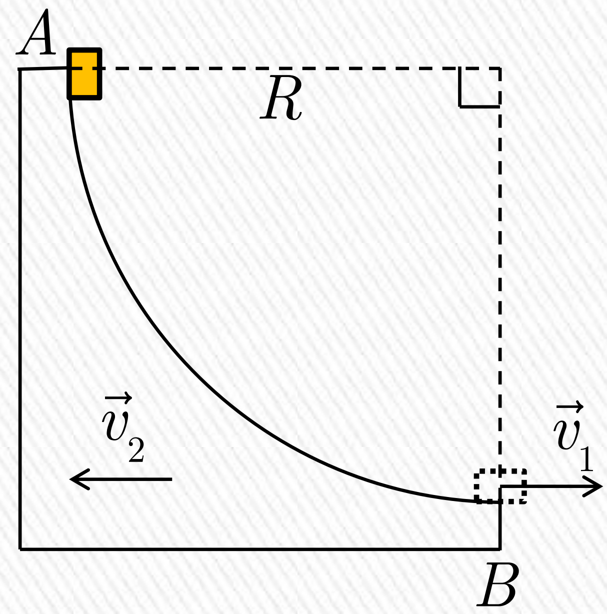
解得：

$$v_1 = \sqrt{\frac{2RgM}{m+M}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{2Rgm^2}{M \quad m+M}}$$

习题 4.13：一质量为 m 的物体，从质量为 M 的圆弧形槽的顶端由静止下滑，设圆弧形槽的半径为 R，张角为 90°，忽略所有摩擦力，求：

(2) 物体从 A 滑到 B 的过程中，物体对槽所做的功。

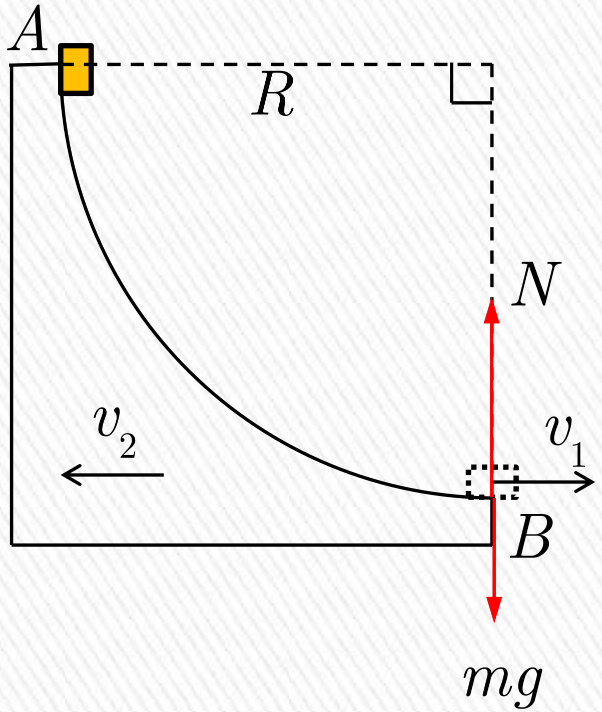
(2) 解：对于槽来讲，只有物体对它的压力做功，因此由动能定理得：



$$A = \Delta E_k = A = \frac{1}{2} M v_2^2 = \frac{Rgm^2}{m+M}$$

习题 4.13：一质量为 m 的物体，从质量为 M 的圆弧形槽的顶端由静止下滑，设圆弧形槽的半径为 R，张角为 90°，忽略所有摩擦力，求：

(3) 物体到达 B 时对槽的压力。



(3) 解：物体到达最低点 B 的瞬间，槽在水平方向不受力，其加速度为零，因此此时可以把槽当做惯性系。

在**槽参考系**当中，物体的水平速率为 v_1+v_2，对其进行法向受力分析得：

$$N = mg + m\frac{(v_1+v_2)^2}{R}$$

$$= \left(3+\frac{2m}{M}\right)mg$$