

第13章 磁力

习题解答

习题 13.5：北京正负电子对撞机中电子在周长为 240 m 的储存环中运动，已知电子的动量为 $1.49 \times 10^{-18} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ ，求偏转磁场的磁感应强度。

解：对撞机中的电子的回旋半径为

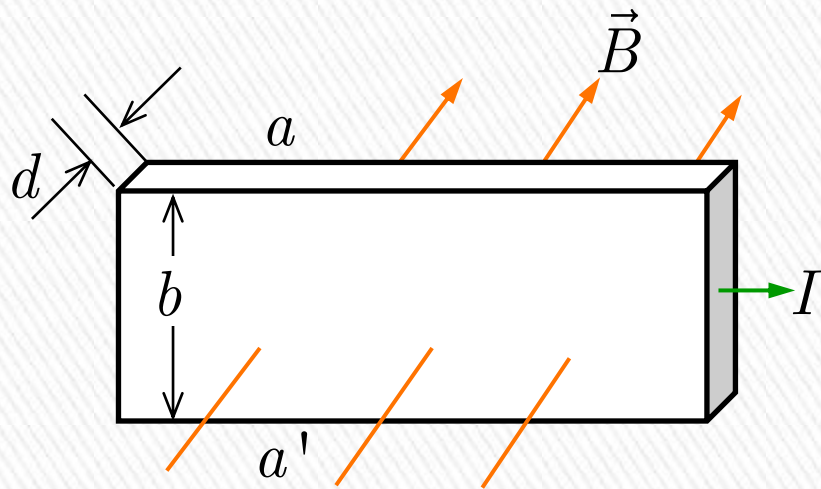
$$R = \frac{mv}{eB}$$

则磁感应强度为

$$B = \frac{mv}{eR} \overset{\text{代入数据}}{=} 0.244 \text{ T}$$

习题 13.11： 如图所示，一铜片厚为 $d = 1.0 \text{ mm}$ ，放在 $B = 1.5 \text{ T}$ 的磁场中，磁场方向与铜片表面垂直。已知铜片里每立方厘米有 8.4×10^{22} 个自由电子，每个电子的电荷为 $-e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，当铜片当中有 $I = 200 \text{ A}$ 的电流通过时，

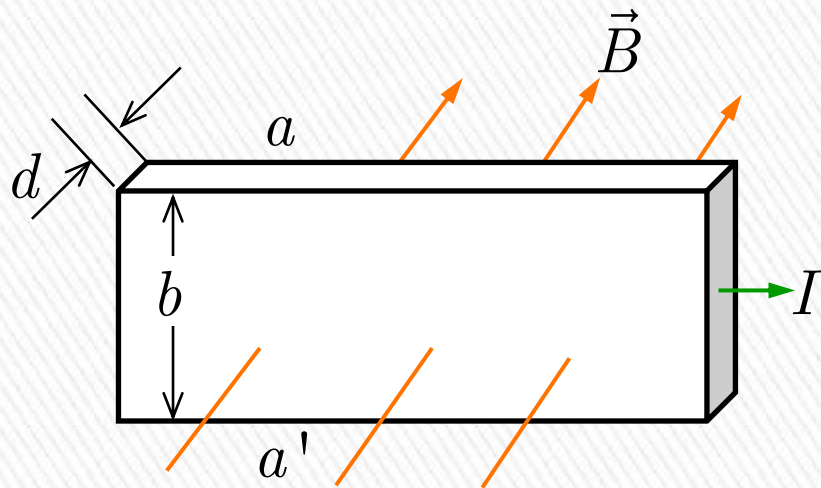
- (1) 求铜片两侧的电势差 $U_{aa'}$ ；
- (2) 铜片宽度 b 对 $U_{aa'}$ 有无影响，为什么？



$$\begin{aligned}
 \text{(1)解: } U_{aa'} &= \frac{IB}{nqd} \\
 &= \frac{200 \times 1.5}{(8.4 \times 10^{22} \times 10^6) \times (-1.6 \times 10^{-19}) \times 1.0 \times 10^{-3}} \\
 &= -2.23 \times 10^{-5} \text{ V}
 \end{aligned}$$

习题 13.11： 如图所示，一铜片厚为 $d = 1.0 \text{ mm}$ ，放在 $B = 1.5 \text{ T}$ 的磁场中，磁场方向与铜片表面垂直。已知铜片里每立方厘米有 8.4×10^{22} 个自由电子，每个电子的电荷为 $-e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，当铜片当中有 $I = 200 \text{ A}$ 的电流通过时，

- (1) 求铜片两侧的电势差 $U_{aa'}$ ；
- (2) 铜片宽度 b 对 $U_{aa'}$ 有无影响，为什么？



(2)解： 没有影响，

$$\text{因为 } U_{aa'} = U_H = vB \cdot b ,$$

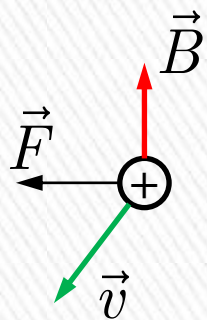
$$\text{而 } v = \frac{I}{nqdb} ,$$

使得 U_H 和 b 无关。

习题 13.12: 如图，一块半导体样品的体积为 $a \times b \times c$ ，沿 x 方向有电流 I ，在 z 轴方向加有均匀磁场 B 。实验数据 $a = 0.10 \text{ cm}$ ， $b = 0.35 \text{ cm}$ ， $c = 1.0 \text{ cm}$ ， $I = 1.0 \text{ mA}$ ， $B = 3000 \text{ G}$ ，片两侧的电势差 $U_{AA'} = 6.55 \text{ mV}$ 。

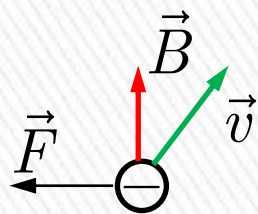
- (1) 该半导体是正电荷导电(P 型)还是负电荷导电(N 型)?
- (2) 求载流子浓度。

(1)解: 分别画出正电荷导电和负电荷导电的洛伦兹力受力图:



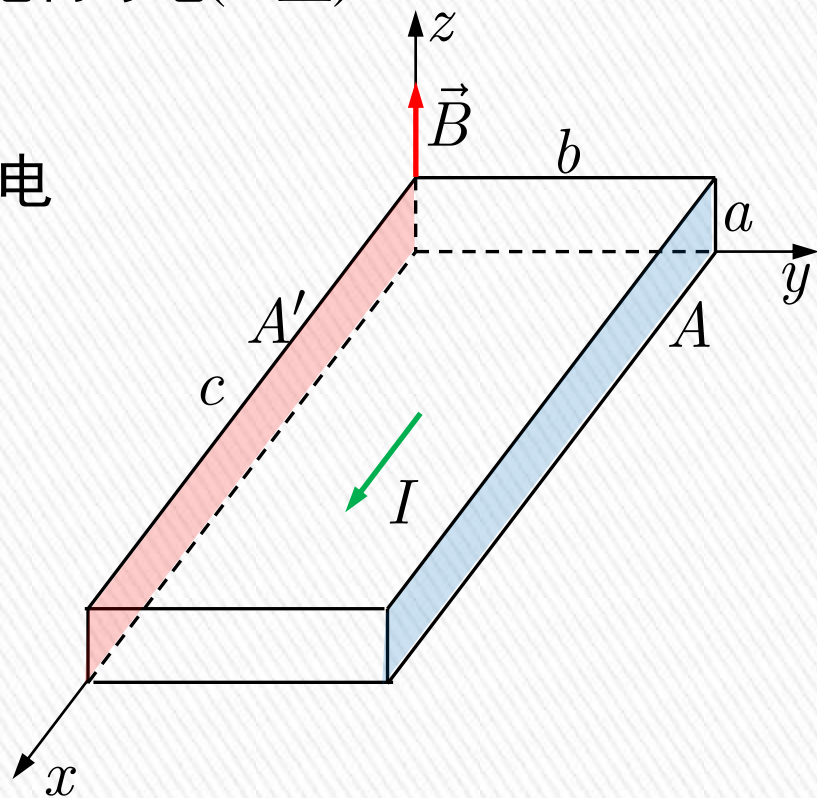
正电荷导电，

$$\varphi_A < \varphi_{A'}$$



负电荷导电，

$$\varphi_A > \varphi_{A'}$$



因 $U_{AA'} > 0$ ，所以该半导体是负电荷(电子)导电。

习题 13.12: 如图，一块半导体样品的体积为 $a \times b \times c$ ，沿 x 方向有电流 I ，在 z 轴方向加有均匀磁场 B 。实验数据 $a = 0.10 \text{ cm}$ ， $b = 0.35 \text{ cm}$ ， $c = 1.0 \text{ cm}$ ， $I = 1.0 \text{ mA}$ ， $B = 3000 \text{ G}$ ，片两侧的电势差 $U_{AA'} = 6.55 \text{ mV}$ 。

- (1) 该半导体是正电荷导电(P 型)还是负电荷导电(N 型)?
- (2) 求载流子浓度。

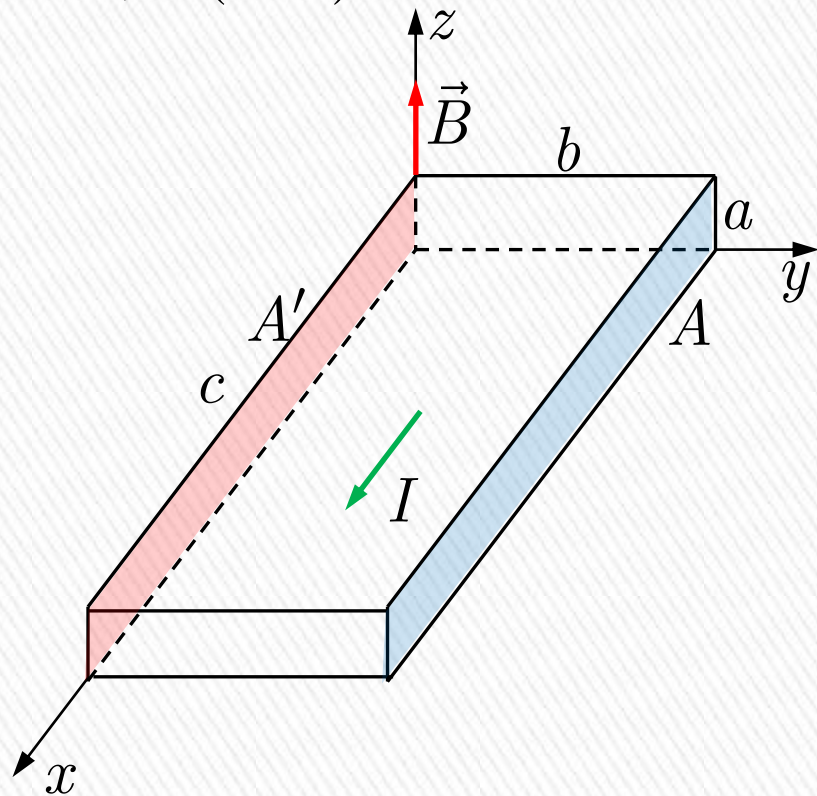
(2)解:

$$U_{AA'} = \frac{IB}{nqa}$$

$$\Rightarrow n = \frac{IB}{U_{AA'}qa}$$

代入数据

$$= 2.86 \times 10^{20} \text{ 个/m}^3$$



习题 13.17: 一线圈长 20 mm，宽 10 mm，由外皮绝缘的细导线密绕而成，共 1000 匝，放在 $B = 1000 \text{ G}$ 的均匀磁场中。当导线通有 100 mA 的电流时，求以下两种情况下线圈每边受的力以及整个线圈所受的力矩，并验证其结果与磁力矩公式 $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$ 是否一致。

(1) \vec{B} 与线圈平面的法线重合。

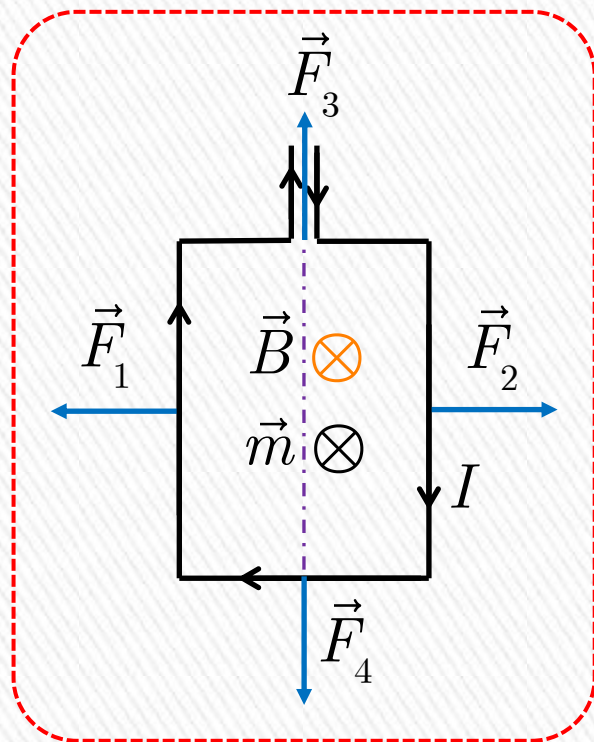
(1)解: 如图所示，取线圈中的一个，对其四根导线分别进行安培力分析，容易得知：

$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ 共面；

\vec{F}_1, \vec{F}_2 大小相等，方向相反；

\vec{F}_3, \vec{F}_4 大小相等，方向相反。

因此，线圈所受磁力矩为 0，
和磁力矩公式 $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$ 一致。



习题 13.17: 求以下两种情况下线圈每边受的力以及整个线圈所受的力矩，并验证其结果与磁力矩公式 $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$ 是否一致。

(2) \vec{B} 与线圈平面的法线垂直。

(2)解: 如图所示，取线圈中的一个，对其四根导线分别进行安培力分析，容易得知：

$$F_3 = F_4 = 0$$

$$F_1 = F_2 = |I\vec{l} \times \vec{B}| = IlB$$

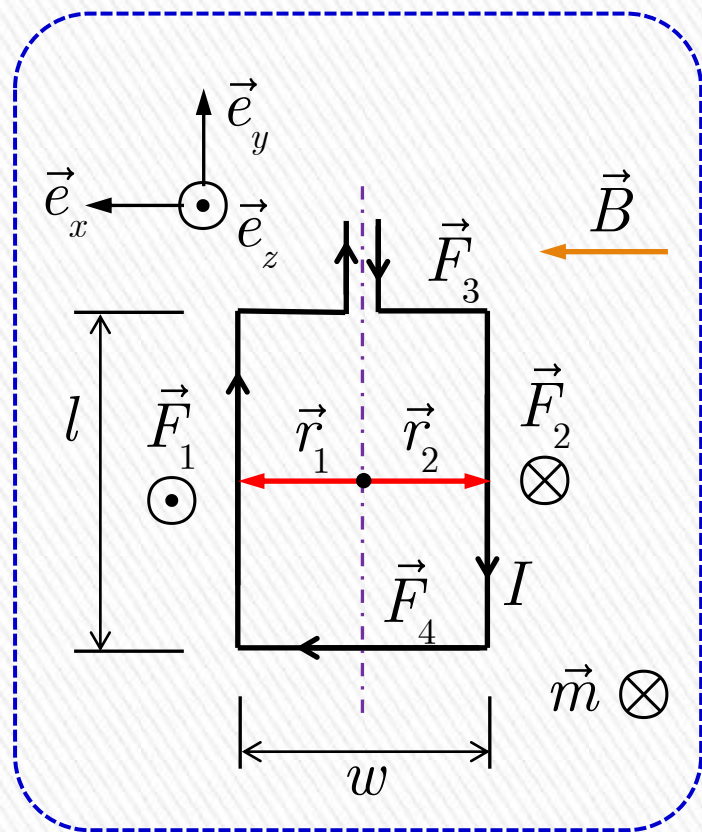
$$\text{磁力矩 } \vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = 2(\vec{r}_1 \times \vec{F}_1)$$

$$\text{其大小 } M = 2r_1 F_1 = wF_1 = wIlB, \text{ 方向 } \vec{e}_y。$$

$$\text{磁力矩公式 } \vec{M} = \vec{m} \times \vec{B},$$

$$\text{其大小 } M = mB = IwlB, \text{ 方向 } \vec{e}_y。$$

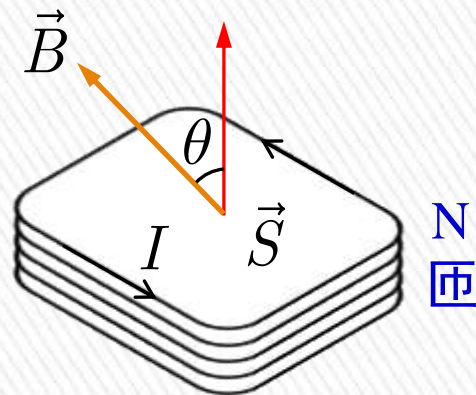
结果一致。



习题 13.18: 正方形线圈由外皮绝缘的细导线绕成，共 200 匝，每边长 150 mm，放在 $B = 4.0 \text{ T}$ 的外磁场当中，当导线中通有 $I = 8.0 \text{ A}$ 的电流时，求：(1) 线圈磁矩 m 的大小。(2) 作用在线圈上的磁力矩的最大值。

(1)解: 对于 N 匝的线圈，其磁矩为单个线圈乘以 N 倍：

$$m = N \cdot IS \stackrel{\text{代入数据}}{=} 36 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$



(2)解: 磁力矩 $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

$$\text{显然, } M_{\max} = mB \stackrel{\text{代入数据}}{=} 144 \text{ N} \cdot \text{m}$$

习题 13.22: 如图，在长直电流旁边放一矩形线圈与其共面，线圈各边分别平行和垂直于直导线。线圈长度 l ，宽为 b ，近边距直导线 a ；长直导线中通有电流 I 。当矩形线圈通有电流 I_1 时，它所受的磁力的大小和方向如何？它又受到多大的磁力矩？

解: 长直导线在右侧产生的磁场为

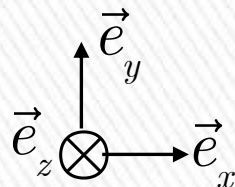
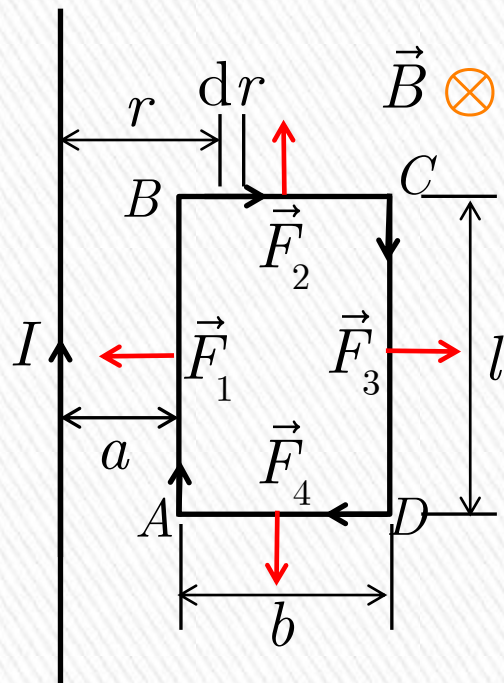
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_z$$

AB 段所受的磁力为

$$\vec{F}_1 = I_1 \vec{l} \times \vec{B} = I_1 l \vec{e}_y \times \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \vec{e}_z = -\frac{\mu_0 l I I_1}{2\pi a} \vec{e}_x$$

CD 段所受的磁力为

$$\vec{F}_3 = I_1 \vec{l} \times \vec{B} = -I_1 l \vec{e}_y \times \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)} \vec{e}_z = \frac{\mu_0 l I I_1}{2\pi(a+b)} \vec{e}_x$$



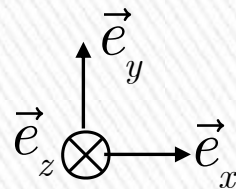
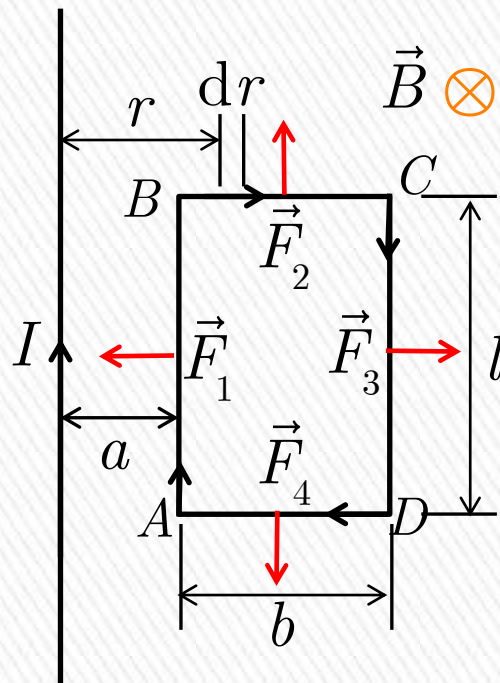
习题 13.22: 如图，在长直电流旁边放一矩形线圈与其共面，线圈各边分别平行和垂直于直导线。线圈长度 l ，宽为 b ，近边距直导线 a ；长直导线中通有电流 I 。当矩形线圈通有电流 I_1 时，它所受的磁力的大小和方向如何？它又受到多大的磁力矩？

解(续): BC 段所受的磁力为

$$\begin{aligned}\vec{F}_2 &= \int_a^{a+b} I_1 d\vec{l} \times \vec{B} \\ &= \int_a^{a+b} I_1 \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr (\vec{e}_x \times \vec{e}_z) \\ &= \frac{\mu_0 II_1}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \vec{e}_y\end{aligned}$$

DA 段所受的磁力为

$$\vec{F}_4 = -\vec{F}_3 = -\frac{\mu_0 II_1}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \vec{e}_y$$

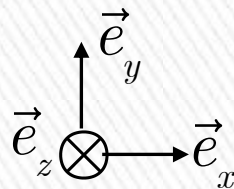
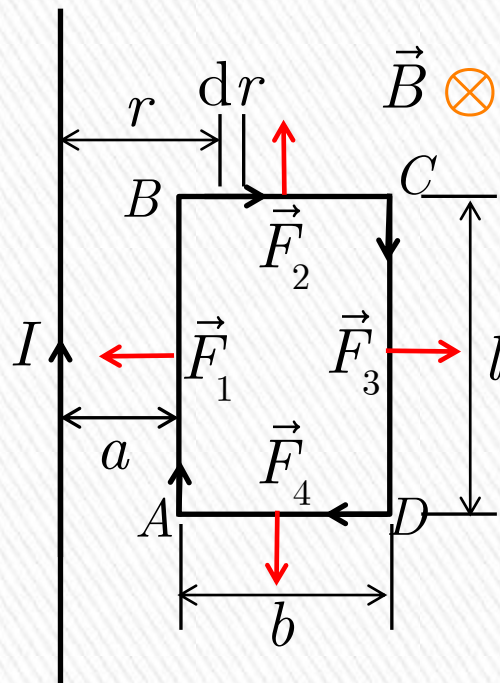


习题 13.22: 如图，在长直电流旁边放一矩形线圈与其共面，线圈各边分别平行和垂直于直导线。线圈长度 l ，宽为 b ，近边距直导线 a ；长直导线中通有电流 I 。当矩形线圈通有电流 I_1 时，它所受的磁力的大小和方向如何？它又受到多大的磁力矩？

解(续): 线圈所受的合外磁力为

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 \\ &= -\frac{\mu_0 l I I_1}{2\pi a} \vec{e}_x + \frac{\mu_0 I I_1}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \vec{e}_y \\ &\quad + \frac{\mu_0 l I I_1}{2\pi (a+b)} \vec{e}_x - \frac{\mu_0 I I_1}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \vec{e}_y \\ &= -\frac{\mu_0 l b I I_1}{2\pi a (a+b)} \vec{e}_x\end{aligned}$$

合外磁力矩为 0。

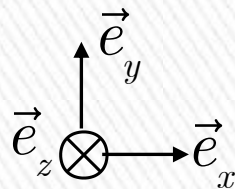
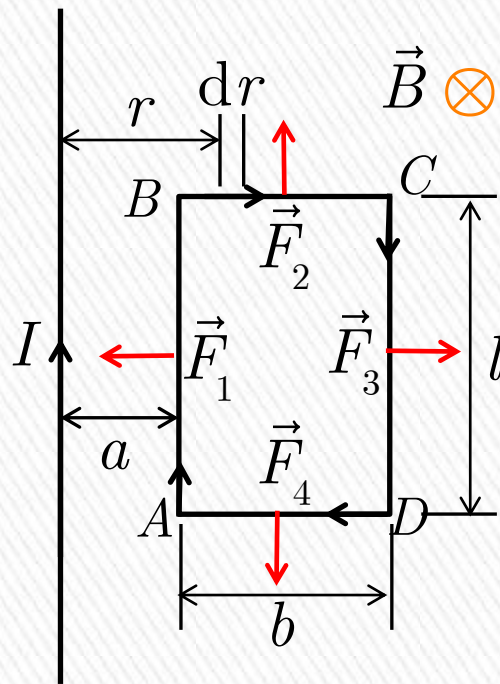


习题 13.22: 如图，在长直电流旁边放一矩形线圈与其共面，线圈各边分别平行和垂直于直导线。线圈长度 l ，宽为 b ，近边距直导线 a ；长直导线中通有电流 I 。当矩形线圈通有电流 I_1 时，它所受的磁力的大小和方向如何？它又受到多大的磁力矩？

解(续): 线圈所受的合外磁力为

$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 \\
 &= -\frac{\mu_0 l I I_1}{2\pi a} \vec{e}_x + \frac{\mu_0 I I_1}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \vec{e}_y \\
 &\quad + \frac{\mu_0 l I I_1}{2\pi (a+b)} \vec{e}_x - \frac{\mu_0 I I_1}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \vec{e}_y \\
 &= -\frac{\mu_0 l b I I_1}{2\pi a (a+b)} \vec{e}_x
 \end{aligned}$$

合外磁力矩为 0。



习题 13.24: 将一均匀分布着电流的无限大载流平面放入均匀磁场中，电流方向与此磁场垂直。已知平面两侧的磁感应强度大小分别为 B_1 和 B_2 ，求该载流平面单位面积所受的磁场力的大小和方向。(参看 **P 293 习题 9.7**)

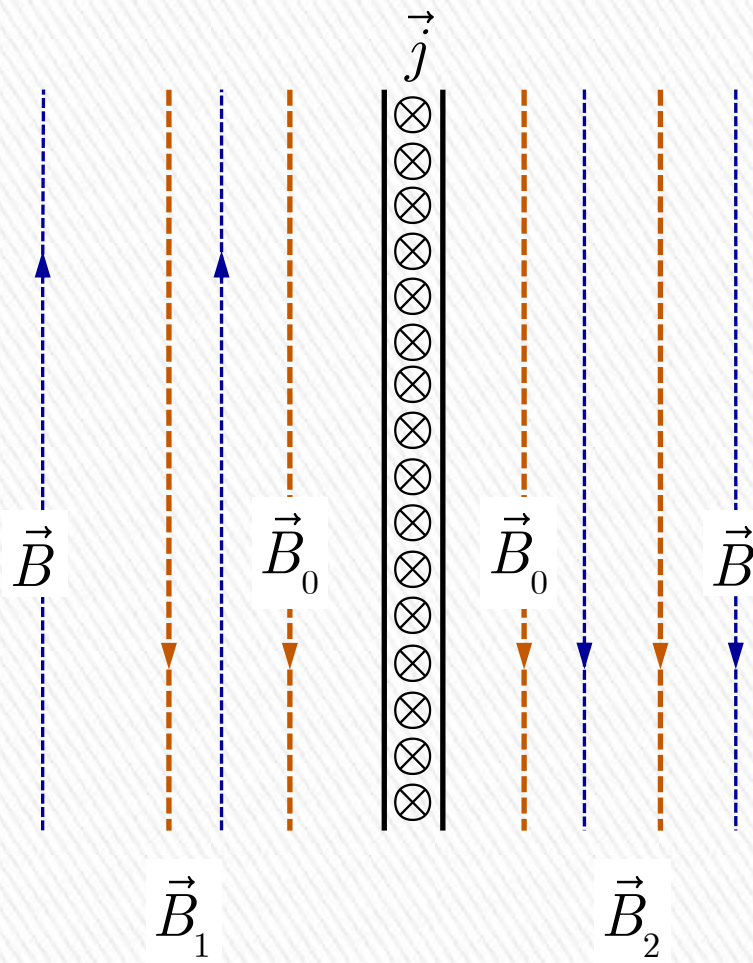
解: 如图所示，平面两侧的磁场为外磁场 \vec{B}_0 和平面所产生的的磁场 \vec{B} 的叠加。根据叠加原理得：

$$\begin{cases} B_0 - B = B_1 \\ B_0 + B = B_2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } B_0 = \frac{B_2 + B_1}{2}, B = \frac{B_2 - B_1}{2}$$

根据载流平面产生的磁感应强度求载流平面的电流密度：

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 j \Rightarrow j = \frac{2B}{\mu_0} \stackrel{\text{代入得}}{=} \frac{B_2 - B_1}{\mu_0}$$



习题 13.24: 将一均匀分布着电流的无限大载流平面放入均匀磁场中，电流方向与此磁场垂直。已知平面两侧的磁感应强度大小分别为 B_1 和 B_2 ，求该载流平面单位面积所受的磁场力的大小和方向。(参看 P 293 习题 9.7)

解(续): 在载流平面上取一个长、宽均为单位长度的正方形块，则该方块的电流为 $I = j \cdot 1 = j$ ，长度 l 为 1。

则该方块受到外磁场的磁力为：

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}_0$$

其方向为指向 B_1 的方向(如图)，其大小为

$$F = j \cdot 1 \cdot B_0 \stackrel{\text{代入得}}{=} \frac{B_2^2 - B_1^2}{2\mu_0}$$

