

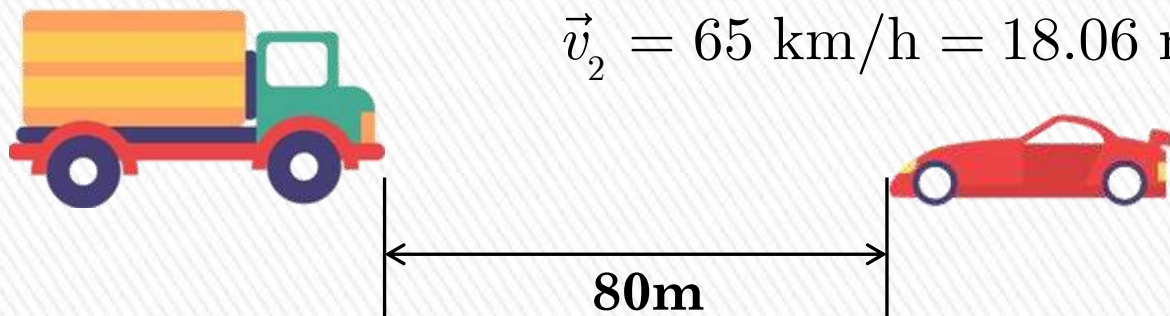
第1章 质点运动学

习题解答

习题1.3 一辆卡车为了超车，以 90 km/h 的速度驶入左侧逆行道，猛然发现前方80 m处一辆汽车正迎面驶来。假设该汽车以 65 km/h 的速度行驶，同时也发现了卡车逆行，设两司机的反应时间都为0.70 s，他们刹车后的减速度都是 7.5 m/s^2 ，试问两车是否会相撞？如果相撞，相撞时卡车的速度多大？

$$\vec{v}_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2 = 65 \text{ km/h} = 18.06 \text{ m/s}$$



解：判断两车是否相撞，要看两车能否在80m内完全刹车。

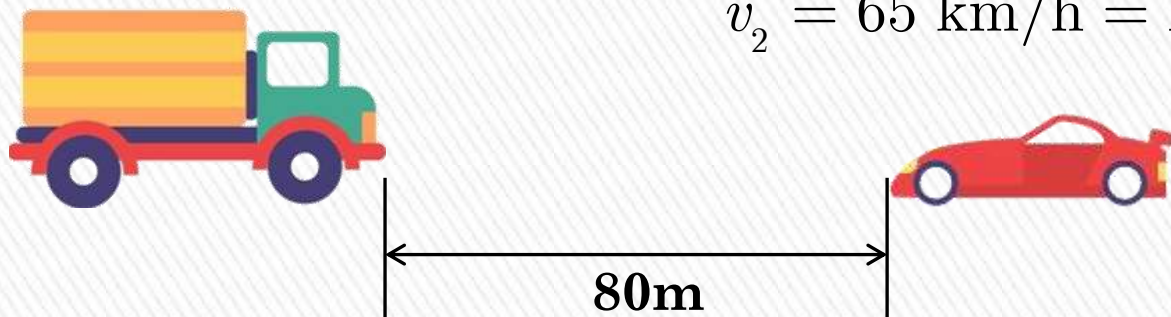
0.7s的反应时间内，两车共行驶了：

$$s_r = t_r(v_1 + v_2) = 0.7 \times (25 + 18.06) = 30.142 \text{ m}$$

习题1.3 一辆卡车为了超车，以 90 km/h 的速度驶入左侧逆行道，猛然发现前方80 m处一辆汽车正迎面驶来。假设该汽车以 65 km/h 的速度行驶，同时也发现了卡车逆行，设两司机的反应时间都为0.70 s，他们刹车后的减速度都是 7.5 m/s^2 ，试问两车是否会相撞？如果相撞，相撞时卡车的速度多大？

$$\vec{v}_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2 = 65 \text{ km/h} = 18.06 \text{ m/s}$$



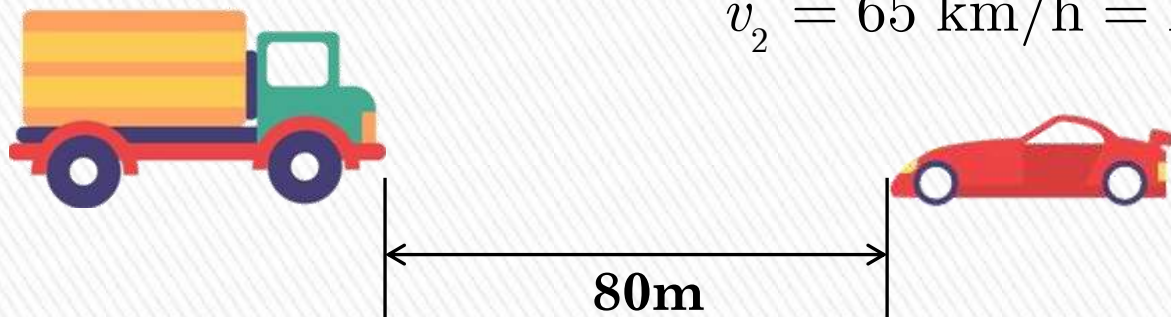
解：卡车的刹车时间(速度降为0)为： $t_1 = v_1/a = 3.333\text{s}$

$$\text{卡车的刹车距离为： } s_1 = v_1 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 = 41.667\text{m}$$

习题1.3 一辆卡车为了超车，以 90 km/h 的速度驶入左侧逆行道，猛然发现前方80 m处一辆汽车正迎面驶来。假设该汽车以 65 km/h 的速度行驶，同时也发现了卡车逆行，设两司机的反应时间都为0.70 s，他们刹车后的减速度都是 7.5 m/s^2 ，试问两车是否会相撞？如果相撞，相撞时卡车的速度多大？

$$\vec{v}_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2 = 65 \text{ km/h} = 18.06 \text{ m/s}$$



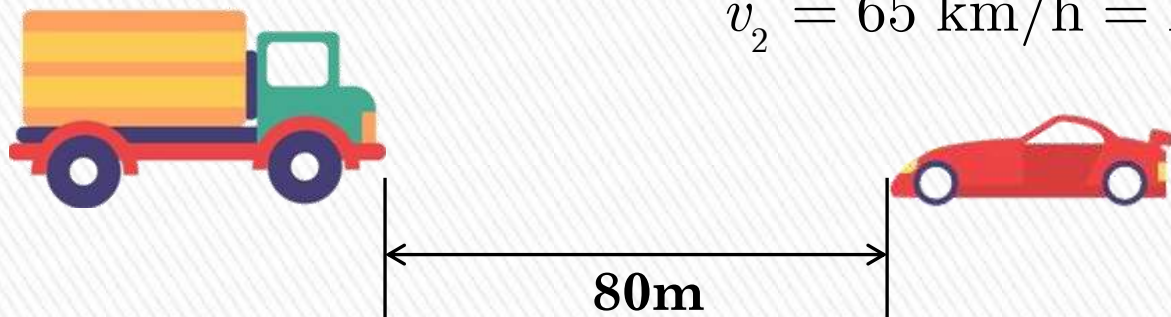
解：汽车的刹车时间为： $t_2 = v_2 / a = 2.408 \text{ s}$

卡车的刹车距离为： $s_2 = v_2 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 = 21.744 \text{ m}$

习题1.3 一辆卡车为了超车，以 90 km/h 的速度驶入左侧逆行道，猛然发现前方80 m处一辆汽车正迎面驶来。假设该汽车以 65 km/h 的速度行驶，同时也发现了卡车逆行，设两司机的反应时间都为0.70 s，他们刹车后的减速度都是 7.5 m/s^2 ，试问两车是否会相撞？如果相撞，相撞时卡车的速度多大？

$$\vec{v}_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2 = 65 \text{ km/h} = 18.06 \text{ m/s}$$



解：两车在反应时间内的行驶距离加上总刹车距离为：

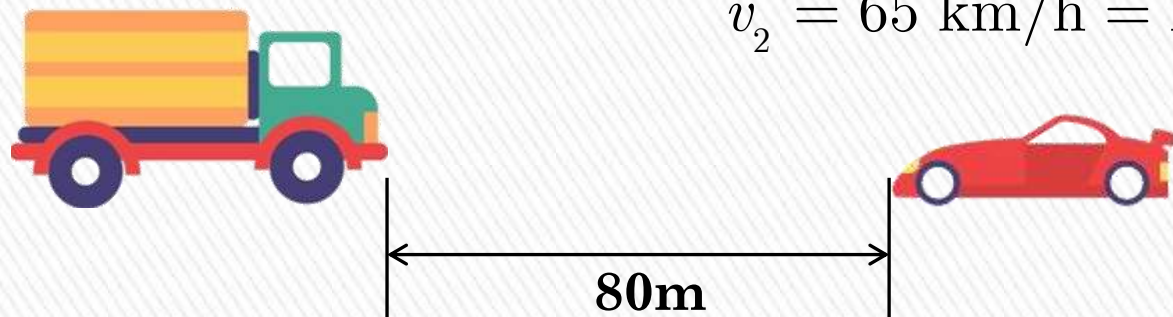
$$s_r + s_1 + s_2 = 30.14 + 41.67 + 21.74 = 93.55 > 80 \text{ m}$$

因此，会相撞。

习题1.3 一辆卡车为了超车，以 90 km/h 的速度驶入左侧逆行道，猛然发现前方80 m处一辆汽车正迎面驶来。假设该汽车以 65 km/h 的速度行驶，同时也发现了卡车逆行，设两司机的反应时间都为0.70 s，他们刹车后的减速度都是 7.5 m/s^2 ，试问两车是否会相撞？如果相撞，相撞时卡车的速度多大？

$$\vec{v}_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2 = 65 \text{ km/h} = 18.06 \text{ m/s}$$



解： 如果从发现对方到相撞所经过的时间为 t_c ，则 t_c 应满足如下方程：

$$v_1 t_c - \frac{1}{2} a t_c^2 + v_2 t_c - \frac{1}{2} a t_c^2 = 80 - s_r \quad \text{解得：} t_c = 1.609 \text{ s}$$

此时卡车的速率为： $v_t = v_1 - a t_c = 12.933 \text{ m/s} = 46.6 \text{ km/h}$

习题1.6 以初速率 $v=15.0 \text{ m/s}$ 竖直向上扔一块石头，

(1) 在 $\Delta t_1 = 1.0 \text{ s}$ 时又竖直向上扔一块石头，后者在 $h = 11.0 \text{ m}$ 高度处 击中前者，求第二块石扔出时的速率；

解：以第一块石头抛起的时刻为 0 时刻，以抛起点为原点，建立坐标系。两个石头的运动方程分别为：

$$\begin{cases} h_1 = v_1 t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad (1)$$

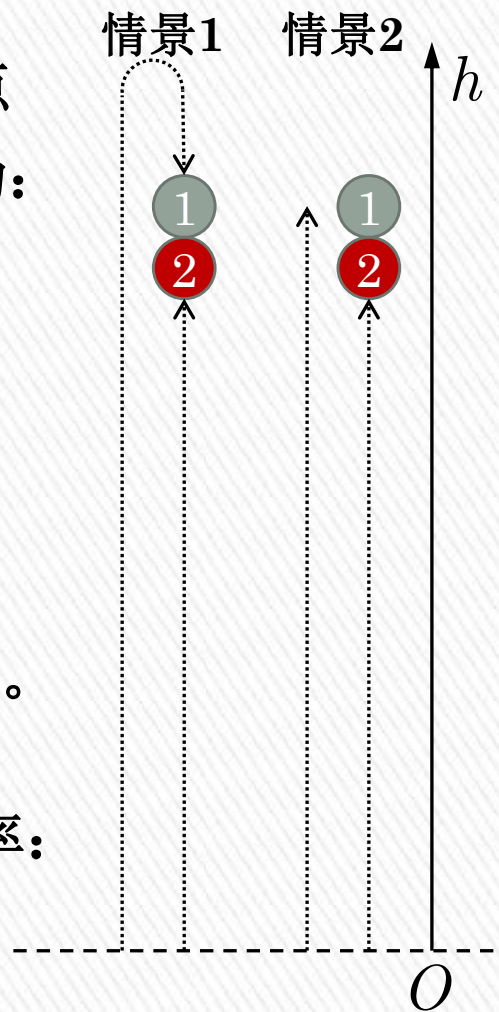
$$\begin{cases} h_2 = v_2 (t - \Delta t_1) - \frac{1}{2} g (t - \Delta t_1)^2 \end{cases} \quad (2)$$

式(1)中，令 $h_1 = 11.0 \text{ m}$

解得： $t = 1.843 \text{ s}$, 1.218 s 分别对应两种情景。

把两个时间分别代入式(2)，解得第二块石头的速率：

$$v_2 = 17.2 \text{ m/s} \text{ 或 } 51.6 \text{ m/s}$$

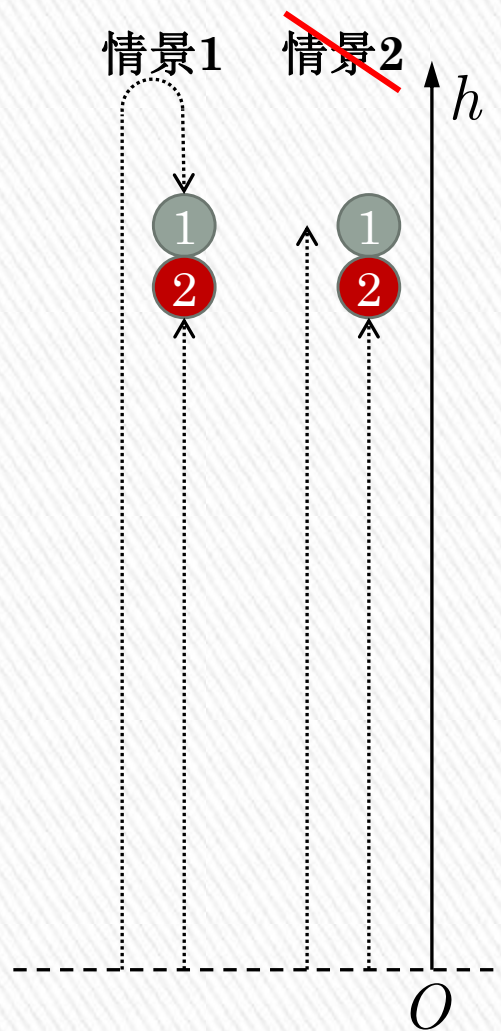


习题1.6 以初速率 $v=15.0\text{ m/s}$ 竖直向上扔一块石头，
(2) 若在 $\Delta t_2 = 1.3\text{ s}$ 时又竖直向上扔一块石头，后者在 $h = 11.0\text{ m}$ 高度处 击中前者，求第二块石扔出时的速率；

解： 看起来跟第(1)小题一样，但此时情景2是不可能的，因为石块2扔出时，石块1已经超越了11 m。

按照和 (1) 同样的解法，解出

$$v_2 = 22.5\text{ m/s} \text{ 或 } -134.5\text{ m/s}$$



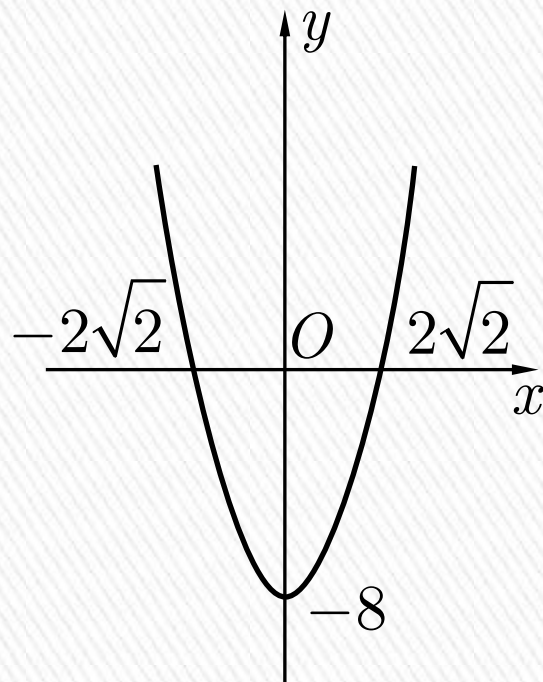
习题1.7 一质点在 xy 平面上运动, 运动函数为 $x = 2t, y = 4t^2 - 8$ (SI)

(1) 求质点运动的轨道方程, 并画出轨道曲线;

(2) 求 $t_1 = 1 \text{ s}$ 和 $t_2 = 2 \text{ s}$ 时, 质点的位置、速度、加速度。

(1) **解:** 运动函数消除掉时间 t 即为轨道方程, 曲线如图:

$$y = x^2 - 8$$



习题1.7 一质点在 xy 平面上运动, 运动函数为 $x = 2t, y = 4t^2 - 8$ (SI)

(1) 求质点运动的轨道方程, 并画出轨道曲线;

(2) 求 $t_1 = 1 \text{ s}$ 和 $t_2 = 2 \text{ s}$ 时, 质点的位置、速度、加速度。

(2) 解: 该质点的速度、加速度方程分别为:

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 8t \end{cases} \quad \begin{cases} a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = 8 \end{cases}$$

分别代入 $t_1 = 1 \text{ s}$ 和 $t_2 = 2 \text{ s}$ 可得

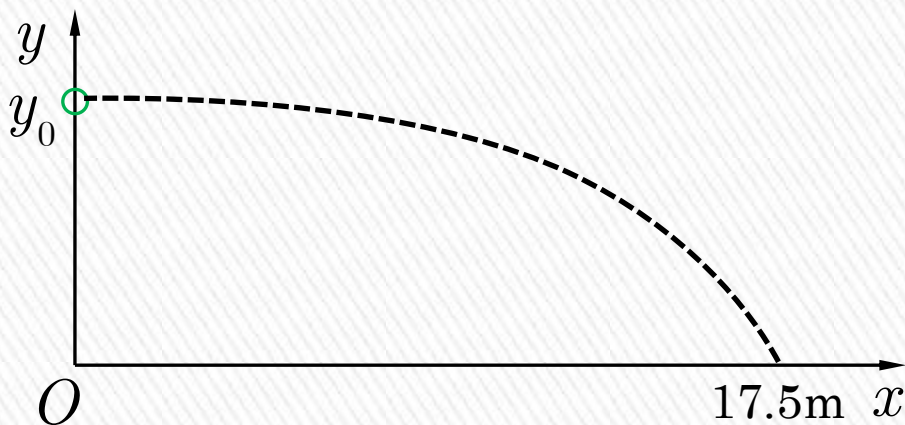
$$\begin{cases} \vec{r}_1 = 2\vec{i} - 4\vec{j} \\ \vec{v}_1 = 2\vec{i} + 8\vec{j} \\ \vec{a}_1 = 8\vec{j} \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{r}_2 = 4\vec{i} + 8\vec{j} \\ \vec{v}_2 = 2\vec{i} + 16\vec{j} \\ \vec{a}_2 = 8\vec{j} \end{cases}$$

习题1.8 男子排球的球网高度为 2.43 m，球网两侧的场地大小都是 9.0 m×9.0 m。一运动员采用跳发球姿势，其击球点高度为3.5 m，离网的水平距离为 8.5m。

(1) 球以多大速度沿水平方向被击出时，才能正好落在对方后方边线上？

解：此时球做平抛运动，建立坐标系，列运动函数为：

$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$



令 $y = 0$ ，求出球的落地时间为 $t = 0.845 \text{ s}$

令 $x = 17.5 \text{ m}$ ，求出球的初速度 $v_x = 20.71 \text{ m/s}$

习题1.8 男子排球的球网高度为 2.43 m，球网两侧的场地大小都是 9.0 m×9.0 m。一运动员采用跳发球姿势，其击球点高度为3.5 m，离网的水平距离为 8.5m。

(2) 球以此速度被击出后，过网时超过网高多少？

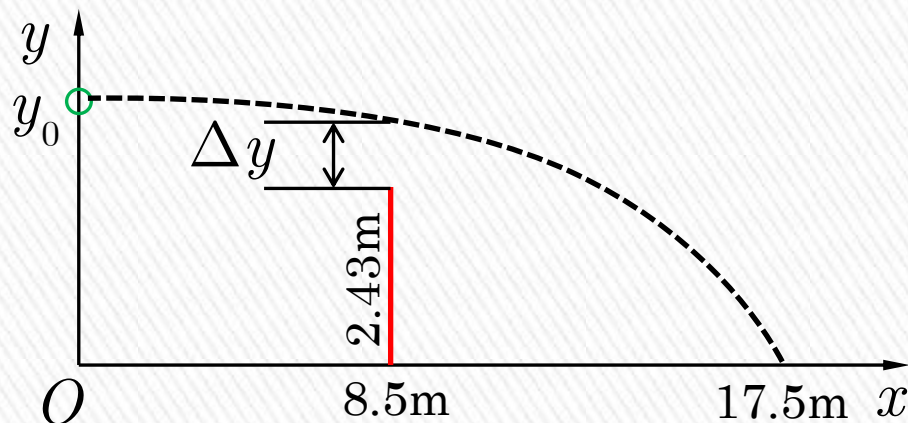
解： 球飞行至球网上方的时间为：

$$t = \frac{8.5}{v_x} = 0.41\text{s}$$

此时球高为：

$$y_t = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 = 2.676\text{m}$$

比球网高： $\Delta y = y_t - 2.43 = 0.246\text{m}$



习题1.8 男子排球的球网高度为 2.43 m，球网两侧的场地大小都是 9.0 m×9.0 m。一运动员采用跳发球姿势，其击球点高度为3.5 m，离网的水平距离为 8.5m。

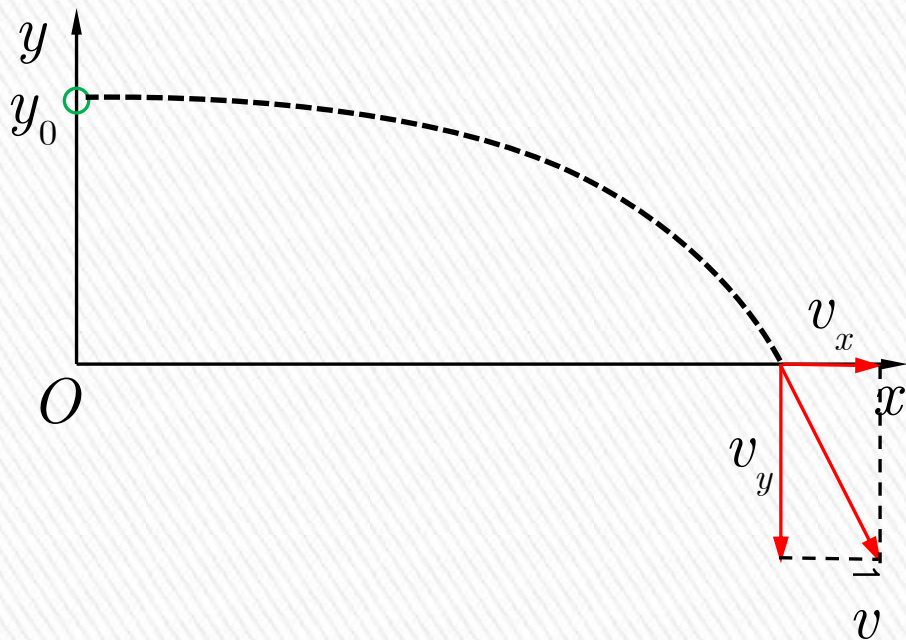
(3) 球落地时的速率有多大？

解： 注意，球落地时既有水平速度又有竖直速度。

水平速度： $v_x = 20.71\text{m/s}$

竖直速度： $v_y = gt = 8.281\text{m/s}$

速率： $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 22.3 \text{ m/s}$



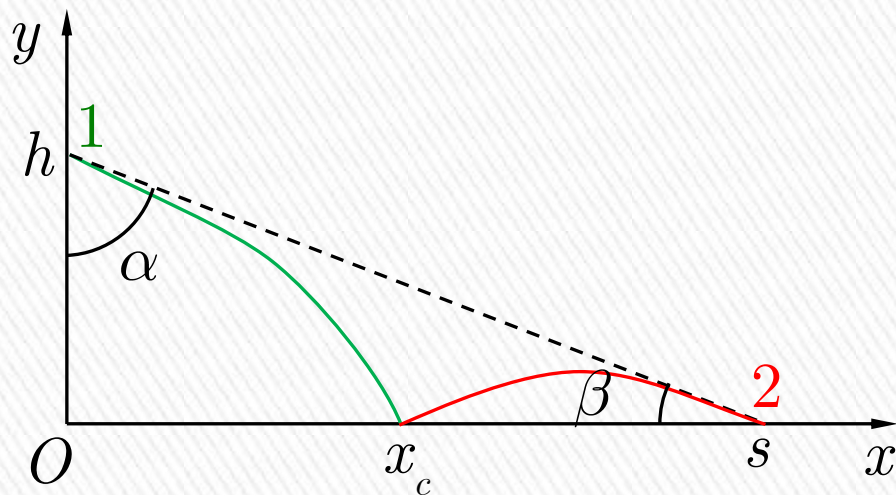
习题1.12 山上和山下两炮各瞄准对方同时以相同初速各发射一枚炮弹，忽略空气阻力，山高 $h = 50 \text{ m}$ ，两炮的水平距离 $s = 200 \text{ m}$ ，这两枚炮弹会不会在空中相碰？要使得它们相碰，它们的速率至少为多少？

解：两炮的运动轨迹如图。

运动方程分别为：

$$\begin{cases} x_1 = v_0 t \sin \alpha \\ y_1 = h - v_0 t \cos \alpha - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = s - v_0 t \cos \beta \\ y_2 = v_0 t \sin \beta - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$



• 根据几何关系可知：

$$\sin \beta = \cos \alpha$$

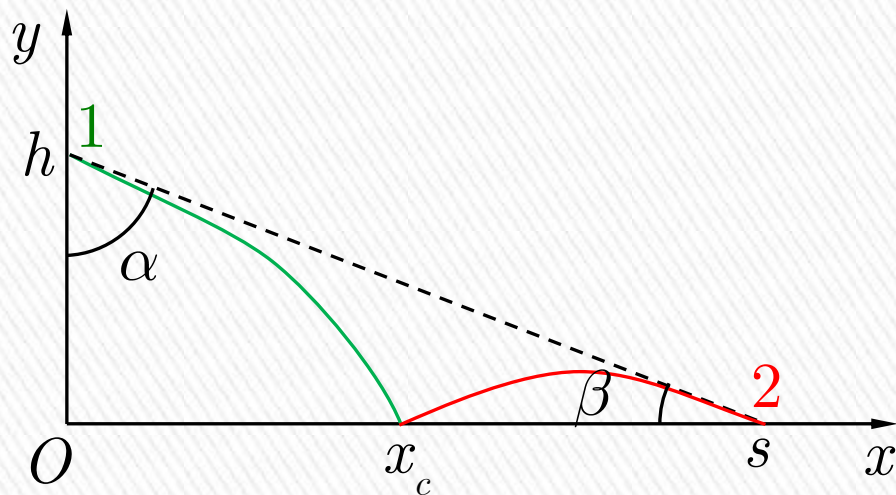
$$\cos \beta = \sin \alpha$$

习题1.12 山上和山下两炮各瞄准对方同时以相同初速各发射一枚炮弹，忽略空气阻力，山高 $h = 50 \text{ m}$ ，两炮的水平距离 $s = 200 \text{ m}$ ，要使得它们相碰，它们的速率至少为多少？

解： 两炮的运动方程：

$$\begin{cases} x_1 = v_0 t \sin \alpha \\ y_1 = h - v_0 t \cos \alpha - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = s - v_0 t \cos \beta \\ y_2 = v_0 t \sin \beta - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$



两炮在空中相碰的条件为： $x_1 = x_2, y_1 = y_2 > 0$

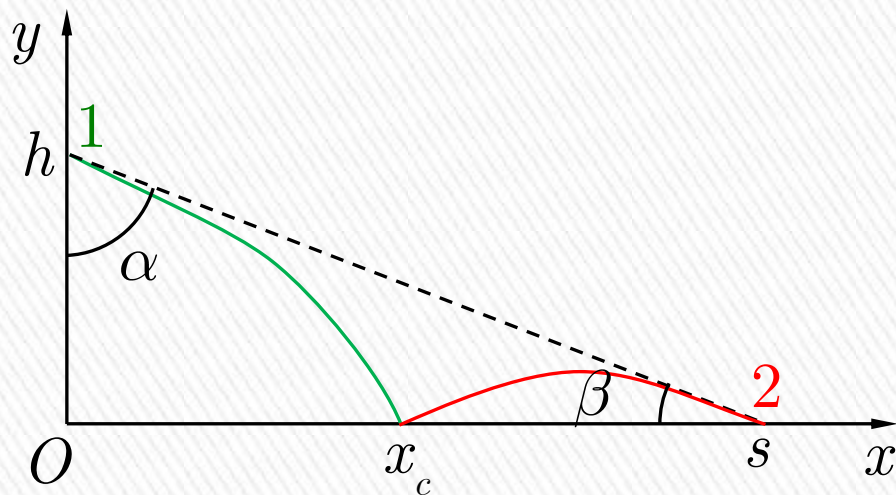
根绝条件 $x_1 = x_2$ 解得碰撞时刻为： $t_c = \frac{s}{2v_0 \sin \alpha}$

习题1.12 山上和山下两炮各瞄准对方同时以相同初速各发射一枚炮弹，忽略空气阻力，山高 $h = 50 \text{ m}$ ，两炮的水平距离 $s = 200 \text{ m}$ ，要使得它们相碰，它们的速率至少为多少？

解： 两炮的运动方程：

$$\begin{cases} x_1 = v_0 t \sin \alpha \\ y_1 = h - v_0 t \cos \alpha - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = s - v_0 t \cos \beta \\ y_2 = v_0 t \sin \beta - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$



两炮在空中相碰的条件为： $x_1 = x_2, y_1 = y_2 > 0$

根绝条件 $y_1 = y_2 > 0$ 解得初速度要求： $v_0 t_c \cos \alpha - \frac{1}{2} g t_c^2 > 0$

习题1.16 北京正负电子对撞机的储存环的周长为 240 m，电子要沿着环以接近光速的速率运行，这些电子运动的向心加速度是重力加速度的多少倍？

解： 计算这个向心加速度时，以光速来代替电子的速率。

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(3 \times 10^8)^2}{240/2\pi} = 2.36 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$$

除以重力加速度 9.8 m/s^2 ，

这个向心加速度约为重力加速度的 2.4×10^{14} 倍。

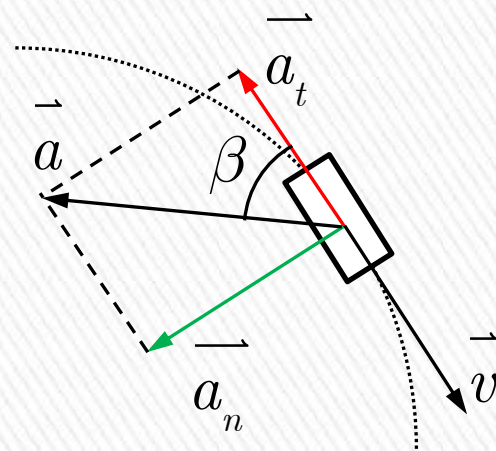
习题1.17 汽车在半径 $R = 400 \text{ m}$ 的圆弧弯道上减速行驶。设在某一时刻，汽车速率为 $v = 10 \text{ m/s}$ ，切向加速度 $a_t = 0.2 \text{ m/s}^2$ ，求汽车的法向加速度和总加速度的大小和方向。

解： 汽车的法向加速度为

$$a_n = \frac{v^2}{R} = 0.25 \text{ m/s}^2$$

总加速度大小为 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 0.32 \text{ m/s}^2$

方向与切线方向夹角为： $\beta = \arctan \frac{a_n}{a_t} \approx 51.34^\circ$

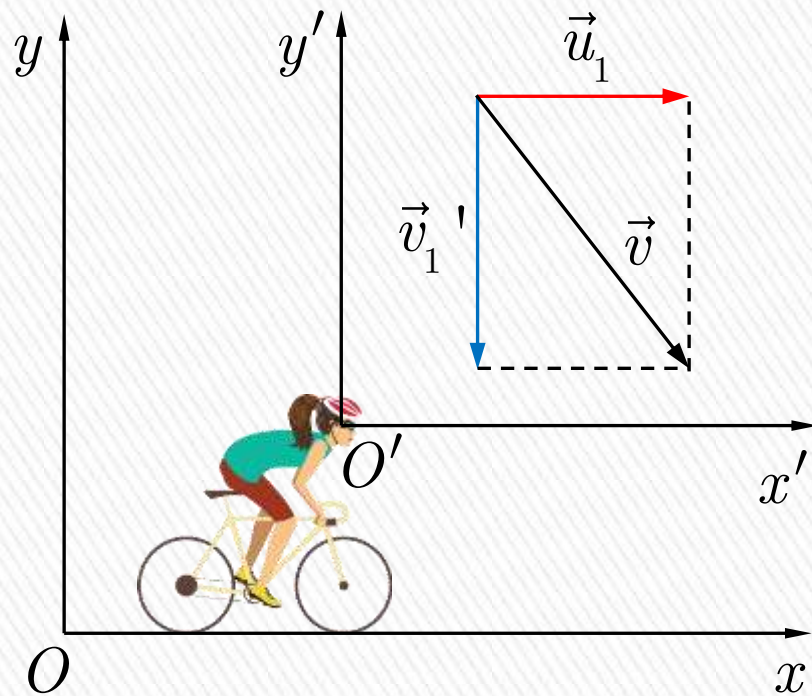


习题1.22 一人骑车以18 km/h 的速率自东向西行进时，看见雨点垂直下落，当他的速率增至 36 km/h 时看见雨点与他前进的方向成 120° 角下落，求雨点对地面的速度。

解： 设地面坐标系为 xOy ，骑行者坐标系为 $x'O'y'$ ，二者之间的相对速度即骑行速度 \vec{u} 。设雨点在地面坐标系里的速度为 \vec{v} ，在骑行者坐标系里的速度为 \vec{v}' 。

当骑行速度为 $\vec{u}_1 = 18 \text{ km/h}$ 时，雨点在骑行坐标系里的速度为 \vec{v}'_1 ，它们的矢量关系为：

$$\vec{v} = \vec{u}_1 + \vec{v}'_1 = 18\vec{i} - v'_1\vec{j}$$

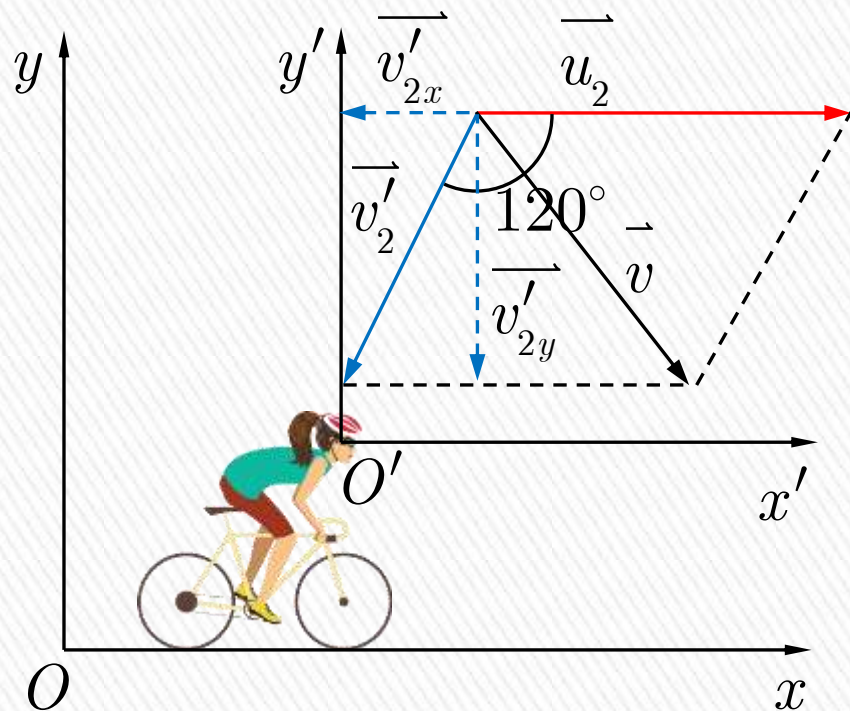


习题1.22 一人骑车以18 km/h 的速率自东向西行进时，看见雨点垂直下落，当他的速率增至 36 km/h 时看见雨点与他前进的方向成 120° 角下落，求雨点对地面的速度。

解： 设地面坐标系为 xOy ，骑行者坐标系为 $x'O'y'$ ，二者之间的相对速度即骑行速度 \vec{u} 。设雨点在地面坐标系里的速度为 \vec{v} ，在骑行者坐标系里的速度为 \vec{v}' 。

当骑行速度为 $\vec{u}_2 = 36 \text{ km/h}$ 时，雨点在骑行坐标系里的速度为 \vec{v}'_2 ，它们的矢量关系为：

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \vec{u}_2 + \vec{v}'_2 \\ &= u_2 - v'_{2x} \vec{i} - v'_{2y} \vec{j} \\ &= 36 - \frac{\sqrt{3}}{3} v'_1 \vec{i} - v'_1 \vec{j}\end{aligned}$$



习题1.22 一人骑车以18 km/h 的速率自东向西行进时，看见雨点垂直下落，当他的速率增至 36 km/h 时看见雨点与他前进的方向成 120° 角下落，求雨点对地面的速度。

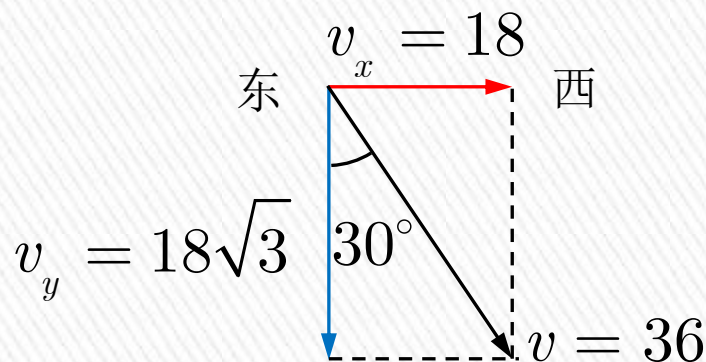
解： 设地面坐标系为 xOy ，骑行者坐标系为 $x'O'y'$ ，二者之间的相对速度即骑行速度 \vec{u} 。设雨点在地面坐标系里的速度为 \vec{v} ，在骑行者坐标系里的速度为 \vec{v}' 。

两组矢量关系组成方程组：

$$\begin{cases} \vec{v} = 18\vec{i} - v'_1\vec{j} \\ \vec{v} = 36 - \frac{\sqrt{3}}{3}v' \vec{i} - v'_1\vec{j} \end{cases}$$

解得： $\vec{v} = 18\vec{i} - 18\sqrt{3}\vec{j}$

即：雨点对地面的速度大小为
36 km/h，方向如图。



习题1.23 飞机 A 以 $v_A = 1000 \text{ km/h}$ 的速率(相对地面)向南飞行, 同时另一架飞机 B 以速率 $v_A = 800 \text{ km/h}$ 向东偏南 30° 方向飞行。求 A 机相对于 B 机的速度和 B 机相对于 A 机的速度。

解: A 机相对于 B 机的速度

$$\begin{aligned}\vec{v}_{AB} &= \vec{v}_A - \vec{v}_B \\ &= -1000\vec{j} - 800\cos 30^\circ\vec{i} - 800\sin 30^\circ\vec{j} \\ &= -692.82\vec{i} - 600\vec{j}\end{aligned}$$

B 机相对于 A 机的速度

$$\begin{aligned}\vec{v}_{BA} &= \vec{v}_B - \vec{v}_A \\ &= 800\cos 30^\circ\vec{i} - 800\sin 30^\circ\vec{j} + 1000\vec{j} \\ &= 692.82\vec{i} + 600\vec{j}\end{aligned}$$

