

大学物理(1)



雲南大學

第 15 章 电磁感应

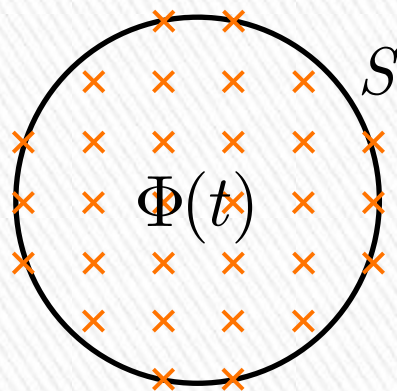
15.1 法拉第电磁感应定律

- » 1820年，丹麦物理学家奥斯特的发现第一次揭示了电流能够产生磁场，之后法国物理学家安培和菲涅耳提出“磁场是否能激起电流？”
- » 经过10年的研究，1831年8月29日，英国科学家法拉第第一次在实验中观察到：当穿过闭合线圈的磁通量改变时，线圈中会出现电流。
- » 这一现象被称为**电磁感应**。

- » **感应电动势**等于**磁通量对时间的变化率**的相反量：

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

其中 $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$



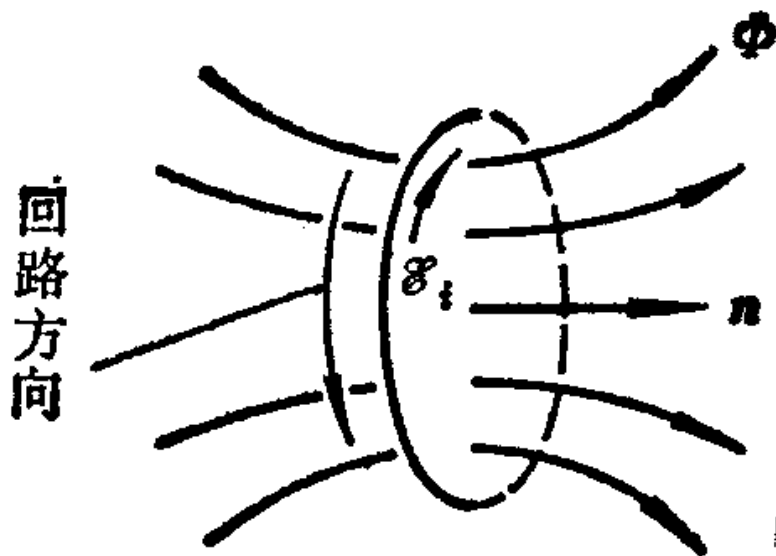
Michael Faraday
1791.9.22-1867.8.25

15.1 法拉第电磁感应定律

- » **楞次定律**：闭合回路中**感应电流的方向**，总是使它所激发的磁场来**阻止**引起感应电流的磁通量的**变化**。
- » **楞次定律**是**能量守恒定律**在电磁感应现象上的具体体现。

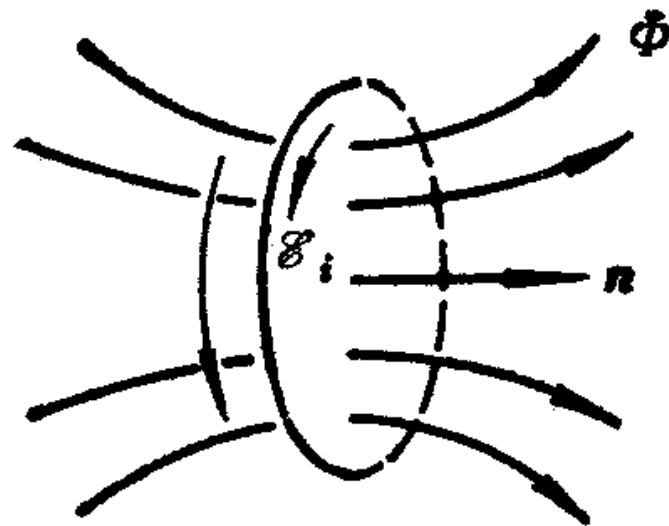
15.1 法拉第电磁感应定律

» 用楞次定律来判断感应电流方向：



(a) Φ 为正值, $|\Phi|$ 增加,

$$\frac{d\Phi}{dt} > 0$$

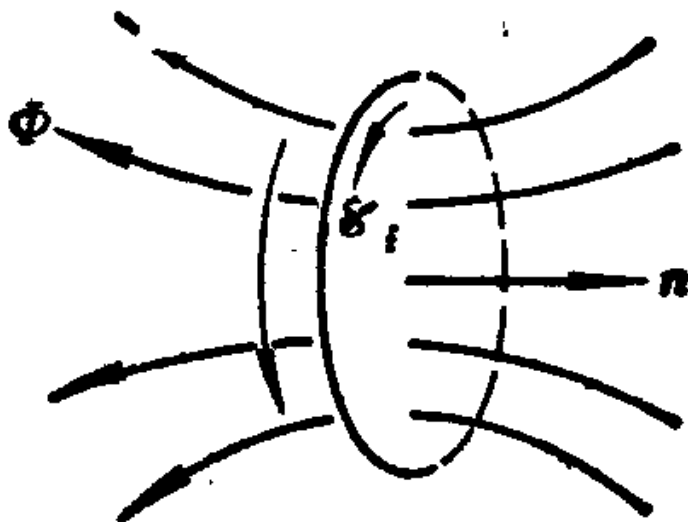


(b) Φ 为正值, $|\Phi|$ 减少,

$$\frac{d\Phi}{dt} < 0$$

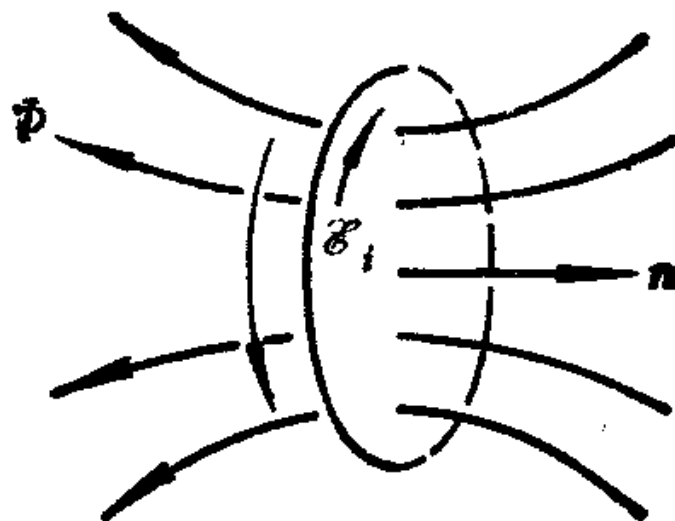
15.1 法拉第电磁感应定律

» 用楞次定律来判断感应电流方向：



(c) Φ 为负值, $|\Phi|$ 增加,

$$\frac{d\Phi}{dt} < 0$$



(d) Φ 为负值, $|\Phi|$ 减少,

$$\frac{d\Phi}{dt} > 0$$

15.1 法拉第电磁感应定律

» 全磁通和磁链

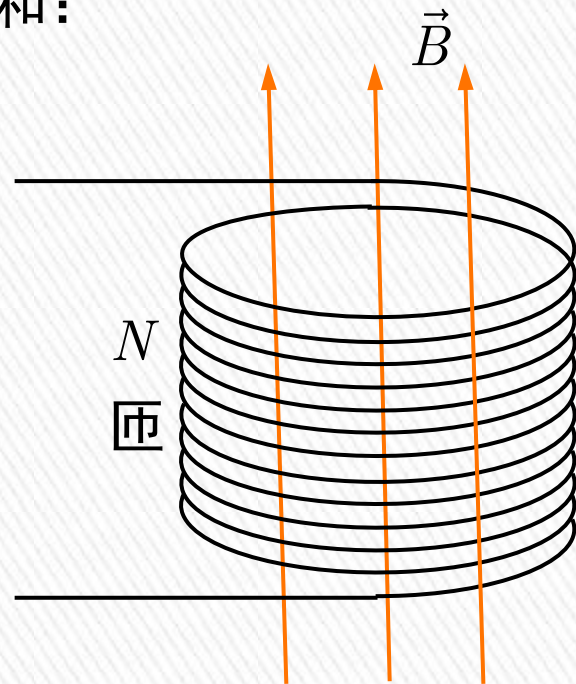
- > 工程上使用的线圈通常不止一匝，而是许多匝。
- > 这些线圈在电学上是串联的关系，因此，所有线圈总的感应电动势，等于每个线圈产生的感应电动势的和：

$$\mathcal{E} = - \left(\frac{d\Phi_1}{dt} + \frac{d\Phi_2}{dt} + \frac{d\Phi_3}{dt} + \cdots + \frac{d\Phi_N}{dt} \right)$$

$$= - \frac{d \sum_{i=1}^N \Phi_i}{dt}$$

$$= - \frac{d\Psi}{dt}$$

这里 $\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i$ 称为**全磁通**，读作[psai]。



如果每个线圈的磁通量相等，都是 Φ ，则： $\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt}$

例：无限长直导线中通有随时间变化的电流 $I = \alpha t$ ， α 为大于 0 的常数。右侧放置一个刚性矩形线圈。试求：(1) 线圈中感应电动势的大小。(2) 如果线圈的内阻为 R ，那么其中的电流 I_i 为多大，方向又如何？

(1) 解：无限长直导线周围的磁感应强度为

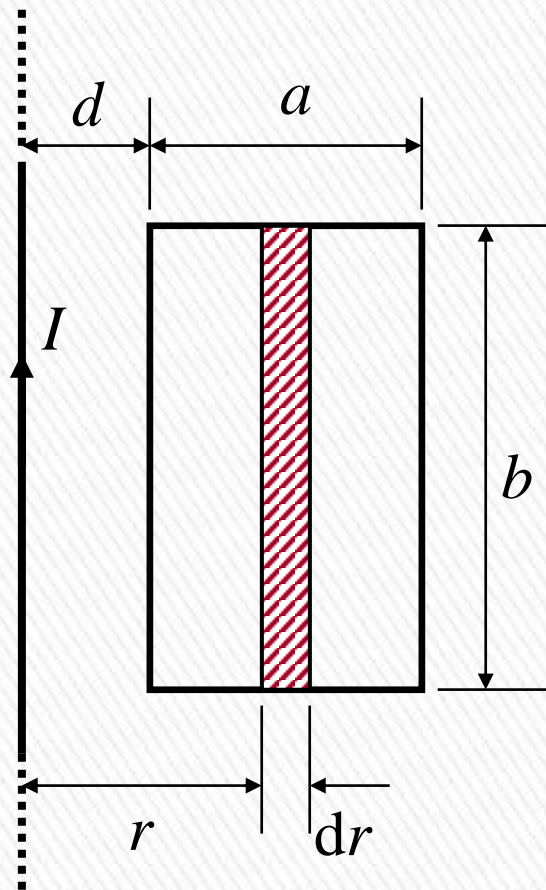
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \text{ 方向 } \otimes$$

则线圈中的磁通量为：

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_d^{a+d} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot b \cdot dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \frac{a+d}{d} \\ &\stackrel{\text{代入 } I=\alpha t}{=} \frac{\mu_0 \alpha t b}{2\pi} \ln \frac{a+d}{d} \end{aligned}$$

感应电动势为：

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 \alpha b}{2\pi} \ln \frac{a+d}{d}$$



例：无限长直导线中通有随时间变化的电流 $I = \alpha t$ ， α 为大于 0 的常数。右侧放置一个刚性矩形线圈。试求：(1) 线圈中感应电动势的大小。(2) 如果线圈的内阻为 R ，那么其中的电流 I_i 为多大，方向又如何？

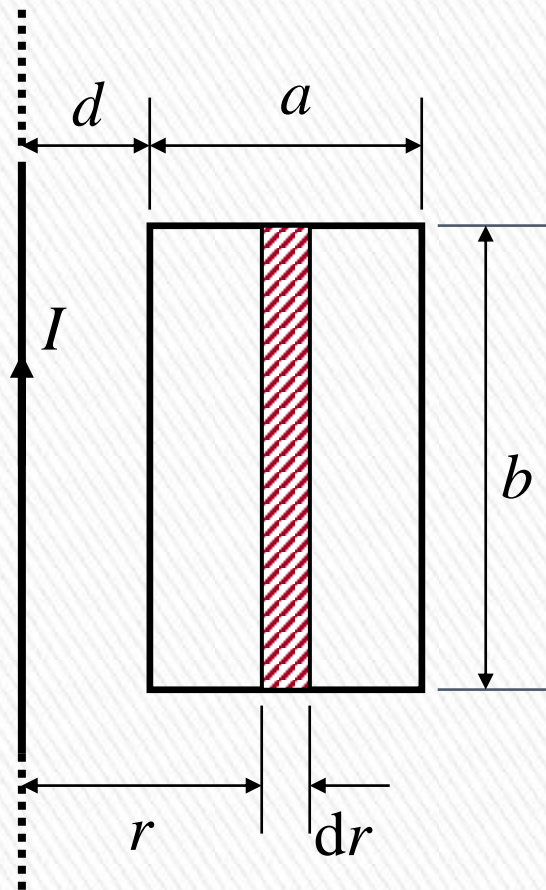
(2) 解： 感应电动势为

$$\mathcal{E} = -\frac{\mu_0 \alpha b}{2\pi} \ln \frac{a+d}{d}$$

则线圈中的电流大小为：

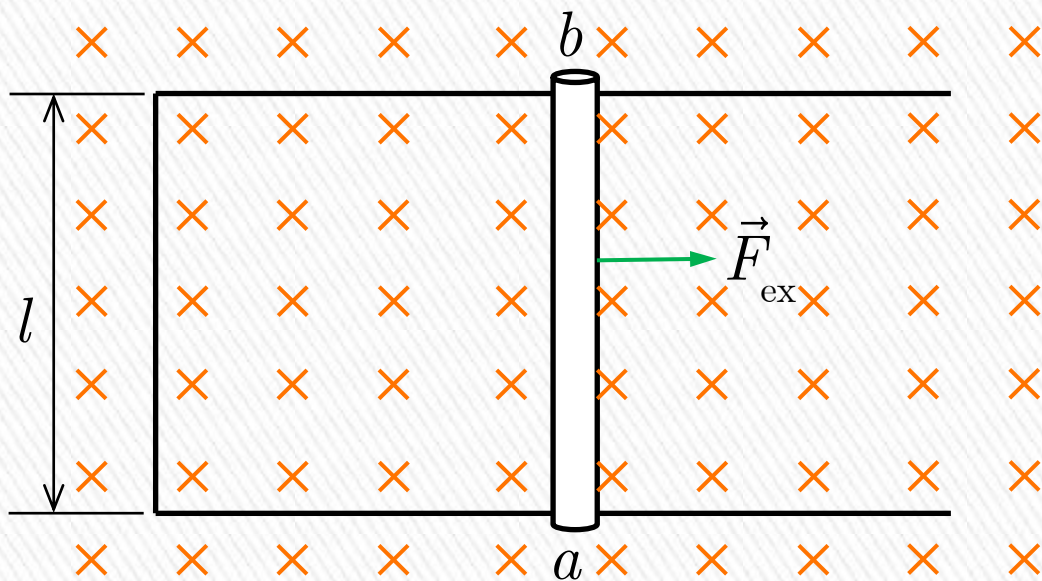
$$I_i = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{\mu_0 \alpha b}{2\pi R} \ln \frac{a+d}{d}$$

由楞次定律得，其方向为逆时针。



15.2 动生电动势

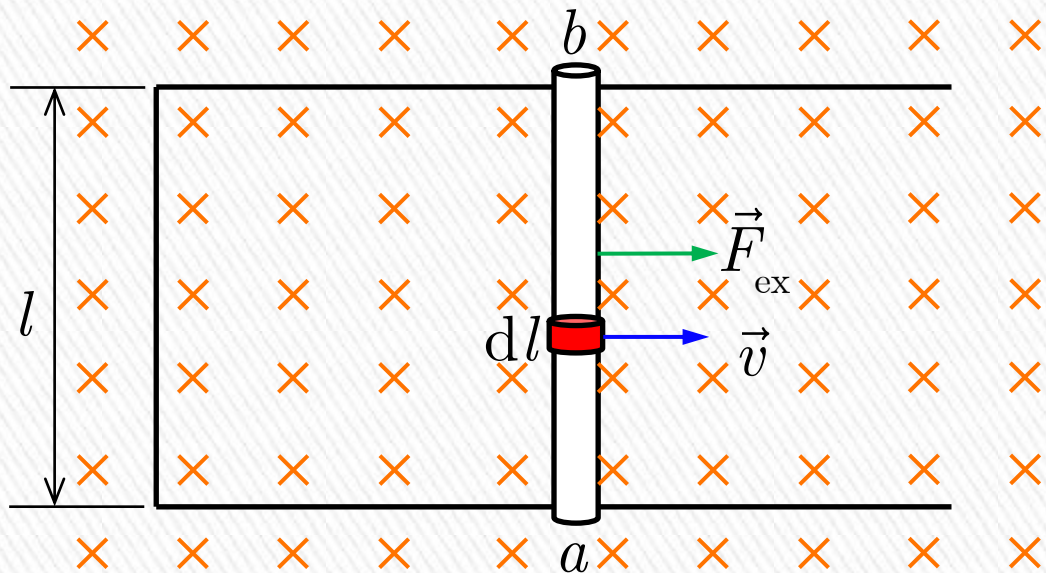
- » 当导体在磁场中**切割磁力线**运动时，其两端会产生电动势，这一电动势称为**动生电动势**。
- » 如图所示，在 U 型导体轨道上放置一根导线棒 ab ，对导线棒施加外力 F_{ex} ， F_{ex} 做功，导体内部带电粒子所受的**洛伦兹力**将外力所做的功**转换**为电能。



15.2 动生电动势

» 当导体在外力 F_{ex} 作用下达到速度 v 时，导体中的**动生电动势**为：

$$\mathcal{E} = \int_{(a)}^{(b)} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}, \quad d\vec{l} \text{ 的方向为 } a \rightarrow b.$$



» 对于如图的均匀磁场、直导线棒以及速度与磁场方向垂直的情况，

$$\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = vBl$$

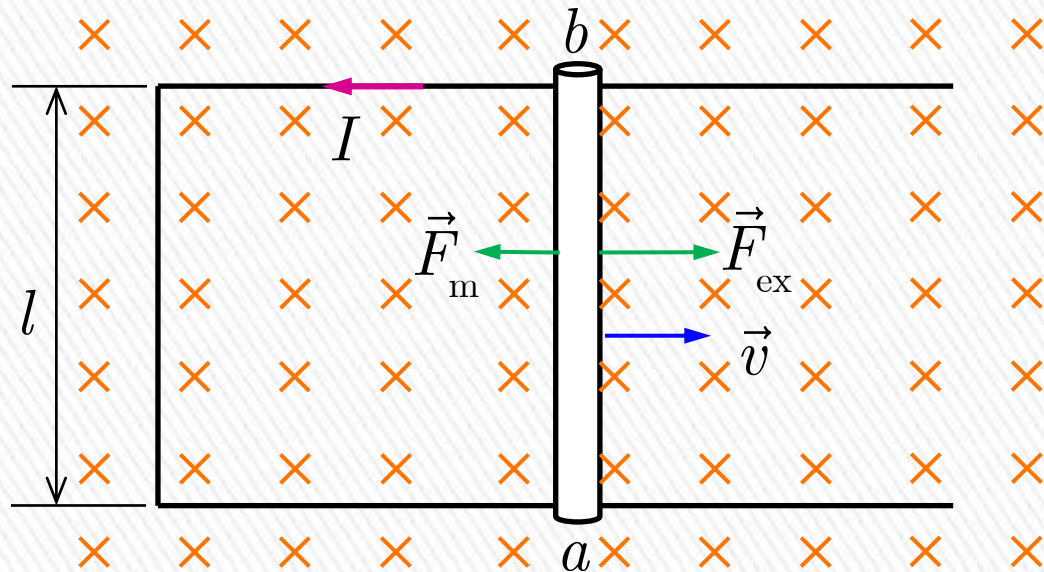
15.2 动生电动势

» 对于均匀磁场、直导线棒以及速度与磁场方向垂直的情况，

$$\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = vBl$$

» 若导线棒和轨道的总内阻为 R ，则其中的感应电流为

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{vBl}{R}$$



» 当导线棒中产生电流时，它便受到磁场的安培力，其方向和外力反向，其大小为：

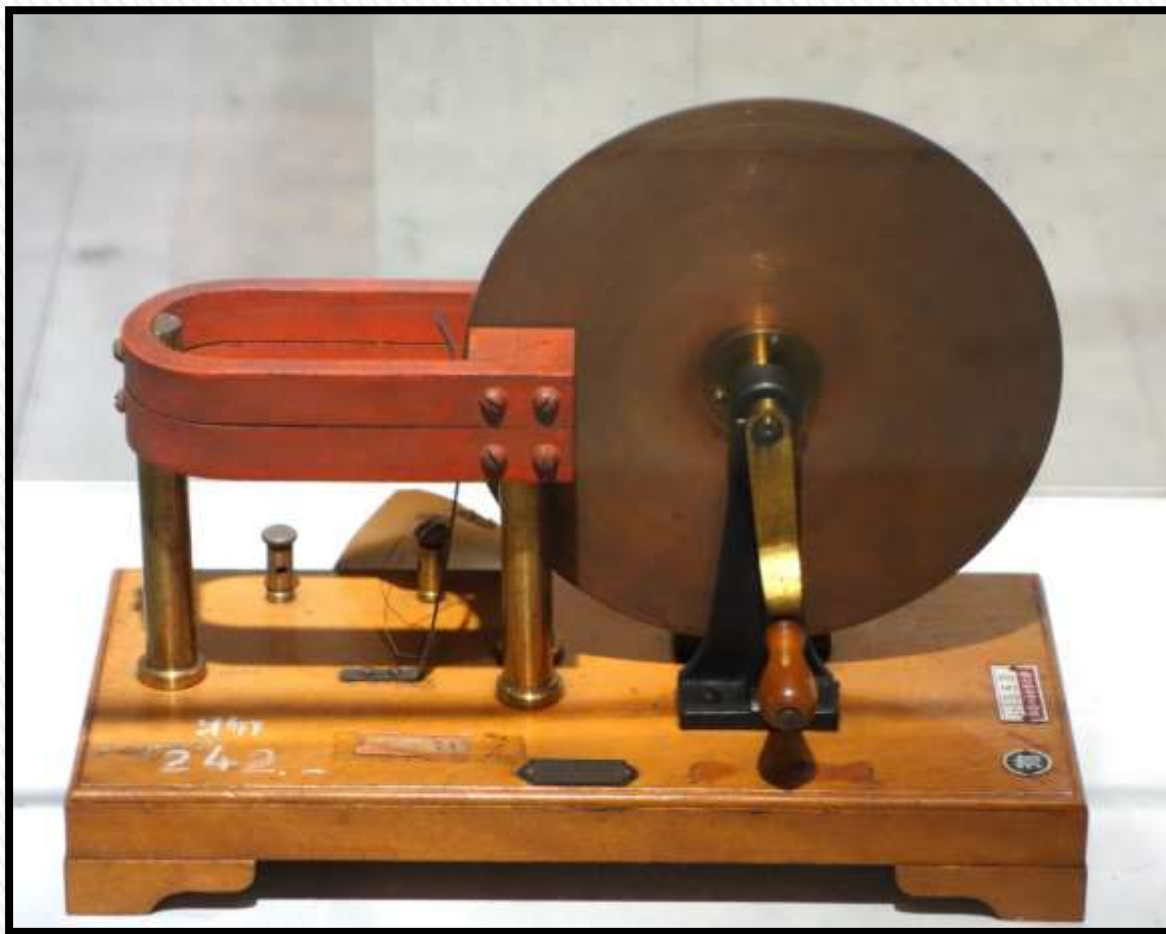
$$F_m = IlB = \frac{vB^2l^2}{R}$$

» 当导体所受的外力和安培力平衡时，导体达到最大速率。

$$F_m = \frac{vB^2l^2}{R} = F_{ex} \Rightarrow v = \frac{F_{ex} R}{B^2l^2}$$

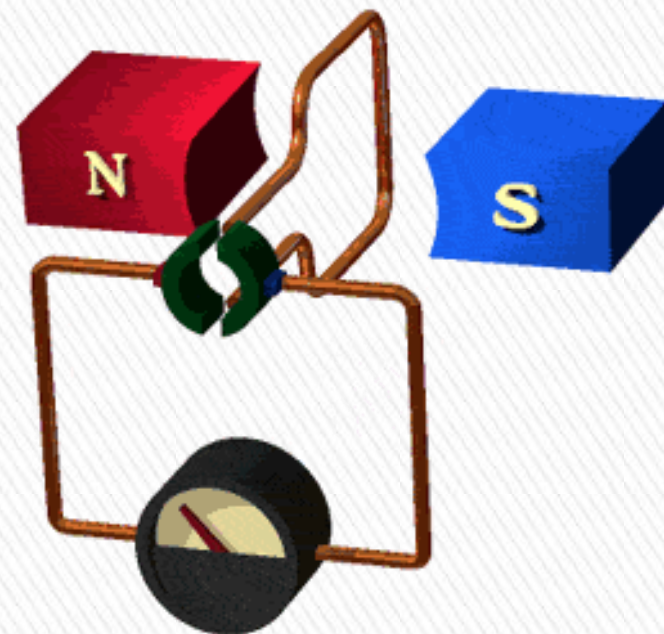
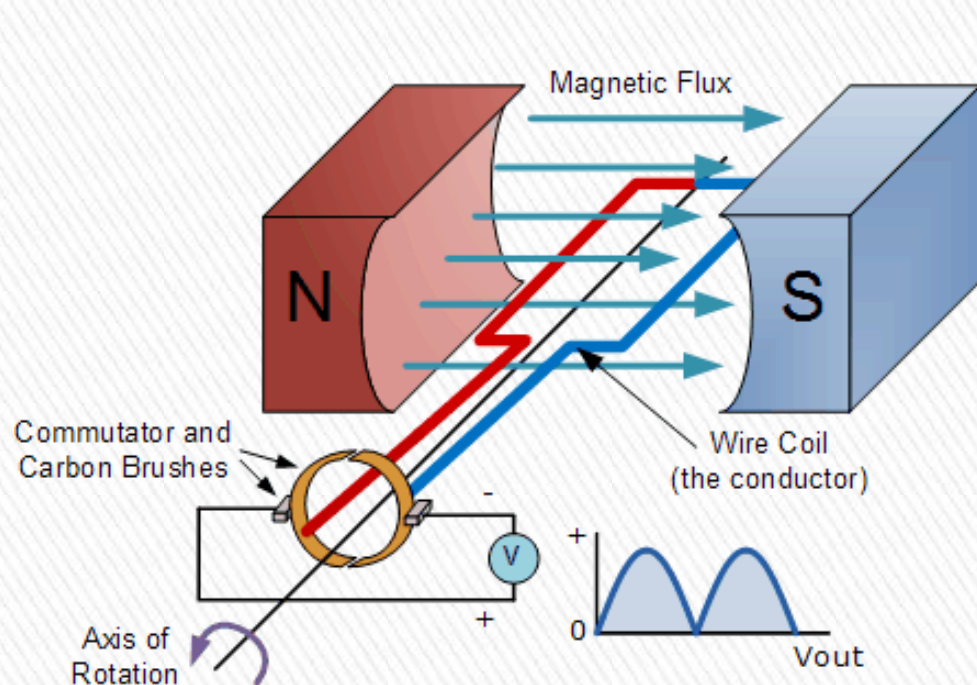
15.2 动生电动势

- » 法拉第利用导体切割磁力线产生动生电动势的原理，发明了人类历史上第一台发电机——法拉第圆盘发电机。

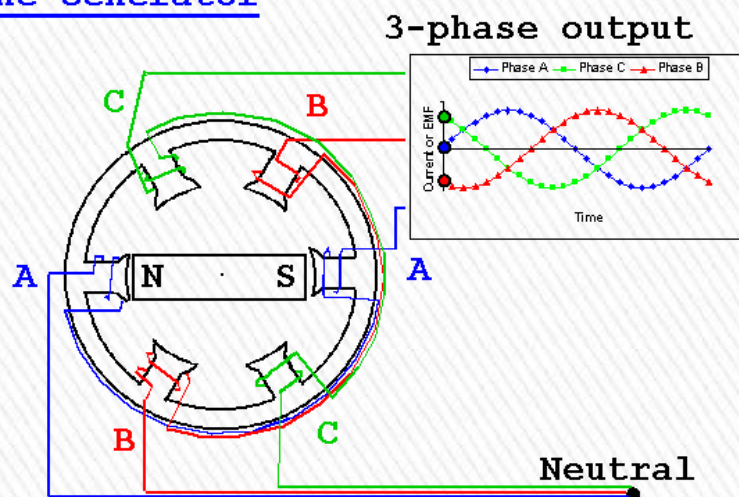


法拉第圆盘发电机

15.2 动生电动势：交流发电机的原理

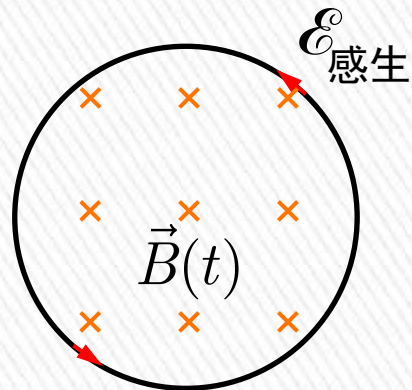


The Generator



15.3 感生电动势和感生电场

» **感生电动势**：如果导体回路不动，其中的磁场随时间发生变化，也会产生感应电动势，称为**感生电动势**。



» **交流变压器原理**：

> 变压器输入端的电压为

$$u_{\text{in}}(t) = U_{\text{in}} \sin \omega t$$

> 所产生的电流为：

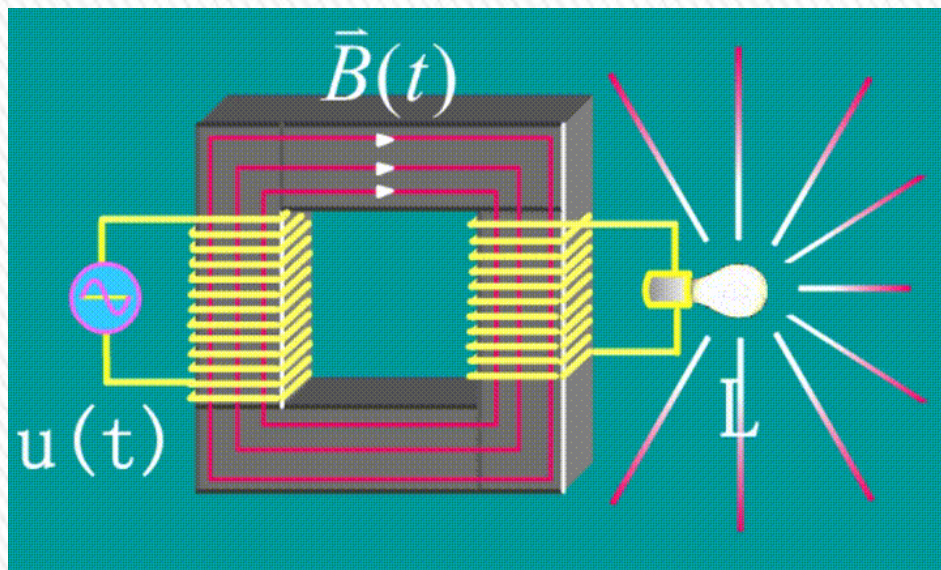
$$i_{\text{in}}(t) = I_{\text{in}} \cos \omega t$$

> 该电流产生的磁通量为：

$$\phi(t) = \Phi \cos \omega t$$

> 输出端的感应电动势为：

$$u_{\text{out}}(t) = U_{\text{out}} \sin \omega t$$



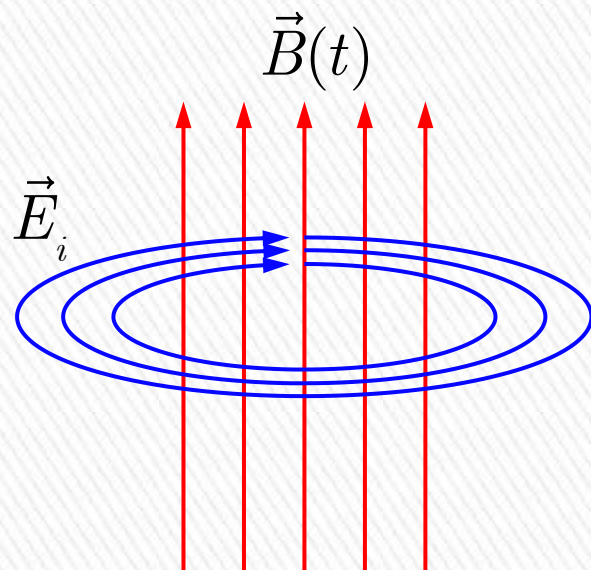
15.3 感生电动势和感生电场

- » 法拉第和麦克斯韦分别先后从实验和理论的角度研究了变化的磁场产生电场的问题。
- » 法拉第认为导体中变化的磁场将会在导体中产生感应电场，这个电场正是产生感应电动势的电场，称之为**感生电场**。

> 电磁炉原理。

- » 而麦克斯韦则进一步指出，变化的磁场不仅会在导体中，也会在空间中产生电场。

> 电磁波的预测和发现。



15.3 感生电动势和感生电场

» 感生电场和静电场的不同点：

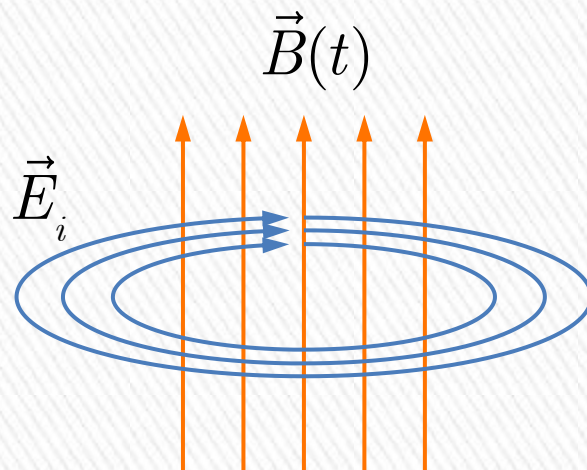
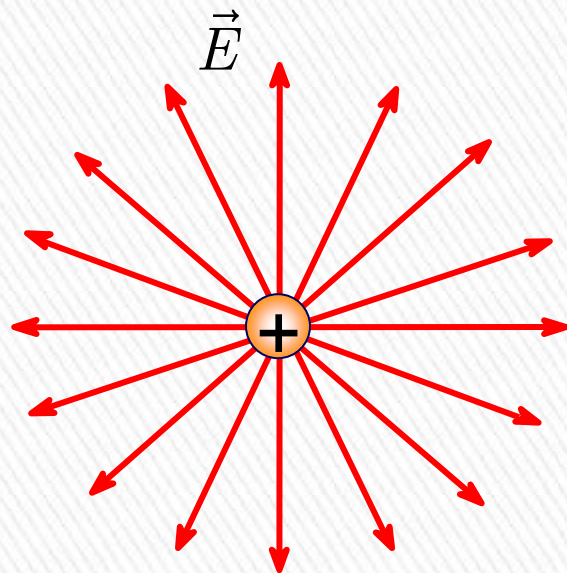
- > 静电场由相对静止的电荷产生，是**有源场**；感生电场由变化的磁场感应而生，是**无源场**；
- > 静电场是**保守场**，感生电场是**非保守场**；
- > 静电场的场线是非闭合的，感生电场的场线是闭合的。

» 感生电场和静电场的相同点：

- > 二者对场中电荷的电场力均为：

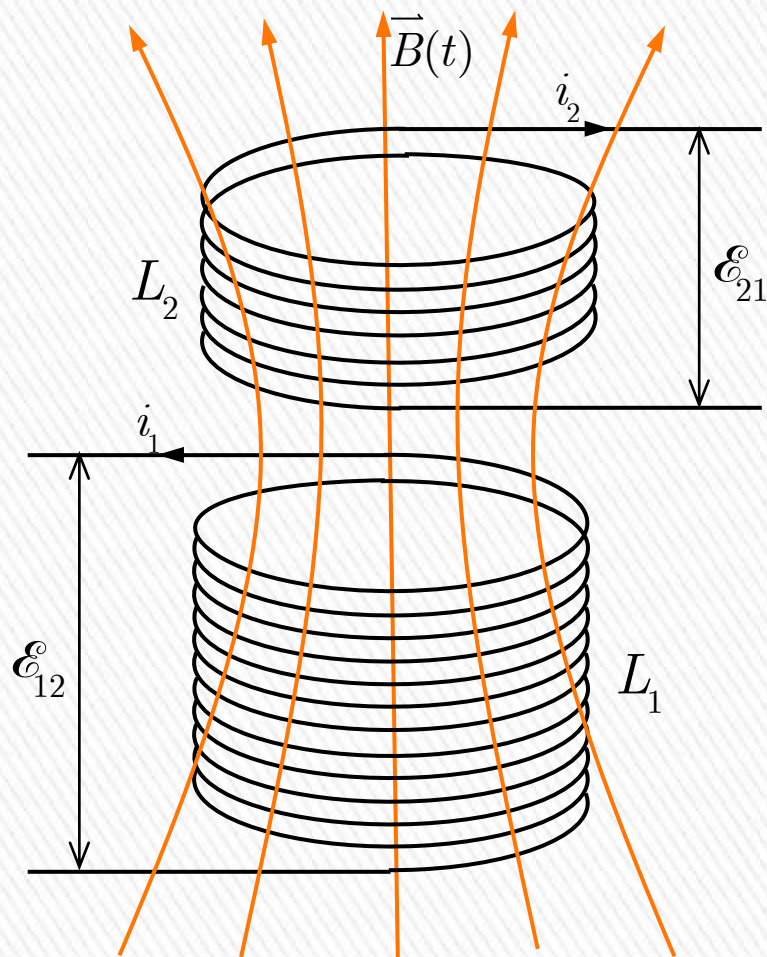
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- > 二者均对场中的电荷做功。



15.4 互感

- » 一闭合导体回路，当其中的电流随时间变化时，它周围的磁场也随时间变化；
- » 在它附近的另一导体回路受到影响，其中也会产生感生电动势，这种电动势叫做**互感电动势**。
- » 这种现象叫做**互感**。
- » 显然，**两个导体的互感作用是对称的**。



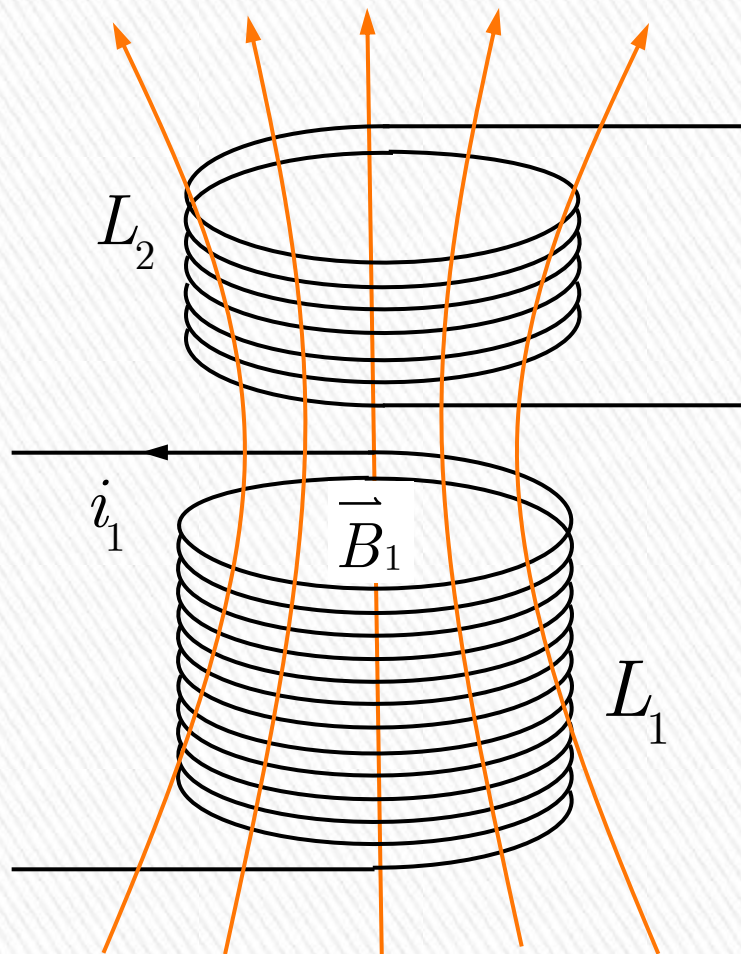
15.4 互感

- » 互感系数的单位为 **亨利(H)**。
- » 互感系数由两个线圈的几何形状、相对位置、各自匝数和磁介质决定，与它们的电流大小无关。

» 互感系数的求法：

- > 给线圈 L_1 通上电流 i_1 ，求这个电流产生的磁感应强度 B_1 ；
- > 计算线圈 L_2 上的磁链 Ψ ；
- > 互感系数为：

$$M = \frac{\Psi}{i_1}$$



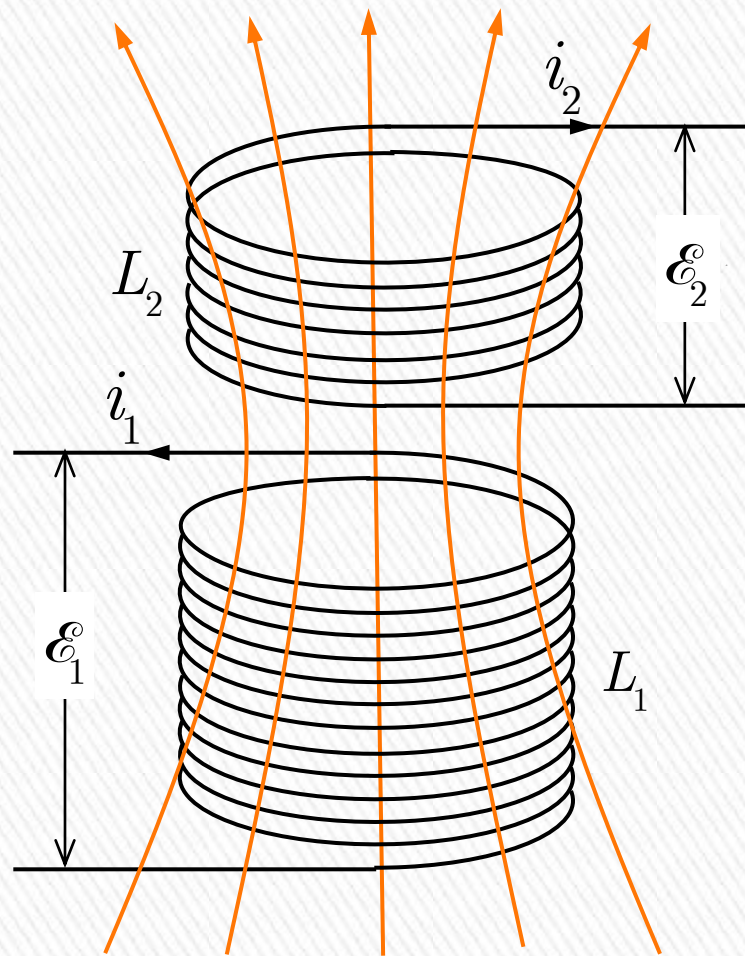
15.4 互感

- » 当两个线圈之间存在互感时，其中一个线圈的电流随时间变化，会在另一个线圈中感应出电动势。
- » 线圈 L_1 中的电流随时间变化时，线圈 L_2 中的感生电动势为：

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$

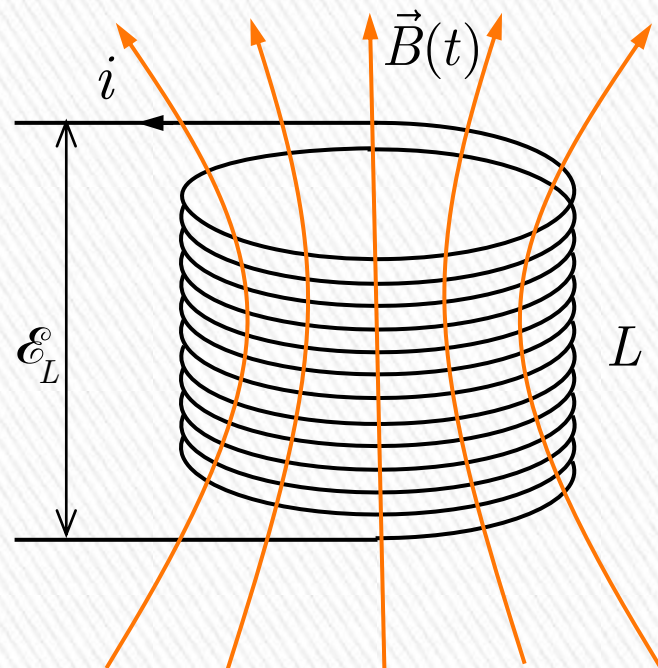
- » 相应地，线圈 L_2 中的电流变化时，线圈 L_1 中的感生电动势为：

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$



15.5 自感

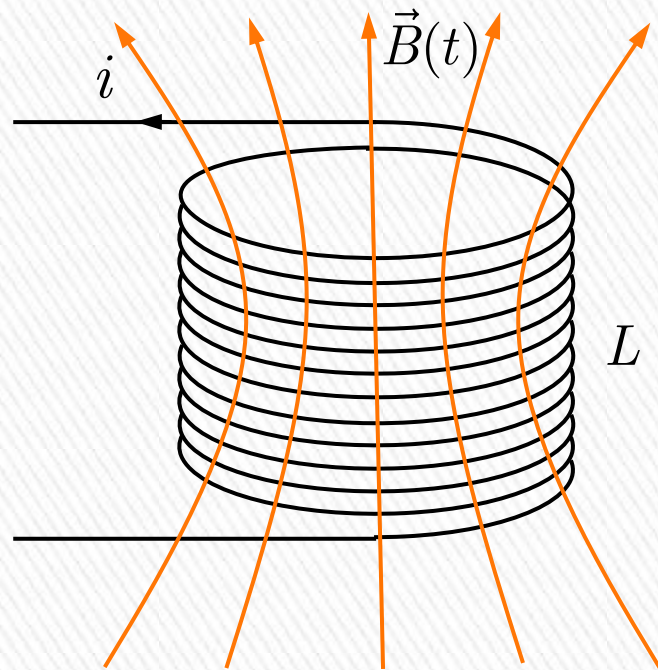
- » 即使只有一个导体回路，当通过回路的电流随时间变化时，回路内部也会产生感生电动势，这一电动势称为**自感电动势**。
- » 线圈的自感系数简称**自感**或者**电感**，单位也是**亨利(H)**。
- » 与互感类似，自感系数仅由线圈自身的物理参数决定，与电流无关。
- » 含有磁介质、**自感系数比较高的**的电子元件被称为**电感器**。



15.5 自感系数的求法

- » 给线圈 L 通上电流 i ，求该电流产生的磁感应强度；
- » 计算该线圈的磁链 Ψ ；
- » 该线圈的自感系数为：

$$L = \frac{\Psi}{i}$$



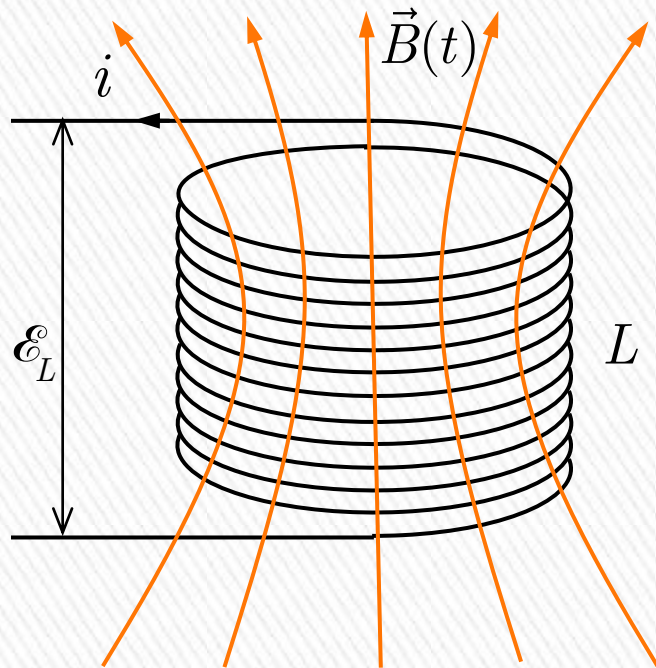
15.5 自感

» 自感电动势为：

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

» 式中的符号表示自感电动势始终**阻碍**电流 i 的变化，与**楞次定律**内容一致。

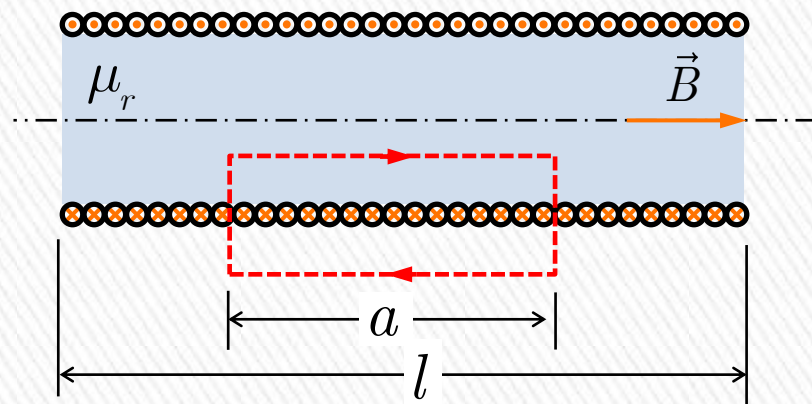
- > 当电流 i 随时间增大时，自感电动势与外加电压反向；
- > 当电流 i 随时间减小时，自感电动势与外加电压同向。



例：一长直螺线管，单位长度上绕有 n 匝线圈，总长度为 l ，横截面积为 S ，螺线管中填充磁导率为 μ_r 的磁介质，计算该直螺线管的自感。

解：自感系数 $L = \frac{\Psi}{i}$

因此在线圈中通电流 i ，求其所产生的全磁通 Ψ ，二者相除即可得到 L 。



取如图红色虚线所示的安培环路，则由磁场强度 H 的环路定理得：

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{r} = H \cdot a = ani \Rightarrow H = ni$$

则磁感应强度： $B = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 \mu_r ni$

螺线管的全磁通： $\Psi = NBS = nl \cdot \mu_0 \mu_r ni \cdot S = \mu_0 \mu_r n^2 ilS$

螺线管的自感： $L = \frac{\Psi}{i} = \mu_0 \mu_r n^2 lS$

P 419 例 15.7: 一根电缆由同轴的两个金属圆柱面构成，半径分别为 R_1 和 R_2 ，管壁之间充满相对磁导率为 μ_r 的磁介质，电流由内管流走，外管流回。求单位长度这种电缆的自感系数。

解: 同轴电缆内部 $\Psi = \Phi$ ，自感 L 为：

$$L = \Phi / I$$

当电缆中通有如图所示的电流 I ，根据安培环路定理得，磁介质中的磁感应强度为

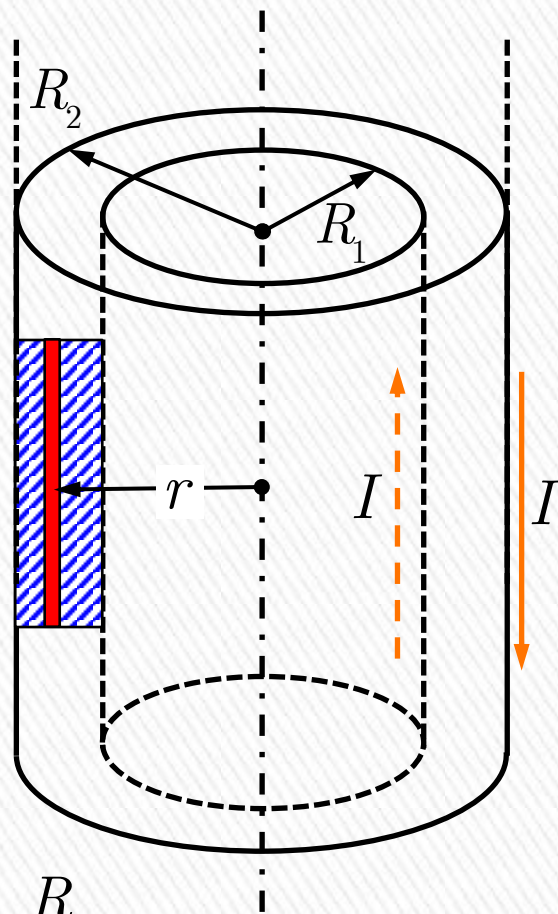
$$B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$$

在磁介质中取一个高度为单位长度的截面，则通过该截面的磁通量为：

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} \cdot 1 \cdot dr = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

则单位长度该电缆的自感为：

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$





同轴电缆



BNC同轴连接器



SMA同轴连接器

15.6 磁场的能量

» 电感器是常用的电子元器件，可储存磁场能量。

» 大小为 L 的电感器，当流过它的电流为 I 时，它所存储的能量为：

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \Phi I = \frac{1}{2} \frac{\Phi}{L}$$

» 单位体积内的磁场能量为：

$$w_m = \frac{1}{2} B H$$

