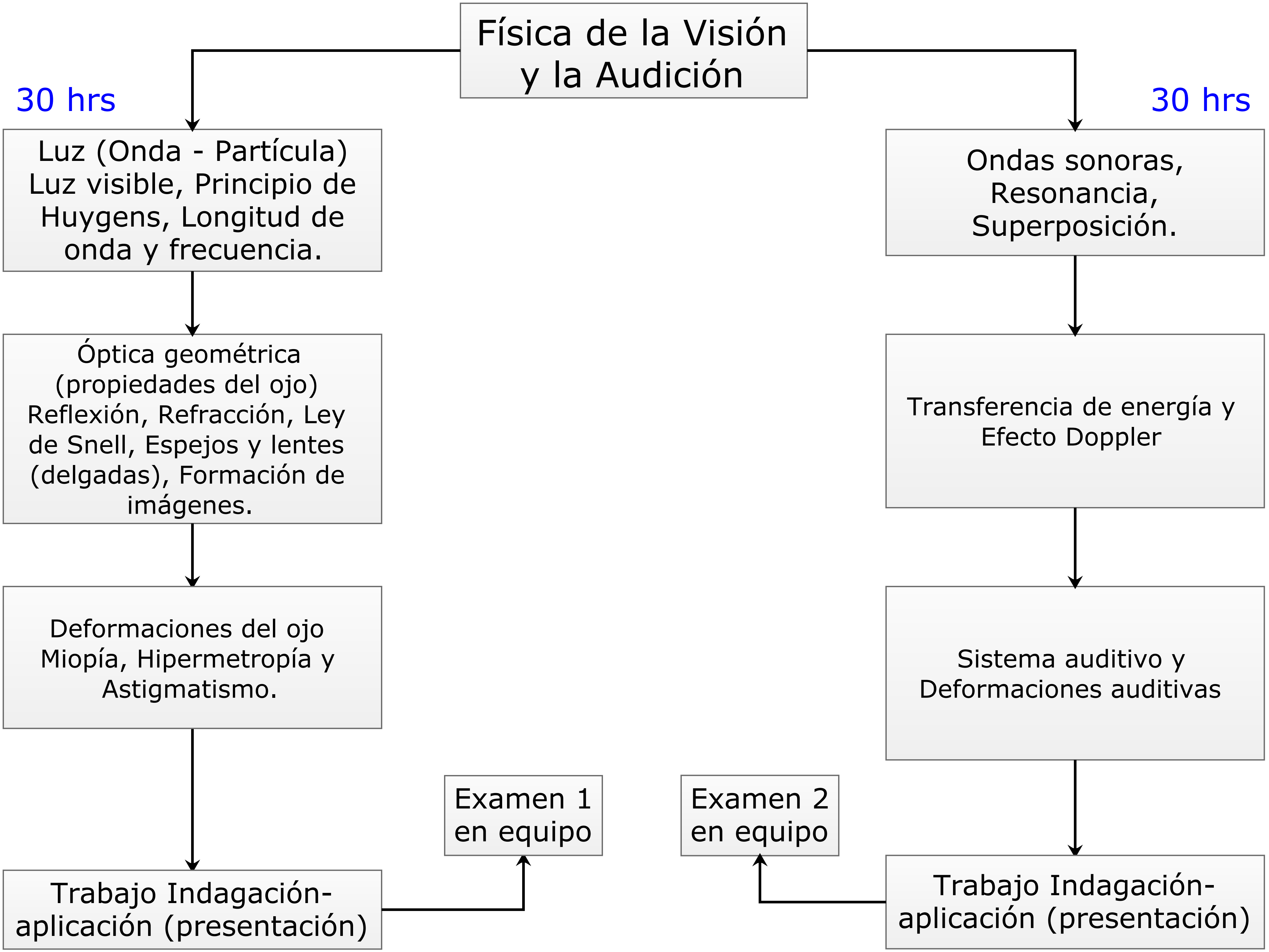
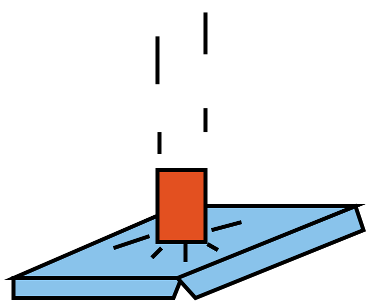

Física de la Visión y la Audición
30 hrs
Luz (Onda - Partícula) Luz visible, Principio de Huygens, Longitud de onda y frecuencia.
Óptica geométrica (propiedades del ojo) Reflexión, Refracción, Ley de Snell, Espejos y lentes (delgadas), Formación de imágenes.
Deformaciones del ojo Miopía, Hipermetropía y Astigmatismo.
Trabajo Indagación-aplicación (presentación)
Examen 1 en equipo
30 hrs
Ondas sonoras, Resonancia, Superposición.
Transferencia de energía y Efecto Doppler
Sistema auditivo y Deformaciones auditivas
Trabajo Indagación-aplicación (presentación)
Examen 2 en equipo

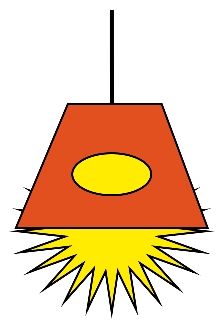
633	Tema	633	Tema
Agosto	Fluidos 1	Enero	Óptica 1
6, 7	Masa, peso, volumen, densidad y densidad relativa	8, 11	Luz – Onda - Partícula
13, 14	Fuerza y Presión	15, 18	Luz visible y Principio de Guygens
20, 21	Equilibrio y Flotación	22, 25	Longitud de onda y Frecuencia
27, 28	Ecuación de continuidad y Gasto volumétrico	29,	Óptica geométrica, Reflexión, Refracción
Septiembre	Fluidos 2		
3, 4	Teorema del trabajo y Conservación Energía Mec.	Febrero	Óptica 2
10, 11	Principio de Bernoulli, (1er examen 11 - 09 – 18)	, 8	Ley de Snell, Espejos y Lentes,
17, 18		12, 15	Formación de imágenes
24, 25	Fuerzas de cohesión y Adhesión	19, 22	Miopía, Hipermetropía y Astigmatismo
		26,	Tercer examen 15 - 02 - 18
Octubre	Fluidos 3		
1, 2	Tensión superficial y Capilaridad	Marzo	Acústica 1
8, 9	Viscosidad, Velocidad central y máxima	5, 8	Ondas sonoras, Resonancia y Superposición
15, 16	Flujo laminar y turbulento - Número de Reynolds	12, 15	Transferencia de energía y Efecto Doppler
22, 23	Ecuación de Poiseuille y Ecuación de Stokes	, 22	
29, 30	Presión arterial, Presión sistólica y diastólica	26, 29	Sistema auditivo y Deformaciones auditivas
Noviembre	Fluidos 4		
5, 6	Presión arterial media, Flujo eléctrico	Abril	
12, 13	Ley de Ohm, Conductancia y Poiseuille	2, 5	Trabajo: Instrumental biomédico
19, 20	Circuitos eléctricos y Vasos sanguíneos	9, 12	Cuarto examen 9 - 04 - 18
26, 27	Capacitores, Impedancia y Circuito RC	16, 19	Entrega de promedios y exentos
			Trabajo y presentación
Diciembre			
3, 4	Trabajo: Instrumental biomédico		
10, 11	Segundo examen 10 - 12 - 18		30 semanas = 60 clases × 2 horas = 120 horas
17, 18			

Unidad 2: Fuentes y Ondas

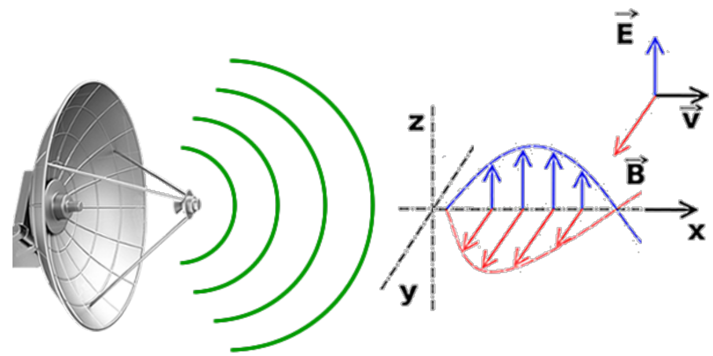
Cuando se produce una modificación de las condiciones físicas existentes en una cierta región se la llama foco o fuente, como puede ser al golpear un sólido, el provocar un oleaje, al encender una lámpara, etc.



Fuente Sonora



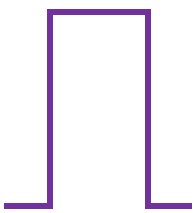
Fuente Luminosa



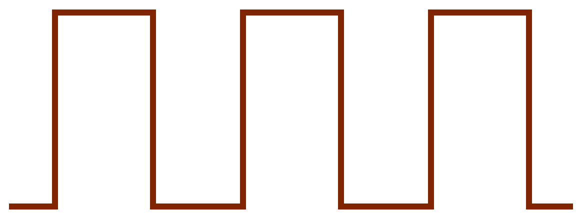
Fuente Electromagnética

Esta modificación se le llama perturbación, la cual se hace sentir más o menos rápidamente a cierta distancia en una región, propagandose en el espacio y reciben el nombre de "Ondas".

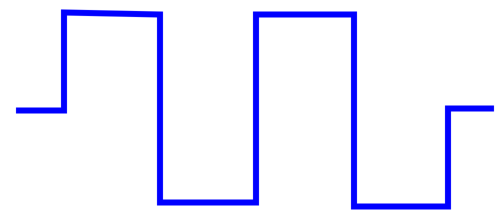
Cuando la perturbación se provoca una sola vez, la onda se le llama "Pulso", si es continuamente es un "Tren de pulsos" y si se repite continuamente en intervalos iguales se tiene una "Onda periódica".



Pulso

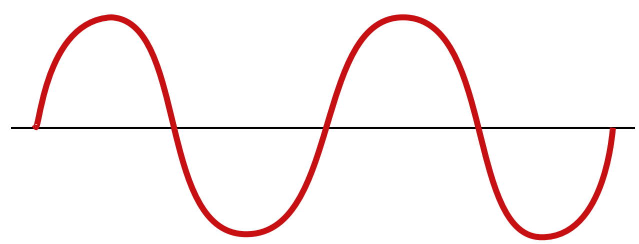


Tren de Pulsos



Onda Periódica

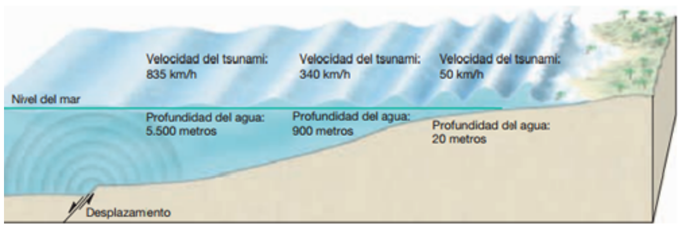
En forma general, una onda es una serie de impulsos que se propagan transportando energía en un medio dado, sin la transferencia física de material.

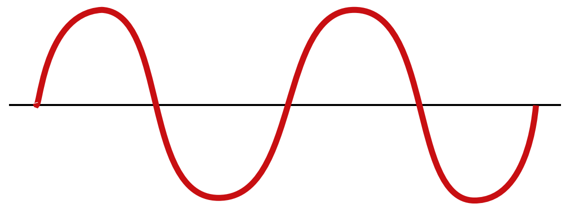


Onda Periódica

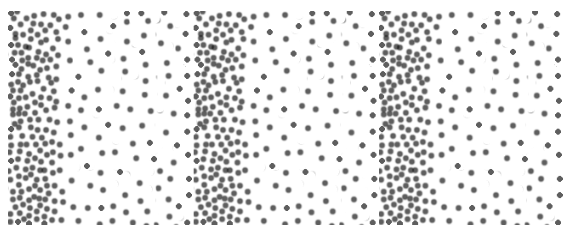
Las ondas se clasifican en ondas transversales y longitudinales.

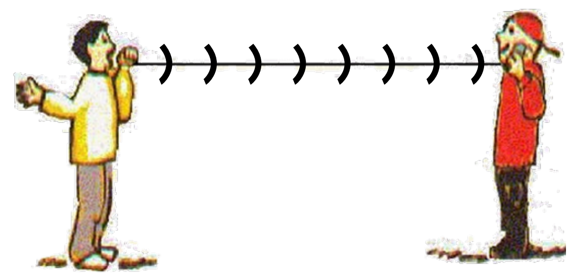
Onda Transversal: es la vibración perpendicular de las partículas del medio, a la dirección en que se propaga la onda.





Onda Longitudinal: es la vibración paralela de las partículas del medio, a la dirección en que se propaga la onda. También reciben el nombre de ondas de presión o de compresión.





En esta clasificación, se contemplan las: Ondas mecánicas, Ondas luminosas, Ondas sonoras y Ondas electromagnéticas.

Características de una Onda

Las características de una onda, independientemente de cual sea su origen son:

1. Longitud de onda (λ)   2. Frecuencia (f)   3. Período (T)

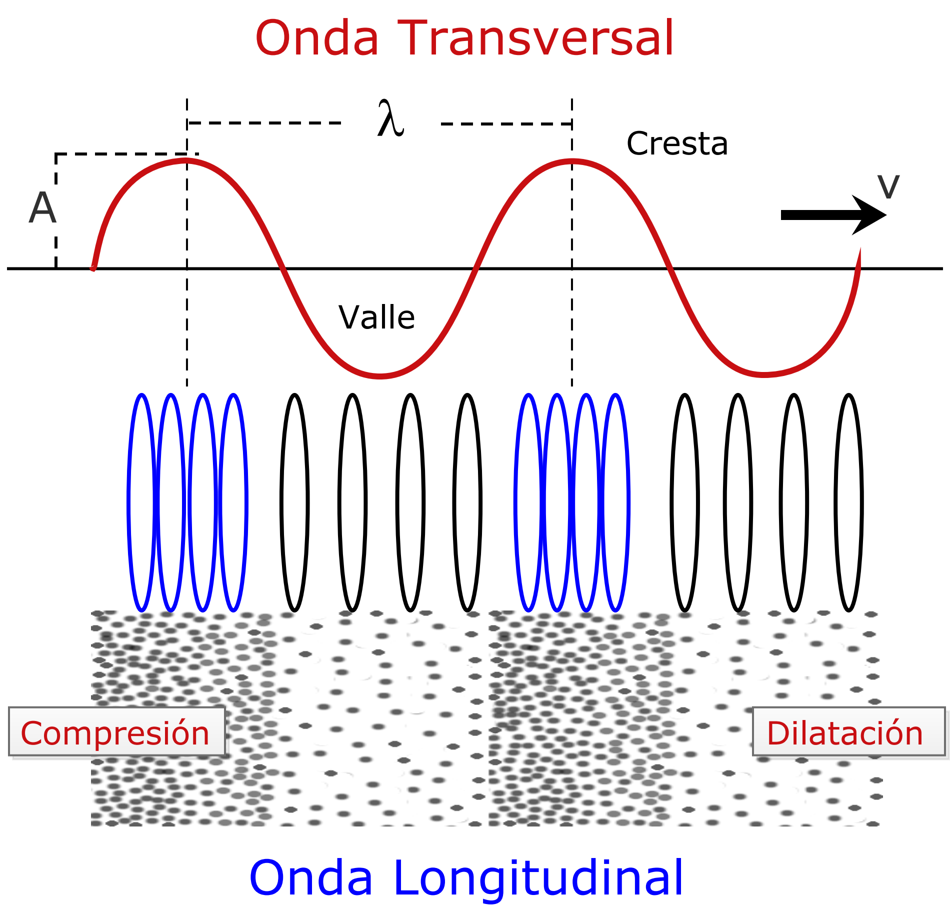
4. Velocidad (v)   5. Amplitud (A)   6. Frecuencia angular (ω).

$$v = \frac{d}{t}$$

$$d = \lambda$$

$$t = T = \frac{1}{f}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$



$$\omega = \frac{\theta}{T}$$

$$\theta = 2\pi$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Función general de onda viajera

$$y(x,t) = f(x \pm vt)$$

$y=f(x_0)$ $\quad$ $y=f(x_0)$ $\quad$ $x_0=x-vt$

$$y = f(x - vt)$$ $\quad$ $u=x-vt$

$$y = f(u)$$

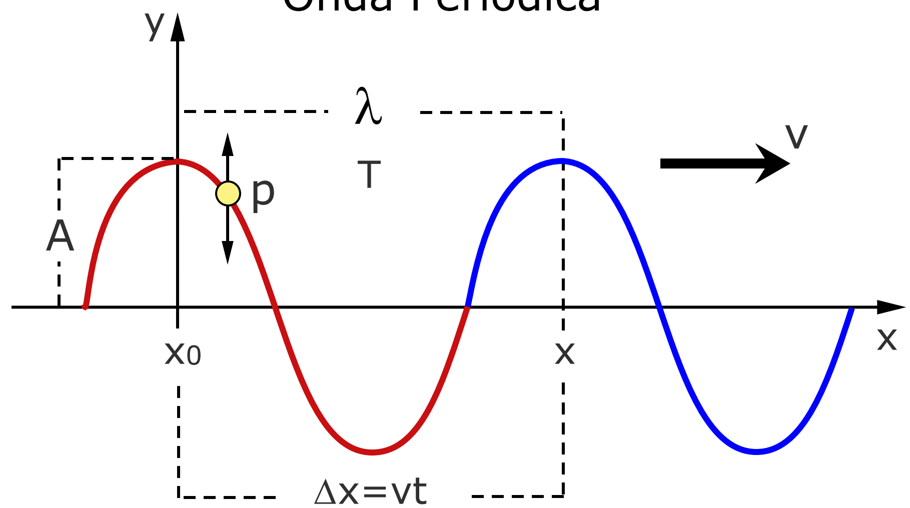
$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial f(u)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial f(u)}{\partial t}$$

Ecuación de onda viajera

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Onda Periódica



Función de onda armonica

$$y(x,t) = y_0 \sin(Kx \pm \omega t + \phi)$$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta - \sin\beta\sin\alpha$

ϕ = ángulo de desfase

$\sin(\theta+2\pi) = \sin\theta$

$$y(x,t) = y_0 \sin(K(x+\lambda) \pm \omega t + \phi)$$

$$K\lambda = 2\pi$$ Número de ondas o vector de propagación

$$y(x,t) = y_0 \sin(Kx \pm \omega(t+T) + \phi)$$

$$\omega T = 2\pi$$ Frecuencia angular

Velocidad de fase

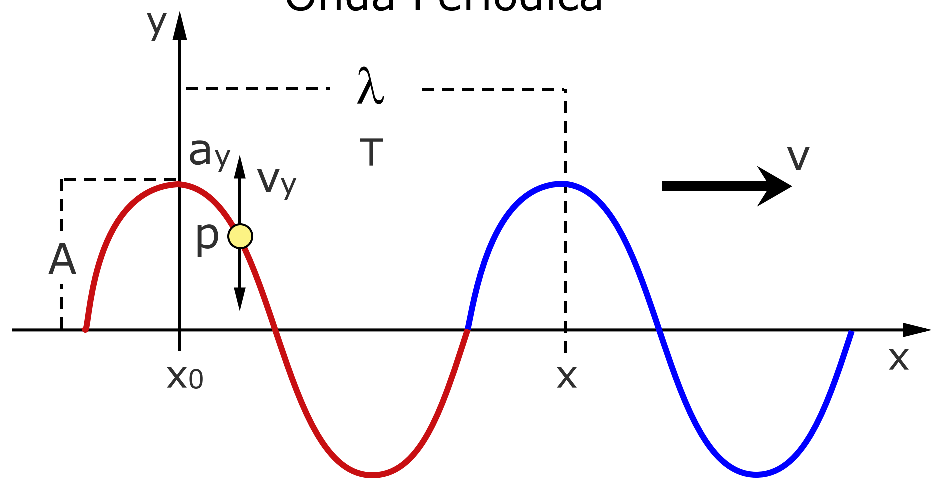
$$y(x,t) = y_0 \sin(Kx - \omega t + \phi)$$

$Kx - \omega t + \phi = cte.$ derivando

$$K\frac{dx}{dt} - \omega = 0 \qquad v = \frac{\omega}{K} = \frac{\lambda}{T}$$

$$f = \frac{1}{T} \qquad \Rightarrow \qquad v = \lambda f$$

Onda Periódica



Ondas armónicas

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

$$y = y_0 \sin\left[K(x - \frac{\omega}{K}t) + \phi\right]$$

$$y = y_0 \sin[K(x - vt) + \phi]$$

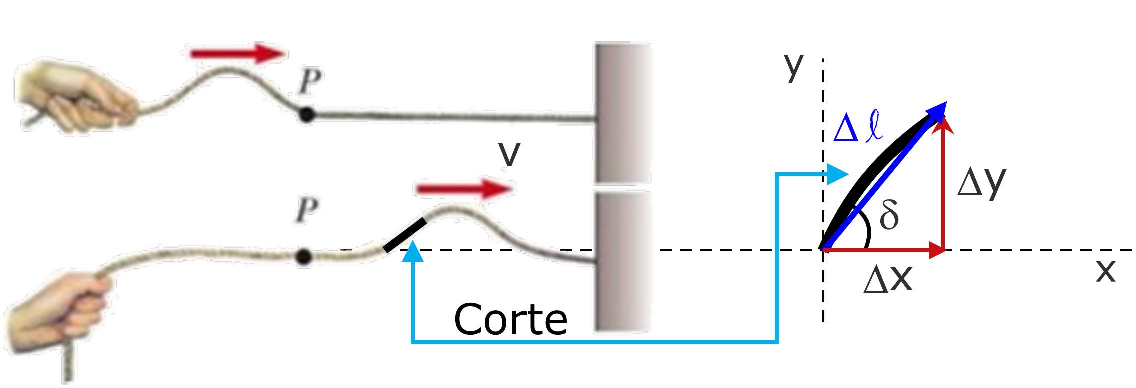
Funciones de la partícula

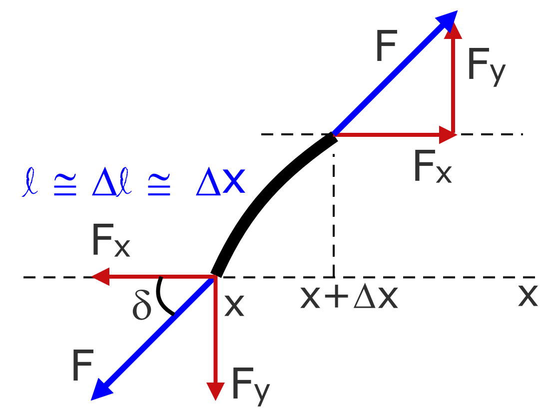
$$y(x,t) = y_0 \sin\left(Kx - \omega t + \phi\right)$$

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_0 \cos(Kx - \omega t + \phi)$$

$$a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y_0 \sin(Kx - \omega t + \phi)$$

Velocidad de fase de un pulso





$$\text{si} \quad \delta << \quad \Rightarrow \quad \cos\delta = 1$$

$$\tan\delta = \frac{\sin\delta}{\cos\delta} \cong \sin\delta$$

$$\tan\delta \cong \frac{\Delta y}{\Delta x} \cong \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$(-F\sin\delta)_x + (F\sin\delta)_{x+\Delta x} = ma_y$$

Densidad lineal de la cuerda $\mu = \dfrac{m}{\ell} \qquad m = \mu\Delta\ell$

$$F\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+\Delta x} - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x\right] = \mu\Delta x\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)$$

Dividiendo todo por Δx y sacando limite cuando $\Delta x \to 0$

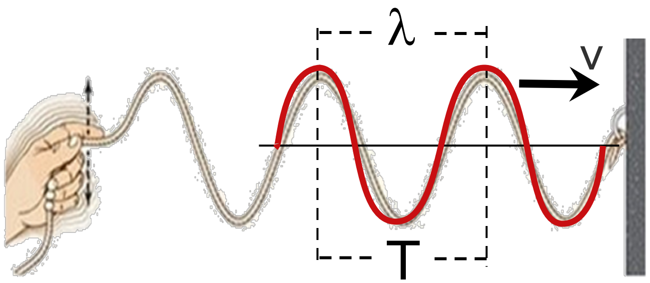
$$F\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) = \mu\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Ecuación de onda

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Velocidad de fase en una cuerda

Velocidad de fase en medios elásticos



$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

μ = Densidad lineal de la cuerda

Velocidad de fase en sólido

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

$$Y = \frac{F_n / A}{\Delta \ell / \ell_0}$$

Y = Módulo de Young

Velocidad de fase en líquido

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

B = Módulo de compresibilidad adiabático

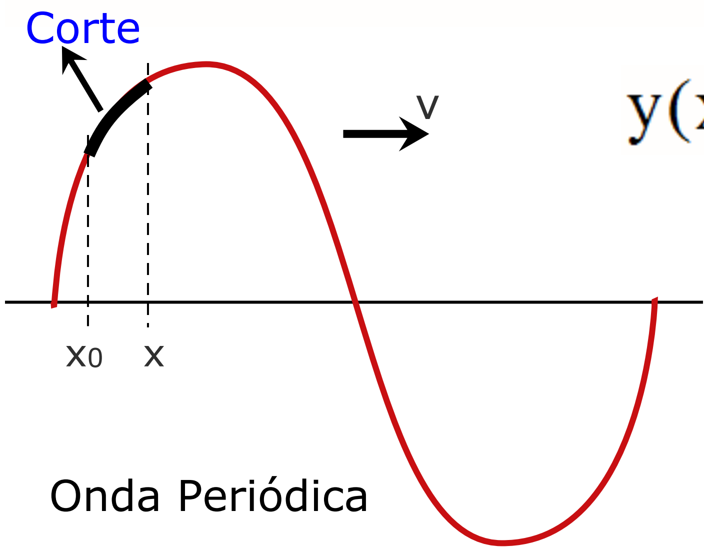
Velocidad de fase en gas

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

γ = Coeficiente adiabático

Transferencia de Energía



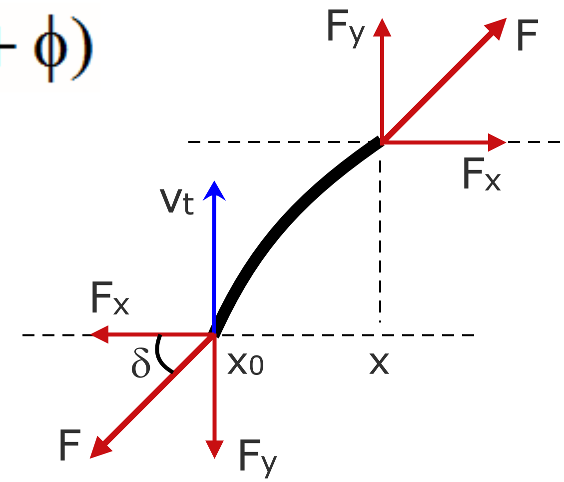
$$y(x,t) = y_0 \sin(Kx - \omega t + \phi)$$

θ = Kx - ωt + ϕ

ángulo de fase

$$y(x,t) = y_0 \sin\theta$$

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v}$$



$$P = F_y v_t \qquad v_t = v_y \cos 180^o$$

$$P = F\sin\delta(-v_y) \qquad \text{si} \quad \delta <<$$

$$\Rightarrow \sin\delta \cong \tan\delta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$P = -Fv_y(\tan\delta) = -F\frac{\partial y}{\partial t}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)$$

$$P_{inst} = Fy_0^2 K\omega(\cos^2\theta)$$

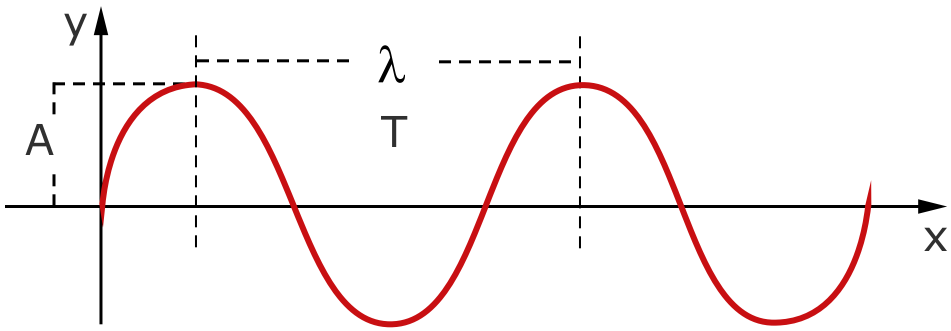
$$P_m = (Fy_0^2 K\omega)\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2\theta dt$$

$$P_m = \frac{1}{2}y_0^2\omega^2\sqrt{\mu F} = \frac{1}{2}y_0^2\omega^2\mu v$$

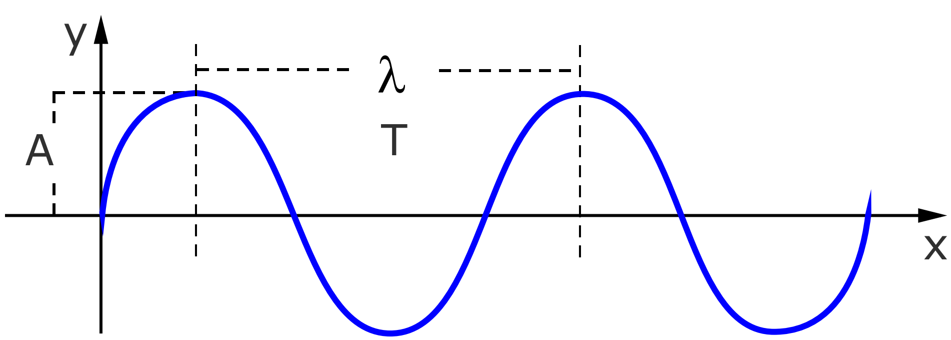
$$\Delta E_m = P_m\Delta t = \frac{1}{2}y_0^2\omega^2\mu v\Delta t$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2}y_0^2\omega^2\mu\Delta x$$

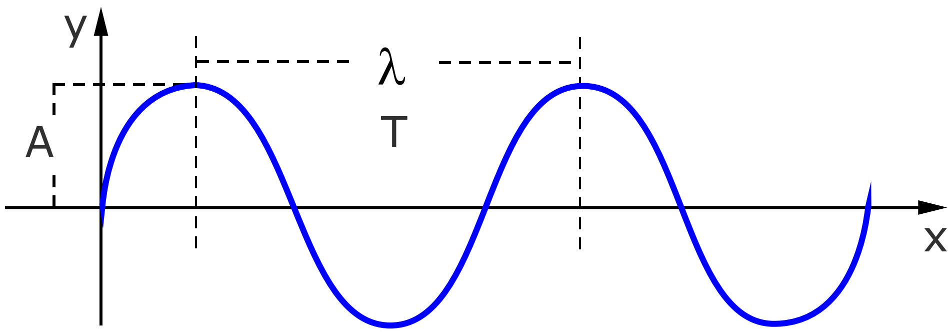
0. La ecuación de una onda es $y = 6\sin(0.02\pi x + 4\pi t)$ que viaja por una cuerda, donde x e y están en cm y t en s. Determine la y_0, λ, f, v, el sentido de propagación y la v_y máxima de una partícula de la cuerda.



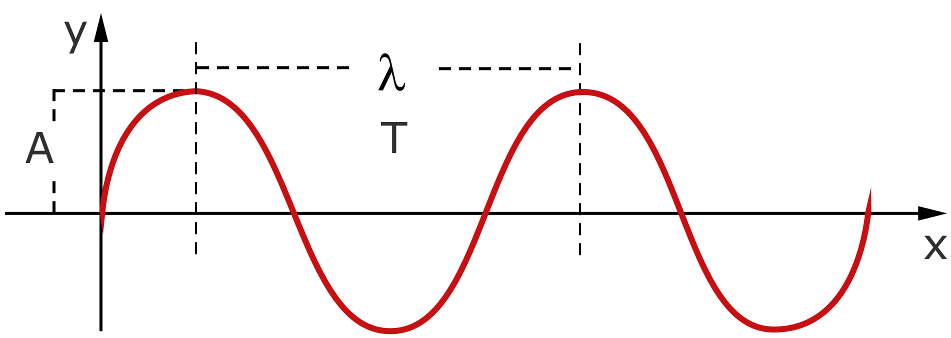
0. Una onda sinusoidal viaja a lo largo de una cuerda, el tiempo que tarda un punto en moverse de su desplazamiento máximo hasta su desplazamiento cero es de 0.17 s. Determinar su T, f, y su v de propagación, si la $\lambda = 0.4$ m.



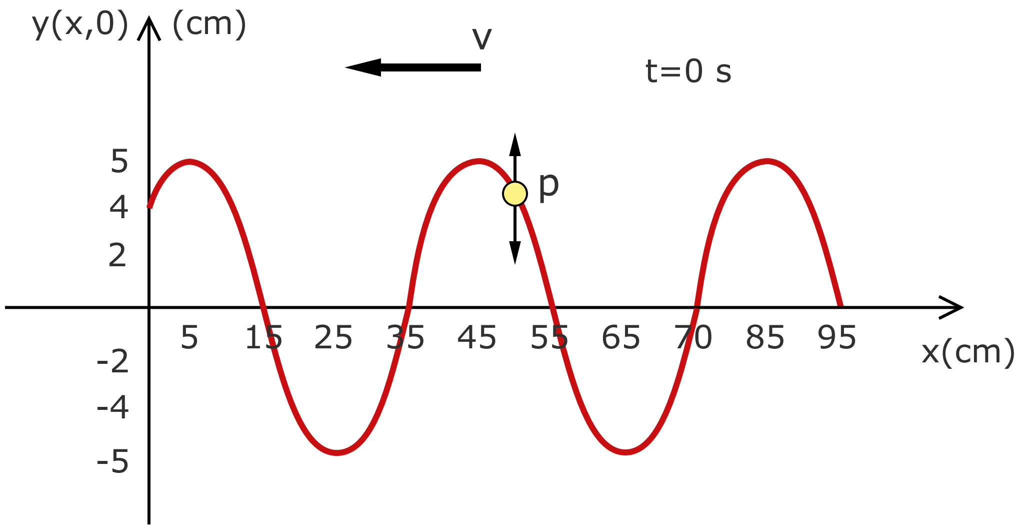
0. Una onda con frecuencia de 500 Hz, tiene una rapidez de propagación de 350 m/s, determine el desplazamiento entre dos puntos de la onda que están desfasados 60° y la diferencia de fase entre dos desplazamientos de un cierto punto que se presenta con una separación de 0.001 s.



0. Una onda viaja por una cuerda con rapidez de 80 cm/s. Si una partícula de la cuerda se encuentra a 10 cm y varía con el tiempo según la ecuación $y(10,t) = 5\sin(1 - 4t)$ en cm y su densidad lineal es 4 gr/cm, determine su f, λ, ecu. gral. Del desplazamiento transversal de las partículas, F y P_m.



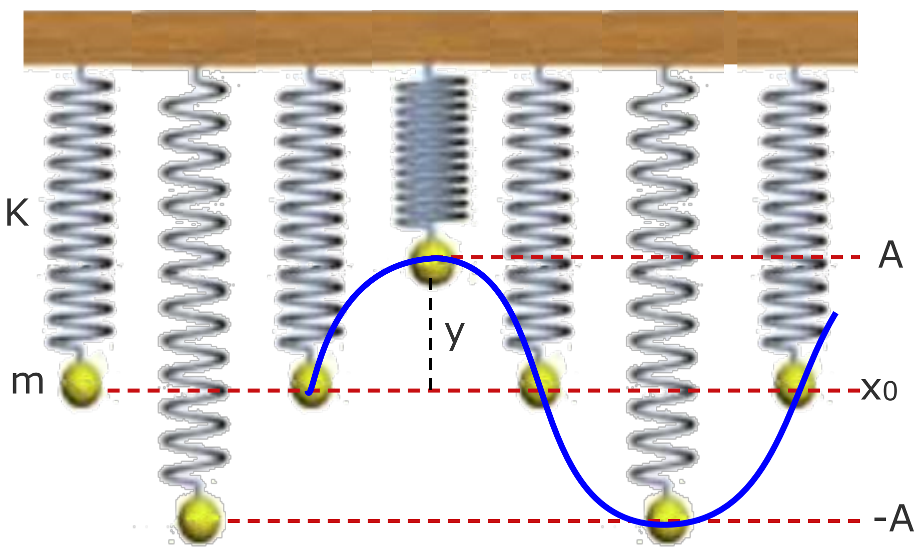
0. Una onda transversal armónica se propaga por una cuerda hacia la izquierda. La gráfica muestra el desplazamiento como una función de la posición en el instante t=0. La tensión de la cuerda es de 3.6 N y su densidad lineal es de 25 gr/m, calcular: y_0, λ, v, T, rapidez máxima de una partícula de la cuerda, P_m y su ecuación de esta onda viajera.

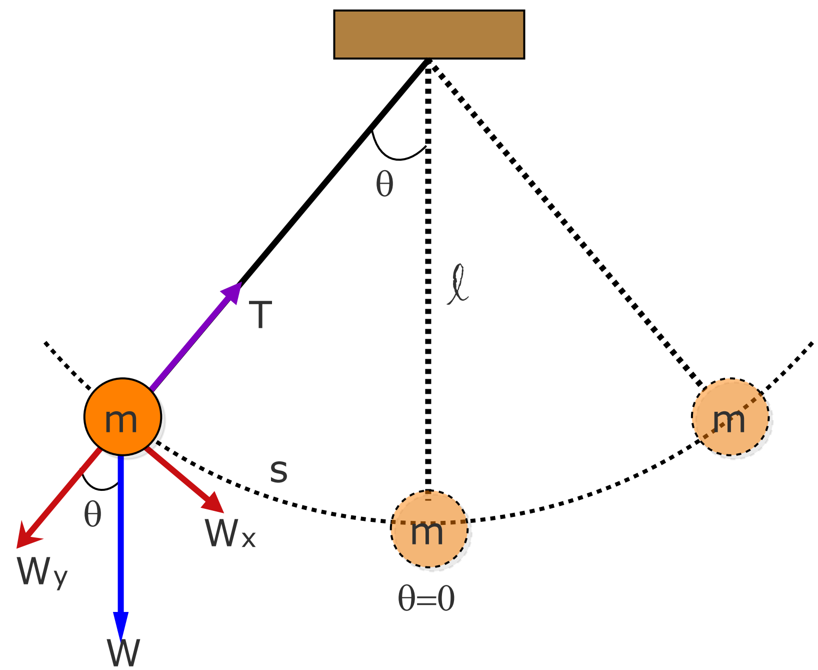


0. La onda $y(x,t) = 0.06\sin(\pi x + 20\pi t + \pi/2)$ se propaga a través de una cuerda, en unidades de m y s. Si la tensión de la cuerda es de 600 N, determine el T, v, μ y P_m.
El desplazamiento de una partícula en x=2 m en t=0.05s.
La ecuación de la cuerda en t=0.4 s y su gráfica.
Considere un punto de la cuerda situado en x=0 y determine: su ecuación de movimiento transversal y su gráfica, el tiempo o tiempos en que y=0.06 m, la máxima rapidez y aceleración transversal en x=0.

Movimiento Oscilatorio

Es el movimiento periódico de una masa respecto a un punto o posición de equilibrio estable y su estado (posición y velocidad) se repite en intervalos de tiempo regulares.

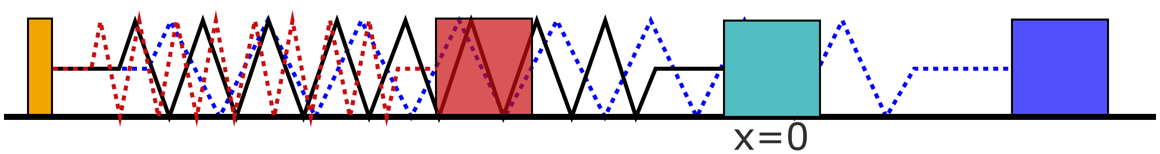




Un movimiento circular es periódico pero no tiene un punto o posición de equilibrio, por lo tanto no es movimiento oscilatorio.

Movimiento Armónico Simple (MAS)

Es un movimiento periódico en ausencia de fricción, producido por una fuerza de restitución (no confundir con la ley de Hooke) proporcional al desplazamiento en la misma dirección pero en sentido contrario. (movimiento lineal: sistema masa – resorte)



$$F = -Kx \qquad \sum F_x = ma_x$$

$$ma_x = -Kx \qquad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$$

$$\frac{K}{m} \rightarrow 1/s^2 \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{K}{m}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Ecuación del MAS

$$x(t) = c_1 e^{m_1 t} + c_2 e^{m_2 t}$$

$$\text{si} \quad D^2 = \frac{d^2}{dt^2}$$

$$(D^2 + \omega^2)x(t) = 0$$

$$\text{si} \quad m = D \qquad m^2 + \omega^2 = 0$$

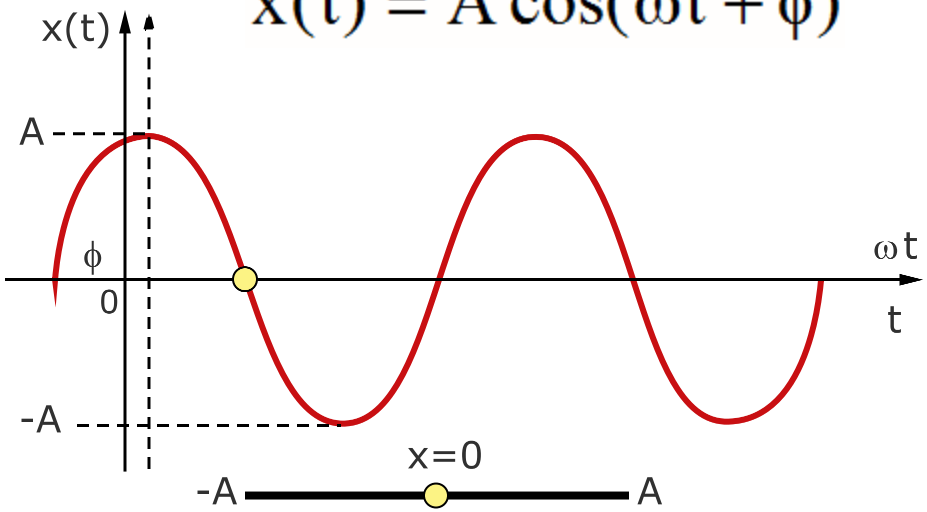
$$x(t) = c_1 e^{i\omega t} + c_2 e^{-i\omega t}$$

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

$$x(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t$$

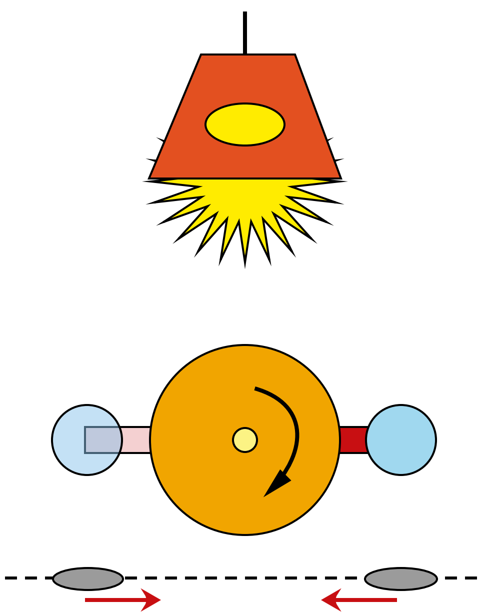
Función general del MAS horizontal

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$



A = amplitud

ϕ = ángulo de desfase



Desde el punto de vista cinemático, un MAS es la proyección de una partícula en MCU, sobre una recta donde va y viene.

Función general del MAS vertical

$$y(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

Velocidad y aceleración del MAS

$$v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

$$v_{máx} = \omega A$$

$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

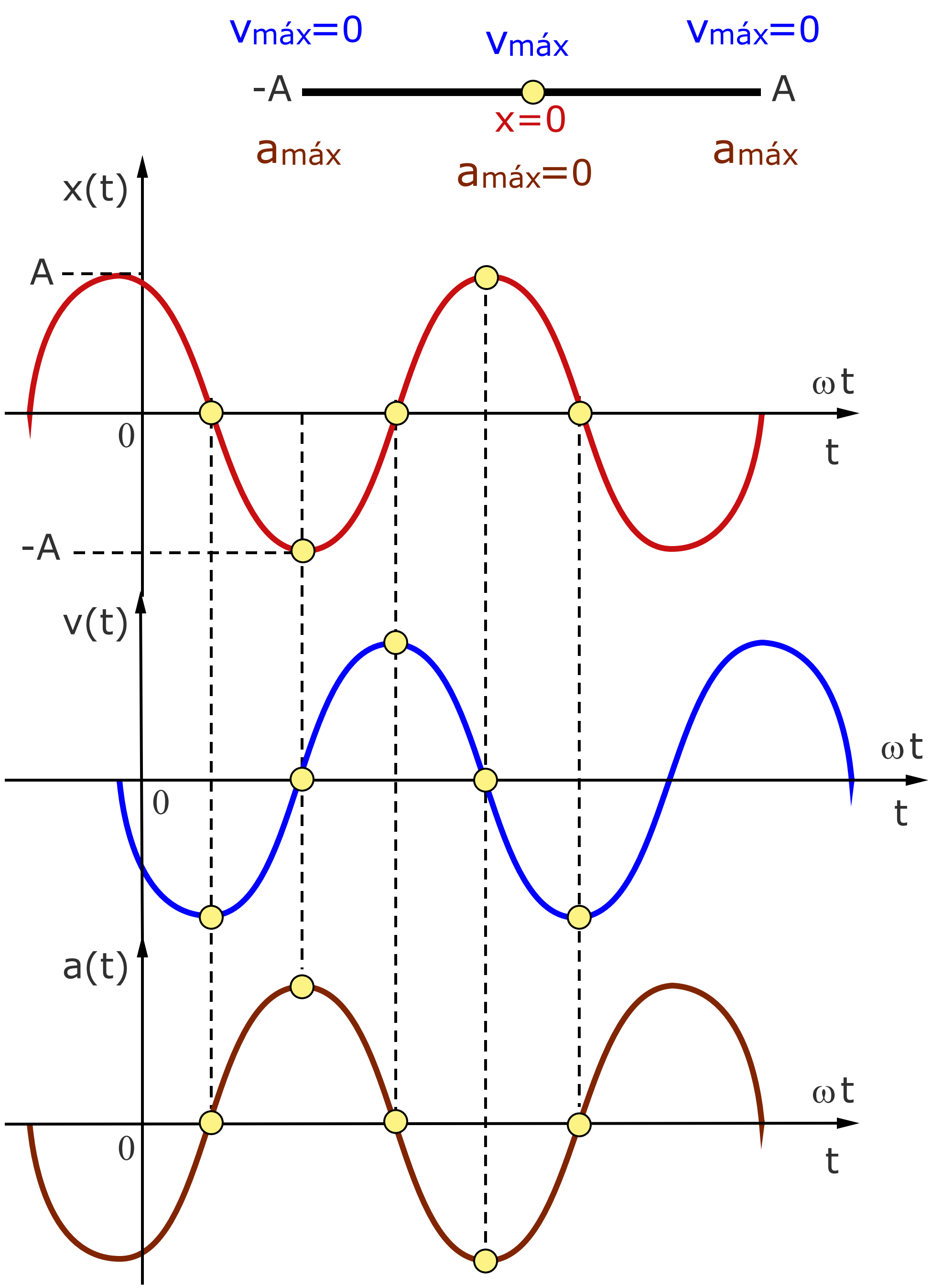
$$a_{máx} = \omega^2 A$$

Periódo y frecuencia de un MAS

$$\omega^2 = \frac{K}{m} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Análisis gráfico del MAS



Energía del MAS

$$F = -Kx \qquad E_{mec} = E_c + E_p$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_p = \frac{1}{2}Kx^2$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

$$\theta = \omega t + \phi$$

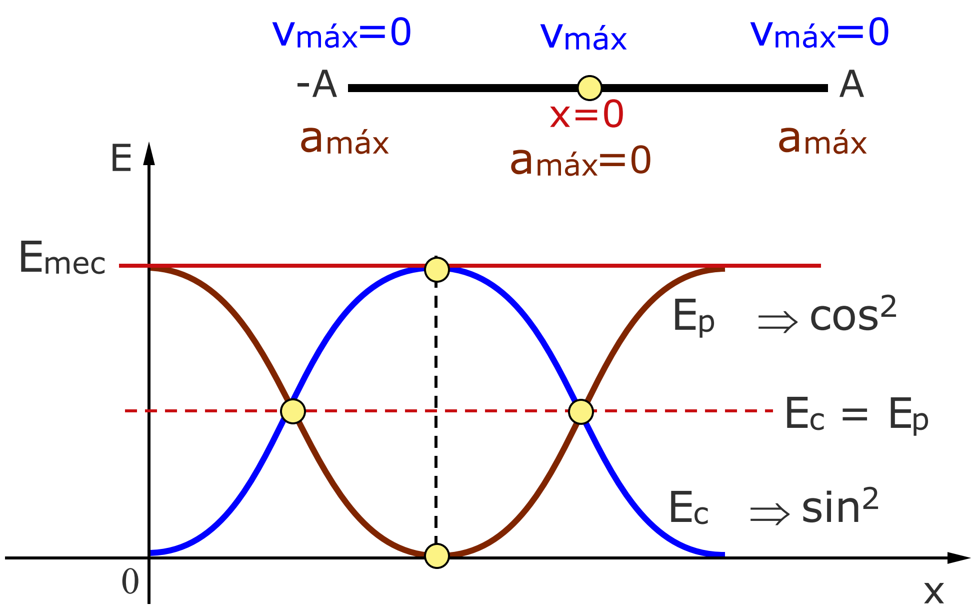
$$E_c = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2\theta$$

$$E_p = \frac{1}{2}KA^2\cos^2\theta$$

$$K = m\omega^2 \qquad \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$E_{mec} = E_c + E_p = \frac{1}{2}KA^2$$

Análisis de la Energía del MAS



Para condiciones de equilibrio $x=0$, se tiene:

$E_p=0$

$E_c=E_{mec}$

Para condiciones de máxima amplitud A, se tiene:

$E_c=0$

$E_p=E_{mec}$

La velocidad y aceleración para x posición

$$E_{mec} = E_c + E_p$$

$$\frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

$K = m\omega^2$

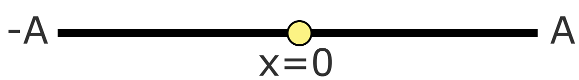
$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \qquad a = -\omega^2 x$$

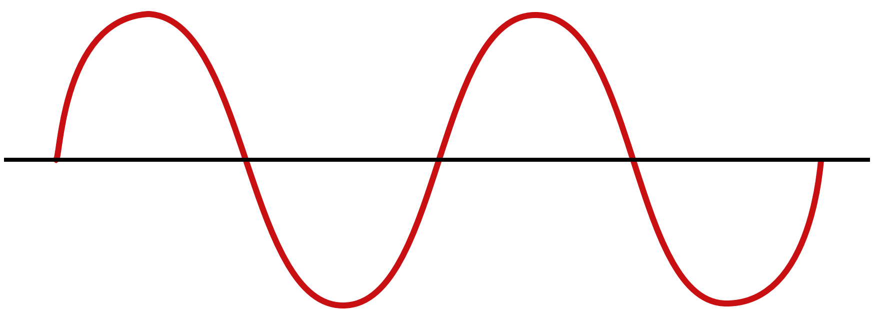
Para condiciones de $E_c=E_p$, se tiene:

$$E_{mec} = \frac{1}{2}KA^2 = 2E_c = 2E_p$$

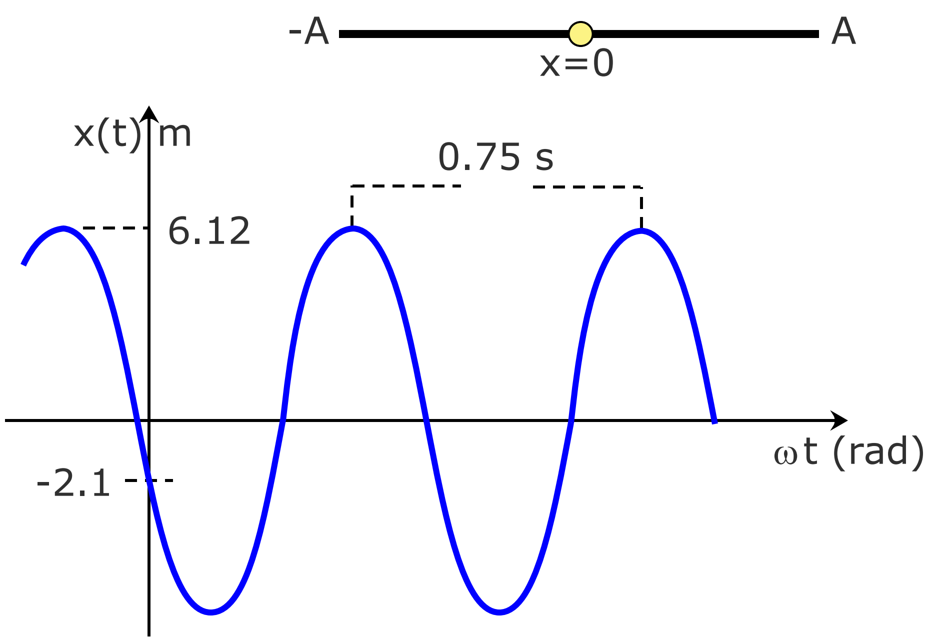
$$x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}} \qquad v = \pm\frac{\omega A}{\sqrt{2}}$$

0. Una partícula efectúa un MAS alrededor de un punto $x = 0$. En $t = 0$ s su posición es $x = 0.37$ cm y $v = 0$. Si la frecuencia del movimiento es de 0.25 Hz, determinar:
El período, la frecuencia angular, la amplitud, la posición en función del tiempo, la velocidad en función del tiempo, la rapidez máxima, la aceleración máxima, la posición y su velocidad en $t = 3$ s.

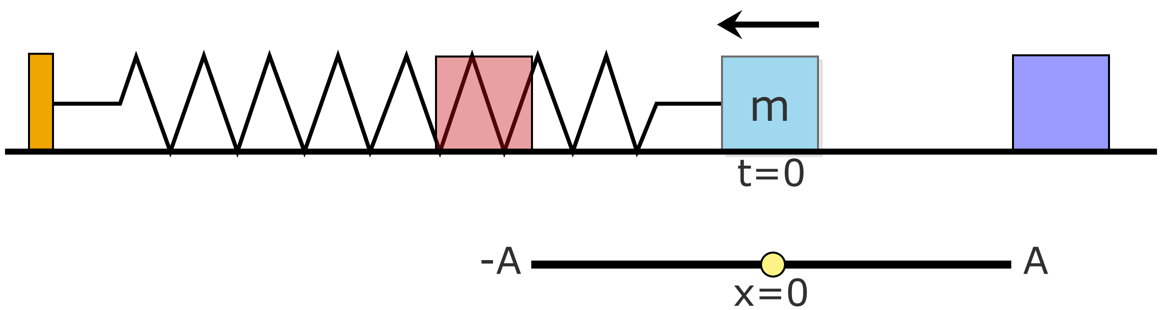




0. El gráfico posición tiempo de una partícula en un MAS, se muestra en la siguiente figura, determinar:
La amplitud, el ángulo de desfase, la frecuencia, la frecuencia angular, la posición en función del tiempo y los tiempos en que tiene la máxima amplitud.

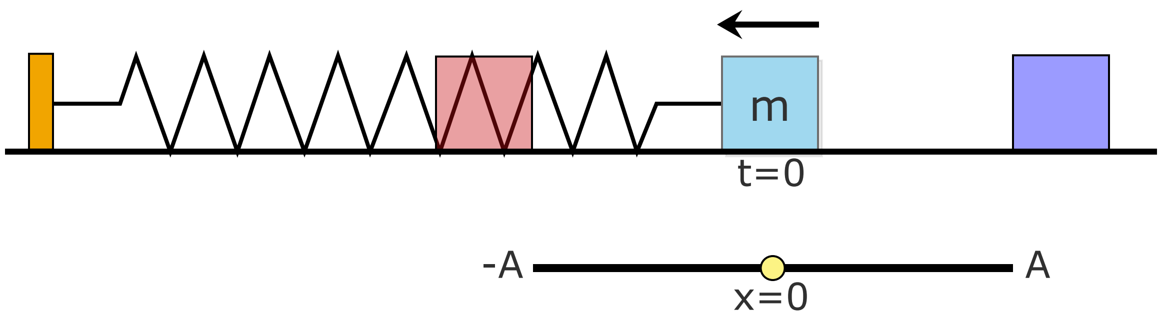


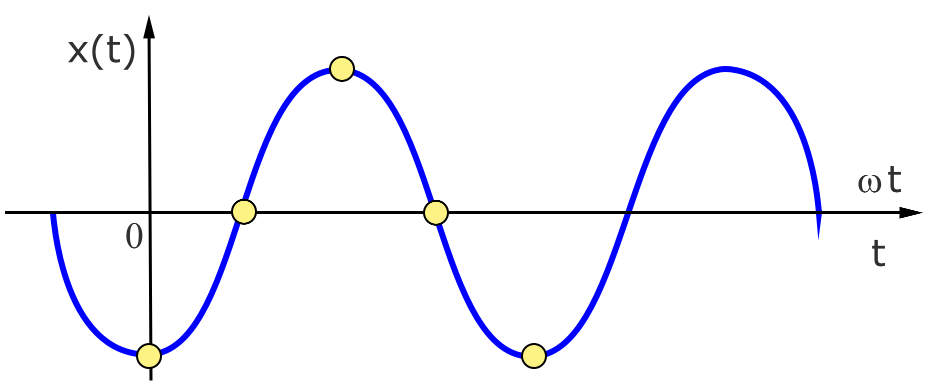
0. Un sistema masa resorte, en t=0 no está comprimido ni estirado, la masa es de 0.5 kg y se mueve en dirección negativa con rapidez de 12 m/s. Se tiene una aceleración de a_x=-2.7 m/s^2 cuando la posición es x=0.3 m, determine:
La A, la ω, la x(t), su gráfico (x-t) y la fuerza si $E_p=(1/3)E_c$.



0. Un sistema masa resorte en MAS, en t=0 la masa de 4kg está en x(0)=-A, la K del resorte es 15791.367 N/m. Cuando la masa se encuentra en 0.04 m, tiene una rapidez de 5.76 m/s, determine:

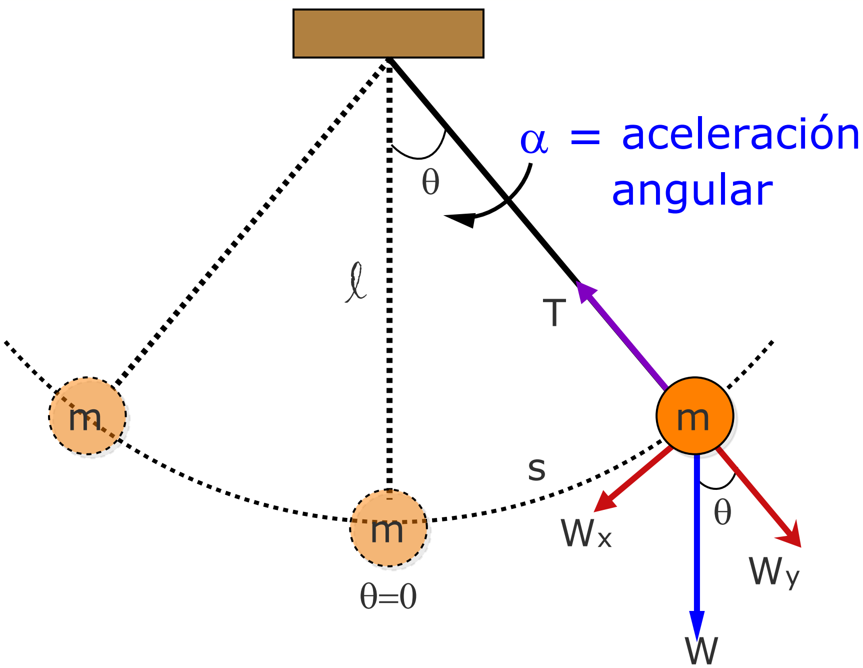
La A, la E_{mec}, la $v_{máx}$, la x(t) y los tiempos cuando pasa por la posición de equilibrio (x=0).





Péndulo Simple y Físico

Para que el movimiento de un péndulo simple se comporte como un movimiento armónico simple, debe cumplir con la ley de una fuerza restauradora (F=-Kx).



$$\sum F_x = ma_x \qquad -mg\sin\theta = m\ell\alpha$$

$$\omega^2 = \frac{g}{\ell} \qquad \ddot{\theta} = -\omega^2 \sin\theta$$

Para $\theta <<$, se tiene

$\sin\theta = \theta - \theta^3/3! + \theta^5/5! - \theta^7/7! \ldots \approx \theta$

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$

Ecuación del péndulo simple

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Periódo para $\theta <<$

Función general del péndulo simple

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \phi)$$

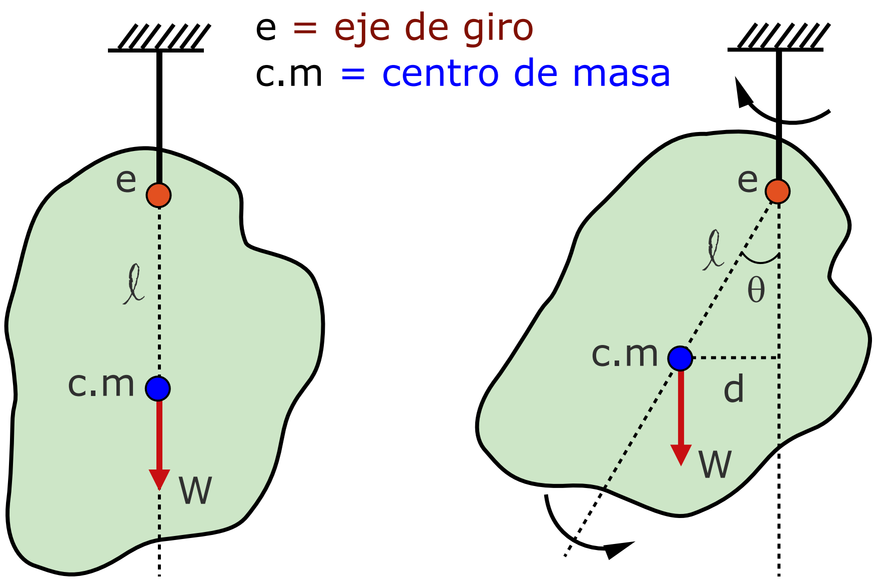
$$F = -Kx \qquad s = \ell\theta \qquad a = \ell\alpha$$

Aceleración angular $= \alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$

$$w_x = -mg\sin\theta \neq -Kx \neq K\ell\theta$$

No cumple con la fuerza restauradora

Para el péndulo físico se considera que un objeto oscila colgado de un punto diferente a su centro de masa y cumple con un torque restaurador ($\tau = -\kappa\theta$).



τ = dF torque lineal

τ = - $\kappa\theta$ torque angular

τ = $I\alpha$ torque inercial angular

Momento de inercia = $I = m\ell^2$

$$\tau_{We} = -\ell mg\sin\theta \neq -\kappa\theta$$

No cumple con el torque restaurador

$$\sum \tau_e = \tau_{Ie} \qquad -\ell mg\sin\theta = I_e\alpha$$

$$\omega^2 = \frac{\ell mg}{I_e} \qquad \ddot{\theta} = -\omega^2 \sin\theta$$

Para $\theta \ll$, se tiene $\sin\theta \approx \theta$

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_e}{\ell mg}}$$

Periódo del péndulo físico

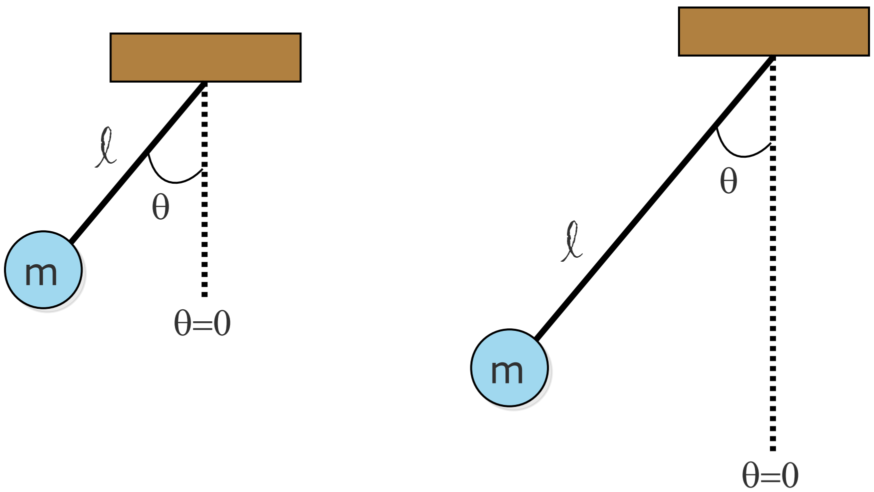
Del teorema de ejes paralelos:

$I_e = I_{cm} + m\ell^2$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{cm} + m\ell^2}{\ell mg}}$$

Nota: I_{cm} se busca en tablas

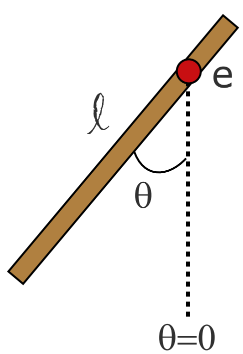
0. Un péndulo simple tiene una longitud de 0.5 m y oscila con un período de 1 s, si se cambia la longitud a 2 m, determine la nueva frecuencia.



0. Se desea que un péndulo simple oscile con una frecuencia de 0.25 Hz en dos lugares donde la aceleración de la gravedad es 9.795 m/s^2 y 9.78 m/s^2, determine la diferencia de longitud de los péndulos.

0. Una barra uniforme de un péndulo físico de masa m y longitud L está suspendida de un extremo, determine: el período de oscilación para pequeños desplazamientos angulares y el período si está suspendida de un punto p a una distancia x del centro de masa.

0. La barra uniforme de un péndulo físico es de longitud 50 cm, con una masa de 0.8 kg y con eje de giro a 18 cm de su centro de masa, determine: el período para pequeñas oscilaciones y la distancia de eje de giro para que el período sea mínimo.



Resumen de conceptos de ondas

$$v = \frac{d}{t} \qquad d = \lambda \qquad t = T = \frac{1}{f} \qquad v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

$$\omega = \frac{\theta}{T} \qquad \theta = 2\pi \qquad T = \frac{1}{f} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$y(x,t) = y_0 \sin(Kx \pm \omega t + \phi)$$

Función de onda armonica

$$K\lambda = 2\pi$$

Número de ondas o vector de propagación

$$\omega T = 2\pi$$

Frecuencia angular

$$v = \frac{\omega}{K} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Velocidad de fase

$$y = y_0 \sin[K(x - vt) + \phi]$$

Ondas armónicas

Funciones de la partícula

$$y(x,t) = y_0 \sin(Kx - \omega t + \phi)$$

$$v_y = -\omega y_0 \cos(Kx - \omega t + \phi) \qquad a_y = -\omega^2 y_0 \sin(Kx - \omega t + \phi)$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Velocidad de fase en una cuerda

μ = Densidad lineal de la cuerda

$$P_m = \frac{1}{2} y_0^2 \omega^2 \sqrt{\mu F} = \frac{1}{2} y_0^2 \omega^2 \mu v$$

Potencia media

$$\Delta E_m = P_m \Delta t = \frac{1}{2} y_0^2 \omega^2 \mu v \Delta t = \frac{1}{2} y_0^2 \omega^2 \mu \Delta x$$

Energía media

Función general del MAS horizontal $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

Función general del MAS vertical $y(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

$$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \qquad v_{máx} = \omega A$$

Velocidad del MAS

$$a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \qquad a_{máx} = \omega^2 A$$

Aceleración del MAS

Periódo y frecuencia de un MAS

$$\omega^2 = \frac{K}{m} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Energía del MAS

$$E_{mec} = E_c + E_p \qquad F = -Kx \qquad \theta = \omega t + \phi$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2\theta \qquad E_p = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA^2\cos^2\theta$$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$$E_{mec} = E_c + E_p = \frac{1}{2}KA^2$$

La velocidad y aceleración para x posición

$$mv^2 = KA^2 - Kx^2$$

$K = m\omega^2$

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \qquad a = -\omega^2 x$$

Condiciones de equilibrio x=0, se tiene: $E_p = 0$ □□ $E_c = E_{mec}$

Condiciones de máxima amplitud A, se tiene: $E_c = 0$ □□ $E_p = E_{mec}$

Condiciones de $E_c = E_p$, se tiene:

$$E_{mec} = 2E_c = 2E_p \qquad x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}} \qquad v = \pm\frac{\omega A}{\sqrt{2}}$$

Resumen de conceptos de péndulos

Péndulo simple

$$\omega^2 = \frac{g}{\ell}$$

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \sin\theta$$

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$

Ecuación del péndulo simple

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Periódo para $\theta <<$

Función general del péndulo simple

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \phi)$$

Péndulo físico

$$\omega^2 = \frac{\ell mg}{I_e}$$

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \sin\theta$$

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$

Ecuación del péndulo físico

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_e}{\ell mg}}$$

Periódo del péndulo físico

Del teorema de ejes paralelos:

$I_e = I_{cm} + m\ell^2$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{cm} + m\ell^2}{\ell mg}}$$

Nota: I_{cm} se busca en tablas