TD 2

Exercice 1 :
Une entreprise fabrique dans son usine des tricycles, des camions et des poupées. Le carnet de commandes impose la production chaque mois d'au moins 1300 tricycles, 1250 camions et 4000 poupées.

- Pour une unité de tricycle, le coût de production est 15$ et le profit net et 4$.
- Pour une unité de camion, le coût de production est 5$ et le profit net et 1.5$.
- Pour une unité de poupée, le coût de production est 4$ et le profit net et 1$.

Le directeur de l'usine s'est fixé comme premier objectif d'atteindre le 41 000$ chaque mois tout en minimisant les coûts de production. Construire un modèle linéaire approprié.

Exercice 2 :
Considérons le modèle de programmation linéaire suivant (P) où l'objectif propose la minimisation d'une fonction linéaire et l'origine du plan $O = (0, 0)$ n'est pas une solution admissible

$$Min\ Z = 3x_1 + 4x_2$$

sous les contraintes

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\geq 9 \\ x_1 - x_2 &\leq 9 \\ x_1 + 3x_2 &\geq 17 \\ x_1 &\geq 3 \\ x_2 &\leq 10 \\ x_1,\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

1. Tracer sur un graphe cartésien la région admissible de ce modèle linéaire. Calculer les coordonnées de chaque point extrême.
2. Déterminer la solution optimale de (P) et évaluer la fonction objectif en chaque point extrême.
3. Écrire le problème (PLS) et le problème (PLF_I) si nécessaire.

4. Résoudre ce problème à l'aide de la méthode de Simplexe.

Exercice 3 :

Considérons le modèle de programmation linéaire suivant (P')

$$Max\ Z = 2x_1 + 3x_2$$

sous les contraintes

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 5 \\ 4x_1 - x_2 &\geq 2 \\ x_1,\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

1. Résoudre graphiquement ce modèle linéaire.
2. Écrire le problème (PLS) et le problème (PLF_I) du problème (P') (si nécessaire).
3. Résoudre ce modèle linéaire à l'aide de la méthode de simplexe.

Exercice 4 :

Considérons le modèle de programmation linéaire suivant (P) où l'objectif propose la maximisation d'une fonction linéaire

$$Max\ Z = 20x_1 + 10x_2$$

sous les contraintes

$$\begin{aligned} 3x_1 + 6x_2 &\leq 54 \\ 2x_1 + 4x_2 &\geq 24 \\ x_1 - x_2 &\leq 3 \\ x_1 &\geq 2 \\ x_1,\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

1. Tracer sur un graphe cartésien de la région admissible de ce modèle linéaire. Trouvez la solution optimale (ou les solutions optimales) de (P).
2. Trouver une solution de base réalisable à l'aide de l'algorithme du Simplexe (Phase I)
3. Écrire le tableau initiale de la phase II

4. Combien faut-il d'itération de l'algorithme du Simplexe (Phase II) pour trouver la solution optimale.

Exercice 5 :

Le département de recherche-développement d'une compagnie a identifié quatre nouveaux produits potentiels. La direction doit maintenant décider lesquels parmi ces nouveaux produits fabriquer et en quelles quantités. Elle a donc demandé à son département de recherche opérationnelle de formuler un modèle mathématique pour répondre à ces questions.

Les coûts fixes de mise en marche de la production de chaque produit de même que le revenu unitaire pour chaque unité de produits sont indiqués dans le tableau suivant:

	Produit			
	1	2	3	4
Coût fixe	50 000$	40 000$	70 000$	60 000$
Revenu unitaire	70$	60$	90$	80$

Soit x_i une variable continue indiquant le nombre d'unités de produit i fabriqués, $1 \leq i \leq 4$. La direction impose les contraintes suivantes sur la production:

1. Pas plus de deux produits ne peuvent être fabriqués.
2. Le produit 3 ou 4 ne peut être fabriqué que si le produit 1 ou 2 est fabriqué.
3. Au moins une des deux contraintes suivantes doit être satisfaite :

$$\begin{aligned} 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 &\leq 6000 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 &\leq 6000 \end{aligned}$$

Formuler ce modèle comme un problème de programmation linéaire.

A. METRANE et H. Khalfi