

Problème n°2 : (Analyse Factorielle des Correspondances)

Au cours d'une enquête sur un échantillon de taille 60, on a obtenu le tableau de contingence suivant:

Ensemble <i>I</i> (Individus)	Ensemble <i>J</i> (paramètres)	
	1	2
1	10	10
2	5	15
3	15	5

Réaliser une Analyse Factorielle des correspondances (AFC) sur ces données, en répondant aux questions suivantes :

- 1) Donner le tableau des probabilités conjointes et marginales, associé au tableau précédent. (Conseil : Utiliser des fractions au lieu des nombres décimales !)
- 2) Dans l'espace IR^2 , on représente un nuage $B(I)$ des points M_i avec $i \in I$ de coordonnées suivant des axes normalisés.
 - a) Donner tous les points M_i du nuage $B(I)$ en explicitant leurs coordonnées.
 - b) Calculer la distance χ^2 entre les différentes paires des points de nuage $B(I)$.
- 3)
 - a) Déterminer la matrice des variances-covariances W du nuage $B(I)$.
 - b) Déterminer les valeurs propres de la matrice W .
 - c) En déduire la variabilité totale du nuage $B(I)$.
- 4) On projette, maintenant, le nuage $B(I)$ orthogonalement sur un axe, et on note $C(I)$ le nuage projeté. Donner la variabilité totale de nuage projeté $C(I)$.
- 5) Calculer la variabilité expliquée par la projection du nuage $B(I)$.