Guía de trabajo N.° 05: Binomio de Newton

Nombre y apellido: ____
Grado: 4.° de secundaria   Sección: "______"   Fecha: ___ / 04 / 21

«¿No ardía nuestro corazón mientras nos hablaba por el camino y nos explicaba las Escrituras?». Y, levantándose en aquel momento, se volvieron a Jerusalén, donde encontraron reunidos a los Once con sus compañeros, que estaban diciendo: **«Era verdad, ha resucitado el Señor y se ha aparecido a Simón».**   **(Lc 24, 13-35).**

COMPETENCIA: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.
DESEMPEÑO: Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, procedimientos y propiedades algebraicas más óptimas para determinar los términos del desarrollo del Binomio de Newton.

Se denomina Binomio de Newton a una expresión de la forma: $(x+y)^n$

El desarrollo del Binomio de Newton $(x+y)^n$ para las primeras potencias naturales está dado por: $(x+y)^0 = 1$

$$(x+y)^1 = x + y$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

Ordenando los coeficientes de desarrollo de $(x+y)^n$ en forma triangular se tiene el Triángulo de Pascal o de Tartaglia:

$(x+y)^0$: 1
$(x+y)^1$: 1   1
$(x+y)^2$: __   __   __
$(x+y)^3$: __   __   __   __
$(x+y)^4$: __   __   __   __   __
$(x+y)^5$: __   __   __   __   __   __

Los coeficientes del Triángulo de Pascal se pueden escribir en la siguiente forma:

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$

$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$

$$\binom{\ }{\ } \quad \binom{\ }{\ } \quad \binom{\ }{\ } \quad \binom{\ }{\ } \quad \binom{\ }{\ }$$

$$\binom{\ }{\ } \quad \binom{\ }{\ } \quad \binom{\ }{\ } \quad \binom{\ }{\ } \quad \binom{\ }{\ } \quad \binom{\ }{\ }$$

a) Verifica que los combinatorios dados corresponden a los valores del Triángulo de Pascal inicial
b) El número superior de cada combinatorio es _________ al ______________________________
c) Los número inferiores en cada fila varían de ____ en ____ desde _______ hasta ___________ ________________________________
d) Escribe los números combinatorios que faltan en el Triángulo
e) Escribe los desarrollos de $(x+y)^5$ y $(x+y)^6$ en función de números combinatorios
f) Escribe el desarrollo del Binomio de Newton $(x+y)^n$ en función de números combinatorios
g) Indica el quinto término del desarrollo de $(x+y)^{10}$
h) Indica el noveno término del desarrollo del $(x+y)^{20}$
i) Indica el término central del desarrollo de $(x+y)^{36}$
j) Indica los términos centrales del desarrollo de $(x+y)^{13}$
k) Expresa el término de lugar $"k"$ del desarrollo
l) Expresa el término de lugar $"k+1"$ del desarrollo

PRACTICAMOS BINOMIO DE NEWTON

1. Dada la expresión $(2a^2+1)^5$
   a) Da el desarrollo del Binomio de Newton
   b) Indica el número de términos
   c) Da el grado del cuarto término del desarrollo
   d) Expresa en forma general el tercer término del desarrollo

2. Para la expresión: $(m-n^3)^6$
   a) Expresa el desarrollo, considerando los coeficientes como números combinatorios
   b) Simplifica el desarrollo anterior
   c) Da la suma de coeficientes del desarrollo
   d) Indica como son los signos término a término
   e) Da el grado del quinto término del desarrollo

3. Para la expresión: $(3x^2-2y)^8$
   a) Da el primer y último término del desarrollo
   b) Indica como son los signos término a término.

4. Sea la expresión: $(x^3+y^2)^8$
   a) Escriba la expansión de la expresión dada, y luego simplifíquela.
   b) Identifica el grado absoluto de cada término.
   c) Explica la relación entre los grados absolutos de los términos y el exponente del binomio
   d) Identifica cada pareja de términos equidistantes de los extremos

5. Calcula el término cuarto del desarrollo de: $\left(\frac{x}{3}+9y\right)^{10}$

6. Indica el coeficiente del T_7 en:
   $$\left(\frac{4x}{5}-\frac{5}{2x}\right)^9$$

7. Señale el lugar del término independiente del desarrollo de: $\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)^{55}$

8. Hallar el término central del desarrollo del binomio: $\left(4a^3-\frac{b}{8}\right)^{10}$

9. Halla $(n+k)$ si se sabe que el cuarto término del desarrollo $(x+2)^n$ es $80\,x^k$

10. Halla el término de lugar 10 en la expresión: $\left(27x^5+\dfrac{1}{3x}\right)^{12}$

11. Si el término que ocupa el lugar "k" en el desarrollo de la expresión: $\left(x^2+y^3\right)^{20}$ Tiene igual grado relativo a "x" y "y". Determina el grado del término de lugar "k" contado a partir del final.

12. Uno de los términos del desarrollo de:

$$\left(\frac{x}{y}+y\right)^n$$

Es de la forma: $m(x\,y)^p$, y el término anterior es independiente de "y". Calcula: "$m+n+p$".

13. Un término en el desarrollo de $\left(x^2-5y^7\right)^n$, donde n $\in$ N tiene como parte literal x^6y^{35}. Halla el coeficiente del segundo término.

14. Halla los valores de n, sabiendo que en la expresión de $(x+3)^n$ los términos de lugares 9 y 10 tienen coeficientes iguales.

15. Si al desarrollar $x^6\left(2+\dfrac{1}{x}\right)^6$; el término que ocupa el lugar $(3k-1)$ es 16 veces el coeficiente del término de lugar $(2k+4)$; calcula el valor de: $D=k^2+2$

16. El desarrollo de $\left(\dfrac{x^m}{y^{n-10}}+\dfrac{y^{n+20}}{x}\right)^n$ tiene un solo término central cuya parte literal es x^6y^{600}; calcula "$m+n$"

17. Si uno de los términos del desarrollo de:

$$\left(x^8-\frac{1}{x^6}\right)^{15}$$

Tiene la forma: $k\,x^{64}$, determina el valor de "k".

18. Sea el binomio $(x-2)^4$ realice lo siguiente:
   a) Expande y simplifica tu resultado.
   b) A partir de lo anterior, encuentre el término de x^3 en $(3x+4)(x-2)^4$.

19. Sea el binomio $(2+x)^4$ realice lo siguiente:
   a) Expande y simplifica tu resultado.
   b) A partir de lo anterior, encuentre el término de x^2 en $(2+x)^4\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)$.

20. Considere la expansión de $\left(3x^2-\dfrac{1}{x}\right)^9$.
   a) Escriba el número de términos de la expansión.
   b) Halle el término constante.

Nota: Desarrollar los ejercicios de Urban P. pag 232 (Todos)

Fuentes:

i. Zill, D. & Dewar, J. (2012). Álgebra, trigonometría y geometría analítica. (3ª ed). México: McGraw-Hill Educación.
ii. Urban P., Martin R., Haese R., Haese S., Haese M. & Humphries M. (Segunda edición). (2008). Mathematics HL. Australia: Haese & Harris publications.
iii. Mathemathics standard level (2012) IBO.