Guía de trabajo N.° 02: Resolución de triángulos oblicuángulos

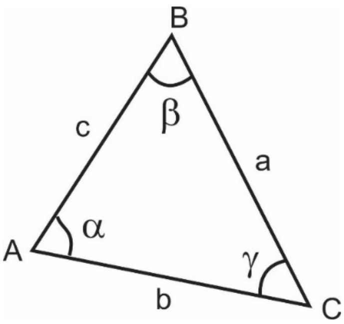
Nombre y Apellido: ____

Grado: 5.° de secundaria Sección: "______" Fecha: ___ / 05 / 22

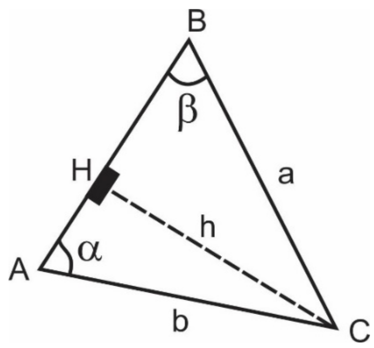
«Zaqueo, date prisa y baja, porque es necesario que hoy me quede en tu casa». Él se dio prisa en bajar y lo recibió muy contento. Al ver esto, todos murmuraban diciendo: «Ha entrado a hospedarse en casa de un pecador». Pero Zaqueo, de pie, dijo al Señor: «Mira, Señor, la mitad de mis bienes se la doy a los pobres; y si he defraudado alguno, le restituyo cuatro veces más». Jesús le dijo: «Hoy ha sido la salvación de esta casa, pues también este es hijo de Abrahán. Porque el Hijo del hombre ha venido a buscar y a salvar lo que estaba perdido». **(Lucas 19, 1-10)**

COMPETENCIA: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio
COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

LEY SE SENOS: En todo triángulo, la razón entre la medida de un lado y el seno del ángulo opuesto es constante e igual al diámetro de la circunferencia circunscrita.

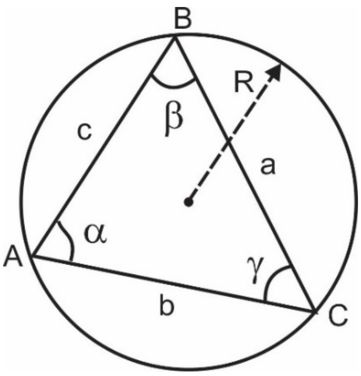


$$\frac{a}{sen\alpha}=\frac{b}{sen\beta}=\frac{c}{sen\gamma}$$

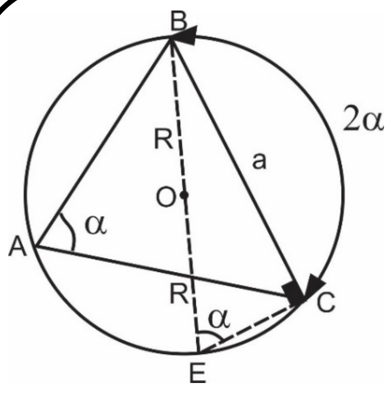


- $\triangle$AHC
  $\frac{h}{b}=sen\alpha \Rightarrow h=b.sen\alpha$
- $\triangle$BHC
  $\frac{h}{a}=sen\beta \Rightarrow h=a.sen\beta$
- Igualando:
  $a.sen\beta=b.sen\alpha$
  $\frac{a}{sen\alpha}=\frac{b}{sen\beta}$

En general:

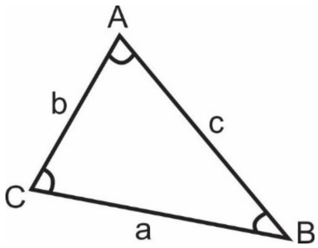


$$\frac{a}{sen\alpha}=\frac{b}{sen\beta}=\frac{c}{sen\gamma}=2R$$



- Trazar diámetro $\overline{BE}$
- Trazar $\overline{CE}$
- Ángulo ∡BCE Inscrito
  $\Rightarrow$ m∡BCE = 90°
- Ángulo ∡BAC Inscrito
  $\Rightarrow \overset{\frown}{BC} = 2\alpha$
- Ángulo ∡BEC Inscrito
  $\Rightarrow$ m∡BEC = α
- Triángulo $\triangle$BCE
  $\frac{a}{2R}=sen\alpha \Rightarrow \frac{a}{sen\alpha}=2R$

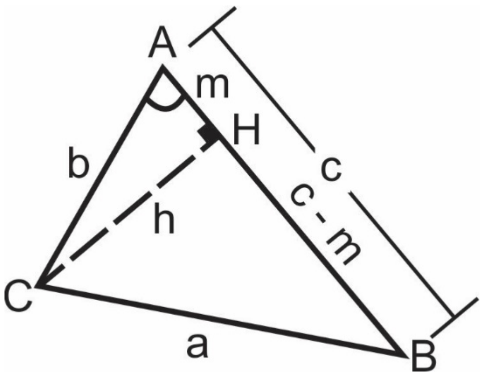
LEY DEL COSENO: El cuadrado de la medida de un lado es igual a la suma de los cuadrados de las medidas de los otros dos lados, menos el doble producto de las medidas de estos dos lados por el coseno del ángulo que forman.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$$



- Triángulo ΔAHC

$$\frac{m}{b} = \cos A \Rightarrow m = b.\cos A$$

- Triángulo ΔAHC

$$h^2 + m^2 = b^2 \Rightarrow h^2 = b^2 - m^2$$

- Triángulo ΔBHC

$$a^2 = h^2 + (c-m)^2 \Rightarrow a^2 = b^2 - m^2 + (c-m)^2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 - m^2 + c^2 - 2cm + m^2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2cm$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2c(b.\cos A)$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

PRACTICAMOS

01. Un cuadro familiar ha sido colgado de un clavo mediante una cuerda atada a los extremos de la parte superior que mide $40\sqrt{3}$ cm. En el extremo izquierdo la cuerda forma un ángulo de 30° con el marco. La distancia entre el extremo derecho de la parte superior del cuadro y el clavo es de 40 cm.
    a) Determina el ángulo que forman los segmentos de cuerda en el clavo.
    b) Determina el ángulo que forma la cuerda en el extremo derecho del cuadro.
    c) Determina la longitud de la cuerda.
    d) Determina la altura del clavo sobre el marco superior del cuadro.

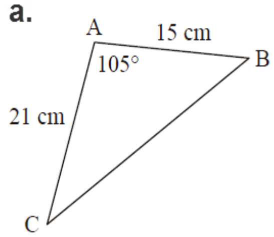
02. Un helicóptero se encuentra haciendo estacionario sobre una pista y observa los extremos de la misma con ángulos de depresión de 16° y 53°. La distancia al extremo más cercano de la pista es 35 m.
    a) Determina la distancia al otro extremo de la pista.
    b) Determina a qué altura está el helicóptero.
    c) Determina el largo de la pista.
    d) Determina sen69°.

03. Se ha cercado un terreno de lados 70 m, 80 m y 130 m utilizando una cuerda sujeta a postes colocados en las esquinas y los lados.
    a) Determina bajo qué ángulo se ve el lado mayor desde la esquina opuesta.
    b) Determina el área del terreno.

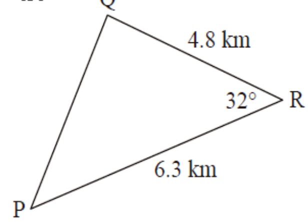
04. En una prueba de ciclismo se recorre una pista triangular, tal que en cada siguiente tramo se recorre un kilómetro más que en el anterior. El coseno del mayor ángulo vale 0,2.
    a) Si en una prueba se deben dar 5 vueltas, determina cuánto recorre cada ciclista.
    b) Determina el área del terreno circulado por la pista.

05. Encuentra la longitud del lado restante en el triángulo dado:

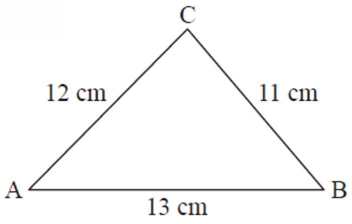
a.



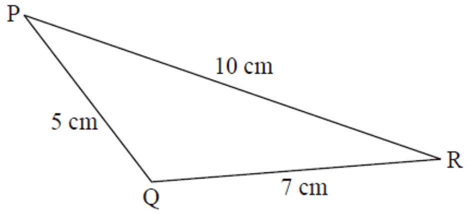
b.



06. Halla la medida de todos los ángulos de:



07. Halla la medida del ángulo obtuso:

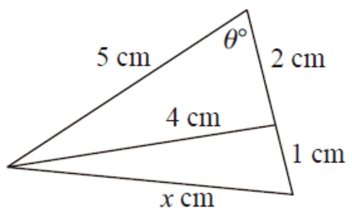


08. Halla:

a) El ángulo más pequeño de un triángulo con lados 11 cm, 13 cm y 17 cm.

b) El ángulo más grande de un triángulo con lados de 4 cm, 7 cm y 9 cm.

09. Halla:

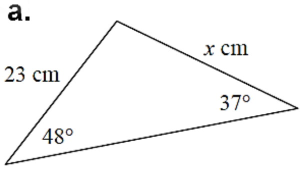


a) Cos θ

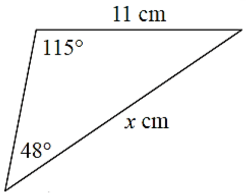
b) El valor de x

10. Calcula el valor de x

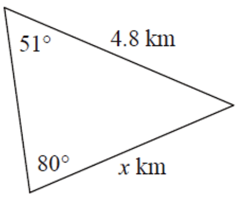
a.



b.



c.



11. En un triángulo ABC, halla:

a) a, si A = 63°, B = 49° y b = 18 cm

b) b, si A = 82°, C = 25° y c = 34 cm

c) c, si B = 21°, C = 48° y a = 6,4 cm

12. En el triángulo ABC se tiene que m<B = 40°, b = 8 cm y c = 11 cm. Halle los dos posibles valores del ángulo C.

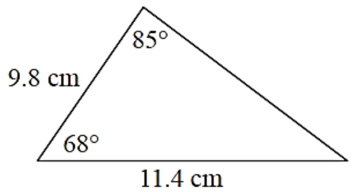
13. En el triángulo ABC, encuentra la medida de:

a) <A, si a = 14,6 cm, b = 17,4 cm y m<ABC = 65°.

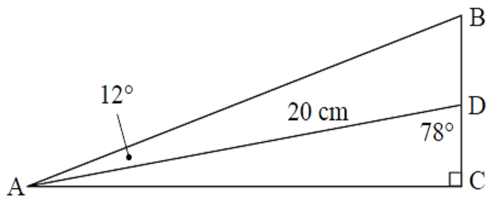
b) <B, si b = 43,8 cm, c = 31,4 cm y m<ACB = 43°

c) <C, si a = 6,5 km, c = 4,8 km y m<BAC = 71°

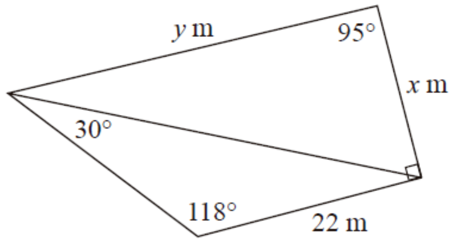
14. Determina si es posible tener un triángulo con las medidas mostradas:



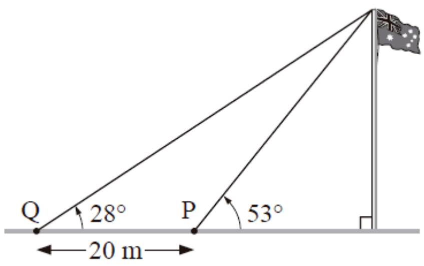
15. Encuentra la medida del ángulo ABC y a partir de ello BD, en la figura mostrada.



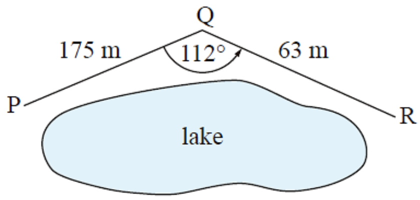
16. Halla los valores de "x" y "y" en la siguiente figura:



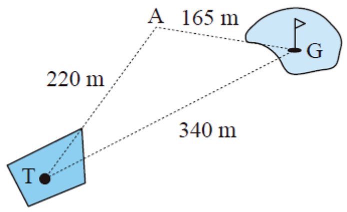
17. Juan desea determinar la altura del asta de la bandera. Toma un avistamiento de la parte superior del asta de la bandera desde el punto P. Entonces se mueve 20 m más lejos del asta de la bandera al punto Q y toma un segundo avistamiento. La información se muestra en el diagrama ¿Qué tan alto es el asta de la bandera?



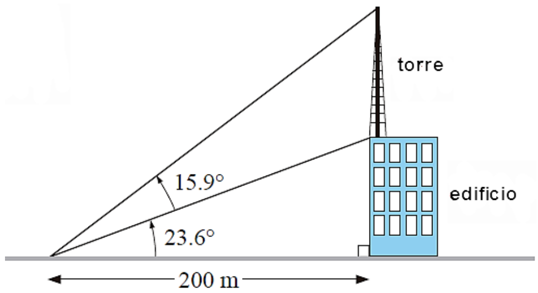
18. Para ir de P a R, un guardaparques tuvo que andar a lo largo de un camino hacia la Q y luego a R como se muestra ¿Cuál es la distancia en línea recta de P a R?



19. Un golfista jugó su distancia de tiro de 220 m al punto A. Luego jugó 165 m hasta el hoyo en G. Si la distancia desde el punto inicial hasta G es de 340 m, determina el número de grados que el golfista se desvió en su golpe de salida.



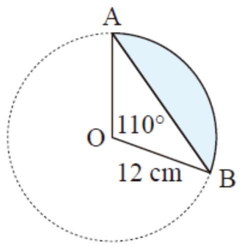
20. Una torre de comunicaciones se construye en la parte superior de un edificio como se muestra. Halla la altura de la torre.



21. Desde el pie de un edificio se ve la parte superior de un árbol con un ángulo de elevación de 22°. Desde la parte superior del edificio, de 150 m de altura, se ve la parte superior del árbol con un ángulo de depresión de 50°.
    a) ¿Qué altura tiene el árbol?
    b) ¿A qué distancia del edificio está el árbol?

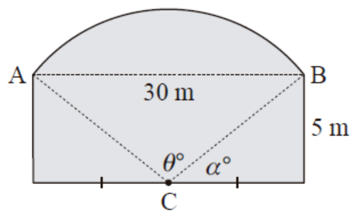
22. Encuentra los posibles valores del ángulo comprendido entre dos lados dados de un triángulo:
    a) Lados de 5 cm y 8 cm, y área de 15 cm^2.
    b) Lados de 45 km y 53 km, y el área 800 km^2.

23. Para el siguiente diagrama, halla:



    a) El área de la región triangular AOB
    b) El área del sector AOB
    c) El área del segmento circular sombreado

24. La pared del fondo de un edificio tiene la forma ilustrada. El centro del arco AB es C. Encuentra:



    a) α, con 4 cifras significativas
    b) θ, con 4 cifras significativas
    c) El área de la pared.

25. Un auto parte de A y recorre una cierta distancia siguiendo el rumbo E37°N hasta B, Luego recorre 2 km más que en el tramo anterior siguiendo el rumbo E30°S hasta C. C se encuentra al este de A.
    a) Determina la distancia total recorrida por el auto.
    b) Si desea regresar en línea recta al punto de partida, determina cuánto debe desplazarse.

Referencias:

i. Alva R. (2005), *Trigonometría Teoría y Práctica* (Tercera edición), Lima –Perú, Editorial San Marcos.
ii. Salvador T. (2001). Trigonometría Teoría y Práctica (Primera edición), Lima –Perú, Editorial Ingeniería.
iii. Cirrito F. (2007), Mathematics, (Tercera edición), Australia, Shannon Books.
iv. Owen, J., Haese, R., Haese, S. & Bruce, M. (2004). Mathematics for the international students: Matematics SL. Australia: Haese & Harris Publications.