Guía de trabajo N.° 02: CONVERSIÓN ENTRE SISTEMAS

Nombre y apellido: ____

Grado: 4.° de secundaria Sección: "______" Fecha: ___ / 08 / 21

Jesús dijo a sus discípulos: «Vosotros sois la sal de la tierra. Pero si la sal se vuelve sosa, ¿con qué la salarán? Vosotros sois la luz del mundo. No se enciende una lámpara para meterla debajo del celemín, sino para ponerla en el candelero y que alumbre a todos los de casa. Alumbre así vuestra luz a los hombres, para que vean vuestras buenas obras y den gloria a vuestro Padre que está en el cielo.» **(Mateo 5, 13-16)**

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

DESEMPEÑOS:

- Describe la ubicación o los movimientos de un objeto real o imaginario, y los representa utilizando mapas y planos a escala, razones trigonométricas, ángulos de elevación y depresión.
- Lee textos o gráficos que describen las propiedades de razones trigonométricas, y ángulos de elevación o depresión. Lee mapas a diferente escala, e integra su información para ubicar lugares, profundidades, alturas o determinar rutas.

EQUIVALENCIAS ENTRE LOS SISTEMAS

$9° = 10^g$	πrad = 180°	πrad = 200^g	1 vuelta = 360° = 400^g = 2π rad

NOTA:

Lo correcto sería 9° equivale 10^g pero por comodidad para operar diremos que $9° = 10^g$.

Consideraciones:

1. $1 \text{ rad} > 1° > 1^g$
2. $180° <> 200^g <> \pi$rad
3. $9° <> 10^g$ $27' <> 50^m$ $81'' <> 250^s$
4. $\alpha = x° y' z'' = x° + y' + z''$ $(\alpha = 3° 50' 27'' = 3° + 50' + 27'')$
5. $\beta = x^g y^m z^s = x^g + y^m + z''$ $(\beta = 4^g 50^m 20^s = 4^g + 50^m + 20^s)$

Conversión entre sistemas: Es el procedimiento por el cual la medida de un ángulo se expresa en otras unidades diferentes a la primera.

Aplicaciones:

1. Convertir 15° a radianes. Observamos que vamos a relaciona el sistema (S) y (R) entonces utilizaremos una equivalencia donde aparezcan ambos sistemas.

$$15°.\ \frac{\pi rad}{180°} = \frac{\pi}{12} rad$$

$\boxed{\pi\text{rad} = 180°}$

2. Convertir $\frac{3\pi}{2}$rad a sexagesimales.

Ahora utilizaremos 180° = π rad

$$\frac{3}{2}\underbrace{\pi}_{180°} rad = \frac{3\ x\ 180°}{2} = 270°$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Expresar el complemento de 30° en el Sistema Circular.

   a) $\frac{\pi}{3}rad$ b) $\frac{\pi}{6}rad$ c) $\frac{\pi}{4}rad$ d) $\frac{\pi}{5}rad$ e) $\frac{\pi}{8}rad$

2. Expresar el suplemento de 100^g al Sistema Radial.

   a) $\frac{\pi}{3}rad$ b) $\frac{\pi}{6}rad$ c) $\frac{\pi}{8}rad$ d) $\frac{\pi}{2}rad$ e) $\frac{\pi}{4}rad$

3. Determine: $\sqrt{a+b+c}$. Si: $140^g = \overline{abc}°$

   a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

4. Calcular el valor de "x":

$$(4x-1)° = \frac{3\pi}{20}rad$$

   a) 7 b) 9 c) 11 d) 13 e) 15

5. Determine a + b + c.
   Si: a°b'c" = 3°25'42" + 4°45'38"

   a) 25 b) 39 c) 52 d) 63 e) 120

6. La diferencia de dos ángulos suplementarios es $\frac{\pi}{3}rad$ determine el mayor de ellos.

   a) 90° b) 100° c) 120° d) 160° e) 130°

7. Calcular:

$$E = \frac{25°+50^g+\frac{\pi}{3}rad}{64°+40^g+\frac{\pi}{6}rad}$$

   a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

8. Si: $\frac{\pi}{64}rad = x°y'z"$.

   Calcular el complemento de (x + y - z)°

   a) 80° b) 81° c) 85°
   d) 82° e) 54°

9. Expresar el complemento de 20^g al sistema Sexagesimal.

   a) 70° b) 72° c) 82°
   d) 56° e) 74°

TAREA DOMICILIARIA N.º 2

1. Expresar el suplemento de 60° en el Sistema Radial.

   a) $\frac{\pi}{3}rad$ b) $\frac{\pi}{6}rad$ c) $\frac{\pi}{4}rad$
   d) $\frac{2\pi}{3}rad$ e) $\frac{5\pi}{4}rad$

2. Convertir $\frac{7\pi}{20}rad$ al Sistema Sexagesimal.

   a) 60º b) 62º c) 63º
   d) 64º e) 65º

3. Determine "x" si: $(x + 7)° = (x + 9)^g$

   a) 9 b) 10 c) 11
   d) 13 e) 27

4. Si: a° b' c" = 5°48'23" + 6°25'40"

   Calcular: $\sqrt{a+b+c-4}$

   a) 1 b) 2 c) 3
   d) 4 e) 5

5. Si: $\frac{\pi}{24}rad = a°b'$

   Calcular: b – a

   a) 21 b) 22 c) 23
   d) 25 e) 30

6. Simplificar: $E = \dfrac{50^g+25°}{\frac{\pi}{36}rad+5°}$

   a) 3 b) 5 c) 7 d) 8 e) 9

7. Si: $K = \dfrac{90^g+9°}{36°-\frac{\pi}{30}rad}$

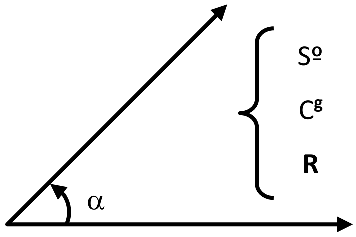
   Además $\left(\frac{\pi}{k+1}\right)rad = \overline{ab}°$

   Calcular: b - a

   a) 1 b) 2 c) 3
   d) 4 e) 5

FÓRMULA GENERAL DE CONVERSIÓN

Es la relación que existe entre los números de grados sexagesimales (S), grados centesimales (C), y el número de radianes (R) que contiene un ángulo trigonométrico. En el gráfico tenemos:



Recordar: $180^{\circ} = 200^{g} = \pi \text{rad}$

Entonces: $\boxed{\dfrac{S}{180} = \dfrac{C}{200} = \dfrac{R}{\pi}}$ .... Fórmula General

De donde podemos establecer las siguientes consideraciones:

1 $\boxed{\dfrac{S}{9} = \dfrac{C}{10}}$

2 $\boxed{S = \dfrac{180R}{\pi}}$

3 $\boxed{C = \dfrac{200R}{\pi}}$

Observación:

❖ De 1 $\dfrac{S}{9} = \dfrac{C}{10} = K \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{array}{l} S = 9K \\ C = 10K \end{array}\right\} \; K = \dfrac{20R}{\pi}$

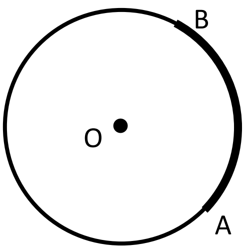
Muchas veces conviene utilizar dicha observación por ejemplo:

Reducir: $E = \dfrac{2S - C}{C - S} \Rightarrow E = \dfrac{2(9K) - 10K}{10K - 9K} \Rightarrow \dfrac{8K}{K} \Rightarrow E = 8$

LONGITUD DE ARCO

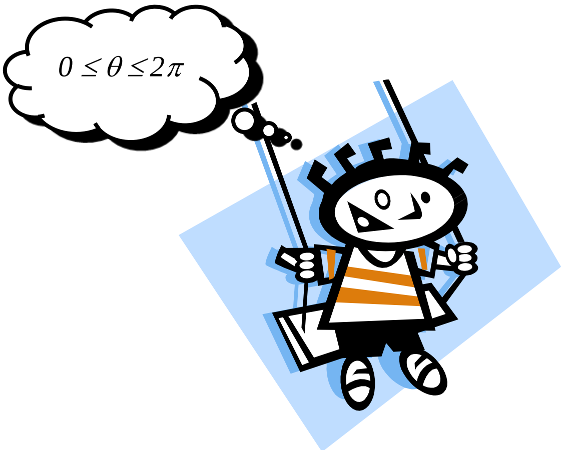
<u>ARCO:</u> Se denomina **Arco** a la figura que se parte de la circunferencia limitada en sus extremos.

Notación: $\boxed{\text{Arco AB} = \overset{\frown}{AB}}$



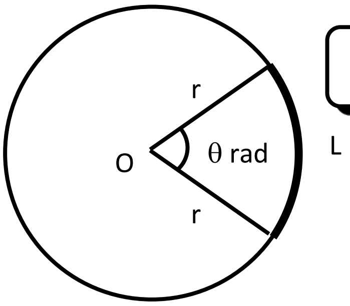
LONGITUD DE ARCO

La Longitud de un Arco se calcula multiplicando el número de radianes del ángulo central al cual subtiende por la Longitud de Radio.



Notación:

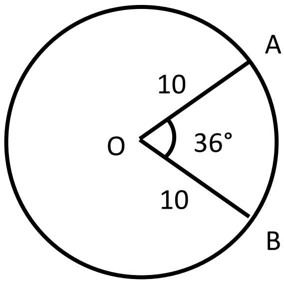
Longitud de Arco AB = $L_{\overset{\frown}{AB}} = L$



$$\boxed{L = \theta\, r}$$

APLICACIÓN 1

Del gráfico mostrado calcular la Longitud de Arco AB.



Como el ángulo central debe estar expresado en radianes lo pasaremos al Sistema Radial.

$$36° \cdot \frac{\pi rad}{180°} = \frac{\pi}{5} rad \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\pi}{5} rad \text{ suele escribirse también como } \frac{\pi}{5}\right)$$

$$L_{\overset{\frown}{AB}} = \frac{\pi}{5} \cdot 10 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad L_{\overset{\frown}{AB}} = 2\pi m$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Calcular la longitud de arco, correspondiente a un ángulo central de 60º en una circunferencia de 48 m de diámetro.

   a) 6π m b) 7π c) 8π d) 5π e) 10π

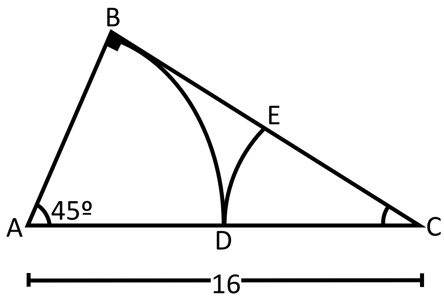
2. En un sector circular la medida del arco y el radio están representados por dos números enteros consecutivos. Si el perímetro del sector es 20 m. ¿Cuál es la medida del ángulo central?

   a) 4/3 rad b) 3/4 c) 2/3 d) 7/6 e) 6/7

3. Dos ángulos agudos en el centro de un círculo son complementarios y las longitudes de los arcos que subtienden suman 4π m luego la longitud del radio del círculo es :

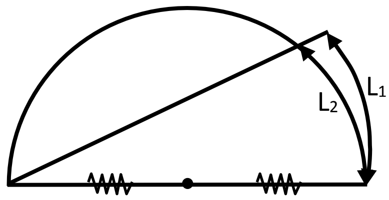
   a) 4 m b) 6 c) 8 d) 2 e) 10

4. En el triángulo rectángulo, calcular la suma de las longitudes de los dos arcos dibujados tomando centro en A y C respectivamente.



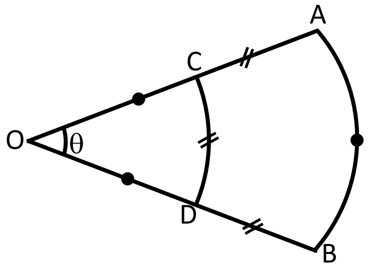
   a) 2π b) 4π c) 8π
   d) 16π e) 12π

5. Del gráfico mostrado el arco BC se dibuja tomando centro en A. Calcular: $E = \dfrac{L_1}{L_2}$



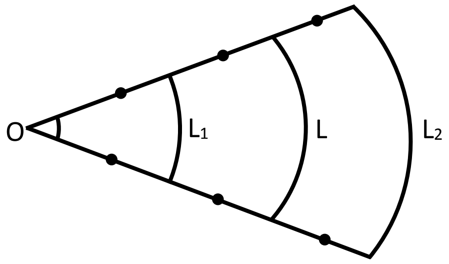
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

6. Del gráfico, calcular : $E = \theta^{-1} - \theta$ $= \dfrac{1}{\theta} - \theta$



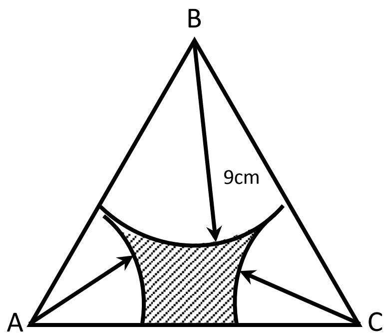
a) 1 b) 2 c) 5 d) $\sqrt{5}/2$ e) 1/2

7. En el gráfico, calcular "L" , si : $L_1 + L_2 = 8\pi$



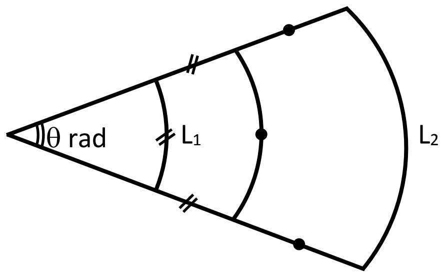
a) 8π b) 4π c) 2π d) π e) $\pi/2$

8. Siendo A, B y C los centros de los arcos mostrados. Determine el perímetro de la región sombreada, si Δ_{ABC}: equilátero de lado igual a 15 cm.



a) 15 cm b) 20 c) 25 d) 30 e) 21

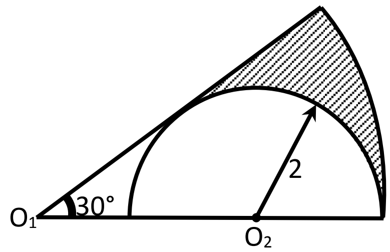
9. De acuerdo al gráfico, calcular : $\sqrt{\dfrac{L_2}{L_1}}$



a) θ b) $\sqrt{2\theta}$ c) $2\theta + 1$

d) $(\theta + 1)$ e) $\sqrt{2(\theta+1)}$

10. Calcular el perímetro de la figura sombreada siendo O_1 y O_2 centros.



a) $2\left(3 + \sqrt{3} + \dfrac{7\pi}{3}\right)$

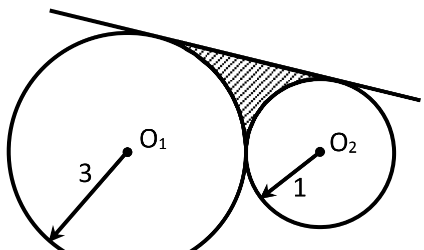
b) d) $2\left(3 - \sqrt{3} + \dfrac{7\pi}{6}\right)$

c) $2\left(3 - \sqrt{3} - \dfrac{7\pi}{6}\right)$

d) $3 - \sqrt{3} - \dfrac{7\pi}{3}$

e) $3\left(3 - \sqrt{3} - \dfrac{7\pi}{18}\right)$

11. Calcular el perímetro de la región sombreada siendo O_1 y O_2 centros.



a) $4\sqrt{3} - \dfrac{11\pi}{3}$

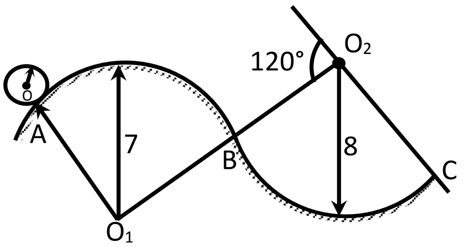
b) $4\sqrt{3} - \dfrac{11\pi}{12}$

c) $4\sqrt{3} - \dfrac{13\pi}{6}$

d) $2\sqrt{3} + \dfrac{5\pi}{3}$

e) $2\sqrt{3} + \dfrac{7\pi}{3}$

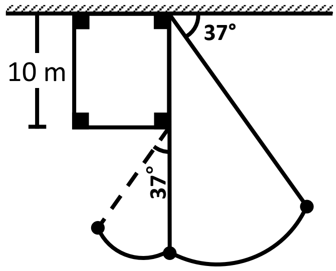
12. Calcular la longitud de la trayectoria que describe el centro de la rueda al recorrer la superficie AC si : $\overline{O_1A} \,//\, \overline{O_2C}$



a) 2π b) 3π c) 4π d) 5π e) 6π

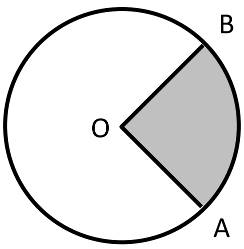
13. En la figura mostrada se tiene un péndulo en movimiento. Hallar aproximadamente la longitud del péndulo si su extremo recorre 10π m.

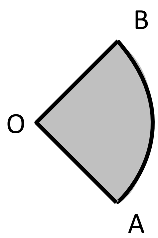
a) 14 m
b) 16
c) 20
d) 24
e) 28



ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR

SECTOR CIRCULAR: Se denomina Sector Circular a la figura que es parte del círculo limitado por dos radios y un arco.

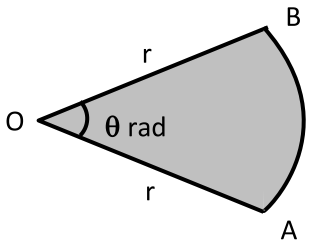




Sector Circular

Notación: Sector Circular AOB = $\triangleleft_{AOB}$

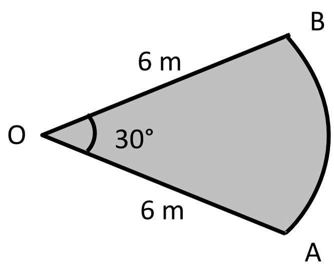
ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR: El área de un Sector Circular es igual a la mitad del cuadrado del valor de su radio multiplicado por el número de radianes de su ángulo central.



$$S = \frac{r^2}{2}\,.\,\theta$$

Notación: $S_{\triangleleft AOB}$ = Área del Sector Circular AOB

APLICACIÓN 1: Calcular el área del Sector Circular mostrado.



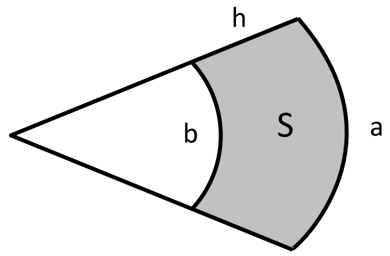
Convertimos 30º a radianes: $30° \cdot \frac{\pi rad}{180°} \Rightarrow \frac{\pi}{6} rad$

Aplicamos la fórmula: $S = \frac{(6m)^2}{2} \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3\pi\ m^2$

➷ Otras fórmulas para calcular el área de un Sector Circular.

$$\boxed{S = \frac{L \cdot r}{2}} \qquad \boxed{S = \frac{L^2}{2\theta}}$$

ÁREA DE UN TRAPECIO CIRCULAR



$$\boxed{S = \frac{(a+b)}{2} \cdot h}$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. En un sector circular el arco mide 2 cm y el ángulo central mide 20º. ¿Cuál es su área?

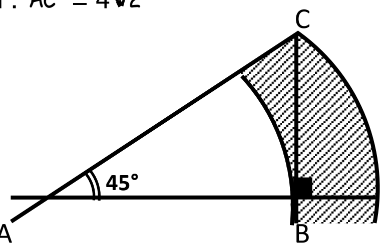
   a) $12/\pi$ cm^2 b) $9/\pi$ c) $18/\pi$ d) $6/\pi$ e) $24/\pi$

2. Se tiene un sector circular de área "S" si se aumenta el arco en 20% y disminuye el radio 20%, entonces el área del nuevo sector es :

   a) 94% S b) 95% S c) 96% S
   d) 64% S e) 65% S

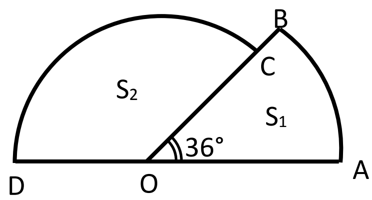
3. Del gráfico, calcular el área de la región sombreada, si : $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$

   a) π
   b) 2π
   c) 3π
   d) 4π
   e) 6π



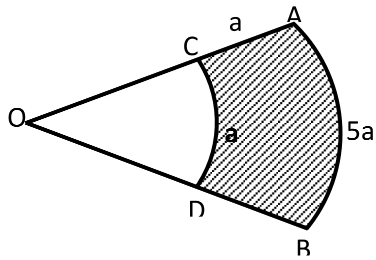
4. De acuerdo al gráfico, calcular : $E = \frac{S_1}{S_2}$

   Si: $\overline{OA} = 4\overline{CB}$



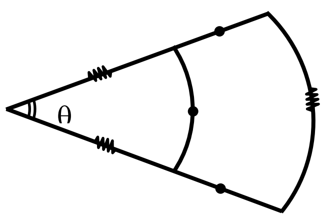
   a) 4/3 b) 1/3 c) 2/9 d) 4/9 e) 2/3

5. Determine el área de la región sombreada :



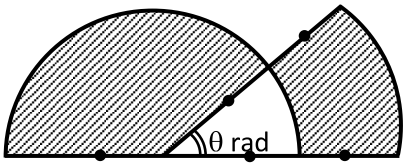
   a) $2a^2$ b) a^2 c) $3a^2$ d) $3a^2/2$ e) $3a^2/4$

6. A partir del gráfico, calcular el valor de: $E = \frac{\theta^2}{1-\theta}$



a) 1 b) 2 c) 3 d) 1/2 e) 1/3

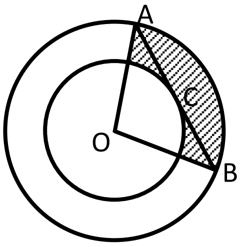
7. Si las áreas de las regiones sombreadas son iguales. Calcular "θ"



a) $\pi/10$ b) $\pi/20$ c) $\pi/3$ d) $\pi/4$ e) $\pi/5$

8. Calcular el área de la región sombreada siendo "O" centro y $\overline{AC} = \sqrt{14}$ m , $\measuredangle$ AOB = $\frac{2\pi}{7}$ rad

a) $\pi/2$ m^2
b) π
c) 2π
d) 4π
e) 8π



9. En el diagrama siguiente, O es el centro del círculo y (AT) es la tangente al círculo en T.

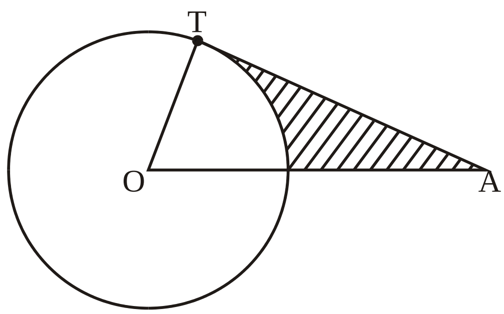


Diagram not to scale

OA = 12 cm, y el círculo tiene un radio de 6 cm, halle el área de la región sombreada.

10. En un sector circular el ángulo central mide 45º y el radio 8 m. ¿Cuál es el área?

a) π m^2 b) 4π c) 8π
d) 6π e) 2

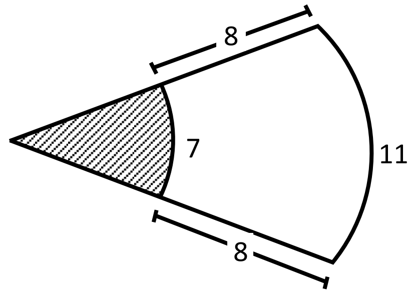
11. En un sector circular el ángulo central mide 30^g y el radio 10 cm. ¿Cuál es su área?

a) 30π cm^2 b) 15π c) $15\pi/2$ d) 24π e) $5\pi/2$

12. En un sector circular el arco mide 2π cm y su radio 13 cm. ¿Cuál es su área?

a) 11π cm^2 b) 12π c) 13π
d) 10π e) 14π

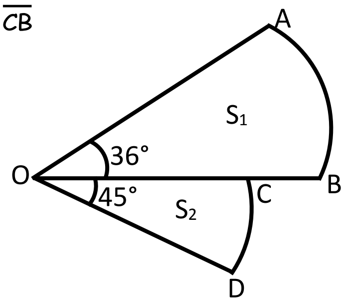
13. De la figura, hallar el área del sector circular sombreado.



a) 36 b) 40 c) 42 d) 49 e) 56

14. De acuerdo al gráfico, calcular : E = $\frac{S_1}{S_2}$, si:

$\overline{OC} = 3\,\overline{CB}$



a) 15/8 b) 2 c) 21/8 d) 64/4 e) 15/16

Referencias:

i. Urban P., Martin R., Haese R., Haese S., Haese M. & Humphries M. (Segunda edición). (2008). Mathematics HL. Australia: Haese & Harris publications.

ii. Zill, D. & Dewar, J. (2012). Álgebra, trigonometría y geometría analítica. (3ª ed). México: McGraw-Hill Educación.