COLEGIO
SAN AGUSTĪN
EST. 1966

ASESORÍA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA MAE NM

Guía de trabajo N.° 04: REGLAS DE DERIVACIÓN

Nombre y Apellidos: ______________________________

Grado: 5.° de secundaria   Sección: "______"   Fecha: ___ / 06 / 22

Jesús dijo: «Os aseguro que quien deje casa, o hermanos o hermanas, o madre o padre, o hijos o tierras, por mí y por el Evangelio, recibirá ahora, en este tiempo, cien veces más. (Mc 10, 28)

COMPETENCIA: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Reglas de Derivación:

a) La derivada de una constante es cero:

$$\text{Si } y = f(x) = k \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

b) La derivada de la función identidad es 1.

$$\text{Si } y = f(x) = x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1$$

c) La derivada de la suma o diferencia:

$$y = u(x) \pm v(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = u'(x) \pm v'(x)$$

d) La derivada del producto:

$$y = u(x).v(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx}v(x) + \frac{dv}{dx}u(x)$$

e) La derivada del cociente:

$$y = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}v(x) - \frac{dv}{dx}u(x)}{v^2(x)}$$

Ejercicios:

1. Halle $\frac{dy}{dx}$ usando la regla del producto:

$a)\ y = x^2(2x-1)$ $b)\ y = 4x(2x+1)^3$

$c)\ y = x^2\sqrt{3-x}$ $d)\ y = 5x^2(3x^2-1)^2$

$e)\ y = \sqrt{x}(x-3)^2$ $f)\ y = \sqrt{x}(x-x^2)^3$

2. Halle la pendiente de la recta tangente en:

$a)\ y = x^4(1-2x)^2$ en $x = -1$

$b)\ y = \sqrt{x}(x^2-x+1)^2$ en $x = 4$

$c)\ y = x\sqrt{1-2x}$ en $x = -4$

$d)\ y = x^3\sqrt{5-x^2}$ en $x = 1$

3. Si $y = \sqrt{x}(3-x)^2$

a) Pruebe que $\frac{dy}{dx} = \frac{(3-x)(3-5x)}{2\sqrt{x}}$.

b) Halle las coordenadas de x de todos los puntos en $y = \sqrt{x}(3-x)^2$ donde la recta tangente es horizontal.

4. Use la regla del cociente para hallar $\frac{dy}{dx}$ si:

$a)\ y = \frac{1+3x}{2-x}$ $b)\ y = \frac{x^2}{2x+1}$

$c)\ y = \frac{x}{x^2-3}$ $d)\ y = \frac{\sqrt{x}}{1-2x}$

$e)\ y = \frac{x^2-3}{3x-x^2}$ $f)\ y = \frac{x}{\sqrt{1-3x}}$

5. Halle la pendiente de la recta tangente:

$a)\ y = \frac{x}{1-2x}$ en $x = 1$

$b)\ y = \frac{x^3}{x^2+1}$ en $x = -1$

$c)\ y = \frac{\sqrt{x}}{2x+1}$ en $x = 4$

$d)\ y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2+5}}$ en $x = -2$

6. Si $y=\dfrac{x^2-3x+1}{x+2}$

a) Pruebe que: $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x^2+4x-7}{(x+2)^2}$

b) Para qué valores de x la $\dfrac{dy}{dx}$

i) cero ii) indefinido

7. Dado que la función:

$f(x)=x^2-3bx+(c+2)$, determine los valores de *b* y *c* tal que $f(1)=0$ y $f'(3)=0$.

8. Considere la función: $y=\dfrac{3x-2}{2x-5}$.

La gráfica de esta función tiene una asíntota vertical y una asíntota horizontal.

(a) Escribe debajo la ecuación de:

(i) La asíntota vertical;

(ii) La asíntota horizontal.

(b) Halle $\dfrac{dy}{dx}$, simplificando tu respuesta lo más posible.

9. La función f está definida por:

$$f(x)=\frac{2}{1+x^3};\ x\neq 1.$$

(a) (i) Escribe la ecuación de la asíntota vertical de la gráfica de f.

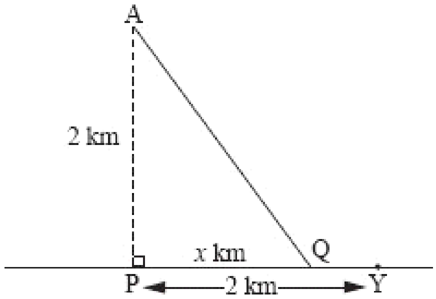
(ii) Escribe la ecuación de la asíntota vertical de la gráfica de *f.*

(iii) Trace la gráfica de f en el dominio $-3\leq x\leq 3$.

(b) (i) Si $f(x)=\dfrac{-6x^2}{\left(1+x^3\right)^2};\ x\neq 1$, pruebe que la segunda derivada

$$f(x)=\frac{12x(2x^3-1)}{\left(1+x^3\right)^3};\ x\neq 1$$

10. André quiere llegar desde el punto A ubicado en el mar hasta el punto Y ubicado en una franja recta de playa. P es el punto en la playa más cercano a A tal que AP = 2 km y PY = 2 km. Lo hace nadando en línea recta hasta un punto Q ubicado en la playa y luego corriendo hacia Y.



Cuando André nada, cubre 1 km en $5\sqrt{5}$ minutos. Cuando él corre, cubre 1 km en 5 minutos.

(a) Si $PQ=x\ km$, $0\leq x\leq 2$, encuentre una expresión para tiempo T en minutos tomados por André para alcanzar el punto Y.

(b) muestra que $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}=\dfrac{5\sqrt{5}\,x}{\sqrt{x^2+4}}-5.$

(c) (i) Resolver $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}=0.$

(ii) Usa el valor de x que se encuentra en la parte (c) para determinar el tiempo T en minutos, que tarda André en llegar al punto Y.

(iii) muestra que $\dfrac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}x^2}=\dfrac{20\sqrt{5}}{\left(x^2+4\right)^{\frac{3}{2}}}$ por lo tanto, muestran que el tiempo encontrado en la parte (c) (ii) es un mínimo.

REFERENCIAS:

- Cirrito, F. (2002), *Métodos Matemáticos* (Primera edición), Australia: IBID Pess
- Urban, P.; Owen, J.; Martin, D.; Haese, R.; Haese, S. & Bruce, M. (2008), *Mathemathics for the international student* (tercera edición), Australia , Haese y Harris.