



COLEGIO

SAN AGUSTÍN

EST. 1966

# ASESORÍA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA M.A.E. NM

## Guía de trabajo N.º 01: Repaso año 1

Nombre y apellido: \_\_\_\_\_

Grado: 5.º de secundaria

Sección: “\_\_\_\_\_”

Fecha: \_\_ / 03 / 22

**“Tú, en cambio, cuando ores, entra en tu cuarto, cierra la puerta y ora a tu Padre, que está en lo secreto, y tu Padre, que ve en lo secreto, te lo recompensará”**  
(Mt 6,1-6)

- I. Utilice los siguientes ejercicios para afianzar los contenidos aprendidos durante el primer año. Trabaje con orden y limpieza desarrollando cada ejercicio en su cuaderno.

1. Halle la suma de:  $2 - \frac{4}{3} + \frac{8}{9} - \frac{16}{27} + \dots$

2. Calcule  $\sum_{k=1}^{12} 3 + 0,2k$

3. En los siguientes binomios, halle lo que se le pide:

(a) Desarrolle  $\left(e + \frac{1}{e}\right)^4$  en función de  $e$ .

(b) Exprese  $\left(e + \frac{1}{e}\right)^4 - \left(e - \frac{1}{e}\right)^4$  como la suma de tres términos.

(c) Halle el término constante  $\left(\frac{2}{z^2} - z\right)^{15}$

4. Halle el valor de  $x$  en las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a)  $\log_2(3x - 4) = 4$

b)  $\log(x^2) = 16$

c)  $\log_3(x - 8) + \log_3 x = 2$

d)  $\log 7 - \log(4x + 5) + \log(2x - 3) = 0$

e)  $\log_3 x + \log_3(x - 2) = 1$

5. Si  $\log_b M = 5,42$  y  $\log_b N^2 = 3,78$

Calcule: a)  $\log_b N$       b)  $\log_b \left(\frac{N^4}{\sqrt{M}}\right)$

6. Halle el dominio y rango de las funciones:

a)  $g(t) = \sqrt{3-t}$

b)  $h(x) = x^2 - 4$

c)  $g(x) = \frac{6}{k^2 - 9}$

7. Determine el dominio y rango de la función  $f$  definida como:  $f : x \mapsto \frac{1}{x-5}$

8. Determine el dominio y rango de la función  $f$  definida como  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 9}}$

9. Hallar la ecuación de la recta que biseca de manera perpendicular al segmento que une los puntos (1,2) y (3,1) dando la respuesta de la forma  $ax + by + c = 0$

10. Si  $f(x) = 2x$  y  $g(x) = \frac{1}{x-3}$ ,  $x \neq 0$

a) Halle el valor de:

(i)  $(f \circ g)(5)$

(ii)  $(g \circ f)(5)$ .

b) Halle la función regla de expresión para:

(i)  $(f \circ g)(x)$

(ii)  $(g \circ f)(x)$

11. Tenemos dos funciones  $f : x \mapsto 2x - 3$  y  $g : x \mapsto 2 - x^2$ . Evaluar:

a)  $(f \circ g)(0)$  b)  $(g \circ f)(0)$  c)  $(f \circ f)(4)$  d)  $(g \circ g)(-3)$  e)  $(f \circ g)(-1)$  f)  $(g \circ f)(-3)$

12. Tenemos  $g(x) = \sqrt{x-1}$  y  $h(x) = 10 - x^2$ . Halle:

a)  $(g \circ h)(x)$  y su dominio y rango

b)  $(h \circ g)(x)$  y su dominio y rango

13. En los siguientes ejercicios, determine las funciones  $g$  y  $h$  tal que  $f(x) = g(h(x))$

a)  $f(x) = (x+3)^2$

b)  $f(x) = \sqrt{x-5}$

14. En las preguntas, asuma que  $f$  es una función inyectiva.

a) Si  $f(2) = -5$ , halle el valor de  $f^{-1}(-5)$

b) Si  $f^{-1}(6) = 10$ , halle el valor de  $f(10)$

c) Si  $f^{-1}(b) = a$ , halle el valor de  $f(a)$

d) Si  $h(x) = x^2 - 8x$ , con  $x \geq 4$ , halle el valor de  $h^{-1}(-12)$

15. Halle la función inversa  $f^{-1}$  y determina el dominio.

a)  $f(x) = 2x - 3$

b)  $f(x) = 4 - x^2, x \geq 0$

c)  $f(x) = \sqrt{x-5}$

d)  $f(x) = x^2 + 2x, x \geq 1$

16. Use las funciones  $g(x) = x + 3$  y  $h(x) = 2x - 4$ , calcule el valor indicado o la función indicada

a)  $(g^{-1} \circ h^{-1})(5)$

b)  $(h^{-1} \circ g^{-1})(9)$

17. La función  $f(x) = \frac{1}{x}$ , es su propia inversa. Muestra que alguna función en la forma:

$$f(x) = \frac{a}{x+b} - b, a \neq 0, \text{ es su propia inversa.}$$

18. Dos funciones  $g$  y  $h$  están definidas por:  $g(x) = 2x - 7$  y  $h(x) = 3(2 - x)$

Halle: a)  $g^{-1}(3)$       b)  $(h \circ g)(6)$

19. Considere las funciones  $f(x) = 5x - 2$  y  $g(x) = \frac{4 - x}{3}$

a) Halle  $g^{-1}$ .      b) Resuelva la ecuación  $(f \circ g^{-1})(x) = 8$

20. Si  $g(x) = \frac{x - 8}{2}$  y  $h(x) = x^2 - 1$ .

a) Halle  $g^{-1}(2)$

b) Halle una expresión para  $(g^{-1} \circ h)(x)$ .

c) Resuelva  $(g^{-1} \circ h)(x) = 22$ .

21. La función cuadrática está definida por  $f(x) = 2x^2 + 8x + 17$ .

a) Escriba  $f$  en la forma  $f(x) = 2(x - h)^2 + k$

b) La gráfica de  $f$  es trasladada 5 unidades en la dirección del eje  $x$  positivo y 2 unidades en la dirección del eje  $y$  positivo. Halle la función  $g$  para la traslación gráfica, dando su respuesta en la forma

$$g(x) = 2(x - h)^2 + k$$

22. Si  $f(x) = x^2 - 4x - 1$

a) Use la fórmula cuadrática para hallar los ceros de la función.

b) Halle la ecuación del eje de simetría.

c) Halle el mínimo valor de  $f$ .

23. Halle los valores de  $p$  para que la ecuación  $2x^2 + px + 1 = 0$  tenga una solución real.

24. La ecuación cuadrática  $kx^2 + (k - 3)x + 1 = 0$ , tiene dos raíces reales iguales.

(a) Halle los posibles valores de  $k$ .

(b) Escriba los valores de  $k$  para los cuales  $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ , tiene dos raíces reales iguales.

25. Considere la función  $f : x \mapsto e^{x-2}$

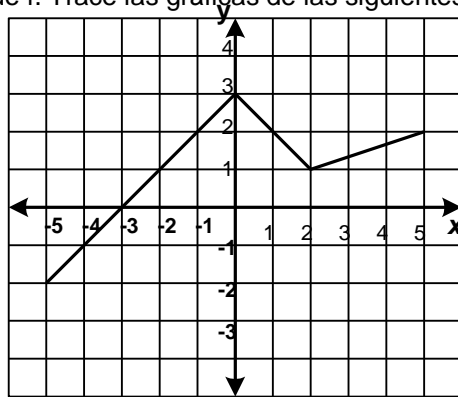
- Escriba el dominio y rango de  $f$ .
- Halle  $f^{-1}$
- Escriba el dominio y rango de  $f^{-1}$

26. A partir de la gráfica original de  $f$ , trace la gráfica de las siguientes funciones utilizando las transformaciones necesarias:

- $f : x \mapsto x^2 - 6$
- $f : x \mapsto (x-6)^2$
- $f : x \mapsto |x| + 4$
- $f : x \mapsto |x+4|$
- $f : x \mapsto 5 + \sqrt{x-2}$
- $f : x \mapsto 5 + \sqrt{x} - 2$
- $f : x \mapsto \frac{1}{x+5} + 2$
- $f : x \mapsto e^{x+2} - 1$

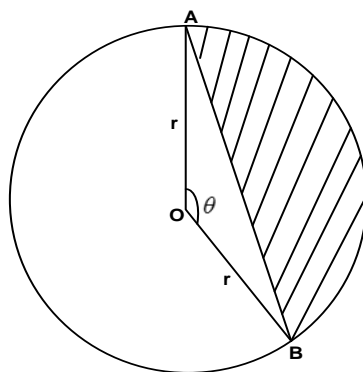
27. Se muestra la gráfica de  $f$ . Trace las gráficas de las siguientes funciones:

- $y = f(x) - 3$
- $y = f(x-3)$
- $y = 2f(x)$
- $y = f(2x)$
- $y = -f(x)$
- $y = f(-x)$
- $y = 2f(x) + 4$



28. La siguiente figura muestra un círculo de centro  $O$  y radio  $r$ . El ángulo central  $AOB$  es de  $q$  radianes.

La cuerda  $AB$  divide al círculo en dos segmentos; uno de menor tamaño (la región sombreada) y otro de mayor tamaño.



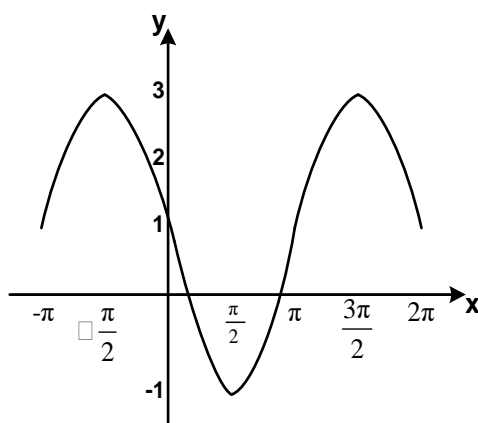
- Compruebe que el área del segmento de menor tamaño es igual a:  $\frac{1}{2}r^2(q - \text{Sen } q)$
- Halle el área del segmento de mayor tamaño.
- Sabiendo que la relación de las áreas de los dos segmentos es 2: 3, compruebe que  $\text{Sen } q = q - \frac{4\pi}{5}$
- A partir de lo anterior, halle el valor de  $q$ .

29. En los siguientes ejercicios, halle lo que se pide.

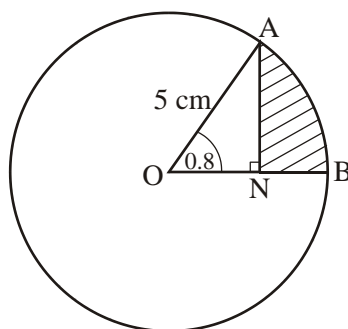
a) Sabiendo que  $\cos A = \frac{1}{3}$  y que  $0 \leq A \leq \pi$ , halle  $\cos 2A$

b) Sabiendo que  $\sin B = \frac{2}{3}$  y que  $\frac{\pi}{2} \leq B \leq \pi$ , halle  $\cos B$

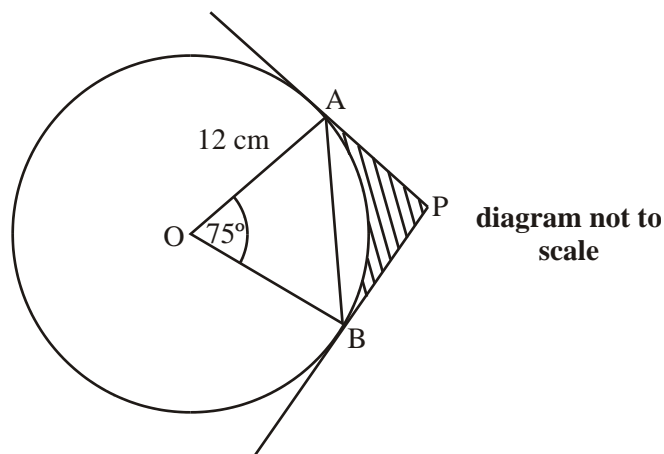
30. Una porción de la gráfica de  $y = k + a \sin x$ , se muestra a continuación. La gráfica pasa a través de los puntos  $(0,1)$  y  $(\frac{3\pi}{2}, 3)$ . Halle el valor de  $k$  y  $a$ .



31. El diagrama muestra un círculo de centro  $O$  y radio 5 cm. Los puntos  $A$  y  $B$  están en el círculo, y  $\angle AOB$  mide 0.8 radianes.  $AN$  es perpendicular a  $OB$ . Hallar el área de la región sombreada



32. El siguiente diagrama muestra un círculo de centro  $O$ , con un radio de 12 cm. El arco  $AB$  subtende un ángulo de  $75^\circ$  en el centro. Las tangentes al círculo en  $A$  y en  $B$  se cortan en  $P$ .



- (a) Usando el teorema del coseno, pruebe que la longitud de  $AB$  es  $12\sqrt{2(1 - \cos 75^\circ)}$ .

- (b) Halle la longitud de BP.
- (c) Por lo tanto, halle
  - (i) El área del triángulo OBP;
  - (ii) El área del triángulo ABP.
- (d) Halle el área del **sector** OAB.
- (e) Halle el área de la región sombreada.

33. Resuelva las siguientes ecuaciones en el intervalo indicado.

- a)  $2\cos^2 x + \cos x = 0$ ;  $0 \leq x \leq 2\pi$
- b)  $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ ;  $0 \leq x \leq 2\pi$
- c)  $2\cos x + \sin 2x = 0$ ;  $-\pi \leq x \leq \pi$
- d)  $\tan^2 x - \tan x = 2$ ;  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
- e)  $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$ ;  $0 \leq x \leq 2\pi$

34. Dado que  $\cos x = -\frac{2}{3}$  y  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ , halle los valores exactos de:

- a)  $\sin x$       b)  $\sin 2x$       c)  $\cos 2x$

35. Considere las funciones:  $f(x) = \cos 4x$ ;  $g(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$

- a) Escriba el mínimo valor de la función  $f$ .
- b) El periodo de  $g$ .
- c) Resuelva  $f(x) = g(x)$ , en el intervalo de  $0 \leq x \leq \pi$

36. La profundidad de  $y$  metros de agua del mar en una bahía  $t$  horas después de la medianoche puede representarse por la función

$$y = a + b \cos\left(\frac{2\pi}{k}t\right), \text{ donde } a, b \text{ y } k \text{ son constantes.}$$

El agua alcanza su máxima profundidad de 14,3 m a la medianoche y al mediodía, y su mínima profundidad de 10,3 m a las 06:00 horas y a las 18:00 horas.

37. Un reflector está unido al radio de una rueda de una bicicleta. A medida que la rueda gira a lo largo del suelo, la distancia,  $d$  centímetros, que el reflector está por encima del suelo después de  $t$  segundos se modela por la función:  $d = p + q \cos\left(\frac{2\pi}{m}t\right)$ , donde  $p, q$  y  $m$  son constantes.

La distancia  $d$  está en un máximo de 64 cm en  $t = 0$  segundos y en  $t = 0,5$  segundos, y está en un mínimo de 6 cm en  $t = 0,25$  segundos y en  $t = 0,75$  segundos. Escriba debajo el valor de:

- a)  $p$       b)  $q$       c)  $m$

38. Sea la función  $f(x) = 4 \operatorname{Sen}\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$ . ¿Para que valores de  $k$  la ecuación  $f(x) = k$  no tiene solución?

39. Dos botes A y B parten desde el mismo punto P. El bote A se desplaza en línea recta a  $20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  y el bote B se desplaza en línea recta a  $32 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . El ángulo entre sus trayectorias es de  $70^\circ$ . Halle la distancia entre ambos botes pasadas 2,5 h.

40. La población de una ciudad a finales de 1972 era de 250 000 habitantes. La población aumenta un 1,3 % anual.

(a) Escriba cuántos habitantes tendrá a finales de 1973.

(b) Halle cuántos habitantes tendrá a finales de 2002.

41. A continuación se muestra el número de niños en las familias en una clase de 29 niños.

Niños	1	2	3	4	5	6	7
$f$	5	12	8	3	0	0	1

Calcula la varianza y la desviación estándar.

42. Se midieron 80 plantas y se anotaron sus alturas en la tabla.

a. Escriba el valor de  $m$ .

b. Halle la altura media.

c. Halle la desviación típica de las alturas.

d. Halle el rango intercuartíl de las alturas.

Altura (cm)	Frecuencia
10	7
11	$m$
12	21
13	22
14	11
15	7
16	3

43. Se usó una muestra aleatoria de 167 personas que poseen teléfonos celulares para recopilar datos sobre la cantidad de tiempo que lo utilizan por día. Los resultados se muestran en la tabla.

Tiempo utilizado por día ( $t$ minutos)	$0 \leq t < 15$	$15 \leq t < 30$	$30 \leq t < 45$	$45 \leq t < 60$	$60 \leq t < 75$	$75 \leq t < 90$
Número de personas	21	32	35	41	27	11

Utilice la CPG para calcular valores aproximados de la media y la desviación típica del tiempo utilizado por día en los teléfonos celulares.