COLEGIO
SAN AGUSTĪN
EST. 1966

ASESORÍA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA M.A.E. NM

Guía de trabajo N.° 05: Recta tangente y Recta normal

Nombre y Apellido: ____

Grado: 5.° de secundaria   Sección: "______"   Fecha: __ / 06 / 22

"Maestro, te he traído a mi hijo; tiene un espíritu maligno. He pedido a tus discípulos que lo echen, y no han sido capaces" Él les contestó: "¡Gente sin fe! ¿Hasta cuándo estaré con vosotros? ¿Hasta cuándo os tendré que soportar? Traédmelo" **(Juan 9, 14)**

COMPETENCIA: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos o procedimientos más óptimos para hallar la ecuación de la recta tangente y recta normal a una curva en un punto dado, usando identidades algebraicas y propiedades.
- Plantea afirmaciones sobre características de la recta tangente y normal y las relaciones de cambio que descubre. Justifica y comprueba la validez de una afirmación opuesta a otra o de un caso especial mediante ejemplos, contraejemplos, conocimientos geométricos, o razonamiento inductivo y deductivo.

ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE.

$$y = mx + b_1$$

$$y - y_0 = f'(x_0)\ \ x - x_0$$

donde:

$m = f'(x_0)$: Pendiente de la recta, derivada de la función en $x = x_0$.

b : Intercepto con el eje y .

ECUACIÓN DE LA RECTA NORMAL:

$$y = -\frac{1}{m}x + b_2$$

$$y - y_0 = -\frac{1}{f'(x)}\ \ x - x_0$$

donde:

$m = f'(x_0)$: Pendiente de la recta, derivada de la función en $x = x_0$.

b : Intercepto con el eje y .

Ejercicios:

1. Halle la ecuación de la recta tangente de:
   a. $y = x - 2x^2 + 3$, en $x = 2$
   b. $y = x^3 - 5x$, en $x = 1$
   c. $y = \sqrt{x} + 1$, en $x = 4$
   d. $y = \frac{4}{\sqrt{x}}$, en $(1 , 4)$
   e. $y = \sqrt{2x+1}$, en $x = 4$
   f. $y = \frac{x}{1-3x}$, en $\left(-1, -\frac{1}{4}\right)$
   g. $y = \frac{x^2}{1-3x}$, en $x = 4$
   h. $y = \frac{x^2}{1-x}$, en $2, -4$
2. Halle la ecuación de la recta normal en:
   a. $y = x^2$, en $(3 , 9)$
   b. $y = x^3 - 5x + 2$ en $x = 2$
   c. $y = \sqrt{2x+1}$, en $x = 4$
   d. $y = \frac{5}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}$, en el $1, 4$
   e. $y = 8\sqrt{x} - \frac{1}{x^2} - \sqrt{x}$, en $x = 1$
   i. $y = \frac{1}{x^2+1\ ^2}$, en $\left(1, \frac{1}{4}\right)$
   j. $y = \frac{1}{\sqrt{3-2x}}$, en $x = -3$
   k. $y = \sqrt{x}\ \ 1 - x\ ^2$ en $x = 4$
   l. $y = \frac{x^2-1}{2x-3}$, en $x = -1$

3. Halle las ecuaciones de las rectas tangentes horizontales de: $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$. En $x = 1$.
4. Halle la ecuación de la recta tangente $y = 1 - 3x + 12x^2 - 8x^3$ sabiendo que es paralela a la recta tangente en $1, 2$.
5. Si $y = a\sqrt{1 - bx}$ donde a y b son constantes, tiene una tangente con ecuación $3x + y = 5$, en el punto donde $x = -1$. Halle a y b.

6. Calcule donde la recta tangente a la curva en $y = x^3 + x + 2$, en el punto donde $x = 1$, corta a la curva nuevamente.

7. Halle la ecuación de la normal a la curva $f(x) = \sqrt{x + 2}$ en el punto en que $y = 3$.

8. Halle la ecuación de la tangente y la normal a las siguientes curvas en los puntos señalados:

$a)\ y = xe^x, \quad (1, e)$

$b)\ f : x \mapsto \dfrac{e^x}{x}, \quad x \neq 0, \quad (1, e)$

$c)\ f(x) = x + senx, \quad (\pi, \pi)$

$d)\ y = x\cos x, \ (\pi, -\pi)$

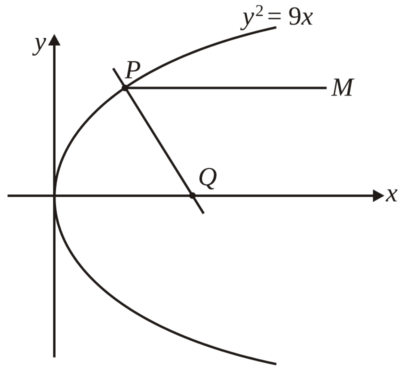
9. Halle la ecuación de la tangente a la curva $y = x^2 - 2x$ que es paralela a la línea cuya ecuación es:
   a) $y = 4x + 2$.
   b) $y = 5x$

10. Considere la función $h(x) = x^{\frac{1}{5}}$
    (i) Halle la ecuación de la recta tangente en la gráfica de h en el punto $x = a$, $(a \neq 0)$. Escriba la ecuación en la forma $y = mx + b$
    (ii) Pruebe que esta tangente intersecta al eje x en el punto $-4a, 0$.

11. Si $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 1$. La tangente a la curva de f en los puntos P y Q son paralelos al eje x, donde P está a la izquierda de Q.
    (a) Calcule las coordenadas de P y de Q, Si N_1 y N_2 son las normales a la curva en P y Q respectivamente.
    (b) Escriba las coordenadas de los puntos donde:
    (i) La tangente en P intersecta a N_2;
    (ii) La tangente en Q intersecta a N_1.

12. Considere la curva $y = \ln(3x - 1)$. Si P es el punto en la curva donde $x = 2$.
    (a) Escriba la pendiente de la curva en P.
    (b) La normal a la curva en P corta al eje x en R. Halle las coordenadas de R.

13. The parabola shown has equation $y^2 = 9x$.



(a) Verify that the point *P* (4, 6) is on the parabola.

The line (*PQ*) is the normal to the parabola at the point *P*, and cuts the *x*-axis at *Q*.

(b) (i) Find the equation of PQ in the form $ax + by + c = 0$.

(ii) Find the coordinates of Q.

S is the point $\left(\dfrac{9}{4}, 0\right)$

(c) Verify that $SP = SQ$

(d) The line PM is parallel to the *x*-axis. From part (c), explain why QP bisects the angle $S\hat{P}M$.

REFERENCIAS:

- Cirrito, F. (2002), *Métodos Matemáticos* (Primera edición), Australia: IBID Pess
- Urban, P.; Owen, J.; Martin, D.; Haese, R.; Haese, S. & Bruce, M. (2008), *Mathemathics for the international student* (tercera edición), Australia , Haese y Harris.
- ***Mathemathics standard level (2012) IBO.***