



## Études de cas – PSI\*

Année 2013-2014

# Sciences industrielles de l'ingénieur

---

Philippe Fichou

Rennes, le 1<sup>er</sup> septembre 2013

# Table des matières

<b>1 Analyser et modéliser l'architecture de constituants de la chaîne d'énergie d'un système pour en prévoir le comportement</b>	<b>6</b>
1.1 Tapis de course à pied <sup>1</sup>	6
1.1.1 Présentation	6
1.1.2 Description du tapis de course à pied	6
1.1.3 Étude géométrique du système d'inclinaison du tapis de course	8
1.1.4 Étude statique lors de l'inclinaison du tapis de course	9
1.2 Machine à draper	12
1.3 Déploiement d'une échelle de pompiers <sup>2</sup>	17
1.3.1 Dimensionnement des vérins de dressage : vérification du critère de confort	17
1.3.2 Vérification du critère de rapidité : étude du déploiement du parc échelle	19
1.4 Schématisation du bras articulé du robot Spirit <sup>3</sup>	20
1.5 Pompe hydraulique Hydro-Leduc	24
1.6 Toit escamotable de 206 CC	26
1.6.1 Présentation	26
1.6.2 Dimensionnement du système	27
1.7 Suspension de VTT <sup>4</sup>	33
1.7.1 Mise en situation	33
1.7.2 Cahier des charges fonctionnel de la suspension arrière	33
1.7.3 Vérification du critère de débattement de la roue arrière	35
1.7.4 Vérification de la vitesse de rentrée de l'amortisseur	36
1.7.5 Vérification du critère de réactivité du vélo	37
1.8 Pince de robot	41
1.9 Dispositif de réglage de l'incidence des pales d'hélicoptère <sup>5</sup>	44
1.9.1 Présentation	44
1.9.2 Étude spatiale du système complet	44
1.9.3 Étude du bloc d'orientation du plateau cyclique	45
1.10 Tuyère centrale TC du moteur Vulcain du 1 <sup>er</sup> étage du corps central de la fusée Ariane 5 <sup>6</sup>	47
1.10.1 Présentation de la tuyère	47
1.10.2 Analyse de l'architecture suivant deux modèles de liaison de la tuyère TC au bâti 0	48
1.11 Miroir de tilt du Very Large Telescope	49
1.12 Tête à polir le marbre <sup>7</sup>	51

1. D'après Banque PT SI 1 2011

2. Adapté par Marc Derumaux du sujet CCP PSI 2007

3. d'après X-ENS PSI 2005

4. Adapté d'un sujet de baccalauréat par Marc Derumaux

5. Adapté par Marc Derumaux du sujet de l'école de l'air 2005 filière PSI

6. D'après centrale-supélec MP 2005 et Daniel Fort

7. D'après Centrale Supélec TSI 2001

1.13	Bogie de TGV – liaison avec la voiture . . . . .	53
1.14	Mât-réacteur Airbus A320 . . . . .	56
1.15	Palpeur de machine à mesurer tridimensionnelle . . . . .	58
1.15.1	Présentation et objectif . . . . .	58
1.15.2	Travail demandé . . . . .	58
1.16	Système d'ouverture des portes de voitures tramway <sup>8</sup> . . . . .	60
1.16.1	Étude de l'étape de coulissemement des vantaux . . . . .	65
1.16.2	Étude de la poutre de fermeture . . . . .	66
<b>2</b>	<b>Modéliser, analyser et expérimenter pour prévoir les performances globales d'un système linéaire et continu asservi</b>	<b>68</b>
2.1	Étude du plan horizontal réglable de l'Airbus A340 <sup>9</sup> . . . . .	68
2.2	Radar d'avion <sup>10</sup> . . . . .	73
2.3	Étude du système de positionnement d'un appareil d'imagerie médicale <sup>11</sup> . . . . .	76
2.4	Caméra de poursuite SPEEDCAM . . . . .	79
2.5	Colleuse de lamelles pour l'histopathologie <sup>12</sup> . . . . .	82
2.5.1	Présentation du système . . . . .	82
2.5.2	Travail demandé . . . . .	83
2.5.3	SADT A0 . . . . .	86
2.5.4	Document 1 . . . . .	87
2.5.5	Document 2 . . . . .	88
2.5.6	Document 3 . . . . .	89
2.5.7	Document 4 . . . . .	90
2.6	Drone quadrirotor . . . . .	91
2.6.1	Linéarisation du modèle du moteur . . . . .	91
2.6.2	Recherche du point de fonctionnement $\omega_0$ . . . . .	92
2.6.3	Schéma-bloc de l'asservissement vertical . . . . .	94
<b>3</b>	<b>Modéliser, analyser et expérimenter les comportements dynamique et énergétique d'une chaîne d'énergie d'un système</b>	<b>97</b>
3.1	Propriétés inertielles d'un lanceur spatial . . . . .	97
3.2	Chargeur d'outils de MOCN . . . . .	98
3.3	Éolienne bipale . . . . .	100
3.4	Robot humanoïde <sup>13</sup> . . . . .	101
3.5	Étude d'un gyroscope . . . . .	104
3.6	Équilibrage d'une roue <sup>14</sup> . . . . .	105
3.7	Bras de robot à muscles artificiels <sup>15</sup> . . . . .	106
3.7.1	Présentation . . . . .	106
3.7.2	Élaboration du modèle géométrique . . . . .	108
3.7.3	Élaboration du modèle cinématique . . . . .	109
3.7.4	Élaboration du modèle dynamique . . . . .	109
3.8	Centrifugeuse géotechnique . . . . .	110

8. d'après CCS PSI 2008 et Florestan Mathurin

9. D'après CCP MP 2005 revu par Mathurin Florestan

10. Adapté de Mathurin Florestan

11. Adapté du concours Centrale Supelec MP 2002

12. Adapté du concours des mines AADN 2008 par Marc Derumeaux

13. D'après CCP TSI 2006

14. D'après Y. Brémont et P. Réocreux « Mécanique 3 » – ellipses

15. D'après CCP MP 2001, Florestan Mathurin et Marc Derumaux

3.9	Étude d'une télécabine à stabilité accrue : le Funitel <sup>16</sup>	112
3.9.1	Intérêt de la solution Funitel	112
3.9.2	Évaluation de la puissance nécessaire à l'installation	115
3.10	Commande de distribution – étude dynamique	119
3.10.1	Introduction	119
3.10.2	Étude de la problématique du sujet	121
3.11	Drone quadrirotor <sup>17</sup>	124
3.11.1	Basculement selon l'axe de roulis	125
<b>4</b>	<b>Adapter la commande d'un système linéaire et continu asservi pour optimiser ses performances globales</b>	<b>129</b>
4.1	Asservissement d'un robot de peinture <sup>18</sup>	129
4.1.1	Modélisation du système	130
4.1.2	Étude de la chaîne directe	130
4.1.3	Étude de l'asservissement en boucle fermée	130
4.1.4	Ajout d'un correcteur intégral	131
4.2	Tuyère à ouverture variable pour banc d'essais de turboréacteurs <sup>19</sup>	131
4.2.1	Modélisation de la boucle ouverte non corrigée	134
4.2.2	Analyse des performances en correction proportionnelle	134
4.2.3	Réglage d'une correction proportionnelle et intégrale	134
4.3	Performances de la technologie HSD du véhicule hybride Toyota Prius <sup>20</sup>	137
4.3.1	Introduction	137
4.3.2	Architecture du système hybride HSD Toyota	137
4.3.3	Caractérisation des fonctions de service en phase d'utilisation	139
4.3.4	Contrôle de la vitesse du moteur thermique en fonctionnement hybride	140
4.3.5	Correction intégrale	141
4.3.6	Correction intégrale associée à une correction à avance de phase	141
4.4	Centrale inertielle <sup>21</sup>	143
4.4.1	Étude de la stabilité du système asservi non corrigé	146
4.4.2	Sensibilité à la perturbation du système asservi non corrigé	146
4.4.3	Étude du système asservi avec correction proportionnelle	146
4.4.4	Étude du système asservi avec correction proportionnelle et intégrale	147
4.5	Asservissement de vitesse d'un capteur d'état de surface	150
4.5.1	Mise en situation	150
4.5.2	Modélisation	150
4.5.3	Étude de l'asservissement en vitesse du palpeur	150
<b>5</b>	<b>Décrire et spécifier le comportement de la commande à événements discrets d'un système réalisant des tâches élémentaires</b>	<b>154</b>
5.1	Équipement d'une machine de forage des sols <sup>22</sup>	154
5.1.1	Présentation du cahier des charges de l'étude	155
5.1.2	Pilotage de l'essai	156
5.2	Robot de traite automatique Astronaut A3 <sup>23</sup>	158
16.	D'après sujet MP concours Mines-Ponts 2003	
17.	d'après ICNA 2011	
18.	D'après Marc Derumaix	
19.	D'après sujet SIA banque PT 2011	
20.	D'après concours Centrale-Supélec PSI 2007	
21.	Extrait du concours E3A MP 2005	
22.	D'après agrégation de mécanique – session 2004	
23.	Épreuve d'automatique et d'informatique industrielle – agrégation externe de mécanique – session 2011 – extrait	

5.2.1	Traite automatique . . . . .	158
5.2.2	Étude du cycle d'une traite . . . . .	159
5.2.3	Étude de la connexion des gobelets . . . . .	160
5.2.4	Étude de la fin de traite d'un quartier . . . . .	161
5.3	Robot aspirateur <sup>24</sup> . . . . .	164

---

24. D'après banque PT – SIA – 2012

# 1

## Analyser et modéliser l'architecture de constituants de la chaîne d'énergie d'un système pour en prévoir le comportement

### 1.1 Tapis de course à pied<sup>1</sup>

#### 1.1.1 Présentation

Le nombre grandissant de coureurs à pied souhaitant avoir une pratique régulière de leur sport tout en s'affranchissant des conditions extérieures justifie le développement des tapis de course à pied. Afin de reproduire au plus près les conditions de course, ce nouveau tapis est doté d'une fonction permettant d'incliner la surface de course.

#### 1.1.2 Description du tapis de course à pied



FIGURE 1.1 – Tapis de course

---

1. D'après Banque PT SI 1 2011

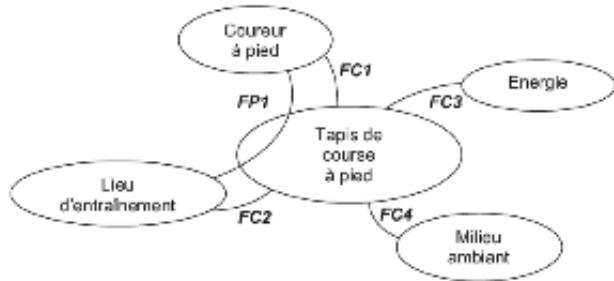


FIGURE 1.2 – Diagramme des interacteurs

<b>FP1</b> : permettre à un coureur à pied de s'entraîner dans un lieu d'entraînement fermé	Masse du coureur	$m = 130 \text{ kg maxi}$
<b>FC1</b> : permettre différents cycles de fonctionnement	vitesse défilement tapis	18 km/h maxi
	incrément vitesse	0,1 km/h
	temps de 0 à 18 km/h	30 s
	inclinaison maximale	12 % (inclinaison de 6,9°)
	incrément inclinaison	1 %
	différents programmes	<ul style="list-style-type: none"> <li>– mode cardiotraining ;</li> <li>– mode préprogrammé ;</li> <li>– mode utilisateur.</li> </ul>
<b>FC2</b> : permettre un rangement aisément	encombrement replié	$970 \times 820 \times 1620 \text{ mm}^3$
<b>FC3</b> : s'adapter à l'énergie disponible	tension d'alimentation	230 V monophasé
	masse	92,5 kg
<b>FC4</b> : s'adapter au milieu ambiant	bruit	75 dB à vitesse maxi

TABLE 1.1 – Cahier des charges

Le système est constitué de deux chaînes fonctionnelles indépendantes. La première chaîne fonctionnelle définit le dispositif permettant d'imposer la vitesse de défilement du tapis de course.

La seconde chaîne constitue le dispositif d'inclinaison du tapis. Les figures ci-dessous présentent cette chaîne fonctionnelle.

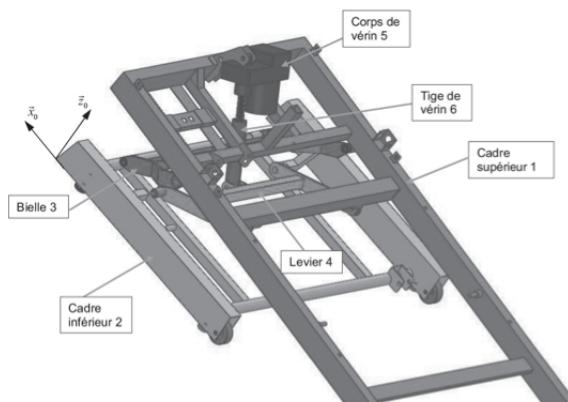


FIGURE 1.3 – Dispositif d'inclinaison du tapis

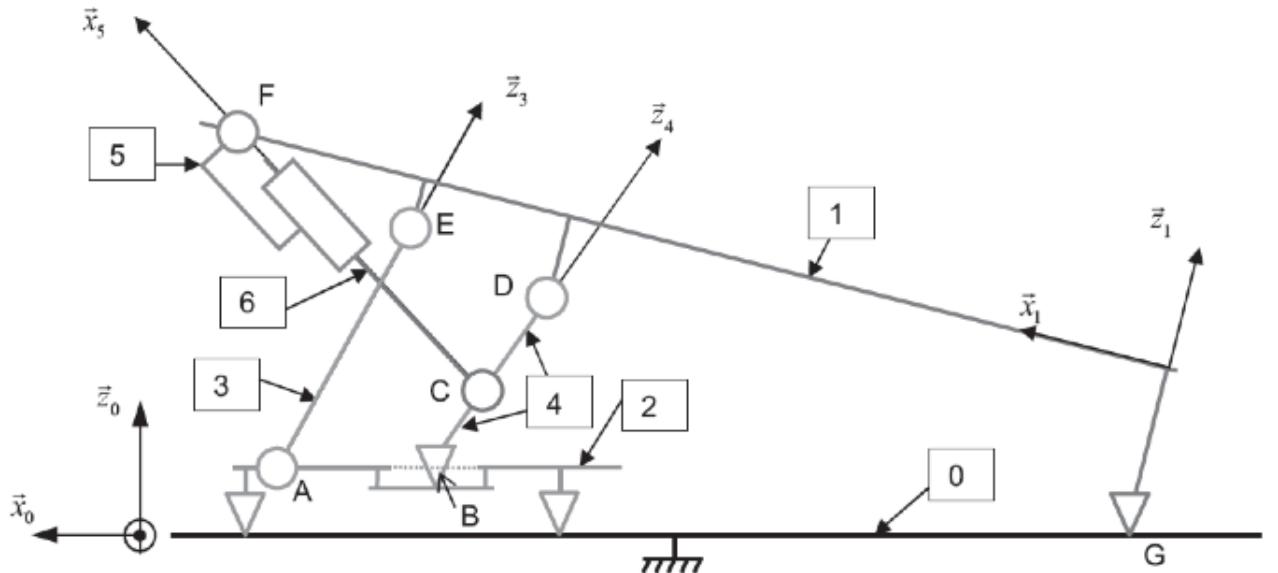


FIGURE 1.4 – Schéma cinématique

À chaque solide  $i$  est associée une base définie par  $b_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_0, \vec{z}_i)$  telle que  $\alpha_{i0} = (\vec{x}_0, \vec{x}_i) = (\vec{z}_0, \vec{z}_i)$ .

Paramétrage

$\overrightarrow{FE} = z_E \vec{z}_1 + x_E \vec{x}_1$ ,  $\overrightarrow{FD} = z_D \vec{z}_1 + x_D \vec{x}_1$ ,  $\overrightarrow{FG} = z_G \vec{z}_1 + x_G \vec{x}_1$ ,  $\overrightarrow{AE} = l_3 \vec{z}_3$ ,  $\overrightarrow{BC} = d_4 \vec{z}_4$ ,  $\overrightarrow{BD} = l_4 \vec{z}_4$ ,  $\overrightarrow{CF} = l_5 \vec{x}_5$  avec  $l_5$  variable,  $\overrightarrow{AB} = x_B \vec{x}_0$  avec  $x_B$  variable,  $\overrightarrow{GA} = z_A \vec{z}_0 + x_A \vec{x}_0$  avec  $x_A$  variable.

Un vérin électrique, lié par deux liaisons pivot entre le levier 4 et le cadre 1, permet d'imposer la longueur entre les points  $C$  et  $F$ . Ce vérin est constitué d'un moteur électrique, d'un réducteur à engrenages et d'une chaîne de transformation de mouvement par vis-écrou. La vis est en liaison pivot avec le corps de vérin 5 d'axe ( $F, \vec{x}$ ). L'écrou 6 est en liaison pivot avec le levier 4.

Sur le schéma cinématique, la vis n'est pas représentée. On considère directement le mouvement de l'écrou 6 par rapport au corps de vérin 5. L'allongement du vérin provoque une augmentation de l'inclinaison du cadre supérieur 1. Ce cadre est guidé par le levier 4 et la biellette 3, qui est guidée par deux liaisons pivot entre le cadre supérieur 1 et le cadre inférieur 2. Le cadre inférieur est posé au sol, noté 0, sur trois appuis. Ces appuis sont modélisés par des appuis linéaires rectilignes sur le sol. Dans le cadre d'une utilisation normale, il n'y a pas de mouvement entre le cadre inférieur et le sol.

### 1.1.3 Étude géométrique du système d'inclinaison du tapis de course

**Objectif :** déterminer la loi entrée-sortie reliant la longueur du vérin constitué de la tige 6 et du corps de vérin 5, notée  $l_5$ , à l'angle d'inclinaison du cadre supérieur, noté  $\alpha_{10}$ .

1. À partir de l'analyse du schéma cinématique dans le cas d'une étude plane, réaliser l'inventaire des inconnues cinématiques nécessaires à l'étude du système d'inclinaison du tapis de course. Définir le nombre de mobilité(s) du mécanisme. En déduire le nombre d'équations à écrire pour établir la loi entrée-sortie.
2. Établir la relation vectorielle liant  $l_5(t)$ ,  $\alpha_{40}(t)$ ,  $\alpha_{50}(t)$  et  $\alpha_{10}(t)$ . En déduire les projections dans le plan ( $\vec{z}_0, \vec{x}_0$ ).

3. Proposer deux fermetures géométriques sous forme vectorielle permettant d'établir respectivement une relation entre  $\alpha_{40}(t)$ ,  $\alpha_{10}(t)$ ,  $x_A$ ,  $x_B$  et  $z_A$  et une relation entre  $\alpha_{40}(t)$ ,  $\alpha_{30}(t)$ ,  $\alpha_{10}(t)$ ,  $x_B$ ,  $x_D$ ,  $z_D$ ,  $x_E$  et  $z_E$ .

La complexité de la résolution de ces équations de fermeture géométriques impose une résolution numérique dont le résultat est présenté sur la figure ci-dessous.

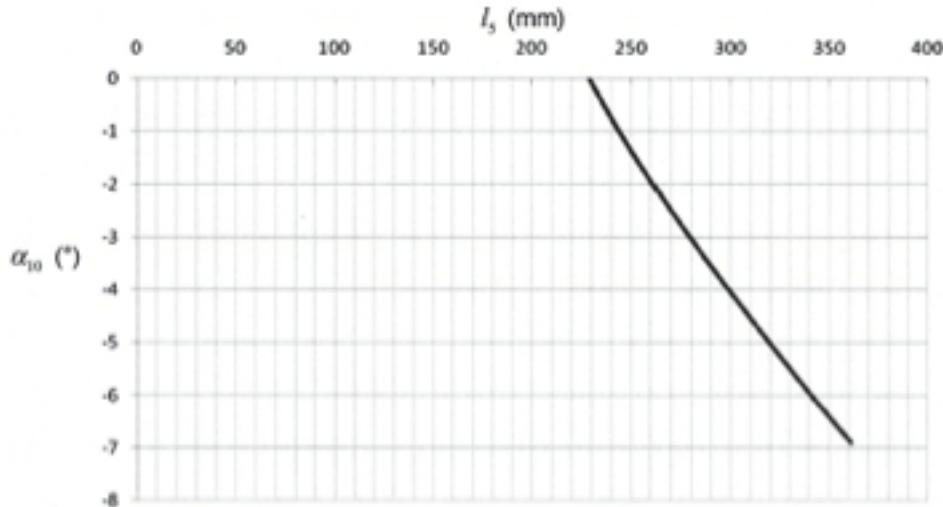


FIGURE 1.5 – Relation entre  $l_5$  et  $\alpha_{10}$

4. À l'aide de la courbe proposée, déterminer la course du vérin permettant d'obtenir la plage d'inclinaison souhaitée.

Les concepteurs de ce tapis roulant ont choisi un vérin dont les caractéristiques sont données ci-dessous

n° du modèle	JS18
tension d'alimentation	110/220 V AC - 50/60 Hz
charge maximale	5 000 N
vitesse d'allongement maximale	4,6 mm · s <sup>-1</sup>
course	définie par l'utilisateur

FIGURE 1.6 – Caractéristiques du vérin

5. Calculer le temps nécessaire pour passer d'une inclinaison de 0 à 12 % maxi. Ce temps est-il compatible avec les spécifications du cahier des charges.

#### 1.1.4 Étude statique lors de l'inclinaison du tapis de course

**Objectif :** dimensionner le vérin afin de répondre aux spécifications du cahier des charges en termes de résistance à la charge statique maximale, indépendamment de l'inclinaison du tapis de course. L'étude sera menée dans le domaine statique car l'élévation du tapis se fait à vitesse quasi-constante et les accélérations mises en jeu sont faibles. L'étude est menée dans le plan.

Données :

- action de pesanteur sur le coureur notée  $\vec{p}_{coureur} = -p_{coureur} \vec{z}_0$  ;

- action de pesanteur sur le cadre supérieur ainsi que toutes les pièces qu'il supporte est notée  $\vec{p}_{cadre} = -p_{cadre} \vec{z}_0$  ;
- on note  $\overrightarrow{GG}_{coureur} \cdot \vec{x}_0 = x_{coureur}$  et  $\overrightarrow{GG}_{coureur} \cdot \vec{y}_0 = x_{cadre}$

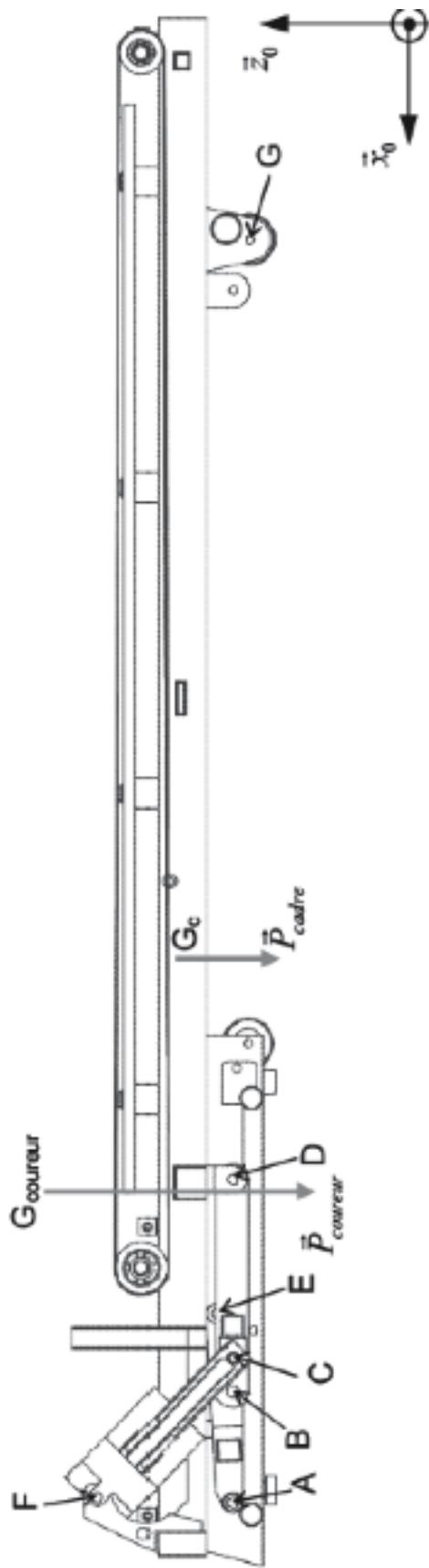
Hypothèses :

- toutes les liaisons sont considérées sans frottement ;
- les poids des autres pièces sont négligés.

- Construire le graphe des liaisons associé au schéma cinématique proposé ci-dessus. Proposer un ordonnancement permettant la détermination de l'effort à générer par le vérin. En déduire les directions des efforts en  $A, B, C, D, E$  et  $F$  (à tracer sur le document réponse fourni).
- On note  $\vec{C}_{64} = Z_C \vec{z}_0 + X_C \vec{x}_0$  l'action mécanique en  $C$  et  $\vec{D}_{14} = Z_D \vec{z}_0 + X_D \vec{x}_0$  l'action mécanique en  $D$ . Montrer que  $X_C = -X_D$  après avoir précisé le système isolé et le théorème utilisé. Cette relation est-elle vérifiée quelque soit l'angle d'inclinaison du cadre supérieur ?

On note  $\vec{E}_{31} = Z_E \vec{z}_0 + X_E \vec{x}_0$

- Déterminer l'expression de  $X_E$  après avoir précisé l'ensemble de solides isolé et le théorème utilisé. En déduire l'expression de  $\vec{E}_{31}$ .
- Isoler le cadre supérieur 1. Faire le bilan des actions mécaniques. Conclure à la solvabilité du problème posé. La résolution de ce problème permet de déterminer la norme de l'effort développé par le vérin dans la configuration la plus défavorable soit 2350 N.
- Le choix du vérin est-il validé par l'étude menée ?



Isolément effectué	Efforts dont la direction est déterminée			

FIGURE 1.7 – Document réponse

## 1.2 Machine à draper

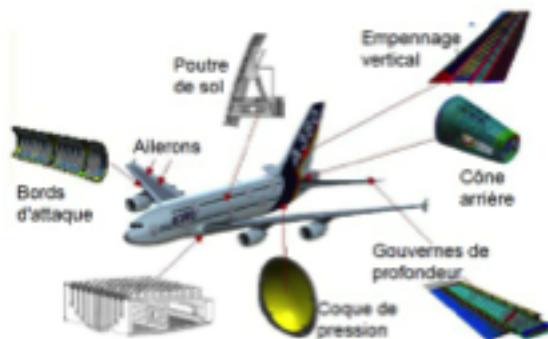


FIGURE 1.8 – Pièces en matériaux composites sur un Airbus A380

Dans les avions, de nombreuses pièces sont fabriquées en matériaux composites, c'est à dire en matériaux contenant plusieurs constituants différents (métalliques, céramiques et organiques). Pour fabriquer de telles pièces, on utilise des machines à draper. On s'intéresse donc à une machine à draper, dont la fonction est de déposer des bandes de carbone sur des panneaux qui interviennent dans la structure des avions.

Le rouleau de dépôse est l'effecteur de cette machine à commande numérique. C'est un cylindre souple de diamètre de 30 mm et de largeur 160 mm. Il se déplace le long du panneau à draper. Pour chaque épaisseur de carbone à déposer, le cycle de déplacement du rouleau est défini à l'avance par programme informatique et est interprété par l'ordinateur de commande de la machine au fur et à mesure de l'avancement de la dépôse. La manière dont le rouleau de dépôse peut bouger par rapport au bâti est illustrée sur la figure ci-contre.

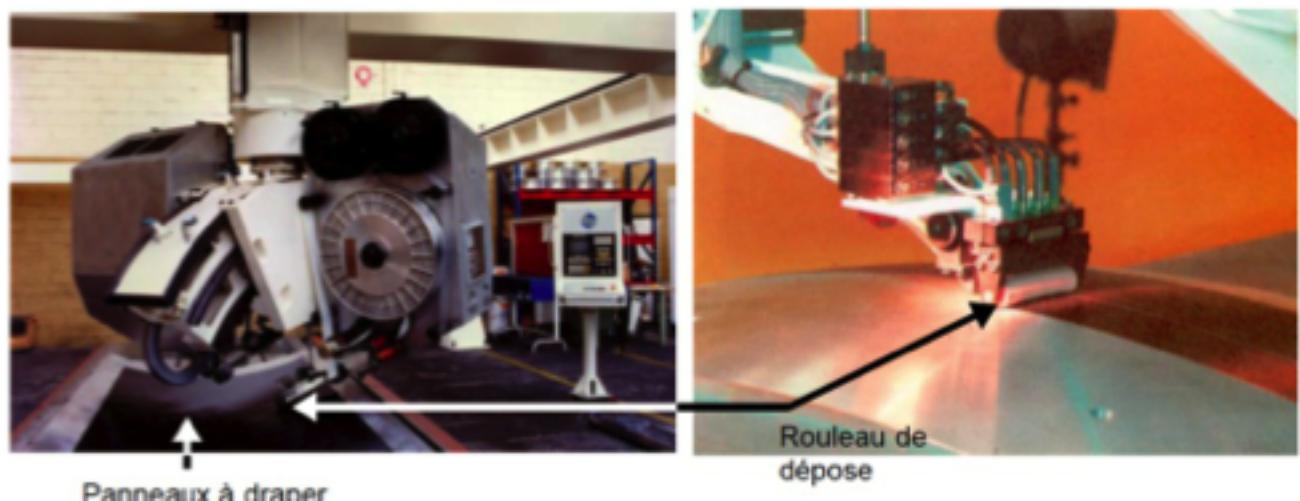


FIGURE 1.9 – Machine à draper les composites

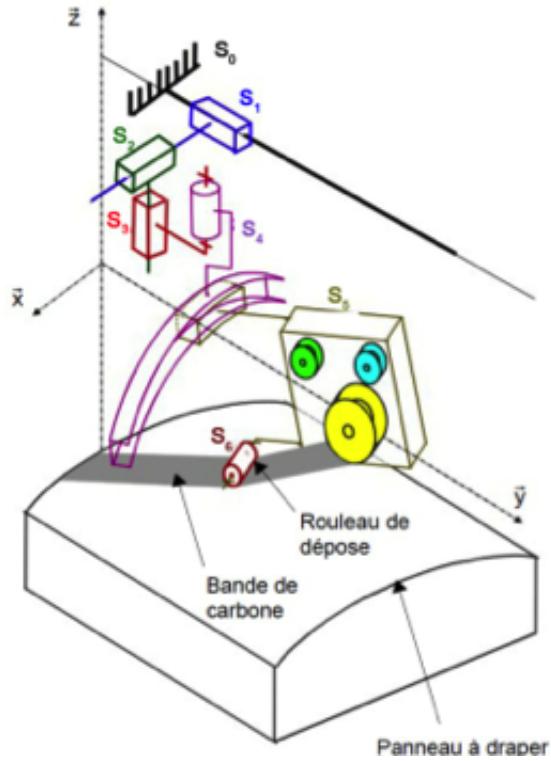


FIGURE 1.10 – Machine à draper les composites – schéma cinématique

1. Proposer un graphe des liaisons simplifié (identifier les liaisons en précisant uniquement leurs noms) de la machine à draper en faisant intervenir les solides  $S_0$  à  $S_6$ .

Lors de la dépose de la bande de carbone sur le panneau, le rouleau doit exercer un effort presseur pour la plaquer.

La modélisation de l'ensemble assurant le contact du rouleau sur l'outillage est donnée ci contre. L'effort presseur est généré par un vérin pneumatique de piston de surface  $S$  dont la pression est asservie. La pression d'air disponible est de l'ordre de 10 bar.

Les liaisons sont considérées comme parfaites. Les classes d'équivalence cinématiques sont les suivantes :

- 0 : unité de drapage ;
- 1 : corps du vérin ;
- 2 : tige du vérin ;
- 3 : bras ;
- 4 : support du rouleau ;
- 5 : rouleau.

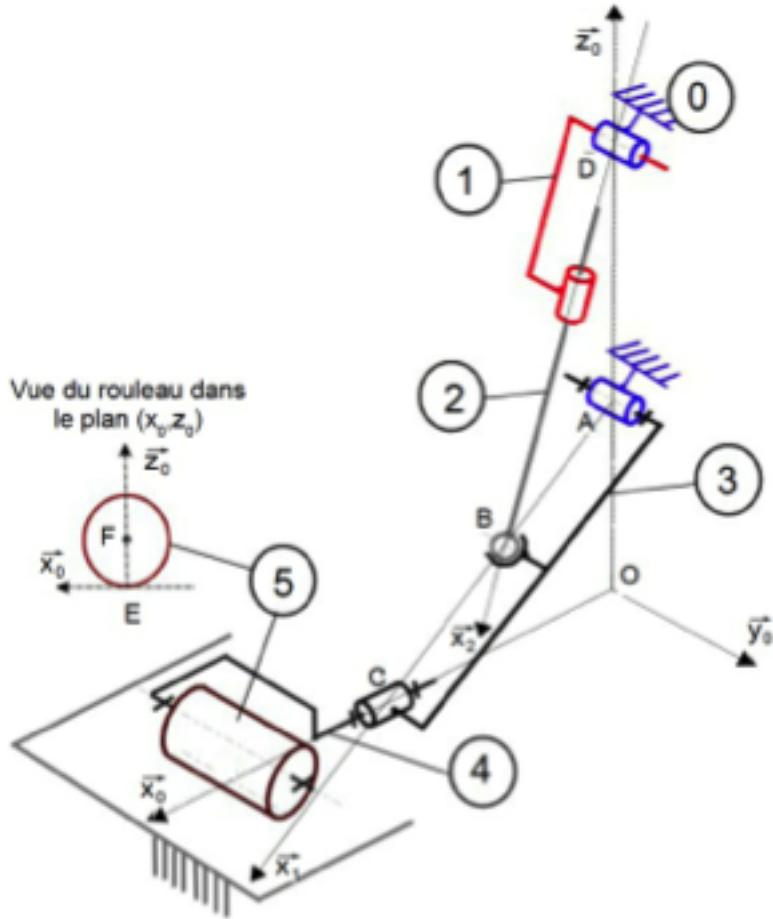


FIGURE 1.11 – Schéma cinématique de l'ensemble assurant le contact

On donne ci dessous un extrait du cahier des charges pour la fonction « appliquer l'effort ». L'objectif de cette étude est de vérifier la capacité du système à satisfaire ou non le niveau du critère demandé.

Fonction de service	Critère	Niveau
FT221 : appliquer l'effort	effort presseur	100 N maxi souhaité

Données du problème  $\overrightarrow{AB} = \frac{L}{2}\vec{x}_1$ ,  $\overrightarrow{AC} = L\vec{x}_1$ ,  $\overrightarrow{DB} = b\vec{x}_2$ ,  $\overrightarrow{OA} = c\vec{z}$ ,  $\overrightarrow{OD} = d\vec{z}$ ,  $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta$ ,  $(\vec{x}_0, \vec{x}_2) = \beta$ ,  $S = 300 \text{ mm}^2$ ,  $L = 400 \text{ mm}$ ,  $a = 35 \text{ mm}$ ,  $c = 150 \text{ mm}$ ,  $d = 675 \text{ mm}$ .

2. Représenter le schéma cinématique dans le plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$ , en indiquant le paramétrage angulaire.
3. Exprimer aux points adéquats les torseurs suivants :  $\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)$  dans la base 2,  $\mathcal{T}(0 \rightarrow 3)$  dans la base 0,  $\mathcal{T}(0 \rightarrow 5)$  dans la base 0 et  $\mathcal{T}(2 \rightarrow 3)$  dans la base 2.
4. Déterminer les équations de la statique issues de l'isolement de 1 + 2 au point B en projection dans la base 2. En déduire la valeur des inconnues de liaison  $Z_{01}$  et  $Z_{23}$ .
5. Déterminer les équations de la statique issues de l'isolement de 3 + 4 + 5 au point A en projection dans la base 0.
6. En déduire une relation entre  $Z_{05}$  et  $X_{23}$ .

7. Montrer que

$$\|\vec{F}(\text{air} \rightarrow 2)\| = \frac{(A + L \cos \theta)F}{\frac{L}{2} \sin(\beta - \theta)}$$

8. Exprimer  $\tan \beta$  en fonction de  $d$ ,  $c$ ,  $L$  et  $\theta$ .
9. Calculer la valeur numérique de  $\beta$  et  $\|\vec{F}(\text{air} \rightarrow 2)\|$  pour  $\theta = 22^\circ$  et l'effort  $F$  du cahier des charges.
10. Vu la pression d'air disponible, conclure vis-à-vis du cahier des charges.
11. Tracer sur le document DR1 en justifiant la force  $\vec{F}(2 \rightarrow 3)$  maximale que le vérin peut exercer avec la pression de 10 bar disponible.
12. Tracer en justifiant la direction de  $\vec{F}(0 \rightarrow 5)$ .
13. Par construction graphique déterminer en justifiant  $\vec{F}(0 \rightarrow 5)$ .
14. Déterminer  $\|\vec{F}(0 \rightarrow 5)\|$  et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

### Dimensionnement de la liaison L45

Afin de valider le dimensionnement de la liaison pivot L45 entre 4 et 5, on cherche à vérifier que la pression de contact maximale dans cette liaison ne dépasse pas  $50 \text{ N/mm}^2$ . La géométrie de liaison est définie par son diamètre intérieur  $d_0 = 16 \text{ mm}$  et sa longueur  $L_0 = 20 \text{ mm}$ . On suppose que l'action de 5 sur 4 est modélisée par le torseur

$$\mathcal{T}(5 \rightarrow 4) = \begin{cases} Z_{54} \vec{z}_0 \\ F \end{cases}$$

avec  $Z_{54} = 10 \text{ N/mm}$ , et que la pression de contact  $p_0$  qu'exerce 4 sur 5 est répartie de manière uniforme sur toute la surface de contact (comme cela est représenté sur la figure ci dessous).

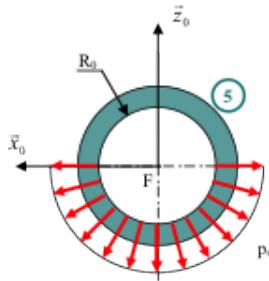
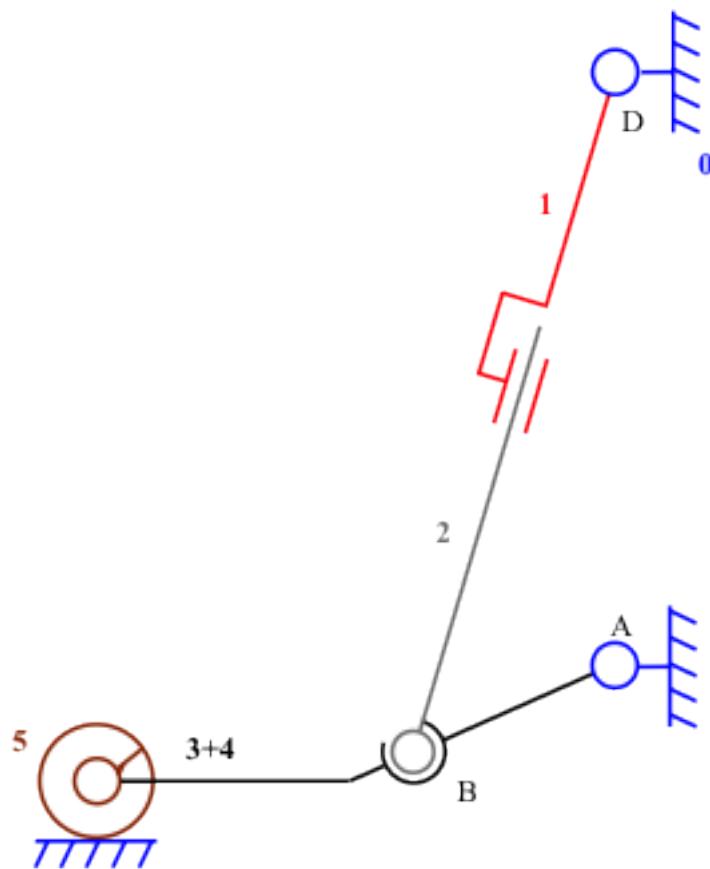


FIGURE 1.12 – Répartition de pression dans la liaison

15. Donner la valeur numérique de  $p_0$ .
16. Conclure quant au bon dimensionnement de la liaison 45.

**Document réponse DR1.** Échelle de tracé : 2 cm pour 100 N.



## 1.3 Déploiement d'une échelle de pompiers<sup>2</sup>

Une E.P.A.S. est une Échelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle. Ce système conçu et commercialisé par la société CAMIVA est monté sur le châssis d'un camion de pompiers (voir figure) et permet de déplacer une plate-forme pouvant recevoir deux personnes et un brancard le plus rapidement possible et en toute sécurité.

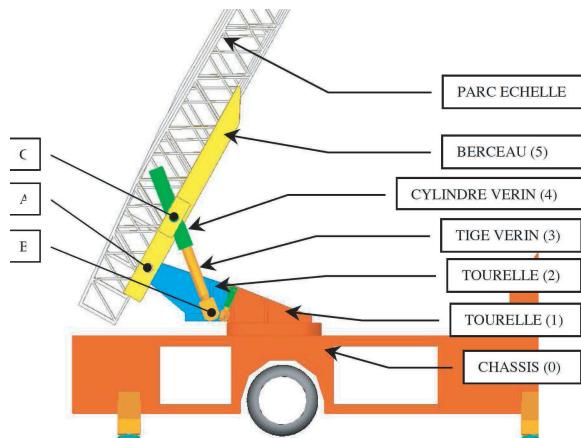


FIGURE 1.13 – Échelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle E.P.A.S.

Le déplacement de la plate-forme est réalisé suivant trois axes (voir figure).

- le déploiement du parc échelle (axe 1) : chaque plan de l'échelle peut se translater par rapport aux autres ; seul le quatrième plan d'échelle est solidaire du berceau ;
- le pivotement autour de l'axe Y (axe 2) : la tourelle 1 peut pivoter par rapport au châssis autour d'un axe vertical ;
- la rotation autour de l'axe Z (axe 3) : le berceau peut tourner par rapport à la tourelle 2 autour d'un axe horizontal.

Pour garantir la sécurité, le système maintient toujours la plate forme en position horizontale

- la correction d'aplomb oriente la plate-forme autour d'un axe horizontal parallèle à l'axe Z ;
- La correction de devers oriente l'ensemble parc échelle et plate-forme autour de l'axe X : la tourelle 2 s'oriente par rapport à la tourelle 1 suivant un axe perpendiculaire aux axes 3 et 2.

Lors des déplacements suivant les axes 2 et 3, le système « VARIMAX » de commande des actionneurs maintient la vitesse de la plate-forme la plus constante possible afin de limiter les mouvements de balancier qui résulteraient d'une commande trop brusque.

On se propose de vérifier quelques performances énoncées dans l'extrait du cahier des charges suivant

Fonction de service	Critère	Niveau
FS1 : déplacer la plate-forme	rapidité	temps de déploiement < 15 s
	confort	vitesse de la plate-forme constante
	sécurité	stabilité en position horizontale impérative

### 1.3.1 Dimensionnement des vérins de dressage : vérification du critère de confort

Objectif : l'objet de cette partie est de déterminer la commande que le système « VARIMAX » doit élaborer pour que la vitesse de déplacement de la plate-forme soit

2. Adapté par Marc Derumaux du sujet CCP PSI 2007

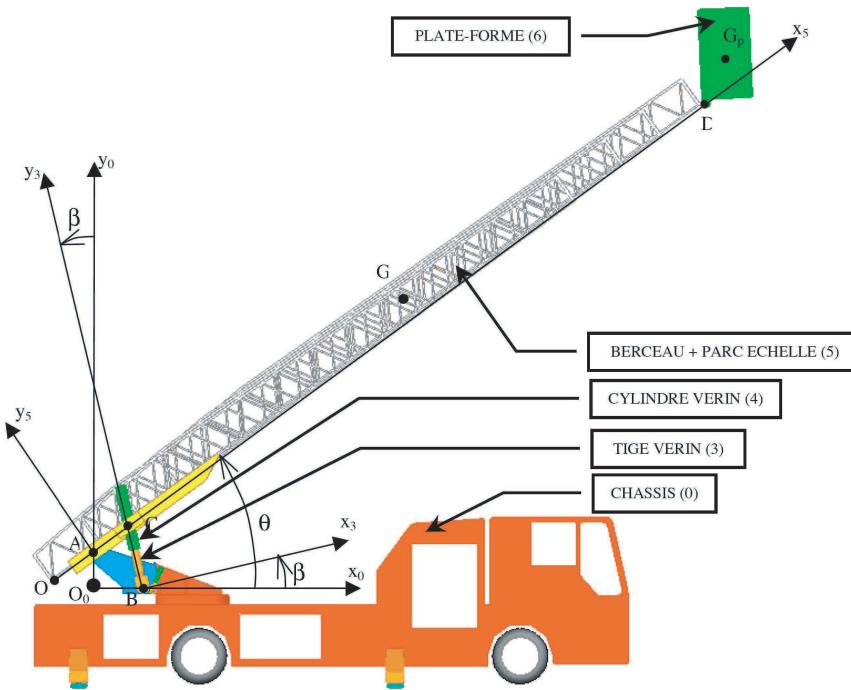


FIGURE 1.14 – Paramétrage du modèle

**constante lors du dressage ou de l'abaissement et respecte le critère de confort du CdC. Pour cela, nous allons déterminer le débit d'huile injectée dans le vérin pour que la vitesse des points de la plate-forme soit constante.**

On adoptera le paramétrage suivant (voir figure ci-après) :

- le repère  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au châssis 0 ;
- le repère  $R_5 = (A, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_0)$  est lié à l'ensemble berceau + parc échelle 5 ; avec  $\overrightarrow{OA} = a\vec{y}_0$ ,  $(\vec{x}_0, \vec{x}_5) = \theta$ ,  $\overrightarrow{AC} = c\vec{x}_5$ ,  $\overrightarrow{AD} = H\vec{x}_5$ .
- le repère  $R_5 = (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$  est lié au vérin 3 + 4.  
avec  $\overrightarrow{OB} = b\vec{x}_0$ ,  $\overrightarrow{BC} = r\vec{y}_3$  et  $(\vec{x}_0, \vec{x}_3)$ .

On donne les caractéristiques du vérin :

- débit volumique d'huile injectée dans le vérin  $Q$  ;
- diamètre du piston  $d$  ;
- vitesse de déploiement du vérin  $V$ .

1. Donner le torseur cinématique de chaque liaison (quatre liaisons) ;
2. Construire le graphe de structure du mécanisme et tracer le schéma cinématique ;
3. Exprimer la vitesse du point  $D$  du parc échelle dans son mouvement par rapport au châssis  $\vec{V}(D, /0)$  en fonction de la vitesse angulaire de dressage  $\dot{\theta}$  et des paramètres géométriques ;
4. Écrire l'équation vectorielle de fermeture cinématique en vitesse au point  $C$  et dessiner chacune des vitesses sur la figure ;
5. Projeter cette équation sur le vecteur  $\vec{y}_3$  et en déduire la vitesse de sortie du vérin  $\vec{V}(C, 4/3)$  en fonction de la vitesse angulaire de dressage  $\dot{\theta}$  et des paramètres géométriques ;
6. Établir la relation  $\tan \beta = \frac{b - c \cos \theta}{a + c \sin \theta}$  en écrivant une fermeture de chaîne géométrique ;
7. Déduire des questions précédentes le débit d'huile  $Q$  injecté dans le vérin en fonction de la vitesse  $V_D$  du point  $D$ , de  $\theta$  et des constantes  $a, b, c, d$  et  $H$  pour que la vitesse du point  $D$  du

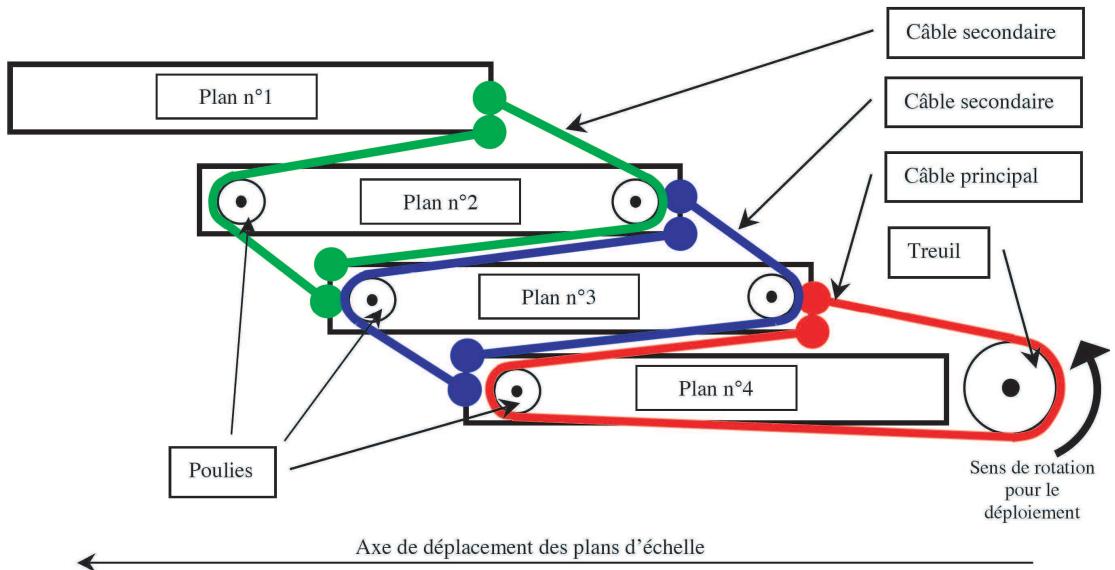


FIGURE 1.15 – Plan du parc échelle

parc échelle soit constante. Cela correspond au critère du CdC imposé pour le dimensionnement de la partie commande du système.

### 1.3.2 Vérification du critère de rapidité : étude du déploiement du parc échelle

**Objectif : on se propose de vérifier le critère de rapidité du CdC en étudiant le déploiement du parc échelle.** Le parc échelle est constitué de quatre plans numérotés de 1 à 4 : La plate-forme est montée sur le plan n°1 ; le plan n°4 est solidaire du berceau. Lors du déploiement du parc échelle, un treuil met en mouvement le câble principal qui entraîne le plan n°3 du parc échelle. Les plans n°1 et n°2 seront déployés grâce au mouvement du plan n°3 et aux câbles secondaires. La figure ci-dessus montre les plans du parc échelle les uns au dessus des autres. En réalité, ils sont les uns dans les autres et tous les brins de câbles sont donc parallèles à l'axe de déplacement des plans d'échelle.

Le câble principal s'enroule sur un treuil de rayon  $R = 20$  cm tournant à une fréquence de rotation nominale de  $N = 30$  tr/min.

On suppose qu'il n'y a pas de glissement entre le câble principal et le treuil, ainsi qu'entre les poulies et les câbles secondaires.

Chaque plan a une longueur  $L = 9$  m. Lorsque le parc échelle est entièrement déployé, chaque plan recouvre le suivant d'une longueur de 2 m.

1. Donner l'expression littérale de la vitesse des points du plan n°3 dans son mouvement par rapport au plan n°4 en fonction de  $R$  et  $N$ . Calculer cette vitesse en m/s.
2. Montrer que la vitesse des points du plan n°2 dans son mouvement par rapport au plan n°4 est deux fois plus grande que la vitesse des points du plan n°3 par rapport au plan n°4 (on pourra utiliser un raisonnement graphique). Quelle est alors la vitesse du plan n°1 par rapport au plan n°4 ?
3. Calculer le temps nécessaire pour déployer entièrement le parc échelle si la vitesse de rotation du treuil reste constante. Conclure quant au respect du cahier des charges.

## 1.4 Schématisation du bras articulé du robot Spirit<sup>3</sup>

La mission Mars Exploration Rover (MER) est une mission spatiale confiée à la NASA. Elle a pour but d'explorer les sols de la planète Mars pour y rechercher la présence ancienne et prolongée d'eau. Cette exploration a été possible notamment grâce à deux rovers automatiques lancés depuis Cap Canaveral. Le premier rover se nomme robot Spirit. Il a été lancé le 10 juin 2003 et s'est posé le 3 janvier 2004 dans le cratère Gusev, une dépression de 170 km de diamètre qui a peut-être accueilli un lac. Le second rover se nomme robot Opportunity, il a été lancé le 8 juillet 2003 et s'est posé le 24 janvier 2004 sur Meridiani Planum.

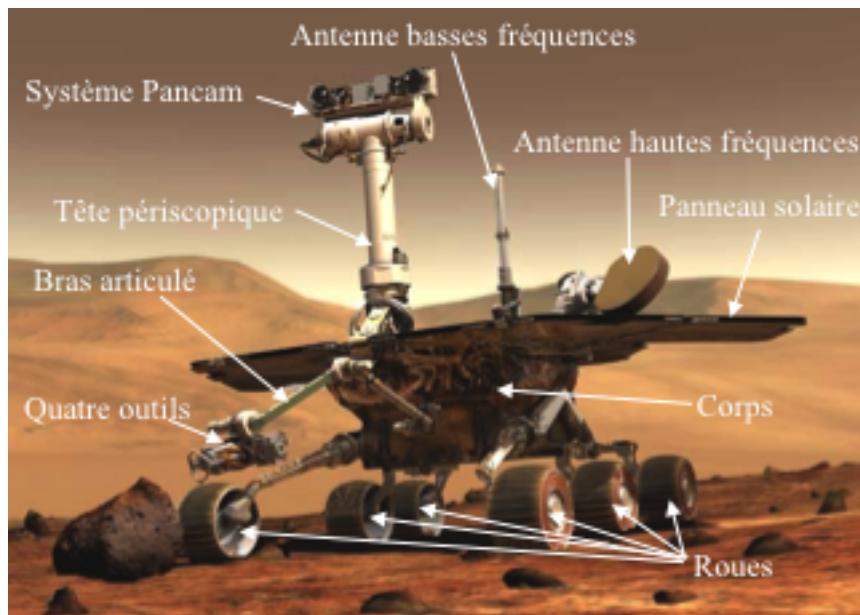


FIGURE 1.16 – Robot Mars Exploration Rover

### *Présentation générale du robot*

Les principaux composants du robot Spirit sont :

- un corps dont la fonction est d'assurer la liaison entre les divers composants. Il supporte des batteries qui sont chargées par des capteurs solaires et protège également l'électronique embarquée des agressions extérieures ;
- une tête périscopique orientable dont la fonction est d'orienter le système de vision appelé « Pancam » qui se trouve à 1,4m de hauteur. Ce dernier fournit une vue 3D de l'environnement. Le traitement des images acquises par les caméras du système Pancam permet à Spirit de réaliser une cartographie des terrains et donc de trouver de manière autonome son chemin en évitant les obstacles. Cette autonomie est renforcée par l'utilisation de 4 caméras de direction supplémentaires situées sur le corps ;
- six roues, animées chacune par un motoréducteur, dont la fonction est d'assurer le déplacement de Spirit sur un sol caillouteux. Les deux roues avant et arrière possèdent en supplément un moteur de direction permettant au robot d'effectuer des changements de direction jusqu'à un demi tour sur place ;
- un bras articulé, dont la fonction est d'amener quatre outils (une foreuse, un microscope et deux spectromètres) à proximité d'une roche à étudier. L'étude de la roche par ces quatre outils se fait par des carottages horizontaux ;

3. d'après X-ENS PSI 2005

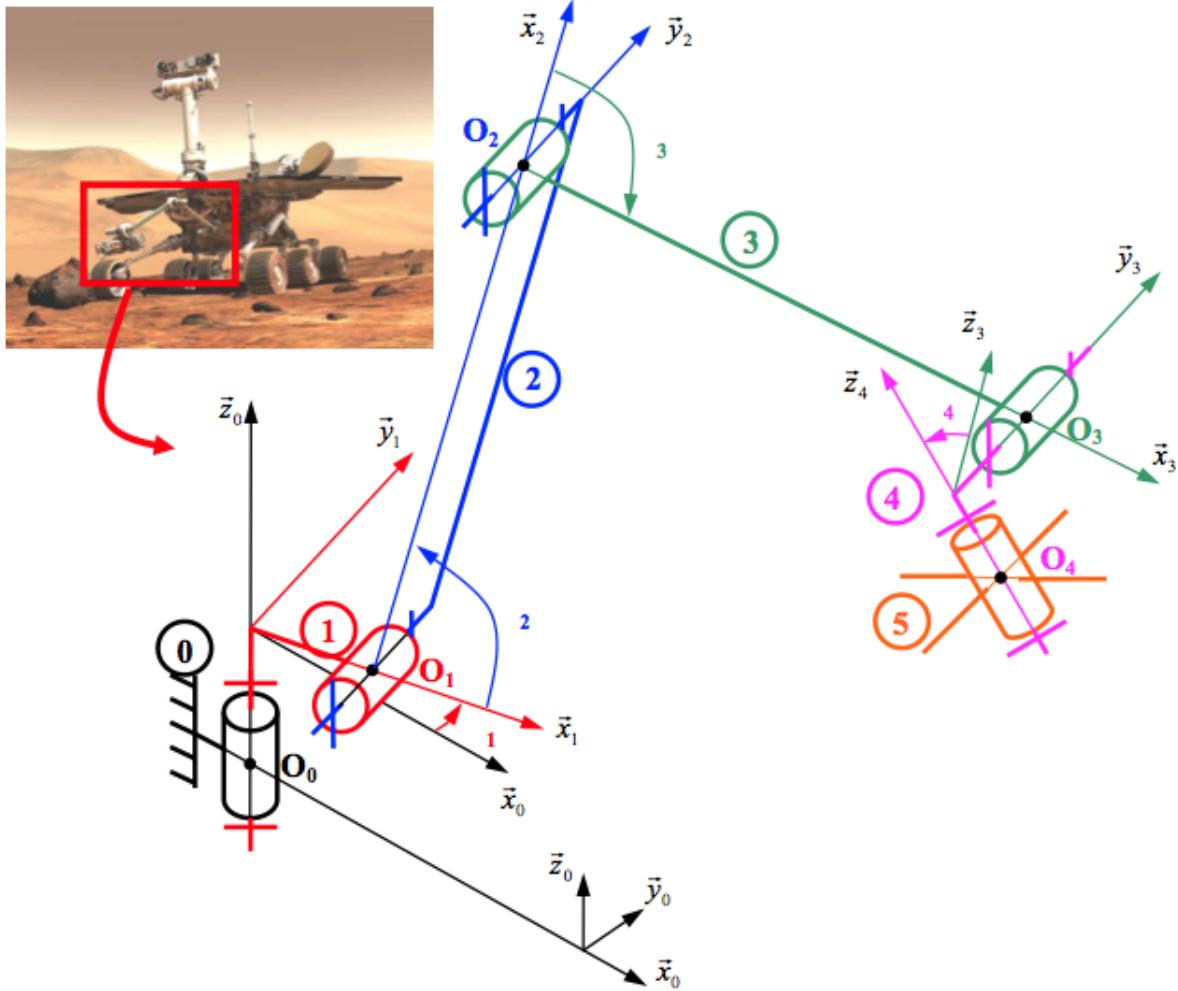


FIGURE 1.17 – Modélisation cinématique et paramétrage du bras articulé

- un système de communication et des antennes hautes et basses fréquences, dont la fonction est de permettre à Spirit de communiquer avec la terre.

#### *Modélisation cinématique et paramétrage du bras articulé*

- le corps du robot est repéré 0. On lui attache un repère  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et le point  $O_0$  est à la hauteur  $h_0$  du sol, supposé constante ;
- la liaison entre le solide 1 et le corps du robot est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_0, \vec{z}_0)$ . On attache au solide 1 le repère  $R_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  ; on pose  $\overrightarrow{O_0O_1} = a_1 \vec{x}_1 + c_1 \vec{z}_1$  et  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$  avec  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{2}$  ;
- la liaison entre le bras 2 et le solide 1 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_1, \vec{y}_1)$ . On attache au solide 2 le repère  $R_2 = (O_1, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  ; on pose  $\overrightarrow{O_1O_2} = a_2 \vec{x}_2$  et  $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  avec  $-\frac{\pi}{4} \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{4}$  ;
- la liaison entre l'avant-bras 3 et le bras 2 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_2, \vec{y}_2)$ . On attache au solide 3 le repère  $R_3 = (O_2, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  ; on pose  $\overrightarrow{O_2O_3} = a_3 \vec{x}_3$  et  $\theta_3 = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$  avec  $0 \leq \theta_3 \leq \pi$  ;
- la liaison entre le solide 4 et l'avant-bras 3 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_3, \vec{y}_3)$ . On attache au solide 4 le repère  $R_4 = (O_3, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$  ; on pose  $\overrightarrow{O_3O_4} = b_4 \vec{y}_4 + c_4 \vec{z}_4$

et  $\theta_4 = (\vec{x}_3, \vec{x}_4)$  avec  $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$  ;

- la liaison entre le solide 5 (sur lequel se trouvent les quatre outils d'étude de la roche) et le solide 4 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_4, \vec{z}_4)$  ;
- les positions relatives  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  de chaque solide sont pilotées par quatre chaines d'énergie indépendantes notés M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub>, M<sub>4</sub> constitués d'un moteur, d'un réducteur irréversible et d'un codeur.

*Données*

$$h_0 = 0,5 \text{ m} \quad a_1 = 0,1 \text{ m} \quad c_1 = 0,1 \text{ m} \quad a_2 = 0,5 \text{ m} \quad a_3 = 0,8 \text{ m} \quad b_4 = 0,1 \text{ m} \quad c_4 = 0,15 \text{ m}$$

On définit les positions suivantes :

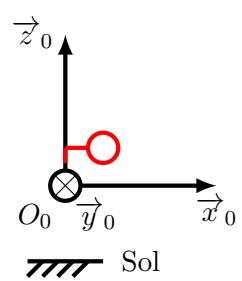
- la position de repos, notée  $P_r$  ( $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}, \theta_2 = 0, \theta_3 = \pi$ ), est la position du bras articulé lorsqu'il n'est pas en fonctionnement ;
- la position initiale, notée  $P_i$  ( $\theta_1 = 0, \theta_2 = -\frac{\pi}{4}, \theta_3 = \frac{\pi}{2}$ ), est la position adoptée par le bras avant de se déployer complètement vers la roche ;
- la position horizontale, notée  $P_h$  ( $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0, \theta_3 = 0$ ) ;
- la position verticale, notée  $P_v$  ( $\theta_1 = 0, \theta_2 = -\frac{\pi}{4}, \theta_3 = 0$ ).

**On considère par la suite que l'ensemble 4+5 reste toujours immobile l'un par rapport à l'autre et que l'ensemble 4+5 reste toujours horizontal par rapport au sol (i.e. :  $\vec{z}_0 = \vec{z}_4$ ).**

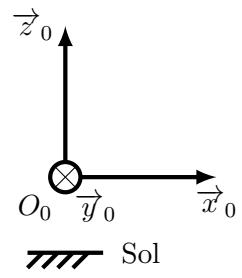
1. Tracer le graphe des liaisons du bras articulé du robot Spirit.
2. Compléter sur le document réponse les deux schémas cinématiques en couleur permettant de visualiser dans le plan  $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$  les solides 2, 3 et 45 dans les positions particulières  $P_h$  et  $P_v$ . *Remarque* : on fera attention au sens positif des angles dans le plan proposé, par exemple,  $\theta_2 = -\frac{\pi}{4}$  correspond à une orientation du bras vers le haut.
3. Construire un schéma cinématique en couleurs dans le plan  $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$  pour la position remarquable  $P_i$ . Déterminer l'expression littérale et analytique du vecteur position  $\overrightarrow{O_0O_3}$  dans le repère  $R_0$ .
4. Calculer la hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol. Construire un schéma cinématique en couleurs dans le plan  $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$  pour cette position particulière.
5. Le cahier des charges demande une hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol de  $1,35 \pm 0,05$  m, conclure quand aux performances obtenues.

**Document réponse**

Position  $P_h$ ,  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = 0$ ,  $\theta_3 = 0$



Position  $P_h$ ,  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = 0$ ,  $\theta_3 = 0$



## 1.5 Pompe hydraulique Hydro-Leduc

Les engins de chantier sont souvent équipés de pompes hydrauliques générant une puissance élevée pour des équipements lourds. La pompe étudiée ici est une pompe à pistons axiaux de la marque Hydro-Leduc. Cette pompe est une pompe volumétrique haute pression (300 bar) prévue pour se fixer sur la prise de mouvement des boîtes de vitesses de camions et destinée à alimenter des récepteurs hydrauliques tels que : vérins de bennes, grues de manutention, nacelles élévatrices, gravillonneurs,etc.

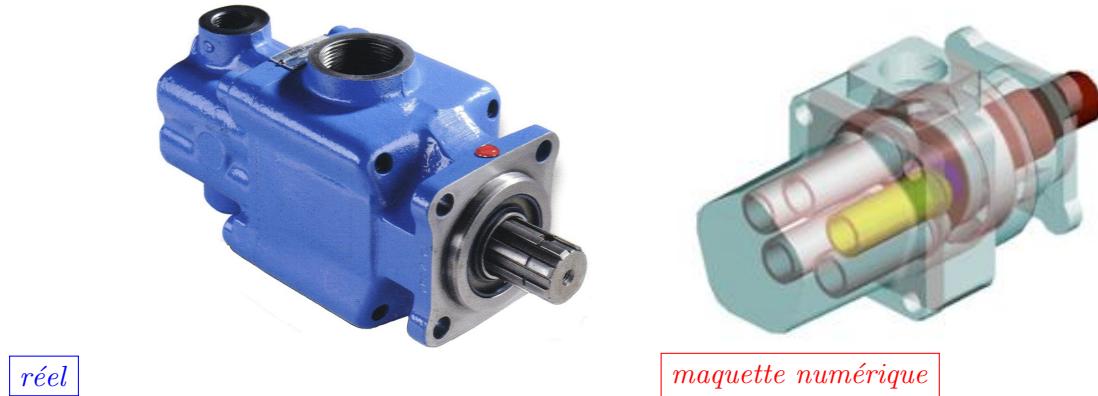


FIGURE 1.18 – Pompe hydraulique Hydro-Leduc

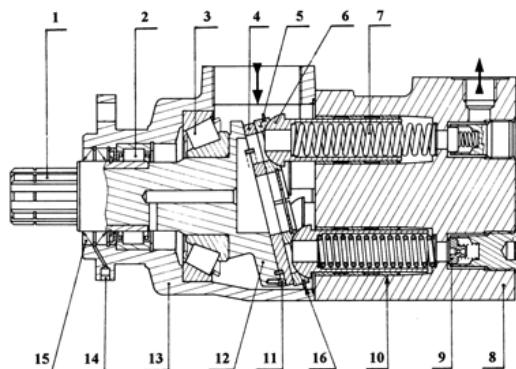


FIGURE 1.19 – Pompe hydraulique Hydro-Leduc – plan

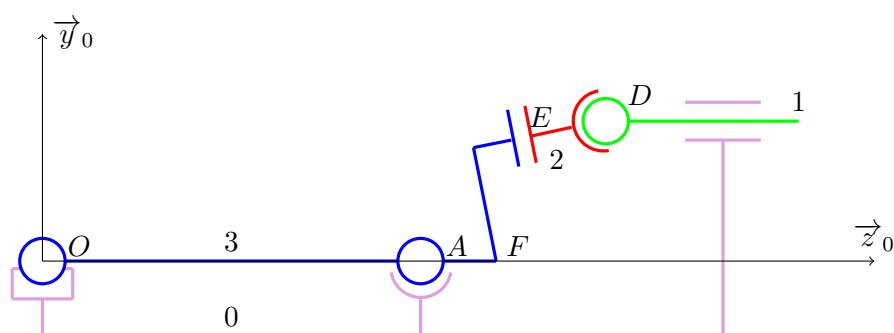


FIGURE 1.20 – Pompe hydraulique Hydro-Leduc – schéma cinématique – ici, configuration particulière

$$(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \xrightarrow{(\theta, \vec{z}_0 = \vec{z}_3)} (O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3) \xrightarrow{(\alpha, \vec{x}_3)} (O, \vec{x}_3, \vec{v}_3, \vec{w}_3)$$

Cette pompe est une pompe volumétrique haute pression (300 bar) prévue pour se fixer sur la prise de mouvement des boîtes de vitesses de camions et destinée à alimenter des récepteurs hydrauliques tels que : vérins de bennes, grues de manutention, nacelles élévatrices, gravillonneurs, etc.

La pompe est constituée par un corps (0) dans lequel sont répartis cinq pistons (1) dont les axes sont situés sur un cylindre de révolution d'axe ( $O, \vec{z}_0$ ) et de rayon  $R$ . Ils sont écartés d'un angle de  $72^\circ$  les uns des autres (deux pistons ont été placés dans le plan de coupe pour montrer les positions extrêmes de la course des pistons). La liaison entre chaque piston (1) et le corps (0) est une liaison pivot glissant d'axe ( $D, \vec{z}_0$ ).

L'extrémité  $D$  de chaque piston vient en contact, par l'intermédiaire d'une rotule de centre  $D$ , avec un patin (2). Chaque patin (2) fait l'objet d'une liaison plane avec le plateau incliné de l'arbre moteur (3). Le point  $E$  est la projection orthogonale du point  $D$  sur le plateau incliné, la longueur  $ED$  est constante et égale à  $h$ .

L'intersection du plateau incliné avec l'axe de rotation de l'arbre (3) est le point  $F$ . Le plateau incliné, donc aussi l'arbre (3) auquel il est lié, est en liaison pivot d'axe ( $O, \vec{z}_0$ ) avec le bâti (0).

La rotation de l'arbre moteur (3) entraîne le déplacement des pistons et l'aspiration ou le refoulement du fluide hydraulique.

L'étude a pour objet le calcul des efforts dans les liaisons de ce mécanisme en fonctionnement quasi statique. L'action d'un ressort permettant de plaquer le patin (2) sur le plan incliné lié à (3) n'est pas prise en compte.

Toutes les liaisons sont supposées parfaites. Les actions de pesanteur sont négligées. Le torseur d'action mécanique de la pièce (i) sur la pièce (j) sera noté

$$\mathcal{T}(i \rightarrow j) = \underset{P}{\begin{cases} X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ L_{ij} \vec{x} + M_{ij} \vec{y} + N_{ij} \vec{z} \end{cases}}$$

L'action du fluide hydraulique sur le piston (1) est un glisseur

$$\mathcal{T}(\text{fluide} \rightarrow 1) = \underset{D}{\begin{cases} -p_r S \vec{z}_3 \\ 0 \end{cases}}$$

L'action du moteur sur l'arbre (3) est un couple tel que

$$\mathcal{T}(\text{moteur} \rightarrow 3) = \underset{\forall M}{\begin{cases} 0 \\ C \vec{z} \end{cases}}$$

On donne  $\vec{FD} = R \vec{y}_0 + \lambda \vec{z}_0$  avec  $R$  constant et  $\lambda$  variable ;  $\vec{ED} = h \vec{w}_3$  avec  $h$  constant et  $\vec{w}_3$  vecteur normal au plan d'appui entre (2) et (3) ;  $\vec{FE} = X \vec{x}_3 + Y \vec{v}_3$

1. Établir les expressions de  $X$ ,  $Y$  et  $\lambda$  en fonction de  $R$ ,  $h$ ,  $\theta$  et  $\alpha$ . Préciser les torseurs suivants  $\mathcal{T}(0 \rightarrow 3)$ ,  $\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)$  et  $\mathcal{T}(1 \rightarrow 0)$ .
2. Traduire l'équilibre de la pièce (1) et écrire les équations scalaires qui en sont déduites.
3. Traduire l'équilibre de la pièce (2) et écrire les équations scalaires qui en sont déduites.
4. Traduire l'équilibre de la pièce (3) et écrire les équations scalaires qui en sont déduites.
5. Résoudre le système d'équations obtenu de façon à exprimer chaque composante inconnue des torseurs transmissibles en fonction de la pression  $p_r$ , de l'angle  $\theta$  et des caractéristiques géométriques constantes. Exprimer le couple moteur  $C$  en fonction de ces mêmes quantités ;

Pour la suite de l'exercice, on donne les valeurs numériques suivantes

– inclinaison du plan du plateau came  $\alpha = 14^\circ$  ;

- distance entre l'axe de l'arbre moteur et l'axe du piston  $R = 33 \text{ mm}$  ;
  - fréquence de rotation de l'arbre moteur  $N = 2000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ;
  - cylindrée d'un couple cylindre/piston  $V = 2 \text{ cm}^3$ .
6. Exprimer la translation  $z$  du piston (1) en fonction de la rotation  $\theta$  de l'arbre moteur.
  7. Déterminer le débit volumique d'un couple cylindre/piston sachant qu'il refoule le fluide lorsque  $\theta \in [0, \pi]$ .
  8. Déterminer le débit volumique instantané de la pompe  $Q_v$ . Tracer le graphe correspondant.
  9. Calculer le débit volumique moyen de la pompe, en L/min, pour la fréquence de rotation annoncée.

## 1.6 Toit escamotable de 206 CC

### 1.6.1 Présentation

En 2001, Peugeot commercialise une version coupé-cabriolet d'un de ses modèles (figure ci-après). Grâce à son toit rigide escamotable à commande électrohydraulique, la 206 CC permet d'apprécier le confort d'un coupé tant au point de vue acoustique que de l'étanchéité tout en offrant la possibilité de se découvrir rapidement en cabriolet. Ce système permet d'offrir, de plus, une lunette arrière chauffante en verre.

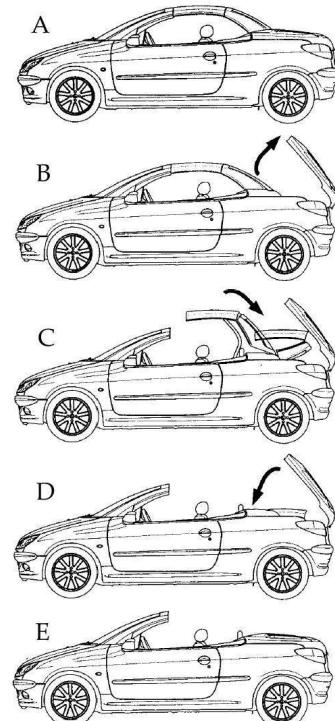


FIGURE 1.21 – Toit escamotable – cycle d'ouverture

Le mécanisme de toit escamotable met en jeu cinq éléments : les vitres, le pavillon, la lunette arrière, le coffre et une tablette. Le cycle d'ouverture du toit est piloté par le calculateur (figure ci-dessus).

- A : les vitres de porte et de custode descendent en position basse ;
- B : la malle se déverrouille et s'ouvre ;
- C : le toit se soulève et vient se replier ;
- D : la tablette sort et la malle se ferme et se verrouille.

Les vitres ne remontent pas mais leur commande est de nouveau possible.

Le mouvement du toit escamotable est imposé par un mécanisme articulé (figure ci-après), actionné par deux vérins hydrauliques. La partie inférieure du mécanisme est fixée au châssis du véhicule et la partie supérieure porte le pavillon.

On cherche à déterminer le débit d'huile nécessaire à la mise en mouvement du toit ouvrant, ainsi que la vitesse d'impact sur la butée pour la dimensionner. Dans ce but, une modélisation cinématique et une résolution graphique est utilisée (figure ci-après).

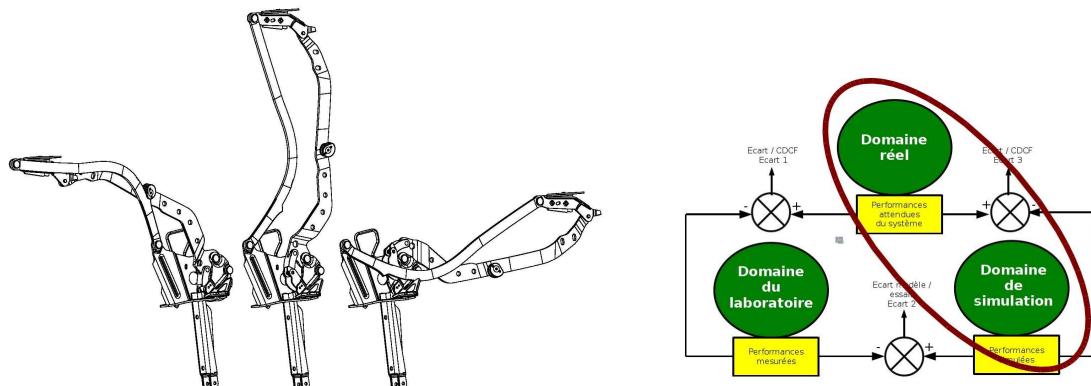


FIGURE 1.22 – Mécanisme du toit escamotable – démarche de l'ingénieur

## 1.6.2 Dimensionnement du système

### 1.6.2.1 Analyse du mouvement

Les réponses sont à fournir sur la figure 1.23.

1. À partir de l'étude de la nature des mouvements des pièces 10 et 20, dessiner la position de la pièce 30 en traçant le segment *EF* dans les positions intermédiaires du mécanisme repérées 1 et 2 sur le document ;
2. Préciser alors la nature du mouvement entre la pièce 30 et l'ensemble S.

### 1.6.2.2 Détermination de la vitesse de sortie de la tige du vérin

On cherche ici à déterminer la valeur de la vitesse de sortie de la tige du vérin, par une étude graphique sur la figure 1.24. Les deux configurations extrêmes du mécanisme sont données, c'est à dire la position « coupé » et la position « cabriolet ». Le point *A* passe de la position *A* à la position *AF*.

1. Déterminer la course du vérin ;
2. Si l'on considère que le mouvement du vérin se fait à vitesse de sortie constante (débit d'huile constant), calculer le débit que doit fournir la pompe pour alimenter les deux vérins (coté droit et coté gauche du toit), sachant que la durée de cette phase d'ouverture doit être de 10 secondes et que le diamètre du vérin vaut 20 mm.

### 1.6.2.3 Détermination de la vitesse d'accostage en *K*

Les premières constructions se feront sur la figure 1.25, avec une échelle de 10 mm/s représentés par 30 mm sur le graphique. Les constructions suivantes se feront sur la figure 1.26, avec une échelle de représentation des vitesses de 10 mm/s représentés par 5 mm sur le graphique.

1. En justifiant votre démarche, déterminer à partir de la vitesse de sortie du vérin la vitesse d'impact  $\overrightarrow{V}(K, 10/S)$  ;
2. Déterminer  $\overrightarrow{V}(G, 30/S)$ .

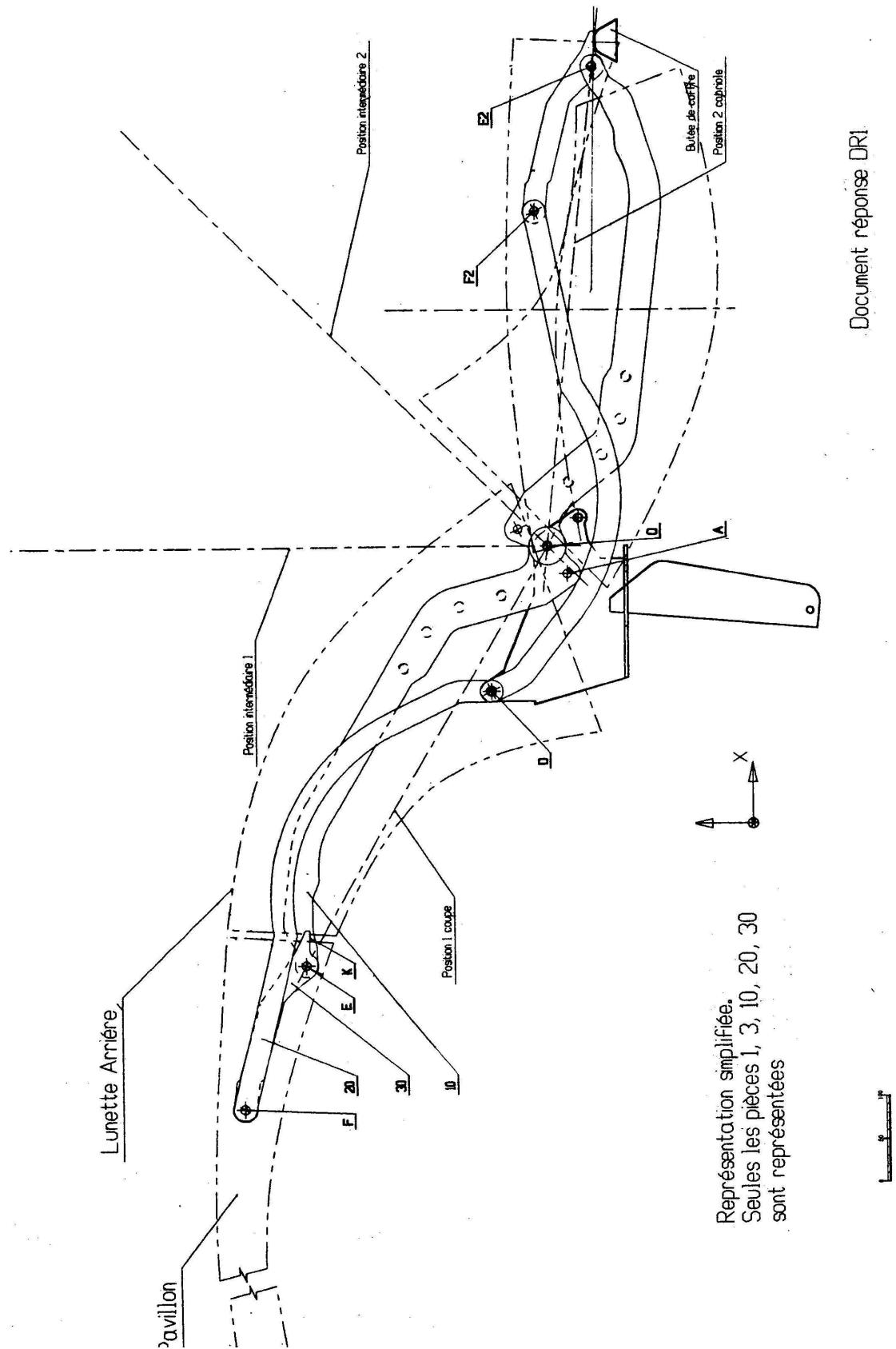


FIGURE 1.23 – Mécanisme du toit escamotable – positions ouvert et fermé

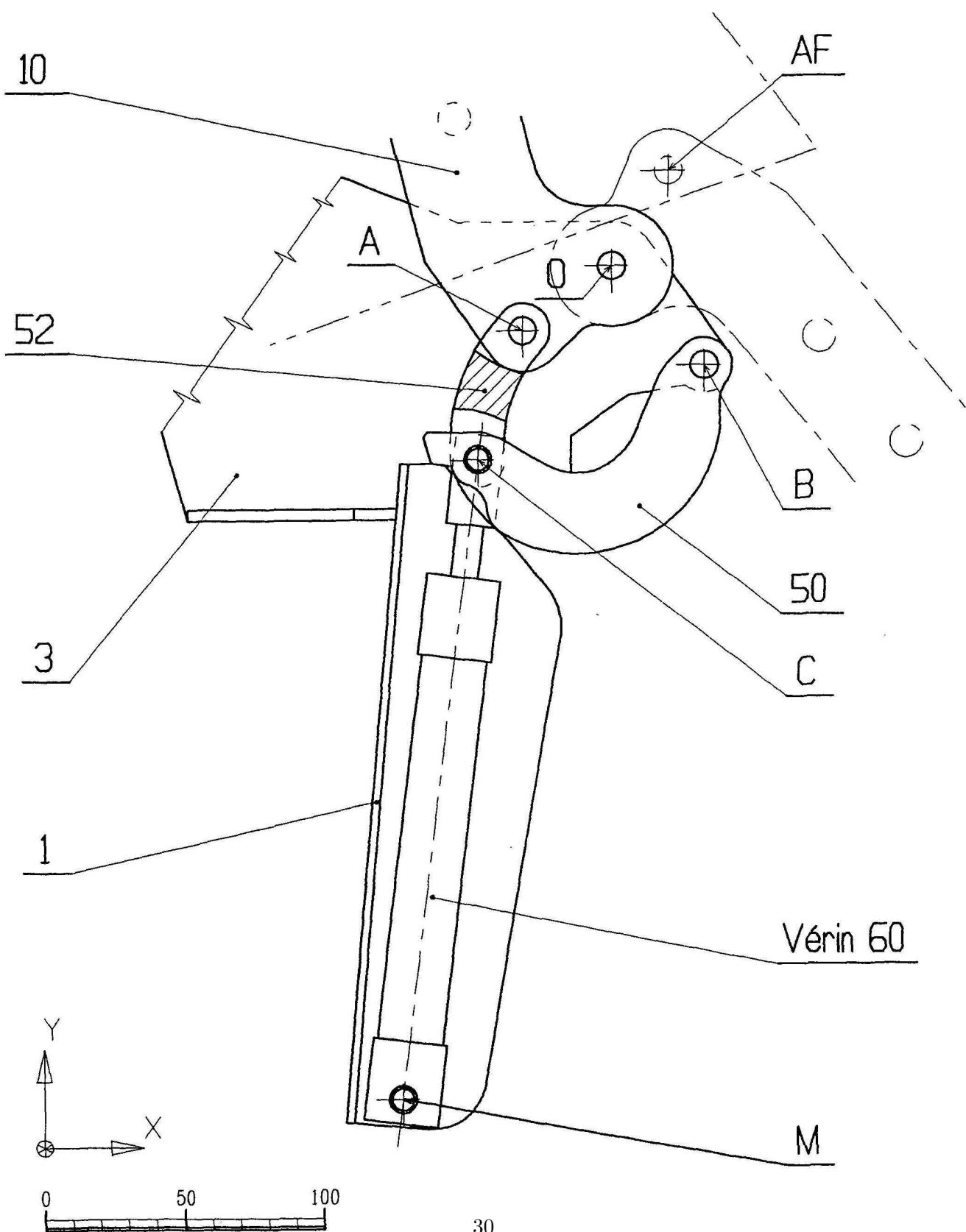


FIGURE 1.24 – Système de mise en mouvement du toit

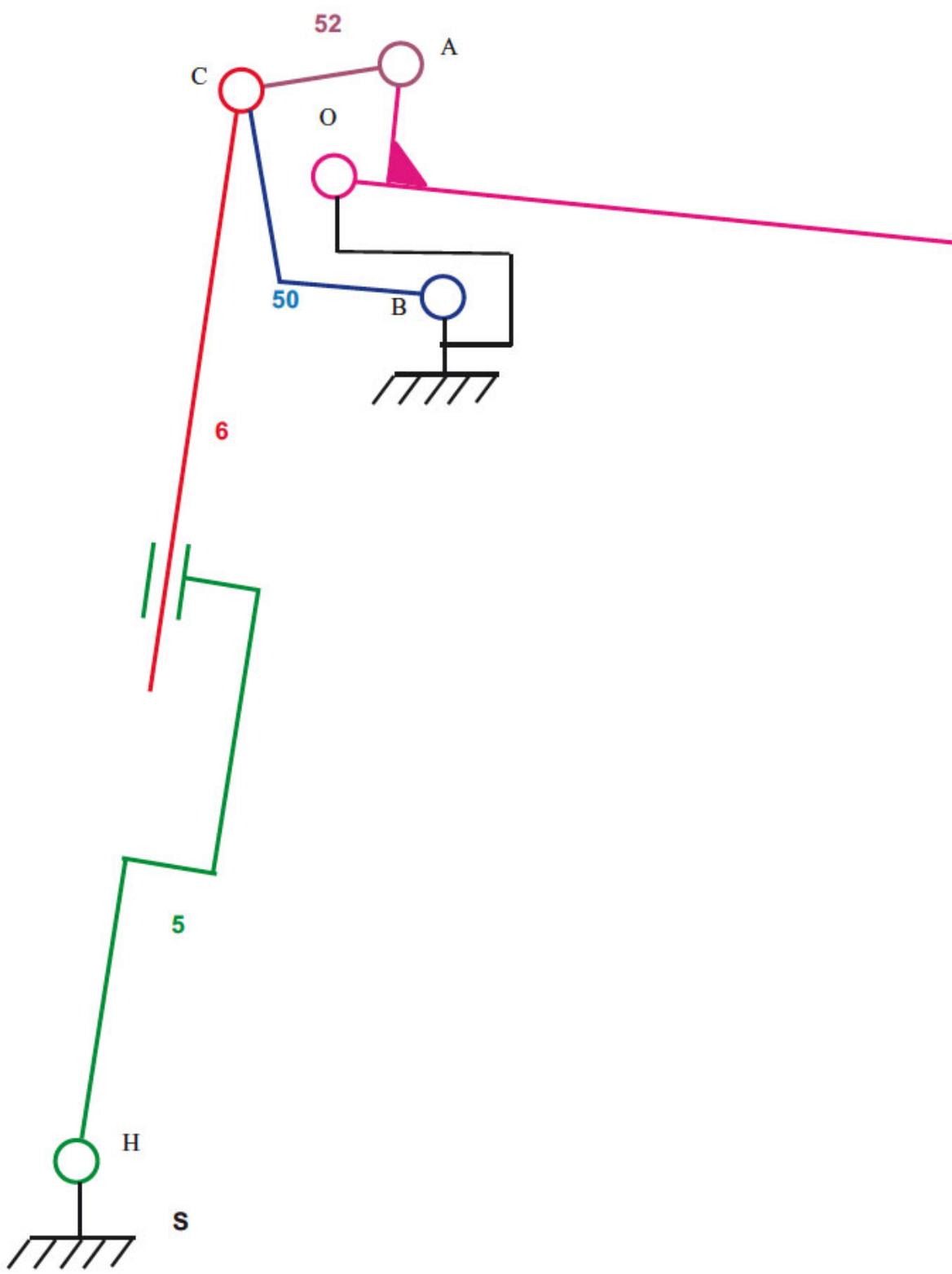


FIGURE 1.25 – Schéma cinématique du mécanisme en position ouvert

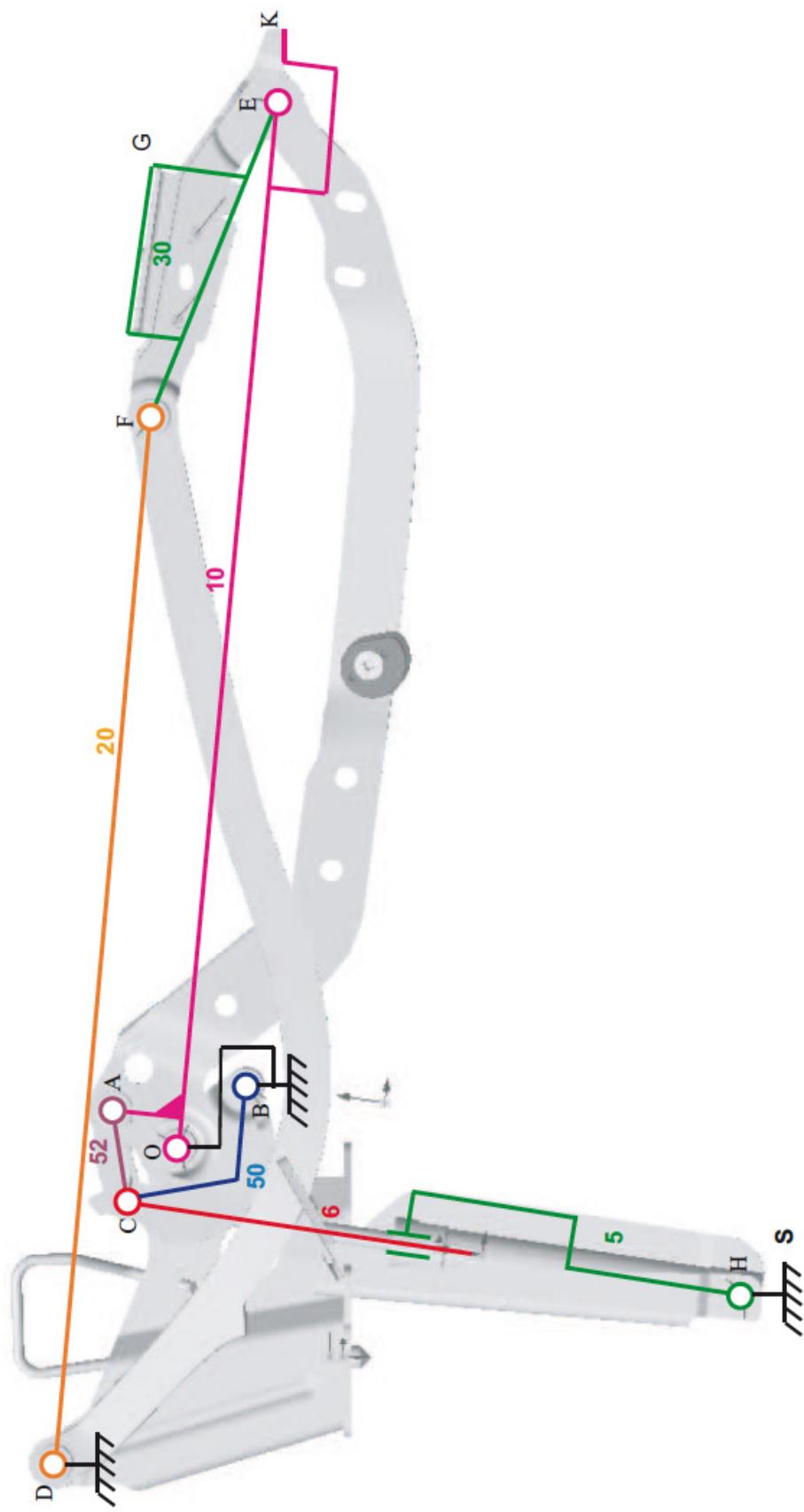


FIGURE 1.26 – Schéma cinématique du mécanisme en position ouvert

## 1.7 Suspension de VTT<sup>4</sup>

### 1.7.1 Mise en situation

Le VTT *Bomba*, concu et fabriqué par la société *Vario*, est un vélo tout terrain de hautes performances, destiné au « free ride » et à la descente marathon. Ce VTT est doté d'une suspension à triangle unifié assurant un fonctionnement optimal de la transmission et une grande robustesse (figure 1.27).

Technique, stable et confortable, la suspension arrière se veut progressive et performante. Le bras oscillant et les bielles de suspension sont montés sur des roulements étanches surdimensionnés.



FIGURE 1.27 – Photographie du VTT Bomba.

Les caractéristiques du VTT sont :

- cadre poutre en aluminium 7005 T6 ;
- fourche Marsocchi EXR Pro air de 120 mm de débattement ;
- amortisseur Fox Vanilla R de 120 mm de débattement ;
- freins à disques hydrauliques HAYES HFX 9 XC, diamètre 160 mm ;
- masse totale : 13.8 kg ;
- prix plein tarif : environ 2800 euros.

On s'intéresse dans cette étude à la suspension arrière du VTT (figure 1.28 et 1.29).

### 1.7.2 Cahier des charges fonctionnel de la suspension arrière

Lors de la descente, le vélo doit avoir une bonne tenue de route. Le mécanisme de suspension doit absorber les irrégularités du terrain afin de maintenir au maximum le contact entre les roues et le sol.

Plusieurs critères sont prépondérants pour l'efficacité de la suspension :

- **débattement** : c'est la distance verticale que parcourt l'axe de la roue arrière lors de la « fermeture » complète de la suspension du vélo (lorsque l'amortisseur a une longueur minimale).

4. Adapté d'un sujet de baccalauréat par Marc Derumaux

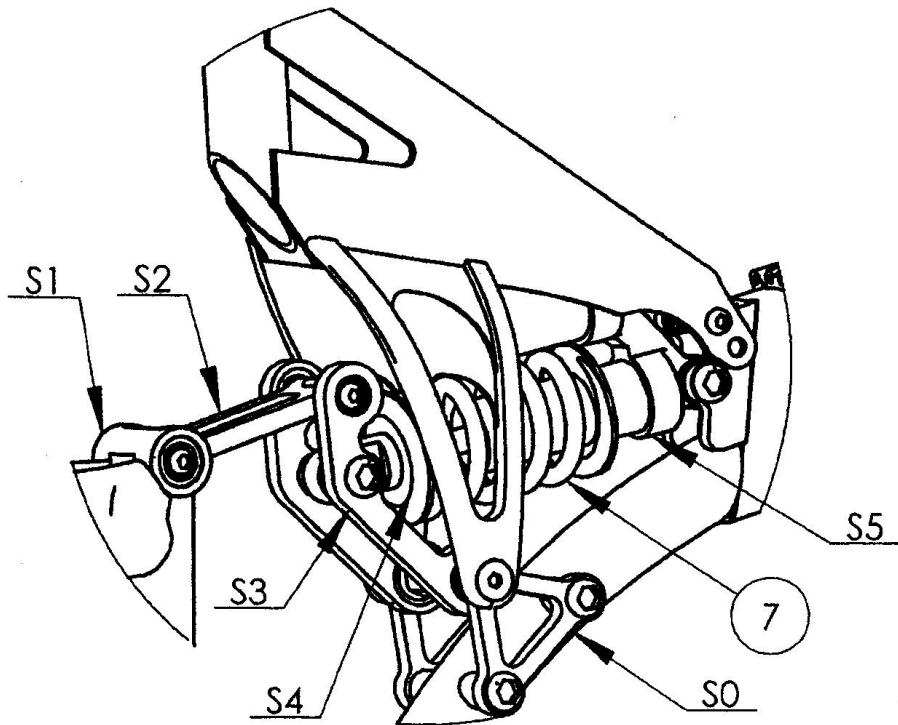


FIGURE 1.28 – Perspective de la suspension.

- réactivité** : c'est l'effort vertical minimum exercé sur la roue arrière par le sol, pour « vaincre » l'effort du ressort de suspension arrière et actionner l'amortisseur. Un effort de réactivité faible permettra de mettre en action l'amortisseur sur de petits obstacles. Au contraire, si l'effort de réactivité est important, le vélo se comportera comme un vélo à cadre rigide sur des petits défauts du sol, ce qui diminue la tenue de route du vélo.
- vitesse maximum de rentrée de tige de l'amortisseur** : elle doit être limitée pour permettre le fonctionnement correct de l'amortisseur. Elle est imposée par le fournisseur de l'amortisseur.

Extrait du cahier des charges :

Fonction technique	Critère	Niveau
Maintenir le contact des roues avec le sol	Débattement	> 100 mm
	Effort minimal de réactivité	< 800 N
	Vitesse maximale de rentrée de tige	< 15 m/s

La suspension tire ses performances optimales d'un bras oscillant  $S_1$  guidant rigidement la roue arrière et d'un ressort-amortisseur supportant les efforts tout en filtrant les vibrations. Un système de bielle  $S_2$  et levier  $S_3$  adapte au mieux l'effort du ressort en fonction de l'écrasement de la suspension, alliant raideur sur terrain accidenté et tenue de route sur circuits rapides.

## Fonctionnement du système suspension

Le mécanisme de suspension est représenté sur la figure 1.28. Un schéma cinématique en est donné figure 1.30. On peut distinguer six classes d'équivalence cinématique : le cadre  $S_0$ , le levier  $s_3$ , la bielle  $S_2$ , le bras oscillant  $S_1$ , la partie tige  $S_4$  de l'amortisseur et la partie corps  $S_5$  de l'amortisseur. Le ressort 7 étant un solide déformable, il n'est pas répertorié dans ce bilan.

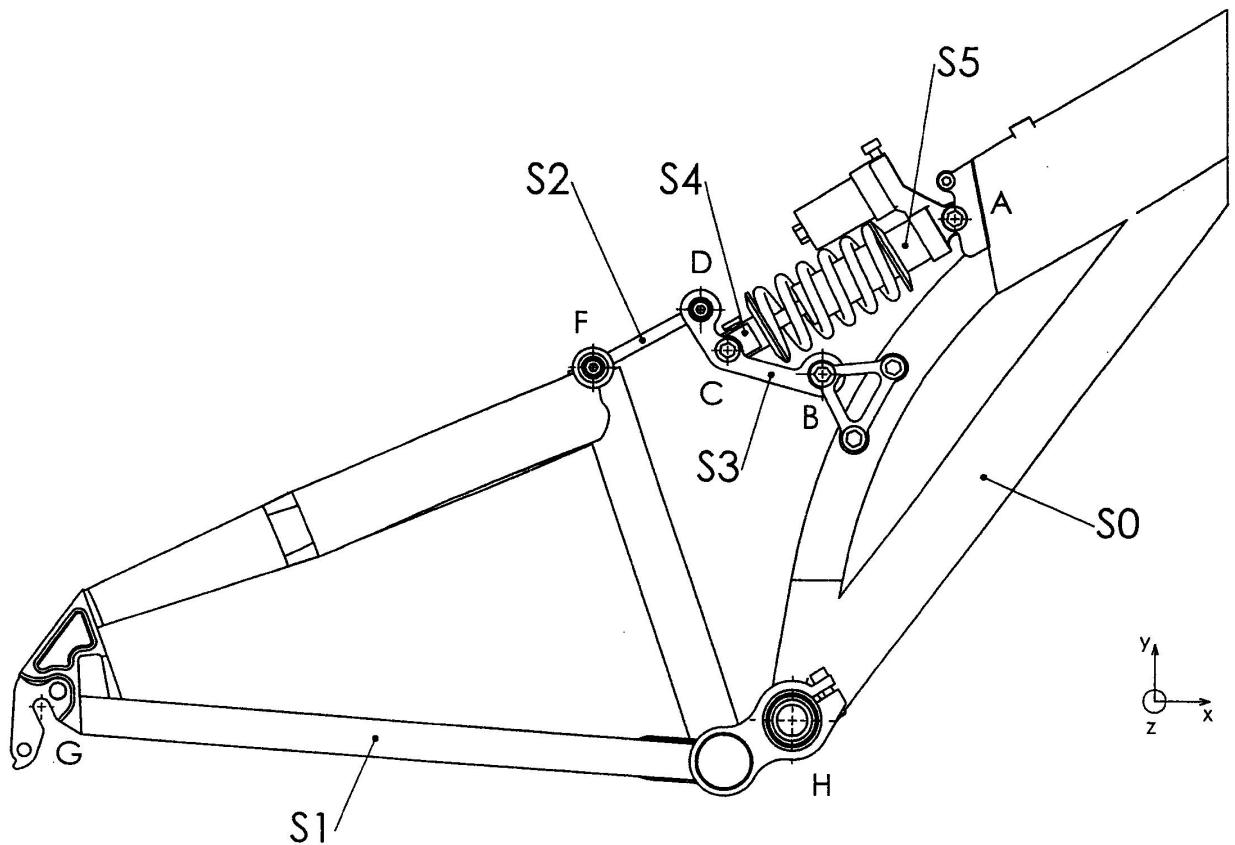


FIGURE 1.29 – Plan d'ensemble de la suspension du VTT Bomba.

Lorsqu'un obstacle percute la roue arrière, celle-ci est projetée vers le haut. Le bras oscillant  $S_1$  pivote autour de l'axe ( $H, \vec{z}$ ) de la liaison pivot, réalisée par deux roulements à contact radial, avec le cadre  $S_0$ .

La biellette  $S_2$ , en liaison pivot d'axe ( $F, \vec{z}$ ) avec le bras oscillant, est entraînée et pousse le levier  $S_3$  avec lequel elle a une liaison pivot d'axe ( $D, \vec{z}$ ).

Le levier  $S_3$  pivote alors autour de l'axe ( $B, \vec{z}$ ) de la liaison pivot avec le cadre  $S_0$ .

La partie tige  $S_4$  de l'amortisseur, en liaison pivot d'axe ( $C, \vec{z}$ ) avec le levier  $S_3$ , est poussée par celui-ci et entre dans la partie corps  $S_5$  de l'amortisseur.  $S_4$  et  $S_5$  sont en liaison pivot glissant d'axe ( $A, \vec{x}_4$ ) et  $S_5$  est en liaison pivot d'axe ( $A, \vec{z}$ ) avec  $S_0$ .

Le déplacement de la tige  $S_4$  de l'amortisseur par rapport au corps  $S_5$  de l'amortisseur, lors de sa rentrée, comprime le ressort 7, ce qui va permettre d'emmageriner l'énergie mécanique et donc de freiner la montée de la roue pour assurer le contact roue/sol.

### 1.7.3 Vérification du critère de débattement de la roue arrière

La figure 1.31 représente le système en position totalement détendu. La course maximale de l'amortisseur est de 38 mm.

1. Par une épure qui sera commentée sur la figure 1.31, déterminer le débattement vertical de la roue et conclure quant à la validation du cahier des charges sur le critère de débattement.

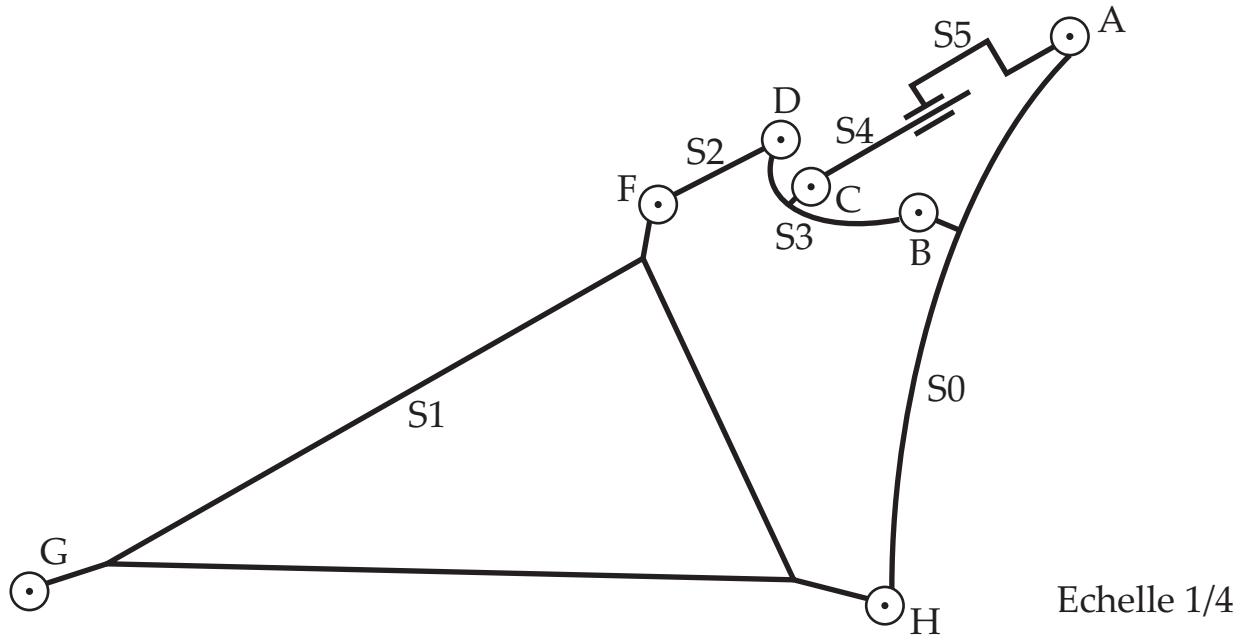


FIGURE 1.30 – Schéma cinématique de la suspension.

#### 1.7.4 Vérification de la vitesse de rentrée de l'amortisseur

##### 1.7.4.1 Méthode analytique

Suite aux irrégularités de la route, on considère que la roue peut subir des vitesses verticales jusqu'à 30 m/s par rapport au vélo.

On utilisera les notations suivantes :

La base  $B_1$  est en rotation par rapport à  $B_0$  d'angle  $\theta_1$  suivant  $\vec{z}$ ,  $\theta_1 = 0$ .

La base  $B_2$  est en rotation par rapport à  $B_1$  d'angle  $\theta_2$  suivant  $\vec{z}$ ,  $\theta_2 = 28^\circ$ .

La base  $B_3$  est en rotation par rapport à  $B_0$  d'angle  $\theta_3$  suivant  $\vec{z}$ ,  $\theta_3 = -14^\circ$ .

La base  $B_4$  est en rotation par rapport à  $B_0$  d'angle  $\theta_4$  suivant  $\vec{z}$ ,  $\theta_4 = 30^\circ$ .

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{HG} &= -a\vec{x}_1 & a &= 450 \text{ mm} \\
 \overrightarrow{HF} &= -b\vec{x}_1 + c\vec{y}_1 & b &= 120 \text{ mm} \\
 && c &= 210 \text{ mm} \\
 \overrightarrow{HB} &= d\vec{x}_0 + e\vec{y}_0 & d &= 20 \text{ mm} \\
 && e &= 210 \text{ mm} \\
 \overrightarrow{FD} &= f\vec{x}_2 & f &= 70 \text{ mm} \\
 \overrightarrow{CB} &= g\vec{x}_3 & g &= 60 \text{ mm} \\
 \overrightarrow{BD} &= -h\vec{x}_3 + i\vec{y}_3 & h &= 80 \text{ mm} \\
 && i &= 20 \text{ mm} \\
 \overrightarrow{CA} &= \lambda\vec{x}_4 & \lambda &= 160 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

2. Donner le graphe de liaisons du mécanisme en précisant les noms et les caractéristiques géométriques des liaisons.
3. Déterminer la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_1$  de 1/0 en fonction de la vitesse verticale  $V_0 = 30 \text{ m/s}$  de la roue de VTT. Réaliser l'application numérique.
4. Écrire la fermeture cinématique  $\{0,3,2,1,0\}$  et déterminer l'équation de vitesse en  $D$ .
5. En projetant sur l'axe approprié, déterminer l'expression de  $\dot{\theta}_3$  en fonction de  $\dot{\theta}_1$  et des paramètres de position.
6. Écrire la fermeture cinématique  $\{0,3,4,5,0\}$  et déterminer l'équation de vitesse en  $C$ .

7. En projetant sur l'axe approprié, déterminer l'expression de  $\dot{\lambda}$  en fonction de  $\dot{\theta}_3$  et des paramètres de position.
8. Réaliser l'application numérique puis conclure quant au respect du cahier des charges sur le critère de vitesse de rentrée.

#### 1.7.4.2 Vérification par une méthode graphique

9. Proposer une résolution graphique au problème précédent. L'épure sera tracée sur la page 39 tandis que la démarche sera développée avec rigueur et clarté sur la copie. Conclure quant aux résultats déterminés par les méthodes graphique et analytique.

### 1.7.5 Vérification du critère de réactivité du vélo

#### 1.7.5.1 Méthode analytique

L'effort de réactivité du vélo est l'effort minimum qu'il faut imposer à la roue arrière pour comprimer le ressort et « fermer » la suspension. On se propose de déterminer cet effort par une analyse statique. Le ressort a pour raideur  $k = 130 \text{ kN/m}$  et pour longueur à vide  $\lambda_0 = 172 \text{ mm}$ . On néglige l'action de la pesanteur sur les pièces et on supposera les liaisons parfaites (sans frottement). On utilisera les caractéristiques géométriques précisées dans la partie précédente. On considère la vitesse de rentrée de l'amortisseur nulle :  $\dot{\lambda} = 0$ .

10. Tracer le graphe de structure du mécanisme. Déterminer l'effort du ressort  $F_{ress}$  et réaliser l'application numérique.
11. Quelle est la particularité des systèmes  $\{S_2\}$  et  $\{S_4, S_5\}$ ? En déduire les propriétés des actions mécaniques extérieures.
12. Isoler le solide  $S_4$  afin d'en déduire l'action  $\vec{F}(C, 4/3)$  en fonction de l'effort du ressort.
13. Isoler le solide  $S_3$  et choisir l'équation permettant de déterminer  $\vec{F}(D, 2/3)$ .
14. Isoler le solide  $S_1$  et choisir l'équation permettant de déterminer l'effort de réactivité  $\vec{F}_R$ .
15. Réaliser l'application numérique puis conclure quant au respect du cahier des charges sur le critère de réactivité.

#### 1.7.5.2 Vérification par une méthode graphique

1. Proposer une résolution graphique au problème précédent et vérifier que la méthode « habituelle » vue en première année ne peuvent s'appliquer. L'épure sera tracée sur la page 40 tandis que la démarche sera développée avec rigueur et clarté.

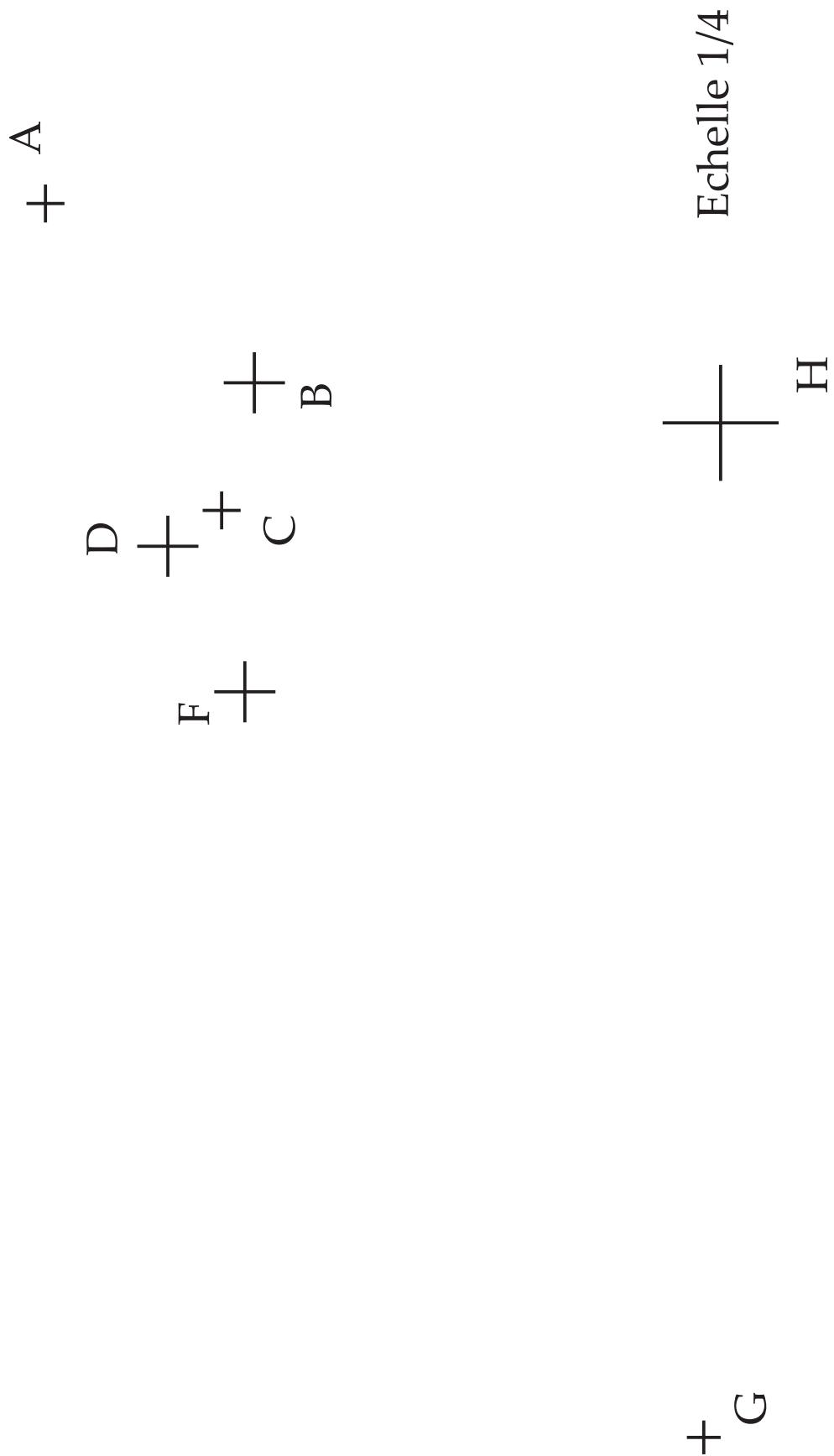
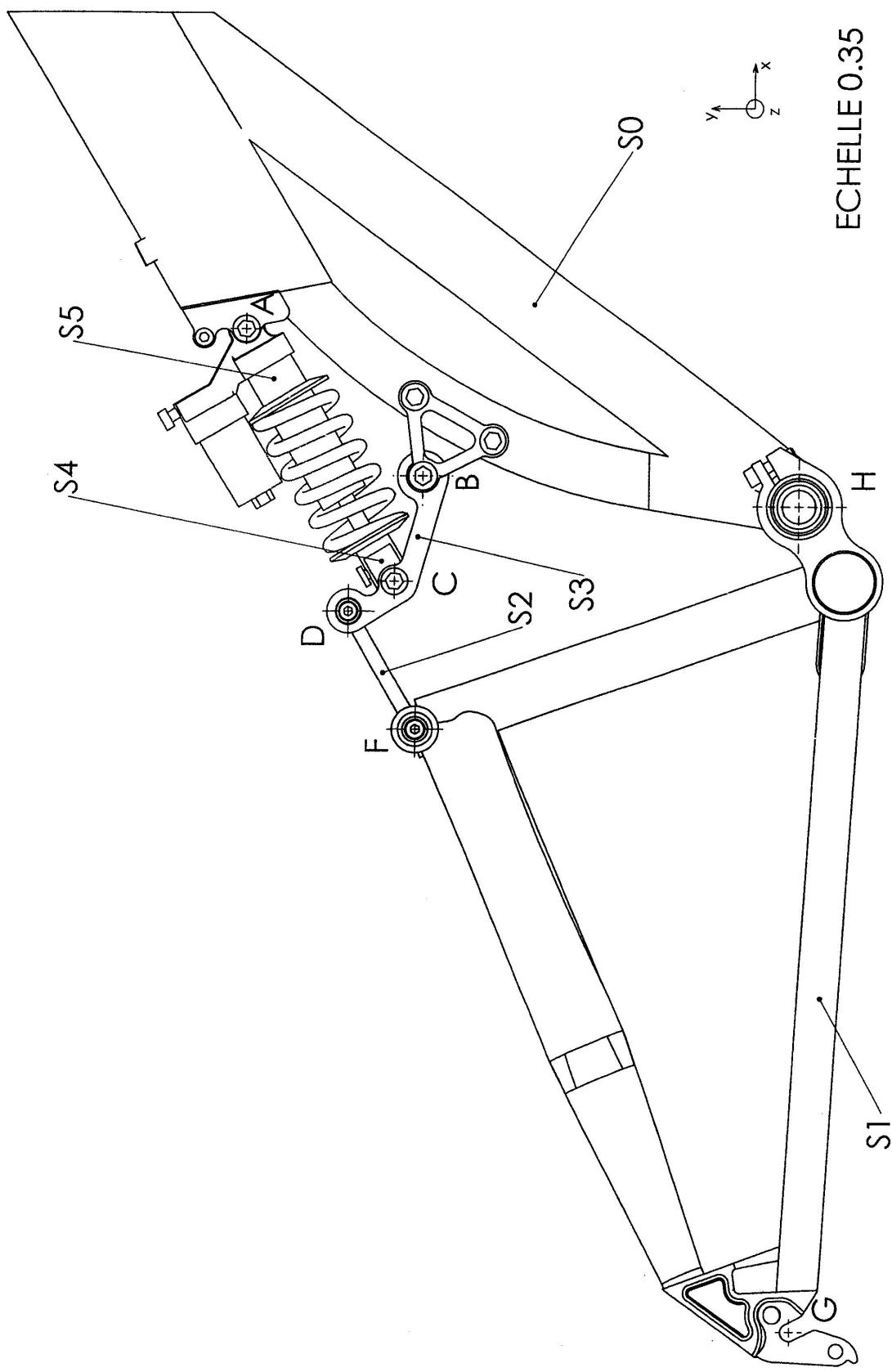
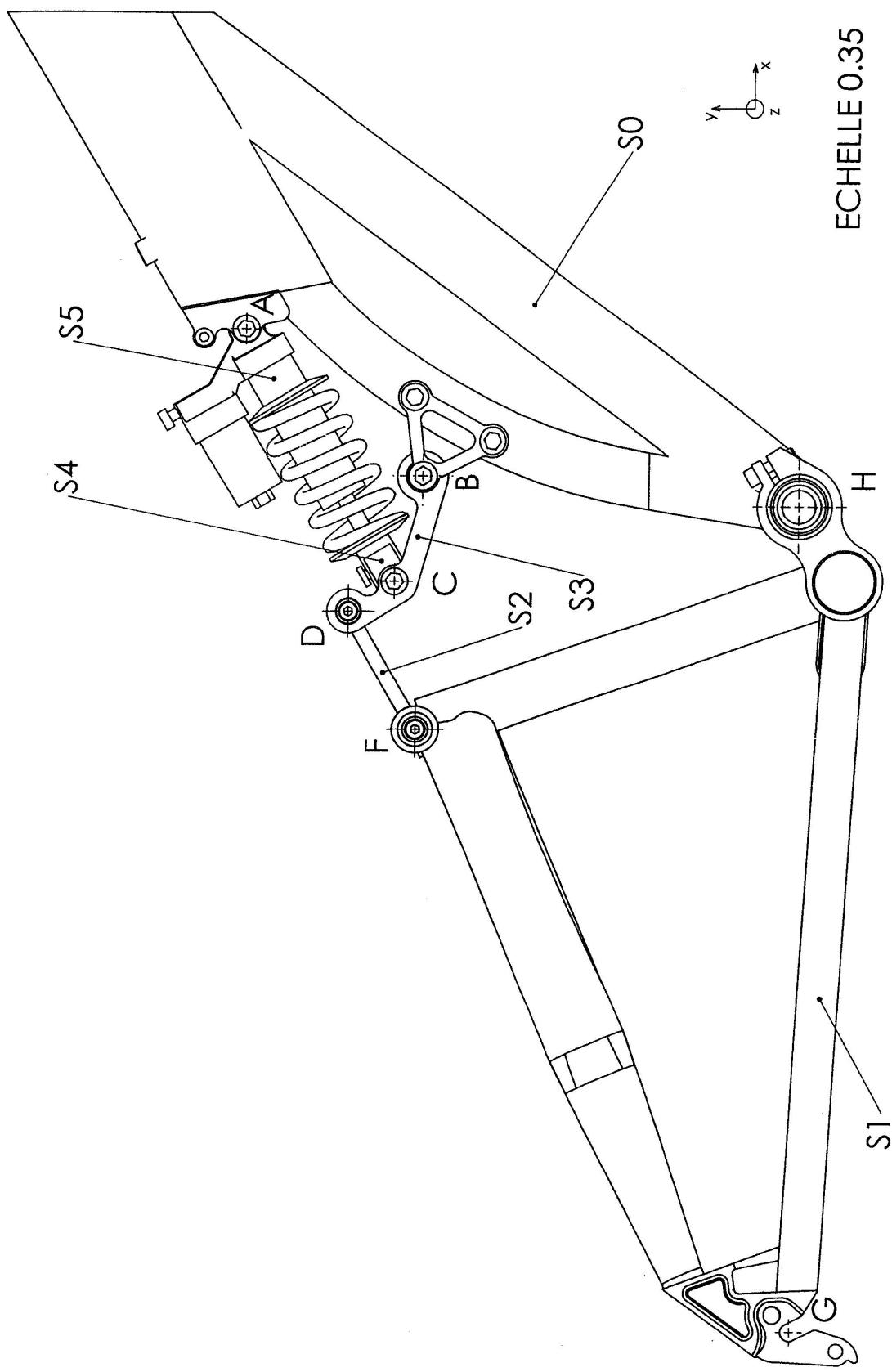


FIGURE 1.31 – Document réponse débattement de la roue arrière.  
38





## 1.8 Pince de robot

On considère la pince de robot dont le dessin est donné figure 1.32. La pince prend des pièces cylindriques 2 dans une goulotte et les place dans les mors d'une machine d'usinage. La pince est actionnée par un vérin pneumatique, représenté à droite. La pression d'utilisation est de 6 bar (au dessus de la pression atmosphérique). Le diamètre de la tige vaut 16 mm et le diamètre interne du corps de vérin vaut 55 mm. La tige de vérin est munie d'une double crémaillère qui transmet l'effort du vérin aux pièces 5 et 5'. Les dentures sont représentées en bas à droite et on suppose que les actions mécaniques transmises en  $A$  et  $A'$  sont normales au contact, c'est-à-dire inclinées de  $20^\circ$  (directions indiquées en traits mixtes). En choisissant une série d'isolements, déterminer à l'aide des principes de la statique graphique les efforts en  $F$  et  $F'$  des doigts sur la pièce 2 en fonction de la pression dans le vérin et de la géométrie.

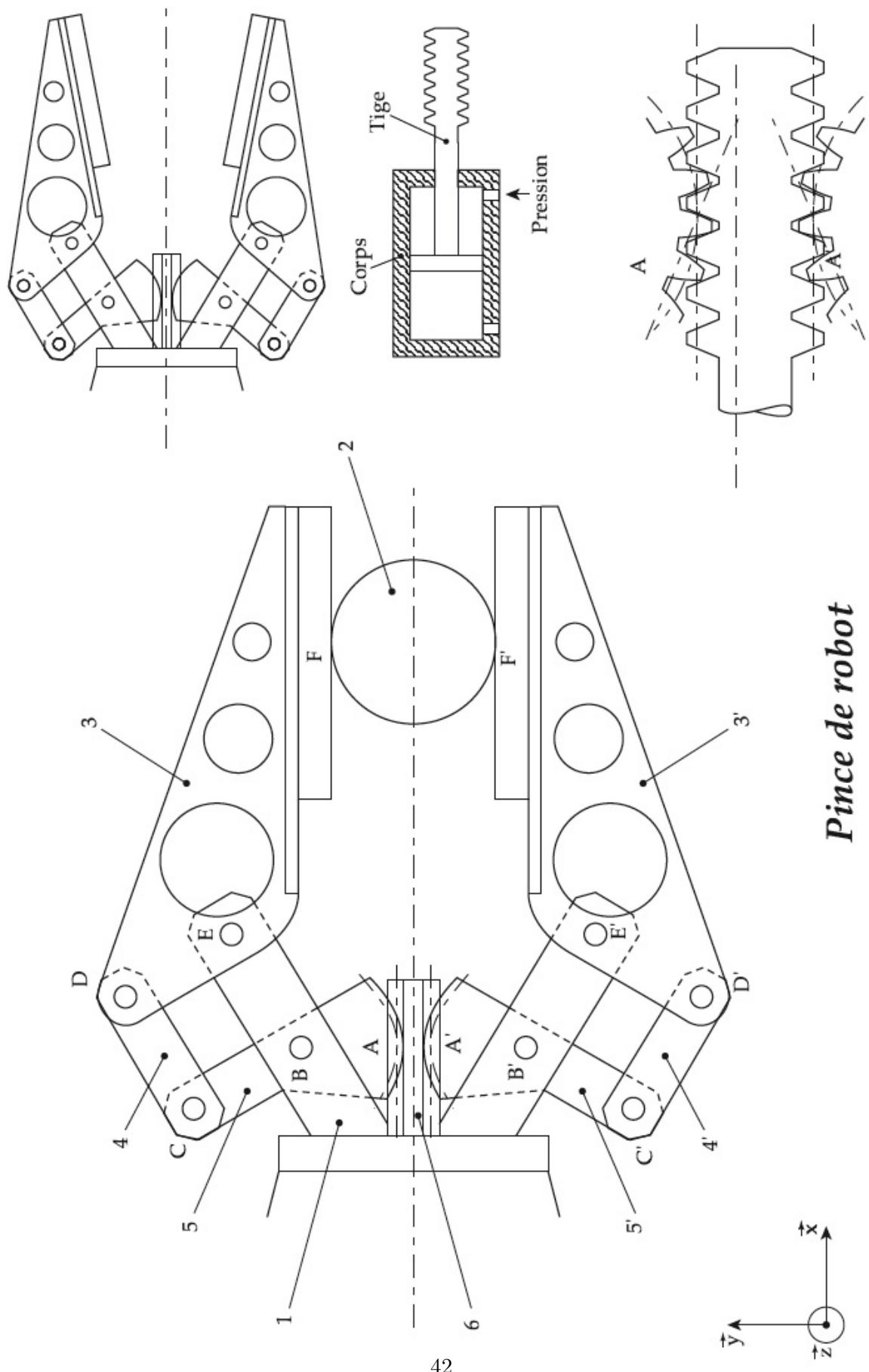


FIGURE 1.32 – Pince de robot

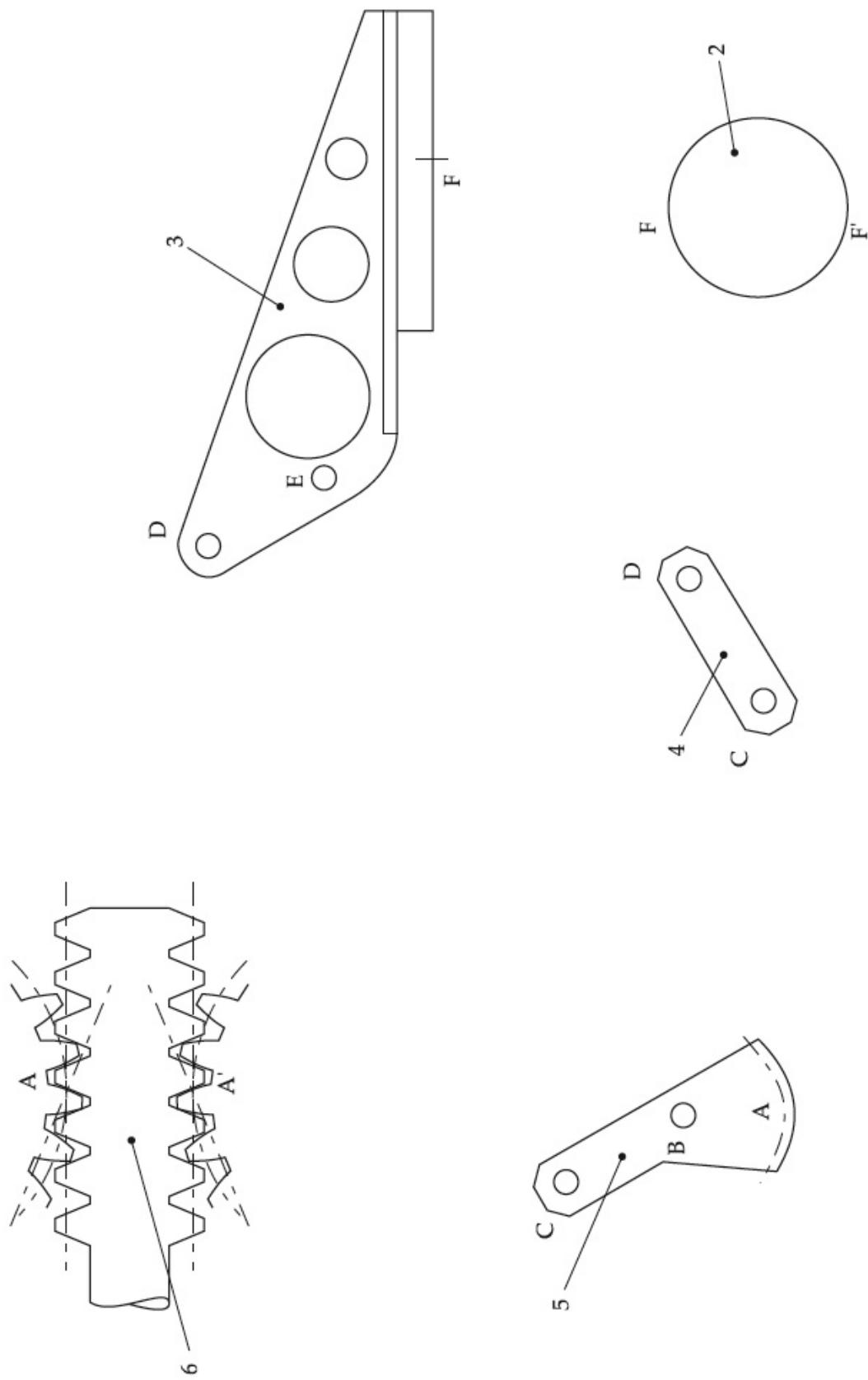


FIGURE 1.33 – Pince de robot – isolements

## 1.9 Dispositif de réglage de l'incidence des pales d'hélicoptère<sup>5</sup>

### 1.9.1 Présentation

Un hélicoptère crée sa portance grâce au mouvement de rotation du rotor principal entraîné à l'aide de la turbine. Pour permettre à l'hélicoptère de se déplacer suivant les différentes directions, les pales prennent, suivant un axe radial, une incidence qui varie au cours de la rotation du rotor. Le dispositif qui transmet les consignes du pilote et qui permet d'imposer cette variation est le plateau de pas cyclique dont l'orientation est fixée par l'intermédiaire de plusieurs vérins hydrauliques. La figure 1.34 présente le mécanisme complet. Sur ce schéma n'est pas représenté le mécanisme permettant l'entraînement en rotation suivant un axe vertical des solides 4, 5, 6 et 8 qui ne fera pas l'objet de l'étude. Les trois figures 1.35(a), 1.35(b) et 1.35(c) présentent trois configurations du dispositif de réglage de l'incidence des pales.

**Objectif : déterminer le nombre d'actionneurs nécessaires au fonctionnement du dispositif et déterminer les efforts supportés, en vue de les dimensionner conformément au cahier des charges donné dans le tableau 1.2).**

### 1.9.2 Étude spatiale du système complet

La figure 1.34 fait apparaître 13 solides (N.B. : l'indice ' fait référence aux pièces de la partie gauche).

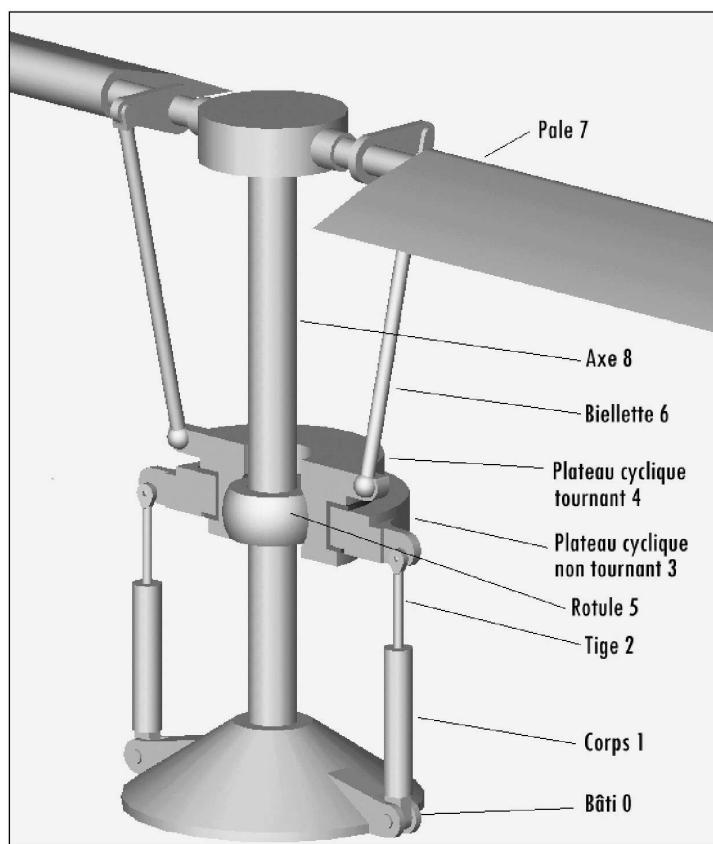


FIGURE 1.34 – Plateau de pas cyclique

- bâti 0 ;
- corps 1 et 1' (en liaison pivot avec le bâti 0) ;

5. Adapté par Marc Derumaux du sujet de l'école de l'air 2005 filière PSI

- tiges 2 et 2' (en liaison pivot avec le corps du vérin, respectivement 1 et 1' et en liaison sphérique avec le plateau non tournant 3) ;
- plateau cylindrique non tournant 3 (en liaison pivot avec le plateau tournant 4) ;
- plateau cyclique tournant 4 ;
- rotule 5 ;
- bielles 6 et 6' (montées en liaison sphérique à chacune de leur extrémité) ;
- pales 7 et 7' (en liaison pivot avec l'axe rotor 8) ;
- axe rotor 8 (en liaison pivot avec le bâti 0).

Un dispositif extérieur bloque, au niveau de la liaison rotule entre le plateau cyclique 4 et la rotule 5, la rotation suivant l'axe du rotor. La liaison équivalente entre le plateau cyclique tournant 4 et l'axe rotor 8 peut être modélisée par une liaison non normalisée à 3 degrés de liberté (une translation suivant l'axe du rotor, et deux rotations perpendiculaires à cet axe).

1. En supprimant le solide 5, construire le graphe de structure du mécanisme présenté figure 1.34, en faisant apparaître sur chaque arc le nombre de degrés de liberté de la liaison considérée.

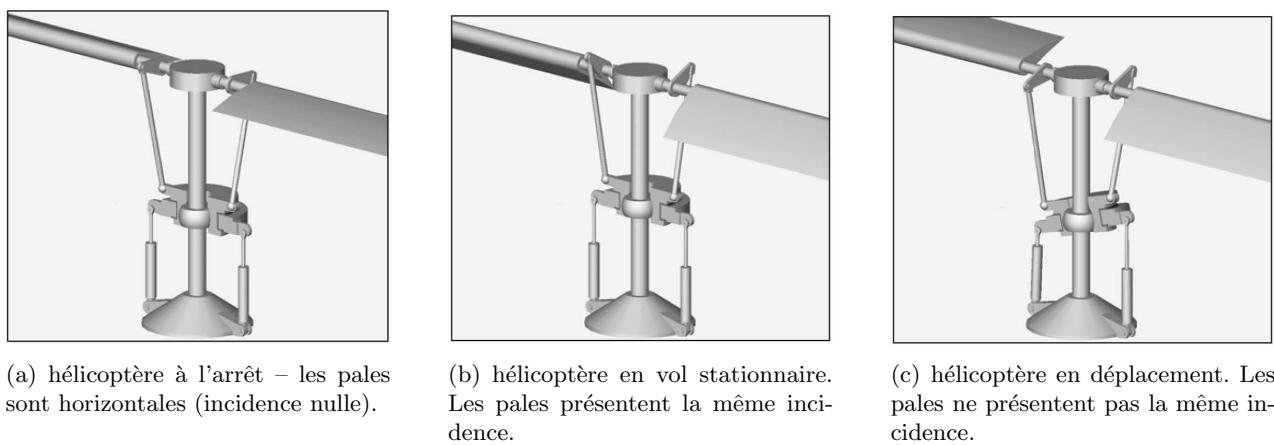


FIGURE 1.35 – Incidence des pales

Fonction de service	Critère	Niveau
FS1 : commander le dispositif	encombrement	imposé
	type d'actionneur	vérin hydraulique
	vitesse de sortie de tige	<b>à déterminer</b>
	effort maximal à transmettre	<b>à déterminer</b> impérative

TABLE 1.2 – Extrait du cahier des charges de la commande du dispositif de réglage d'incidence

*Remarque :* étant donné la lourdeur des calculs pour une étude du mécanisme complet, on se propose d'étudier un mécanisme plan dont le fonctionnement permet d'appréhender le dispositif spatial.

### 1.9.3 Étude du bloc d'orientation du plateau cyclique

On suppose connaître les vitesses de déplacement des tiges des vérins hydrauliques. Dans cette deuxième partie, on cherche les mouvements correspondants, du plateau cyclique non tournant 3. Afin de simplifier l'étude, on construit un modèle plan de ce dispositif, constitué des solides suivants (figure 1.36)

- bâti 0, lié au corps de l'hélicoptère ;
  - plateau 3 en liaison linéaire annulaire (sphère - cylindre) d'axe ( $E, \vec{y}$ ) avec le Bâti 0.
- Un premier vérin permet d'actionner le dispositif
- corps 1 en liaison pivot d'axe ( $G, \vec{z}$ ) avec le bâti 0 ;
  - corps 1 en liaison pivot glissant d'axe ( $G, \vec{y}_1$ ) avec la tige 2 ;
  - tige 2 en liaison pivot d'axe ( $F, \vec{z}$ ) avec le plateau 3.

On donne  $\beta = (\vec{y}, \vec{y}_1)$ ,  $\overrightarrow{OG} = g \vec{x}$ ,  $\overrightarrow{OF} = g \vec{x} + f(t) \vec{y}_1$ ,  $\overrightarrow{OE} = e(t) \vec{y}$

Les variations de l'angle  $\beta$  étant faibles, on pourra faire l'approximation que  $\beta = 0$ , ce qui caractérise la position de référence. Toute l'étude cinématique sera effectuée autour de la position de référence, ce qui conduit à confondre  $\vec{y}$  et  $\vec{y}_1$ .

2. Écrire les torseurs cinématiques des différentes liaisons, dans le cadre d'une modélisation plane.
3. Écrire la fermeture cinématique au point  $O$ , pour la position de référence.
4. En déduire l'indice de mobilité cinématique  $m$ , qui définit le nombre de paramètres indépendants permettant de fixer de manière unique la position de chacune des pièces.
5. Expliquer la nécessité d'utiliser deux vérins.

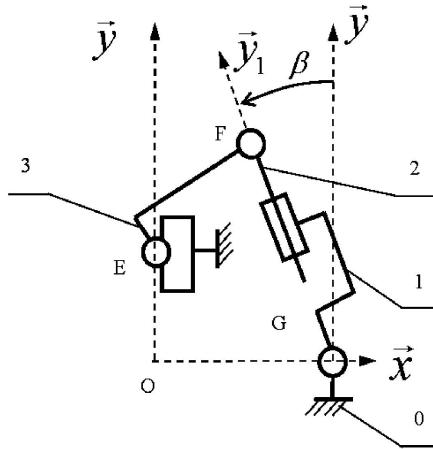


FIGURE 1.36 – Schéma cinématique du dispositif décrit dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$

On ajoute un second vérin

- corps 1 en liaison pivot d'axe ( $G', \vec{z}$ ) avec le bâti 0 ;
- corps 1' en liaison pivot glissant d'axe ( $G', \vec{y}$ ) avec la tige 2' ;
- tige 2' en liaison pivot d'axe ( $F', \vec{z}$ ) avec la pièce 3. On donne (l'indice ' indique la partie située à gauche de l'axe  $(O, \vec{y})$ )  $\overrightarrow{OG'} = -g \vec{x}$  et  $\overrightarrow{OF'} = -g \vec{x} + f'(t) \vec{y}_1$  avec  $g = 15 \text{ cm}$  et  $30 \text{ cm} < f' < 50 \text{ cm}$ .

6. Construire le schéma cinématique du dispositif avec deux vérins.
7. Écrire, au point  $O$  et pour la position de référence, les fermetures cinématiques du dispositif complet en tenant compte des deux vérins.
8. En déduire l'indice de mobilité du mécanisme complet. Commenter la valeur trouvée.
9. On étudie la loi entrée-sortie du point de vue cinématique autour de la position de référence et on fixe :
  - $\vec{V}(M, 2/1) \cdot \vec{y} = +v$  ;
  - $\vec{V}(M, 2'/1') \cdot \vec{y} = -v$  ;

Déterminer  $\vec{V}(E, 3/0)$  et  $\vec{\omega}(3/0)$ . Quel est le mouvement de 3 par rapport à 0, dans ce cas ?

10. Le pilotage peut nécessiter une vitesse de rotation  $\omega(3/0)$  maximale de  $2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Compléter le critère de vitesse du cahier des charges.
11. Les pales du rotor principal appliquent par l'intermédiaire des bielles et du plateau cyclique tournant des actions mécaniques sur le solide 3 que l'on modélise par

$$\begin{aligned}\mathcal{T}(\text{ext} \rightarrow 3) &= E \begin{cases} \vec{F}(\text{ext} \rightarrow 3) = F_x \vec{x} + F_y \vec{y} \\ \vec{M}(E, \text{ext} \rightarrow 3) = M_E \vec{z} \end{cases} \\ &\quad \text{où, dans les cas les plus défavorables, } F_x = 50 \text{ N, } F_y = 500 \text{ N, et } M_E = 90 \text{ N} \cdot \text{m. Déterminer l'action mécanique exercée par chacun des vérins que l'on notera}\end{aligned}$$

$$\mathcal{T}(\text{fluide} \rightarrow 2) = G \begin{cases} F_2 \vec{y} \\ 0 \end{cases} \quad \mathcal{T}(\text{fluide} \rightarrow 2') = G' \begin{cases} F_{2'} \vec{y} \\ 0 \end{cases}$$

Effectuer l'application numérique et compléter le cahier des charges.

Pour cette question, on néglige la masse et les inerties des différentes pièces, et on suppose les liaisons parfaites.

## 1.10 Tuyère centrale TC du moteur Vulcain du 1<sup>er</sup> étage du corps central de la fusée Ariane 5<sup>6</sup>

### 1.10.1 Présentation de la tuyère

Avec une technologie à corps central à deux étages et deux propulseurs latéraux, Ariane 5 a marqué une évolution notable dans la famille des lanceurs européens.

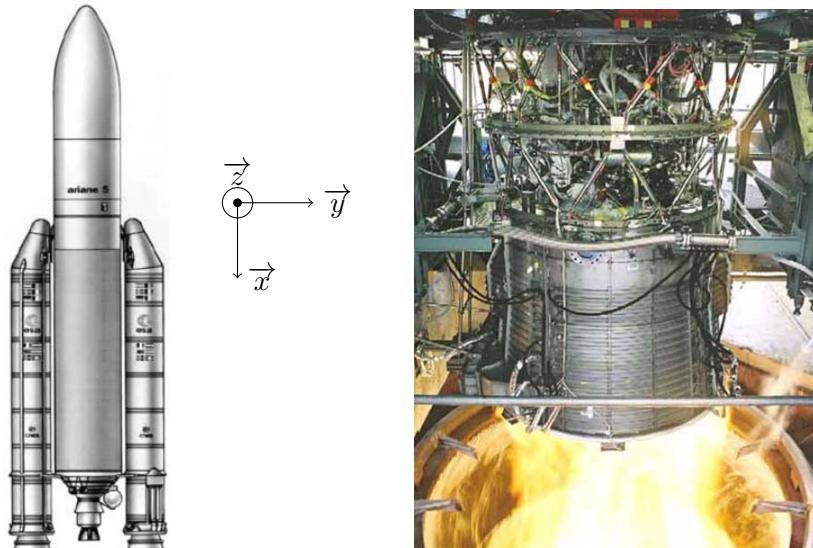


FIGURE 1.37 – Fusée Ariane 5

Ce choix permet d'obtenir une grande source de puissance au décollage et une meilleure gestion de la position et de la répartition des masses. En revanche, il induit des problèmes de couplage importants

6. D'après centrale-supélec MP 2005 et Daniel Fort

qui nécessitent une orientation de l'axe des tuyères situées en extrémité du corps central et des deux propulseurs latéraux.

La tuyère centrale TC du moteur Vulcain du 1<sup>er</sup> étage du corps central CC est situé en extrémité basse de ce corps. Elle est orientable autour des directions  $y$  et  $z$  de  $\pm 7^\circ$ .

Pour diriger la fusée on doit orienter la force propulsive. La solution retenue consiste à orienter les tuyères plutôt qu'à dévier les jets des moteurs.

Pour orienter une tuyère, deux servo-vérins hydrauliques ont été choisis pour délivrer la puissance élevée nécessaire.

Pour orienter les tuyères autour des directions  $y$  (axe de tangage) et  $x$  (axe de lacet) on utilise l'élargissement des servo-vérins placés dans des plans bissecteurs aux plans  $(\vec{x}, \vec{z})$  et  $(\vec{x}, \vec{y})$ . Les figures 1.38 définissent les plans bissecteurs et montrent l'implantation des servo-vérins pour la tuyère centrale TC.

Le cahier des charges impose pour l'ensemble tuyère centrale TC – tiges de servo-vérins – corps de servo-vérins – bâti, deux critères

- la tuyère centrale TC doit être bloquée pour une élargissement des servo-vérins imposée (servo-vérins bloqués) ;
- l'ensemble doit être isostatique.

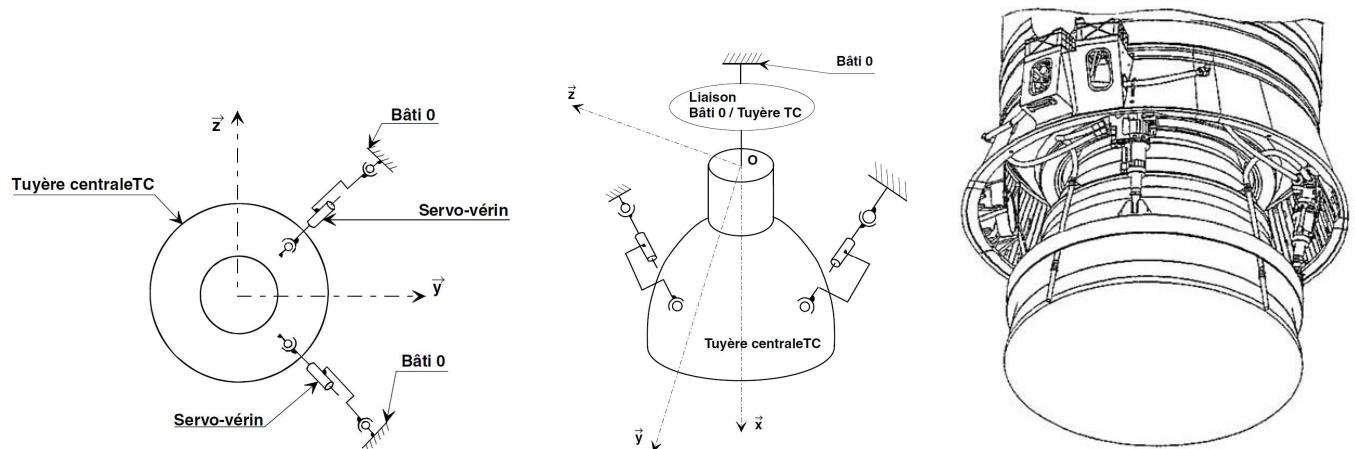


FIGURE 1.38 – Tuyère centrale TC du moteur Vulcain

### 1.10.2 Analyse de l'architecture suivant deux modèles de liaison de la tuyère TC au bâti 0

Les deux solutions retenues pour réaliser la liaison tuyère centrale TC – bâti 0, sont représentées ci-dessous. Une liaison sphérique de centre  $O$ , et une liaison type cardan de centre  $O$ .

On demande de préciser clairement la méthode utilisée, sans effectuer les calculs, afin déterminer le degré de mobilité et le degré d'hyperstatisme de l'ensemble tuyère centrale TC — tiges de servo — vérins — corps de servo-vérins — bâti pour chacune des deux solutions.

Conclure quant au choix de la solution assurant le respect du cahier des charges.

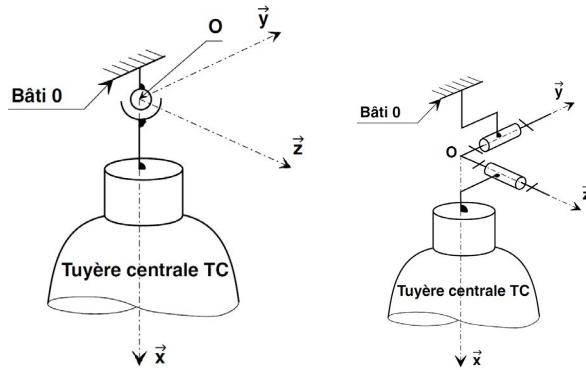


FIGURE 1.39 – Deux solutions retenues

## 1.11 Miroir de tilt du Very Large Telescope

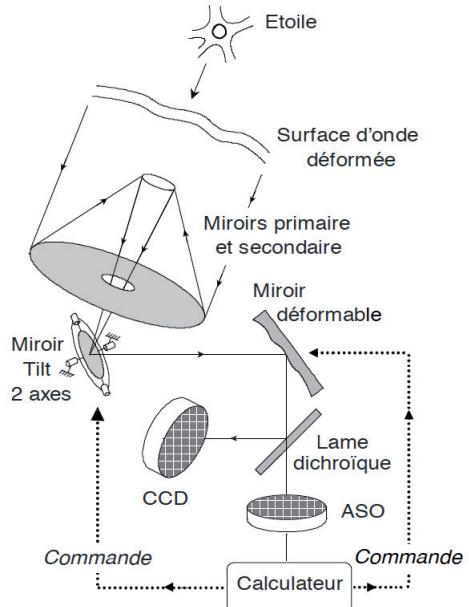


FIGURE 1.40 – Miroir de tilt du VLT

Le miroir de tilt est utilisé dans le *Very Large Telescope* dans le désert d'Atacama dans le nord du Chili pour diriger la lumière issue du miroir secondaire vers l'optique adaptative. Le miroir de tilt est installé sur une structure mécanique permettant d'orienter le faisceau. Il est solidaire du solide orientable 1 (voir figure 1.41).

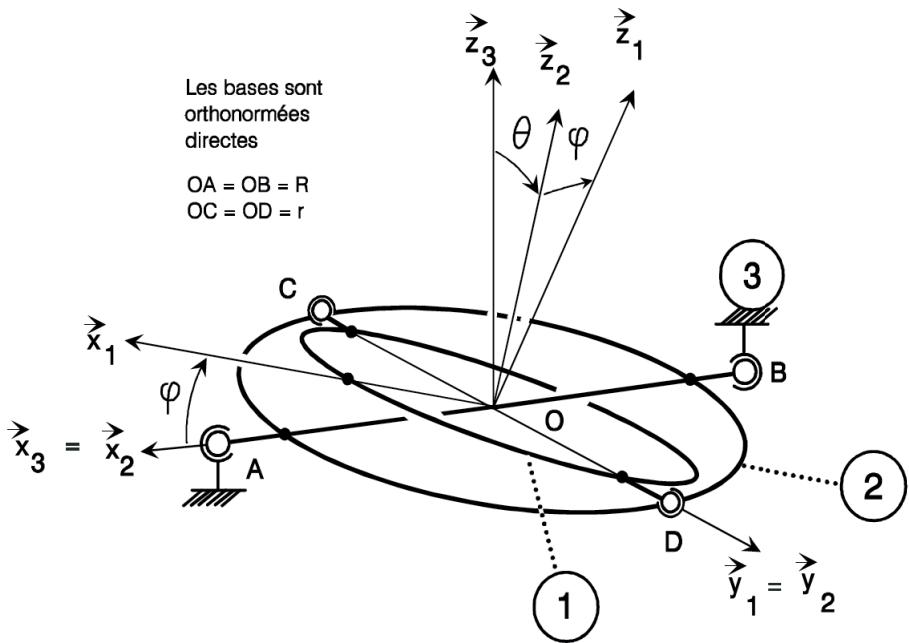


FIGURE 1.41 – Modèle cinématique de l'orientation du miroir de tilt

1. Identifier les liaisons puis tracer le graphe de structure du mécanisme.
2. Déterminer la liaison équivalente entre les solides 1 et 2 puis entre les solides 2 et 3.
3. Déterminer la liaison équivalente entre le miroir 1 et le bâti 3.
4. En déduire le degré de mobilité du mécanisme puis le degré d'hyperstatisme.

## 1.12 Tête à polir le marbre<sup>7</sup>



FIGURE 1.42 – Machine à polir

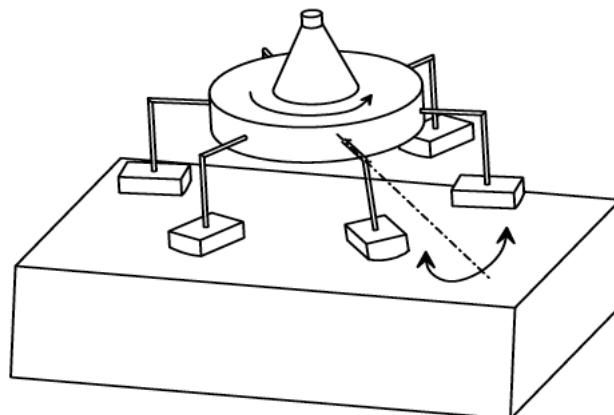


FIGURE 1.43 – Mouvements de des patins

Les patins abrasifs sont :

- entraînés en rotation autour d'un axe vertical ;
- animés d'un mouvement d'oscillation autour d'un axe horizontal.

Les patins utilisés sont des patins standards, parallélépipédiques, dont la face inférieure devient progressivement cylindrique, sous l'effet de l'usure. Les grains d'abrasif usés ne restent pas sous les patins et sont facilement éliminés par aspersion d'eau sur la pierre à polir.

7. D'après Centrale Supélec TSI 2001

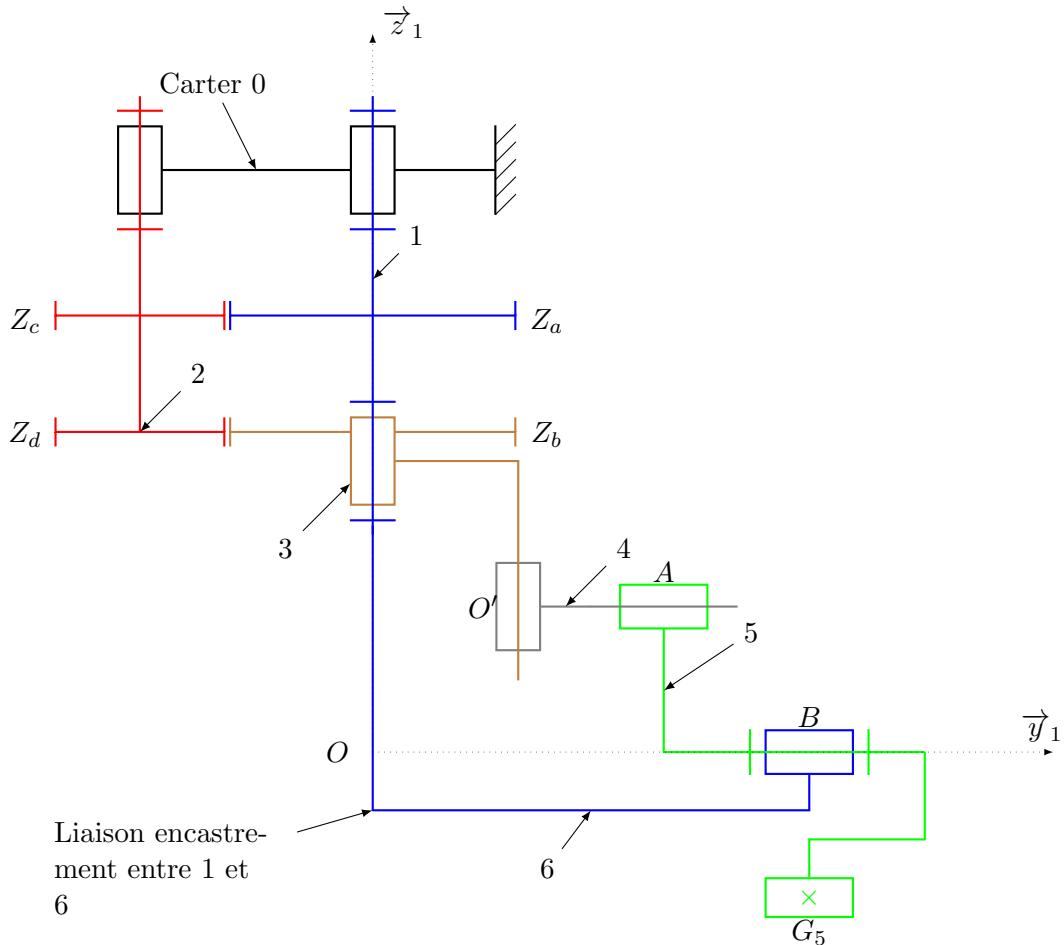


FIGURE 1.44 – Modèle du mécanisme de tête à polir

Les paramètres du modèles sont les suivants :

- $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$  est la base liée au solide  $i$  ;
- fréquence de rotation de la tête par rapport au bâti  $\vec{\omega}(1/0) = \omega_e \vec{z}_1$  avec  $\omega_e = 500 \text{ tr/min}$  ;
- $Z_a = 81$ ,  $Z_b = 80$ ,  $Z_c = Z_d = 40$  ;
- $\overrightarrow{OO'} = e \vec{y}_3 + h \vec{z}_1$  ;
- $\overrightarrow{AB} = a \vec{y}_5 - b \vec{z}_5$  ;
- $\overrightarrow{OB} = c \vec{y}_1$ ,  $\overrightarrow{BG_5} = -d \vec{z}_5$  ;
- $e = 10 \text{ mm}$  et  $b = 55 \text{ mm}$ .

Le mécanisme étudié est constitué de la chaîne fermée de solides 1–3–4–5–6–1. Ce sous-ensemble fait partie du système dont le schéma est présenté sur la figure 1.44, en acceptant que la liaison 1–6 soit une liaison encastrement.

Le mouvement de rotation du solide 3 par rapport au solide 1 provoque un mouvement d'oscillations de la pièce 5 par rapport à la pièce 1. Ce mouvement correspond à la mobilité utile du système étudié. Les figures planes des rotations 1.45 précisent les différents paramètres angulaires et les repères liés aux solides.

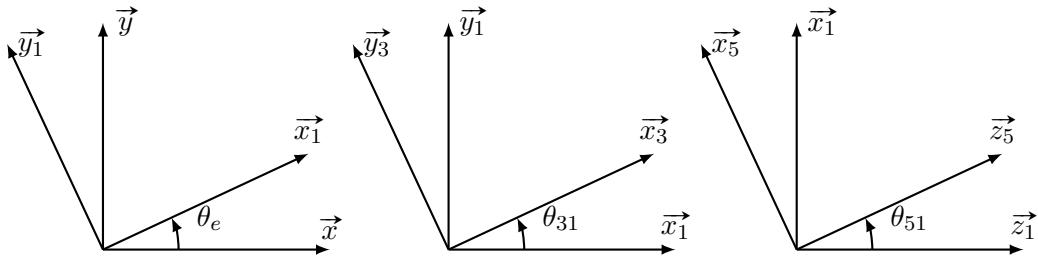


FIGURE 1.45 – Figures planes des rotations

1. Tracer le graphe des liaisons en nommant les liaisons et en indiquant leurs caractéristiques géométriques.
2. En supposant l'absence de toute mobilité interne, calculer le degré d'hyperstatisme du système, sans écrire de fermeture de chaîne cinématique.
3. Exprimer les torseurs cinématiques suivants :

$$\mathcal{V}(3/1) \text{ en } O, \mathcal{V}(4/3) \text{ en } O', \mathcal{V}(5/4) \text{ en } O', \text{ et } \mathcal{V}(6/5) \text{ en } O.$$

4. En supposant toujours la liaison 1–6 en encastrement, écrire les équations scalaires traduisant la fermeture de la chaîne cinématique au point  $O'$ .
5. Retrouver les degrés de mobilité et d'hyperstatisme.

Afin de rendre le mécanisme isostatique, il faut rajouter, dans les liaisons composant la chaîne cinématique étudiée, un nombre de degrés de liberté au moins égal au degré d'hyperstatisme. On peut rajouter un nombre de degrés de liberté supérieur au degré d'hyperstatisme à condition de ne pas modifier la loi entrée/sortie du mécanisme. Apparaîtront alors une ou plusieurs mobilité(s) interne(s). Une possibilité de modification concerne la liaison 3–4.

6. Proposer une modification de la liaison 3–4 permettant de rendre le mécanisme isostatique. Écrire son torseur cinématique et montrer son incidence sur les équations de fermeture cinématique. Si cette modification entraîne l'apparition d'une (ou plusieurs) mobilité(s) interne(s), la (les) citer.

### 1.13 Bogie de TGV – liaison avec la voiture



FIGURE 1.46 – TGV Duplex

Les voitures d'un TGV sont reliées au rail par l'intermédiaire de bogies. Un bogie est matérialisé par un chariot supportant les deux essieux sur lequel pivote le châssis d'une voiture pour permettre à celui-ci de s'inscrire dans les courbes et d'éviter le déraillement. Il comporte en outre tous les éléments constituant la suspension de la voiture.

La liaison entre la voiture V et le bogie B est réalisée par une ossature de bielles articulées.

Il est nécessaire, pour aborder le comportement dynamique du bogie, d'établir, **en l'absence d'éléments déformables** interposés entre la voiture et le bogie, le torseur cinématique  $\mathcal{V}(V/B)$  et le torseur des efforts transmissibles  $\mathcal{T}(B \rightarrow V)$ .

L'objectif de cet exercice est de caractériser le degré d'hypersatisme du modèle de liaison présenté figure 1.48.

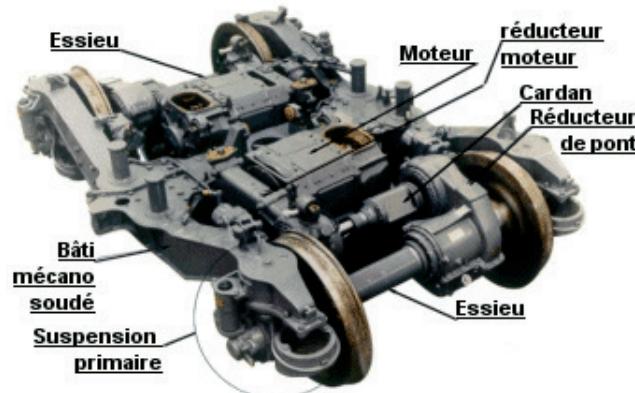


FIGURE 1.47 – Bogie de TGV

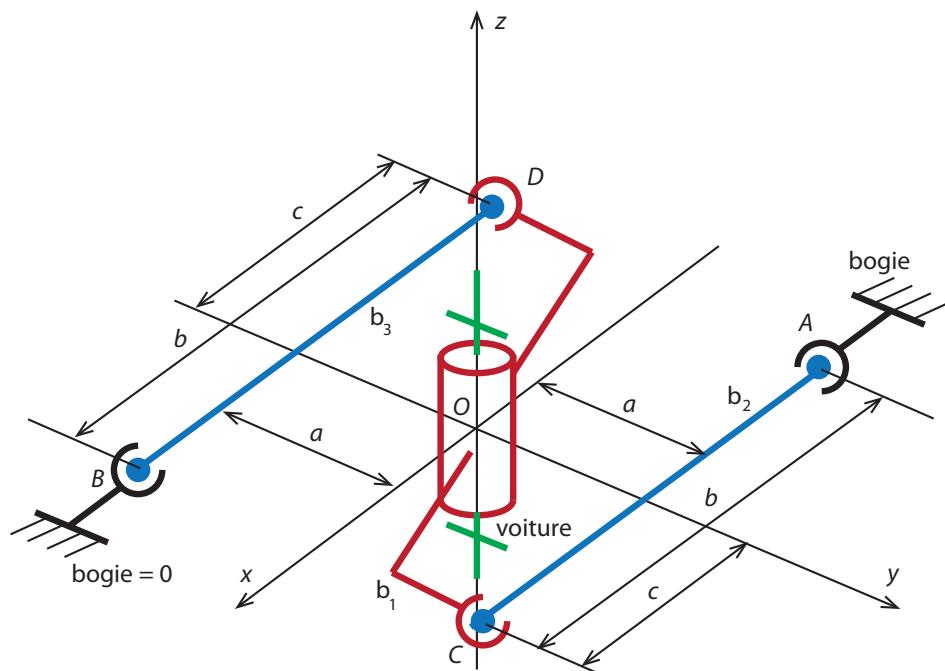


FIGURE 1.48 – Schéma cinématique de la liaison bogie/voiture

1. Toutes les liaisons sont supposées parfaites. Déterminer  $\vec{v}(O, b_1/B)$  en utilisant la chaîne  $b_1 - b_2 - B - b_1$ .
2. Déterminer  $\vec{v}(O, b_1/B)$  en utilisant la chaîne  $b_1 - b_3 - B - b_1$ .
3. En déduire la forme du torseur cinématique  $\mathcal{V}(b_1/0)$ . Donner la liaison équivalente entre la biellette  $b_1$  et le bogie 0.
4. En déduire la forme du torseur cinématique  $\mathcal{V}(V/B)$ . Donner la liaison équivalente entre la voiture V et le bogie 0.
5. Écrire le torseur des actions mécaniques associé à la liaison équivalente  $\mathcal{T}(B \rightarrow V)$ .
6. Retrouver ce résultat de façon élémentaire en isolant l'ensemble  $\{b_1, b_2, b_3\}$ .
7. Tracer le graphe de structure de la liaison voiture/bogie.
8. En déduire le nombre cyclomatique  $\nu$ .
9. À l'aide de loi globale cinématique et des mobilités mises en évidence dans le torseur cinématique de la question 4, en déduire si la liaison est iso ou hypersstatique et préciser dans ce cas son degré.
10. Retrouver ce résultat en réalisant une étude des actions mécaniques de la chaîne.

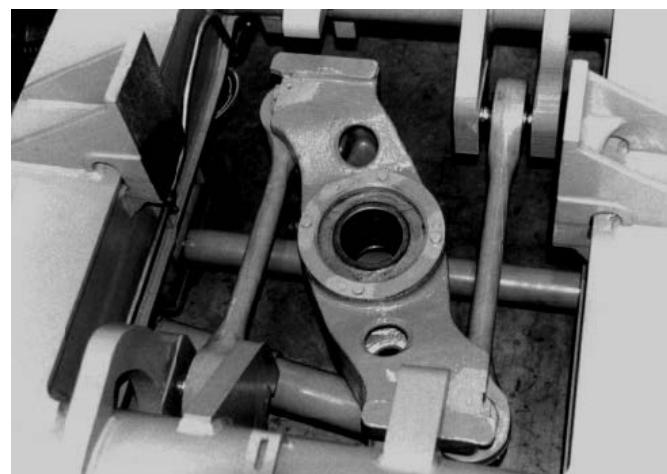


FIGURE 1.49 – Photo d'un bogie de TGV

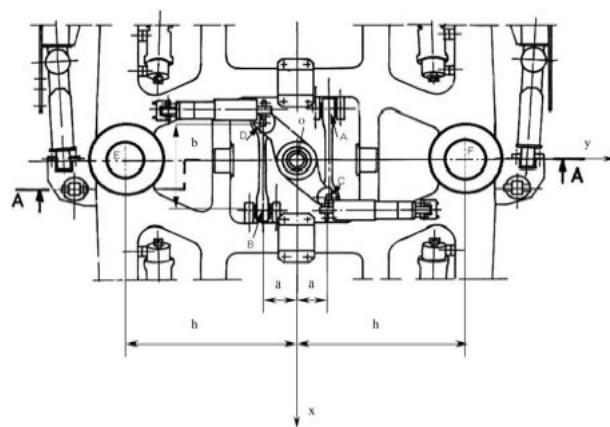


FIGURE 1.50 – Plan d'un bogie de TGV

## 1.14 Mât-réacteur Airbus A320

L'étude porte sur la solution d'assemblage choisie entre le mât-réacteur et l'aile de l'avion A320 (figure 1.51). La figure 1.52 présente les différents solides constituant cet assemblage et la figure 1.53 présente la disposition des liaisons dans le plan ( $X, Z$ ). Le mât-réacteur (1) est suspendu à l'aile (0) grâce aux deux biellettes (4) et (5) ;



FIGURE 1.51 – Situation du mât-réacteur

Les articulations réalisées aux points  $A$ ,  $B$ ,  $N$  et  $M$  sont considérées comme des liaisons sphériques. On a :  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN} = a\vec{z}$ .

Les mouvements du mât-réacteur (1) par rapport à l'aile (0) sont stoppés par la présence de deux triangles (2) et (3) ; Le triangle (2) est articulé sur (1) par deux liaisons sphériques de centres  $E$  et  $F$ , et sur (0) par une liaison sphérique de centre  $H$ . on a :  $\overrightarrow{EF} = e\vec{y}$  et  $\overrightarrow{EH} = \frac{1}{2}e\vec{y} + h\vec{z}$ .

Le triangle (3) est articulé sur (1) par deux liaisons sphériques de centres  $C$  et  $D$ , et sur (0) par une liaison sphérique de centre  $J$ . on a :  $\overrightarrow{CD} = c\vec{y}$  et  $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{2}c\vec{y} + j\vec{z}$ .

1. Tracer le graphe de liaisons de l'assemblage.
2. Déterminer la liaison équivalente entre (1) et (0) réalisée par la biellette (4) puis par la biellette (5).
3. Déterminer la liaison équivalente réalisée entre (1) et (0) par le triangle (2) puis par le triangle (3).
4. Tracer en perspective le schéma architectural de l'assemblage du mât (1) sur l'aile (0) en utilisant les modèles des liaisons équivalentes déterminées aux questions précédentes.
5. Déterminer le degré d'hyperstatisme de l'assemblage (1)/(0). Justifier l'intérêt du résultat en raisonnant sur les dilatations provoquées par des températures et des matériaux différents pour l'aile et le mât-réacteur.

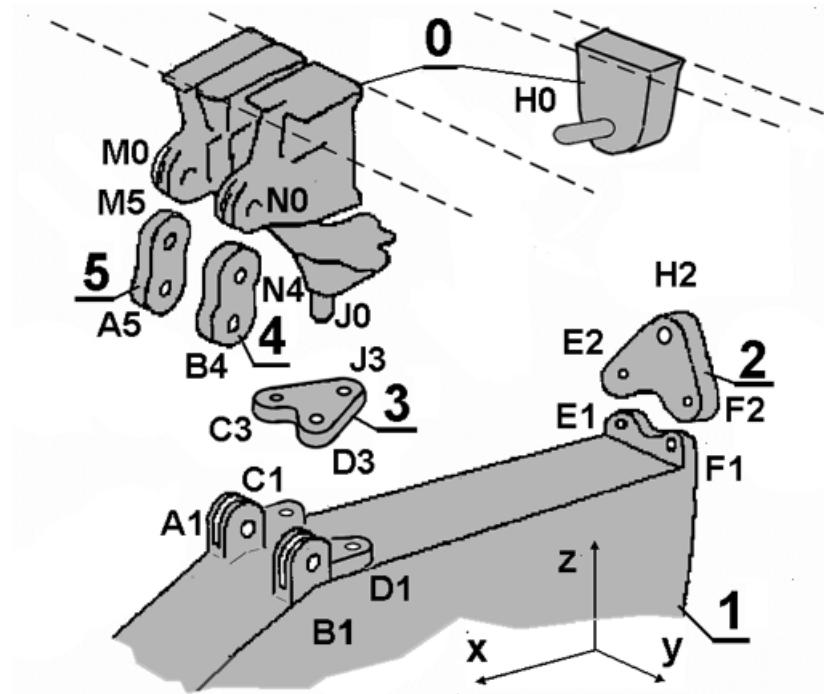


FIGURE 1.52 – Les différents solides

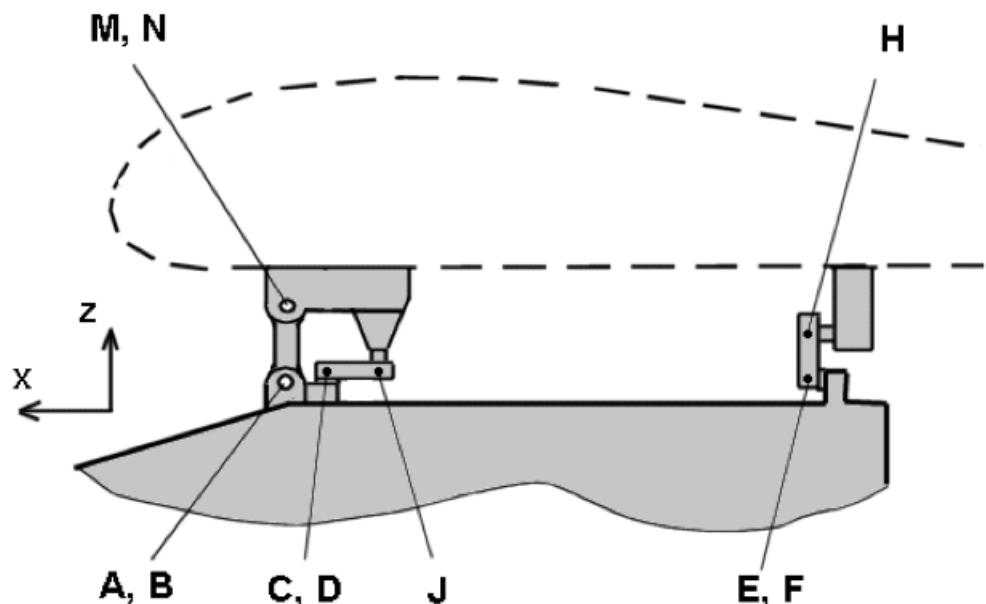


FIGURE 1.53 – Les liaisons dans le plan ( $x,z$ )

## 1.15 Palpeur de machine à mesurer tridimensionnelle

### 1.15.1 Présentation et objectif

Les meilleurs palpeurs 1D existants possèdent une répétabilité de 10 nm. Les palpeurs 3D conventionnels de haute qualité ont des résolutions nettement moins bonnes d'environ 100 nm. De plus, ils sont volumineux et créent des forces beaucoup trop élevées pour mesurer avec des billes de petit diamètre.

La structure expérimentale étudiée permet de fournir des forces de mesures identiques dans les trois directions ( $xyz$ ). La résolution du prototype est de 5 nm. Les masses en mouvement (7 g) et la rigidité (20 mN/mm) étant très faibles, des mesures avec des billes de l'ordre de 0,1 mm de diamètre sont possibles.

L'objectif est de déterminer la liaison du palpeur avec son support et en déduire le degré de mobilité et le degré d'hyperstaticité du modèle proposé.

Les réponses, si elles ne proviennent pas d'un calcul, seront clairement argumentées. Lorsqu'il s'agit d'une liaison normalisée, on précisera son nom et ses caractéristiques.

### 1.15.2 Travail demandé

1. Déterminez le torseur de la liaison équivalente réalisée entre le support de stylet S et 1 par l'intermédiaire de AD1 dans la position de la figure ci-dessous.
2. Déterminez le torseur de la liaison équivalente réalisée entre le support de stylet S et 1 par l'intermédiaire de AD1 et BC1 dans la position de la figure ci-dessous.
3. Déterminez le torseur de la liaison équivalente réalisée entre le support de stylet S et 0 par l'intermédiaire de AD1 et BC1 et 1 dans la position de la figure ci-dessous.
4. Déterminez le torseur de la liaison équivalente réalisée entre le support de stylet S et 0 par l'intermédiaire des trois chaînes de solides en parallèle.
5. Quelle est le degré de mobilité et le degré d'hyperstaticité du modèle proposé ?

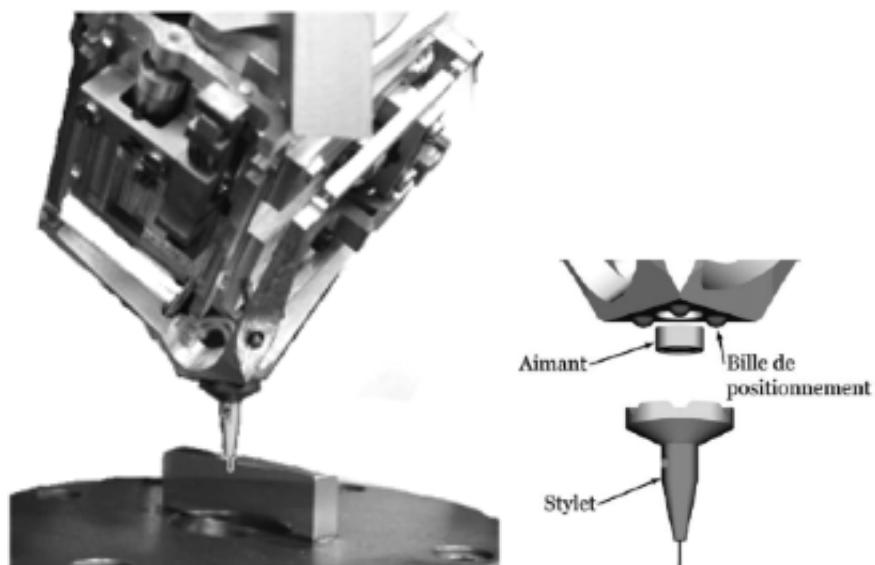


FIGURE 1.54 – Tête de machine à mesurer à structure parallèle

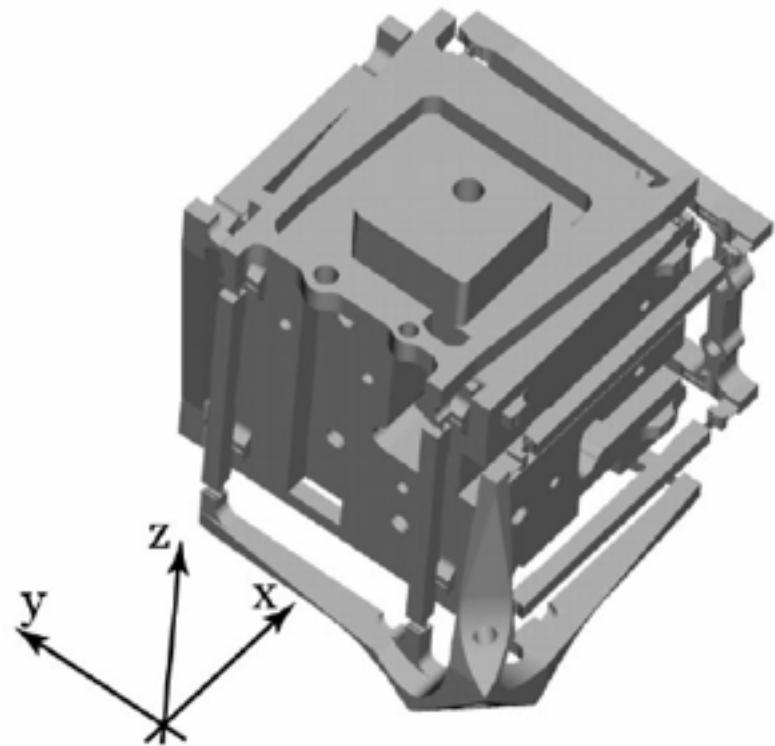


FIGURE 1.55 – Tête de machine à mesurer – maquette numérique

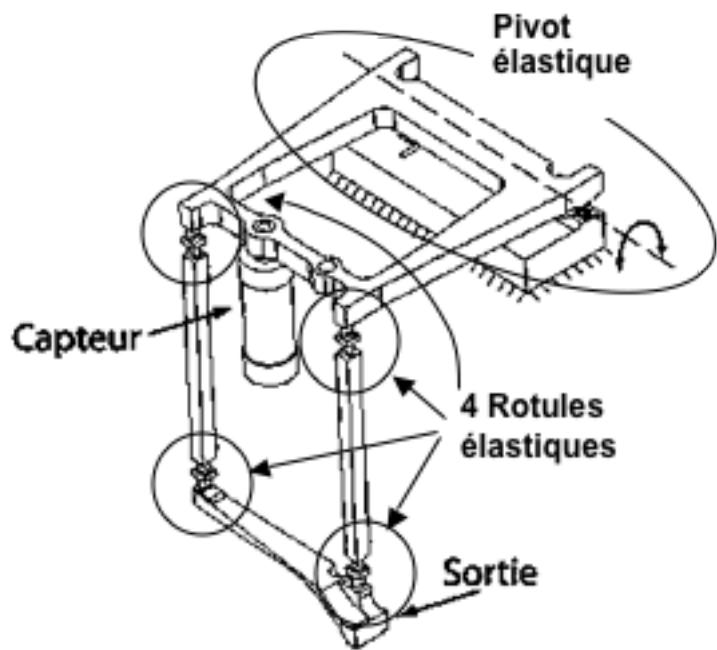


FIGURE 1.56 – Tête de machine à mesurer – schéma d'architecture

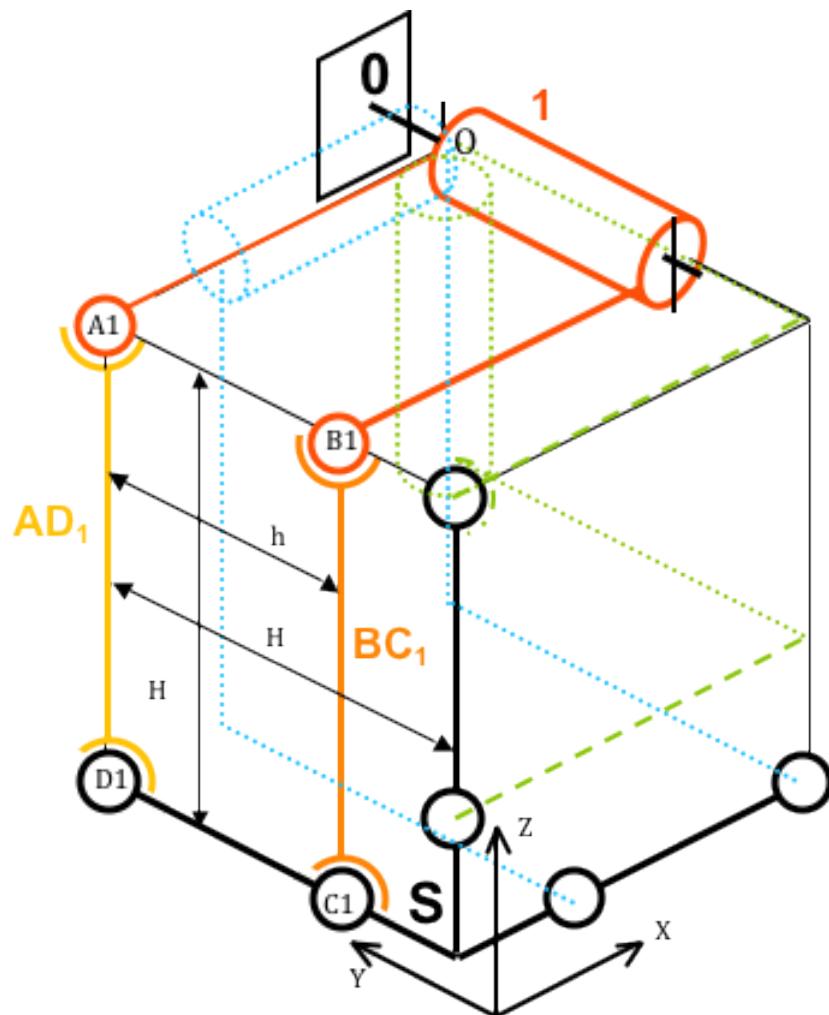


FIGURE 1.57 – Tête de machine à mesurer – schéma cinématique

### 1.16 Système d'ouverture des portes de voitures tramway<sup>8</sup>



FIGURE 1.58 – Porte de tramway

---

8. d'après CCS PSI 2008 et Florestan Mathurin

On s'intéresse à un système d'ouverture et de fermeture des portes de voitures qui équipe des tramways, des métropolitains ou des trains express régionaux. On donne une description structurelle de ce système d'ouverture ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel correspondant à la phase de vie de fermeture des portes.

Chacune des portes est constituée de deux vantaux qui, ouverts, sont immobilisés le long de la voiture pour dégager la totalité de l'ouverture de la voiture. La phase de fermeture peut être décomposée en trois étapes dont quelques positions d'un point, appartenant au vantail le long de sa trajectoire par rapport à la voiture, sont données sur la figure 1.60

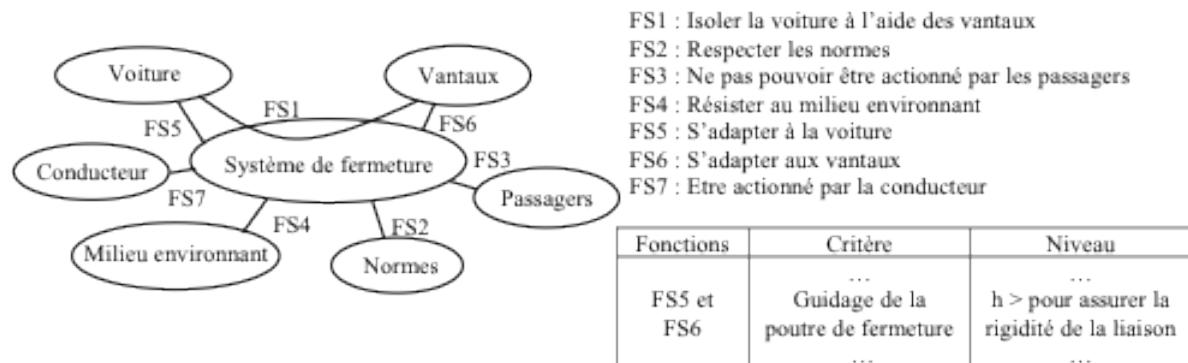


FIGURE 1.59 – Cahier des charges

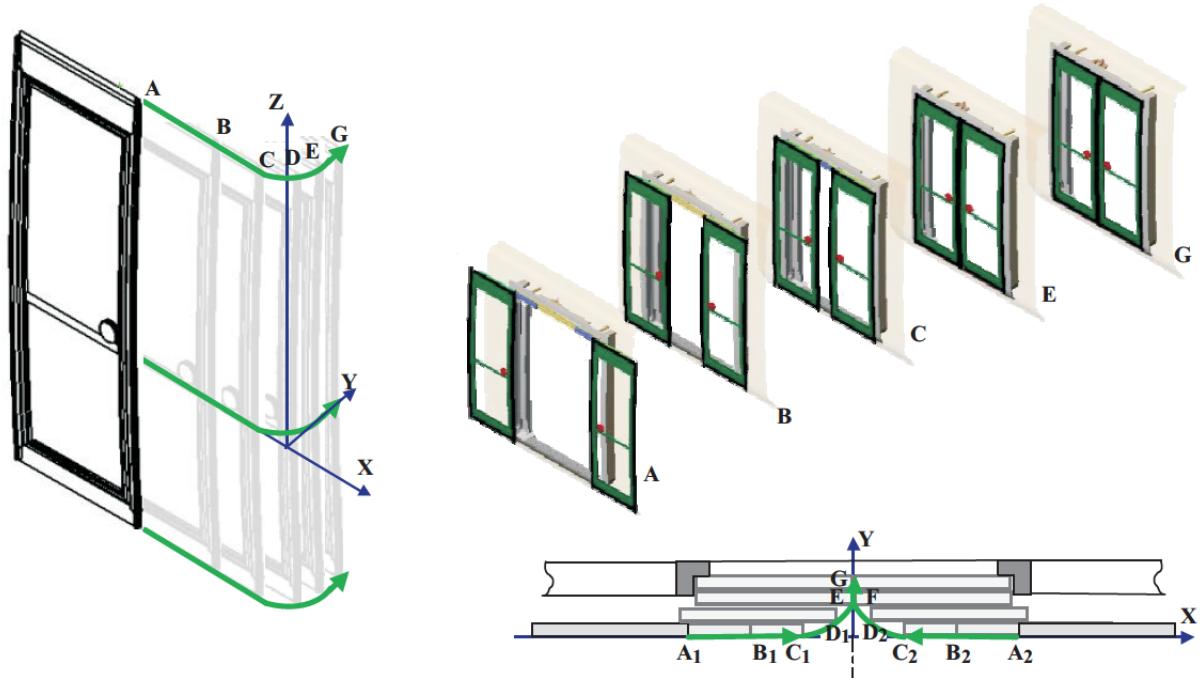


FIGURE 1.60 – Étapes du mouvement de la porte

- de A à C : étape de coulisement ; les vantaux coulissent parallèlement à la voiture et l'écartement passe de 1300 mm à 200 mm ;
- de C à E : étape de louvoiement ; les vantaux continuent de se rapprocher jusqu'au contact et rentrent dans l'ouverture de la porte pour ne plus dépasser à l'extérieur ;

- de  $E$  à  $G$  : étape de verrouillage ; les vantaux se déplacent légèrement pour comprimer les joints d'étanchéité et se verrouillent.

Le système est principalement constitué des composants identifiés sur la figure 1.61. La poutre de fermeture est guidée dans son mouvement de translation suivant l'axe  $\vec{y}$  par les deux boîtes à galets implantées sur la voiture.

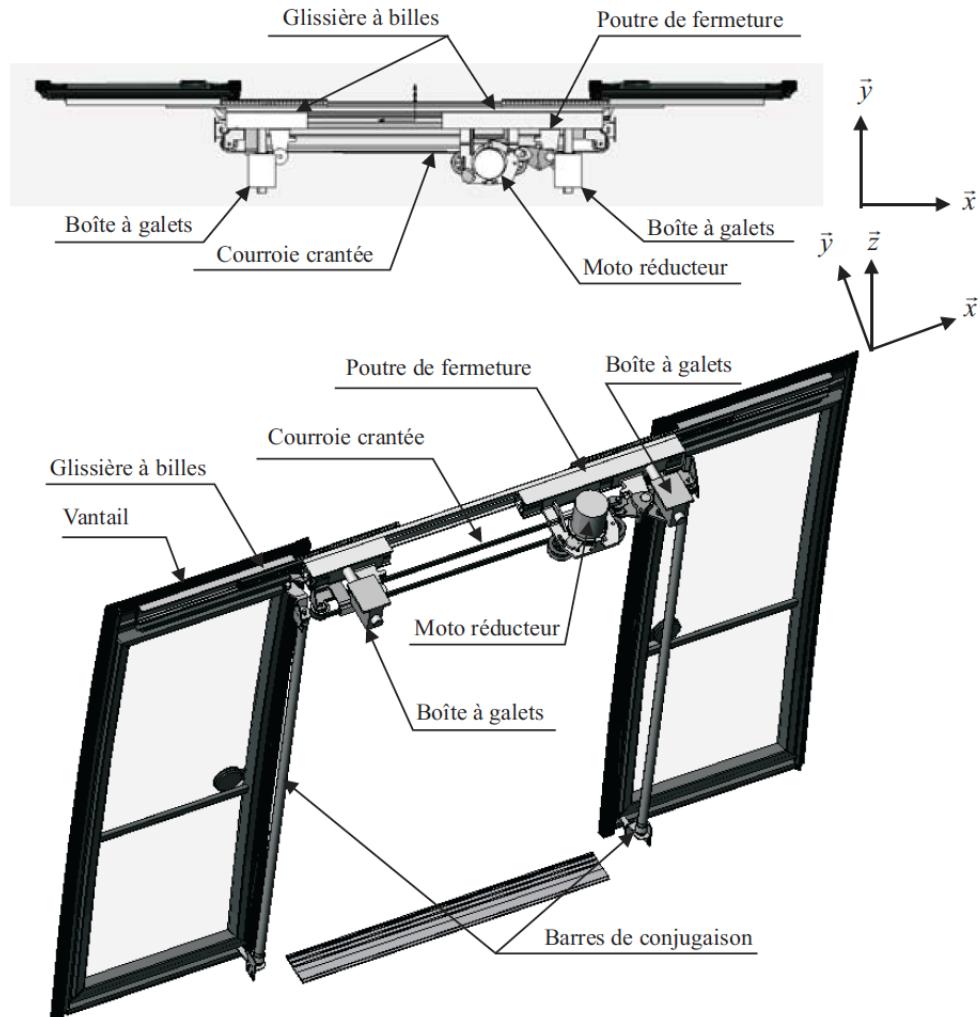


FIGURE 1.61 – Mécanisme d'ouverture et de fermeture

Elle supporte le mécanisme d' entraînement constitué d'un actionneur unique, d'un motoréducteur, d'éléments de transmission et de la courroie crantée. Elle supporte également les glissières à billes qui assurent le guidage en translation des vantaux lorsqu'ils sont entraînés par la courroie.

1. Compléter le diagramme FAST donné sur le document réponse 1.

Pour la suite de l'étude, la modélisation du système retenu est donnée sur le schéma de la figure 1.62. Cette modélisation permet d'appréhender la fonction des éléments de transmission tels que la barre de conjugaison, la bielle de verrouillage ou le basculeur. La modélisation fait apparaître également les différentes liaisons du rotor et du stator du motoréducteur.

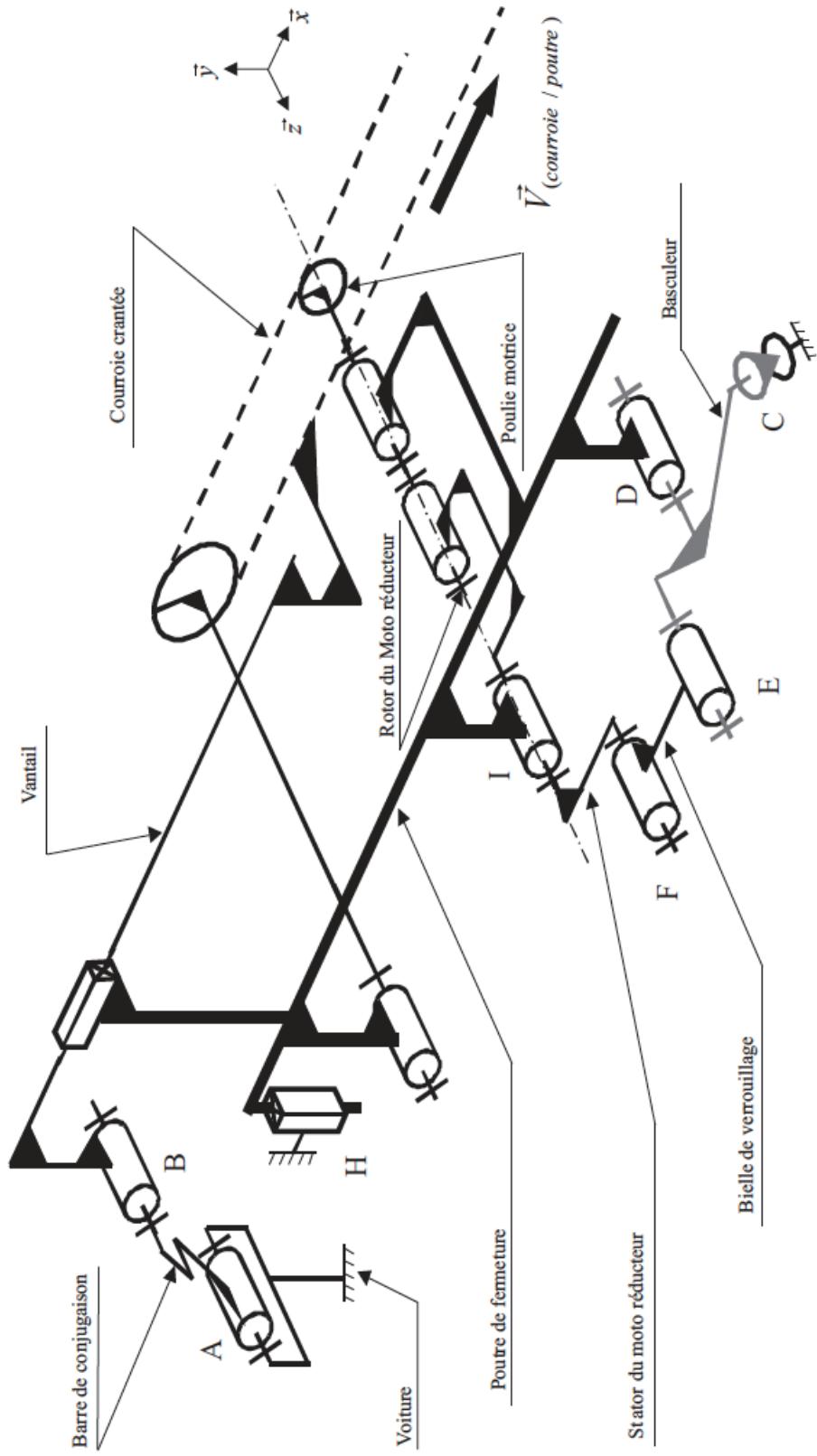


FIGURE 1.62 – Schéma cinématique du mécanisme d'ouverture et de fermeture

Pendant l'étape de coulissemement (figure 1.63), la poutre de fermeture est immobile par rapport à la voiture. Le motoréducteur entraîne la courroie crantée qui elle-même entraîne les vantaux.

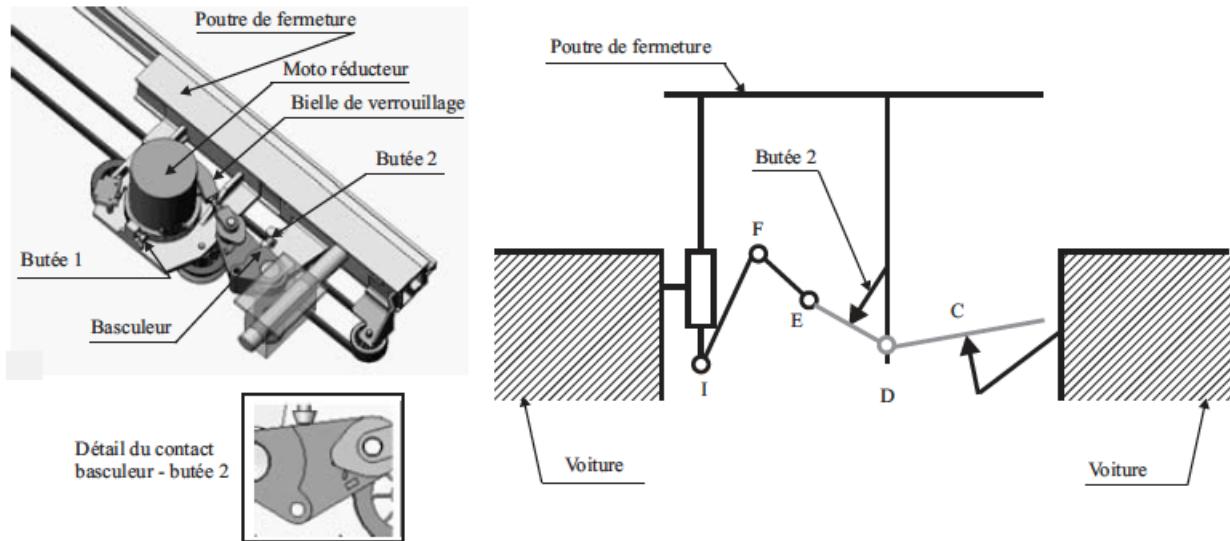


FIGURE 1.63 – Étape de coulissemement

Pendant cette étape, le galet installé à l'extrémité supérieure de la barre de conjugaison (figure 1.64) roule dans la rainure du vantail.

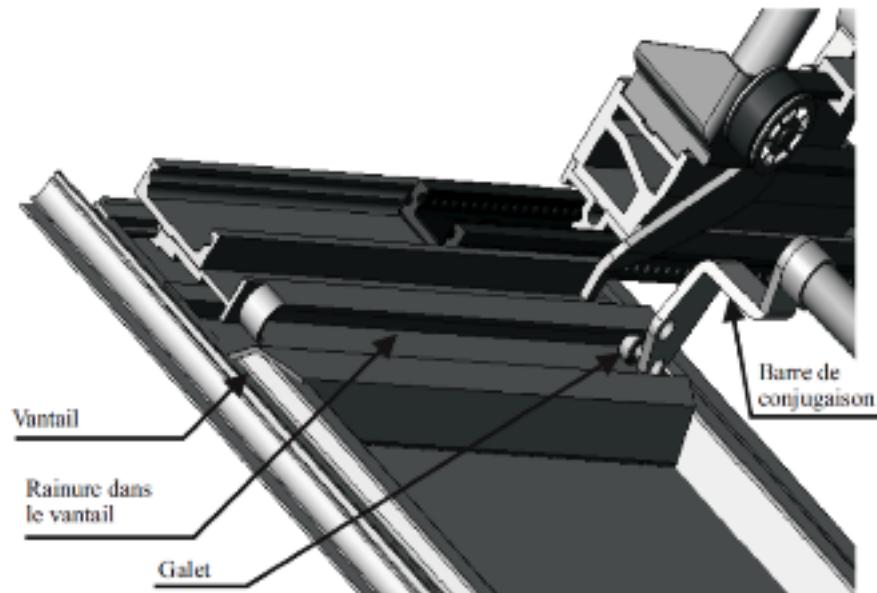


FIGURE 1.64 – Étape de coulissemement – vue du galet

L'étape de louvoiement (figure 1.65) commence lorsque le galet arrive en butée à l'extrémité de la rainure. Pendant cette étape, les vantaux continuent de se rapprocher et le galet entraîne en rotation la barre de conjugaison qui elle-même entraîne la translation de la poutre de fermeture.

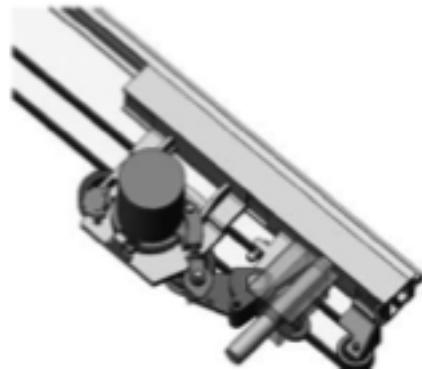


FIGURE 1.65 – Étape de louvoiement

La translation de la poutre de fermeture suivant la direction  $\vec{y}$  provoque la rotation du basculeur  $EDC$  (en liaison pivot d'axe ( $D, \vec{z}$ ) avec la poutre de fermeture), par l'intermédiaire d'une liaison ponctuelle (ou sphère-plan) entre la voiture et le basculeur au point  $C$ . Le basculeur, par l'intermédiaire de la bielle de verrouillage  $EF$  va libérer le « stator » du motoréducteur en liaison pivot d'axe ( $I, \vec{z}$ ) avec la poutre de fermeture. Ainsi, pendant cette étape, la poulie motrice et le « stator »  $IF$  du motoréducteur tournent par rapport à la poutre de fermeture. Pendant l'étape de verrouillage (de  $E$  à  $G$ ), le mouvement de rotation du « stator » va permettre le verrouillage de la porte. La figure 1.66 montre le système pendant cette étape et le schéma du système verrouillé.

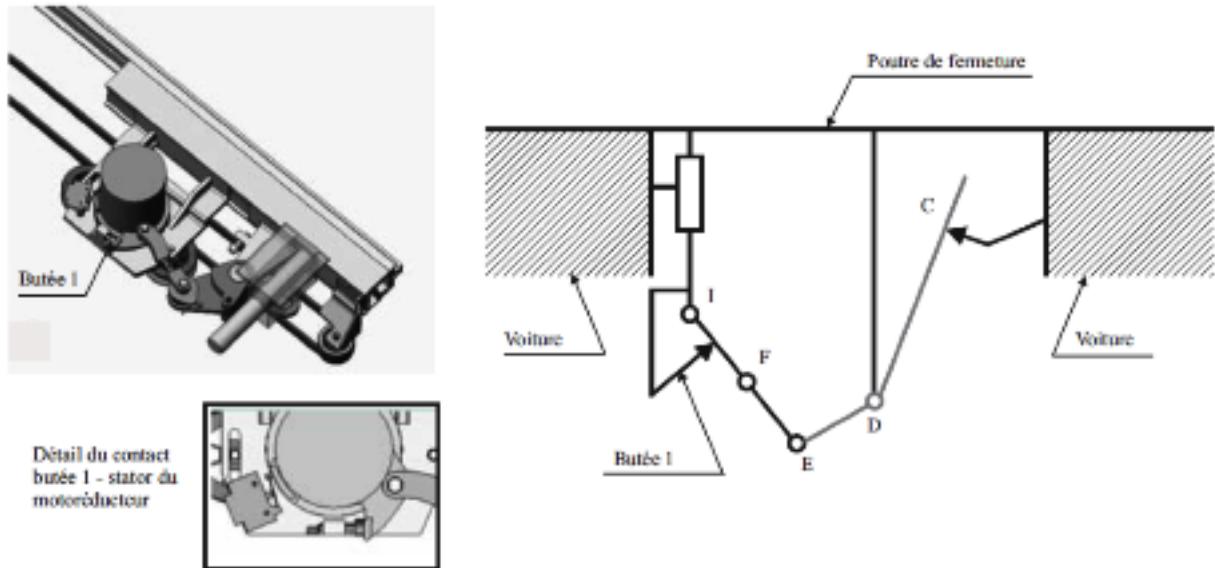


FIGURE 1.66 – Étape de vérouillage

### 1.16.1 Étude de l'étape de coulisсement des vantaux

La figure 1.67 est une photo du dispositif d' entraînement de la courroie crantée sur laquelle les vantaux sont fixés pour être entraînés.

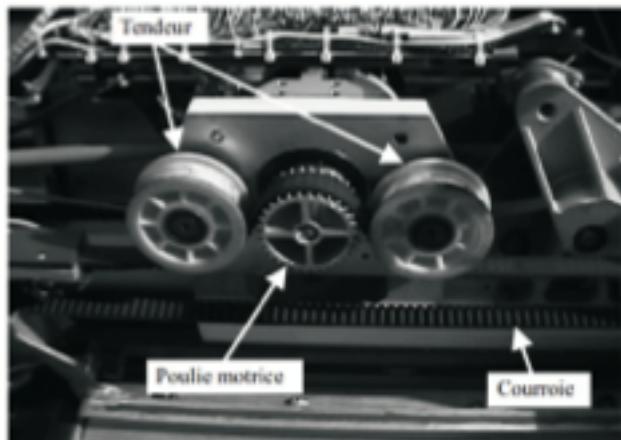


FIGURE 1.67 – Dispositif d’entrainement de la courroie crantée

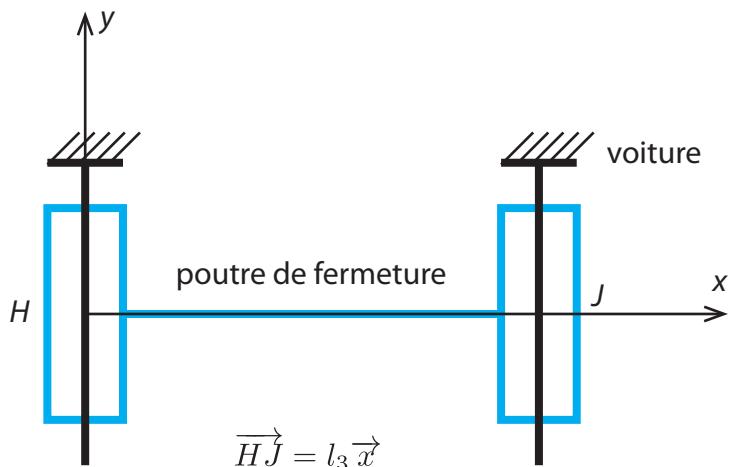


FIGURE 1.68 – Schéma cinématique du dispositif d’entrainement de la courroie crantée

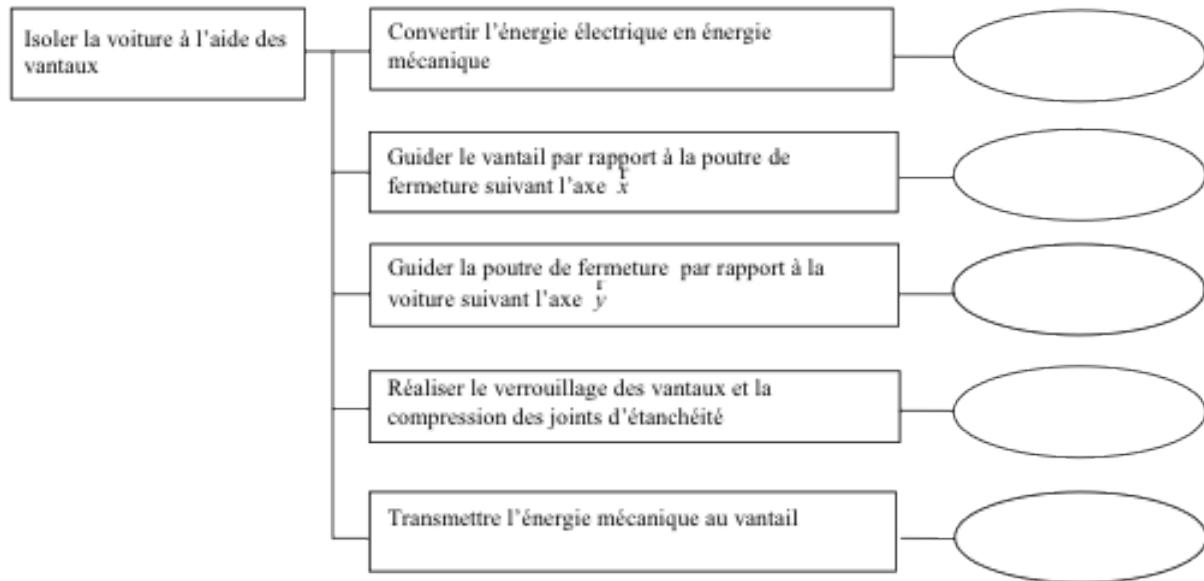
2. Compléter le schéma du document réponse 2 en proposant des modèles de liaisons entre les vantaux 1 et 2 et la courroie crantée et dans les zones Z1 et Z2 entre les vantaux 1 et 2 et la poutre de fermeture.

### 1.16.2 Étude de la poutre de fermeture

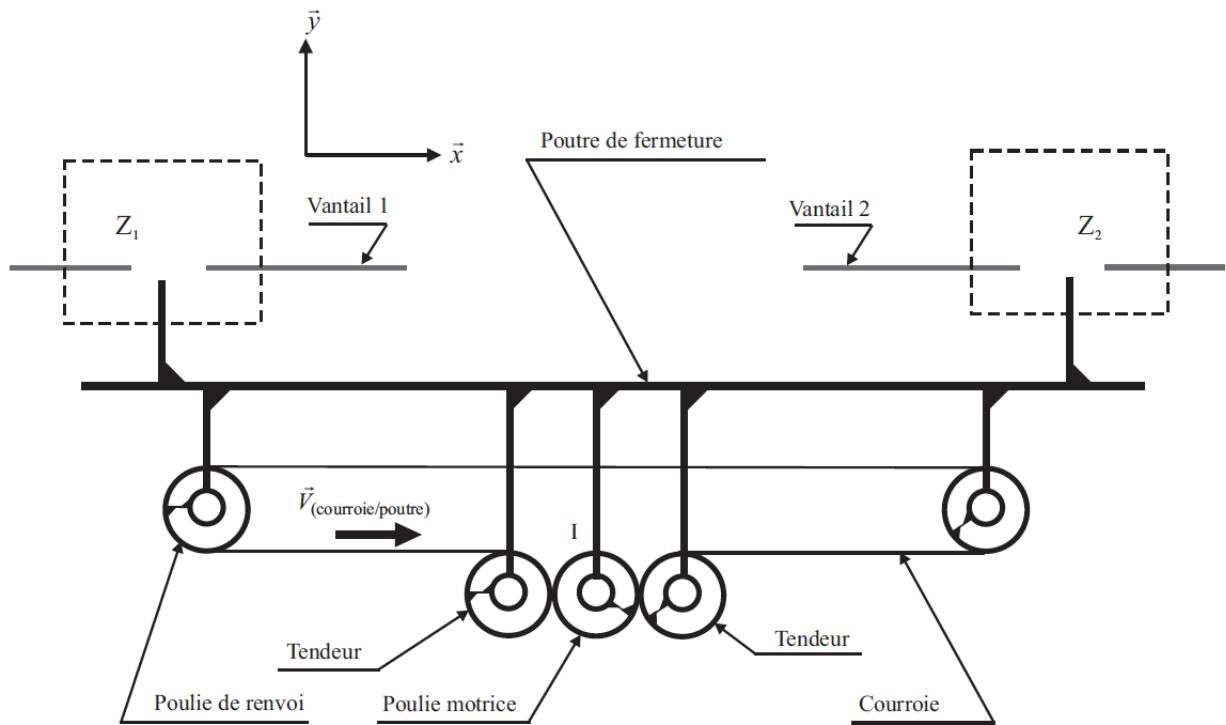
Pour réaliser la fonction de service 1, les vantaux doivent avoir un mouvement de translation de direction par rapport à la voiture (figure 1.60). Ce mouvement est assuré par le guidage de la poutre de fermeture grâce à deux boîtes à galets placées aux points  $H$  et  $J$  de la figure 1.68 qui donne le modèle retenu pour chacune d’elles.

3. Déterminer le degré d’hyperstatisme de ce modèle. En déduire les contraintes géométriques à satisfaire lors de la réalisation.
4. Proposer une liaison élémentaire cinématiquement équivalente à ces deux liaisons.
5. Proposer et justifier un modèle pour la liaison élémentaire au point  $J$  qui rende la liaison résultante isostatique.

## Document réponse 1



## Document réponse 2



# 2

## Modéliser, analyser et expérimenter pour prévoir les performances globales d'un système linéaire et continu asservi

### 2.1 Étude du plan horizontal réglable de l'Airbus A340<sup>1</sup>



FIGURE 2.1 – Airbus A340 en vol

On s'intéresse à l'asservissement en position angulaire du moteur électrique au système de commande du plan horizontal réglable (PHR) – cf figure 2.2 – d'un Airbus A340 dont on donne un bref extrait de cahier des charges concernant la fonction étudiée ici.

1. D'après CCP MP 2005 revu par Mathurin Florestan

Fonction de service	Critère	Niveau	Flexibilité
FS1 : permettre au pilote de piloter l'avion en toute sécurité	erreur statique	nulle	aucune
	temps de réponse à 5 %, $t < 0,2 \text{ s}$		aucune
	erreur de traînage	nulle	aucune

Le PHR est réglé à l'aide des gouvernes de profondeur. On peut montrer que pour une vitesse donnée, il est possible, par réglage du PHR, de réduire la poussée des réacteurs et donc d'économiser du carburant.

Afin de répondre aux exigences de fiabilité qui stipulent, en particulier, que le PHR doit pouvoir fonctionner durant  $10^9 \text{ FH}$  (Fly Hour) sans subir de défaillance, un certain nombre de composants de la chaîne de commande du PHR sont doublés ou triplés suivant les cas.

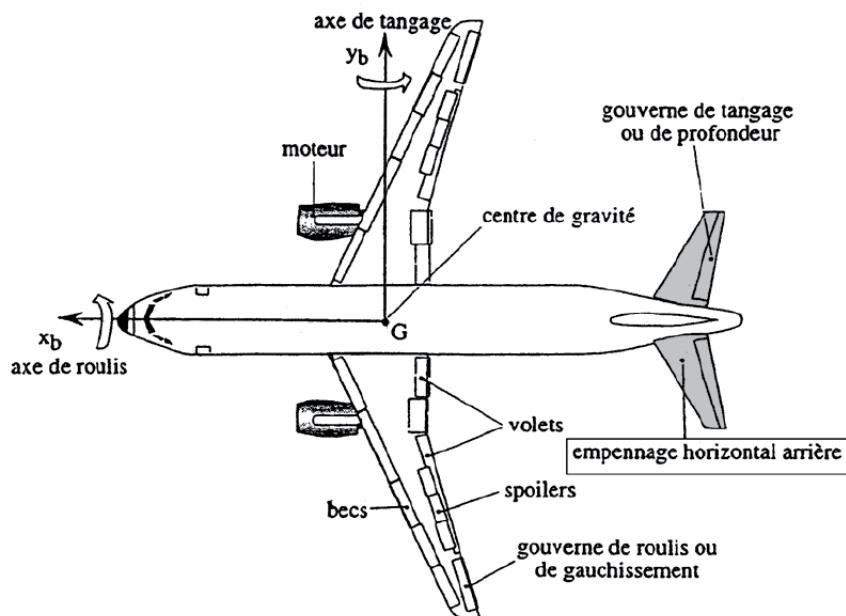


FIGURE 2.2 – Plan horizontal réglable (PHR)

D'autre part, toujours par souci de sécurité, le PHR peut être commandé

- soit automatiquement par un ordinateur de bord qui détermine, à partir des paramètres du vol, la valeur optimale de l'angle  $\beta$  que doit prendre les gouvernes de profondeur ;
- soit manuellement par le pilote à partir d'un volant de commande situé dans le poste de pilotage et ce en cas de défaillance de la commande automatique du PHR.

La figure 2.4, placée en annexe, présente le schéma de principe de la chaîne d'énergie à partir de la génération de la commande par le calculateur ou le pilote.

Le calculateur génère une tension de commande qui va alimenter le moteur électrique qui est asservi en position angulaire pour permettre de générer l'angle de consigne initial. Cet angle de consigne initial est adapté à l'aide du réducteur 1. L'angle de sortie du réducteur 1 permet de commander les deux distributeurs proportionnels, qui vont délivrer un débit de fluide hydraulique pour alimenter les deux moteurs hydrauliques. Ces deux moteurs hydrauliques transforment l'énergie hydraulique en énergie mécanique de rotation. Les deux mouvements de rotation ainsi générés sont additionnés à l'aide du différentiel pour créer un seul mouvement de rotation à sa sortie. La sortie du différentiel est reliée au réducteur 6 qui va adapter l'énergie mécanique de puissance pour actionner la vis 4. La vis 4 est reliée à la gouverne de profondeur et permet de commander son angle.

L'angle de rotation de la vis 4 est capté à l'aide du réducteur 7 qui va l'adapter afin d'être comparé à la rotation de commande des distributeurs à l'aide du train épicycloïdal, qui joue ici le rôle d'un comparateur.

La boucle d'asservissement en position angulaire du moteur électrique a pour entrée une tension de consigne  $u_e(t)$  générée par le calculateur. Cette tension est comparée à la tension  $u_r(t)$ , image de l'angle  $\theta_r(t)$ , délivrée par un capteur potentiométrique. L'écart  $\varepsilon_1(t)$  est ensuite corrigé et amplifié par un bloc correcteur + amplificateur et fournit la tension  $u(t)$  aux bornes du moteur électrique. L'angle de rotation  $\theta_m(t)$  en sortie du moteur est réduit par un réducteur 2 pour donner la rotation  $\theta_r(t)$  mesurée par le capteur. D'autre part, l'angle  $\theta_m(t)$ , est réduit par un réducteur 1 pour fournir un angle de rotation en sortie  $\theta_{P1}(t)$ , sortie de cet asservissement.

1. Construire le schéma bloc fonctionnel de cet asservissement.

Le moteur électrique est un moteur à courant continu. On procède à une identification du moteur en le soumettant à un échelon de tension  $U = 5 \text{ V}$ , afin de déterminer par un modèle de comportement sa fonction de transfert. On obtient la réponse indicielle (vitesse de rotation  $\omega_m(t)$ ) donnée dans le document réponse 1.

2. Identifier la réponse en justifiant le modèle retenu et la (ou les) technique(s) utilisée(s) pour déterminer les paramètres. Les tracés seront laissés apparents sur la figure du document réponse 1.

Les valeurs numériques des paramètres du moteur à courant continu sont

- résistance de l'induit  $R = 1 \Omega$  ;
- inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur  $J_e = 4 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  ;
- constante de force électromotrice  $k_e = 0,02 \text{ V}/(\text{rad/s})$  ;
- constante de couple  $k_i = 0,02 \text{ Nm/A}$ .

3. Déterminer la fonction de transfert  $M(s) = \frac{\Theta_m(s)}{U(s)}$  du moteur électrique et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un intégrateur  $\frac{1}{s}$  multiplié par une fonction de transfert d'un 1<sup>er</sup> ordre de gain statique  $K_m$  et de constante de temps  $\tau_m$ .

4. Donner les expressions littérales de  $K_m$  et  $\tau_m$ . Réaliser l'application numérique.

La fonction de transfert du correcteur + amplificateur peut être assimilée à un gain  $K_1$ . La fonction de transfert du réducteur 2 est un gain noté  $R_2$ . La fonction de transfert du réducteur 1 est un gain noté  $R_1$ . La fonction de transfert du capteur potentiométrique est assimilé à un gain noté  $K_2$ .

5. Montrer que le schéma bloc peut se mettre sous la forme suivante

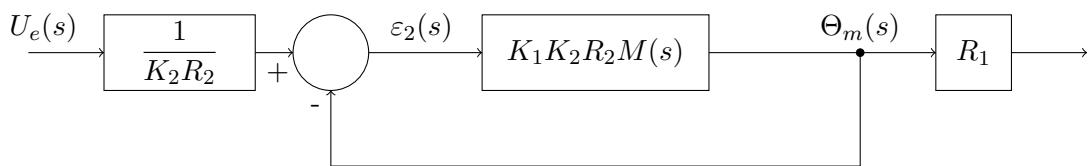


FIGURE 2.3 – schéma-bloc

Le rapport de transmission du réducteur 1 est  $R_1 = \frac{1}{150}$

6. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $T_p(s) = \frac{\Theta_m(s)}{\varepsilon_2(s)}$  et la mettre sous la forme

$$T(s) = \frac{K_{BO}}{s(1 + \tau_m s)}$$

et en déduire l'expression du gain de boucle  $K_{BO}$ .

7. Déterminer la fonction de transfert  $F(s) = \frac{\theta_{P1}(s)}{U_e(s)}$ . Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre. On notera  $K_B F$  le gain statique,  $\xi$  le coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  la pulsation propre.
8. Donner l'expression littérale de  $K_B F$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $K_2$ , de  $\xi$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_{BO}$  et  $\tau_m$ .
9. Déterminer la valeur du gain de boucle  $K_{BO}$  de telle sorte que la réponse à une entrée de type échelon soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement.
10. Déterminer l'erreur statique du système. Le système est-il précis ? Conclure vis-à-vis du CdCF.
11. Déterminer le temps de réponse à 5 % du système document réponse 2 et conclure vis-à-vis du CdCF.
- On admet que la longueur utile de la vis est  $l = 0,6$  m. Le pas de la vis est  $p_v = 10$  mm.
12. Déterminer le nombre de tour maximal  $N_v$  que va faire la vis.
- La vis est entraînée en rotation par un réducteur dont le rapport de réduction vaut  $\frac{\theta_{P1}}{\theta_v} = \frac{1}{5}$ .
13. Déterminer le nombre de tour  $N_{P1}$  que va faire l'arbre d'entrée du réducteur 52.
14. En déduire le nombre de tour  $N_m$  que va faire l'arbre du moteur.
- Le capteur de position de gain  $K_2$  de la boucle d'asservissement du moteur électrique est un capteur potentiométrique 10 tours dont la tension de sortie varie de -12 à +12 volts.
15. En supposant que l'on utilise le capteur sur toute sa plage (10 tours), déterminer le rapport de réduction  $R_2$  du réducteur reliant la sortie du moteur à l'entrée du potentiomètre.
16. Déterminer le gain du capteur potentiométrique.
17. En déduire le gain  $K_1$  du régulateur connaissant la valeur de  $K_{BO}$  fixée question 9.
- Dans le cas d'une entrée de type rampe  $u_e(t) = t \cdot u(t)$ , le cahier des charges stipule que l'erreur de traînage doit être nulle.
18. Déterminer l'erreur de traînage et conclure vis-à-vis du CdCF.

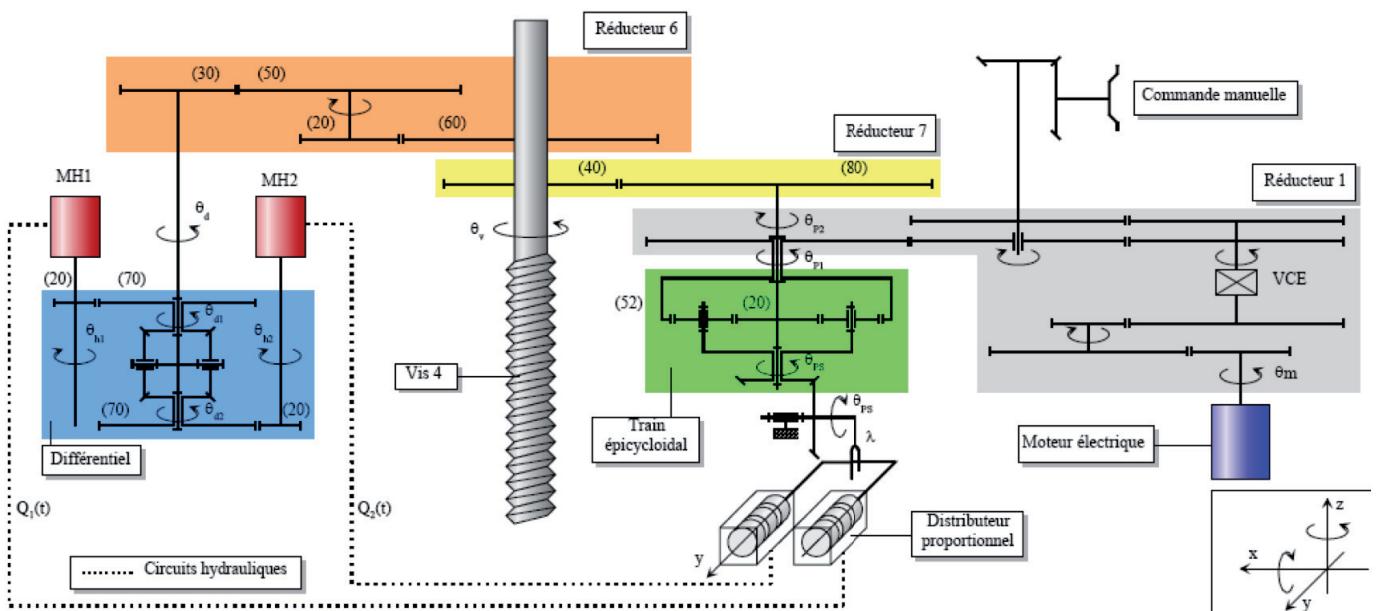
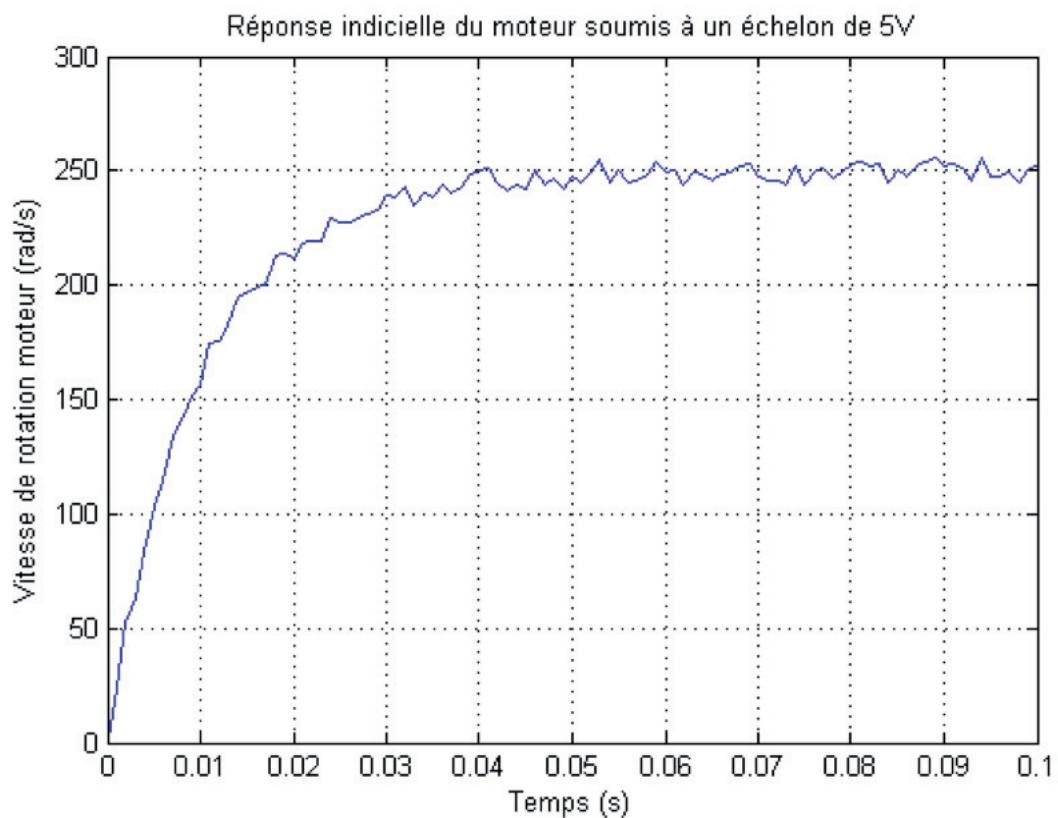
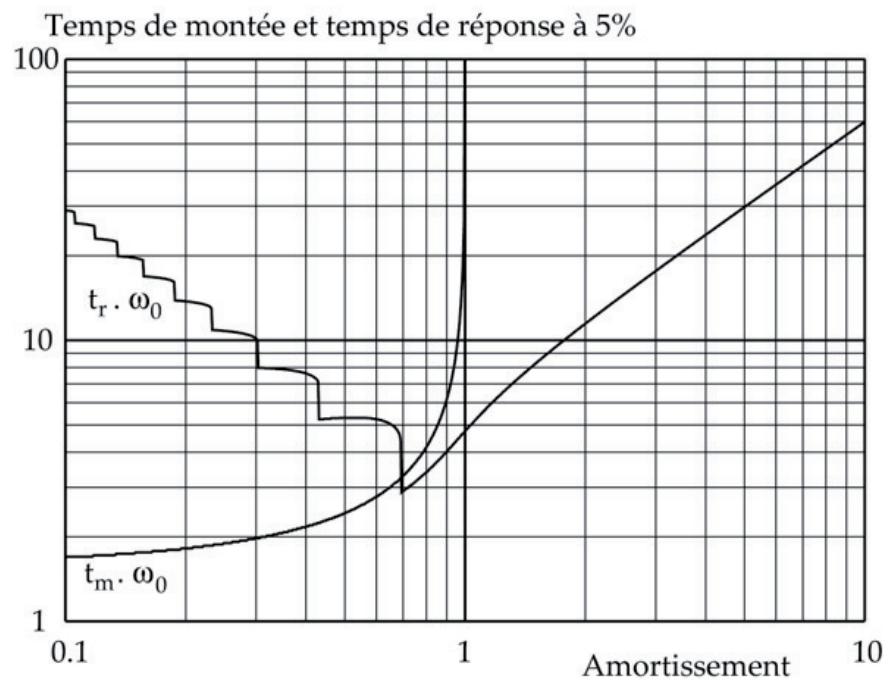


FIGURE 2.4 – mécanisme de réglage du plan horizontal réglable

## Document réponse 1



## Document réponse 2



## 2.2 Radar d'avion<sup>2</sup>

Le support d'étude est un radar d'avion. Il permet au pilote de connaître la position des engins extérieurs (avions, hélicoptères, bateaux, etc.). L'objectif de cette étude est de vérifier les performances de la fonction FS1 permettre au pilote de connaître les engins extérieurs, décrites dans le cahier des charges de ce système.



FIGURE 2.5 – Radar en nez d'avion

Fonction de service	Critère	Niveau
FS1 : permettre au pilote de connaître les engins extérieurs	rapidité	$t_{5\%} < 0,2 \text{ s}$
	bande passante	$\omega_3 \text{ dB} > 18 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
	précision	$\varepsilon < 2 \%$

On réalise un asservissement de position angulaire du radar d'avion : l'angle souhaité est  $\theta_c(t)$ , l'angle réel du radar est  $\theta_r(t)$ . La différence des deux angles est transformée en une tension  $u_m(t)$ , selon la loi  $u_m(t) = A \cdot (\theta_c(t) - \theta_r(t))$ . La tension  $u_m(t)$  engendre, via un moteur de fonction de transfert  $H_m(s)$ , une vitesse angulaire  $\omega_m(t)$ . Cette vitesse angulaire est réduite grâce à un réducteur de vitesse, selon la relation  $\omega_r(t) = B \cdot \omega_m(t)$  avec ( $B < 1$ ),  $\omega_r(t)$  étant la vitesse angulaire du radar.

1. Construire le schéma-bloc du système.
2. En utilisant les équations « classiques » du moteur à courant continu, déterminer la fonction de transfert  $H_m(s) = \frac{\Omega_m(s)}{U_m(s)}$ .
3. Montrer que  $H_m(s)$  peut se mettre sous la forme canonique  $H_m(s) = \frac{K_m}{1 + T_m s}$  et déterminer les valeurs littérales de  $K_m$  et  $T_m$ .
4. Déterminer  $\omega_m(t)$  lorsque  $u_m(t)$  est un échelon de tension d'amplitude  $u_0$ . Exprimer le résultat en fonction de  $K_m$ ,  $T_m$  et  $u_0$ . Préciser la valeur de  $\omega_m(t)$  à l'origine, la pente de la tangente à l'origine de  $\omega_m(t)$  et la valeur finale atteinte par  $\omega_m(t)$  quand  $t$  tend vers l'infini.

---

2. Adapté de Mathurin Florestan

5. Déterminer la fonction de transfert  $H(s) = \frac{\Theta_r(s)}{\Theta_c(s)}$ . Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme  $H(s) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_0^2}s^2}$ . Déterminer les constantes  $K$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_m$ ,  $T_m$ ,  $A$  et  $B$ .

La réponse indicielle de  $H(s)$  à un échelon unitaire est donnée sur la figure suivante

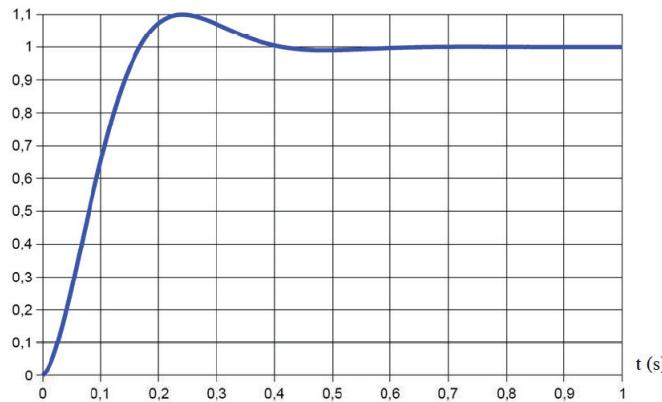
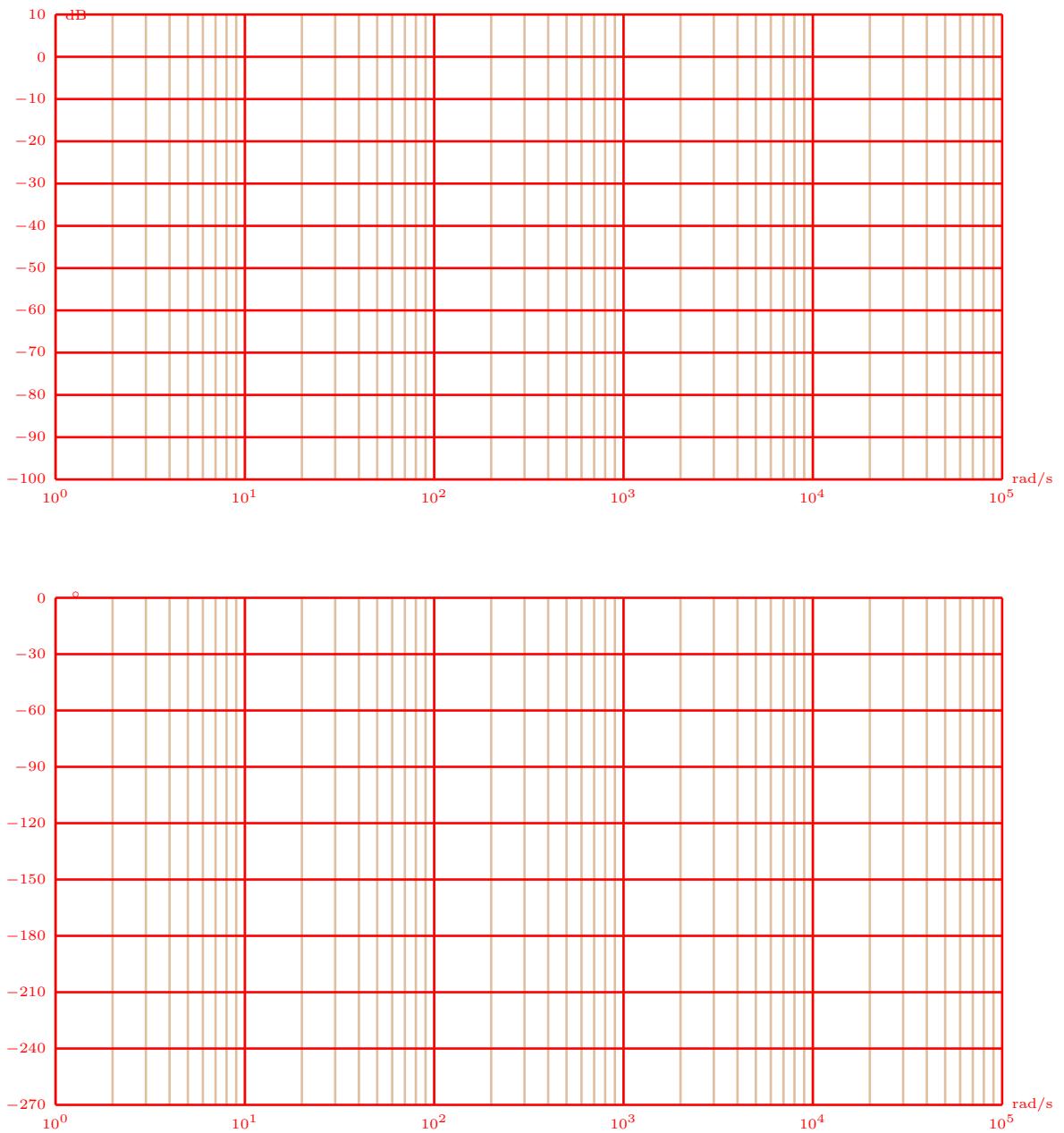


FIGURE 2.6 – Réponse à l'échelon unitaire

6. Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, les valeurs numériques de  $K$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$ . Sans préjuger du résultat trouvé dans la question précédente, on prendra, pour la suite  $K = 1$ ,  $\xi = 0,5$  et  $\omega_0 = 15$  rad/s.
7. Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, le temps de réponse à 5 %. Conclure quant la capacité du radar à vérifier le critère de rapidité de la fonction FS1.  
On améliore la performance du radar en ajoutant un composant électronique (un correcteur) entre l'amplificateur et le moteur. La nouvelle fonction de transfert est

$$\frac{1}{(1 + 0,05s)(1 + 0,0005s)(1 + 0,002s)}$$

8. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (en gain et en phase) de cette fonction de transfert, en expliquant la démarche utilisée.



9. Déterminer  $G$  et  $\varphi$  pour  $\omega = 10$  rad/s.
10. Déterminer, en régime permanent,  $\theta_r(t)$  pour une entrée  $\theta_c(t) = 0,2 \sin(10t)$ . Pour  $\omega < 20$  rad/s, on a  $H(s) \approx \frac{1}{1 + 0,05s}$
11. Déterminer, sur cette approximation, la pulsation de coupure à -3 dB. Conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de bande passante de la fonction FS1.
12. Déterminer, sur cette approximation, le temps de réponse à 5 % du système. Conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de rapidité de la fonction FS1.

## 2.3 Étude du système de positionnement d'un appareil d'imagerie médicale<sup>3</sup>

L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.

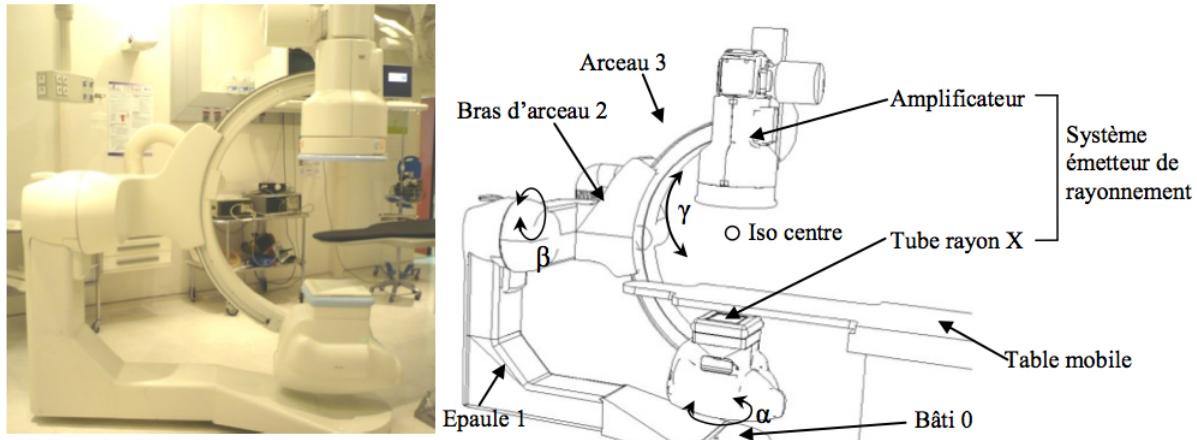


FIGURE 2.7 – Système d'imagerie médicale

Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.

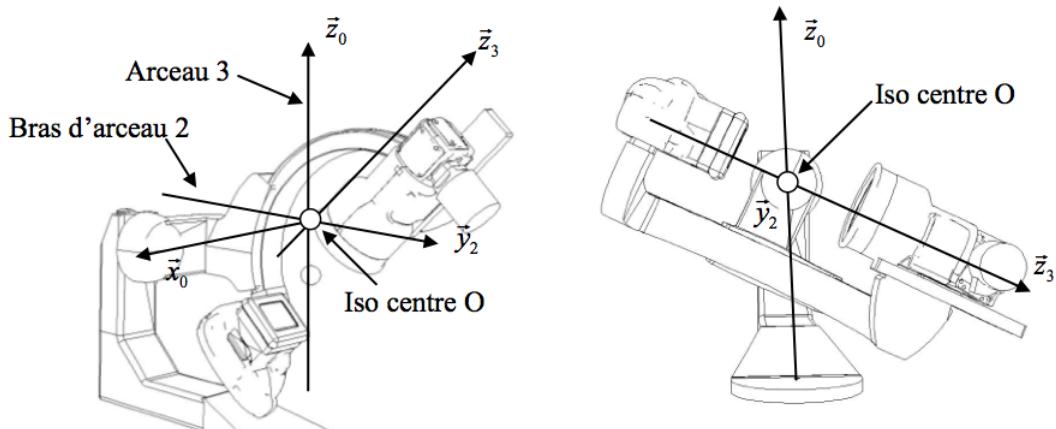


FIGURE 2.8 – Paramétrage du système d'imagerie médicale

Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1.

3. Adapté du concours Centrale Supelec MP 2002

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie

Fonction de service	Critère	Niveau	Flexibilité
FS1 : positionner le système émetteur de rayonnement par rapport au patient	vitesse angulaire par axe	10°/s	±10 %
	marge de phase	$M_\varphi > 45^\circ$	aucune

- Déterminer le nombre de mouvements élémentaires utilisés (translation ou rotation) pour orienter le faisceau de rayon.

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de 10°/s en phase de mesure. Technologiquement, la chaîne d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

- Déterminer la vitesse angulaire de chaque moteur (en tr/min) qui permet de satisfaire le critère de vitesse angulaire du cahier des charges.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaîne fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :

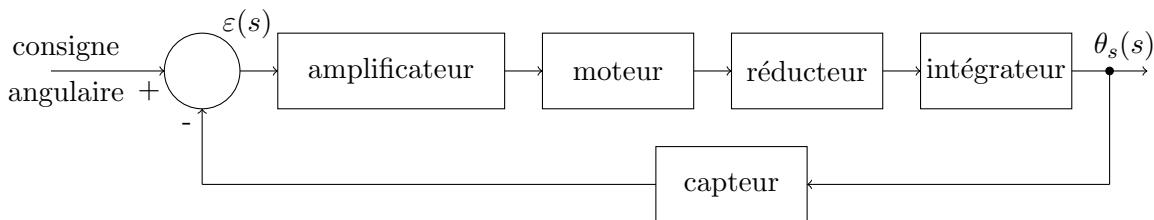


FIGURE 2.9 – schéma bloc à mots

Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- l'amplificateur est un gain pur,  $K_a$  ;
- le réducteur est un gain pur  $K_r$  (sans dimension) ;
- le capteur est un gain pur,  $K_c$  ;
- le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps  $T_m$  et de gain  $K_m$  ; on note  $H_m(s)$  la fonction de transfert du moteur.

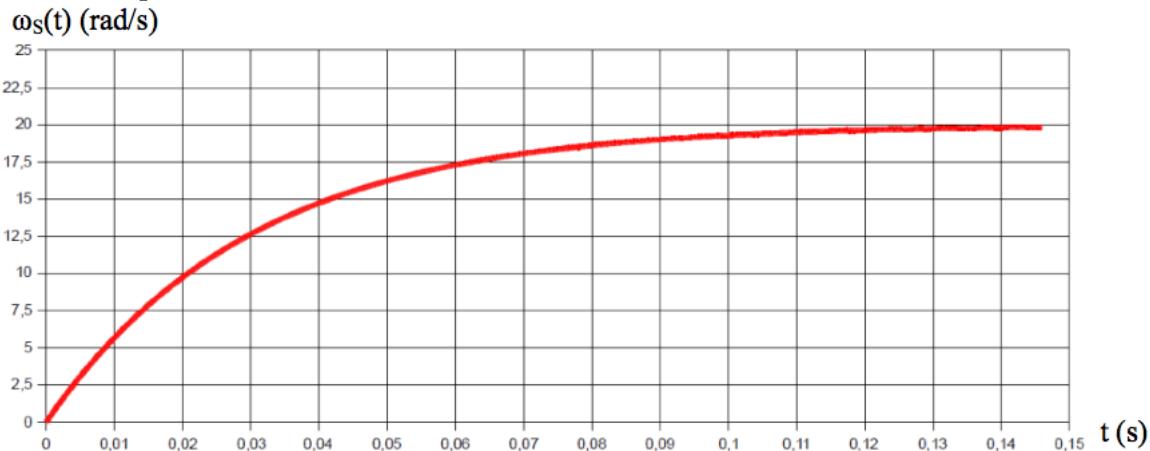
- Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur  $K_r$ .
- Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe  $FTCD(s)$ , la fonction de transfert en boucle ouverte  $FTBO(s)$  et la fonction de transfert en boucle fermée  $FTBF(s)$  de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de  $K_a$ ,  $K_m$ ,  $K_r$ ,  $K_c$  et  $T_m$ .
- Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre  $H(s) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_0^2}s^2}$ . Donner l'expression littérale de  $K$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_a$ ,  $K_m$ ,  $K_r$ ,  $K_c$  et  $T_m$ .
- Déterminer la réponse indicielle du moteur  $\omega_m(t)$  à une entrée en échelon de tension  $u_m(t)$  de la forme  $u_m(t) = U_0 u(t)$  ( $U_0$  valant 10 V). Exprimer le résultat en fonction de  $U_0$ ,  $K_m$  et  $T_m$ .
- La réponse du système à cette entrée en échelon de tension  $u_m(t) = 10u(t)$  a été mesurée en sortie du réducteur. On donne document réponse 1 la courbe obtenue. Déterminer les valeurs

numériques expérimentales de  $K_m$  et  $T_m$ . Réaliser les tracés utiles sur le document réponse 1. Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte

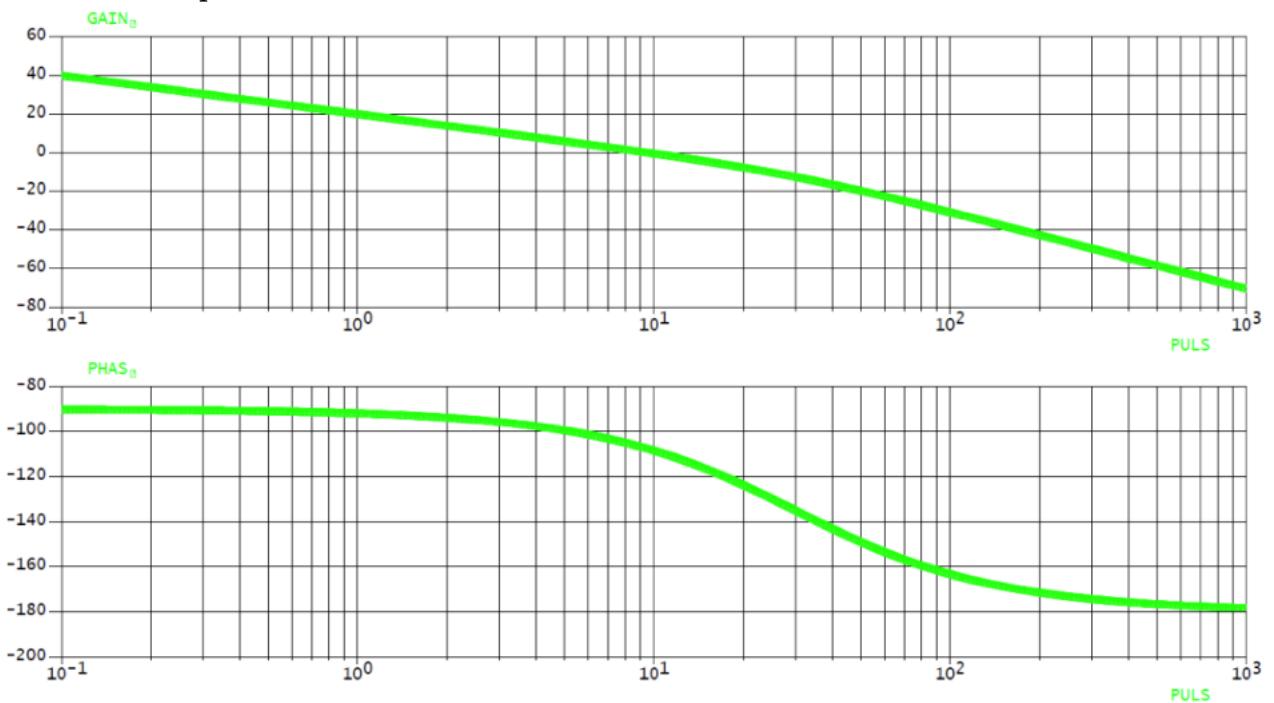
$$\text{FTBO}(s) = \frac{10}{s(1 + \frac{1}{30}s)}$$

8. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le document réponse 2 en bleu.
9. Calculer le gain et la phase exacte pour  $\omega = 30$  rad/s.
10. On donne document réponse 3 les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système  $M_\varphi$ . Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.

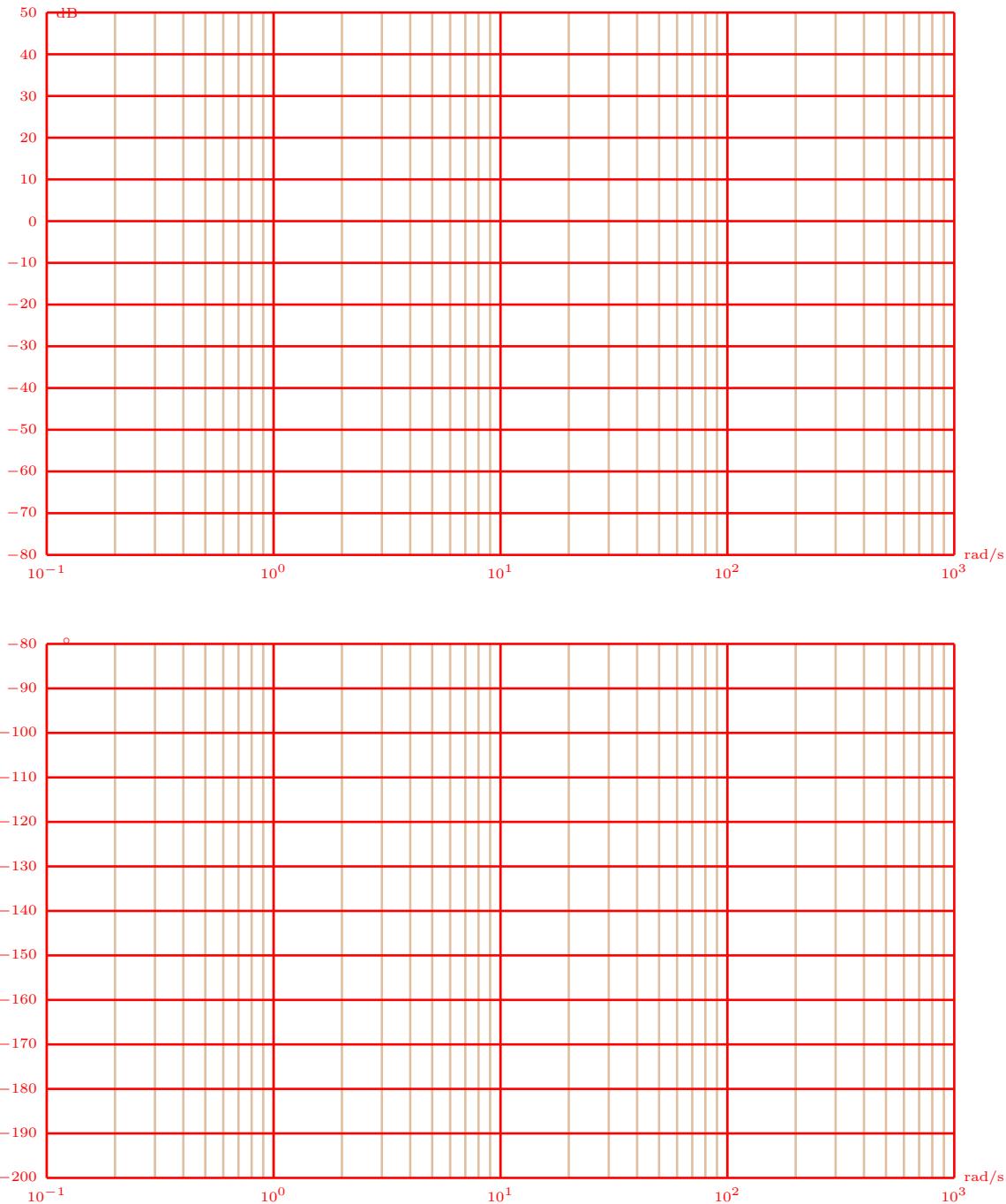
#### Document réponse 1



#### Document réponse 3



## Document réponse 2

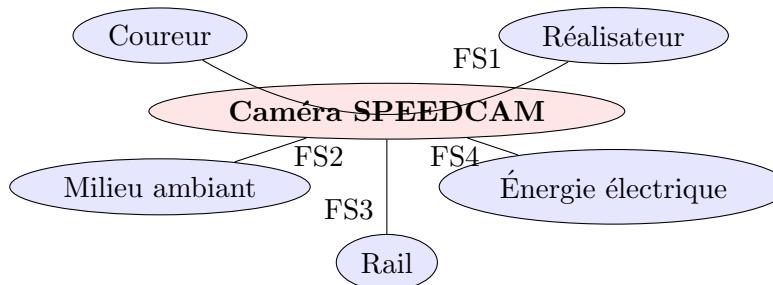


## 2.4 Caméra de poursuite SPEEDCAM

L'étude porte sur la caméra de poursuite SPEEDCAM dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. Cette caméra est notamment utilisée lors des compétitions internationales d'athlétisme pour filmer les coureurs.



FIGURE 2.10 – Caméra en situation



FS1 : permettre au réalisateur de filmer le coureur  
 FS2 : résister au milieu ambiant  
 FS3 : s'adapter au rail  
 FS4 : être alimenté en énergie

Fonction de service	Critère	Niveau	Flexibilité
FS1 : permettre au réalisateur de filmer le coureur	erreur statique	nulle	aucune
	stabilité	stable	aucune
	rapidité	$t_5 \% < 0,5 \text{ s}$	aucune

Cette caméra, utilisée aux championnats d’athlétisme pour filmer le sprint final des athlètes en tête de la course, est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Cette solution technique permet d’atteindre des vitesses supérieures à  $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Un capteur optique embarqué permet de mesurer la position de la caméra par rapport au coureur. À partir de cette mesure, un calculateur détermine la consigne de vitesse  $v_c(t)$  nécessaire pour suivre le coureur. Cette consigne  $v_c(t)$  est transmise sous forme de tension de commande  $u_c(t)$  à l’asservissement du chariot grâce à un adaptateur (gain :  $K$ ). Le chariot est actionné par un moteur électrique piloté par sa tension d’entrée  $u_m(t)$ . Cette tension est obtenue à l’aide d’un amplificateur (Gain :  $K_A = 200$ ). Un capteur de vitesse mesure la vitesse  $v(t)$  et renvoie une information de tension  $u_e(t)$  proportionnelle à la vitesse  $v(t)$  (gain :  $J = 0,3 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ ). Le chariot est asservi en vitesse.

- À partir de la description structurelle ci-dessus, réaliser le schéma-bloc du système. Définir les fonctions de transfert pour chacun des blocs ainsi que les grandeurs d’entrée et de sortie de chaque bloc (on notera la fonction de transfert du chariot  $H(s)$ ).
- Déterminer l’expression littérale du gain d’adaptation  $K$  de façon à annuler l’écart  $\varepsilon(t)$  quand la vitesse du chariot et la vitesse de consigne sont égales.

Le modèle de connaissance du chariot est relativement complexe, ce qui ne permet pas de donner *a priori* un modèle de comportement  $H(s)$  comme pour le capteur de vitesse ou l’amplificateur. Afin de modéliser son comportement, on choisit de faire une mesure et de proposer un modèle simple représentatif. La courbe montre la réponse obtenue par le capteur de vitesse lorsqu’un échelon de tension  $u_m(t) = u_0 \cdot u(t)$  (avec  $u_0 = 70 \text{ V}$ ) est appliqué en entrée.

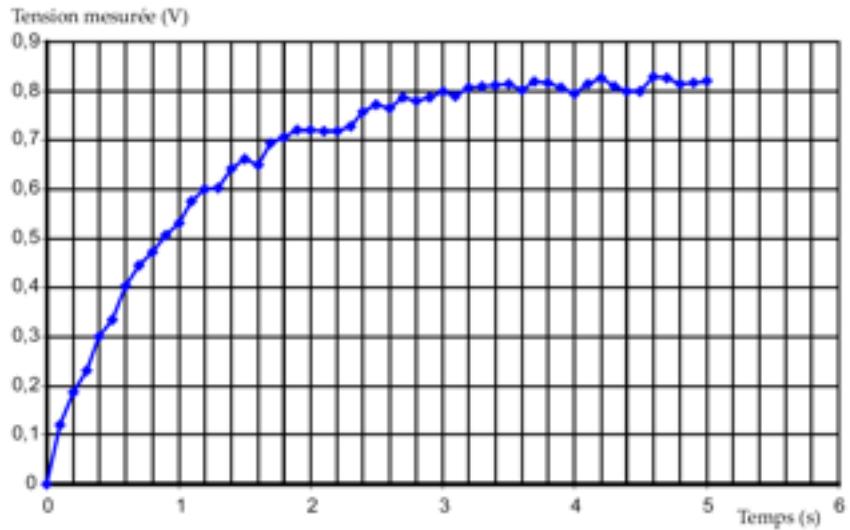


TABLE 2.1 – Réponse en vitesse à un échelon de tension

3. Proposer par identification un modèle de comportement pour modéliser le comportement du chariot. Déterminer les paramètres de ce modèle.

On cherche maintenant à caractériser les performances du système asservi.

4. Déterminer la fonction de transfert  $\frac{V(s)}{V_c(s)}$  du chariot asservi. La mettre sous forme canonique.
  5. Déterminer si le système est stable.
  6. Évaluer la rapidité du système.
  7. Calculer l'erreur appropriée qui permet de vérifier le critère de précision du cahier des charges.
- Pour améliorer la précision une solution simple consisterait à ajouter un intégrateur dans la chaîne directe en amont de l'amplificateur par l'intermédiaire d'un correcteur intégral  $\frac{1}{s}$ .
8. Déterminer la fonction de transfert  $\frac{V(s)}{V_c(s)}$  du chariot asservi avec correcteur.
  9. Déterminer si le système corrigé est stable.
  10. Évaluer la performance en précision du système corrigé. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.
  11. Déterminer le gain  $K_A$  qui permet d'avoir le système le plus rapide possible. Calculer le temps de réponse à 5 % du système corrigé et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On constate que le système ne satisfait toujours pas le critère de rapidité du cahier des charges. En fait la correction du système n'est pas aussi simple que l'ajout d'un intégrateur. L'asservissement est plus complexe car il faut réaliser, en plus de la boucle d'asservissement en vitesse, une boucle d'asservissement en position. On donne la réponse indicielle du système correctement corrigé.

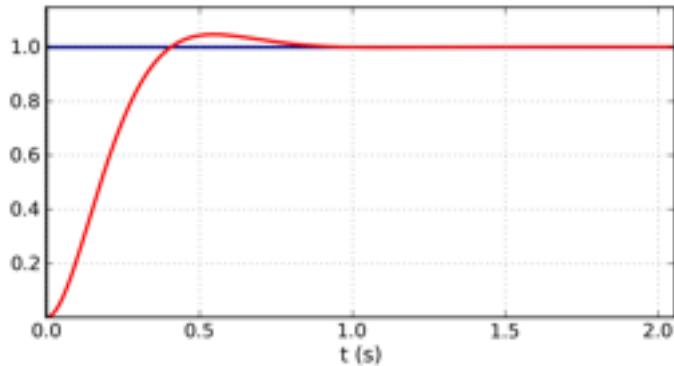


FIGURE 2.11 – Réponse indicelle correcte

12. Conclure quant aux performances du système vis-à-vis du cahier des charges.

## 2.5 Colleuse de lamelles pour l'histopathologie<sup>4</sup>

### 2.5.1 Présentation du système

Le groupe TECH-INTER commercialise du matériel de laboratoire d'histopathologie. Cette spécialité médicale consiste à découper des tissus d'organes en fine épaisseur ( $4 - 5\mu m$ ). Ces tissus sont ensuite collés sur des lames de verres de  $2mm$  d'épaisseur (photo 2 document 2) puis colorés chimiquement dans un automate. Pour certains tissus, il est nécessaire de coller sur les tissus colorés une lamelle de verre de  $0,3mm$  d'épaisseur afin de les protéger (photo 3 document 2). Cette dernière opération est très délicate à effectuer manuellement et très longue, une étude pouvant comporter plusieurs centaines de lames. L'appareil appelé « Colleuse de lamelle » automatise ce procédé (photo ci-contre et photo 1 document 1)

#### 2.5.1.1 Préparation de l'appareil

Les lames sont placées manuellement dans des paniers disposés dans des bacs inox remplis de toluène (photos 1, 2, 4 et 5 documents 1 et 2). Ces bacs sont positionnés sur un rail de transport puis glissés dans l'appareil (photos 4 et 5 document 2). Un tiroir de rangement ayant été préalablement chargé en lamelles, un récipient de colle ayant été placé dans l'appareil et des racks de réception glissés dans l'élévateur, le cycle peut commencer.

#### 2.5.1.2 Cycle de collage

L'opérateur programme la quantité de colle et le temps de séchage des lames collées puis appuie sur le bouton START. Le cycle se réalise alors automatiquement.

Le tapis roulant fait avancer le bac contenant le panier et un système de comptage détermine le nombre n de lames et leur position dans le panier.

Un mécanisme bielle – manivelle, muni d'une pince positionne une lame horizontalement et la dépose sur le support de lame. Dans le même temps, une lamelle est aspirée du tiroir de rangement grâce à une pompe à vide puis est positionnée par un bras manipulateur au-dessus de la lame.

Un distributeur de colle dépose la colle sur la lame puis la lamelle descend sur la lame.

L'ensemble collé « lame – lamelle » est stocké dans un rack par le support de lame.

---

4. Adapté du concours des mines AADN 2008 par Marc Derumeaux



FIGURE 2.12 – Photographie de la machine

### 2.5.1.3 Chaînes d'énergie et d'information

Les actions de positionnement de la lame et de la lamelle sont réalisées grâce à des mécanismes de type :

- « bielle – manivelle » pour le positionnement de la lame ;
- « bras manipulateur » pour le positionnement de la lamelle (photos 6 et 7 document 2).

Les actions permettant de compter les lames, de positionner les lames et les lamelles, de coller la lamelle sur la lame, de stocker les ensembles « lame + lamelle collées » sont coordonnées et commandées par une unité centrale.

## 2.5.2 Travail demandé

### 2.5.2.1 Analyse structurelle du système

On donne figure 2.13 le diagramme SADT A-0.

**Q 1 :** compléter le diagramme SADT A0 de la partie opérative.

### 2.5.2.2 Vérification des performances du « bras manipulateur »

Le mouvement du système de préhension d'une lamelle (photo 1 document 1) est très complexe. Il faut en effet prendre et positionner la lamelle très fragile à des moments et des endroits bien précis. Les performances associées à cette fonction *prendre et positionner les lamelles* sont énumérées dans l'extrait du cahier des charges ci-dessous :

Le mouvement peut être séparé en deux mouvements :

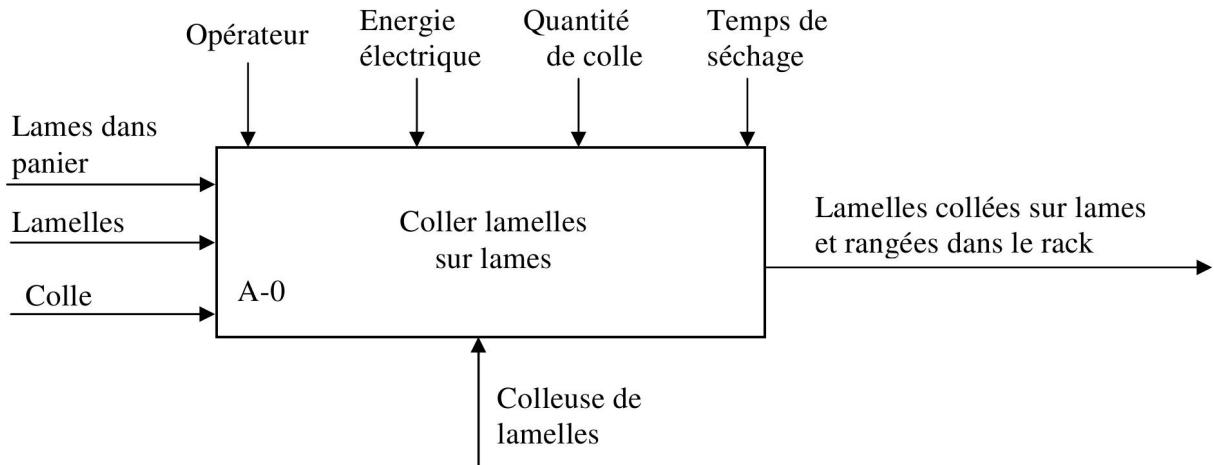


FIGURE 2.13 – SADT A-0 de la colleuse de lamelles.

Fonction de service	Critère	Niveau
Prendre et positionner les lamelles	Précision	erreur de position nulle pour une consigne en échelon. Erreur de position inférieure à 0,05 mm pour un effort de 100 N
	Stabilité	pas de dépassement vis à vis d'une réponse à un échelon. Marge de phase supérieure à 40°
	Rapidité	le plus rapide possible

TABLE 2.2 – Extrait du CdCF.

- Un mouvement de rotation (axe dirigé par  $\vec{z}_0$ ) commandé par une came (non étudié dans le sujet) ;
- Un mouvement de translation (axe dirigé par  $\vec{z}_0$ ) commandé par un système vis-écrou. C'est ce dernier mouvement qui nous allons étudier dans cette partie (voir schéma cinématique document 3).

Un moteur à courant continu entraîne un réducteur à engrenage. Sur l'axe de ce dernier est accouplé une vis en acier 7 qui entraîne un écrou monté sur une platine 8 en liaison glissière avec le bâti 0 de la colleuse.

Cette platine entraîne l'axe 9 du système de préhension d'un mouvement vertical.

Ce mécanisme de préhension est commandé en position ( $\lambda_C$ ) suivant le schéma bloc représenté sur le document 4, dont les caractéristiques des composants sont fournies page 85.

### Approche structurelle du mécanisme

**Q 2 :** dans les parties grisées du schéma bloc du document 4 indiquer la grandeur physique entre deux blocs ainsi que l'unité (exemple : poids, N).

**Q 3 :** proposer la décomposition structurelle chaîne d'énergie/chaîne d'information de ce mécanisme de préhension. On précisera en particulier le composant associé au gain réglable  $K$ .

### Étude de l'asservissement en position sans perturbation

On s'intéresse au système en boucle fermée sans perturbation  $F(s)$ .

**Q 4 :** déterminer la fonction de transfert du moteur seul :  $H_1(s) = \frac{\Omega_m(s)}{U(s)}$  en fonction de  $k_e$ ,  $R$ ,  $J$  et  $k_c$ . Mettre  $H_1(s)$  sous forme canonique et donner littéralement et numériquement ses paramètres caractéristiques.

**Q 5** : déterminer littéralement la fonction de transfert du système entier,  $H_2(s) = \frac{\lambda(s)}{\lambda_C(s)}$  Mettre  $H_2(s)$  sous forme canonique et déterminer ses caractéristiques en fonction des composantes du système.

**Q 6** : donner la condition sur le gain  $K$  permettant de satisfaire le cahier des charges.

**Q 7** : calculer la pulsation propre non amortie  $\omega_0$  avec cette valeur puis mettre  $H_2(s)$  sous la forme canonique la plus simple numériquement.

### Étude de l'asservissement en position avec perturbation

**Q 8** : déterminer littéralement la fonction de transfert  $H_3(s) = \frac{\lambda(s)}{F(s)}$ , en considérant  $\lambda_C(s) = 0$ .

Mettre  $H_3(s)$  sous forme canonique, préciser l'ordre du système et déterminer les caractéristiques de la fonction de transfert.

**Q 9** : avec la valeur déterminée à la question 6, le système vérifie-t-il le cahier des charges ?

### Étude de la réponse en fréquence sans perturbation

Le dépassement est un paramètre permettant de juger de la stabilité d'un système. Nous allons voir prochainement que le critère de la marge de phase permet d'être plus précis quant à la stabilité du système. Cette dernière se définit sur la FTBO.

Soit  $\omega_c$  la pulsation de coupure de la FTBO, c'est-à-dire la pulsation pour laquelle  $20 \log(\text{FTBO}(j\omega_c)) = 0 \text{ dB}$ .

On appelle alors marge de phase l'écart de phase suivant :  $M_\varphi = 180^\circ + \arg(\text{FTBO}(j\omega_c))$ . Le système est alors stable si cette marge est positive, et d'autant plus stable qu'elle est grande.

**Q 10** : déterminer littéralement puis numériquement l'expression de la FTBO( $s$ )

**Q 11** : tracer les diagrammes asymptotiques de Bode de FTBO( $s$ )

Échelles : 5 cm pour 1 décade ; 2 cm pour 20 dB ; 2 cm pour  $90^\circ$ .

On justifiera les tracés en indiquant la méthode employée et en déterminant les équations des asymptotes de gain.

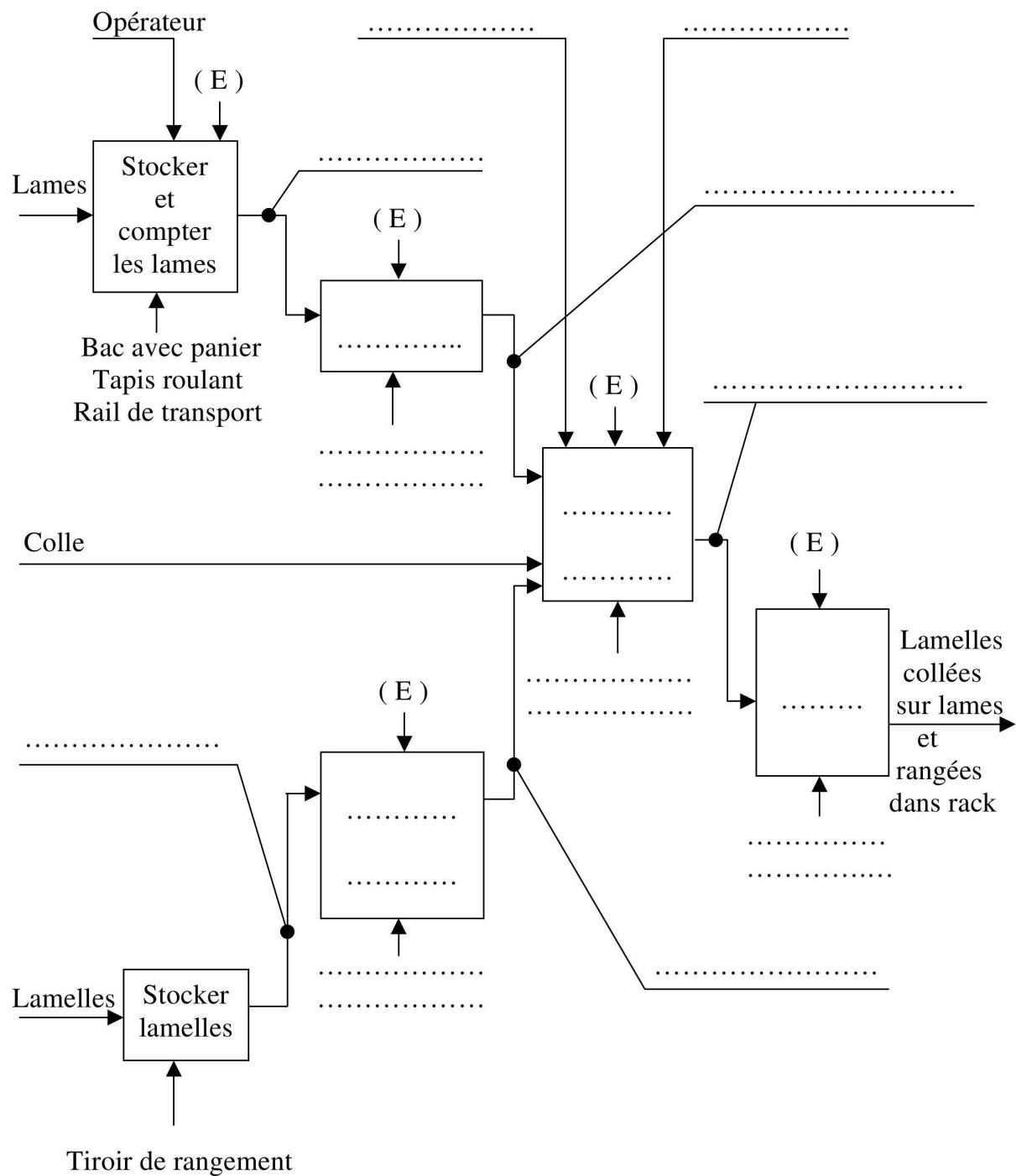
**Q 12** : calculer numériquement, puis vérifier graphiquement, la valeur de la marge de phase.

**Q 13** : conclure quant à la capacité de ce système à vérifier les performances du cahier des charges.

### Caractéristiques des composants

<ul style="list-style-type: none"> <li>– amplificateur de gain <math>A = 10^4 \text{ V/m}</math> ;</li> <li>– résistance d'induit <math>R = 10 \Omega</math> ;</li> <li>– constante de couple <math>k_c = 20 \times 10^{-3} \text{ Nm/A}</math> ;</li> <li>– constante de fcem <math>k_e = 20 \times 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{s}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– inertie du rotor <math>J = 10^{-6} \text{ kg/m}^2</math> ;</li> <li>– réduction du réducteur <math>r = 20</math> ;</li> <li>– pas du mécanisme vis-écrou <math>p = \frac{\pi}{2} 10^{-3} \text{ m}</math> ;</li> <li>– gain du capteur de position <math>k_p = 1</math>.</li> </ul>
---	--

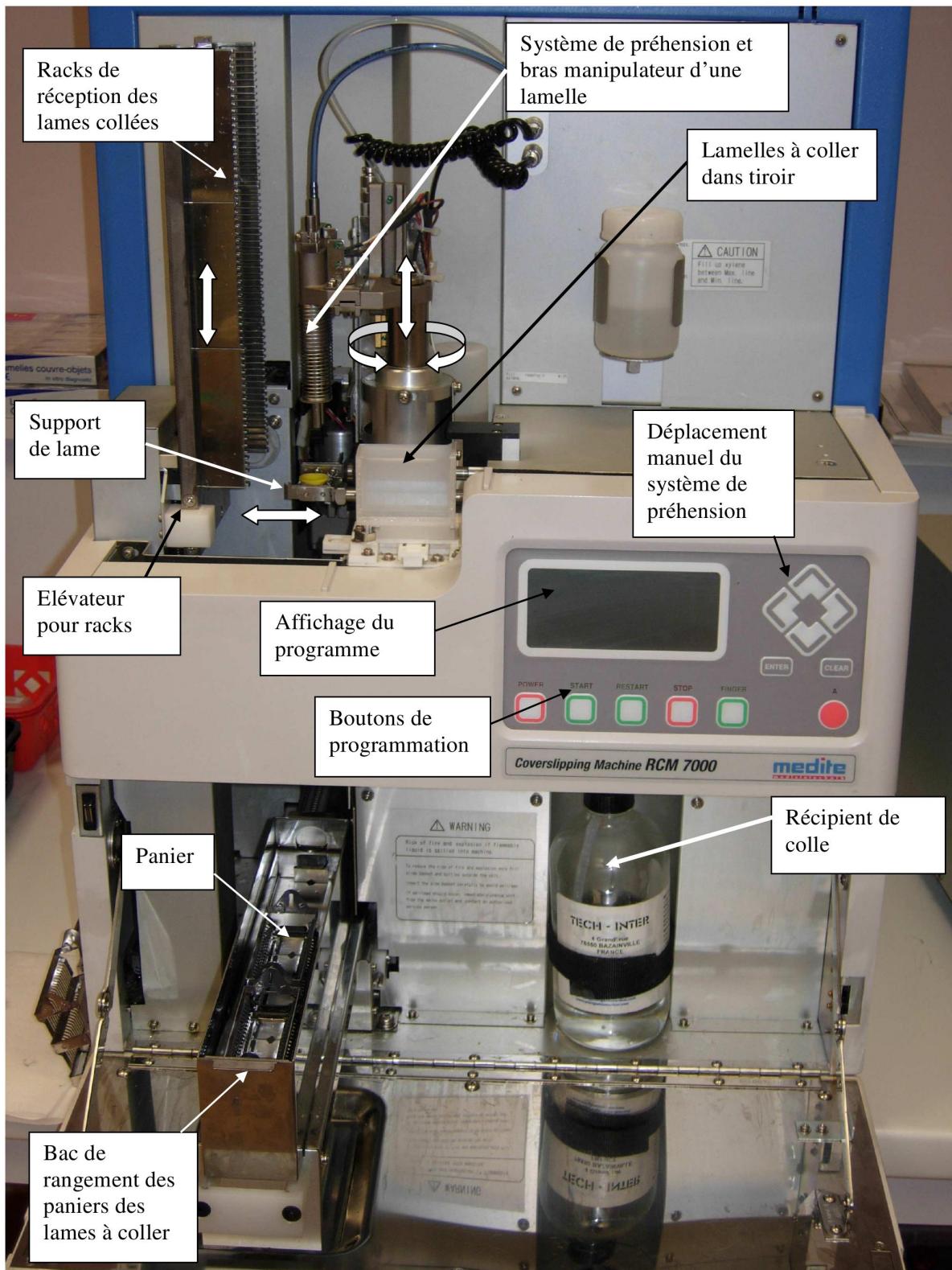
### 2.5.3 SADT A0



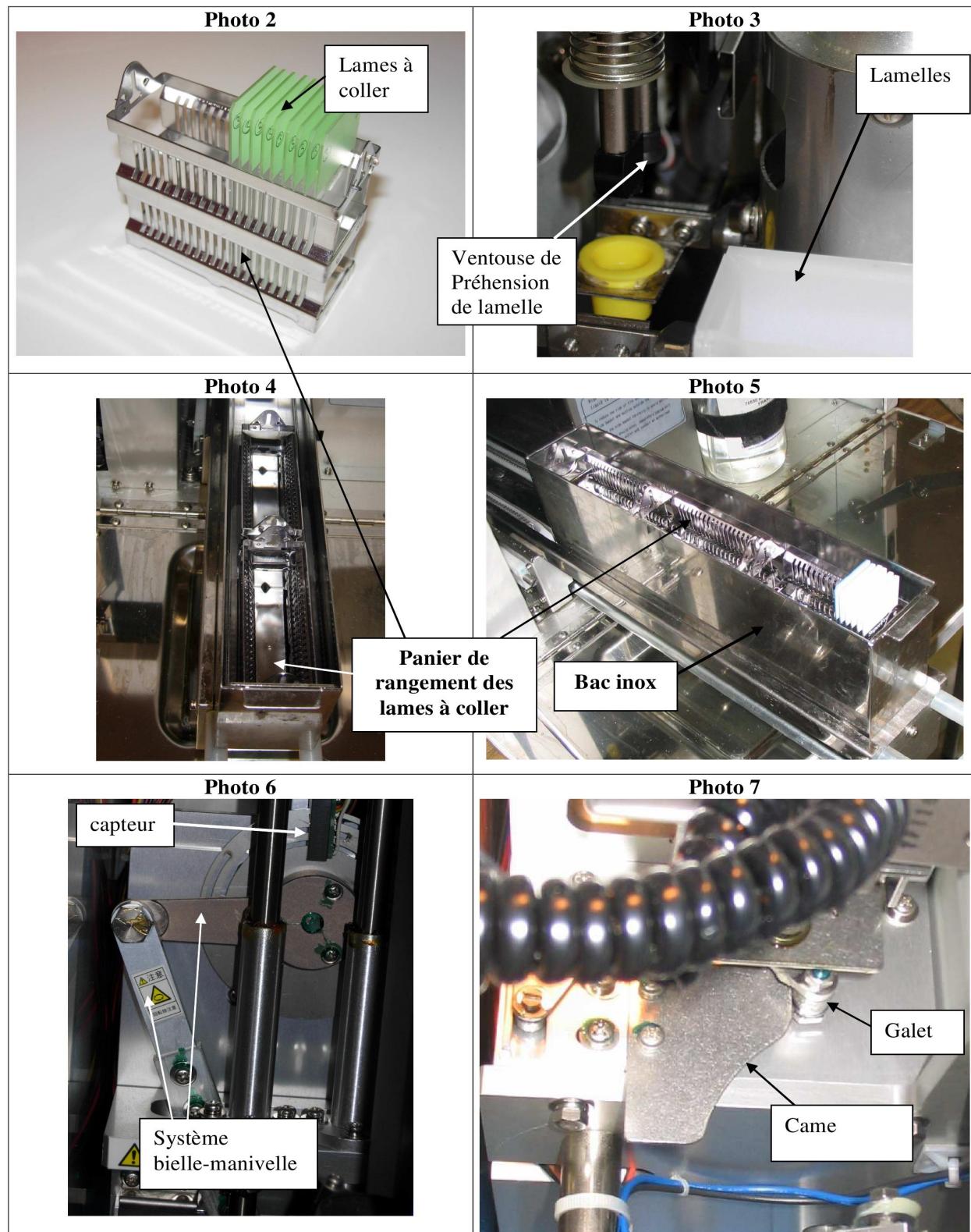
**A 0**

( E ) : énergie électrique

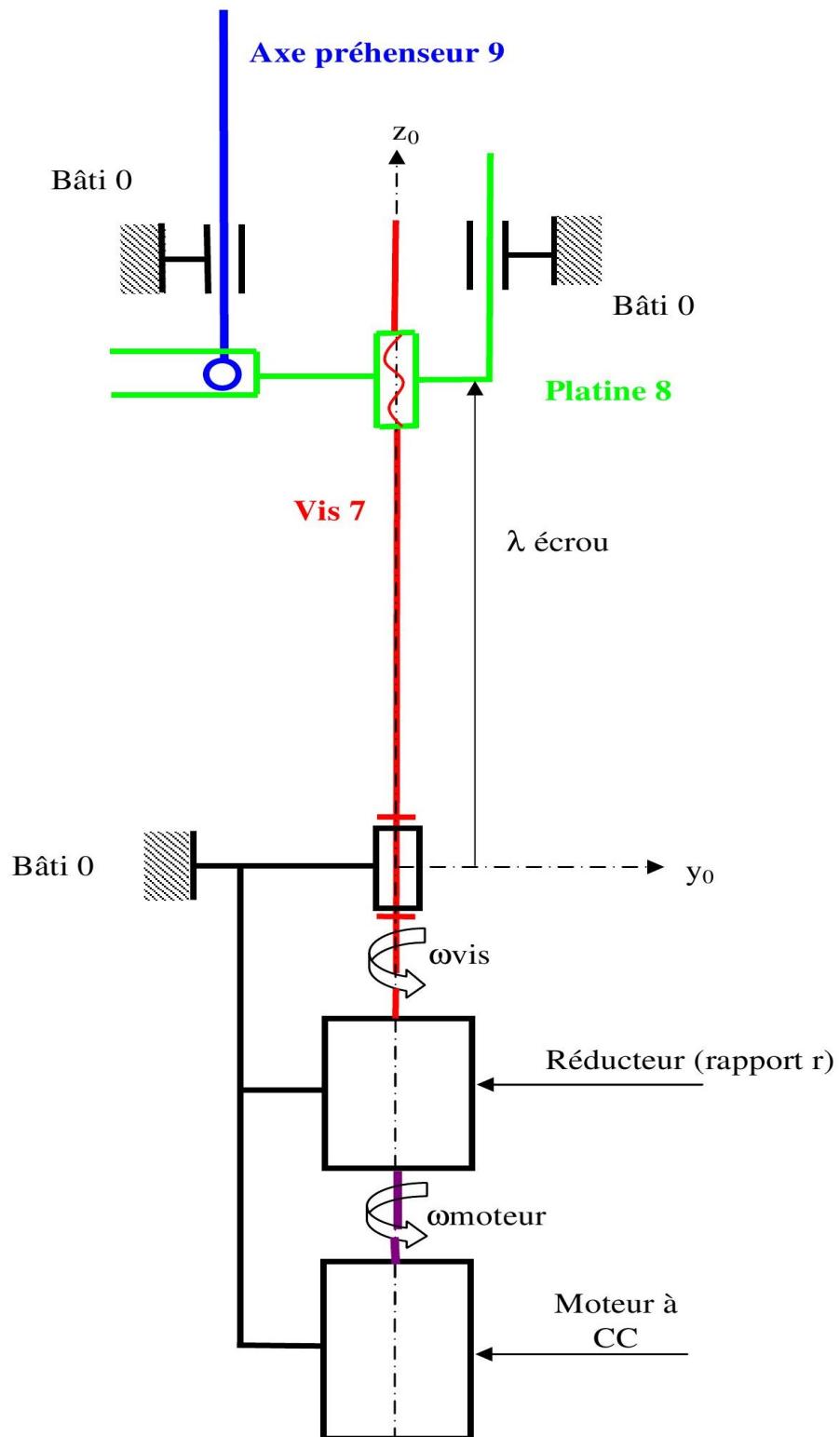
## 2.5.4 Document 1



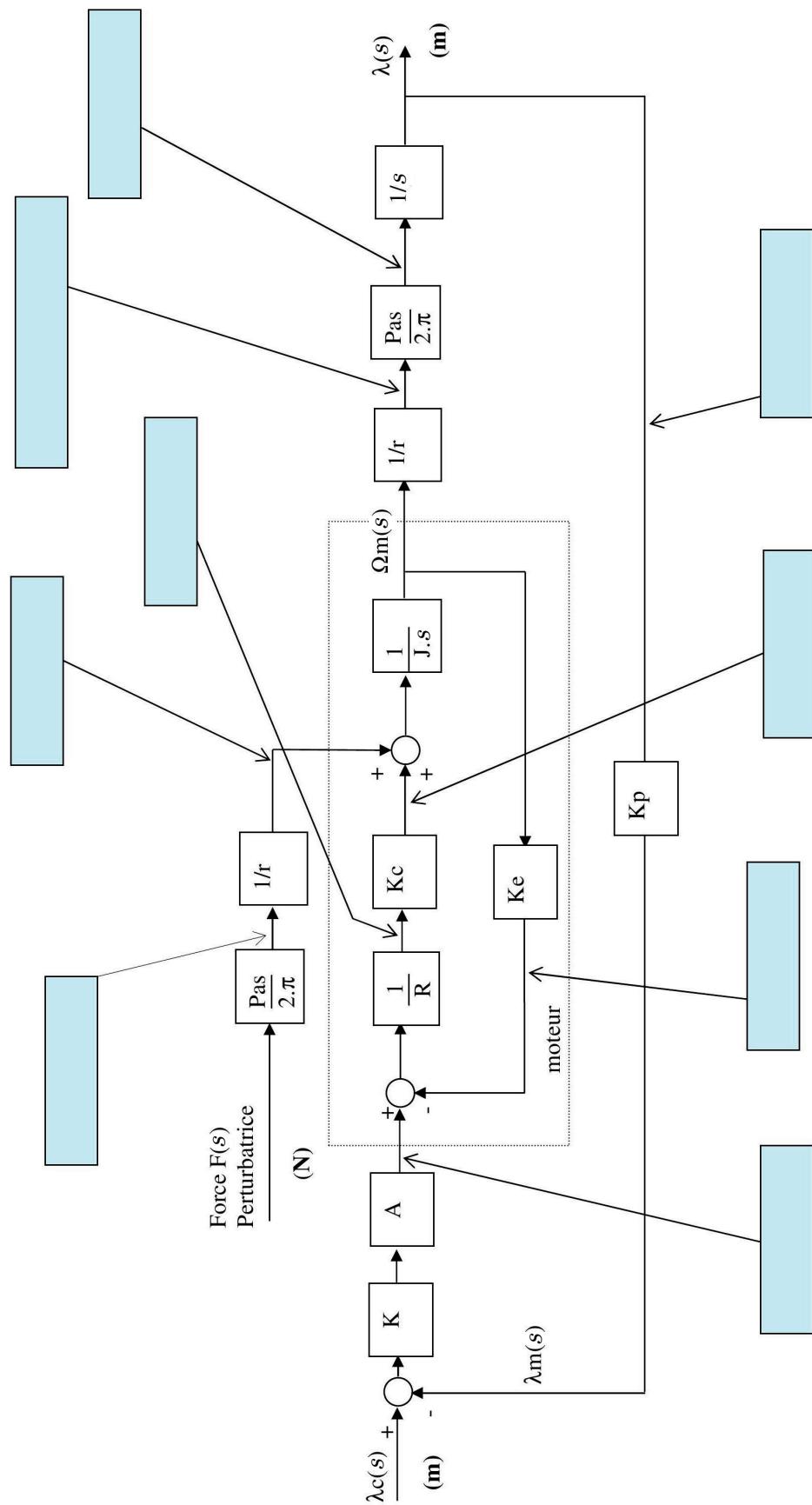
## 2.5.5 Document 2



## 2.5.6 Document 3



### 2.5.7 Document 4



## 2.6 Drone quadrirotor

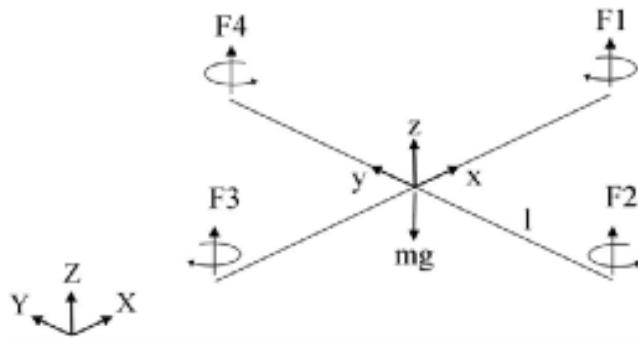
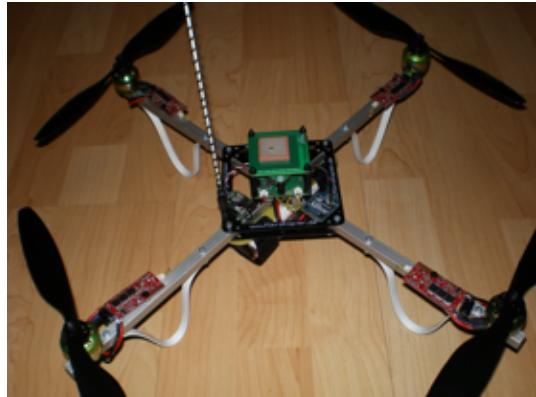


FIGURE 2.14 – Drone quadrirotor

Cet hélicoptère quadri-rotor à pas fixe est une configuration très répandue dans le monde des micro-drones. Alors que les hélicoptères classiques utilisent un système mécanique complexe de pas cyclique et collectif, le quadri-rotor ne dispose d'aucun organe mécanique spécifique et assure son contrôle en agissant uniquement sur la vitesse de rotation de ses rotors. Cette simplicité permet de disposer d'un véhicule de faible coût, robuste et facile à miniaturiser.

Le contrôle vertical de l'appareil (translation suivant l'axe  $Z$ ) est obtenu en faisant varier simultanément la vitesse de rotation des quatre moteurs. Le contrôle en roulis (rotation autour de  $X$ ) et en tangage (rotation autour de  $Y$ ) est obtenu en faisant varier de manière différentielle les vitesses de rotation des moteurs d'un même axe ( $\frac{\omega_2}{\omega_4}$  pour le roulis et  $\frac{\omega_1}{\omega_3}$  pour le tangage).

L'objectif est d'étudier le comportement du quadrirotor lors du décollage, mouvement de translation vertical selon l'axe  $Z$  (moteurs  $F1$ ,  $F2$ ,  $F3$  et  $F4$  actifs).

Après réglage des différents paramètres de la boucle d'asservissement, certains critères extraits du cahier des charges fonctionnel seront vérifiés.

accélération verticale	– vers le haut $3g$ ; – vers le bas $-0,5g$ .
précision	pas d'erreur statique
stabilité	– marge de phase minimale $35^\circ$ ; – dépassement maximal inférieur à $5\%$ .
rapidité	temps de réponse à $5\%$ inférieur à $0,6$ s

TABLE 2.3 – Extrait du cahier des charges en phase de décollage

### 2.6.1 Linéarisation du modèle du moteur

Les moteurs choisis sont des moteurs synchrones sans balais à 14 pôles de type Hacker A20-54 entraînant directement l'hélice, sans réduction



FIGURE 2.15 – Hélice du drone

Sous certaines hypothèses simplificatrices, l'équation globale modélisant le moteur et sa commande peut se mettre sous la forme suivante

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{\tau}\omega - k_Q\omega^2 + \frac{k_v}{\tau}u$$

où  $u$  représente la tension de commande du moteur,  $\omega$  sa fréquence de rotation,  $\tau$  et  $k_v$  des constantes caractéristiques de l'ensemble {moteur + hélice}. En particulier, le terme  $-k_Q\omega^2$  provient du couple de frottement aérodynamique de l'air sur l'hélice tournant à grande vitesse.

L'équation du modèle du moteur fait apparaître un terme non linéaire en  $\omega^2$ , qui ne peut pas être pris en compte dans la méthode usuelle par transformation de Laplace. On linéarise donc l'équation autour du point de fonctionnement  $\omega_0$ , fréquence de rotation du moteur qui permet de maintenir le mini-drone en équilibre en vol stationnaire ; cette vitesse sera déterminée dans le paragraphe suivant.

1. En posant  $\omega = \omega_0 + \delta\omega$  et  $u = u_0 + \delta u$  déterminer l'équation stationnaire liant  $\omega_0$  et  $u_0$ . Montrer que l'équation différentielle liant  $\delta\omega$  et  $\delta u$  est de la forme  $\frac{d(\delta\omega)}{dt} = -A\delta\omega + B\delta u$ . Exprimer  $A$  et  $B$  en fonction des paramètres  $\tau$ ,  $k_v$ ,  $k_Q$  et  $\omega_0$ . On note  $\Delta\Omega(s)$  la transformée de Laplace de  $\delta\omega$  et  $\Delta U(s)$  celle de  $\delta u$ .
2. Calculer la fonction de transfert du moteur  $\frac{\Delta\omega(s)}{\Delta U(s)}$  et donner l'expression de ses paramètres caractéristiques (gain statique  $G_s$  et constante de temps  $T_m$ ) en fonction des paramètres  $\tau$ ,  $k_v$ ,  $k_Q$  et  $\omega_0$ .

### 2.6.2 Recherche du point de fonctionnement $\omega_0$

Dans le mouvement de déplacement vertical d'axe  $Z$  de l'appareil, les quatre moteurs tournent à la même vitesse et fournissent la même poussée  $F$  ( $F = F_1 = F_2 = F_3 = F_4$ ).

La masse totale du mini-drone (moteurs inclus) est  $m = 240$  g. On prendra  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

3. Écrire l'équation du mouvement sur l'axe vertical et calculer numériquement la poussée  $F_0$  que doit exercer un seul moteur pour maintenir l'appareil en vol stationnaire.

La poussée  $F$  (portance aérodynamique) varie avec  $\omega^2$ . Des mesures réalisées sur un seul groupe moto-propulseur ont permis de tracer la courbe liant  $F$  à la fréquence de rotation  $\omega$  en rad/s.

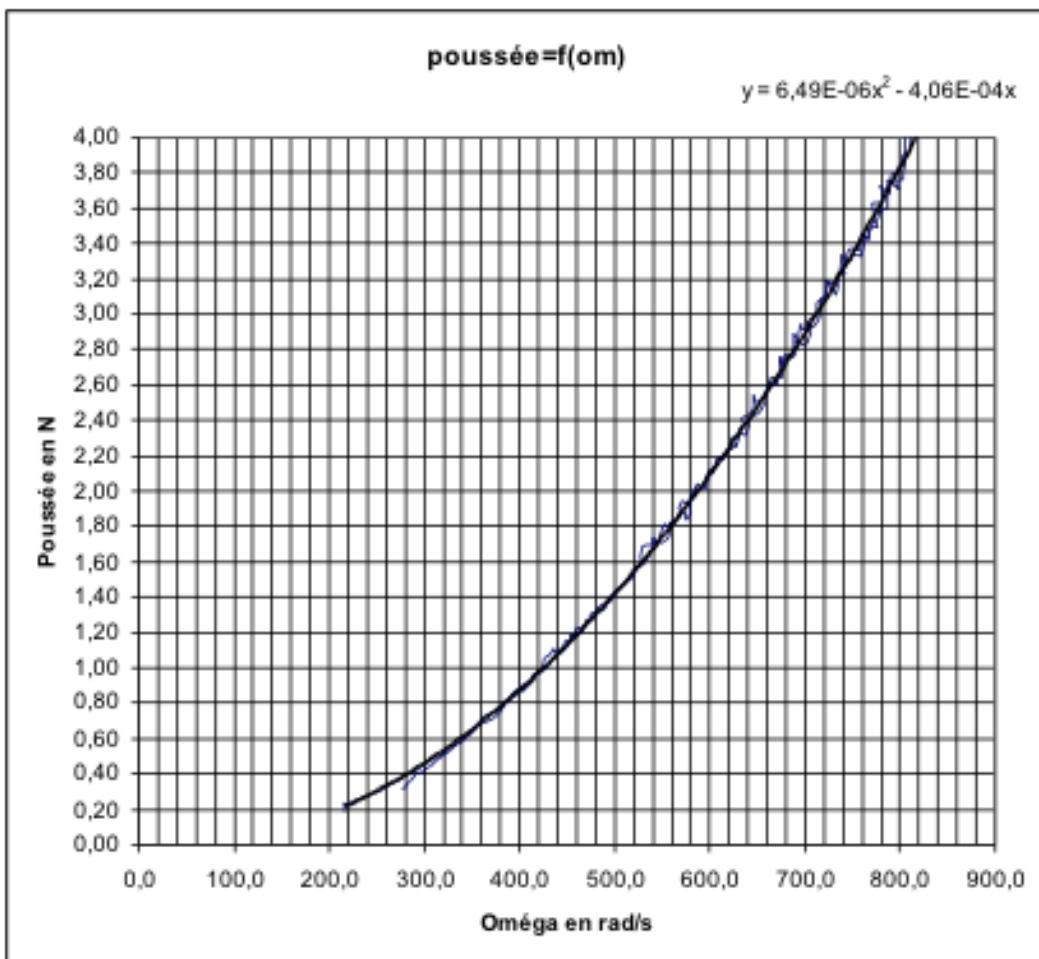


FIGURE 2.16 – Poussée

4. Déterminer la fréquence de rotation  $\omega_0$  des moteurs en vol stationnaire. Vérifier si le critère du cahier des charges sur l'accélération verticale vers le haut et vers le bas est respecté et indiquer pour quelle vitesse moteur ces accélérations maximales sont atteintes. Le même essai a également permis de tracer la courbe liant la tension de commande  $u$  et la fréquence de rotation  $\omega$  en rad/s en régime permanent lorsque  $\frac{d\omega}{dt}$

La constante de temps du moteur est  $\tau = 126$  ms (constante de temps du modèle avant linéarisation). La courbe de tendance proposée ci-dessus est de la forme  $y = ax^2 + bx$  avec  $a = 2,72 \times 10^{-5}$  et  $b = 2,68 \times 10^{-3}$ .

5. Déterminer l'expression des coefficients  $k_v$  et  $k_Q$  en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $\tau$ . Préciser l'unité des coefficients  $k_v$  et  $k_Q$ .

On peut ainsi en déduire le modèle numérique  $\frac{\Delta\omega(s)}{\Delta U(s)}$  du moteur linéarisé autour de son point de fonctionnement. Pour la suite de l'étude, on retiendra le modèle suivant  $\frac{\Delta\omega(s)}{\Delta U(s)} = \frac{37,5}{1 + \frac{s}{77}}$ .

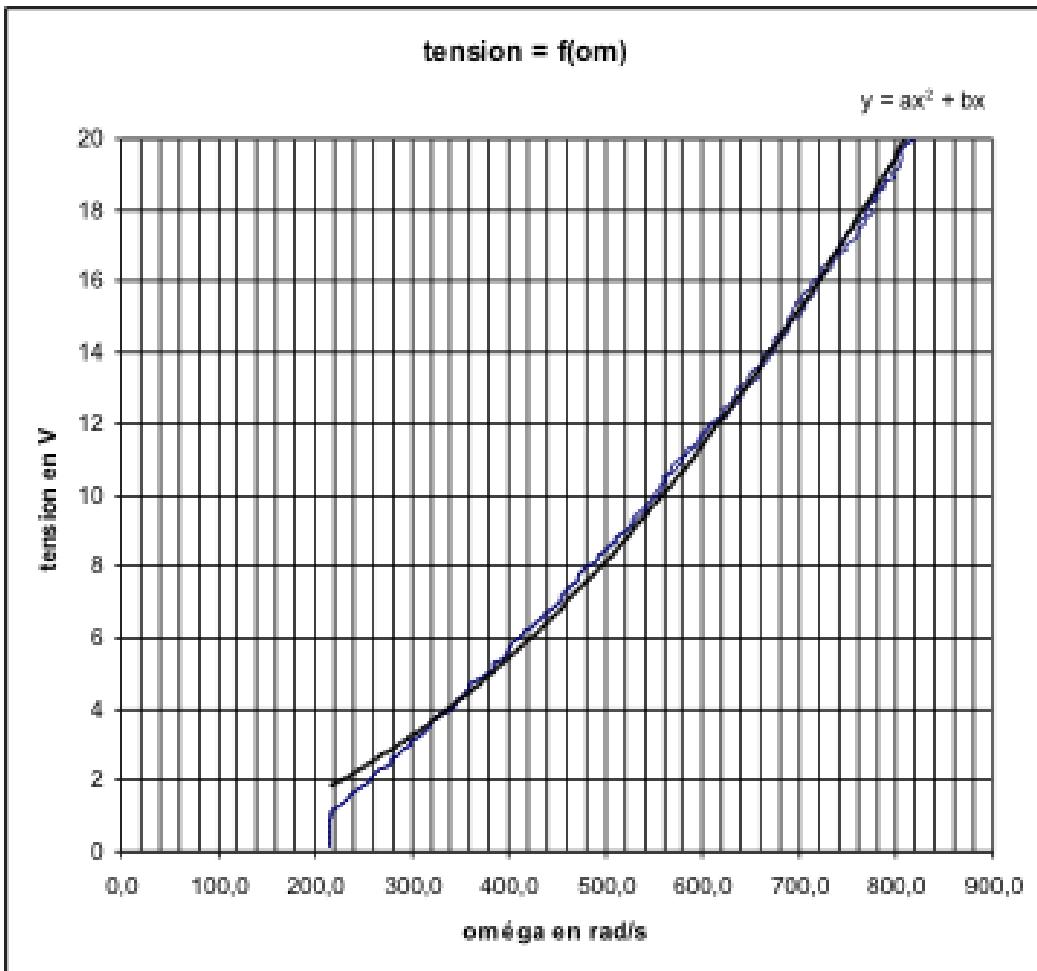
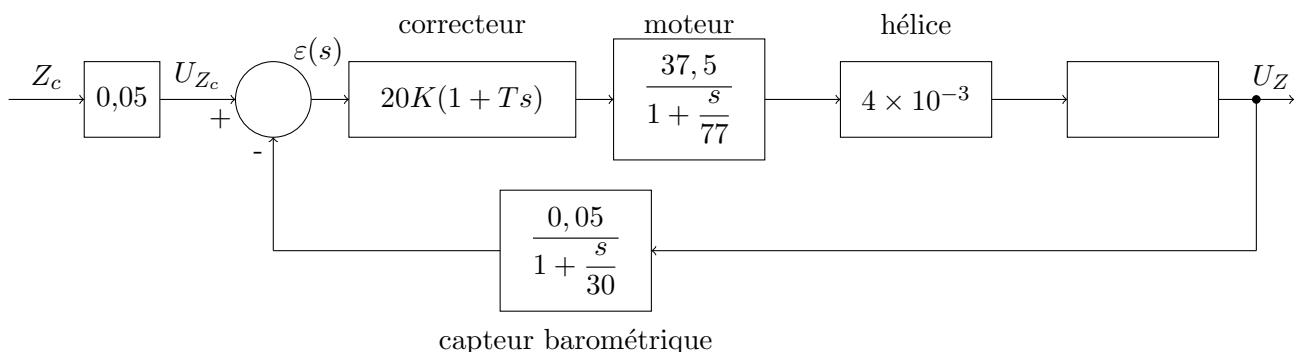


FIGURE 2.17 – Tension

### 2.6.3 Schéma-bloc de l'asservissement vertical

L'asservissement vertical du mini-drone peut être représenté après linéarisation des différentes fonctions de transfert autour du point de fonctionnement  $\omega_0$ , par le schéma-bloc suivant



Le gain du capteur barométrique est de  $0,05 \text{ V/m}$ . On pose  $z = z_0 + \delta z$ ,  $\Delta Z(s)$  la transformée de Laplace de  $\delta z$ ,  $F = F_0 + \delta F$  où  $F$  représente la poussée d'un seul moteur et on utilise l'équation linéarisée avec conditions initiales nulles.

6. Déterminer la fonction de transfert  $\frac{\Delta Z(s)}{\Delta F(s)}$  à partir de l'équation du mouvement sur l'axe vertical. En déduire l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte.

Le gain de la fonction de transfert en boucle ouverte sera noté  $K_{BO} = 2,5K$ .

La courbe de phase du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte est représentée figure 2.18, en gras avec un correcteur proportionnel ( $T = 0$ ), en trait fin avec le correcteur retenu ( $T = 0,2$  s).

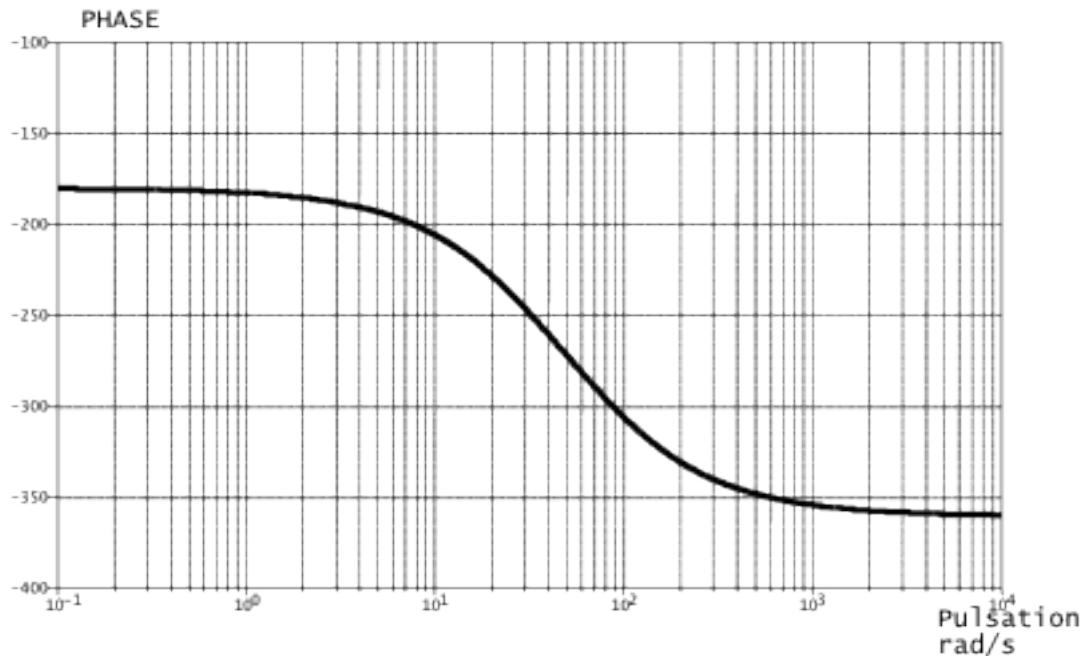


FIGURE 2.18 – Courbe de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte

7. Représenter le diagramme asymptotique de la courbe de gain avec le correcteur ( $T = 0,2s$  et  $K = 1$ ). Préciser les pentes et les pulsations de brisure du tracé. Le diagramme sera tracé entre 1 et 1000 rad/s, le gain sera compris entre  $-120$  dB et  $+10$  dB. Valeur numérique particulière :  $20 \log 2,5 = 8$ .
8. Justifier que pour  $K = 1$ ,  $\omega_0 \text{dB} \approx 1,5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . En déduire la marge de phase pour  $K = 1$ . Commenter.
9. Procéder au réglage du gain  $K$  du correcteur afin d'assurer la marge de phase de  $35^\circ$ , conforme au cahier des charges : on utilisera la courbe de phase ci-dessus et les valeurs simplifiées du tracé asymptotique précédent (gain de  $-20$  dB environ pour  $\omega = 5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).
10. Le critère de précision de l'extrait du cahier des charges est-il vérifié ? Justifier.

La figure 2.19 représente la position des pôles de la fonction de transfert en boucle fermée dans le plan complexe, pour la valeur du gain  $K$  précédemment déterminée.

11. Quels est (sont) le(s) pole(s) dominant(s) et déterminer la (leur) valeur(s) numérique(s).
12. Calculer l'expression littérale des pôles d'un système élémentaire du second ordre de pulsation propre  $\omega_0$  et de coefficient d'amortissement  $\xi < 1$ . En déduire la présence ou l'absence d'oscillations de la réponse du mini-drone lors d'un décollage, supposé modélisé par un échelon d'entrée d'amplitude 1 mètre. Le critère de stabilité est-il complètement vérifié ?

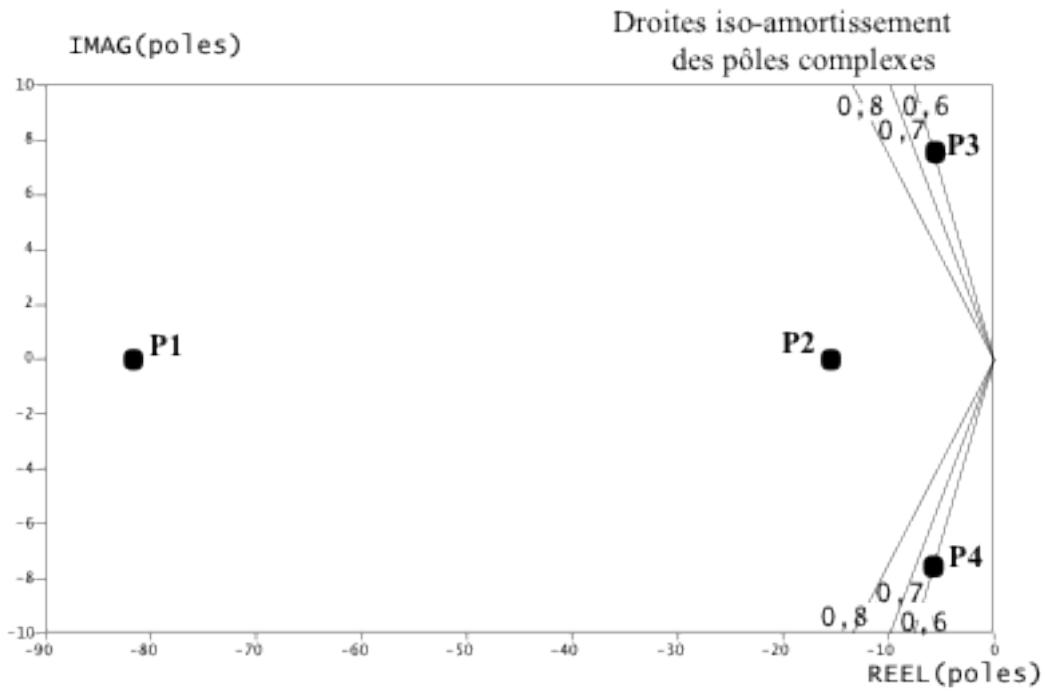


FIGURE 2.19 – Courbe de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte

La figure 2.20 représente le temps de réponse réduit  $t_{5\%}$  en fonction du coefficient d'amortissement  $\xi$ .

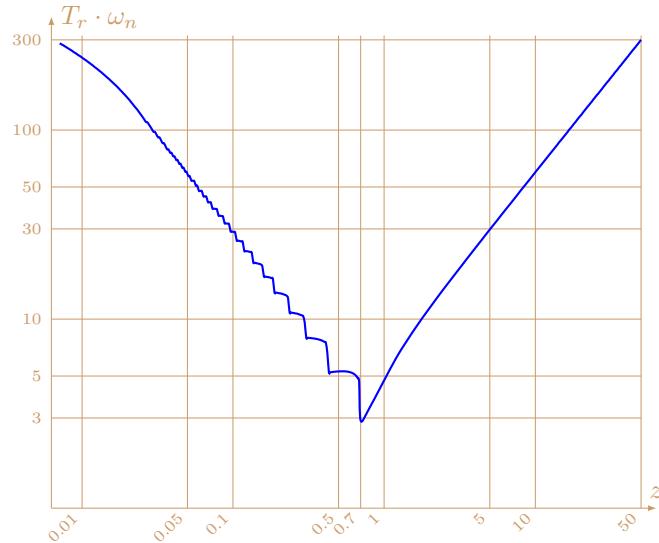


FIGURE 2.20 – Temps de réponse réduit  $t_{5\%}$  en fonction du coefficient d'amortissement  $\xi$

13. Après avoir estimé approximativement la pulsation propre associée au(x) pôle(s) dominant(s), déterminer si le critère de rapidité est vérifié ?

*Remarque pour information :* dans le cas de la réponse linéaire à un échelon d'entrée d'amplitude 1 mètre, la variation de vitesse de rotation des moteurs  $\delta\omega$  atteindrait alors des valeurs irréalistes de plusieurs milliers de rad/s. La réponse non linéaire sera alors nettement ralentie.

# 3

## Modéliser, analyser et expérimenter les comportements dynamique et énergétique d'une chaîne d'énergie d'un système

### 3.1 Propriétés inertielles d'un lanceur spatial

On s'intéresse aux propriétés inertielles du lanceur spatial Ariane 5. Le lanceur est constitué d'un étage principal dans lequel sont installés les satellites et de deux étages d'accélération à poudre qui assurent 90 % de la propulsion durant les deux premières minutes du vol. Pour élaborer les lois de pilotage automatique assurant le suivi de la trajectoire désirée, les concepteurs doivent déterminer les propriétés inertielles du lanceur. Dans ce problème, cette phase est conduite de façon simplifiée à un instant donné du vol et pour l'ensemble du lanceur (étage principal et ses deux étages d'accélération à poudre). La modélisation proposée est la suivante (figure 3.1) :

- l'étage principal (solide  $S_1$ ) est assimilé à un cylindre homogène de masse  $M$ , de longueur  $L$  et de rayon  $R$ ;
  - chacun des deux étages d'accélération à poudre (solide  $S_2$  et solide  $S_3$ ) est assimilé à un cylindre creux et homogène de masse  $m$ , de longueur  $l$ , de rayon intérieur  $r_i$  et de rayon extérieur  $r_e$ .
1. Déterminer la position dans le repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  des centres d'inertie respectifs  $G_1$ ,  $G_2$  et  $G_3$  des solides  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$ .
  2. Donner la forme des matrices d'inertie des solides  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$  exprimées dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et à leurs centres d'inertie respectifs.
  3. Déterminer la masse totale du lanceur  $M_t$  et la position dans le repère  $R$  du centre d'inertie  $G_t(x_{G_t}, y_{G_t}, z_{G_t})$  de l'ensemble du lanceur constitué des solides  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$ .
  4. Déterminer la matrice d'inertie de l'ensemble du lanceur exprimée dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et au point  $G_t$ .
  5. Compte tenu de la combustion, les propriétés inertielles évoluent dans le temps. Quelle modélisation pourrait être utilisée pour rendre compte ce phénomène ?

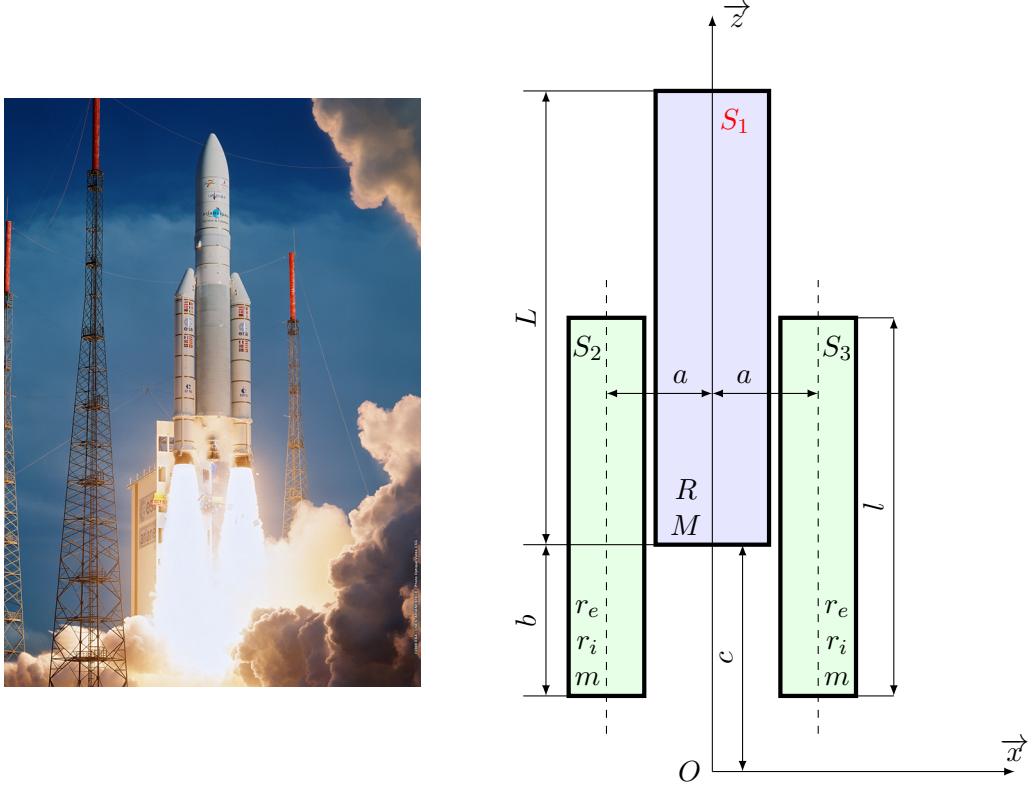


FIGURE 3.1 – Modèle de la fusée pour le calcul des éléments d’inertie

### 3.2 Chargeur d’outils de MOCN

L’usinage est une opération de transformation d’un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. On appelle le moyen de production associé à une opération d’usinage une machine outil ou un centre d’usinage. La génération d’une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à différents outils munis d’au moins une arête coupante.

Un chargeur d’outils est un système permettant de charger automatiquement l’outil utile stocké dans un magasin sur la broche pour une phase d’usinage donnée. Les différentes formes de pièces sont ensuite obtenues par des translations et des rotations de l’outil par rapport à la pièce à usiner. On s’intéresse donc au chargeur d’outils équipant la machine outils dont on donne une description structurelle ainsi qu’un modèle cinématique. Pour déterminer le couple moteur et résoudre les problèmes d’équilibrage, il est nécessaire de déterminer la matrice d’inertie de l’ensemble tournant 2.

1. Déterminer la matrice d’inertie de l’ensemble 2 lorsque le bras est équipé de deux outils montés symétriquement.
2. Déterminer la matrice d’inertie de l’ensemble 2 lorsque le bras n’est équipé que d’un seul outil.

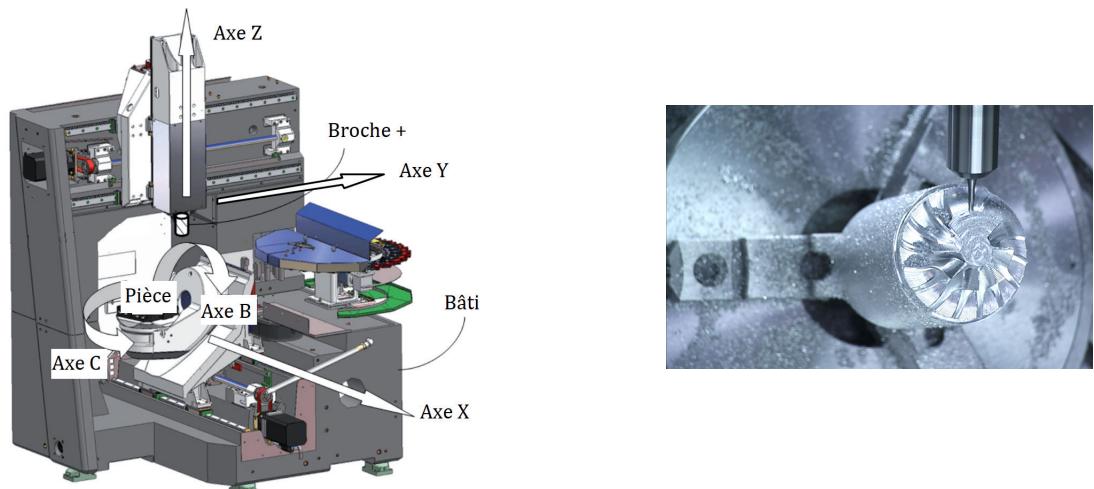


FIGURE 3.2 – Machine-outil à commande numérique 5 axes

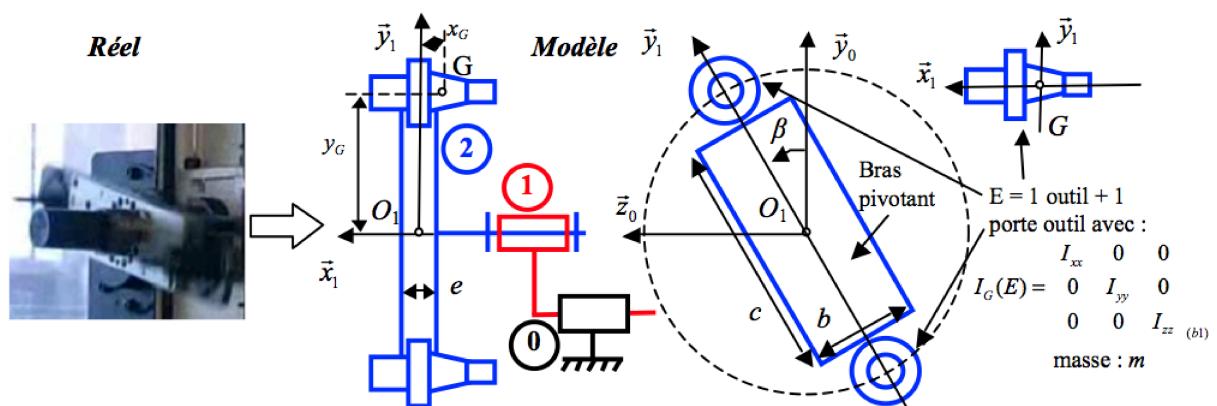


FIGURE 3.3 – Modélisation de l'ensemble tournant

### 3.3 Éolienne bipale

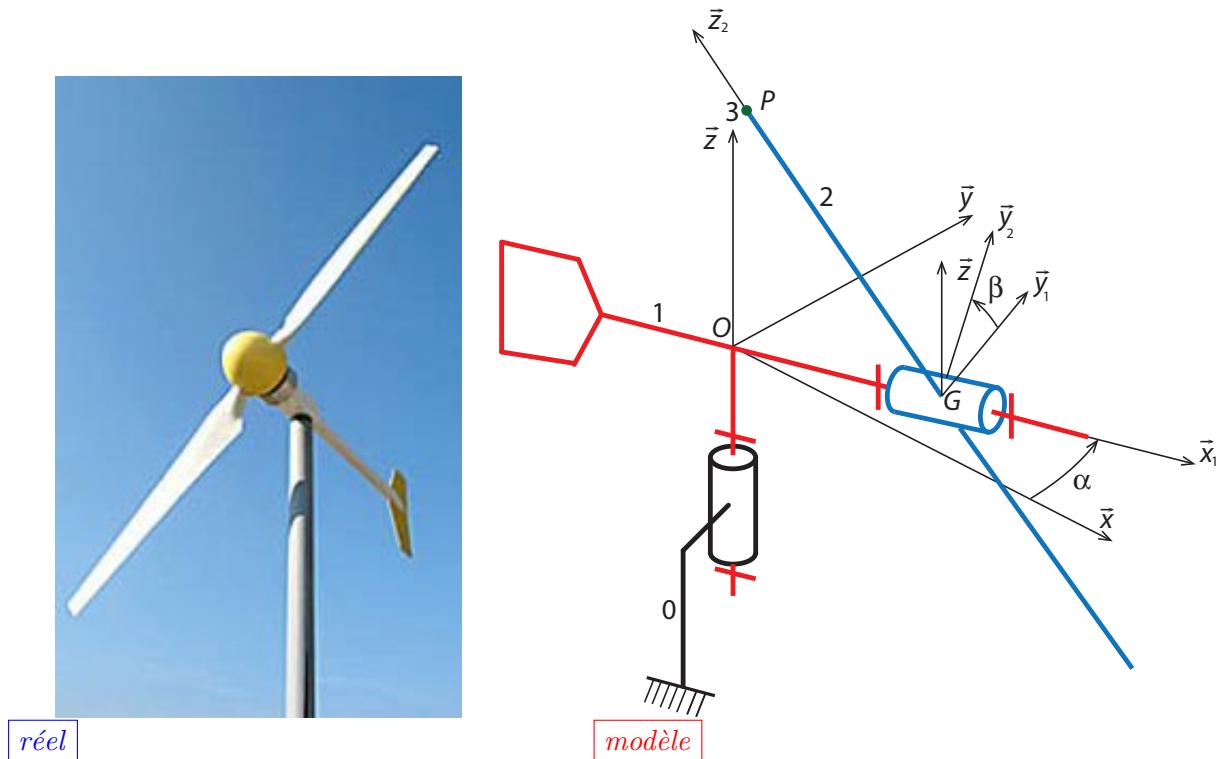


FIGURE 3.4 – Éolienne bipale

L'étude proposée a pour support une éolienne bipale. Elle est composée de trois sous-ensembles en mouvement par rapport à un bâti 0. Le paramétrage choisi est le suivant :

- mât 0 auquel est associé le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  ;
- girouette 1 à laquelle est associée le repère  $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$ , en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z})$  avec le mât 0 ; on note  $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_1)$  le paramètre angulaire entre les deux repères ; on note  $J$  le moment d'inertie de la girouette par rapport à l'axe  $(O, \vec{z})$  ;
- hélice 2 à laquelle est associée le repère  $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{x}_1)$  avec la girouette 1 ; on note  $\beta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$  le paramètre angulaire entre les deux repères ; on note  $M$  sa masse et  $G$  son centre d'inertie tel que  $\overrightarrow{OG} = a \vec{x}_1$  ; on donne la matrice de l'opérateur d'inertie de l'hélice ;

$$\mathcal{I}(G, 2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$$

On pose  $\overrightarrow{GP} = b \vec{z}_2$

- le déséquilibre potentiel de l'hélice est modélisé par un balourd 3 assimilé à une masse ponctuelle  $m$  au point  $P$ .

1. Déterminer la composante suivant la direction de  $\vec{z}$  du moment cinétique de la girouette 1 dans son mouvement par rapport au mât 0.
2. déterminer le moment cinétique  $\vec{\sigma}(O, 2/0)$  de l'hélice 2 dans son mouvement par rapport à 0.
3. En déduire la composante suivant  $\vec{z}$  du moment dynamique  $\vec{\delta}(O, 2/0)$
4. déterminer le moment cinétique  $\vec{\sigma}(O, 3/0)$  de la masse ponctuelle  $m$ .

5. déterminer l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble  $\Sigma = \{1, 2, 3\}$  dans son mouvement par rapport au mât 0.

### 3.4 Robot humanoïde<sup>1</sup>

La figure 3.5 ci-après présente la décomposition du cycle de la marche humaine. Elle est à la base de la modélisation qui a pour but de la reproduire sur le robot. Nous nous intéresserons exclusivement à la phase de poussée qui est repérée sur la figure 3.5.

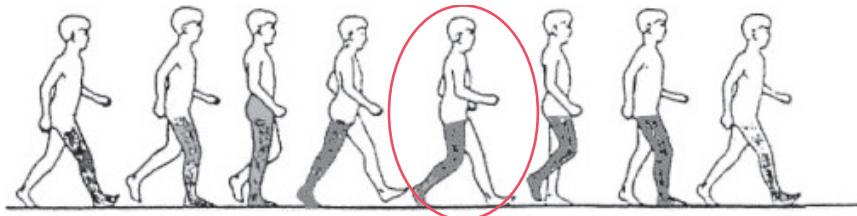


FIGURE 3.5 – Cycle de marche

Durant cette phase :

- dans un premier temps une jambe se déplace jusqu'à ce que son pied quitte le contact avec le sol ;
- ensuite la deuxième jambe fléchit ;
- sous l'effet de ces deux mouvements, le centre de gravité du robot, initialement à la verticale des deux pieds, se déplace ;
- lorsque la verticale du centre de gravité du robot ne rencontre plus la surface de contact du pied, le robot est déséquilibré et prêt à basculer autour de l'extrémité avant du pied ;
- il en résulte un mouvement de rotation du robot autour de l'extrémité avant du pied, jusqu'à ce que le deuxième pied entre à nouveau en contact avec le sol et que l'équilibre soit à nouveau rétabli.

On assimile le robot à un assemblage plan de 7 solides indéformables appelés « segments » (voir figure 3.6)

- deux « pieds » 5 ( $O_2A$ ) et 6 ( $O_6B$ ), chacun considéré comme une plaque homogène, de longueur  $2a = 90$  mm, de masse  $m = 0,15$  kg ;
- deux « tibias » 1 ( $O_2O_3$ ) et 4 ( $O_6O_5$ ), chacun considéré comme une tige homogène, de longueur  $2L = 220$  mm, de masse  $M = 2$  kg ;
- deux « cuisses » : 2 ( $O_3O_4$ ) et 3 ( $O_5O_4$ ), identiques aux deux tibias ;
- un « tronc » réduit, 7, assimilé à une masse ponctuelle  $p = 0,6$  kg, concentré au point  $O_4$ .

Ces segments sont articulés entre eux par des liaisons pivots d'axes parallèles à  $\vec{y}$ .

Ils se déplacent les uns par rapport aux autres grâce à des actionneurs non représentés sur le schéma. La figure 3.6 représente le robot dans une position intermédiaire caractérisée par les deux angles  $\alpha$  et  $\beta$  :

- $\alpha$  rotation d'axe ( $O_2, \vec{y}$ ) du tibia 1 par rapport à la verticale  $\vec{z}$  ;
- $\beta$  rotation d'axe ( $O_4, \vec{y}$ ) de la cuisse 3 par rapport à la verticale  $\vec{z}$ .

#### Données

- $\overrightarrow{O_2A} = \overrightarrow{O_6B} = 2a \vec{x}$  ;
- $\overrightarrow{O_3O_4} = \overrightarrow{O_6O_5} = 2L \vec{z}$  ;
- $\overrightarrow{O_2O_3} = 2L \vec{z}_1$  ;
- $\overrightarrow{O_4O_5} = 2L \vec{z}_2$  ;

---

1. D'après CCP TSI 2006

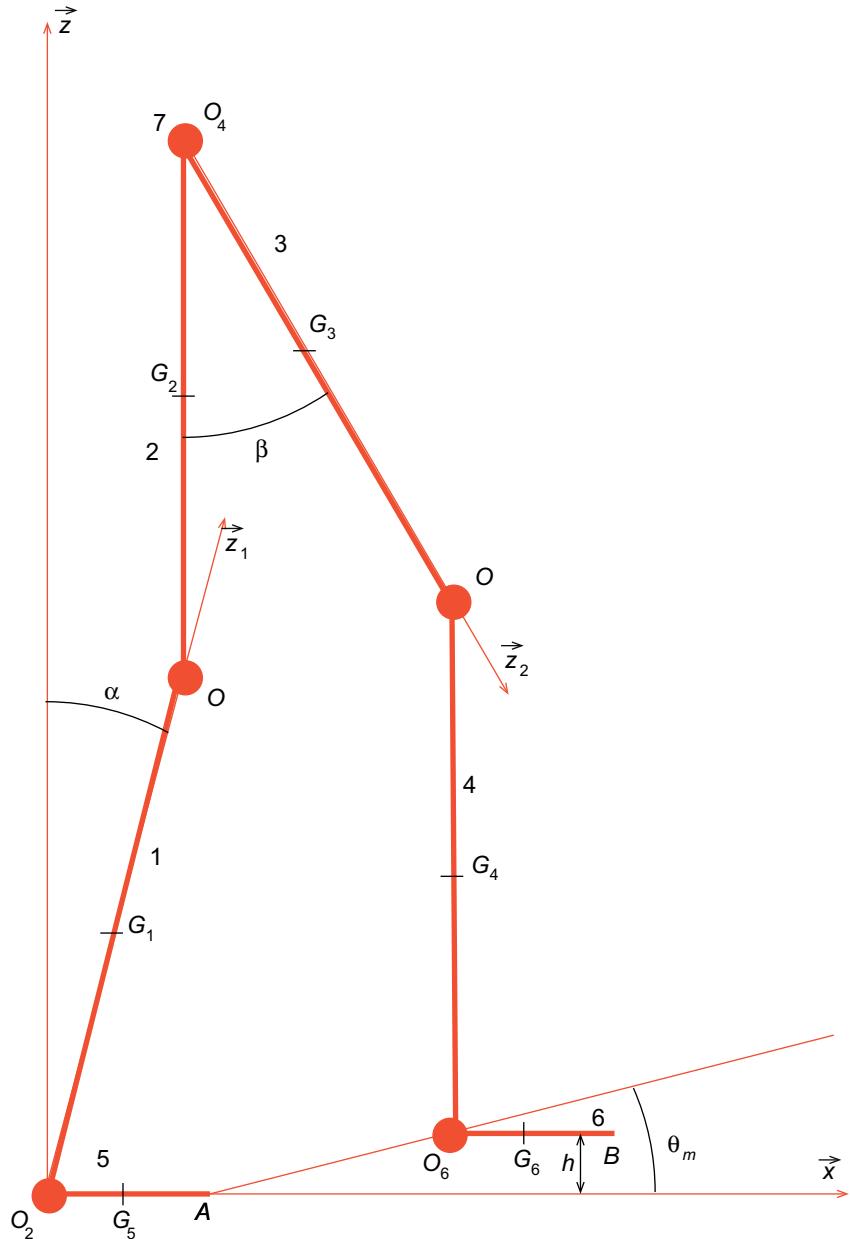


FIGURE 3.6 – Flexion du tibia

- masse de chacun des segments 1 , 2 , 3 et 4 :  $M = 2 \text{ kg}$  ;
- masse de chacun des pieds 5 et 6 :  $m = 0,15 \text{ kg}$  ;
- masse du tronc, concentrée en  $O_4$  :  $p = 0,6 \text{ kg}$ .

1. L'action du sol sur le pied 5 est assimilée à un glisseur appliquée en un point  $I$ , d'abscisse  $x$ , compris entre  $O_2$  et  $A$ . Soit  $x_G$  l'abscisse du centre d'inertie  $G$  du système articulé. Justifier que l'on doit avoir nécessairement  $x = x_G$  pour que le robot soit en équilibre.
2. Quelle est la valeur maximale que peut prendre  $x$  ?
3. Exprimer littéralement la coordonnée  $x_G$  du centre d'inertie  $G$  du système articulé, en fonction de  $a$ ,  $L$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $m$ ,  $p$  et  $M$ .
4. L'analyse de la marche humaine permet d'évaluer la valeur moyenne de  $\beta$ . On donne  $\beta = 30^\circ$ ,  $2a = 90 \text{ mm}$ ,  $2L = 220 \text{ mm}$ . Exprimer  $x_G$  en fonction de  $\alpha$  uniquement.
5. Déduire des questions précédentes la valeur maximale de  $\alpha$ . Calculer la hauteur  $h$  du pied 6. Calculer l'angle  $\theta_m$  qui correspond à la rotation maximale du robot autour du point  $A$ .

À partir de la position alors définie, tous les actionneurs maintiennent les segments du robot fixes les uns par rapport aux autres. Le robot peut alors être assimilé à un seul solide indéformable, qui effectue un mouvement de rotation autour de l'axe ( $A, \vec{y}$ ) sous l'action de son propre poids.

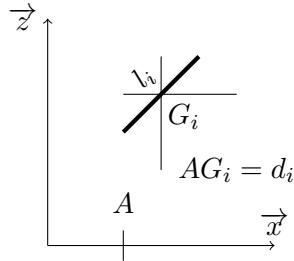


FIGURE 3.7 – Barre homogène

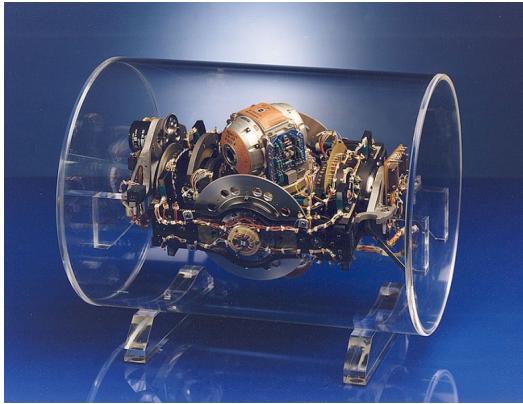
6. Rappeler ou calculer le moment d'inertie d'une barre homogène de longueur  $l_i$ , de masse  $m_i$ , de centre de masse  $G_i$ , par rapport à son axe ( $G_i, \vec{y}$ ). On note  $I(G, \vec{y})$  ce moment d'inertie. Exprimer littéralement le moment d'inertie  $I_i(A, \vec{y})$  de cette barre par rapport à l'axe ( $A, \vec{y}$ ), tel que  $AG_i = d_i$ .
7. Exprimer littéralement le moment d'inertie de l'ensemble du robot par rapport à l'axe ( $A, \vec{y}$ ). On note  $I(A, \vec{y})$  ce moment d'inertie. Calculer la valeur de  $I(A, \vec{y})$  sachant que :
  - $d_1 = 122,78 \text{ mm}$  ;
  - $d_2 = 324,19 \text{ mm}$  ;
  - $d_3 = 337,95 \text{ mm}$  ;
  - $d_4 = 152,77 \text{ mm}$  ;
  - $d_5 = 45 \text{ mm}$  ;
  - $d_6 = 123,91 \text{ mm}$  ;
  - $d_7 = 433,76 \text{ mm}$ .
8. Pour programmer les algorithmes qui permettront de commander les mouvements du robot lors de cette phase, il est nécessaire de connaître le temps de basculement du robot. Pour cela, écrire littéralement l'équation du mouvement du robot lors de son basculement autour du point  $A$ . En déduire le temps mis pour effectuer la rotation  $\theta_m$ .

### 3.5 Étude d'un gyroscope

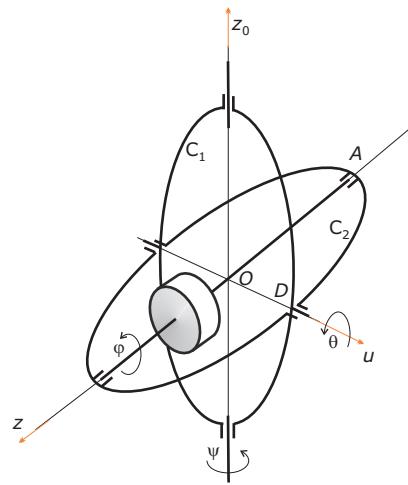
$R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est un repère galiléen orthonormé direct. On appelle *gyroscope* –  $S$  – un solide maintenu en rotation uniforme autour d'un de ses axes principaux d'inertie possédant trois degrés de liberté autour d'un point de son axe de rotation.  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est un repère galiléen orthonormé direct lié au gyroscope.

Le comportement et les réactions de ce solide lorsqu'il est en rotation rapide autour de son axe  $\Delta$ , se comprennent lorsque l'on fait les hypothèses suivantes :

- son moment cinétique  $\vec{\sigma}(O, S/R_0)$  est parallèle à  $\Delta$ , en raison de sa grande vitesse de rotation autour de cet axe (plusieurs centaines de tours par seconde dans les appareils gyroscopiques modernes) ;
- le module de  $\vec{\sigma}(O, S/R_0)$  est constant, ce qui est dû à l'absence de frottement dans la liaison entre le solide en rotation et son armature ou encore à la compensation d'un couple de frottement par un moteur.



réel



modèle

FIGURE 3.8 – Plateforme inertentielle Litton LN3-2A équipant les chasseurs F-104

On note

$$\mathcal{I}(O, S) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z})}$$

la matrice d'inertie du gyroscope en  $O$  dans la seconde base intermédiaire d'Euler.

Les armatures  $C_1$  et  $C_2$  ont même rayon noté  $a$ .

1. Notons  $\vec{\omega}(S/R_0)$  le vecteur taux de rotation de  $S$  par rapport  $R_0$ ,  $\omega_0$  sa composante suivant  $(O, \vec{z})$  et  $\vec{\Omega}$  la projection de  $\vec{\omega}(S/R_0)$  dans le plan perpendiculaire  $(O, \vec{z})$ . La définition d'un gyroscope entraîne que le rapport  $\lambda = \left| \frac{\Omega}{\omega_0} \right|$  est « petit ». Calculer ce rapport en fonction des angles d'Euler.
2. On note respectivement dans la seconde base intermédiaire d'Euler  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$  :
  - $\vec{\Gamma}_1 = L_1 \vec{u} + M_1 \vec{v} + N_1 \vec{z}$ , le moment en  $O$  des actions mécaniques appliquées  $C_1$  ;
  - $\vec{\Gamma}_2 = L_2 \vec{u} + M_2 \vec{v} + N_2 \vec{z}$ , le moment en  $O$  des actions mécaniques appliquées  $C_2$  ;
  - $\vec{\Gamma}_{21} = M_{21} \vec{v} + N_{21} \vec{z}$ , le moment en  $O$  des actions mécaniques exercées par  $C_2$  sur  $C_1$  ;
  - $\vec{\Gamma}_0 = L \vec{u} + M \vec{v}$ , le moment en  $O$  des actions mécaniques appliquées par  $C_2$  sur  $S$  ;
 On suppose les inerties respectives de  $C_1$  et  $C_2$  négligeables et que les liaisons pivots sont parfaites. Traduire alors les équilibres de  $C_1$  et  $C_2$ . En déduire les composantes de  $\vec{\Gamma}_0$ .

3. On applique maintenant en  $A$  une action mécanique représentée par un glisseur de résultante  $\vec{F}$  passant par  $A$  et normal au plan de  $C_2$ . En appliquant le principe fondamental de la dynamique  $S$ , en tenant compte des hypothèses « gyroscopiques », calculer l'angle de nutation  $\theta$  et la vitesse de précession  $\dot{\psi}$ . Conclure sur l'effet paradoxal du phénomène.  
Application numérique :  $F = 100\text{ N}$ ,  $a = 8\text{ cm}$ ,  $C = 1,5 \times 10^{-2}\text{ kg m}^2$ ,  $\omega_0 = 1500\text{ rad s}^{-1}$  et  $\theta_0 = 100^\circ$ .
4. On applique maintenant en  $D$  une action mécanique représentée par un glisseur de résultante  $\vec{F}$  passant par  $D$  et normal au plan de  $C_2$ . De faon identique la question précédente, déterminer la loi d'évolution de l'angle de nutation en fonction des hypothèses et de temps. Au bout de quel temps  $t_1$ , l'axe du gyroscope est-il vertical ? Que se passe-t-il alors ?

### 3.6 Équilibrage d'une roue<sup>2</sup>

Un équilibrage défectueux engendre des sollicitations dynamiques pouvant être importantes au niveau des liaisons de l'arbre (paliers). Ces vibrations sont source de bruits, de gêne à l'utilisation, et peuvent aller jusqu'à la détérioration du matériel par fatigue. Pour éliminer ces sollicitations il faut procéder à l'équilibrage du système. Les vitesses élevées auxquelles roulent les voitures actuelles ne peuvent être atteintes dans de bonnes conditions de confort et de sécurité, que si les véhicules sont exempts de vibrations. L'équilibreuse de roue permet d'annuler les vibrations provenant des défauts de répartition de masse du pneumatique. L'équilibreuse étudiée permet l'équilibrage des roues démontées.

Le modèle de l'étude (roue sur équilibreuse) est présenté à la figure 3.9. Il est composé ainsi :

- bâti 0 auquel est affecté le repère  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  ;
- arbre 1 en liaison pivot avec le bâti 0 d'axe  $(O, \vec{x}_0)$  réalisé par deux paliers à roulement modélisé par une liaison sphère/cylindre de centre  $A$  et de direction  $\vec{x}_0$  et une liaison sphérique de centre  $O$ . On pose  $\overrightarrow{OA} = -a\vec{x}_0$  ; le repère  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  lié à l'arbre 1 est tel que  $(\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta$  avec  $\dot{\theta} = \omega_0$  constante positive ; les caractéristiques de cet arbre sont :
  - centre d'inertie  $G_1$  tel que  $\overrightarrow{OG}_1 = -d\vec{x}_0$ ,
  - masse  $m_1$ ,
  - opérateur d'inertie de matrice en  $G_1$

$$\mathcal{I}(G_1, 1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} ;$$

- roue 2 à équilibrer encastrée sur l'arbre 1. Le repère  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  lié à la roue est tel que  $(\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \alpha$  est constant ; on pose  $\overrightarrow{OB} = b\vec{x}_0$  ; les caractéristiques de cette roue sont
  - centre d'inertie  $G_2$  tel que  $\overrightarrow{BG}_2 = h\vec{x}_0 + k\vec{z}_2$ ,  $h$  et  $k$  sont inconnus,
  - masse  $m_2$ ,
  - opérateur d'inertie de matrice en  $B$

$$\mathcal{I}(B, 1) = \begin{pmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} ;$$

2. D'après Y. Brémont et P. Réocreux « Mécanique 3 » – ellipses



*réel*

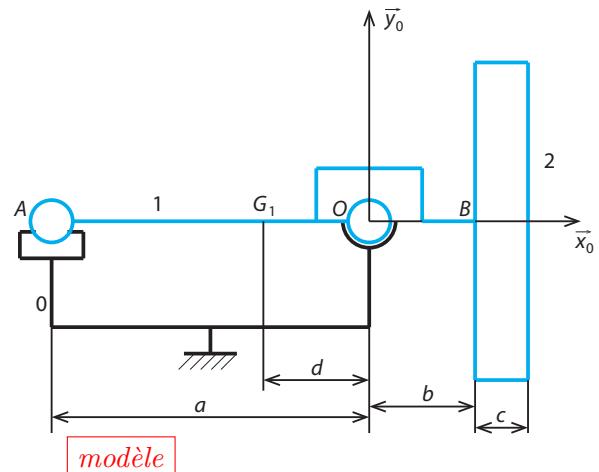


FIGURE 3.9 – Équilibrage d'une roue

1. Déterminer les actions mécaniques dans les paliers.
2. Calculer les produits d'inertie  $E_2$  et  $F_2$  ainsi que  $k$  et  $\alpha$  ;  
la roue sera équilibrée à l'aide de deux masselottes 3 et 4 assimilables à des masses ponctuelles de valeur respective  $m_3$  et  $m_4$  aux points  $M_3$  et  $M_4$  situés de part et d'autre de la jante sur le rayon  $r$ .
3. Écrire les conditions d'équilibrage de la roue 2.
4. Déterminer les valeur des masses  $m_3$  et  $m_4$  ainsi que leur position angulaire sur la jante.  
Calculer leurs valeurs numériques.

Données

$$m_1 = 3 \text{ kg} \quad m_2 = 18 \text{ kg} \quad a = 460 \text{ mm} \quad b = 80 \text{ kg} \\ \omega = 573 \text{ tr/min} \quad r = 190 \text{ mm} \quad c = 180 \text{ mm}$$

$\theta$ en degré	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$Z_O$ en N	44	18	-12	-40	-56	-58	-44	-18	13	40	57	58	44
$Z_A$ en N	-10	-1	10	18	21	18	11	1	-10	-18	-21	-18	-10

## 3.7 Bras de robot à muscles artificiels<sup>3</sup>

### 3.7.1 Présentation

On s'intéresse à un bras de robot à muscles artificiels dont on donne une description structurelle ainsi qu'une modélisation cinématique et un extrait partiel de cahier des charges fonctionnel. Pour s'approcher du comportement humain, le manipulateur est conçue à partir d'une structure anthropomorphe à sept degrés de liberté activés par des paires de muscles artificiels montés en opposition et utilisant l'énergie pneumatique.

3. D'après CCP MP 2001, Florestan Mathurin et Marc Derumaux

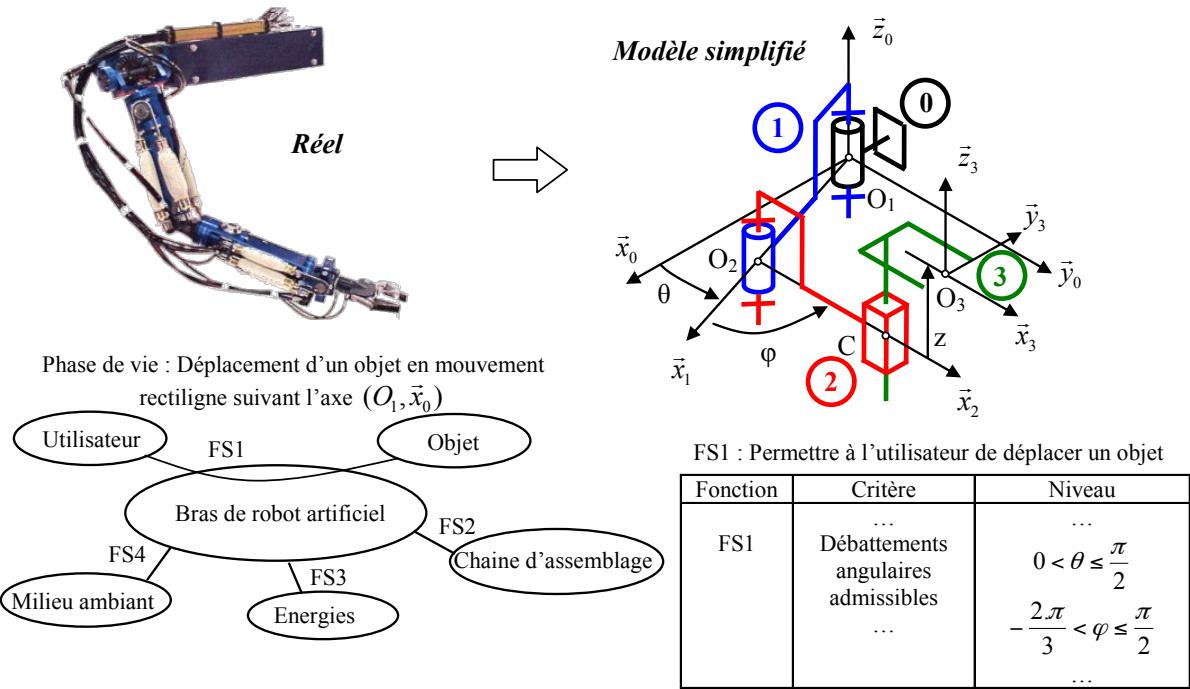


FIGURE 3.10 – Bras de robot à muscles artificiels

L'organisation des calculs à effectuer pour dimensionner ou pour piloter le manipulateur peut être décomposée suivant le graphe figure 3.10.

Dans un premier temps, la trajectoire est définie dans l'espace opérationnel (repère ( $O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ ) lié à la base du robot). Le mouvement sur la trajectoire est alors élaboré de façon à obtenir une évolution régulière entre le point de départ et le point d'arrivée. Cet objectif est réalisé en adoptant un profil d'accélération trapézoïdal.

Le calcul du modèle géométrique permet ensuite de lier les coordonnées articulaires (espace des positions relatives des corps du manipulateur) aux coordonnées opérationnelles, en fonction de la trajectoire opérationnelle adoptée. Ce calcul fournit les consignes de position articulaires à émettre vers les moteurs. Il donne également les débattements requis pour chaque articulation.

Le modèle cinématique qui lie les vitesses articulaires aux vitesses opérationnelles et aux positions articulaires permet d'élaborer les vitesses articulaires « objectif » qui peuvent être utilisées pour le dimensionnement des moteurs ou comme signal d'anticipation pour leur commande.

Le modèle dynamique qui lie les accélérations articulaires aux accélérations opérationnelles ainsi qu'aux vitesses et positions articulaires permet de déterminer les couples à fournir par les moteurs pour réaliser le mouvement désiré. Ces calculs permettent de dimensionner les moteurs ou de procéder à une anticipation lors de leur commande.

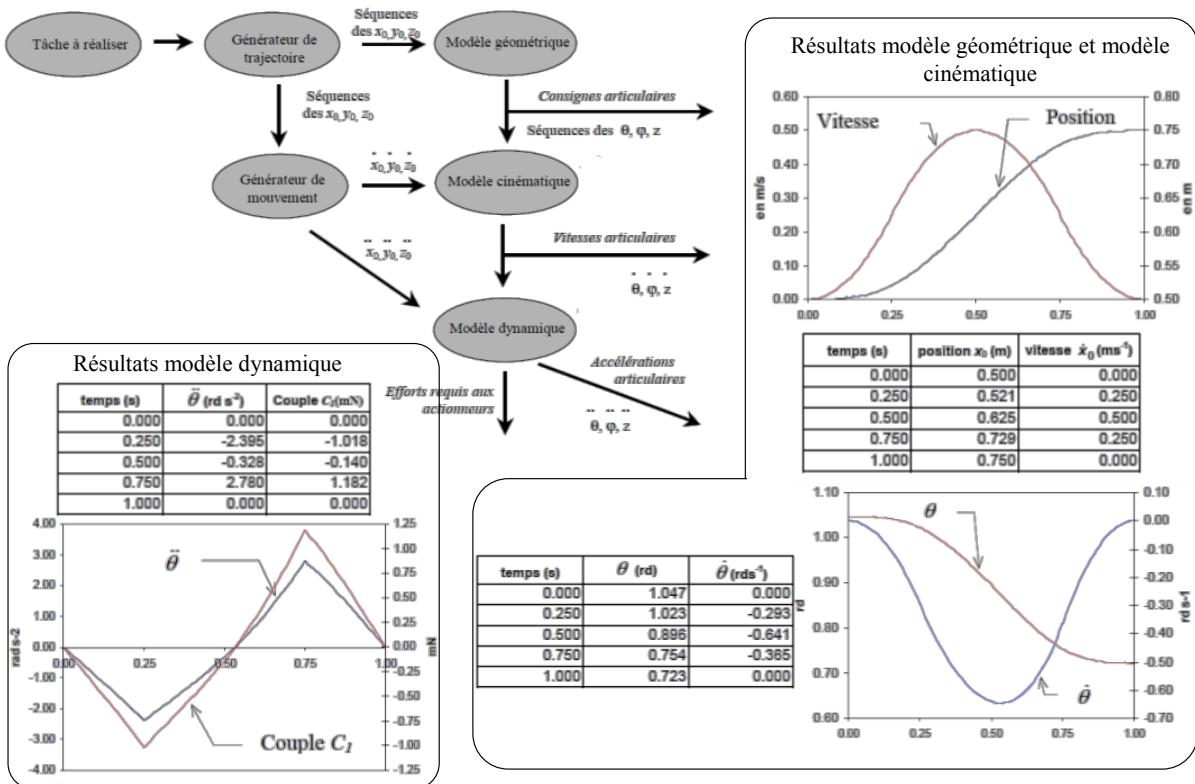


FIGURE 3.11 – Résultats de modèles

### 3.7.2 Élaboration du modèle géométrique

**Générateur de trajectoire** Le générateur de trajectoire du manipulateur est chargé d’élaborer la stratégie de ralliement d’un point à partir d’un autre point. La trajectoire opérationnelle est paramétrée par l’abscisse curviligne  $s$ . Lorsque le mouvement sur cette trajectoire est fixé par une succession d’accélérations constantes, les efforts que doivent développer les moteurs pour vaincre les effets inertIELS présentent également des discontinuités importantes qui excitent les dynamiques naturelles du manipulateur. C’est pourquoi, on adopte un profil d’accélération continu à l’ordre 0. La dérivée par rapport au temps  $\dot{a}$  de l’accélération, appelée jerk et notée  $J$ , varie alors en forme de créneaux. La valeur du jerk est de  $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$  pour réaliser un déplacement de  $s_0 = 0,5 \text{ m}$  à  $s_1 = 0,75 \text{ m}$  en un temps de parcours objectif de 1 s.

- À l’aide de la figure 3.12, tracer qualitativement l’évolution de l’accélération en fonction du temps avec  $a_0 = 0$  à l’instant initial  $t_0 = 0$ . Calculer les valeurs extrémales de l’accélération sur la trajectoire au cours du mouvement.

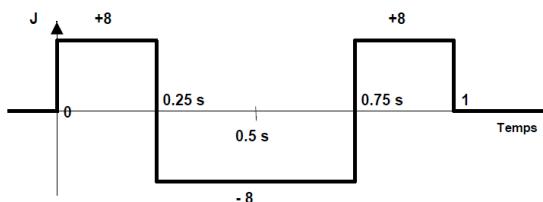


FIGURE 3.12 – Valeurs du jerk

Pour simplifier l'étude, on se limite à une étude avec 3 axes sur le manipulateur. La configuration du manipulateur est donc fixée par les trois coordonnées articulaires  $\theta$ ,  $\varphi$  et  $z$  qui fixent la position du repère  $R_3 = (O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  lié à l'organe terminal, par rapport au repère  $R_0 = (O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié à la base du manipulateur. Le vecteur position du point  $O_3$  est défini dans l'espace opérationnel par ses coordonnées dans le repère  $R_0$  telles que  $\overrightarrow{O_1O_3} = x_0 \vec{x}_0 + y_0 \vec{y}_0 + z_0 \vec{z}_0$ . L'accélération de la pesanteur  $\vec{g}$  est telle que  $\vec{g} = -g \vec{z}_0$  et le repère  $R_0 = (O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  qui sera considéré comme galiléen. L'optimisation du volume atteignable par l'organe terminal a conduit à adopter les longueurs projetées dans le plan  $(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$  avec  $O_1O_2 = O_2O_3 = L$ . Le manipulateur est constitué

- du bras 1 avec son équipement, de centre d'inertie  $G_1$  tel que  $\overrightarrow{O_1G_1} = \frac{L}{2} \vec{x}_1$ , de masse  $m$ , de longueur  $L$ , de moment d'inertie  $I$  par rapport à l'axe  $(G_1, \vec{z}_0)$  considéré comme un axe principal d'inertie, en liaison pivot sans frottement par rapport à la base fixe du manipulateur, d'axe  $(O_1, \vec{z}_0)$  caractérisé par l'angle  $\theta$ , soumis à un couple  $C_1 \vec{z}_0$  par l'intermédiaire d'un moteur dont le corps est solidaire du bâti 0 ;
- de l'avant-bras 2 avec son équipement, de centre d'inertie  $G_2$  tel que  $\overrightarrow{O_2G_2} = \frac{L}{2} \vec{x}_2$ , de masse  $m$ , de longueur telle que  $\overrightarrow{O_2C} = (L - r) \vec{x}_2$ , de moment d'inertie  $I$  par rapport à l'axe  $(G_2, \vec{z}_0)$  considéré comme un axe principal d'inertie, en liaison pivot sans frottement par rapport à la base fixe du manipulateur, d'axe  $(O_2, \vec{z}_0)$  caractérisé par l'angle  $\varphi$ , soumis à un couple  $C_{12} \vec{z}_0$  par l'intermédiaire d'un moteur dont le corps est solidaire du bras 1 ;
- du poignet 3, caractérisé par son centre  $O_3$ , de masse négligeable et tel que  $\overrightarrow{CO_3} = r \vec{x}_3 + z \vec{z}_0$ , en liaison glissière sans frottement par rapport à l'avant-bras 2, d'axe  $(C, \vec{z}_0)$  caractérisé par l'altitude  $z$  du centre de la pince  $O_3$ .

2. Réaliser le graphe d'analyse du système.

3. Soit  $\overrightarrow{O_1O_3} = x_0 \vec{x}_0 + y_0 \vec{y}_0 + z_0 \vec{z}_0$ . Établir le modèle géométrique direct du manipulateur, c'est-à-dire la relation donnant les coordonnées opérationnelles  $x_0$ ,  $y_0$  et  $z_0$  en fonction des coordonnées articulaires  $\theta$ ,  $\varphi$  et  $z$ .
4. Déterminer le modèle géométrique inverse du manipulateur, c'est-à-dire la relation donnant les coordonnées articulaires  $\theta$ ,  $\varphi$  et  $z$  en fonction des coordonnées opérationnelles  $x_0$ ,  $y_0$  et  $z_0$ .
5. En déduire les équations du modèle géométrique inverse si le point  $O_3$  suit exactement une trajectoire rectiligne suivant l'axe  $(O_1, \vec{x}_0)$ . Construire un schéma permettant de vérifier graphiquement les expressions. Définir alors la course des moteurs (domaine de variation des angles  $\theta$  et  $\varphi$ ) dans le cas où  $L < O_1O_3 < 1,5 \cdot L$  et conclure vis-à-vis du CdCF.

### 3.7.3 Élaboration du modèle cinématique

Le robot étudié a une longueur de bras  $L = 0,5$  m. On se place dans la configuration de fonctionnement définie question 5, où le centre de la pince  $O_3$  suit toujours exactement une trajectoire rectiligne suivant l'axe  $(O_1, \vec{x}_0)$  telle que, à  $t = 0$ ,  $O_1O_3 = 0,5$  m et à  $t = 1$  s,  $O_1O_3 = 0,75$  m avec une loi du mouvement correspondant à celle définie question 1.

6. Dériver simplement les équations du modèle géométrique inverse obtenu question 5 et déterminer les vitesses articulaires  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\varphi}$ ,  $\dot{z}$  en fonction des grandeurs opérationnelles  $\dot{x}_0$ ,  $\dot{y}_0$  et  $\dot{z}_0$ , de la grandeur déjà calculée  $\theta$  et de la longueur  $L$ .
7. Vérifier les résultats à l'aide de des courbes données figure 3.11, à l'instant  $t = 0,75$  s et indiquer les valeurs numériques des différentes grandeurs articulaires obtenues.

### 3.7.4 Élaboration du modèle dynamique

Comme pour le modèle géométrique, le travail abordé dans cette question permet d'établir un modèle cinématique direct qui lie les vitesses opérationnelles aux vitesses articulaires. Dimensionner

les actionneurs en vitesse requiert la connaissance des vitesses articulaires en fonction des vitesses opérationnelles (inversion du modèle cinématique). Le robot étudié a une longueur de bras  $L = 0,5$  m. On se place dans la même configuration de fonctionnement qu'à la question 5, où le centre de la pince  $O_3$  suit toujours une trajectoire rectiligne selon l'axe  $(O_1, \vec{x}_0)$  telle que, à  $t = 0$ ,  $O_1O_3 = 0,5$  m et à  $t = 1$  s,  $O_1O_3 = 0,75$  m avec la loi du mouvement donnée figure 3.11. Le travail abordé dans cette question permet d'établir les couples que doivent fournir les actionneurs en cours de mouvement. On se limitera à un mouvement dans le plan  $(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$  et à l'étude du système matériel  $S = 1, 2$  constitué du bras 1 et de l'avant-bras 2.

Les matrices d'inertie du bras 1 et de l'avant-bras 2 sont respectivement

$$I(G_1, 1) = \begin{pmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})}$$

$$I(G_2, 2) = \begin{pmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})}$$

8. Déterminer le moment cinétique  $\vec{\sigma}(O_1, 1/0)$  en  $O_1$ , du solide 1 dans le mouvement de 1 par rapport au référentiel galiléen  $R_0(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ .
9. Déterminer le moment cinétique  $\vec{\sigma}(G_2, 2/0)$  en  $G_2$  du solide 2, dans le mouvement de 2 par rapport au référentiel galiléen  $R_0(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ . En déduire le moment cinétique en  $O_1$ ,  $\vec{\sigma}(O_1, 2/0)$  que l'on écrira sous la forme  $\vec{\sigma}(O_1, 2/0) = [A(\varphi)(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) + B(\varphi)\dot{\theta}] \vec{z}$  et où l'on précisera les fonctions  $A(\varphi)$  et  $B(\varphi)$ .
10. En déduire l'expression du moment dynamique du système  $S = \{1, 2\}$ ,  $\vec{\delta}(O_1, S/0)$ .
11. Appliquer le théorème du moment dynamique en  $O_1$  au système matériel  $S$  en projection sur l'axe  $\vec{z}$  et déterminer le couple  $C_1$  que doit fournir l'actionneur pour obtenir un tel mouvement.
12. L'expression précédente conduit, pour le mouvement envisagé précédemment, à la courbe en bas à gauche de la figure 3.11. Pourquoi le couple  $C_1$  est-il négatif puis positif lors d'un tel mouvement ?

### 3.8 Centrifugeuse géotechnique

La géotechnique correspond aux activités liées aux applications de la mécanique des sols, de la mécanique des roches et de la géologie. À partir d'essais en laboratoire et *in situ*, la géotechnique fournit aux constructeurs de bâtiments et d'ouvrages les données indispensables pour le génie civil en ce qui concerne leur stabilité en fonction des sols. Aujourd'hui la modélisation physique d'ouvrages géotechniques en centrifugeuse est une approche expérimentale répandue. La centrifugation des modèles réduits permet de reproduire des états de contraintes dans les matériaux semblables à ceux régnant dans l'ouvrage grandeur nature. Le laboratoire central des Ponts et Chaussées (LCPC) de Nantes possède une centrifugeuse géotechnique comme le montre l'image de la figure 3.13. Les principales caractéristiques de cette centrifugeuse sont données ci-après

- distance de l'axe à la plate-forme nacelle, 5,5 m ;
- longueur du rotor, 6,8 m ;
- accélération maximale,  $200g$  ;
- balourd admissible,  $\pm 100$  kN
- temps de montée à  $200g$ , 360 s.



FIGURE 3.13 – Centrifugeuse géotechnique du LCPC du site de Nantes

La figure 3.14 présente une modélisation de cette centrifugeuse.

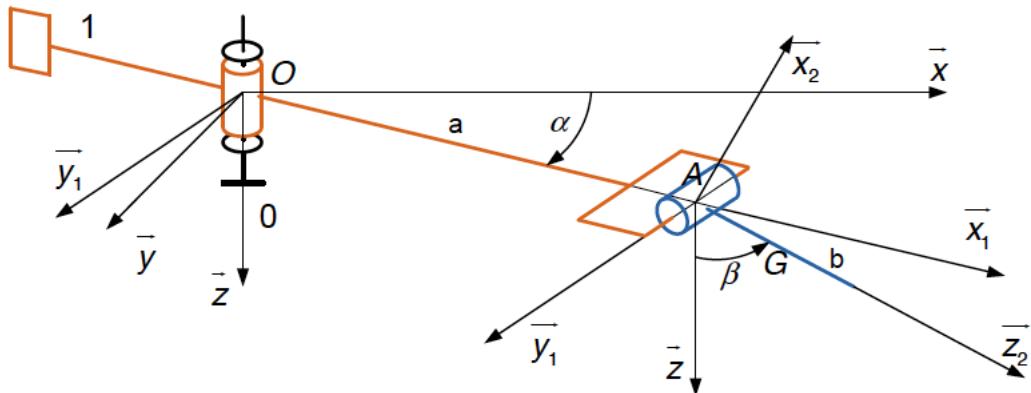


FIGURE 3.14 – Modèle de la centrifugeuse

Soit  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  un repère galiléen lié au bâti 0 de la centrifugeuse. L'axe  $(O, \vec{z})$  est dirigé suivant la verticale descendante. On désigne par  $\vec{g} = g \vec{z}$  le vecteur représentatif de l'accélération de la pesanteur.

Le bras 1 est en liaison pivot parfaite d'axe  $(O, \vec{z})$  avec le bâti 0. Soit  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$  un repère lié au bras 1. On pose  $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_1)$  avec  $\alpha = \omega t$  dans laquelle  $\omega$  est une constante positive.

La cabine 2 est en liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \vec{y}_1)$  avec le bras 1, telle que  $\vec{OA} = a \vec{x}_1$  ( $a$  est une constante positive). Soit  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)$  un repère lié au bras 1. On pose  $\beta = (\vec{z}, \vec{z}_2)$ .

On a les caractéristiques suivantes

- bras 1      moment d'inertie par rapport à l'axe  $(O, \vec{z})$  :  $I$
- cabine 2    centre d'inertie  $G$  tel que  $\vec{AG} = b \vec{z}_2$ ,  $b$  constante positive  
masse  $m$

$$\text{matrice d'inertie } \mathcal{I}(A, 2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)}$$

Un moteur M, fixé au bâti 0, exerce sur le bras 1 une action mécanique représentée par le torseur couple

$$\mathcal{T}(M \rightarrow 1) = \begin{cases} 0 \\ C_m \vec{z} \end{cases}$$

1. Déterminer le moment cinétique au point A de la cabine 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0.
2. Déterminer la projection sur  $(O, \vec{y}_1)$  du moment dynamique au point A de la cabine 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0.
3. Déterminer la projection sur  $(O, \vec{z})$  du moment dynamique au point O de l'ensemble des deux solides 1 et 2 dans leur mouvement par rapport au bâti 0.
4. Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble des deux solides 1 et 2 dans leur mouvement par rapport au bâti 0.
5. Écrire les équations de mouvement de la centrifugeuse par rapport au repère R.
6. Déterminer la valeur de l'angle  $\beta$  ( $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ) lorsque la cabine 2 est en équilibre relatif stable par rapport au bras 1. Que vaut le couple moteur  $C_m$  ?

### 3.9 Étude d'une télécabine à stabilité accrue : le Funitel<sup>4</sup>

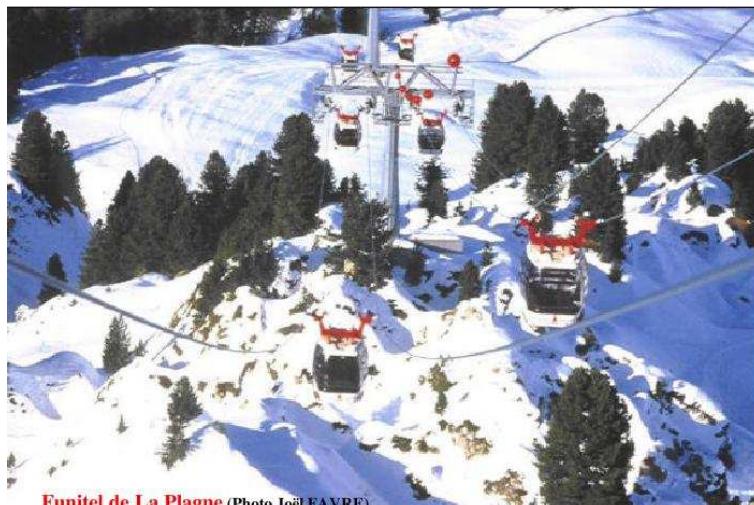


FIGURE 3.15 – Funitel de La Plagne

Une télécabine est un système de transport de personnes permettant un changement d'altitude important dans une zone d'accès difficile, généralement en montagne.

Le tableau 3.1 précise les données caractéristiques de l'installation.

*Hypothèse :* compte tenu des masses des éléments du système, l'inertie de l'ensemble des poulies est négligeable pour cette étude.

#### 3.9.1 Intérêt de la solution Funitel

##### 3.9.1.1 Solution à deux câbles parallèles

Dans cette architecture particulière, les cabines reposent sur deux brins de câble porteurs et tracteurs distants de 3,2 m.

4. D'après sujet MP concours Mines-Ponts 2003

Cette solution est plus complexe à réaliser car les deux câbles doivent être motorisés ensemble pour être parfaitement synchrones.

On se propose de montrer l'intérêt de cette solution par rapport à la solution classique dans laquelle les cabines sont accrochées à un seul câble porteur et tracteur. Pour cela nous allons comparer le comportement des cabines, vides de passagers, arrêtées et soumises uniquement à l'effet d'un vent latéral.

Nombre de cabines	21	Masse d'une cabine vide	$M_c = 2500 \text{ kg}$
Nombre maximal de cabines en montée	8	Surface latérale d'une cabine	$S_l = 10 \text{ m}^2$
Nombre maximal de cabines en descente	8	Surface frontale d'une cabine	$S_f = 7,1 \text{ m}^2$
Nombre maximal de passagers par cabine et masse des passagers	$26 M_p = 2080 \text{ kg}$	Masse linéaire du câble	$\mu = 8,47 \text{ kg/m}$
Vitesse nominale de défilement du câble (identique en tous points de la ligne)	$V = 7,2 \text{ m/s}$	Nombre de pylônes	9
Fréquence de rotation nominale du moteur d'entraînement	$N = 1700 \text{ tr/min}$	Diamètre d'une poulie motrice	$D_P = 4 \text{ m}$
Longueur de la ligne	$L = 1669 \text{ m}$	Inertie <sup>5</sup> de l'ensemble de la motorisation ramenée sur l'axe des poulies motrices	$I_M = 575,103 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$
Dénivelé	$h = 510 \text{ m}$		

TABLE 3.1 – Extrait du cahier des charges

L'action du vent sur la surface latérale d'une cabine est modélisable par une pression uniforme  $p = \frac{1}{2}\rho V_a^2$  avec  $p$  en pascal.

- masse volumique de l'air  $\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$  ;
- $V_a$  module de la vitesse relative de l'air par rapport à la cabine en m/s. Compte tenu de la longueur des portées, la raideur en torsion d'un brin de câble est négligeable.

1. À partir du modèle donné sur la feuille réponse déterminer l'inclinaison  $\gamma$  d'une cabine « classique » à la position d'équilibre atteinte sous l'action d'un vent latéral constant de 30 m/s (108 km/h).
2. Sous l'action d'une rafale de vent (échelon de vent de 0 à 30 m/s) la position d'équilibre ci-dessus ne sera atteinte qu'au bout d'un temps assez long compte tenu du très faible coefficient d'amortissement visqueux. En considérant cet amortissement visqueux nul, et à partir de la connaissance de la réponse d'un système du second ordre à une sollicitation en échelon, donner sans calculs en fonction de  $\gamma$ , défini à la question 1 l'amplitude maximale du mouvement d'oscillation d'une cabine classique soumise à une rafale de vent de 30 m/s.
3. Pour la cabine du Funitel et par rapport à une situation sans vent, déterminer aux appuis  $A$  et  $B$  sur les deux brins de câble, la variation des composantes verticales des actions des brins sur la cabine, due à un vent latéral de 30 m/s. Compte tenu de la tension des brins de l'ordre de 300 000 N cette variation de charge n'entraîne pas de variation significative de flèche du

câble, l'inclinaison de la cabine n'est donc pas affectée par un vent latéral, ce qui permet de maintenir le fonctionnement du Funitel par vent important, lorsqu'un télécabine classique ne pourrait plus fonctionner.

### 3.9.1.2 Solution multi-cabines

Un téléphérique classique dispose d'un câble porteur très fortement tendu (fixe) et d'un câble tracteur (mobile) faiblement tendu. Deux cabines font les allers-retours du point bas au point haut. L'avantage du Funitel est d'imposer une tension des câbles beaucoup plus faible car les cabines sont réparties sur l'ensemble de la ligne, ce qui permet d'utiliser le câble tracteur comme câble porteur.

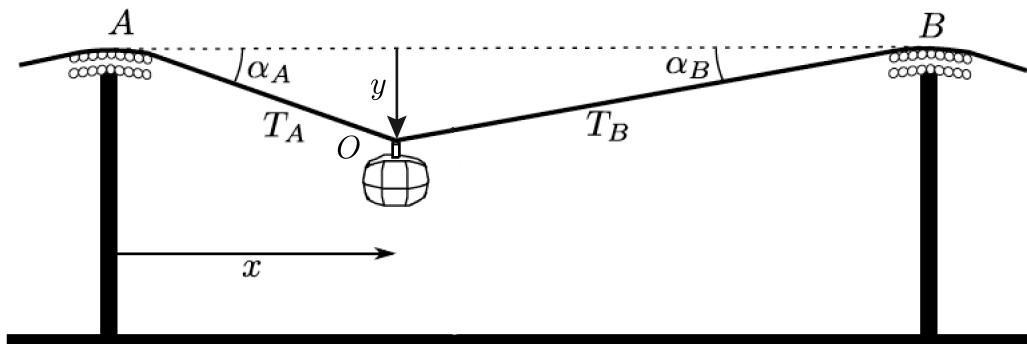


FIGURE 3.16 – Principe du Funitel

- Montrer sur la figure 3.16 que le câble est d'autant moins tendu que les cabines descendent entre les pylônes. La conception du Funitel fait donc apparaître un compromis entre tension du câble et hauteur des pylônes.

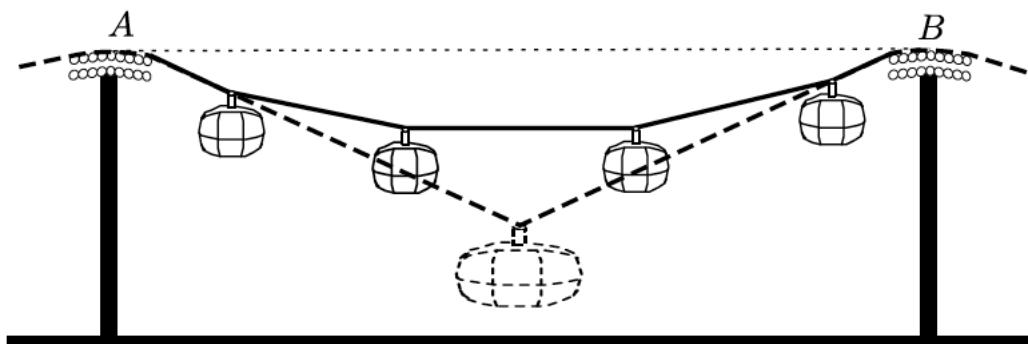


FIGURE 3.17 – Forme du câble entre deux pylônes

- La figure 3.17 montre la forme du câble entre deux pylônes éloignés, pour une même tension maximale du câble, lorsque la même charge est localisée dans une seule cabine ou quatre cabines. Justifier que dans les deux cas, la tension du câble est la même. Quel est l'avantage de la solution multi-cabines ? Expliquer le compromis tension du câble / nombre de cabines, puis tension du câble / nombre de pylônes.

### 3.9.2 Évaluation de la puissance nécessaire à l'installation

#### 3.9.2.1 Approche locale

Pour évaluer la puissance nécessaire à l'entrainement du câble, on envisage dans un premier temps de calculer la puissance résistante du poids pour une portion de câble entre deux pylônes.

L'objectif de cette partie est de montrer la complexité d'une approche locale pour ce calcul.

On considère le cas simplifié d'une seule cabine entre deux pylônes sans dénivelé (figure 3.16). Le problème est supposé quasi-statique. La tension du câble est supposée quasi-constante et on note  $D$  la distance entre les pylônes.

6. Déterminer  $y$  en fonction de  $x$ . Faire les approximations raisonnables qui vous semblent nécessaires et préciser dans quelle mesure  $T_A$  et  $T_B$  peuvent être considérées égales.
7. Si le Funitel avance à vitesse constante  $V$ , déterminer la puissance du poids sur la cabine en fonction de  $x$ .
8. Expliquer pourquoi il est très compliqué de généraliser au cas réel cette méthode pour déterminer la puissance fournie par le moteur.

#### 3.9.2.2 Approche globale : 1<sup>er</sup> niveau d'approximation

On préfère à l'approche locale une approche globale, en considérant le travail à fournir pour 1 tour de câble, ce qui permet de déterminer la puissance moyenne à fournir par le moteur.

Dans un premier niveau d'approximation (très simple), on souhaite dimensionner le moteur à partir d'un calcul en régime permanent, sous les hypothèses apportant un maximum de simplifications (sans toutefois dénaturer le calcul), puis en adoptant un coefficient de sécurité raisonnable au vu des hypothèses.

9. Proposer une estimation de la puissance motrice en précisant les théorèmes utilisés et les hypothèses effectuées.
10. Le tableau 3.2 indique quelques exemples de coefficients de sécurité adoptés en fonction de la précision des calculs de dimensionnement et de la criticité de l'application. Proposer le coefficient de sécurité qui vous semble raisonnable dans ce cas et en déduire la puissance du moteur à installer.

Coefficient de sécurité $s$	Charges exercées sur la structure	Observations
$1 < s < 2$	régulières et connues	fonctionnement constant sans à-coups
$2 < s < 3$	régulières et assez bien connues	fonctionnement usuel avec légers chocs et surcharges modérées
$3 < s < 4$	mal connues ou incertaines	fonctionnement usuel avec légers chocs et surcharges modérées

TABLE 3.2 – Extrait du cahier des charges

*Exemple :*

- pour les appareils de levage industriels (manipulation par un opérateur professionnel, formé et sensibilisé),  $s = 1,5$  ;
- matériel routier,  $s = 3$  ;
- ascenseur (transport du public),  $s = 10$ .

### 3.9.2.3 Approche globale : 2<sup>nd</sup> niveau d'approximation

Afin de procéder à une évaluation de la puissance nécessaire à l'entraînement du câble, on prend comme modèle une ligne rectiligne supportée par 9 pylônes (voir Fig. 3.19).

Le guidage des brins de câble est réalisé par des palonniers à galets fixés sur les pylônes pour lesquels le contact peut être modélisé par un appui avec frottement sec de facteur de frottement  $f = 0,03$ . Cette donnée, associée à un calcul numérique des actions de contact des brins de câble sur les palonniers, a permis une estimation à 400 kW des pertes par frottement au niveau de ces palonniers (puissance galiléenne des actions des palonniers sur les brins de câble) dans la situation étudiée ci-dessous.

L'action du vent sur une face d'une cabine est modélisable conformément au paragraphe 3.9.1.1. On étudie la situation suivante (qui correspond au cas le plus défavorable) : redémarrage de l'installation après un incident avec une accélération de  $0,15 \text{ m/s}^2$ . On se place à l'instant où la vitesse de  $7,2 \text{ m/s}$  va être atteinte, 8 cabines chargées de passagers sont en montée, 8 cabines vides sont en descente et un vent de vitesse  $V_e = 30 \text{ m/s}$  souffle parallèlement à la ligne dans le sens de la descente.

Documents à consulter : figure 3.19 et tableau 3.1.

11. Déterminer l'énergie cinétique galiléenne, notée  $E_{cT}$ , des 4 brins de câble, de l'ensemble des cabines sur la ligne et de la motorisation, en fonction de  $M_c$ ,  $M_p$ ,  $\mu$ ,  $L$ ,  $V$ ,  $D_P$  et  $I_M$ . L'application numérique donne :  $E_{cT} = 6,7 \times 10^6 \text{ J}$  soit  $E_{cT} = 1,3 \times 10^5 \text{ V}^2$  en fonction de la vitesse du vent, pour la situation étudiée en négligeant la longueur de câble dans les gares.
12. Déduire de la question précédente l'inertie équivalente rapportée à l'arbre moteur.
13. Déterminer la puissance galiléenne des actions de pesanteur sur l'installation en fonction de  $M_p$ ,  $V$ ,  $h$ ,  $g$  et  $L$ . L'application numérique donne  $P_p = -3,6 \times 10^5 \text{ W}$  pour la situation étudiée.
14. Après avoir évalué la vitesse relative et l'action du vent sur une cabine en montée et une cabine en descente, déterminer la puissance galiléenne des actions du vent sur l'ensemble des cabines en fonction de  $S_f$ ,  $V$ ,  $V_e$  et  $\alpha = \arcsin(h/L)$ . L'application numérique donne :  $P_v = -2,2 \times 10^5 \text{ W}$  pour la situation étudiée.
15. En déduire une estimation de la puissance galiléenne nécessaire pour l'entraînement de la ligne entre les gares dans la situation étudiée. La puissance effectivement installée par le constructeur est de 1560 kW, commenter les résultats par rapport à cette valeur.

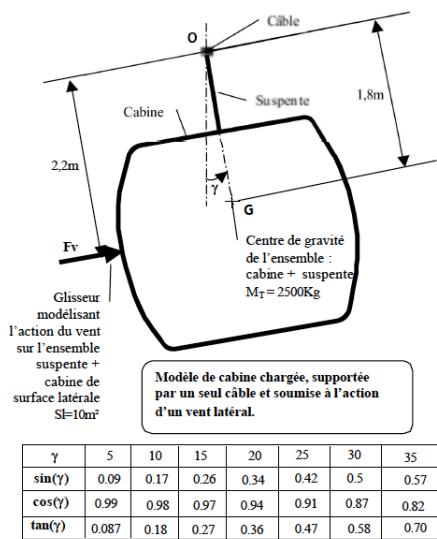


FIGURE 3.18 – Paramétrage pour une cabine

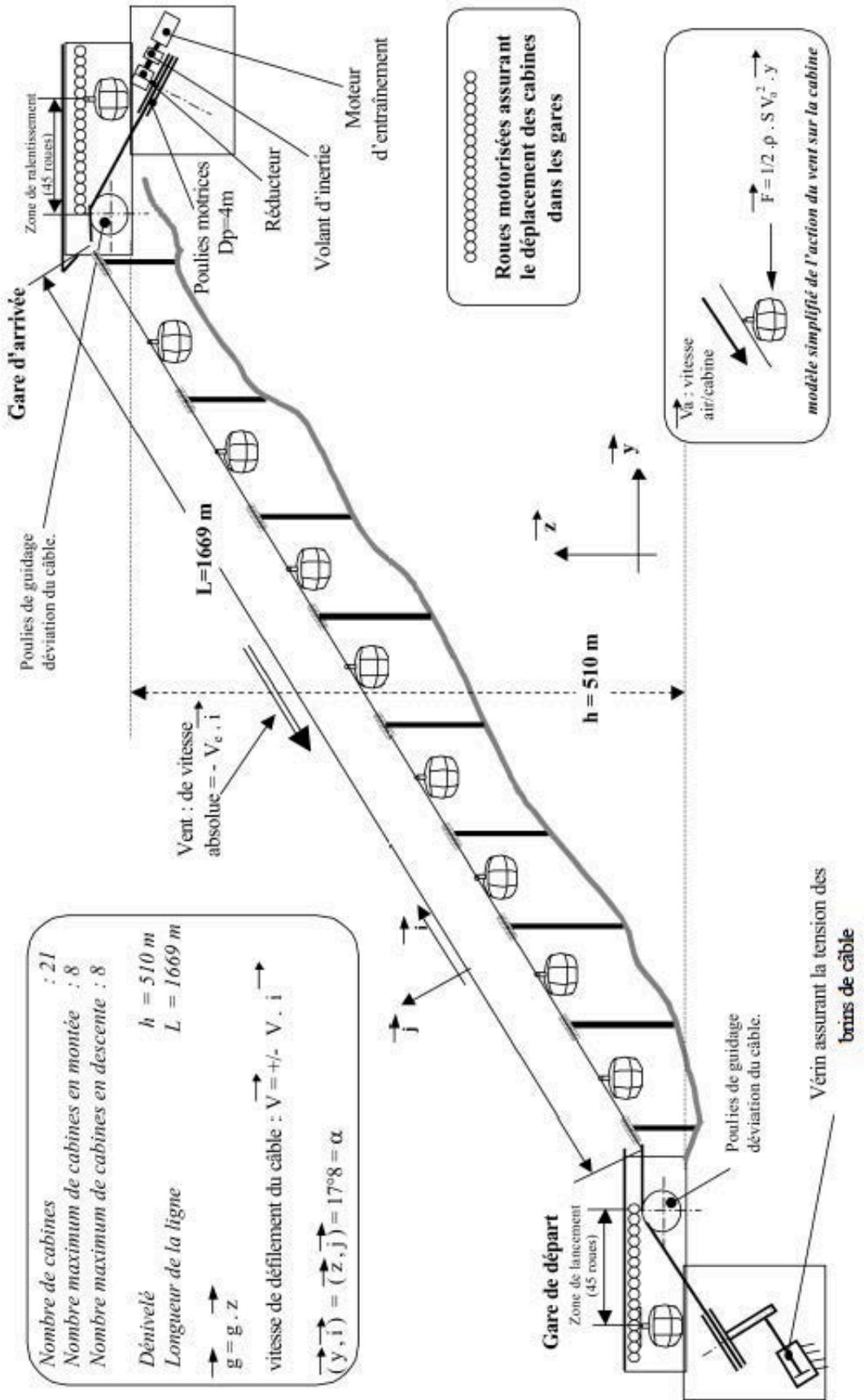


FIGURE 3.19 – Paramétrage pour une cabine

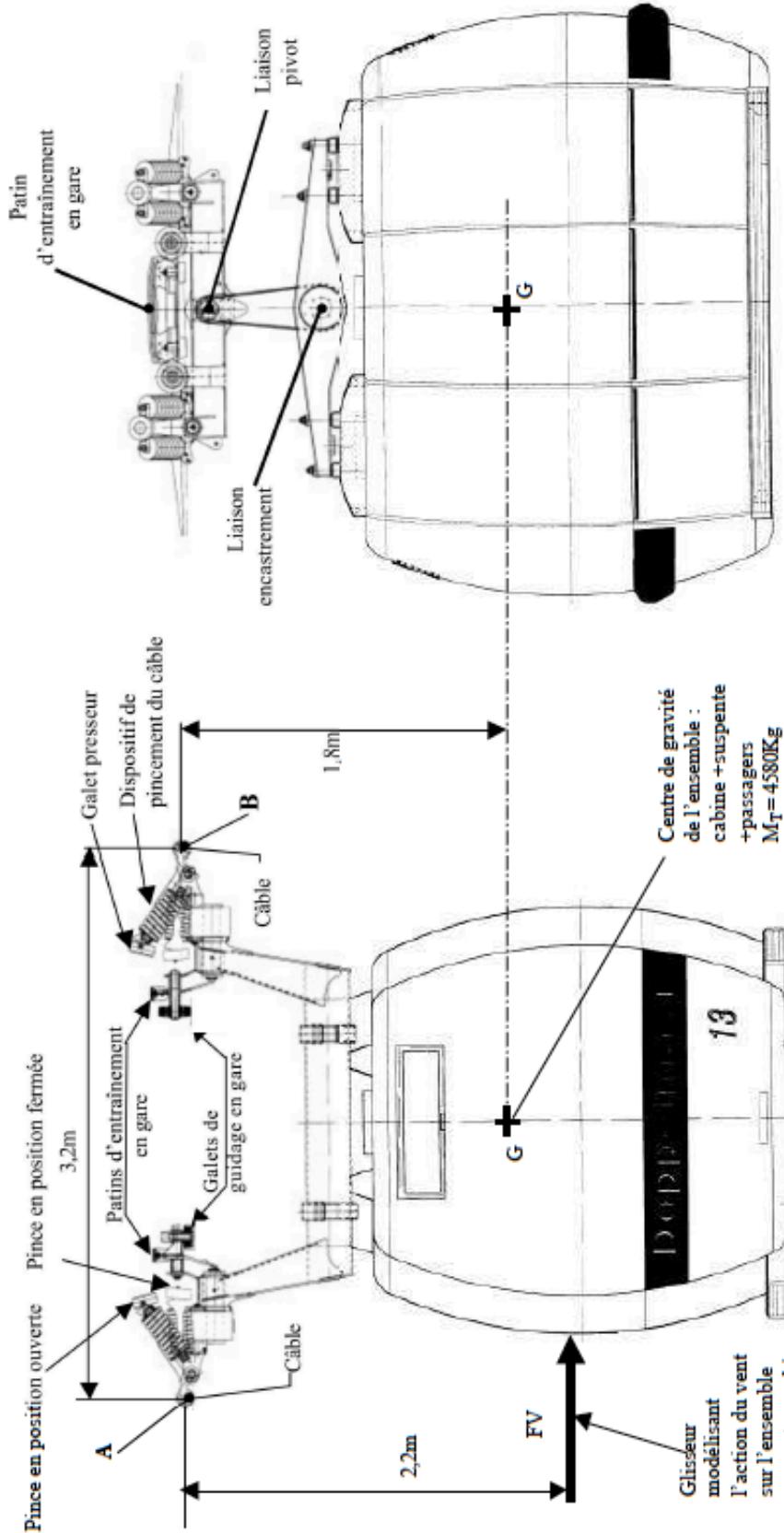


FIGURE 3.20 – Cabine du Funitel

**Fig. 4 : Cabine du Funitel**

### 3.10 Commande de distribution – étude dynamique



FIGURE 3.21 – Moteur à combustion interne

#### 3.10.1 Introduction

L'étude proposée a pour objectifs de :

- mettre en évidence les phénomènes d'affleurement de soupape qui peuvent naître au sein de la commande par linguet ;
- vérifier l'absence de ces phénomènes qui nuisent aux bonnes performances de fonctionnement du mécanisme de distribution dans le cas de l'étude du moteur XUD 11.

Le fonctionnement d'un moteur à combustion se décompose en 4 phases, décrites figure ci-dessous.

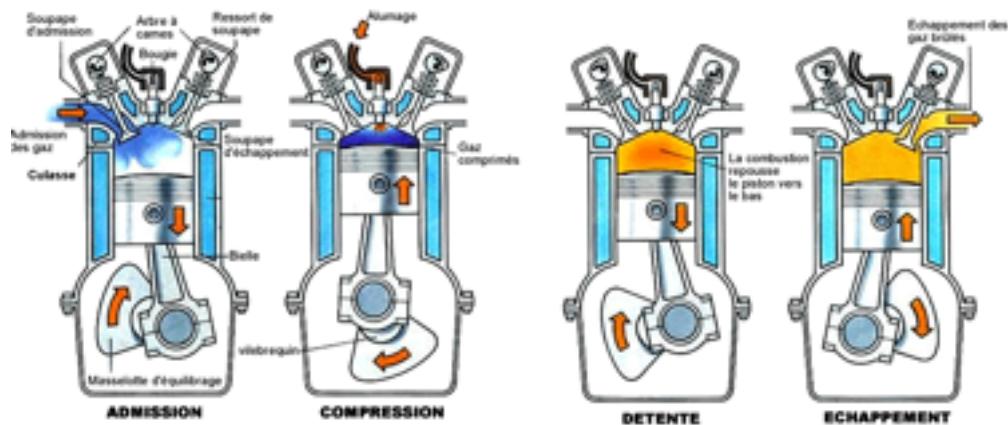
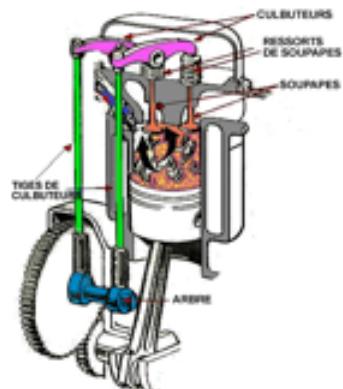


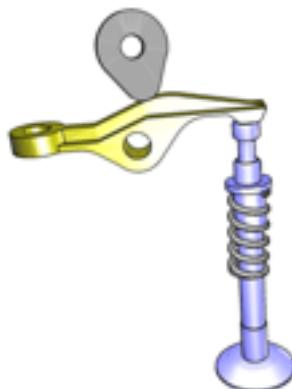
FIGURE 3.22 – Phases d'un moteur à quatre temps

Une condition fondamentale du bon fonctionnement d'un moteur thermique, et ce quelque soit sa conception, est d'assurer la bonne synchronisation entre les phases d'ouverture et de fermeture des soupapes et les déplacements des pistons.

Afin d'assurer cette synchronisation des déplacements entre les soupapes et l'arbre moteur, plusieurs solutions techniques ont été développées et implantées sur les véhicules. Quelques unes de ces solutions sont présentées figure 3.23.



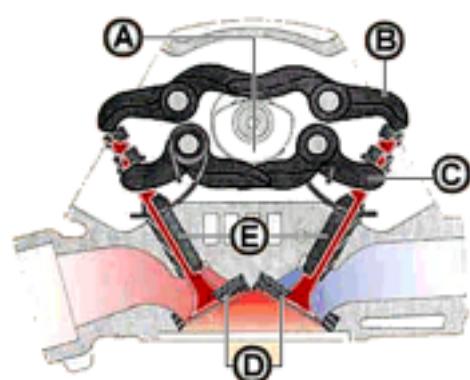
arbre à cames et culbuteur



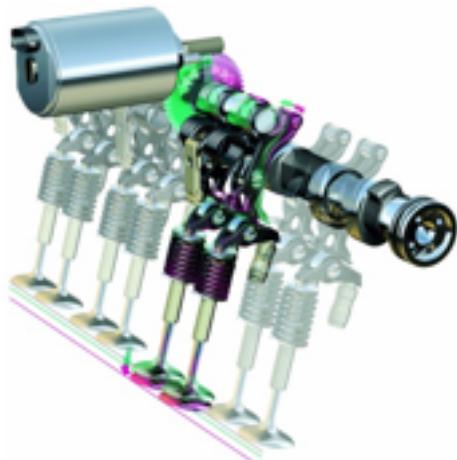
arbre à cames et linguet



arbre à cames directement au dessus de soupapes



système Desdromotique



Système Valvetronic (BMW)

Il permet de modifier en continu la valeur de levée des soupapes.

FIGURE 3.23 – Solutions de synchronisation des soupapes

Les linguets ont pour principal avantage de posséder une inertie réduite comparée à celle des culbuteurs. Les pousoirs hydrauliques permettent un rattrapage automatique de jeu dû à l'usure.

### 3.10.2 Étude de la problématique du sujet

À haut régime de rotation du moteur, les effets d'inertie dus aux mouvements alternatifs des différentes pièces sont suffisamment importants pour provoquer des décollements entre les organes de distribution : on parle alors d'affolements de soupapes. Une ou plusieurs soupapes ne reviennent pas à leur place initiale au moment voulu.

Le moteur étudié est un moteur diesel, quatre cylindres, de  $2138 \text{ cm}^3$  de cylindrée, appelé moteur XUD11. Il appartient à la catégorie des moteurs à soupapes en tête.

#### 3.10.2.1 Modélisation et paramétrage

La modélisation de la distribution retenue est présentée sur la figure ci-dessous en phases soupape fermée et soupape ouverte. C'est un mécanisme plan constitué de trois solides : la came (1), le lingot (2), la soupape (3) et d'un ressort (4). Le bâti (culasse) est repéré (0).

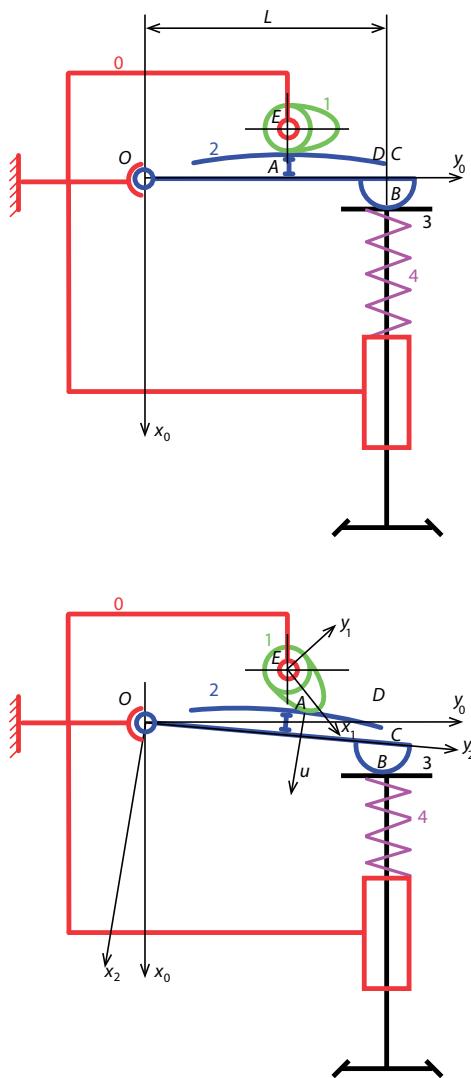


FIGURE 3.24 – Modélisation du mécanisme étudié

Le paramétrage angulaire est donné ci-dessous.

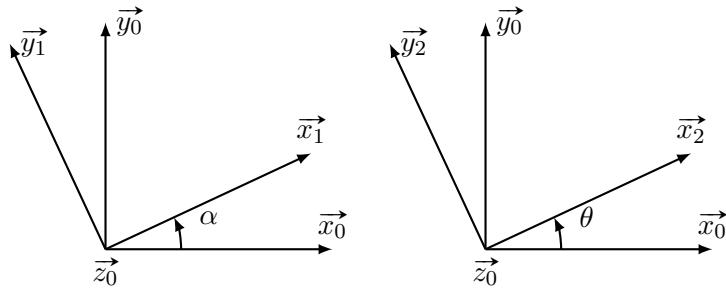


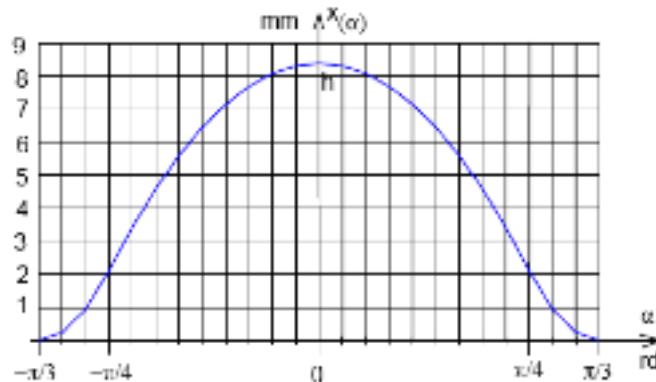
TABLE 3.3 – Paramétrage angulaire

Données complémentaires

- le bâti (0) est fixe. Le repère absolu  $R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lui est lié;
- la came (1) est liée au bâti (0) par une liaison pivot parfaite d'axe ( $E, \vec{z}_0$ ) ;
- le repère lié à la came est  $(E, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  avec  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$  ; on suppose que la vitesse angulaire  $\dot{\alpha} = \omega$  est constante ;
- le linguet (2) est lié au bâti (0) par une liaison rotule parfaite de centre O. Le repère lié au linguet est  $R_0(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  avec  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$  ; on remarque que  $\theta$  a toujours une valeur négative ou nulle et que  $\theta$  reste petit compte tenu de la géométrie du mécanisme ; la masse du linguet est notée  $m_2$  et son moment d'inertie par rapport à l'axe ( $O, \vec{z}_0$ ) est noté  $J_2$  ;
- la soupape (3) est liée au bâti (0) par une liaison pivot glissant parfaite d'axe ( $D, \vec{x}_0$ ) ; la position de la soupape est repérée par la distance  $x(\alpha) = f(\alpha)$  ; la masse de la soupape est notée  $m_3$  ;
- le ressort (4) est placé entre la soupape et le bâti. Il a une raideur  $K$  et une masse  $m_4$  non négligeable par rapport aux autres éléments ;
- le repère  $(A, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0)$  associé aux surfaces de contact des solides (1) et (2) est tel que l'axe  $(A, \vec{u})$  est normal à la tangente commune aux surfaces en contact en A et reste, par hypothèse, toujours parallèle au plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$  ; on définit le vecteur  $\overrightarrow{OA} = -s\vec{u} + V(\alpha)\vec{v}$  où  $s$  est une constante positive et  $V(\alpha)$  une grandeur qui varie en fonction de l'angle de came ;
- le mécanisme présente un plan de symétrie  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .

### 3.10.2.2 Étude cinématique du mouvement de la soupape

Détermination de la loi d'accélération de la soupape. La fonction  $x(\alpha) = f(\alpha)$  est paire, elle est représentée ci-dessous.



Entre  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$ , la loi d'ouverture  $x(\alpha)$  de la soupape d'admission est constituée de trois paraboles

- pour  $[0, \frac{\pi}{4}]$ ,  $x(\alpha) = h \left[ 1 - 12 \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \right]$  ;
- pour  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ ,  $x(\alpha) = h \left( \frac{6\alpha}{\pi} - 2 \right)^2$ .

dans lesquelles  $h$  est la course de la soupape ( $h = 8,40$  mm).  $x(\alpha)$  et  $\alpha$  sont respectivement en mm et en rad.

**Q 14 :** exprimer  $x\left(\frac{\pi}{4}\right)$  en fonction de  $h$  à partir de l'expression de  $x(\alpha)$  donnée ci-dessus sur l'intervalle  $[0, \frac{\pi}{4}]$ .

**Q 15 :** exprimer la vitesse de la soupape  $v = \dot{x}$  en fonction de  $h$ ,  $\alpha$  et  $\omega$  pour  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{4}]$  et  $\alpha \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ .

**Q 16 :** exprimer l'accélération de la soupape  $a = \ddot{x}$  en fonction de  $h$ ,  $\alpha$  et  $\omega$  pour  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{4}]$  et  $\alpha \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ .

**Q 17 :** déduire des expressions précédentes les valeurs de  $\ddot{x}(\alpha)$  sur les intervalles  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{4}]$  et  $\alpha \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ . Représenter la fonction  $\ddot{x}(\alpha)$  sur l'intervalle  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$ .

### 3.10.2.3 Étude dynamique de la commande de distribution

Dans toute cette étude, le poids propre des pièces est négligé et les liaisons sont supposées parfaites.

**Q 18 :** déterminer les expressions littérales des actions de contact en  $A$  et  $B$ . (On supposera que reste petit lors du fonctionnement).

On donne les torseurs d'actions mécaniques suivants :

- l'action mécanique du ressort sur la soupape s'exprime sous la forme d'un glisseur

$$\mathcal{T}(4 \rightarrow 3) = \begin{cases} \vec{R}(4 \rightarrow 3) = - \left( F_0 + Kx(\alpha) + \frac{m_4}{3} \ddot{x}(t) \right) \vec{x}_0 \\ D \quad \vec{M}(D, 4 \rightarrow 3) = 0 \end{cases}$$

où  $F_0$  représente la précharge du ressort,  $K$  sa raideur et  $m_4$  sa masse.  $F_0$  et  $m_4$  sont des constantes positives ;

- l'action des gaz sur la soupape est négligée ;
- la liaison entre le linguet (2) et la soupape (3) est modélisée par une liaison ponctuelle (sphère plan) de normal ( $B, \vec{x}_0$ ) ;
- la liaison entre la came (1) sur le linguet (2) est modélisée par une liaison ponctuelle de normale ( $A, \vec{u}$ ) ;

**Q 19 :** exprimer les actions de contact en  $A$  et  $B$  en fonction de  $V(\alpha)$ ,  $L$ ,  $J_2$ ,  $F_0$ ,  $K$  et  $x(\alpha)$ .

### 3.10.2.4 Calcul des régimes d'affolement

**Q 20 :** énoncer la condition d'affolement de la soupape. **Q 21 :** en vous aidant des relations

$$\begin{aligned} F_A &= \frac{L}{V(\alpha)} \left[ \omega^2 \ddot{\alpha} \left( \frac{J_2}{L^2} + m_3 + \frac{m_4}{3} \right) + Kx(\alpha) + F_0 \right] \\ F_B &= \omega^2 \ddot{x}(\alpha) \left( m_3 + \frac{m_4}{3} \right) + Kx(\alpha) + F_0 \end{aligned}$$

donner le signe de  $\ddot{x}(\alpha)$  pour qu'il y ait risque d'affolement. On rappelle que  $K$ ,  $x(\alpha)$  et  $F_0$  sont des valeurs positives.

**Q 22** : préciser sur quel intervalle  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{4}]$  et  $\alpha \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$  l'afflelement est possible.

Avec les données numériques ci-dessous

- masses des pièces, ressort (4)  $m_4 = 37$  g, linguet (2)  $m_2 = 90$  g, soupape (3)  $m_3 = 56$  g ;
- levée maximale de la soupape  $h = 8,4$  mm ;
- longueur  $OC$  du linguet (2)  $L = 58$  mm ;
- raideur du ressort (3)  $K = 21$  N/mm ;
- moment d'inertie par rapport à l'axe ( $O, \vec{z}_0$ ) est noté  $J_2 = 0,1 \times 10^{-3}$  kg · m<sup>2</sup> ;
- précharge (tension de pose) du ressort (4)  $F_0 = 30,8$  daN.

**Q 23** : exprimer les vitesses d'affolement  $\omega_{affA}$  et  $\omega_{affB}$  respectivement aux points  $A$  et  $B$  en fonction de  $x(\alpha)$ .

**Q 24** : pour quelle valeur de  $\alpha$ ,  $\omega_{affA}$  et  $\omega_{affB}$  sont-elles les plus petites ? On les notera alors  $\omega_{affA}^{\min}$  et  $\omega_{affB}^{\min}$ .

**Q 25** : calculer les valeurs numériques de  $\omega_{affA}^{\min}$  et  $\omega_{affB}^{\min}$ .

**Q 26** : si le régime moteur croît, préciser si le premier décollement se produit en  $A$  ou en  $B$  ?

**Q 27** : connaissant le cycle de fonctionnement du moteur, donner la plage de régime de l'arbre à cames. L'affolement est-il possible ? Justifier la réponse.

*Remarque*

Afin de diminuer le risque d'apparition du phénomène d'affolement, plusieurs stratégies sont envisageables :

- remplacer la lourde tringlerie des moteurs culbutés par une attaque directe de l'arbre à cames sur la soupape (arbres à cames en tête) : solution retenu par PSA (sujet de l'activité dirigée) ;
- durcir ou multiplier le nombre de ressorts (l'affolement étant un phénomène lié à la résonance dans le ressort, qui se produit à une certaine fréquence, on utilise plusieurs ressorts de caractéristiques différentes) ;
- commander mécaniquement le retour de la soupape (système desdromotique).

### 3.11 Drone quadrirotor<sup>6</sup>

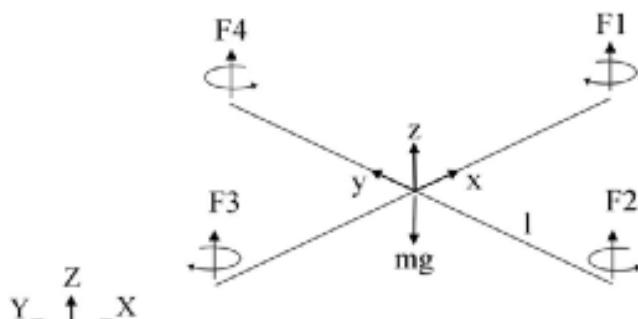
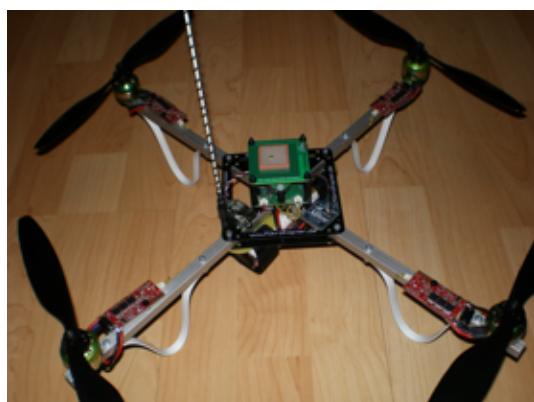


FIGURE 3.25 – Drone quadrirotor

Le mini-drone, développé au sein de l'unité de recherche et d'innovation sur les drones à l'ENAC a été un des lauréats en mai 2009 du challenge mini-drone lancé par le ministère de la défense afin de simuler une mission opérationnelle de renseignement en zone urbaine, sa charge utile embarquée est constituée d'un appareil photo.

6. d'après ICNA 2011

Cet hélicoptère quadri-rotor à pas fixe est une configuration très répandue dans le monde des micro-drones. Alors que les hélicoptères classiques utilisent un système mécanique complexe de pas cyclique et collectif, le quadri-rotor ne dispose d'aucun organe mécanique spécifique et assure son contrôle en agissant uniquement sur la vitesse de rotation de ses rotors. Cette simplicité permet de disposer d'un véhicule de faible coût, robuste et facile à miniaturiser.

Le contrôle vertical de l'appareil (translation suivant l'axe  $Z$ ) est obtenu en faisant varier simultanément la vitesse de rotation des quatre moteurs. Le contrôle en roulis (rotation autour de  $X$ ) et en tangage (rotation autour de  $Y$ ) est obtenu en faisant varier de manière différentielle les vitesses de rotation des moteurs d'un même axe ( $\frac{\omega_2}{\omega_4}$  pour le roulis et  $\frac{\omega_1}{\omega_3}$  pour le tangage). Nous allons aborder une des phases élémentaires d'une mission de l'appareil.

### 3.11.1 Basculement selon l'axe de roulis

L'objectif de cette partie est d'étudier le comportement du quadrirotor lors du basculement autour de l'axe  $\vec{x}$  de roulis (moteurs F2 et F4 actifs — figure 3.27).

Le réglage des différents constituants de la boucle d'asservissement nécessite de tester les solutions sur un support fixe ; pour cela il a été construit un support appelé « balançoire » (photo figure 3.26). C'est sur cette balançoire que seront réalisés les expérimentations dont les résultats seront analysés.



FIGURE 3.26 – Support « balançoire »

#### 3.11.1.1 Étude dynamique du basculement

L'objectif de l'étude est de quantifier l'importance des effets dynamiques lors des changements d'inclinaison selon l'axe  $\vec{x}$  de roulis, et en particulier d'analyser le phénomène de couple gyroscopique. Le schéma paramétré du dispositif est fourni figure 3.27.

On travaillera dans un premier temps sur l'ensemble  $\{E2\} = \{\text{hélice } 2 + \text{rotor moteur } 2\}$ , puis sur l'ensemble  $\{E4\} = \{\text{hélice } 4 + \text{rotor moteur } 4\}$  dont les caractéristiques inertielles sont identiques à celles de  $\{E2\}$ , et enfin on y adjoindra la structure  $\{S1\} = \{\text{bras} + \text{stator moteur } 2 + \text{stator moteur } 4\}$  qui comprend le bras reliant les deux moteurs et les statots de chaque moteur ;  $\{S1\}$  est en liaison pivot d'axe ( $O, \vec{x}$ ) par rapport au support fixe  $\{S0\}$  ; les frottements de cette liaison sont négligeables ;  $O$  est le centre d'inertie de  $\{S1\}$ . On appelle « balançoire » l'ensemble  $\{B\} = \{E2\} + \{E4\} + \{S1\}$  ; son centre d'inertie est  $O$ .

Pour  $\{E2\}$ , l'hélice est un modèle tripale (figure 3.29) de centre  $C2$  et dont les pales sont orientées à  $120^\circ$  les unes des autres. Le rotor moteur sur lequel l'hélice est fixée est considéré comme un cylindre homogène ; la masse de l'ensemble  $\{E2\} = \{\text{hélice } 2 + \text{rotor moteur } 2\}$  est notée  $m$  ; le centre de masse de l'ensemble est  $G2$  situé sur l'axe ( $C2, \vec{Z}1$ ) ; la masse de l'hélice seule est notée  $m_h$ .

On note  $R_0(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  le repère fixe galiléen de référence, lié au support fixe  $\{S0\}$ .

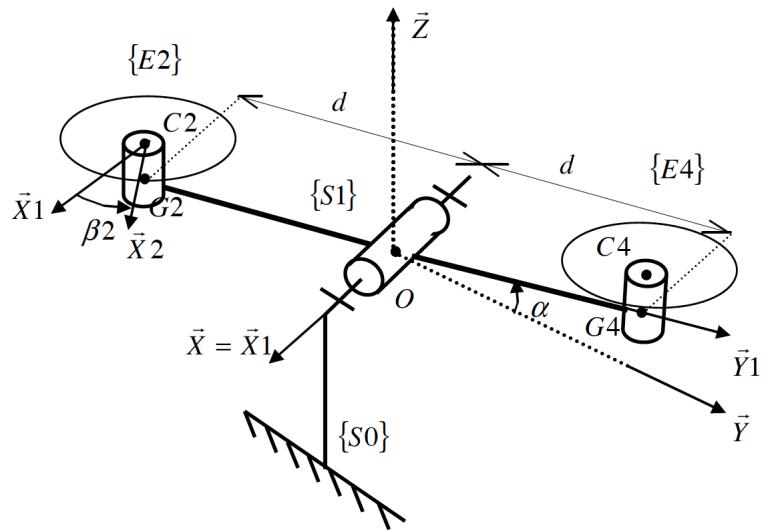


FIGURE 3.27 – Support « balançoire »

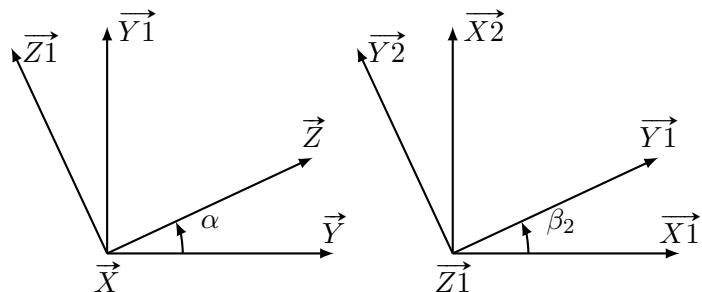


FIGURE 3.28 – Figures planes

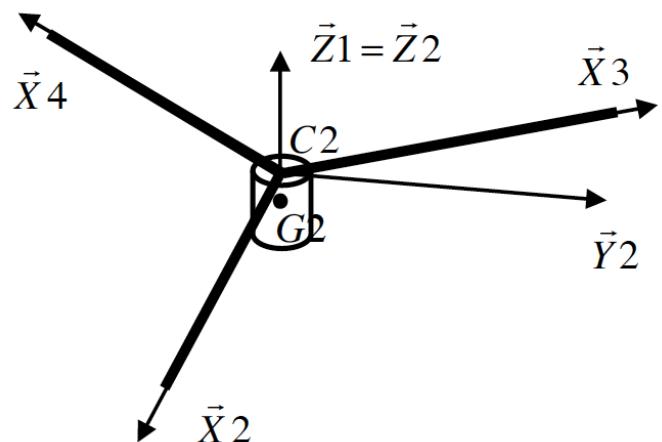


FIGURE 3.29 – Hélice et modélisation

La matrice d'inertie de l'ensemble {E2} est donnée ci-dessous

$$\mathcal{I}(G2, E2) = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}_{(G2, \vec{X}2, \vec{Y}2, \vec{Z}2)}$$

1. Indiquer la particularité géométrique qui permet de dire que  $I_{xy} = 0$  et  $I_{yz} = 0$ .
2. démontrer que  $I_{xz} = 0$  et que  $I_{xx} = I_{yy}$  (on pourra considérer les pales comme des tiges rectilignes de directions respectives  $(C2, \vec{X}2)$ ,  $(C2, \vec{X}3)$ ,  $(C2, \vec{X}4)$  (figure 3.29) et raisonner séparément sur le rotor cylindrique et l'hélice).

On admettra sans démonstration que la matrice  $\mathcal{I}(G2, E2)$  de E2 est identique dans la base  $(\vec{X}2, \vec{Y}2, \vec{Z}2)$  et  $(\vec{X}1, \vec{Y}1, \vec{Z}1)$ . On utilisera pour la suite la matrice d'inertie de l'ensemble {E2} suivante

$$\mathcal{I}(G2, E2) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}_{(G2, \vec{X}1, \vec{Y}1, \vec{Z}1)}$$

On donne  $\overrightarrow{OG}2 = -d\vec{Y}1$  avec  $d = 0,2$  m.

3. Donner l'expression analytique au point  $O$ , du moment cinétique  $\vec{\sigma}(O, E2/R_0)$  de {E2} dans la base  $(\vec{X}1, \vec{Y}1, \vec{Z}1)$ .
4. Donner l'expression analytique au point  $O$ , du moment dynamique  $\vec{\delta}(O, E2/R_0)$  de {E2} dans la base  $(\vec{X}1, \vec{Y}1, \vec{Z}1)$ .
5. Identifier dans l'expression du moment dynamique, chacun des termes associés aux dénominations suivantes :
  - R = « moment des effets dynamiques selon l'axe de roulis » ;
  - L = « moment des effets dynamiques selon l'axe de lacet » ;
  - C = « moment des effets dynamiques de Coriolis » ou « couple gyroscopique ».

On donne le moment d'inertie  $I_{S1}$  de la structure {S1} par rapport à l'axe  $(O, \vec{x})$

6. Donner l'expression analytique du moment dynamique  $\vec{\delta}(O, S1/R_0)$ .

On utilise l'angle  $\beta 4$  pour paramétriser la position angulaire de {E4} par rapport à {S1}.

On étudie l'ensemble {E4} = {hélice 4 + rotor moteur 4}. La matrice d'inertie de l'ensemble {E4} est donnée ci-dessous

$$\mathcal{I}(G4, E4) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}_{(G4, \vec{X}1, \vec{Y}1, \vec{Z}1)}$$

On a  $\overrightarrow{OG}4 = d\vec{Y}1$

7. À partir des résultats obtenus à la question 4, donner l'expression analytique au point  $O$ , du moment dynamique  $\vec{\delta}(O, E4/R_0)$  dans la base  $(\vec{X}1, \vec{Y}1, \vec{Z}1)$ , en fonction (entre autre) de l'angle  $\beta 4$  et de ses dérivées. En déduire l'expression analytique  $\vec{\delta}(O, B/R_0)$  du moment dynamique de l'ensemble balançoire :  $\{B\} = \{E2\} + \{E4\} + \{S1\}$  dans son mouvement par rapport à {S0} et exprimer le terme  $CB$  = « moment des effets dynamiques de Coriolis » ou « couple gyroscopique » qui s'exerce sur l'ensemble {B}.

On donne les résultantes des actions exercées par l'air sur les hélices H2 et H4, du fait de leur rotation :  $\vec{F}2 = F2\vec{Z}1$  et  $\vec{F}4 = F4\vec{Z}1$

8. Déterminer l'expression analytique de l'accélération angulaire  $\ddot{\alpha}$  en fonction de  $F2$ ,  $F4$ , des éléments inertIELS et des distances.

9. Quel type de mouvement obtient-on pour  $\{S1\}$ , si  $F2$  et  $F4$  prennent des valeurs constantes différentes l'une de l'autre ? En déduire l'expression (en fonction de  $\ddot{\alpha}$  et du temps  $t$ ) de la vitesse angulaire  $\dot{\alpha}$  et de la position  $\alpha$ , si l'on considère les conditions initiales  $\dot{\alpha} = 0$  et  $\alpha = 0$ .

Pour la suite, dans l'objectif de déterminer la valeur numérique du « couple gyroscopique »  $CB$  obtenu question 7 et pour la configuration de mouvement obtenue question 9, on utilise les données numériques suivantes :  $d = 0,2 \text{ m}$ ;  $m = 0,04 \text{ kg}$ ;  $IS1 = 64 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

$$\mathcal{I}(G4, E4) = \mathcal{I}(G2, E2) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}_{(G2, \vec{X}1, \vec{Y}1, \vec{Z}1)} = \begin{bmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

On se place dans la configuration idéale pour laquelle les moteurs passent instantanément de la vitesse  $\dot{\beta}2 = \dot{\beta}4 = 500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  aux vitesses angulaires  $\dot{\beta}2 = 400 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\dot{\beta}4 = 600 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Dans ce cas les efforts  $F2$  et  $F4$  prennent les valeurs  $F2 = 0,9 \text{ N}$  et  $F4 = 2,1 \text{ N}$ .

10. calculer la valeur numérique de l'accélération angulaire  $\ddot{\alpha}$ ; en déduire la valeur du couple gyroscopique  $CB$  pour la position  $\alpha = 0,5 \text{ rad}$  ( $28,6^\circ$ ). Comparer le résultat obtenu avec la valeur du moment  $Mh$  généré autour de l'axe  $\vec{x}'$  de roulis par les actions  $F2$  et  $F4$  des hélices pendant le mouvement de basculement. Conclure sur l'importance relative du couple gyroscopique lors de l'utilisation du drone et à son influence éventuelle lors des manœuvres.

# 4

## Adapter la commande d'un système linéaire et continu asservi pour optimiser ses performances globales

### 4.1 Asservissement d'un robot de peinture<sup>1</sup>

On s'intéresse à l'asservissement en vitesse d'un robot dans le cadre d'une opération de mise en peinture d'un véhicule. Le robot suit une trajectoire prédéfinie autour de la carrosserie. La vitesse de déplacement est calibrée pour assurer une répartition correcte de la peinture sur la surface.



FIGURE 4.1 – Robot de peinture

L'asservissement en vitesse de chaque actionneur du robot doit satisfaire un cahier des charges exigeant, dont un extrait est donné dans le tableau 4.1.

---

1. D'après Marc Derumaux

Fonction de service	Critère	Niveau
FS1 : mettre le robot en mouvement	précision en fréquence de rotation	< 1%
	sensibilité aux perturbations constantes	aucune
	rapidité	$tr_{5\%} < 0,5 \text{ s}$
	stabilité	stable

TABLE 4.1 – Extrait du cahier des charges

#### 4.1.1 Modélisation du système

L'étude est ciblée sur l'asservissement d'un seul axe. Les éléments constituant la boucle fermée sont – l'amplificateur, dont la fonction est d'amplifier une consigne  $\varepsilon$  pour alimenter le moteur en tension  $U$ . Il est modélisé par un gain  $K_A = 80$  ;

- le moteur électrique, modélisé par une fonction de transfert du premier ordre  $\frac{K_M}{1 + \tau s}$  où  $K_M = 0,3 \text{ rad/s/V}$  et  $\tau = 0,2 \text{ s}$  ;
- le réducteur, diminuant la fréquence de rotation  $\omega_m$  du moteur pour actionner le bras en rotation, modélisé par un gain  $K_R = 10^{-2}$  ;
- le capteur, mesurant la vitesse de rotation, modélisé par un gain  $K_C = 15 \text{ V} \cdot \text{s/rad}$  et délivrant une tension  $U_m$  proportionnelle à la fréquence de rotation.

1. En considérant que la consigne  $U_c$  est une tension (proportionnelle à la fréquence de rotation souhaitée), et que la sortie est la fréquence de rotation du bras  $\omega_b$ , proposer un schéma-bloc représentant le comportement du système.
2. Préciser les grandeurs physiques entre les blocs et leurs unités.

#### 4.1.2 Étude de la chaîne directe

On étudie dans un premier temps la réponse de la chaîne directe (sans la boucle de retour, soit : amplificateur, moteur et réducteur) à une entrée en échelon unitaire.

3. Dessiner la forme de la réponse  $V(t)$  attendue avec les caractéristiques de la courbe.
4. Déterminer la rapidité du système. Le système est-il toujours stable ? Que peut-on dire de la précision ?
5. Les frottements dans les liaisons perturbent le système si bien que le moteur tourne moins vite. Ces frottements sont modélisés par la soustraction d'une vitesse  $V_{frott} = 0,01 \text{ rad/s}$  entre le réducteur et la sortie. Dessiner le schéma bloc avec perturbation puis donnez la forme de la réponse du système avec frottement. La valeur de  $V_{frott}$  n'étant pas prévisible, conclure sur la sensibilité de l'asservissement aux perturbations.

#### 4.1.3 Étude de l'asservissement en boucle fermée

On considère maintenant le système en boucle fermée.  $V_{frott}$  est supposé nul dans un premier temps.

6. Que faut-il ajouter en amont du soustracteur d'entrée pour que la consigne  $\omega_c$  soit de même nature que la sortie  $\omega_b$  ? Réaliser cette modification sur le schéma bloc.
7. Montrer que le système global est équivalent à un premier ordre et préciser les valeurs du gain  $K'$  et de la constante de temps  $\tau'$ . En déduire la rapidité du système.
8. Le système est-il précis ? Quelle est l'influence de  $K_A$  sur la précision et la rapidité ? Quelle limite est à prévoir sur la valeur de  $K_A$  ?
9. On suppose  $V_{frott} \neq 0$ . La sortie est-elle sensible à la perturbation ? Comparer au cas de la chaîne directe.

#### 4.1.4 Ajout d'un correcteur intégral

Pour régler le problème de la précision du système, on ajoute un correcteur intégrateur  $\frac{1}{s}$  entre le soustracteur et l'amplificateur.  $V_{frott}$  est supposée nulle dans un premier temps.

10. Déterminer l'ordre de la fonction de transfert globale. Le système est-il toujours stable ?
11. Montrer que pour une réponse à un échelon, le système est précis.
12. Quelle est l'influence de  $K_A$  sur la réponse du système à un échelon ?
13. Déterminer la rapidité du système en utilisant l'abaque fournie avec les courbes. Comparer cette valeur avec la rapidité du système en boucle fermée sans correcteur intégral. Comment évolue la rapidité si  $K_A$  augmente ?
14. On suppose  $V_{frott} \neq 0$ . La sortie est-elle sensible à la perturbation ?

## 4.2 Tuyère à ouverture variable pour banc d'essais de turboréacteurs<sup>2</sup>

Un turboréacteur est un propulseur fonctionnant sur le principe d'action-réaction. La différence de vitesse entre l'air entrant et les gaz produits entraîne une variation de quantité de mouvement et donc un effort de poussée.

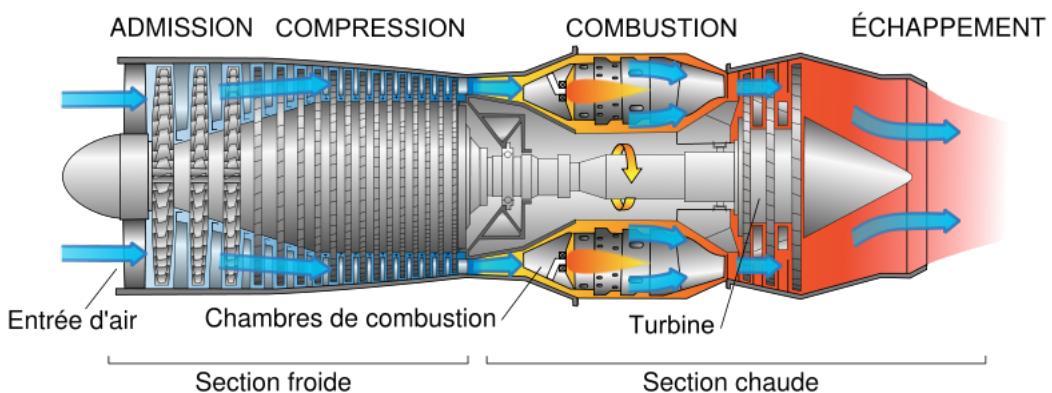


FIGURE 4.2 – Turboréacteur

La DGA (Direction Générale de l'Armement) dispose dans son centre d'essais des propulseurs, situé à Saclay, de bancs d'essais dédiés à la certification et à la mise au point de différents types de propulseurs d'avions ou de missiles. Un banc d'essais de turboréacteur est constitué de trois compartiments (figure 4.3)

2. D'après sujet SIA banque PT 2011

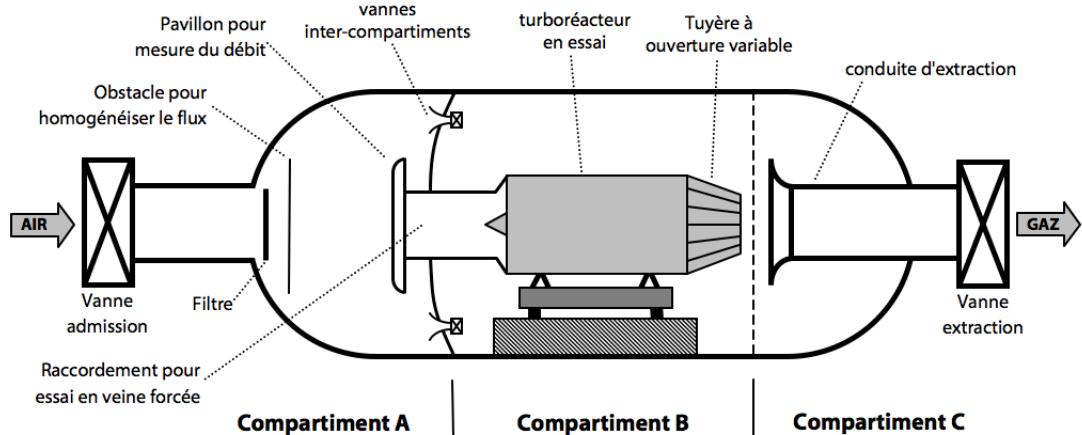


FIGURE 4.3 – Structure d'un banc d'essai

Les coûts en carburant et en matériel liés à l'utilisation d'un turboréacteur sont tels que, pour ces phases de calibration, les ingénieurs de la DGA ont imaginé une solution consistant à remplacer le propulseur réel par une structure simulant sa présence. Cette structure est composée d'un tube représentant le corps du réacteur et d'une tuyère à ouverture variable actionnée par quatre vérins hydrauliques et permettant de faire varier la vitesse de l'air éjecté.

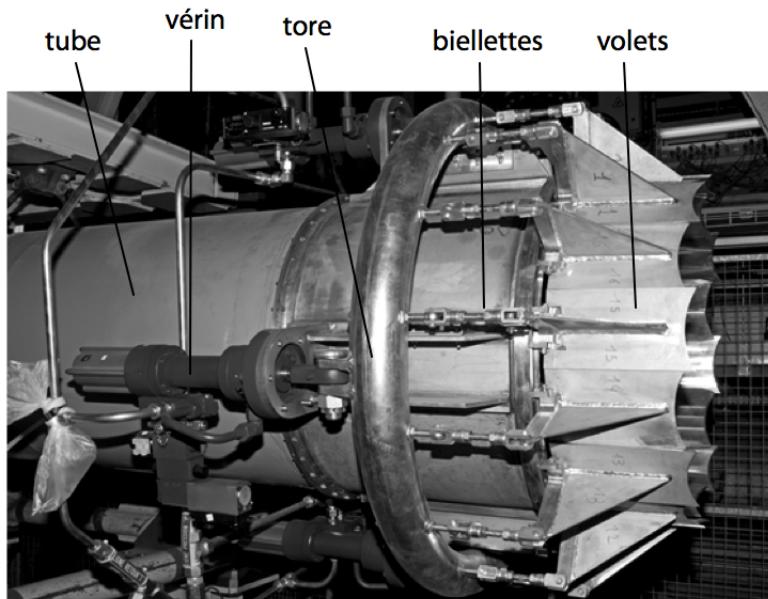


FIGURE 4.4 – Tuyère à ouverture variable

La tuyère à ouverture variable montée sur le tube, en aval de l'écoulement, a pour fonction de faire varier la section de la veine de fluide en sortie de tube. La solution imaginée consiste à disposer seize volets articulés sur la périphérie du tube qui permettent ainsi de réduire la section de passage du fluide (voir documents). Ces volets sont mis en mouvement par seize biellettes toutes identiques reliées à une pièce de forme torique (tore) elle-même mise en translation par quatre vérins hydrauliques répartis régulièrement autour du tube. Les commandes de ces vérins sont synchronisées et asservies en position. La DGA a confié la réalisation de cette commande à la société Bosch-Rexroth.

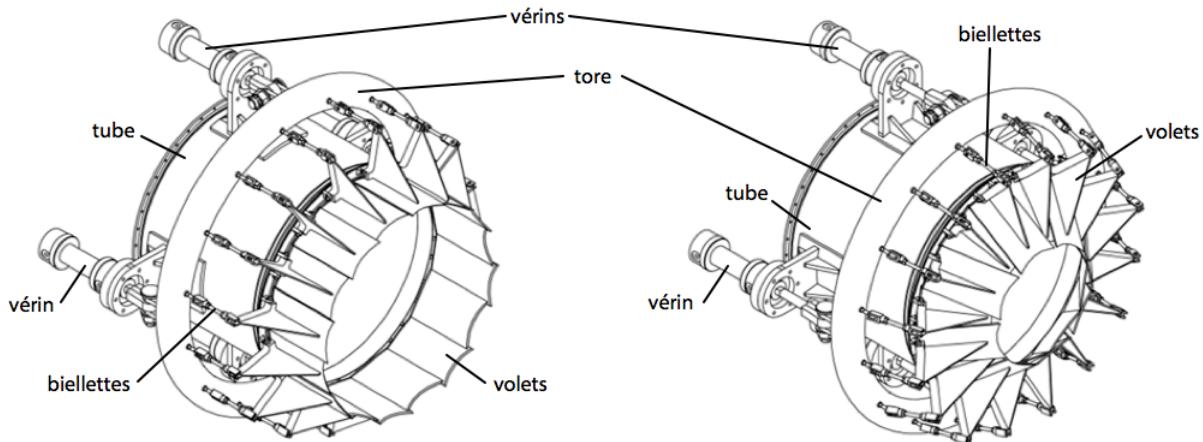


FIGURE 4.5 – Tuyère en positions ouverte (à gauche) et fermée (à droite)

La consigne d'ouverture de la tuyère est élaborée au niveau de la console de pilotage. Elle est transmise à des modules de commande spécifiques à chaque vérin. Ceux-ci sont pilotés par des servo-distributeurs hydrauliques à commande électrique. Un contrôle de la position est effectué par un capteur à magnétostriction intégré dans le corps du vérin.

On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges relatif à la fonction de service. On cherche à choisir et à régler le correcteur de la chaîne fonctionnelle assurant la fonction de service. Nous n'étudierons qu'une seule des 4 chaînes fonctionnelles constituant le système complet. Nous ferons l'hypothèse que les chaînes sont parfaitement identiques et que la charge est également répartie sur chacun des 4 vérins.

Fonction de service	Critère	Niveau
FS1 : faire varier le diamètre de la veine	temps de réponse à 5 %	4 s pour le déplacement maximal
	erreur statique pour le vérin	0
	erreur de trainage pour le vérin	1 mm pour une consigne de 25 mm/s
	marge de stabilité	$M_G > 15 \text{ dB}$ et $M_\varphi > 45^\circ$

TABLE 4.2 – Extrait du cahier des charges

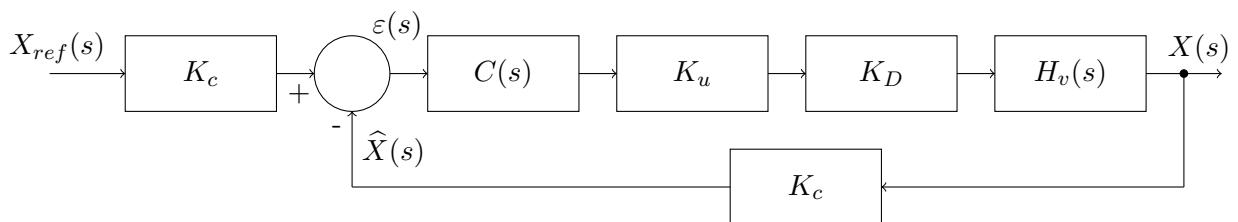


FIGURE 4.6 – schéma-bloc d'une chaîne fonctionnelle

#### Fonctions de transfert et gains

- $C(s)$ , fonction de transfert du correcteur de la chaîne de commande ;
- $K_u$ , gain du convertisseur numérique/analogique ;
- $K_D$ , gain du servo-distributeur hydraulique ;

- $K_c$ , gain du capteur de déplacement ;
- $H_v(s)$ , fonction de transfert du vérin hydraulique.

Valeurs numériques,  $K_c = 2 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$ ,  $K_u = 5 \times 10^{-4} \text{ V}$  et  $K_D = 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ .

#### 4.2.1 Modélisation de la boucle ouverte non corrigée

On donne sur le document réponse 1 la représentation dans le plan de Bode de la fonction de transfert  $H_v(s)$ .

1. Proposer, à partir de ce tracé, une expression pour la fonction de transfert  $H_v(s)$ . On justifiera la réponse en traçant les diagrammes asymptotiques correspondants et en déterminant tous les coefficients utiles. On précise que les coefficients ont été choisis afin d'optimiser la rapidité du vérin.
2. En déduire la valeur du gain statique en boucle ouverte non corrigée du système. On notera ce terme  $K_{BONC}$ . Tracer en rouge, sur le diagramme de Bode du document réponse, le diagramme de la fonction de transfert en boucle ouverte du système complet non corrigé.

#### 4.2.2 Analyse des performances en correction proportionnelle

Considérons dans un premier temps une correction proportionnelle telle que  $C(s) = K_p$ .

3. Donner l'ordre et la classe du système ainsi corrigé.
4. Pour  $K_p = 10$ , donner les valeurs de l'erreur statique pour une consigne de 100 mm et de l'erreur de traînage pour une consigne de vitesse de 25 mm/s. Le système peut-il répondre aux exigences de précision du cahier des charges ?
5. Le système comporte-t-il un risque d'instabilité ? Si oui, préciser pour quelle valeur de  $K_p$  l'instabilité est possible (on attend une méthode graphique et un résultat sous la forme d'une puissance de 10). Conclure.

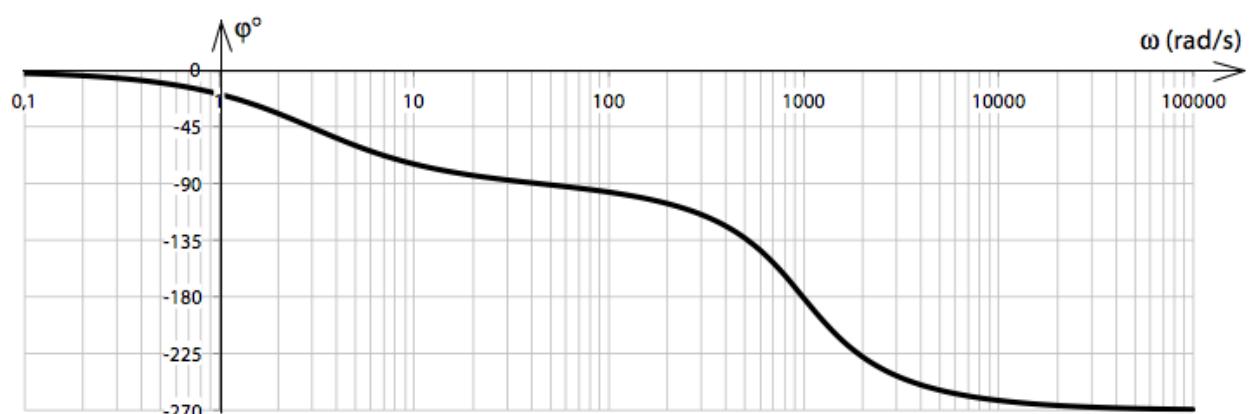
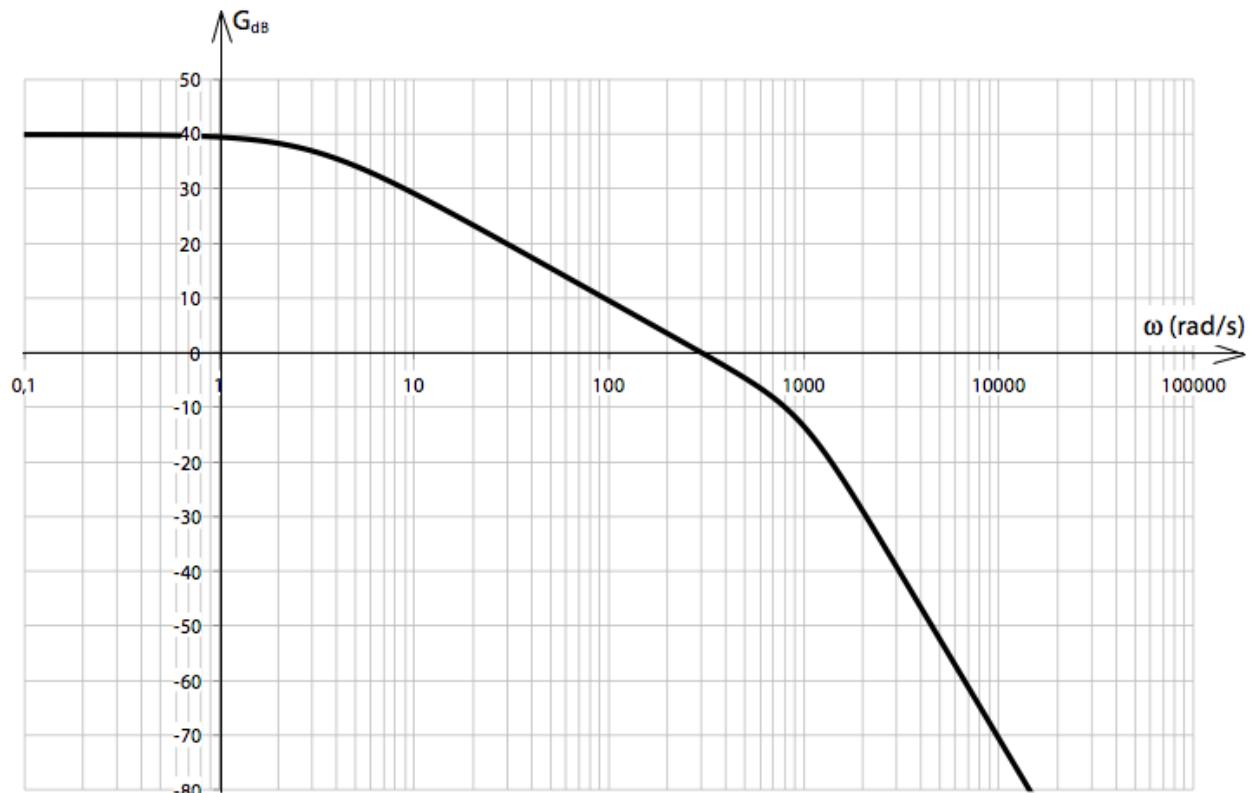
#### 4.2.3 Réglage d'une correction proportionnelle et intégrale

On prendra dans cette partie

$$C(s) = K_i \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

6. Tracer une représentation dans le plan de Bode de la fonction  $C(s)$ . On demande le diagramme asymptotique ainsi que l'allure des courbes réelles.
7. Donner l'ordre et la classe du système ainsi corrigé. Afin de garantir au système une réactivité optimale, on choisit de régler la constante de temps  $T_i$  permettant de compenser le mode le plus lent du système non corrigé.
8. Quelle valeur de  $T_i$  permet de compenser le mode le plus lent du système non corrigé ?
9. Tracer sur le document réponse 2 le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système ainsi corrigé pour  $K_i = 1$  (asymptotes et allures des courbes réelles).
10. Quelle valeur de  $K_i$  garantit les exigences de précision du cahier des charges ?
11. Estimer pour cette valeur les marges de gain et de phase du système et conclure sur le choix de cette correction. On pourra prendre une valeur approchée de  $K_i$  et on rappelle, si besoin, que  $\log 2 \approx 0,3$ .

Document réponse 1



**Document réponse 2**

This is a template for writing responses, consisting of 12 horizontal lines for handwriting practice.

## 4.3 Performances de la technologie HSD du véhicule hybride Toyota Prius<sup>3</sup>

Présentation du système et de ses modes de fonctionnement

### 4.3.1 Introduction



FIGURE 4.7 – Toyota Prius

Dans le contexte actuel d'économie des énergies fossiles et de réduction des émissions de gaz nocifs, le système de propulsion hybride constitue une alternative intéressante à la propulsion classique par moteur thermique seul car il permet de réduire la consommation.

La spécificité de la solution retenue sur la Prius consiste à :

- récupérer l'énergie du véhicule lors du freinage ;
- Exploiter le moteur thermique à son rendement optimal.

### 4.3.2 Architecture du système hybride HSD Toyota

Comme le montre le dessin la figure 4.7, la technologie hybride de Toyota, nommée HSD (Hybrid Synergy Drive) associe un moteur thermique à essence et sa transmission, à deux machines électriques et une batterie de puissance. Le schéma de principe de la figure 4.7 et le dessin de la figure 4.8 mettent en évidence les deux machines électriques (le moteur électrique et la génératrice) reliées au moteur thermique par un train épicycloïdal.

3. D'après concours Centrale-Supélec PSI 2007

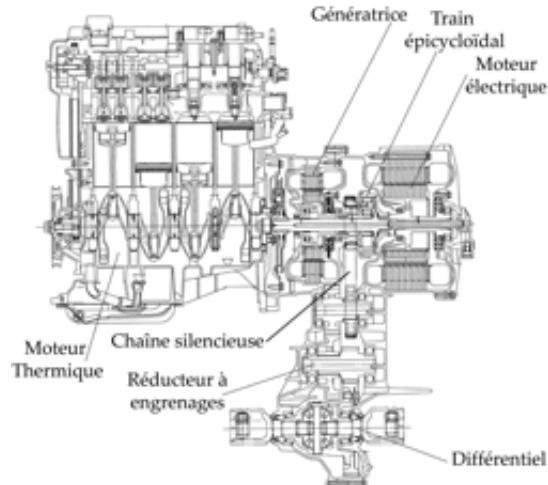


FIGURE 4.8 – Architecture du système hybride

À partir de la position de la pédale d'accélérateur et de la vitesse du véhicule, le calculateur détermine la fréquence de rotation optimale du moteur thermique et la consigne d'ouverture du papillon des gaz. La puissance en sortie du moteur thermique est transmise, grâce à un train épicycloïdal, à la chaîne silencieuse et à la génératrice. Un asservissement en vitesse de la génératrice permet de contrôler la fréquence de rotation du moteur thermique.

Le répartiteur de puissance gère les échanges de puissance électrique entre la génératrice, le moteur électrique et la batterie.

Le moteur électrique entraîne la chaîne silencieuse, seul ou en complément du moteur thermique. Il récupère également l'énergie cinétique ou potentielle du véhicule lors des phases de ralentissement. Les chaînes d'énergie et d'information, figure 4.9, permettent de percevoir l'organisation des différents composants du HSD. Les fonctions des capteurs relatifs à l'enfoncement de la pédale de frein, au sélecteur de marche et à la température de l'eau du moteur thermique seront développées ultérieurement.

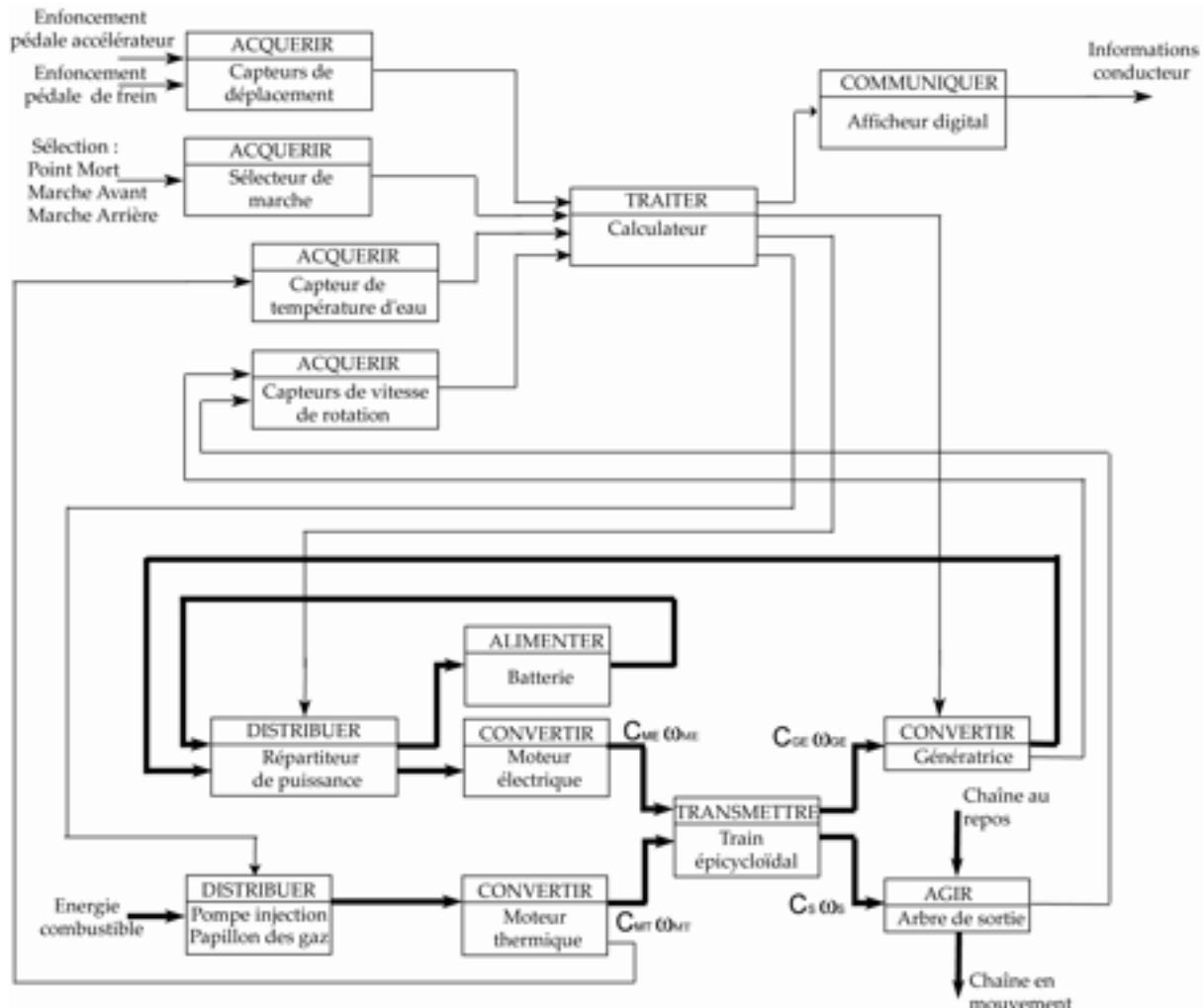


FIGURE 4.9 – Chaînes d'information et d'énergie

#### 4.3.3 Caractérisation des fonctions de service en phase d'utilisation

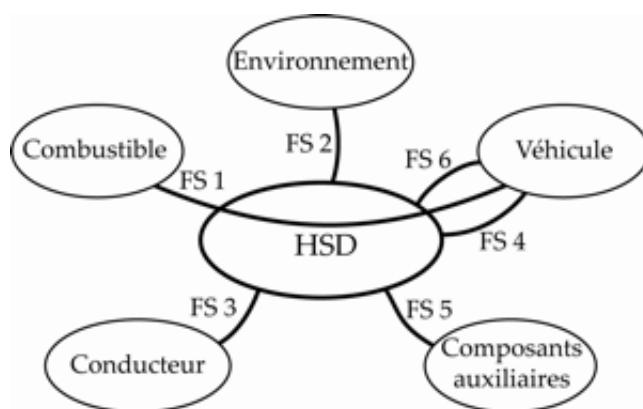


FIGURE 4.10 – Diagramme des interacteurs

Fonctions de service	Critères	Niveaux
FS1 : permettre au combustible d'entrainer le véhicule	Réduction de la consommation par rapport aux véhicules traditionnels comparables	40 %
	Consommation en cycle mixte	4,3 L pour 100 km
	Vitesse maximale	170 km/h
	Temps d'accélération de 0 à 100 km/h	10,9 s
	Temps d'accélération de 50 à 80 km/h	4,4 s
	Puissance maximale du système hybride	110 kW à 85 km/h
FS2 : respecter l'environnement	Réduction des émissions nocives de CO <sub>2</sub>	40 % au-dessous des normes européennes
FS3 : être commandé par le conducteur	Positions du sélecteur Enfoncements des Pédales	PM/MA/MAr Accélérateur/- frein
FS4 : s'adapter à la vitesse du véhicule	Vitesse de passage du mode tout électrique au mode hybride (démarrage du moteur thermique)	50 km/h
FS5 : alimenter en énergie les composants auxiliaires	Puissance maximale absorbée par les « consommateurs » d'énergie (climatisation, direction assistée, confort, ...)	4 kW maxi
FS6 : récupérer l'énergie cinétique du véhicule en freinage	Pourcentage de l'énergie cinétique récupérable	70 %

TABLE 4.3 – Cahier des charges fonctionnel

#### 4.3.4 Contrôle de la vitesse du moteur thermique en fonctionnement hybride

En mode hybride, la fréquence de rotation du moteur thermique est réglée afin de le faire fonctionner à son rendement maximum. Ce contrôle ne pouvant être réalisé au niveau du papillon des gaz, c'est un asservissement en vitesse de la génératrice qui permet de contrôler l'ensemble des autres fréquences de rotation.

La consommation du véhicule est directement liée aux qualités de cet asservissement. Cette partie s'intéresse à la justification et au dimensionnement d'un correcteur approprié. Les performances attendues de cet asservissement sont les suivantes :

Critères	Niveaux
Précision	Écarts en régime permanent : <ul style="list-style-type: none"> <li>– nul vis à vis d'une commande en échelon du type <math>\omega_{GE}^C(t) = \omega_0 u(t)</math>, <math>\omega_0</math> constante ;</li> <li>– nul vis à vis d'une perturbation constante du type <math>C_{MT}(t) = C_0 u(t)</math>, <math>C_0</math> constante.</li> </ul>
Rapidité	Pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO $\omega_{0dB} = 1,5 \text{ rad/s}$
Stabilité	Marge de phase $M_\varphi > 45^\circ$

TABLE 4.4 – Critères à respecter

Le modèle est extrait du modèle complet du système HSD. Un asservissement (non étudié ici) régule

le courant dans la génératrice. Ainsi, les comportements mécanique et électrique de la génératrice se modélisent par le schéma bloc figure où  $C_{MT}$  est assimilé à une perturbation extérieure.

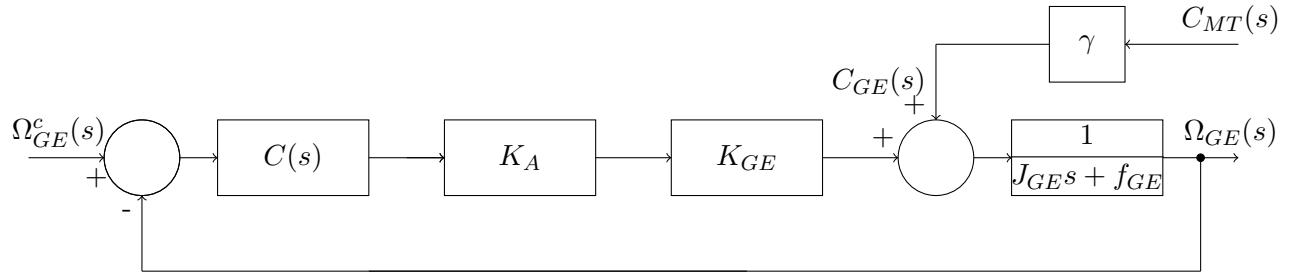


FIGURE 4.11 – Asservissement de vitesse de la génératrice

avec  $K_{GE} = 2 \text{ N} \cdot \text{m/A}$ ,  $K_A = 0,5 \text{ A/V}$ ,  $J_{GE} = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $f_{GE} = 0,05 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$  et  $\gamma = 0,28$ .

1. Déterminer l'expression de  $\Omega_{GE}(s)$  en fonction de  $\Omega_{GE}^c(s)$  et de  $C_{MT}(s)$ .
2. Expliquer pourquoi un asservissement avec correction unitaire ( $C(s) = 1$ ) ne permet pas de satisfaire le cahier des charges (tableau 4.4).

#### 4.3.5 Correction intégrale

Le premier correcteur envisagé est un correcteur intégral, tel que  $C(s) = C_1(s) = \frac{K_i}{s}$ . Le diagramme de Bode de la fonction  $R(s) = \frac{1}{s} \frac{K_A K_{GE}}{J_{GES} + f_{GE}}$  est fourni dans le document réponses figure 4.13.

3. Le système de FTBO  $R(s)$  est-il stable ? Si oui, déterminer la marge de phase et la marge de gain.
4. Déterminer l'erreur statique vis-à-vis d'un échelon de consigne  $\Omega_{GE}^c(s)$ .
5. Déterminer l'erreur statique vis-à-vis d'un échelon de perturbation  $C_{MT}(s)$ .
6. Déterminer la pulsation de coupure à 0 dB.
7. Justifier que ce correcteur ne permet pas de satisfaire l'ensemble des critères du cahier des charges (tableau 4.4).

#### 4.3.6 Correction intégrale associée à une correction à avance de phase

La fonction de transfert du second correcteur envisagé est notée  $C(s) = \frac{K_i}{s} \frac{1+Ts}{1+aTs} = C_1(s)C_2(s)$  avec  $a < 1$ ,  $C_1(s) = \frac{K_i}{s}$  et  $C_2(s) = \frac{1+Ts}{1+aTs}$ . Le diagramme de Bode du correcteur  $C_2(s)$  est donné figure 4.12.

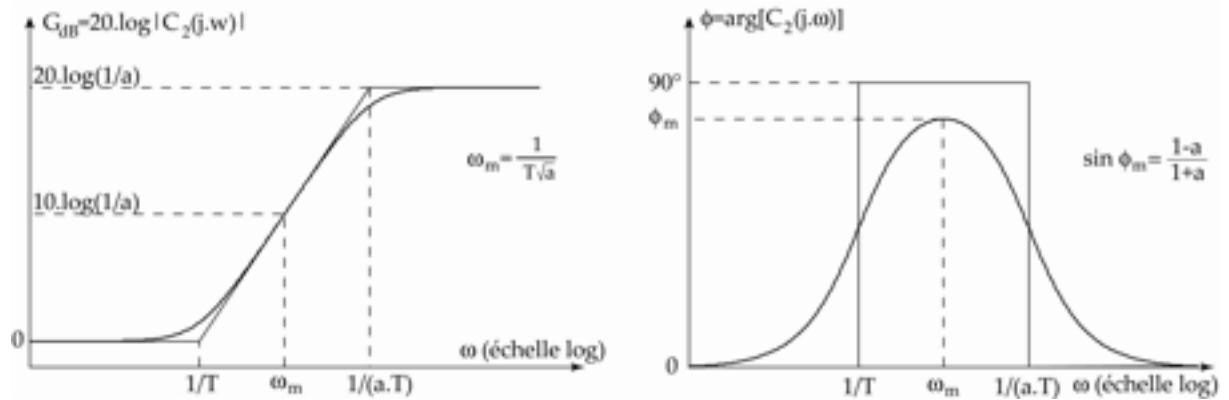


FIGURE 4.12 – Document réponse

Afin d'apporter le maximum de marges de stabilité, on décide de placer  $\omega_m$  en  $\omega_{0dB}$

8. Justifier l'utilisation d'un correcteur à avance de phase.
9. Déterminer  $\phi_m$  pour que la marge de phase soit effectivement de  $45^\circ$ . En déduire la valeur de  $a$  et de  $T$ . (On pourra se servir du diagramme de Bode de  $R(s)$  de la figure 4.13).
10. Déterminer finalement  $K_i$  pour que la pulsation  $\omega_{0dB}$  soit effectivement la pulsation de coupure à 0 dB.
11. Que pensez-vous de la marge de gain du système ?
12. Conclure sur les capacités du correcteur à satisfaire l'ensemble des critères du cahier des charges.

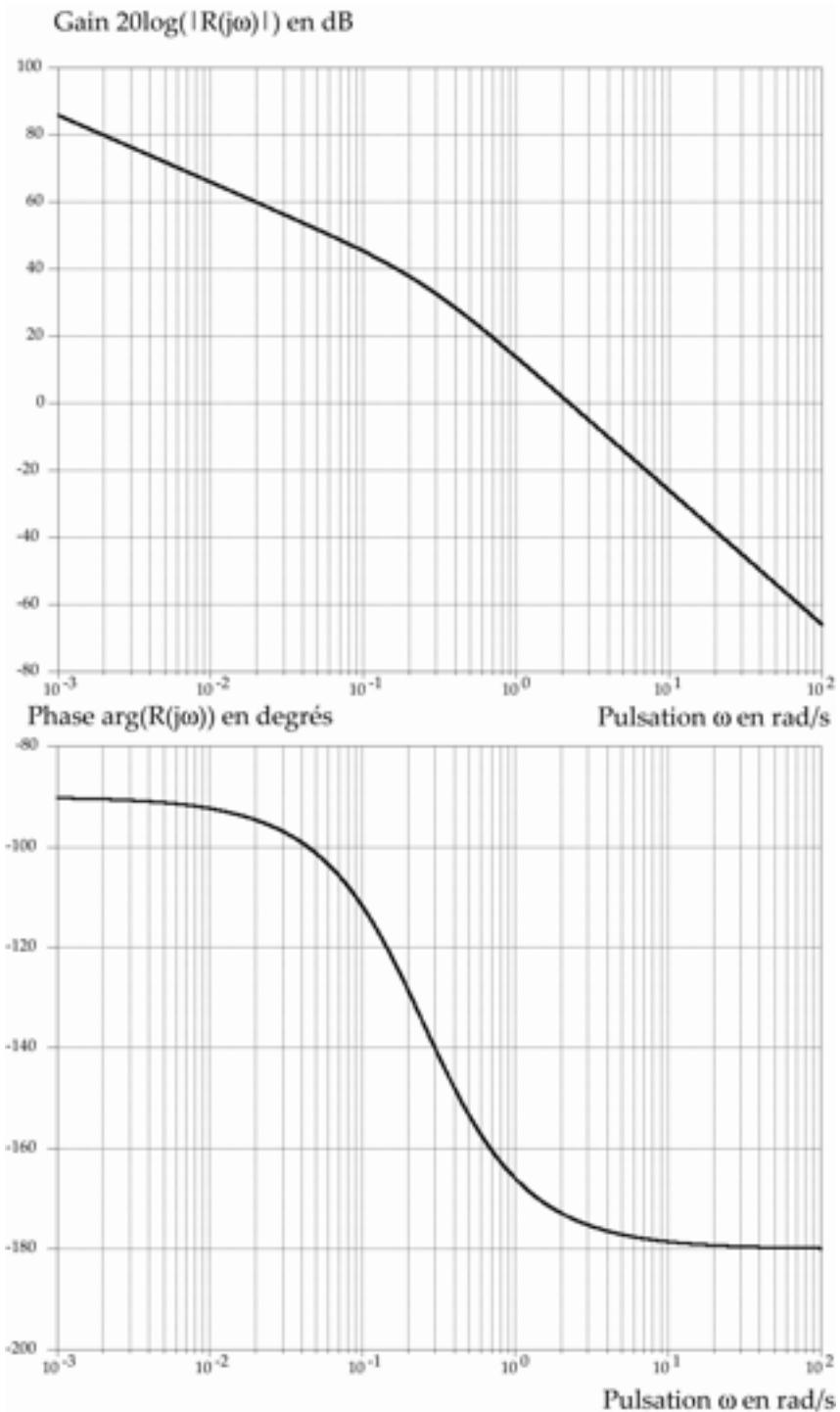


FIGURE 4.13 – Document réponse

#### 4.4 Centrale inertielle<sup>4</sup>

Une centrale inertielle est un système de navigation entièrement autonome muni en général de trois gyroscopes, de trois accéléromètres et d'un calculateur qui permet à un engin mobile de connaître

---

4. Extrait du concours E3A MP 2005

en temps réel sa position et sa vitesse dans l'espace.



FIGURE 4.14 – Centrale inertielle

Le système étudié ici est destiné à effectuer des tests dynamiques et statiques sur des équipements inertiels embarqués dans tout type de véhicules (terrestres, marins, aériens et spatial).

Le sujet proposé concerne un testeur pouvant recevoir une enceinte pressurisée et régulée en température (c'est-à-dire climatisée) à l'intérieur de laquelle est installé l'équipement inertiel.

Ce testeur est en fait un robot constitué par conséquent d'une partie opérative représentée sur la Figure 4.4 et d'une partie commande munie d'un pupitre et d'un écran de contrôle.

La partie opérative est munie de deux axes pilotés par la partie commande et assurant un asservissement en mode vitesse et en mode position, de façon synchronisée ou indépendante, sur ces deux axes.

En robotique de manière simplifiée, on nomme « axe », pour axe numérique, chaque degré de mobilité de la partie opérative, asservi en vitesse et en position.

Sur la Figure 4.4, on peut voir le premier axe toujours horizontal (l'axe  $\theta$ ) actionné par deux motoréducteurs  $M_1$  et  $M'_1$  et le deuxième axe normal au plan du plateau circulaire (l'axe  $\phi$ ) actionné par un motoréducteur  $M_2$ .

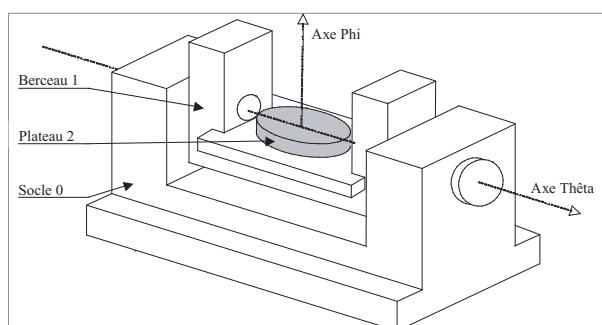


FIGURE 4.15 – Partie opérative du testeur

**Objectif de l'étude :** valider les performances de la boucle d'asservissement en vitesse de l'axe  $\phi$ . Le principe retenu pour l'asservissement en position et en vitesse de cet axe est décrit sur la Figure 4.4.

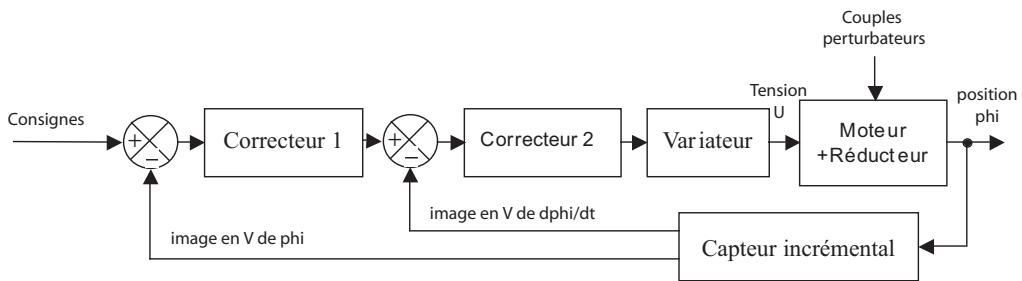


FIGURE 4.16 – Schéma bloc de l'asservissement de l'axe  $\phi$

Performance	Critère	Niveau
Stabilité	marge de gain	10 dB
	marge de phase	45°
Sensibilité aux perturbations	insensibilité en vitesse	impératif

TABLE 4.5 – Extrait du cahier des charges

La modélisation du moteur aboutit à représenter le système selon le schéma blocs de la Figure ??, où  $U_c(s)$  est la tension de consigne d'alimentation du moteur,  $C_r(s)$  le couple résistant perturbateur et  $\Omega(s)$  la vitesse de rotation du moteur.

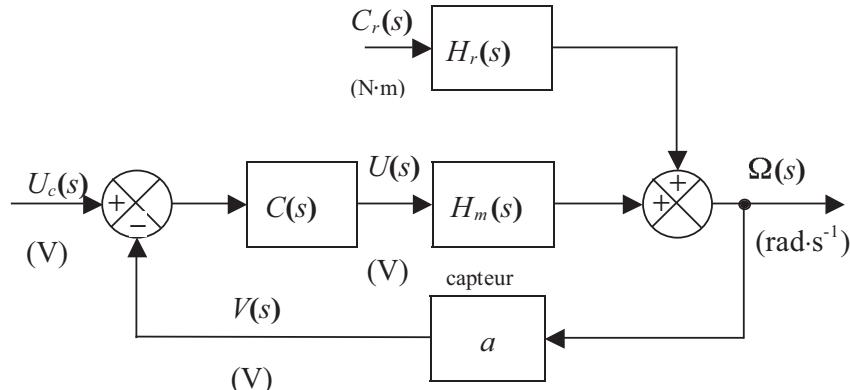


FIGURE 4.17 – Schéma-bloc de l'asservissement de l'axe  $\phi$

Sur ce schéma,

$C(s)$  est la fonction de transfert du correcteur,

$H_m(s)$  celle du moteur électrique, et  $H_r(s) = 0,37 \frac{1 + 0,492s}{1 + 10,34s + 5,1s^2}$  avec  $K_r = 0,37 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ .

#### 4.4.1 Étude de la stabilité du système asservi non corrigé

Le moteur est représenté par la fonction de transfert :  $H_m(s) = \frac{0,5}{(1+10s)(1+0,5s)}$ . Le gain du capteur vaut  $a = 2 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$ .

On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que le couple résistant perturbateur est nul, soit  $C_r(s) = 0$ .

On note  $H_a(s)$  la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée (voir Figure 4.17 avec  $C(s) = 1$ ).

1. Exprimer  $H_a(s)$  en fonction de  $H_m(s)$ . En déduire son expression numérique.
2. Sur le document réponse DR2, tracer en bleu les diagrammes asymptotiques en gain et en phase de la fonction de transfert  $H_m(s)$  puis en rouge ceux de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_a(s)$ .
3. Déterminer graphiquement les marges de gain et de phase. Le système asservi non corrigé a-t-il un niveau de stabilité suffisant vis à vis du cahier des charges ?

Les diagrammes de Bode de  $H_m(s)$  sont donnés sur le document réponse DR2.

#### 4.4.2 Sensibilité à la perturbation du système asservi non corrigé

On applique en consigne un échelon de tension d'amplitude  $U_{c0}$  permettant d'obtenir une vitesse de rotation en régime permanent de  $N_0 = 2320 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  quand le couple résistant perturbateur est nul.

Brusquement on applique un couple résistant perturbateur modélisable par un échelon d'amplitude  $C_{r0} = -25 \text{ N} \cdot \text{m}$ . On note  $N_{r0}$  la nouvelle vitesse de rotation du moteur en régime permanent et l'écart  $\Delta N = N_0 - N_{r0}$ .

4. Donner l'expression de  $\Delta N$  et sa valeur numérique. Le cahier des charges est-il vérifié ?

#### 4.4.3 Étude du système asservi avec correction proportionnelle

On utilise maintenant un correcteur proportionnel de gain  $K_P$ , donc  $C(s) = K_P$ .

On note  $H_b(s)$  la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel.

On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que  $C_r(s) = 0$ .

5. Donner l'expression de la fonction de transfert  $H_b(s)$  en fonction de  $K_P$  (voir Figure 4.17).
6. On appelle  $M_G$  la marge de gain et  $M_\Phi$  la marge de phase du système asservi.
  - 6.1 Évaluer la valeur de  $K_P$  pour que la marge de phase soit voisine de la valeur limite du cahier des charges.
  - 6.2 Sur le document DR2, tracer en vert les courbes réelles pour cette valeur de  $K_P$ .
  - 6.3 Que vaut la marge de gain ?

#### Sensibilité à la perturbation.

7. Donner l'expression de  $\Delta N$  en réponse à un échelon de perturbation d'amplitude  $C_{r0}$ . Le cahier des charges peut-il être vérifié ? Ce type de correcteur est-il suffisant ?

#### 4.4.4 Étude du système asservi avec correction proportionnelle et intégrale

À partir d'un système proportionnel de gain  $K_p^*$  et d'un système intégrateur pur de gain  $K_i$ , placés en parallèles, on réalise un correcteur proportionnel intégral.

8. Réaliser un schéma et montrer que la fonction de transfert du correcteur proportionnel intégral est de la forme :  $C(s) = \frac{K(1+Ts)}{s}$ .
9. Tracer le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur seul. Compléter avec l'allure des courbes réelles. Indiquer toutes ses valeurs caractéristiques (les pentes des asymptotes et la pulsation, le gain, la phase au point de cassure).

On note  $H_c(s)$  la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel et intégral. On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que  $C_r(s) = 0$ .

10. Donner l'expression de  $H_c(s)$  en fonction de  $K$  et  $T$  en particulier.

À l'aide d'un logiciel de simulation on obtient un réseau de 4 courbes qui sont les lieux de transfert dans le plan de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel et intégral pour quelques valeurs de  $K$  et de  $T$  (voir figure 4.4.4).

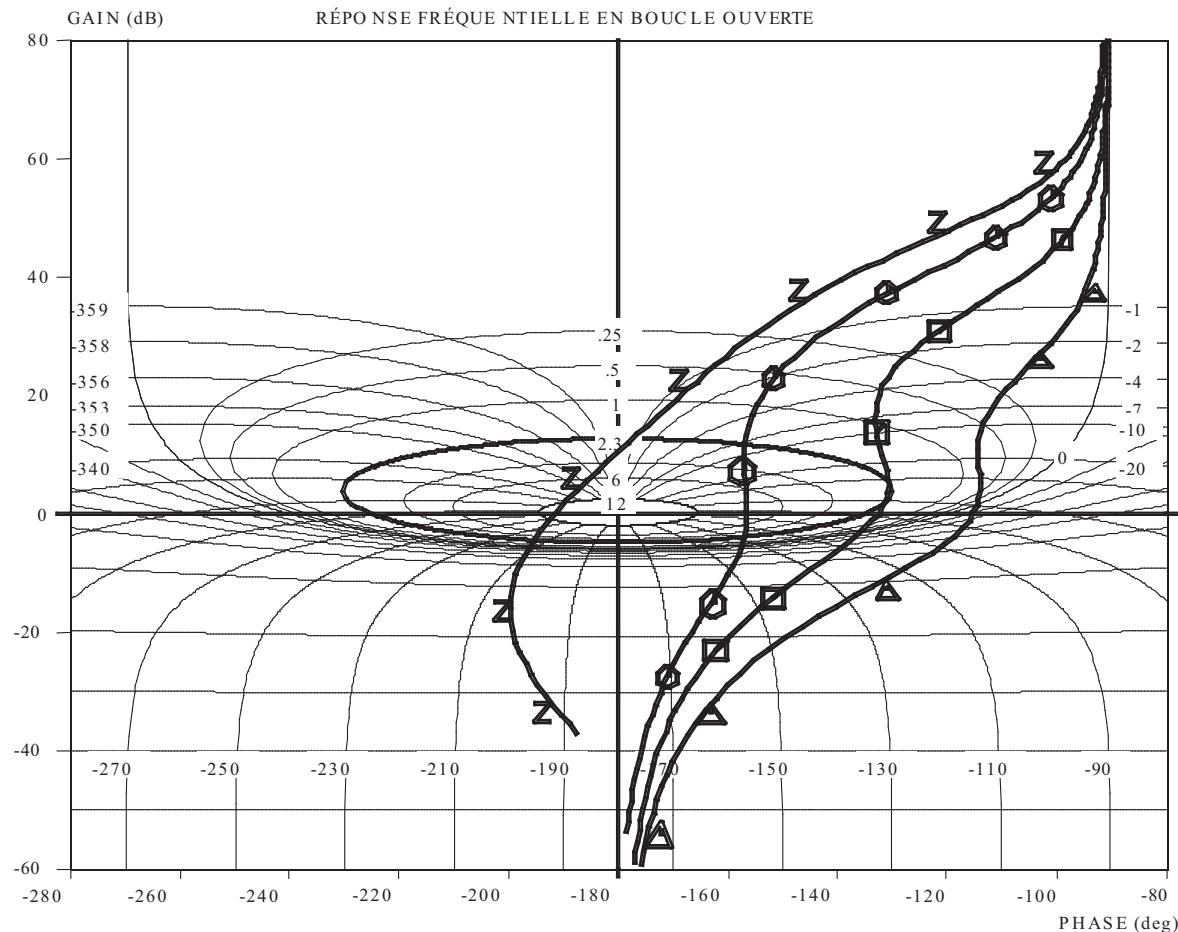


FIGURE 4.18 – Lieux de transfert

Chaque courbe correspond à un couple de valeur de  $K$  et de  $T$  différent selon le tableau suivant :

<b>Courbe</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>Repère</b>	Z	○	□	△
<i>K</i>	10	10	4	1
<i>T</i> (s)	0,1	1	2,5	5

11. Déterminer, pour chacun des 4 cas :
  - si le système asservi est stable ou instable selon le critère du revers ;
  - une évaluation de la marge de gain ;
  - une évaluation de la marge de phase.
12. Le niveau de stabilité demandé dans le cahier des charges est-il atteint ? Dans quel(s) cas ? S'il existe au moins 2 possibilités choisir le cas le plus favorable en terme de rapidité. Justifier.
13. Le système asservi avec correction proportionnelle et intégrale est-il encore sensible à la perturbation ? Justifier.

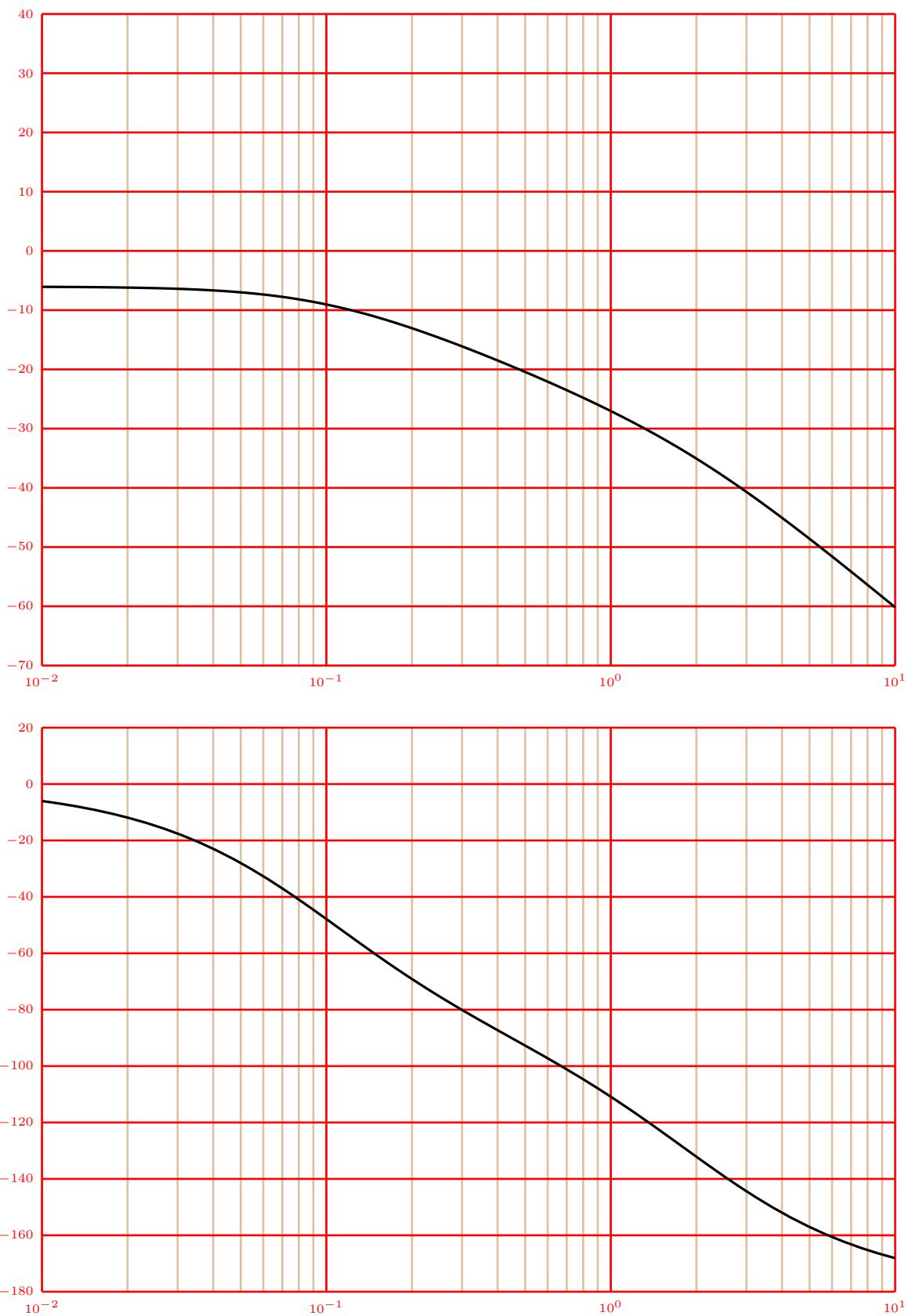


FIGURE 4.19 – Document réponse 2

## 4.5 Asservissement de vitesse d'un capteur d'état de surface



FIGURE 4.20 – Machine à mesurer tridimensionnelle

### 4.5.1 Mise en situation

À l'issue des opérations d'usinage, un contrôle de l'état de surface est nécessaire dans certaines industries de précision. Une machine tridimensionnelle équipée d'un palpeur mécanique est alors utilisée.

L'objet de cette étude est de caractériser le correcteur adéquat permettant d'asservir la vitesse de déplacement du palpeur le long de la surface usinée.

La machine de métrologie (figure 4.20) peut être représentée schématiquement figure 4.21. Elle est constituée d'un moteur électrique à courant continu commandé par une tension d'induit  $U$ , un système vis-écrou assurant la transformation du mouvement de rotation délivrée par le moteur en mouvement de translation.

### 4.5.2 Modélisation

1. À partir de la structure de la machine présentée figure 4.21 et des variables introduites, proposer, sous forme de schéma-blocs, une modélisation de cette machine en considérant comme entrée la tension de l'induit  $U$  et comme sortie la vitesse de déplacement du palpeur.
2. Donner l'expression de la fonction de transfert  $H(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)}$ . Exprimer cette fonction de transfert sous la forme  $H(s) = \frac{G}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}$  et donner les valeurs de  $G$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .

Dans la réalité, le frottement visqueux de facteur  $f$  n'est pas constant. Il dépend de la température ambiante, de la lubrification et varie entre 0,25 et 0,75 N · m · s/rad.

3. Définir la variation paramétrique associée au gain  $G$  du fait de cette incertitude sur la valeur du coefficient de frottement visqueux.
4. Justifier alors de l'intérêt d'introduire une boucle d'asservissement.

### 4.5.3 Étude de l'asservissement en vitesse du palpeur

Un capteur de vitesse angulaire est implanté, il permet de recueillir une tension électrique, image de la vitesse de rotation angulaire du moteur. La loi associée à ce capteur est définie par

$$u_m(t) = k_t \omega(t)$$

avec  $k_t = 0,25 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

5. Proposer, sous forme d'un schéma-bloc, la structure de la boucle d'asservissement en sachant qu'il est constitué des blocs suivants :

- bloc « procédé » défini par la fonction de transfert  $H(s)$  ;
- bloc « correcteur » défini par la fonction de transfert  $C(s)$  ;
- bloc « amplificateur de puissance » défini par la fonction de transfert  $A(s)$  ;
- bloc « capteur de vitesse » défini par la fonction de transfert  $K_t(s)$  ;
- bloc « vis-écrou » défini par la fonction de transfert  $P(s)$ .

La dynamique du bloc «amplificateur de puissance» est modélisée par la fonction de transfert

$$A(s) = \frac{A}{1 + \tau_A s}$$

où  $A$  représente le gain et  $\tau_A$  la constante de temps de l'amplificateur de puissance.

6. La dynamique de l'amplificateur étant très élevée devant à celle du système à commander, proposer une simplification pour la fonction de transfert  $A(s)$ .

7. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte  $T(s) = \frac{U_m(s)}{\varepsilon(s)}$ .

Dans la suite du sujet, on prendra  $A = 10$  et  $\tau_2 = 2 \times 10^{-3}$  s.

#### 4.5.3.1 Étude de l'influence d'un correcteur proportionnel

Le correcteur proportionnel implanté est défini par  $C(s) = K_1$ .

8. Déterminer la valeur de  $K_1$  pour que le système asservi d'entrée  $U_c$  et de sortie  $U_m$  présente une marge de phase de  $45^\circ$ .
9. Déterminer l'erreur de traînage pour cette valeur de  $K_1$  et pour une rampe de 1 V/s.
10. Tracer la réponse fréquentielle du système sur l'abaque de Black-Nichols et en déduire la bande passante à  $-6$  dB du système asservi.

#### 4.5.3.2 Étude de l'influence d'un correcteur intégral

Le correcteur intégral implanté est défini par  $C(s) = \frac{K_2}{s}$ .

11. Déterminer la valeur de  $K_2$  pour que le système asservi d'entrée  $U_c$  et de sortie  $U_m$  présente une marge de phase de  $45^\circ$ .
12. Déterminer l'erreur de traînage pour cette valeur de  $K_2$  et pour une rampe de 1 V/s.
13. Tracer la réponse fréquentielle du système sur l'abaque de Black-Nichols et en déduire la bande passante à  $-6$  dB du système asservi.

#### 4.5.3.3 Étude de l'influence d'un correcteur proportionnel et intégral

Le cahier des charges établi avec l'industriel spécifie les valeurs suivantes :

- erreur de traînage inférieure à 0,001 V pour une rampe de 1 V/s ;
- bande passante à  $-6$  dB supérieure à 3000 rad/s.

Le correcteur intégral implanté est défini par  $C(s) = \frac{K_3(1 + \tau_3 s)}{s}$  avec  $\tau_3 = 2 \times 10^{-3}$  s.

14. Déterminer la valeur de  $K_3$  pour que le système asservi d'entrée  $U_c$  et de sortie  $U_m$  présente une marge de phase de  $45^\circ$ .
15. Déterminer l'erreur de traînage pour cette valeur de  $K_3$  et pour une rampe de 1 V/s.
16. Tracer la réponse fréquentielle du système sur l'abaque de Black-Nichols et en déduire la bande passante à  $-6$  dB du système asservi.

17. Le correcteur proportionnel et intégral répondent-ils aux exigences du cahier des charges ?

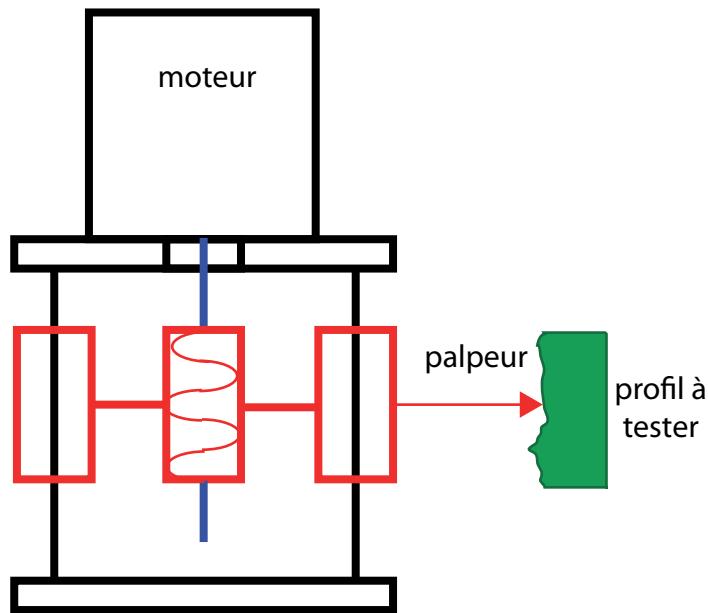
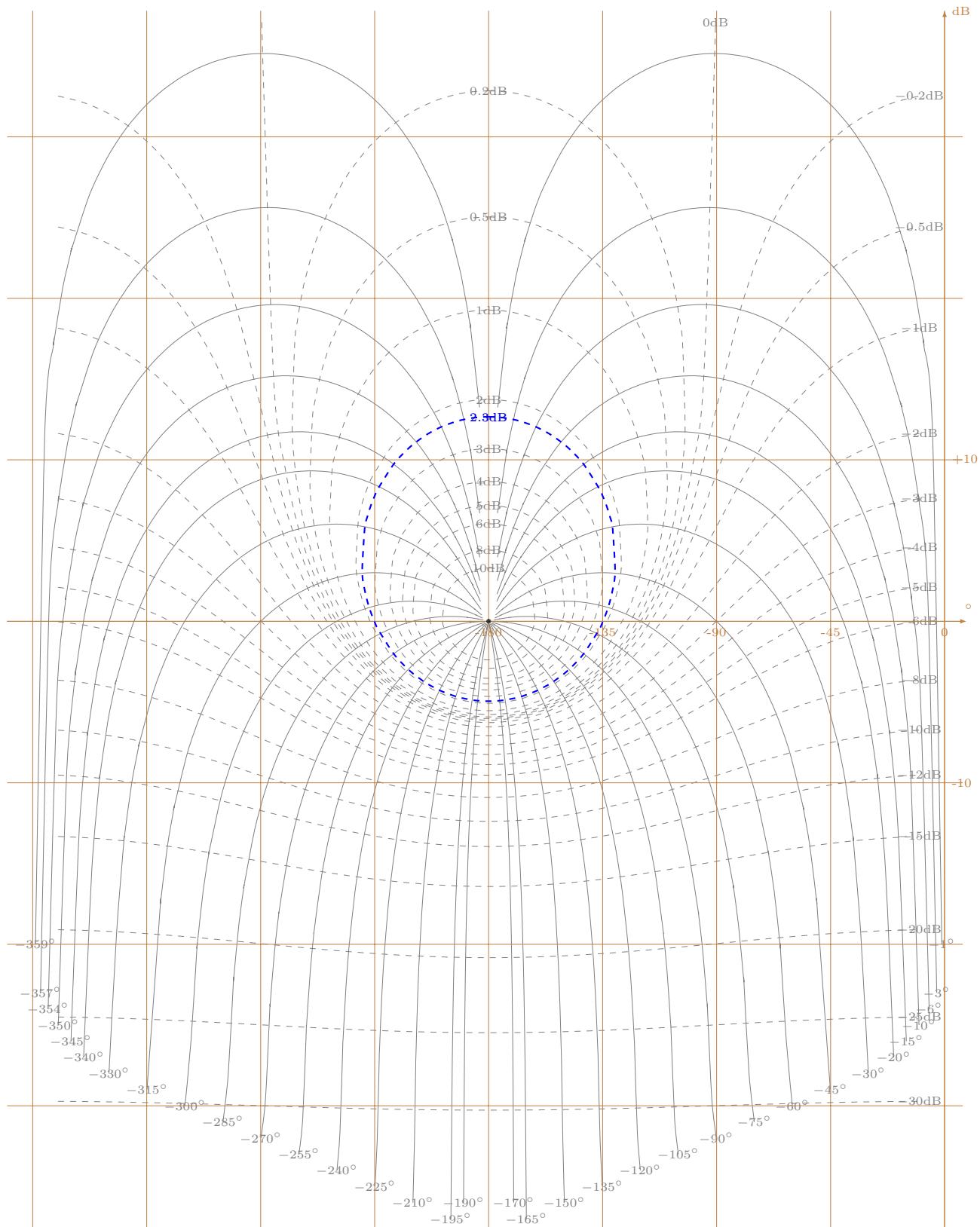


FIGURE 4.21 – Modélisation de la machine à mesurer tridimensionnelle

	légende	valeur	unité
$R$	résistance d'induit	0,8	$\Omega$
$L$	inductance d'induit	$2 \times 10^{-3}$	H
$k_c$	constante de couple	0,2	$N \cdot m \cdot A^{-1}$
$k_e$	constante de force contre électromotrice	0,5	$V \cdot rad^{-1} \cdot s^{-1}$
$J$	inertie totale ramenée sur l'axe moteur	$2 \times 10^{-4}$	$kg \cdot m^2$
$f$	frottement visqueux total ramené sur l'axe moteur	0,5	$N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$
$d_v$	diamètre de la vis d'entraînement	20	mm
$p_v$	pas du filetage de la vis d'entraînement	0,2	$mm \cdot rad^{-1}$
$u(t)$	tension de commande d'induit		V
$i(t)$	courant d'induit		A
$c(t)$	couple moteur		$N \cdot m$
$\omega(t)$	vitesse angulaire de l'axe moteur		$rad \cdot s^{-1}$
$v(t)$	vitesse du palpeur		$m \cdot s^{-1}$

TABLE 4.6 – Paramétrage de la machine



# 5

## Décrire et spécifier le comportement de la commande à événements discrets d'un système réalisant des tâches élémentaires

### 5.1 Équipement d'une machine de forage des sols<sup>1</sup>

La machine étudiée est une machine de forage qui sert à forer des trous dans le sol. Elle comporte une embase montée sur un chenillard, et une flèche de forage. Le chenillard permet de déplacer la machine sur la zone de forage, et d'assurer son chargement et son déchargement de la remorque de transport. La flèche de forage supporte les éléments actifs de la machine. Elle travaille en position verticale, comme sur la figure 5.1. L'embase accueille les autres composants de la machine : moteur, pompes, réservoirs, organes de commande etc.

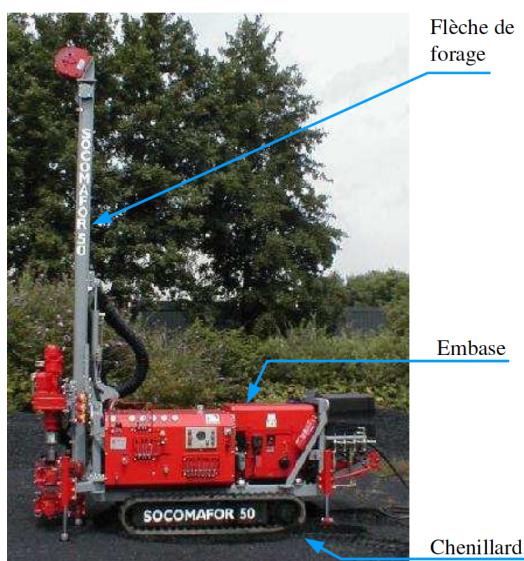


FIGURE 5.1 – Machine de forage – flèche verticale

1. D'après agrégation de mécanique – session 2004

La flèche de forage doit être basculée en position horizontale pour réduire l'encombrement de la machine pendant les phases de transport de la machine sur remorque. L'énergie mécanique est délivrée par un moteur thermique, qui entraîne des pompes hydrauliques. C'est ensuite principalement l'énergie hydraulique qui est distribuée aux différents composants de la machine.



FIGURE 5.2 – Machine de forage – flèche horizontale

Le forage est assuré par une tête de forage constituée d'un outil adapté au type de trou et à la nature du terrain. Le mouvement de coupe (rotation d'axe vertical) est transmis à la tête de forage par un train de tubes. La tête de rotation est constituée de deux moteurs hydrauliques à engrenages.

La tête de rotation est montée sur un chariot, lui-même guidé en translation sur la flèche. Le mouvement d'avance est constitué par la descente de ce chariot. Il est transmis à la tête de forage par la tête de rotation et le train de tubes. Ce mouvement de translation est généré par un motoréducteur hydraulique avec frein par manque de pression, associé à une transmission par chaîne et pignons. Au fil du forage, le poids propre du train de tubes augmente. Pour conserver un effort de poussée constant sur la tête de forage, il faut équilibrer le circuit hydraulique agissant sur la contre-pression. En phase de forage, lorsque la tête de rotation arrive en position basse, il est nécessaire rajouter un tube au train de tubes déjà enfoncé dans le sol. Pour cela, il faut bloquer le train de tubes, le désolidariser la tête de rotation, et remonter cette tête pour pouvoir rajouter le nouveau tube. On utilise pour bloquer le train de tube enfoncé dans le sol, un frein de tubes. Ce frein de tubes est situé à l'extrémité inférieure de la flèche de forage. Le blocage est obtenu par serrage radial du train de tubes par deux vérins hydrauliques. En phase de remontée du train de tubes, il faut effectuer la manœuvre en sens inverse.

Une pompe d'injection injecte des boues de forage dans le train de tube pour faire remonter les débris de forage. Cette pompe d'injection est entraînée par un moteur hydraulique lui-même alimenté par une pompe hydraulique. En phase de forage, la machine est en appui sur quatre vérins de stabilisation positionnés aux quatre coins de l'embase. Ces vérins sont commandés séparément. La machine dispose de fonctions additionnelles : percussion hydraulique, frappe au retrait, vérin de détubage, rotation auréolaire et treuil. Ces fonctions ne rentrent pas dans le cadre de l'étude et ne seront pas détaillées.

### 5.1.1 Présentation du cahier des charges de l'étude

Outre le forage simple de trous, cette machine est capable de réaliser un certain nombre d'essais normalisés relatif à la mécanique des sols. L'essai qui nous intéresse est l'essai dit « essai destructif enregistré ». Cet essai consiste à réaliser un forage à effort de poussée et couple de rotation sur la tête de forage constant. On fore un trou d'un diamètre donné à une profondeur donnée en souhaitant enregistrer à chaque instant :

- la position de l'outil ;
- la vitesse de descente de la tête de forage ;
- l'effort de poussée sur la tête de forage ;

- le couple de rotation sur la tête de forage ;
- la pression d'injection des boues de forage.

À partir de ces informations, les géotechniciens sont capables de déterminer certaines caractéristiques mécaniques du sol aux différentes profondeurs. Le suivi de la pression d'injection des boues de forage permet de détecter les cavités rencontrées. En effet, les boues de forages se répandent dans ce cas dans la cavité, et la pression d'injection chute alors brutalement. Actuellement, le suivi de la position de la tête de forage est assuré par un capteur à fil déroulant. Le capteur est installé à l'extrémité supérieure de la flèche. Le fil est fixé sur le chariot supportant la tête de rotation. Le fil se déroule à mesure de la descente du chariot. Il faut réinitialiser ce capteur à chaque ajout de tube, et cumuler la longueur des différents tubes déjà enfouis dans le sol.

L'effort de poussée et le couple de rotation ne sont suivis qu'au travers des pressions en sortie des pompes d'alimentation des circuits hydrauliques respectifs de translation et de rotation, ainsi que du suivi de la pression d'équilibrage pour la translation. Ces pressions, prises en début de chaîne de transmission de puissance, sont suivies sur des manomètres, et c'est l'opérateur de la machine qui ajuste les débits dans les différents circuits pour les stabiliser. La pression d'injection des boues de forage est mesurée directement par un capteur de pression.

### 5.1.2 Pilotage de l'essai

Il s'agit de coordonner les actions de la machine et du technicien réalisant l'essai. On suppose que la machine est dans un état initial où la flèche de forage est en position de travail verticale, les vérins de stabilisation sont mis en place, le chariot de translation est en position haute et il n'y a pas de tube monté sur la tête de rotation. Le cycle commence sur une demande de préparation de l'essai du technicien depuis le pupitre de commande : réceptivité « préparer ». L'étape 20 consiste à la saisie par le technicien des paramètres de l'essai :

- $F_{pc}$ ,  $C_{rc}$ ,  $P_{ic}$ , respectivement les consignes d'effort de poussée, de couple de rotation et de pression d'injection des boues de forage ;
- $pf_M$ , profondeur maximale de forage à atteindre.

Le technicien indique la fin de cette étape à partir du pupitre de commande : réceptivité « préparation OK ». L'étape 30 consiste alors au montage par le technicien d'un nouveau tube. La partie commande étudiée indique ce état par l'allumage d'un voyant : « montage tube ». Le technicien signale la fin du montage à partir du pupitre de commande : réceptivité « tube monté ». Le début du grafset de commande a donc la forme donnée figure 5.3.

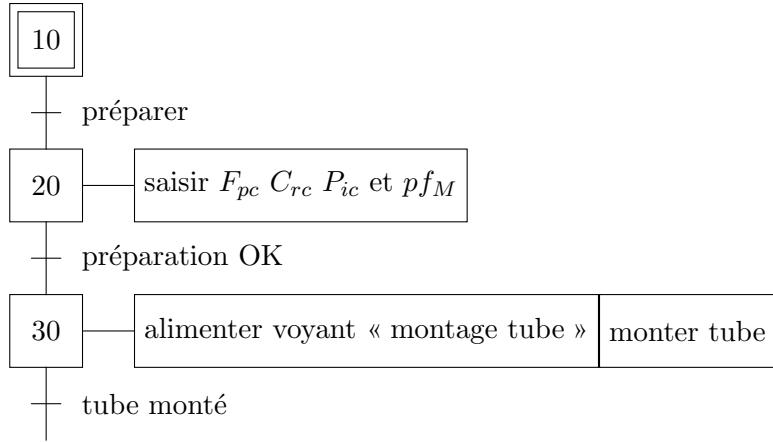


FIGURE 5.3 – Début du cycle de commande d'un essai

À la fin de l'étape 30, la position du chariot de translation sur la flèche de forage fournie par le codeur est  $Ct_1$ . Dans cet état, le forage est prêt à démarrer. Pendant le forage, la position du chariot de translation sur la flèche de forage fournie par le codeur sera  $Ct_i$ . Lorsque le chariot est en position haute ou basse sur la flèche, cette position prend respectivement les valeurs  $Ct_h$  et  $Ct_b$  (on gère là des butées « soft »). L'étape 40 consiste à assurer le forage pour enfonce le tube qui vient d'être monté.

Soient les variables de la partie commande :

- $pf$  qui représente la profondeur totale déjà forée au cours de l'essai ;
- $N$  qui représente le nombre de tube du train de tube.

1. Dans quelle étape placer l'initialisation de  $N$  et de  $Ct_1$  et avec quelle valeur ?

Au cours de l'étape 40, on va commander les actions suivantes :

- « produire et contrôler  $F_p$  » ( $F_p$  est l'effort de poussée) ;
- « produire et contrôler  $C_r$  » ( $C_r$  est le couple de rotation) ;
- « produire et contrôler  $P_i$  » ( $P_i$  est la pression des boues d'injection) ;
- « calculer  $pf$  » ;
- « enregistrer  $pf$  » ;
- « calculer  $V_t$  » ( $V_t$  est la vitesse de descente) ;
- « enregistrer  $V_t$  ».

2. Exprimer la règle de mise à jour de  $pf$  à chaque cycle automatique.

3. Coordonner les actions de l'étape 40 en considérant que 40 est une étape encapsulante.

Le forage s'arrête si la position basse du chariot sur la flèche est atteinte (butée « soft »), ou si la profondeur  $pf_M$  est atteinte.

Dans le premier cas, il s'agit, en opération 50, de désolidariser le dernier tube de la tête de rotation (action opérateur) en indiquant cet état par allumage d'un voyant (« désolidariser tête de rotation du train de tube »). Une fois ceci fait (réceptivité « désolidarisation OK »), l'étape 60 consiste à remonter le chariot en position haute. Le cycle peut alors continuer.

Dans le second cas, il s'agit de remonter le chariot en position haute étape 70, puis de dévisser le dernier tube (étape 80, action opérateur, ou partie commande si la machine est équipée d'un second frein de tige), puis de désolidariser la tête de rotation du dernier tube (étape 90) (action opérateur, indiquée par allumage d'un voyant « désolidariser tête de rotation du train de tube »).

Si il reste des tubes dans le train de tubes, il faut alors redescendre le chariot jusqu'au contact du

tube suivant (étape 100), solidariser la tête de rotation avec le train de tube (étape 110), (action opérateur, indiquée par allumage d'un voyant « solidariser tête de rotation avec le train de tube »), et recommencer le cycle de remontée. S'il ne reste plus de tubes, il reste alors à éditer l'enregistrement de l'essai (étape 120).

4. Compléter le grafset initié ci-dessus pour décrire le cycle complet. Ne pas développer l'étape 40. Faire apparaître explicitement les actions de gestion de la variable  $N$ .
5. Indiquer comment varie la pression d'injection des boues de forage  $P_i$  lorsque la tête de forage rencontre une cavité dans le sol.  
On souhaite dans ce cas enregistrer les profondeurs de début et de fin de cavité.
6. Proposer un grafset gérant l'enregistrement d'une cavité.
7. Ajouter ce graphe en couleur rouge au grafset précédent.

## 5.2 Robot de traite automatique Astronaut A3<sup>2</sup>

### 5.2.1 Traite automatique

Aujourd'hui les défis que les producteurs laitiers doivent relever en termes de volume de production, de prix du lait, de respect des réglementations sur l'environnement, de mesures d'hygiène ou de « bonnes pratiques » envers les animaux ont induit des bouleversements dans la gestion des exploitations laitières.

Pour répondre à ces nouveaux besoins, des entreprises, dont l'entreprise Lely, ont développé des systèmes d'alimentation, de nettoyage, de pâturage automatiques et surtout de traite automatique, comme le robot de traite Astronaut A3, support de cette étude.

Le principe de la traite automatique est de laisser à la vache la liberté de choisir le moment où elle souhaite être traite et donc de circuler librement dans l'exploitation.



FIGURE 5.4 – Robot de traite Astronaut A3

---

2. Épreuve d'automatique et d'informatique industrielle – agrégation externe de mécanique – session 2011 – extrait

### 5.2.2 Étude du cycle d'une traite

La vache se présente volontairement à l'entrée du box. L'ouverture de la porte d'entrée valide l'accessibilité du robot de traite. La vache peut donc pénétrer dans le box. La vache est placée sur un plateau peseur. Dès que le poids détecté dépasse les 250 kg, la porte du box est refermée. La vache est alors identifiée par son collier et les données la concernant sont téléchargées. À partir de ces informations, la traite est autorisée ou non. Dans le cas où l'intervalle entre deux traites est insuffisant, la porte de sortie s'ouvre libérant la vache. Dès sa sortie du box, les portes de sortie et d'entrée sont respectivement fermée et ouverte.

Si la traite est autorisée, la vache est alors pesée. Les données sont transmises au module de calcul qui détermine

- la quantité et le dosage de la nourriture qui sera distribuée pendant la traite ;
- la position de la vache ;
- la position des trayons ;
- la position que devra prendre le bras du robot pour commencer les opérations de traite.



FIGURE 5.5 – Brosse et opération de nettoyage des trayons

Le bras est alors positionné sous la vache pour effectuer le nettoyage des trayons à l'aide de brosses (figure 5.5). Chaque trayon est nettoyé indépendamment. Pour cette opération, le robot place les brosses sous un trayon. Le bras est alors animé d'un mouvement de translation vertical alternatif. Simultanément un produit de nettoyage est pulvérisé. Les brosses sont animées d'un mouvement de rotation inverse de telle sorte que le trayon passant entre les brosses soit attiré vers le bas. Le nettoyage terminé, les brosses sont escamotées.

Le bras se met alors en position afin de permettre au système laser de détecter la position des trayons. Pendant ces premières phases les gobelets sont escamotés. Une fois l'acquisition de la position des trayons effectuée, les gobelets sont redressés en position verticale (gobelets rétractés) et l'accrochage des gobelets peut débuter. Cette phase sera décrite plus en détail par la suite.

La fin de la traite est différenciée pour chacun des quatre trayons qui sont respectivement liés à quatre quartiers contenant le lait de la vache. Les critères d'arrêt de la traite d'un quartier seront explicités par la suite. Lorsque la traite est terminée sur les quatre quartiers, les gobelets sont escamotés afin de procéder au rinçage des trayons.

Le rinçage terminé, le bras revient en position de rinçage des gobelets. Les gobelets, les canalisations et les brosses sont alors nettoyés puis le bras est placé en position d'attente. Toutes les caractéristiques de la traite sont transmises à l'ordinateur pour mémorisation dans le dossier de la vache. La porte de sortie est ouverte. Les entrées et sorties associées au grafset dédié au cycle de traite sont données dans le tableau de la figure 5.6.

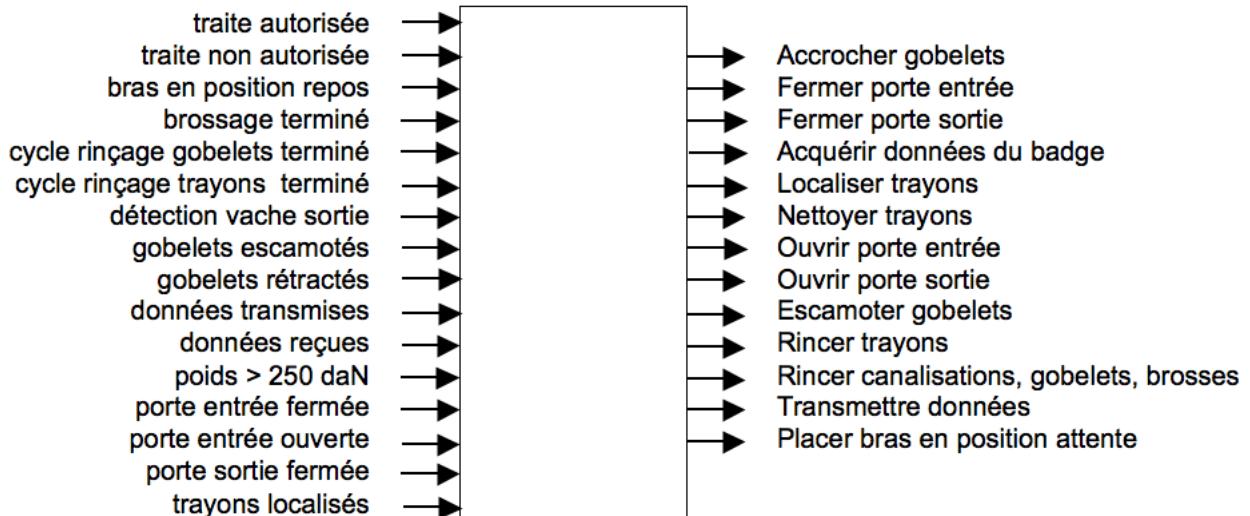


FIGURE 5.6 – Tableau des entrées et sorties associées au grafcet dédié au cycle de traite

1. Construire, à partir du tableau définissant les entrées-sorties ci-dessus, un grafcet du point de vue « système » décrivant le cycle de traite. L'accrochage des gobelets sera associé à une macro-étape. Chercher à minimiser le temps d'un cycle.  
La validation d'une traite est obtenue lorsque la porte de sortie est refermée. Cette opération de fermeture ne doit en aucun cas être perturbée par une quelconque vache. L'utilisation de l'information transmise par le tapis peseur ou d'une temporisation liée à la vitesse de circulation de la vache ne peut garantir la condition de non interférence entre la porte de sortie et les vaches.
2. Proposer un système de contrôle de la sortie de la vache qui permettra de refermer la porte de sortie sans bloquer la vache, sans la coincer et sans que ce soit une autre vache qui déclenche ce capteur.

### 5.2.3 Étude de la connexion des gobelets

Après la localisation des trayons, le bras va connecter les gobelets aux trayons. Le cycle de connexion est le suivant :

- le bras place le premier gobelet à connecter sous le premier trayon (arrière droit, position p1). Simultanément au mouvement de translation du gobelet devant permettre sa connexion (Appg1), une aspiration par dépression est réalisée dans le gobelet (Aspg1, la pression indiquée est alors dp1). La connexion du gobelet est validée si la pression mesurée atteint le seuil de dépression (dp2). Si ce seuil n'est pas atteint lors de la fin de la course de montée du gobelet (indiqué par fcapp), le bras se repositionne et recommence le mouvement vertical ;
- afin de réduire le temps de connexion global, la connexion du gobelet 2 est réalisée sur le trayon 2 (arrière gauche : p2) avant qu'un débit de lait dans le gobelet 1 ne soit détecté ;
- à partir du trayon 2, le robot ne passe au trayon suivant que si le trayon précédent a donné un débit de lait ;
- si un trayon n'a pas donné de lait 10 secondes après avoir été connecté (ce qui est dû généralement à un repli du trayon dans le gobelet) l'aspiration est arrêtée, le gobelet est rétracté en position repos (Retg i) et une nouvelle tentative est effectuée ;
- les gobelets peuvent avoir trois positions sur le plateau

- les gobelets sont escamotés pour permettre le brossage, c'est leur position quand le bras est en attente,
- ils sont rétractés lorsqu'ils sont prêts à être connectés (position verticale sur le plateau : Retg i),
- ils sont connectés aux trayons, ils restent reliés au plateau par un lien qu'un vérin tire pour les ramener sur le plateau en position rétractée.

La figure 5.7 représente l'expansion incomplète de la macro-étape M50 dédiée au branchement des gobelets et de la traite de la vache.

Le tableau 5.1 décrit la mnémonique des entrées et sorties de l'automate qui gère le robot.

Dans un premier temps, nous considérons le cycle de branchement des trayons en cours de réalisation. L'état de l'expansion de la macro-étape M50 est {54, 63, 72}.

3. Expliquer avec précision les événements qui se sont déroulés depuis le début de la macro-étape M50. Indiquer clairement l'état actuel du système.  
À partir de cet état, 10 secondes se sont écoulées depuis le début de l'activation de l'étape 62.
4. Indiquer alors les différentes évolutions possibles de l'expansion de la macro-étape M50 jusqu'à atteindre la situation 54, 64, 74, 82. Préciser clairement les occurrences qui la font évoluer et les différentes situations atteintes. Cette situation {54, 64, 74, 82} est-elle stable ?

Entrées		Sorties	
Gobelet i en position	pi	Mettre en position gobelet i	Mpg i
Pression d'aspiration gobelet non connecté	dp1	Déclencher aspiration gobelet i	Aspg i
Pression d'aspiration gobelet connecté	dp2	Approcher gobelet i	Appg i
Gobelet i en position repos	repg i	Rétracter gobelet i	Retg i
Alarme transmise	altrans	Signal d'alarme	Alarme
Nombre de tentatives de branchement	Ni	Aspiration pulsée pour traite trayon i	Apul i
Fin de course approche des trayons	fcapp	Information débit du trayon i	deb i

TABLE 5.1 – Tableau des entrées et sorties associées au grafcet dédié à la connexion des gobelets

## 5.2.4 Étude de la fin de traite d'un quartier

### 5.2.4.1 Gestion de la fin de traite d'un trayon

La description du cycle de traite nécessite la modélisation des événements associés à la fin de la traite qui s'effectue de façon différenciée pour chacun des trayons.

La durée de la traite est essentiellement déterminée par la conductivité du lait récolté. Cette conductivité n'est pas la même pour chaque quartier et doit être testée pour chacun des trayons. Deux minutes après la détection d'un débit de lait, le conductimètre donne une conductivité moyenne du quartier associé au trayon i :  $Ci_{[moy]}$ . Cette valeur est attribuée à une variable  $Ci$  qui est alors comparée à deux seuils de conductivité :

- un seuil maximum,  $Cmax$  ;
- un seuil minimum,  $Cmin$ .

Une forte conductivité du lait, définie par  $Ci > Cmax$ , peut être un signe précurseur de l'inflammation du quartier (mammite). Dans ce cas, le quartier doit être vidé au maximum. Le lait est conservé mais la vache est mise sous surveillance (cette particularité n'est pas prise en compte dans notre étude). Au contraire, une faible conductivité,  $Ci < Cmin$ , indique une faible quantité de matière grasse conduisant à laisser plus de lait dans la mamelle. La traite de ce quartier est alors arrêtée si le débit instantané de lait devient égal au tiers du débit moyen. Quand la conductivité est entre

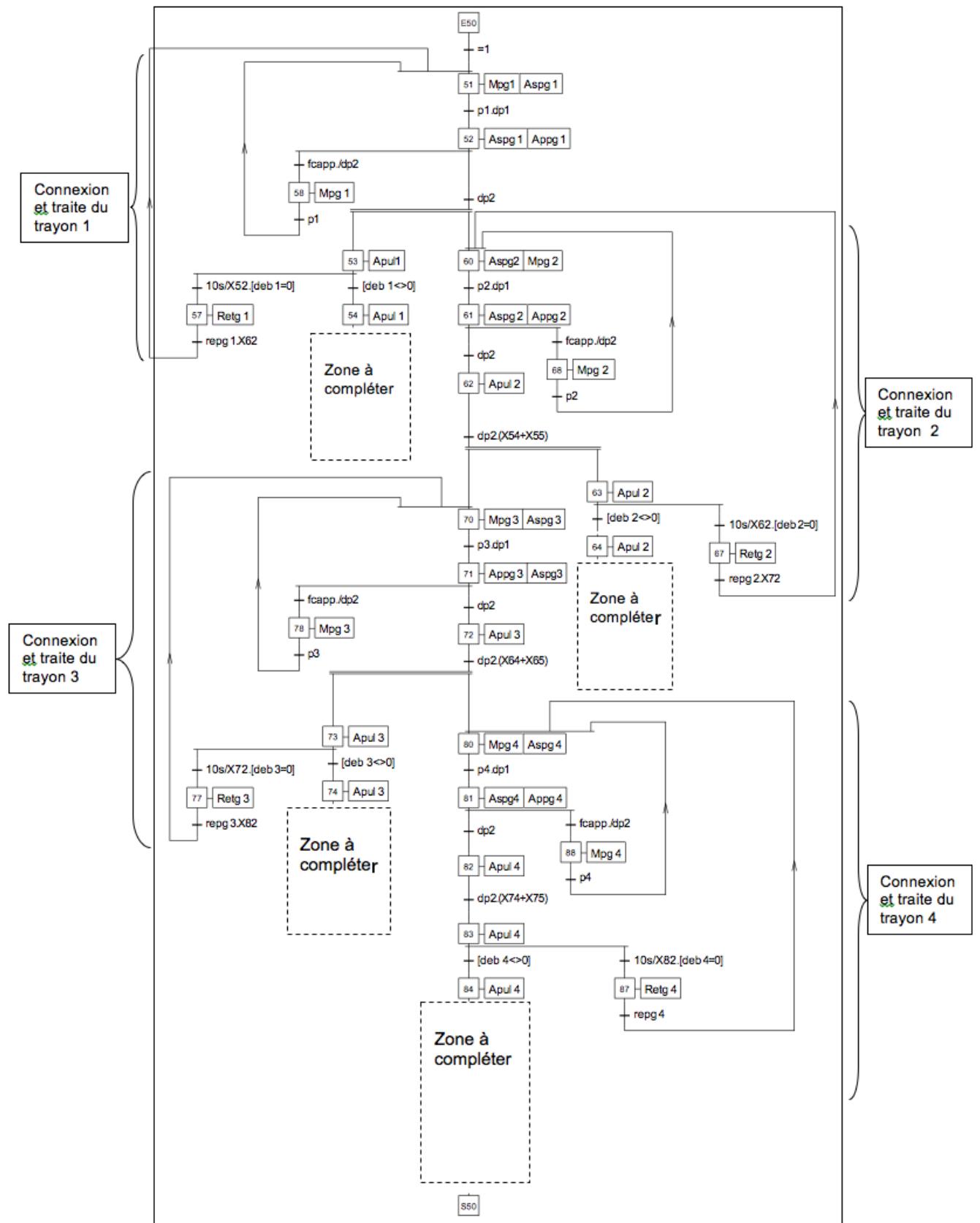


FIGURE 5.7 – Expansion incomplète de la macro-étape M50

ces deux seuils,  $C_{min} < Ci < C_{max}$ , la traite s'arrête lorsque le débit instantané est égal au débit moyen divisé par 5. Le débitmètre fournit une information permanente du débit instantané du trayon i : deb i, et du débit moyen : deb i moy.

5. Élaborer le grafcet de gestion de la fin de traite du trayon 1. Vous n'utiliserez que les variables et informations du tableau de le tableau 5.2. Ce grafcet sera formé à partir de transitions source et puits. Les grafcets de fin de traite des autres trayons seront à l'image de celui du trayon 1. Vous préciserez la numérotation adoptée pour les étapes dans chaque grafcet.
6. Compléter alors les 4 zones encadrées dans l'expansion de la macro-étape M50 de la figure 5.7. Préciser les choix de structure effectués.

Variable de conductivité du lait du trayon i	$Ci$
Information débit donnée par le débitmètre du trayon i	deb i
Conductivité moyenne mesurée du lait du trayon i	$Ci_{[moy]}$
Débit moyen mesuré pour le trayon i	deb i moy
Indice de conductivité minimal	$C_{min}$
Indice de conductivité maximal	$C_{max}$

TABLE 5.2 – Tableau des variables de fin de traite

#### 5.2.4.2 Compteur des essais pour alarme

Dans la pratique, des variations de taille des trayons ou des mouvements d'excitation de la vache peuvent empêcher une connexion rapide des gobelets. Pour éviter l'inconfort de la vache, le nombre d'essais de connexion de chaque gobelet est limité à 5 tentatives. À l'issue de ces 5 essais, le système enverra une alarme et replacera le robot en situation d'arrêt d'urgence : bras dans la position d'attente et tous les gobelets déconnectés. La vache sera maintenue dans le box durant 5 minutes pendant lesquels l'agriculteur pourra intervenir. À l'issue de ce délai, la vache sera libérée. Le robot revient en attente d'une autre vache. L'agriculteur devra intervenir directement sur la vache qui n'a pas été traite.

7. Proposer un grafcet de comptage utilisant une notation indicelle qui le rend valable pour tous les gobelets. Préciser la solution utilisée pour mettre le robot dans la situation arrêt d'urgence.

#### 5.2.4.3 Gestion de la circulation du lait

Une des problématiques, lors de l'implantation d'un robot de traite, est d'optimiser la production laitière. Lors de la traite, les premiers jets de lait ne sont pas de bonne qualité, ils sont donc évacués à l'égout.

La quantité de lait à éliminer pour garantir sa qualité est de 250 g par trayon. Cependant le temps nécessaire pour obtenir cette masse de lait à rejeter n'est pas identique pour chacun des trayons, interdisant l'utilisation d'une temporisation.

Afin de réduire au minimum les quantités de lait de bonne qualité rejetées, l'entreprise Lely a choisi d'utiliser l'information transmise par le débitmètre, qui détermine la masse de lait récupérée sur chaque trayon : variable m i. Par ailleurs, le lait produit par une vache malade ou en traitement est immédiatement évacué à l'égout.

Les figure 5.8 et tableau 5.3 donne la mnémonique et le grafcet de la gestion de l'électrovanne déterminant la circulation du lait.

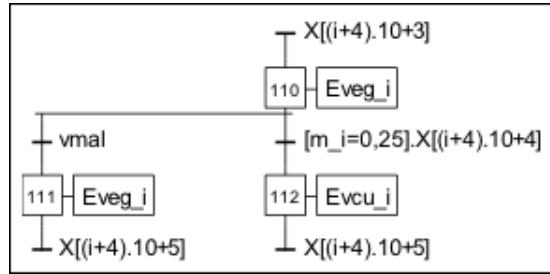


FIGURE 5.8 – Grafcet de la gestion de la circulation du lait

Lait trayon i évacué vers l'égout	Eveg i
Lait trayon i dirigé vers la cuve	Evcu i
Vache malade	vmal

TABLE 5.3 – Mnémonique de la gestion de la circulation du lait

La commande du robot de traite est assurée par un automate programmable industriel. Elle pourrait être réalisée en logique câblée sur des circuits intégrés. Dans ce cas, il faudrait réaliser les logigrammes des différents grafcet.

8. Expliquer pourquoi il faut utiliser des bascules à enclenchement prioritaire pour décrire un grafcet par logigramme.
9. Réaliser le logigramme du grafcet de gestion de circulation du lait pour le trayon 1.

### 5.3 Robot aspirateur<sup>3</sup>

Analyse de la fonction « permettre un retour automatique à la borne de recharge » Dès la fin d'une séquence de nettoyage, ou en cas de niveau de batterie d'accumulateurs faible, le robot doit pouvoir automatiquement retourner sur sa borne de recharge, nommée *dock*.

fonction technique	critère d'appréciation	niveau	variabilité
permettre un retour automatique à la borne de recharge	niveaux logiques de centrage vers la cible	6 zones	aucune

TABLE 5.4 – Extrait du cahier des charges

Le robot possède un capteur infrarouge à démodulateur de 38 kHz logé dans une tourelle ainsi que six détecteurs de proximité sur le pare-choc avant. Le dock possède trois DEL d'émission infrarouge :

- deux DEL situées en face avant du dock et séparées par une cloison ;
- une DEL située dans une tourelle sur le dessus du dock.

3. D'après banque PT – SIA – 2012



FIGURE 5.9 – Capteurs du robot aspirateur

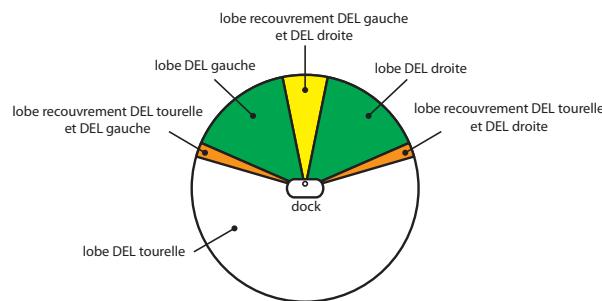


FIGURE 5.10 – Lobes d'émissions des DEL du dock

Chaque DEL émet une trame créant un code binaire sur 8 bits.

DEL	code binaire
droite	1010 0100
gauche	1010 1000
tourelle	1010 0001

TABLE 5.5 – Code binaire des DEL

Une trame est définie de la manière suivante

- chaque bit est codé sur une durée de 4 ms ;
- la première milliseconde est à « 0 » et la dernière à « 1 ».

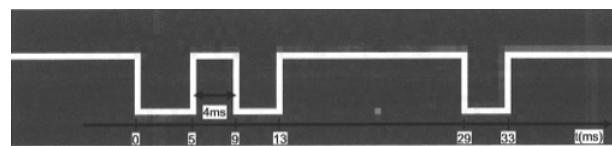


FIGURE 5.11 – Acquisition à l'oscilloscope de la trame

1. Dans le cas du chronogramme de la figure 5.11, déterminer quel est le code reçu par le robot. Le signal décodé par le robot est-il en logique négative (un état vrai est représenté par « 0 »)

et un état faux par « 1 ») ou positive (un état vrai est représenté par « 1 » et un état faux par « 0 ») ?

2. Déterminer le code  $1010\ 0100_2$  délivré par la DEL droite en hexadécimal.
3. Déterminer le code  $1010\ 1000_2$  délivré par la DEL gauche en hexadécimal.

L'obtention du lobe DEL gauche et DEL droite est obtenue par le recouvrement des lobes d'émission des DEL droite et gauche. Cela correspond à l'addition des 2 codes donnant un résultat formaté sur 8 bits.

- 4 Déterminer le résultat en binaire du recouvrement de ces 2 lobes. En déduire un résultat en décimal.

Il existe aussi un recouvrement des lobes DEL tourelle et DEL gauche et des lobes DEL tourelle et DEL droite. Suivant la position du capteur infrarouge du robot au niveau des lobes d'émission des DEL du dock, le robot peut récupérer les lobes en acquisition suivant :

Lobe DEL tourelle	
Lobe recouvrement DEL tourelle et DEL gauche	
Lobe DEL gauche	
Lobe recouvrement DEL gauche et DEL droite	
Lobe DEL droite	
Lobe recouvrement DEL droite et DEL tourelle	

TABLE 5.6 – Lobes en acquisition

- 5 Déterminer les codes binaires reçus pour chacun des cas.

#### Comportement du robot face à une demande de retour au dock

Lors d'une demande de retour au Dock, deux cas peuvent se présenter :

- le robot ne perçoit pas de signal du dock (robot trop éloigné, obstacle entre le robot et le Dock) ; le robot met alors en place un algorithme de déplacement lui demandant de suivre les murs extérieurs afin de possiblement passer à une distance détectable du dock (non traité) ;
- le robot reçoit des codes du dock.

*Le comportement en mode guidage (dès apparition d'un code du dock) est le suivant :*

- les détecteurs de proximité sont pris en compte seulement lorsque le robot est en acquisition du signal du lobe DEL tourelle ;
- chaque nouveau déplacement en ligne droite dure au moins 500 ms ;
- robot en acquisition du signal du lobe DEL tourelle : le robot avance tout droit ;
- si perte du signal et pas d'acquisition d'un autre lobe alors rotation sens horaire jusqu'à ré-acquisition du signal d'un lobe ou d'un détecteur de proximité,
- si acquisition du signal du lobe tourelle sans détecteurs de proximité actifs, rotation de 25 ° sens horaire,
- si acquisition du signal du lobe tourelle et un des détecteurs de proximité droit actif alors rotation sens trigonométrique jusqu'à disparition de l'activation de tous les détecteurs de proximité droit,
- si acquisition du signal du lobe tourelle et un des détecteurs de proximité gauche actif alors rotation sens horaire jusqu'à disparition de l'activation de tous les détecteurs de proximité gauche,
- si acquisition d'un signal d'un autre lobe alors comportement associé à celui-ci.
- si un des détecteurs de proximité droit s'active alors rotation sens trigonométrique jusqu'à disparition de l'activation de tous les détecteurs de proximité droit,

- si un des détecteurs de proximité gauche s'active alors rotation sens horaire jusqu'à disparition de l'activation de tous les détecteurs de proximité gauche,
- si acquisition d'un signal d'un autre lobe alors comportement associé à celui-ci ;
- robot en acquisition du signal du lobe recouvrement DEL tourelle et DEL gauche : déplacement en ligne droite ;
  - si perte du signal et pas d'acquisition du signal d'un autre lobe alors rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal du lobe DEL gauche,
  - si perte du signal et acquisition du lobe DEL tourelle rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal du lobe DEL gauche, puis rotation sens trigonométrique de 25 ° si pas signal du lobe recouvrement DEL gauche et DEL droite,
  - si perte du signal et acquisition du signal du lobe recouvrement DEL gauche alors comportement associé à celui-ci,
- robot en acquisition du lobe DEL gauche : déplacement en ligne droite ;
  - si perte du signal et pas d'acquisition du signal d'un autre lobe alors rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal d'un lobe ;
    - si acquisition du signal du lobe DEL gauche rotation sens horaire de 25 °,
    - si acquisition du signal du lobe DEL gauche et DEL droite rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal DEL gauche,
    - si acquisition du signal du lobe DEL droite rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal DEL gauche et DEL droite,
  - si perte du signal et acquisition du signal du lobe DEL gauche et DEL droite alors comportement associé à celui-ci,
  - si perte du signal et acquisition du signal du lobe DEL tourelle et DEL gauche rotation sens trigonométrique de 25 ° si pas signal du lobe recouvrement DEL gauche et DEL droite ;
- robot en acquisition du signal du lobe recouvrement DEL tourelle et DEL droite ; déplacement en ligne droite ;
  - si perte du signal et pas d'acquisition du signal d'un autre lobe alors rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal du lobe DEL droite,
  - si perte du signal et acquisition du lobe DEL tourelle rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal du lobe DEL droite, puis rotation sens horaire de 25 ° si pas signal du lobe recouvrement DEL gauche et DEL droite,
  - si perte du signal et acquisition du lobe recouvrement DEL droite alors comportement associé à celui-ci ;
- robot en acquisition du signal du lobe recouvrement DEL gauche et DEL droite ; déplacement en ligne droite ;
  - si perte du signal et pas d'acquisition du signal d'un autre lobe alors rotation sens trigonométrique de 25 ° puis rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal du lobe recouvrement DEL gauche et DEL droite,
  - si perte du signal et acquisition du signal lobe DEL gauche rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal du lobe DEL droite, rotation de 10 ° sens horaire,
  - si perte du signal et acquisition du signal du lobe DEL droite rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal du lobe DEL gauche, rotation de 10 ° sens trigonométrique.

Le comportement en mode guidage du robot est conservé tant que le robot n'est pas sur le dock. Les variables d'entrées et de sorties et les mnémoniques associés sont présentés dans le tableau 5.7 et dans le tableau 5.8.

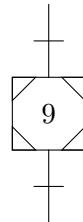
entrées	mnémoniques
Demande de retour au dock	Dde_Ret_Dock
Robot sur dock	Rob_Dock
Lobe DEL tourelle	It
Lobe recouvrement DEL tourelle et DEL gauche	ltg
Lobe DEL gauche	lg
Lobe recouvrement DEL gauche et DEL droite	Igd
Lobe DEL droite	Id
Lobe recouvrement DEL droite et DEL tourelle	Itd
Rotation d'un angle de 25 °	r25
Rotation d'un angle de 10 °	r10
Détecteurs de proximité droit (au moins un)	dd
Détecteurs de proximité gauche (au moins un)	dg

TABLE 5.7 – Liste des entrées et mnémoniques associés

sorties	mnémoniques
Tourner sens horaire	CW
Avancer en ligne droite	FW
Tourner sens trigonométrique	CCW

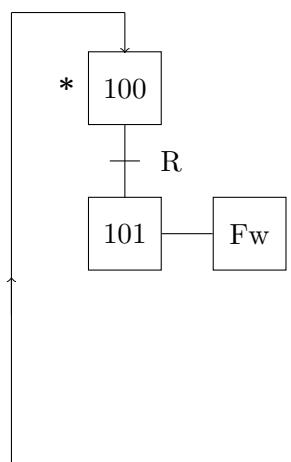
TABLE 5.8 – Liste des sorties et mnémoniques associés

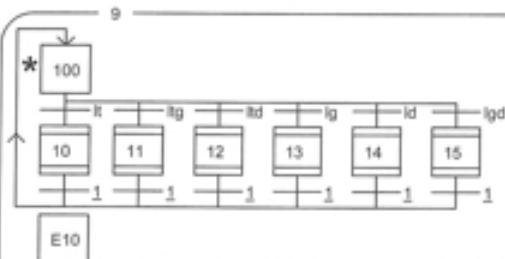
Le grafcet de fonctionnement du robot fait apparaître l'étape encapsulante suivante gérant le retour du robot au dock dans le cas du mode guidage (cette étape sera activée sur demande de retour au dock et acquisition d'un code fourni par le dock puis désactivée dès lors que le robot est sur le dock) :



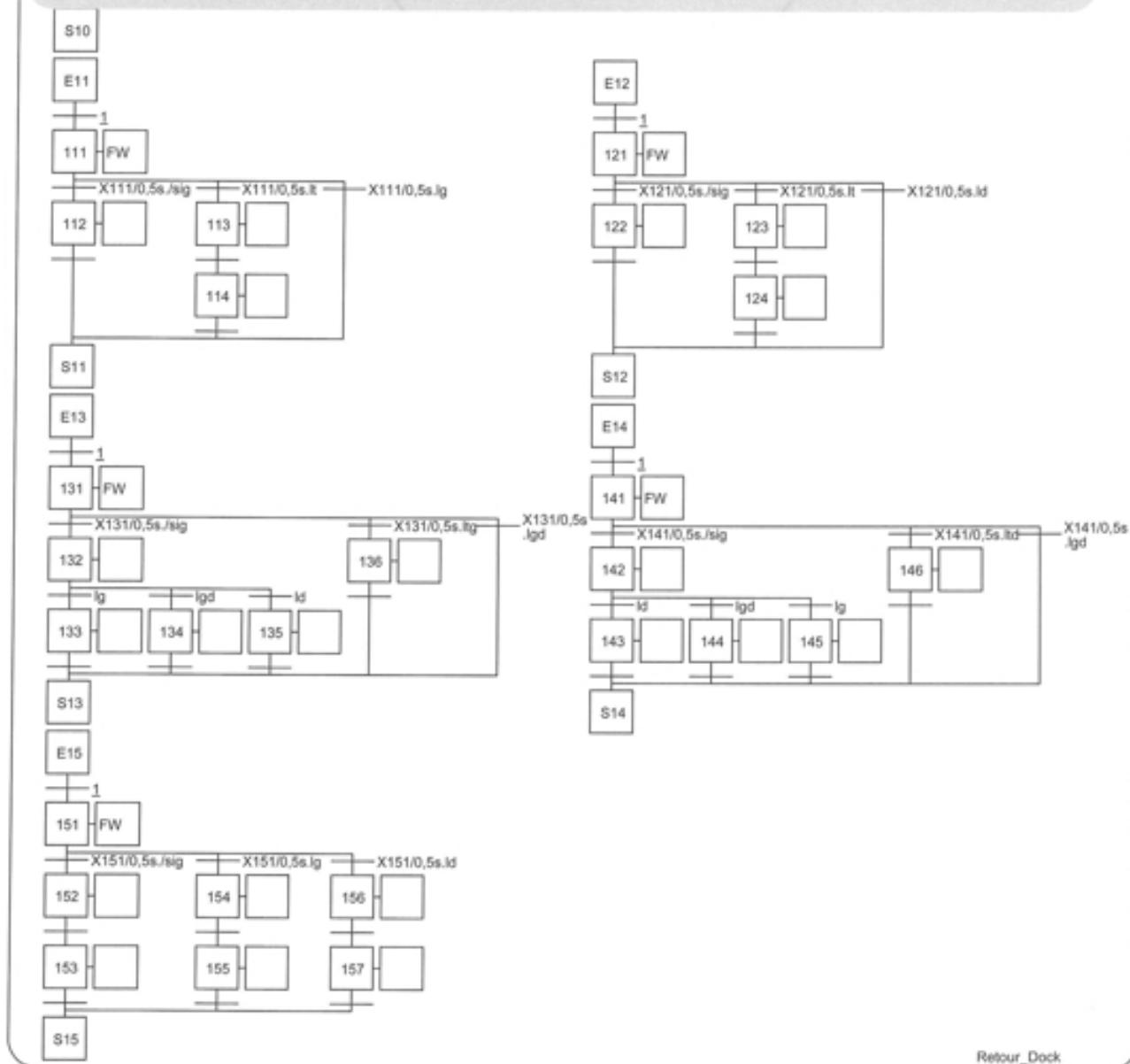
Le grafcet encapsulé associé à cette étape encapsulante se nomme Retour\_Dock

- 6 Définir les réceptivités amont et aval de l'étape encapsulante.
- 7 Compléter la partie du grafcet encapsulé correspondant à l'apparition de l'acquisition du signal du lobe DEL tourelle.
- 8 Compléter le grafcet encapsulé Retour\_Dock. Pour augmenter la lisibilité par rapport à la partie de grafcet de la question 7, le grafcet encapsulé fait apparaître des macro-étapes.





*Ne pas remplir cette partie du Grafcet : réponse de la question 7*



Retour\_Dock