

RDM : FLEXION des POUTRES

I - GENERALITES

① Poutre

Pièce allongée $L > 10 \cdot e$

Section sans variation brusque

② Nature de la charge

Charge ponctuelle



Charge répartie



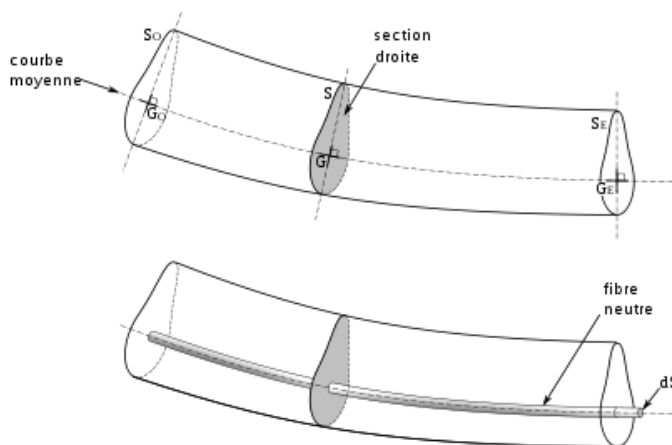
Exemple : charge répartie de 100 daN /m sur 15 m de long.

La charge totale vaut :

Répartition linéique – Répartition surfacique :

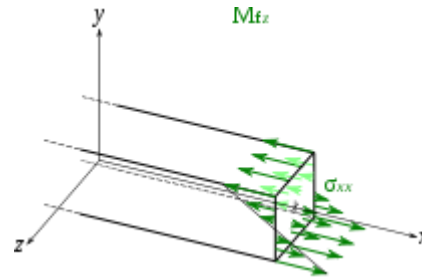
Exemple d'un pont recouvert de 5 cm d'enrobé (béton bitumineux) de masse volumique 2300Kg/m³

③ Fibres tendues – comprimées



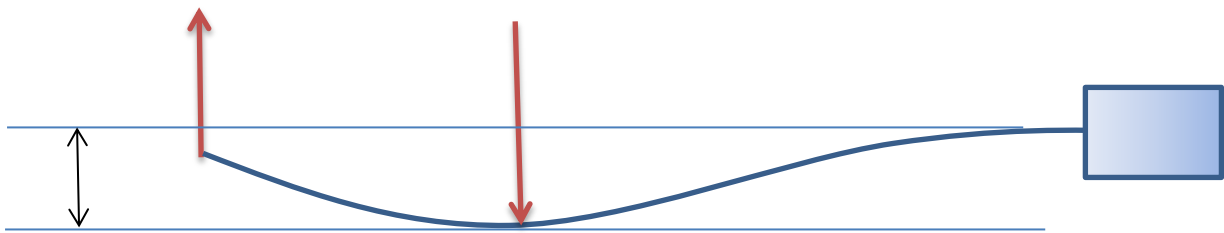
RDM : FLEXION des POUTRES

④ Répartition des contraintes



⑤ Déformée - flèche

Courbe représentant la forme de la poutre

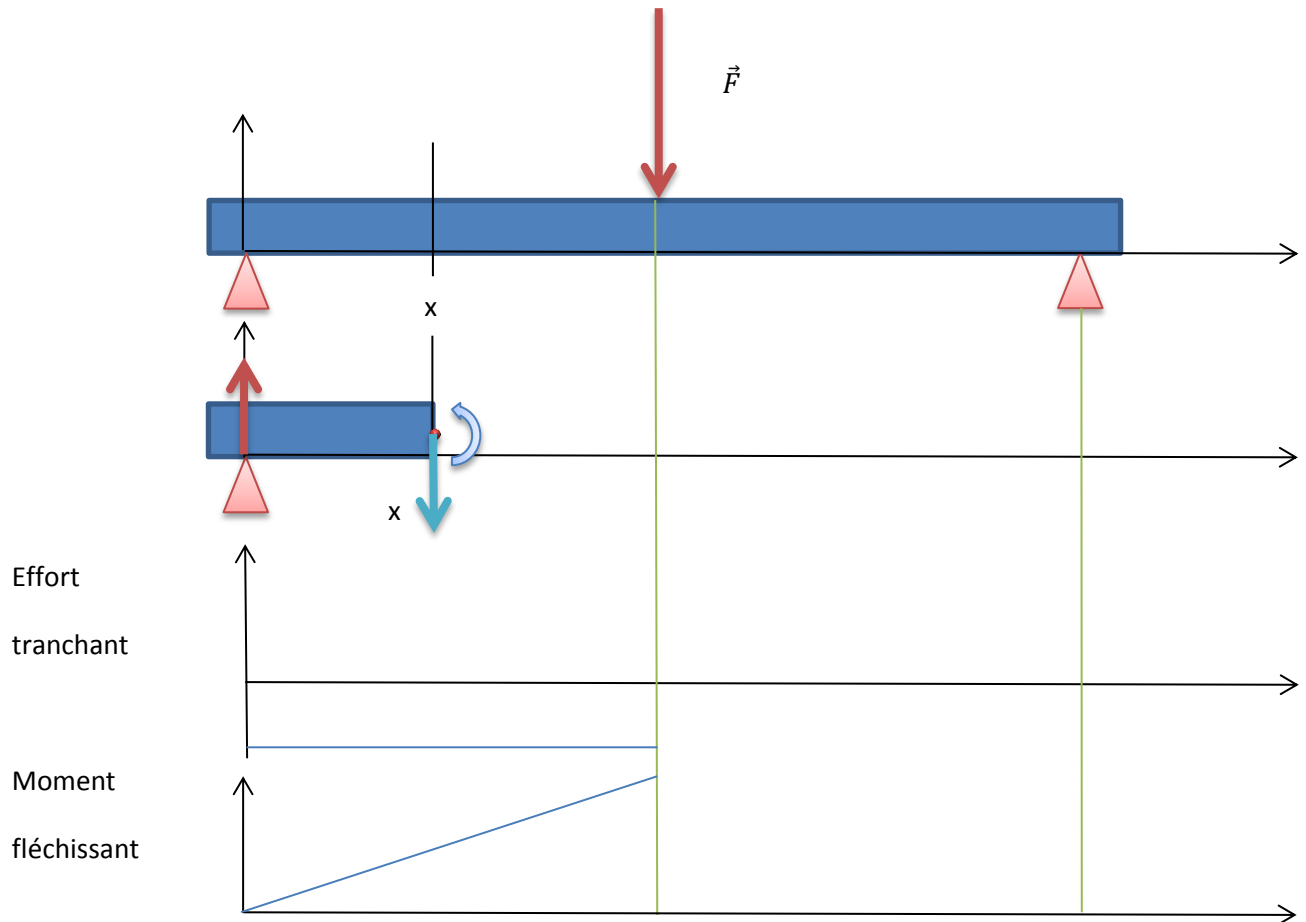


Flèche = déformée maxi

RDM : FLEXION des POUTRES

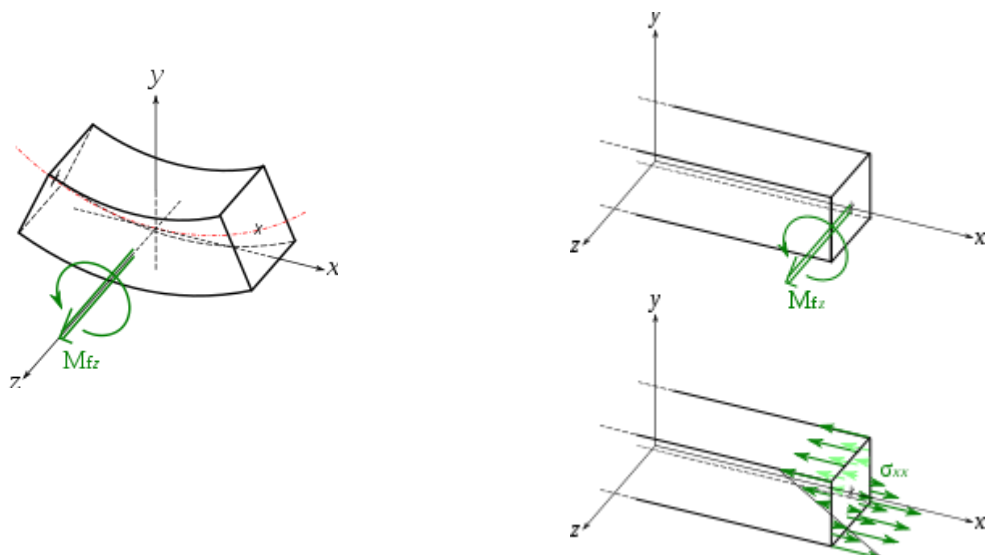
II - CALCULS

① Effort tranchant – Moment fléchissant



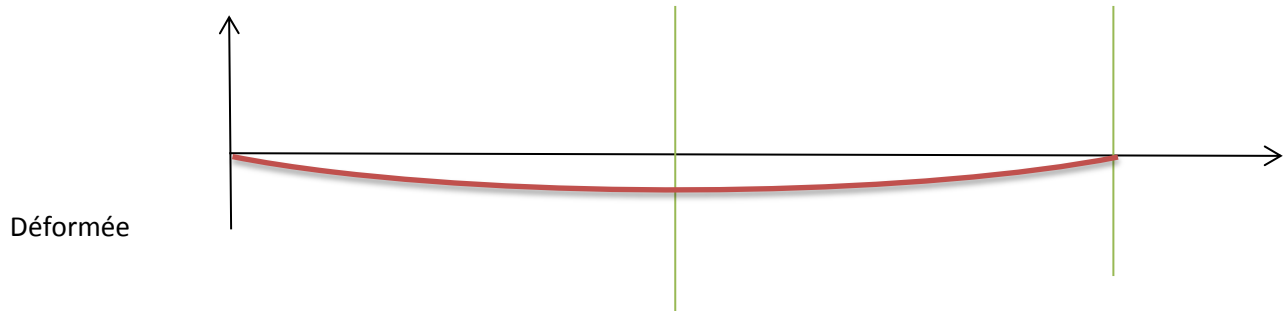
Le moment fléchissant agit sur la déformée :

Le moment fléchissant induit une répartition de contrainte sur toute la section de la poutre, certaines fibres sont comprimées et se raccourcissent alors que d'autres sont tendues et s'allongent.



RDM : FLEXION des POUTRES

Plus le moment fléchissant est grand plus la courbure est importante.



L'effort tranchant crée du cisaillement dans la pièce.

② Déformée

$$E \cdot I \cdot \ddot{y}(x) = -M_f(x)$$

Avec E : module de Young de la poutre (Pa)

I : Moment quadratique de la poutre (m^4)

Pour notre poutre, entre 0 et $L/2$, on a $M_f = P \cdot x/2$

$$EIy'' = -P \cdot x/2 \rightarrow y' = -Px^2/4 + k ; \text{ à } x = L/2 \text{ on a } y' = 0 \text{ d'où } k = PL^2/16$$

$$EIy' = PL^2/16 - Px^2/4$$

$$EIy = PL^2x/16 - Px^3/12 + 0 \text{ car } y(0) = 0$$

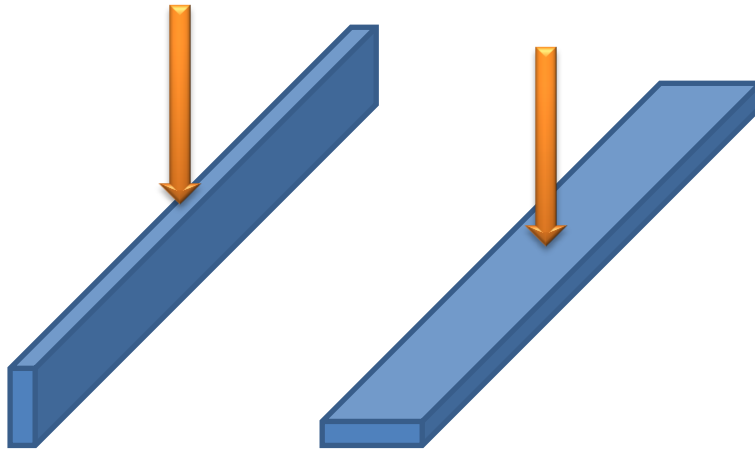
$$y(x) = \frac{P}{EI} \cdot \left(\frac{L^2x}{16} - \frac{x^3}{12} \right)$$

$$\text{Flèche } f = y(L/2) = \frac{P}{EI} \cdot \left(\frac{L^3}{32} - \frac{L^3}{96} \right) = \frac{P}{EI} \cdot \frac{L^3}{48}$$

RDM : FLEXION des POUTRES

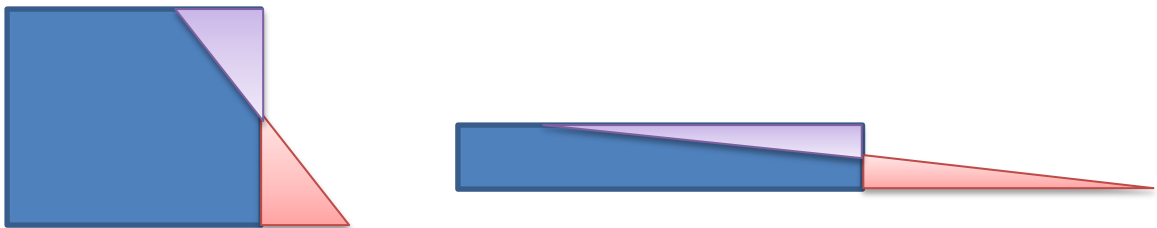
③ Moment quadratique

Cas de la règle plate

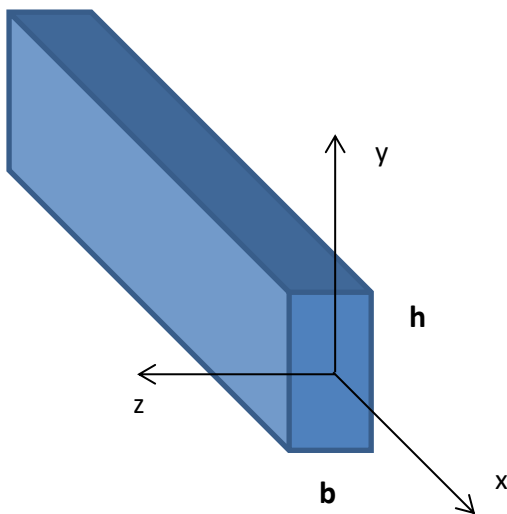


La même règle soumise à un même effort ne se déformera pas de la même manière si elle est placée dans un sens ou dans l'autre.

Pour un même moment fléchissant, les contraintes seront différentes.



Pour caractériser ce comportement, on utilise une grandeur appelée moment quadratique :



Le moment fléchissant qui crée la déformation se situant sur l'axe Z, on note le moment

quadratique : I_{Gz}

Pour une section rectangulaire :

$$I_{Gz} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Pour une section circulaire

$$I_{Gz} = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$$

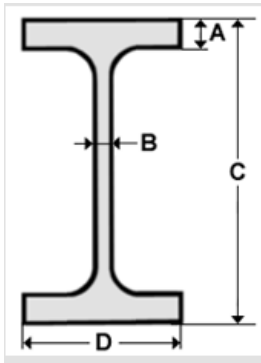
RDM : FLEXION des POUTRES

Exercices

① Calculer le moment quadratique pour la règle placée verticalement et horizontalement avec :

- Largeur = 5 cm
- Epaisseur = 4mm

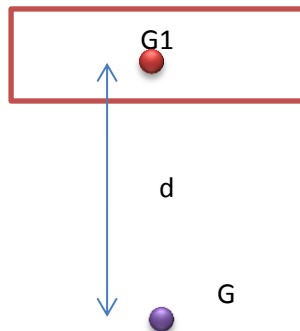
② Déterminer le moment quadratique d'un IPE de 100



Choix	IPE	A Epaisseur de la Semelle	B Epaisseur de l'âme	C Hauteur de l'âme	D Largeur de la Semelle	Masse Kg/m	Section cm ²
○	80	5.2	3.8	80	46	6.82	7.64
●	100	5.7	4.1	100	55	9.13	10.3
○	120	6.3	4.4	120	64	11.77	13.2
○	140	6.9	4.7	140	73	14.63	16.4
○	160	7.4	5	160	82	17.93	20.1
○	180	8	5.3	180	91	21.34	23.9
○	200	8.5	5.6	200	100	25.41	28.5
○	220	9.2	5.9	220	110	29.70	33.4
○	240	9.8	6.2	240	120	34.76	39.1

Formule de transport

S : section de la surface

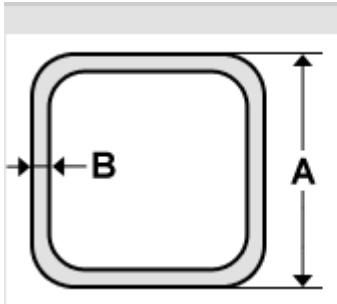


$$I_{Gz} = I_{G1z} + S \cdot d^2$$

③ Comparaison de I_{Gz} avec une section rectangulaire de même largeur et de même hauteur

RDM : FLEXION des POUTRES

- ④ Calcul de I_{Gz} pour tube carré de 25

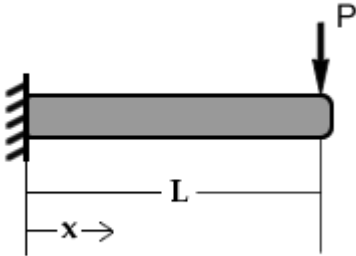
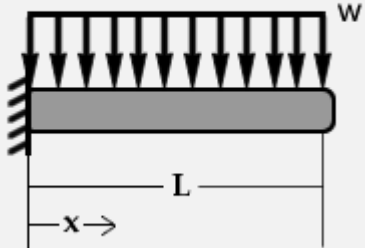


Dimensions exprimées en millimètres

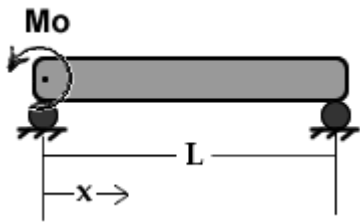
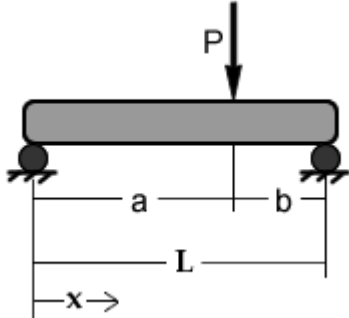
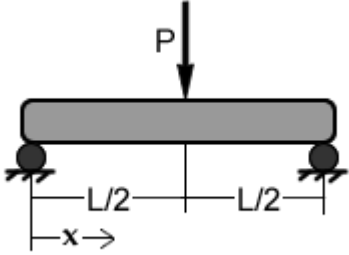
Choix	A Hauteur	B Epaisseur	Masse Kg/m
<input type="radio"/>	20	1.5	0.96
<input type="radio"/>	20	2	1.24
<input checked="" type="radio"/>	25	1.5	1.22
<input type="radio"/>	25	2	1.58
<input type="radio"/>	28	2.5	2.08

RDM : FLEXION des POUTRES

Déformée – Flèche - exemples

Sollicitation	Réaction d'appui	Flèche	Équation de la déformée
	$R_A = P$ $M_A = PL$	$f = \frac{PL^3}{3EI}$	$y = \frac{-Px^2}{6EI} (3L - x)$
	$R_A = wL$ $M_A = \frac{wL^2}{2}$	$f = \frac{wL^4}{8EI}$	$y = \frac{-wx^2}{24EI} (x^2 - 4Lx + 6L^2)$

RDM : FLEXION des POUTRES

Sollicitation	Réaction d'appui	Flèche	Moment
	$R_A = \frac{M_O}{L}$ $R_B = -\frac{M_O}{L}$	$f = \frac{M_O X}{X EI}$	M_O
	$R_A = \frac{Pb}{L}$ $R_B = \frac{Pa}{L}$	$f_P = \frac{Pa^2 b^2}{3EIL}$ $f_{max; a > L/2} = \frac{Pb}{27EIL} \sqrt{3(L^2 - b^2)^3}$ $x_{fmax} = \frac{\sqrt{3(L^2 - b^2)}}{3}$	$M = \frac{Pab}{L}$
	$R_A = \frac{P}{2}$ $R_B = \frac{P}{2}$	$f = \frac{PL^3}{48EI}$	$M = \frac{PL}{4}$