

# CF04

## Mécanique des fluides numérique et couplages multiphysiques

Emmanuel LEFRANÇOIS

Equipe Numérique

**Mots-clés :**

Mécanique des fluides, méthodes numériques, couplages multiphysiques

Laboratoire Roberval, UMR 7337 UTC-CNRS

<http://roberval.utc.fr>



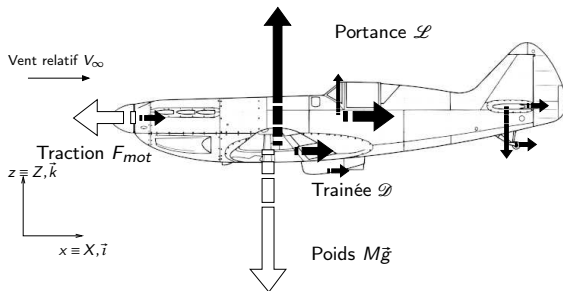
## Quatrième partie

### Introduction à la mécanique du vol

## Section. 1

Notions pour l'étude des performances d'un aéronef

## 1.1. Bilan des forces en présence



L'équilibre en vol d'un aéronef est régi par un bilan d'efforts :

$$\sum \vec{F} = M\vec{g} + \vec{T}_{mot} + \vec{\mathcal{L}}(ift) + \vec{\mathcal{D}}(rag) = \vec{0}$$

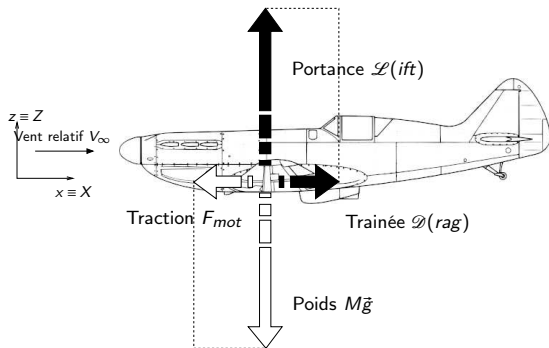
et un équilibre des moments autour du centre de gravité  $G$  :

$$\sum \vec{\mathcal{M}} \Big|_G = \overrightarrow{GM} \wedge \vec{T}_{mot} + \sum \overrightarrow{GF_i} \wedge \vec{\mathcal{L}}_i + \sum \overrightarrow{GF_i} \wedge \vec{\mathcal{D}}_i + \vec{\mathcal{M}}_o = \vec{0}$$

$G$  : centre de gravité de l'aéronef

$F_i$  : foyer de la surface portante  $i$ .

## 1.2. Équilibre d'un aéronef en palier

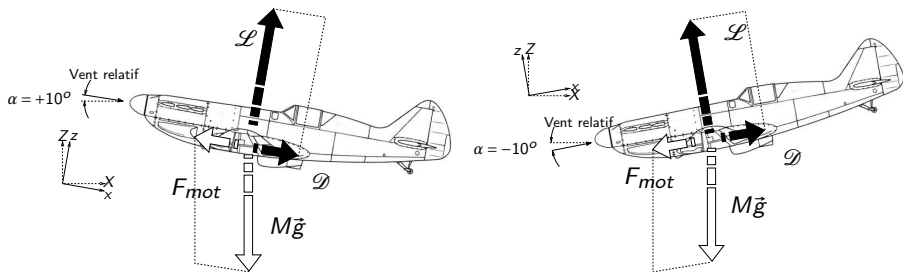


La projection du bilan des forces sur les deux axes, laisse apparaître deux relations fondamentales :

$$\begin{array}{ll} x : & -F_{mot} + \mathcal{D} = 0 \quad (\times V_\infty) \Rightarrow \text{Equation de propulsion} \\ z : & -Mg + \mathcal{L} = 0 \Rightarrow \text{Equation de sustentation} \end{array}$$

L'équilibre des moments ne sera pas traité.

### 1.3. Équilibre d'un aéronef en montée (assiette $>0$ ) ou descente (assiette $<0$ )



Ces configurations ne peuvent s'effectuer généralement à vitesse constante, d'où le recours au *Principe Fondamental de la Dynamique* (abbr. PFD) avec la prise en compte de l'accélération  $\vec{\Gamma}$  :

$$x : -F_{mot} + Mg \sin(\alpha) + \mathcal{D} = M\Gamma_x$$

$$z : -Mg \cos(\alpha) + \mathcal{L} = M\Gamma_z$$

Montée  $\leftrightarrow \alpha > 0$

Descente  $\leftrightarrow \alpha < 0$

## 1.4. Notions fondamentales : coefficient de portance $C_L$

### Définition de la portance

$$\mathcal{L} = - \oint_{\partial S} p(s) \vec{n}(s) \cdot \vec{k} ds, \quad \vec{n}(s) : \text{normale extérieure}$$

⚠ composante perpendiculaire à l'écoulement relatif !

### Coefficient de portance $C_L$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} C_L \rho V_\infty^2 S, \quad C_L : \text{coefficient de portance GLOBAL}$$

avec  $\rho$  = masse volumique de l'air ( $1.225 \text{ kg/m}^3$ , sol,  $15^\circ \text{C}$ )

Faire le *distinguo* entre le coefficient de portance :

$C_z$  du profil d'aile (2D),  $C_Z$  des ailes (3D), et  $C_L$  de l'aéronef au complet !

### Traînée

$$\mathcal{D} = \sum_i \oint_{\partial S_i} (-p(s)\vec{n}(s) + \vec{\tau}(s)) \cdot \vec{i} ds,$$

⚠ composante parallèle à l'écoulement relatif !

### Coefficient de traînée

$$\mathcal{D} = \frac{1}{2} C_D \rho V_\infty^2 S = \sum_{i=1}^4 \mathcal{D}_i = \dots, \quad C_D : \text{coefficient de traînée GLOBAL}$$

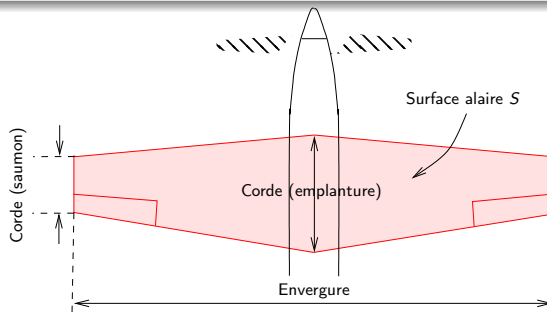
### Différentes traînées

- 1/ **visqueuse**, liée aux frottements,
- 2/ **de forme** ou de pression,
- 3/ **d'interférence** entre les différents éléments,
- 4/ **induite** générée par la portance,
- 5/ **d'onde** résultant des effets de Mach (ondes de choc) ou de sillage des navires.

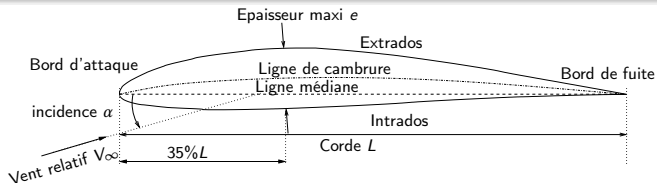


## 1.6. Terminologie (minimaliste) autour de l'aile

### Aile (vue de dessus)



Profil : EPPLER 195, épaisseur relative  $e/L = 11.8\%$ , biconvexe dissymétrique

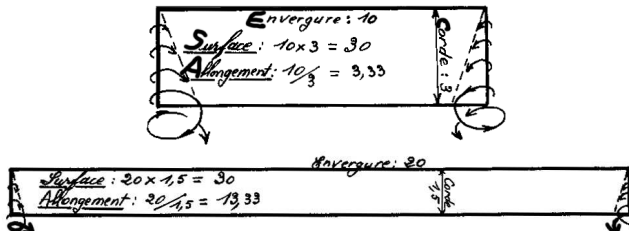


## 1.7. Calcul de l'allongement $\lambda$ d'une aile

### Allongement d'une aile d'envergure $b$ et de surface $S$

$$\lambda = \frac{b^2}{S}$$

Cas particulier d'aile rectangulaire  $\rightarrow \lambda = \frac{b}{c}$ .



source : clap54b.free.fr

L'allongement a une influence directe sur la traînée induite (vortex aux extrémités des ailes).

## Section. 2

### Polaires d'un aéronef

## 2.1. Trois polaires à distinguer !

Polaire profil (2D)

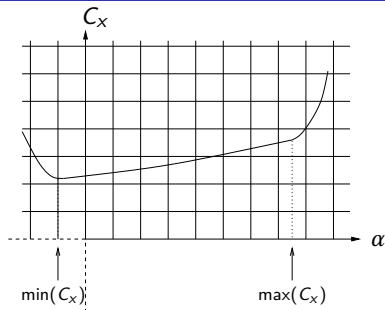
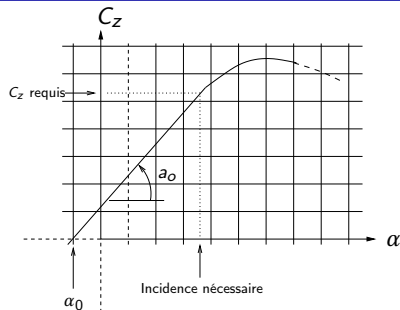


Polaire Aile (3D)



Polaire aéronef au COMPLET

## 2.2. Coefficients de portance $C_z(\alpha)$ et de traînée $C_x(\alpha)$



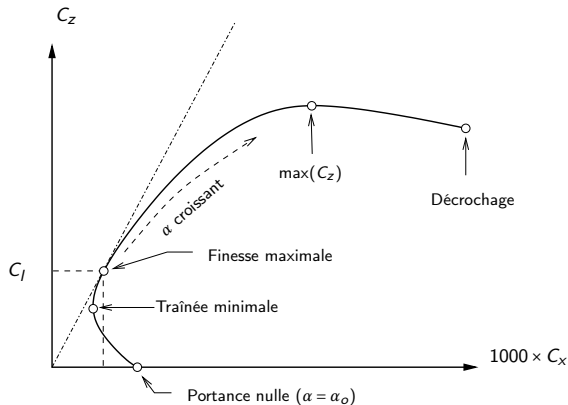
Partie linéaire de  $C_z$  est dans la très grande majorité des cas, indépendante du Reynolds et pour des profils minces,

$$a_0 = 2\pi / \text{rad} = \left( \frac{2\pi}{180/\pi} / \text{deg} = \frac{2\pi}{57.3} / \text{deg} \right) = 0.109 / \text{deg}.$$

Courbe du  $C_x$  dépendante du Reynolds de vol  $\mathcal{R}_e$ .

$$\mathcal{R}_e = \frac{V_\infty L}{\nu}, \quad \text{avec} \quad \nu(\text{air, sol, } 20^\circ \text{C}) = 1.45 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

## 2.3. Polaires Eiffel d'un profil : $C_z = f(C_x)$



$$\mathcal{R}_e = \frac{V_\infty L}{\nu}, \quad \text{avec} \quad \nu(\text{air, sol, } 20^\circ \text{C}) = 1.45 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

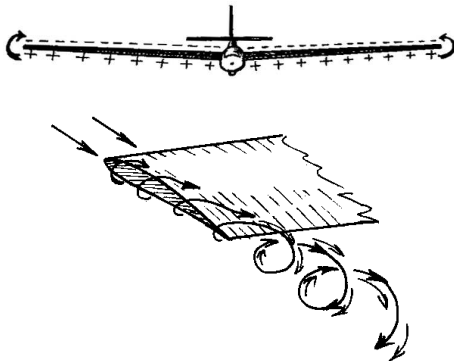
Ordres de grandeur :

$$L = 1 \text{ m}, \quad V_\infty \in [30 - 100] \text{ m/s} \rightarrow \mathcal{R}_e \in [30 - 100] 10^6$$

## 2.4. Traînée induite

La portance d'une aile résulte de l'intégration du champ de pression sur son pourtour, champ caractérisé par :

- + une supression ( $p > p_{atm}$ ) sur sa partie intrados ( $\sim 1/3$  de la portance),
- + une dépression ( $p < p_{atm}$ ) sur sa partie extrados ( $\sim 2/3$  de la portance).



source : clap54b.free.fr

## 2.4. Traînée induite

Elle peut être précisément évaluée à partir de la connaissance du profil d'aile 2D :

$$D_i = \frac{1}{2} C_{ind} \rho V_{\infty}^2 S \quad \text{avec } C_{ind} \text{ le coefficient de traînée induite.}$$

Le coefficient  $C_{ind}$  est déterminé à partir de la loi générale de Prandtl-Lanchester : elle permet, moyennant la connaissance de ce coefficient pour un  $\lambda_2$  donné, de l'estimer pour une autre valeur  $\lambda_1$  :

$$C_{X,\lambda_1} - C_{X,\lambda_2} = \frac{C_Z^2}{\pi} \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \Rightarrow C_{X,\lambda} = C_{x,\infty} + \underbrace{\frac{C_Z^2}{\pi \lambda}}_{C_{ind}}.$$

⚠ Cette relation n'est valable que pour une aile isolée et dont le profil de portance est elliptique. Pour un cas plus général intégrant éventuellement les effets d'interactions avec d'autres parties, on introduit le coefficient correcteur d'Oswald<sup>1</sup>  $e$  :

$$C_{X,\lambda} = C_{x,\infty} + \frac{C_Z^2}{\pi \lambda e} \quad \text{avec } 0.5 \leq e \leq 1.$$

---

1. William Bailey Oswald, [1906-98]

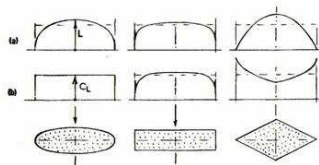


## 2.5. Distribution elliptique du profil de portance

La distribution elliptique du profil de portance sur l'envergure est optimale pour réduire les effets de la traînée induite (faible écart de pression de part et d'autre du saumon).

Les principaux facteurs qui la contrôlent sont :

- + la forme en plan de l'aile,
- + la flèche,
- + le vrillage,
- + l'évolution du profil et/ou de son épaisseur.



source : Hoerner & Borst

⚠ Une forme géométrique elliptique ne conduit à ce profil que si le  $C_z$  est faiblement influencé par le  $Re$  lié à la corde qui varie de l'emplanture au saumon.

Le vrillage, en plus de favoriser un début de décrochage à l'emplanture (et non aux extrémités), est un des moyens qui permet soit :

- + d'assurer un profil elliptique du  $C_z$  si la corde est constante,
- + d'assurer un  $C_z$  constant si la corde évolue de façon elliptique.

## 2.6. Calcul de la polaire d'une aile

Pour une aile d'allongement  $\lambda$  fini, on calcule les coefficients de l'aile ( $C_Z, C_X$ ) à partir des valeurs liées au profil ( $C_Z, C_X$ ). Deux approches possibles :

1/ Correction par la loi de Lanchester-Prandtl :

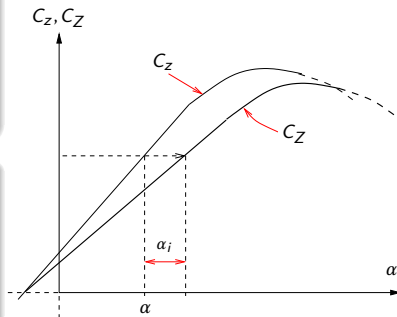
$$C_Z(\alpha) = \frac{C_{Z,\infty}}{1 + a_o \frac{57.3}{\lambda \pi e}} = \frac{C_{Z,\infty}}{1 + \frac{2}{\lambda e}},$$

en conservant inchangées les valeurs de  $\alpha$ .

2/ Correction de l'incidence  $\alpha$  de l'angle induit  $\alpha_i$  tel que  $\alpha \rightarrow \alpha + \alpha_i$  avec :

$$\alpha_i = 57.3 \frac{C_Z}{\lambda \pi}, (\text{degrés})$$

avec  $C_Z$  noté pour  $C_Z(\alpha + \alpha_i)$ .



Pour une incidence  $\alpha$  donnée, l'aile voit ainsi l'écoulement amont sous un angle réel correspondant à l'angle  $\alpha$  diminué de  $\alpha_i$ . Autrement dit, l'incidence doit être augmentée de  $\alpha_i$  pour que le  $C_Z$  soit de nouveau égal à sa valeur profil  $C_Z$ .

## 2.6. Calcul de la polaire d'une aile

### Cas d'une aile avec flèche

La relation de Lanchester-Prandtl est valable pour des écoulements à faible nombre de Mach et des ailes d'allongements importants et de flèche négligeable. Elle peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dC_Z}{d\alpha} = a = \frac{a_o}{1 + \frac{a_o}{\pi \lambda e}}$$

Il existe une relation générale (de DATCOM pour Data Compendium de l'USAF) pour des ailes présentant des valeurs de flèches  $\Lambda_{1/2}$  et valables pour du faible subsonique ou fort supersonique (incluant une correction pour les effets de Mach  $M$ ) :

$$\frac{dC_Z}{d\alpha} = a = \frac{2\pi\lambda}{2 + \sqrt{\frac{\lambda^2(1-M^2)}{k^2}} \left(1 + \frac{\tan^2(\Lambda_{1/2})}{1-M^2}\right) + 4} \quad \text{avec} \quad k = \frac{a_o}{2\pi}$$

## 2.7. Polaire aéronef au complet

Il s'agit de la polaire qui intègre tous les composants de l'aéronef ainsi que leurs interactions possibles en termes de portance et de traînée :

$$C_D = C_X + C_{ind} + \sum_i C_{xi}(\text{parasite}) \quad \text{et} \quad C_L = C_Z + \sum_i C_{zi}$$

La configuration de vol en palier permet déjà de définir un point. En effet, d'après :

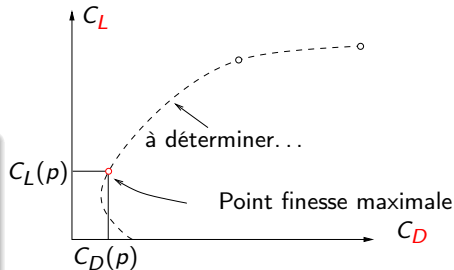
$$\left(\sum \vec{F} \cdot \vec{x}\right) V_\infty = 0 \quad : \quad -\eta_{prop} \mathcal{P} + \frac{1}{2} C_D \rho S V_\infty^3 = 0$$

$$y \quad : \quad -Mg + \frac{1}{2} C_L \rho S V_\infty^2 = 0$$

on en déduit :

$$C_D(p) = \frac{2\eta_{prop}\mathcal{P}}{\rho S V_\infty^3}$$

$$C_L(p) = \frac{2Mg}{\rho S V_\infty^2}$$



## 2.8. Prise en compte des traînées parasites

| Élément :                                                                   | $C'_x$ |
|-----------------------------------------------------------------------------|--------|
| Cordes à piano, câbles ronds                                                | 0.900  |
| Tubes ronds                                                                 | 0.700  |
| Roues nues                                                                  | 0.500  |
| Haubans fuselés                                                             | 0.400  |
| Fuselage empenné monoplace à section rectangulaire, appuie-tête, pare-brise | 0.260  |
| Fuselage empenné monoplace à section ovoïde, moteur refroidi par air        | 0.185  |
| Fuselage empenné biplace côte à côte, à section ovoïde, moteur à air        | 0.215  |
| Fuselage empenné, biplace côte à côte, de forme ovoïde à galbe soigné       | 0.135  |
| Mâts carénés, tubes profilés                                                | 0.100  |
| Jambes de train carénées                                                    | 0.065  |

source : [www.gilbert-pernot.fr](http://www.gilbert-pernot.fr)

$$\text{Coefficient global des traînées parasites} = \frac{1}{S} \sum_i S_i \times C'_{xi}$$

avec  $S_i$  : la surface du maître-couple (frontale) de l'élément,  $S$  surface portante de l'aile.