



ÉCOLE CENTRALE LYON

UE PRO
STAGE D'APPLICATION
RAPPORT

Premier point technique

Élèves :
Stéphane GUEREL

Enseignant :
Eric BLANCO
Jérôme DELACHANAL

21 mai 2024

Table des matières

1	Différentiel mécanique	2
1.1	Principe	2
1.2	Modèle	2
2	Commande électrique multi-moteurs	4
2.1	Différentes grandeurs contrôlables	5
2.2	Principes et modèles existants	5
2.2.1	Modèle Ackermann-Jeantand pour le virage	5
2.2.2	Modélisation des forces s'appliquant au véhicule	6
2.2.3	Modèle du contact du pneu au sol : Pacejka	8
2.3	Conjonction des modèles	8
3	Suite du stage	8
	Bibliographie	9

1 Différentiel mécanique

1.1 Principe

Le différentiel mécanique est un ensemble d'engrenages répondant au besoin de répartir la puissance fournie par le moteur entre les roues motrices. Un exemple de différentiel arrière est représenté en figure 1. La répartition de couple s'effectue grâce à l'engrenage en araignée en orange sur la figure, qui possède un mouvement décomposable en deux parties : un mouvement de corps avec la couronne à laquelle il est relié (en gris sur la droite), et un mouvement de rotation sur son axe. En ligne droite, ce mouvement de rotation sur son axe n'existe pas et donne donc une vitesse de rotation identique aux deux axes des roues (en bleu sur la figure). Cependant, lors d'un virage, il acquiert une vitesse de rotation sur lui-même qui fait que la vitesse composée de rotation de la couronne avec celle de l'araignée produit une différence de vitesse de rotation entre les axes des roues telle que $\omega_{gauche} = \omega_{couronne} + \omega_{araignee}$ et $\omega_{droite} = \omega_{couronne} - \omega_{araignee}$ si on considère que les flèches de la figure représentent le sens positif.

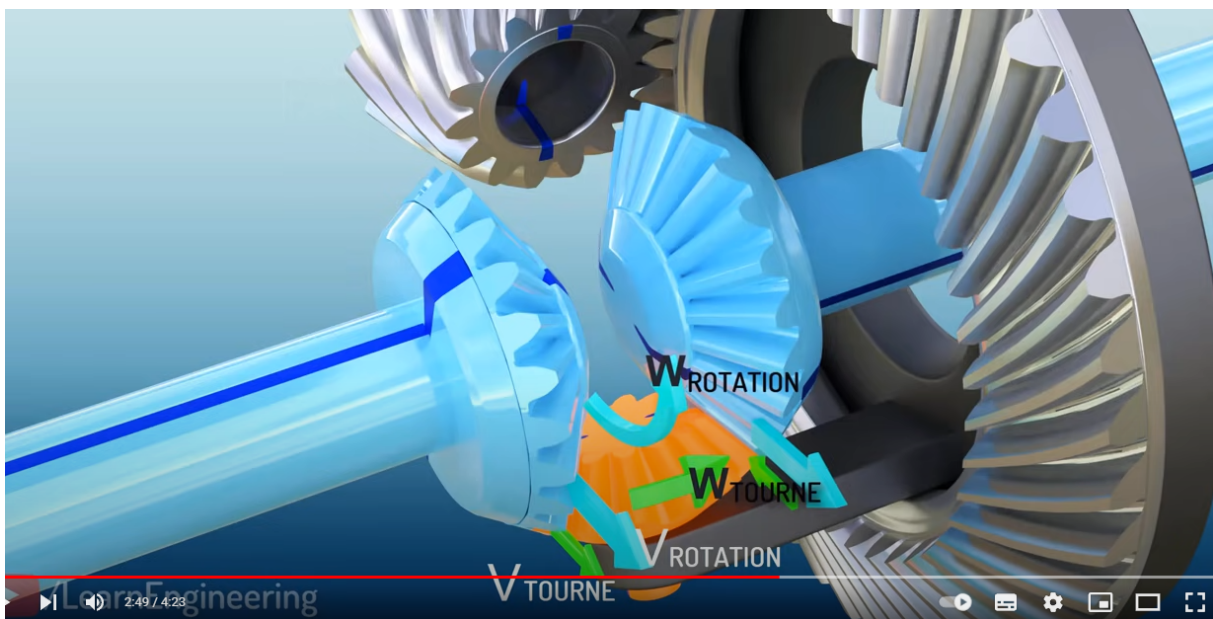


FIGURE 1 – Illustration du différentiel mécanique arrière [1]

1.2 Modèle

Il existe différents types de différentiels mécaniques, dont certains sont pensés pour compenser le plus gros défaut du différentiel mécanique : la perte d'adhérence. En effet, en cas de perte d'adhérence, le différentiel mécanique basique envoie toute la puissance dans la roue qui a perdu l'adhérence, et donc tourne dans le vide, alors que l'autre pourrait potentiellement faire bouger le véhicule. Certains différentiels comportent donc des engrenages supplémentaires servant à estimer le "slip-ratio" ou coefficient de glissement, comme celui présenté en figure 2.

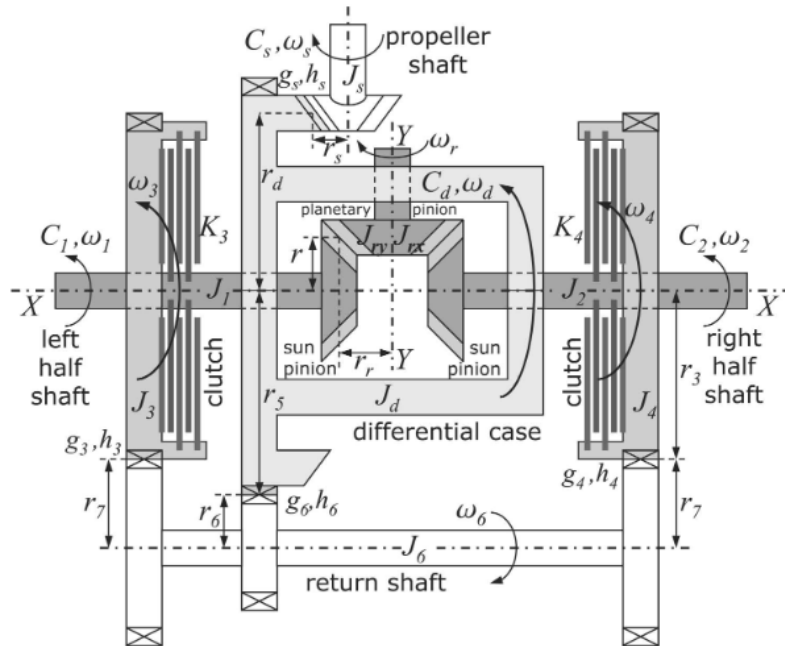


Figure 2. Mechanical scheme of the steering differential.

FIGURE 2 – Schéma de différentiel mécanique arrière avec limiteur de glissement [2]

Avec la connaissance des paramètres de chaque engrenage (moment d'inertie, rayon, denture), il est possible de mettre en équation la dynamique de l'ensemble pour lier mathématiquement les couples et vitesses de rotation des arbres moteur et des roues. Les équations du modèle sont résumées en figure 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_i = \omega_i \quad (\text{for } i = 1, 2, 3, 4, 6) \\ \dot{\theta}_d = \omega_d, \quad \dot{\theta}_r = \omega_r, \quad \dot{\theta}_s = \omega_s \\ J_s \dot{\omega}_s = C_s - b_s \omega_s - \gamma(\theta_s - D_c \theta_d, g_s, h_s) \\ J_1 \dot{\omega}_1 = C_1 - b_1 \omega_1 + K_3 \text{sgn}(\omega_3 - \omega_1) + \gamma(\theta_d + D_r \theta_r - \theta_1, g_1, h_1) \\ J_2 \dot{\omega}_2 = C_2 - b_2 \omega_2 + K_4 \text{sgn}(\omega_4 - \omega_2) + \gamma(\theta_d - D_r \theta_r - \theta_2, g_2, h_2) \\ J_{dx} \dot{\omega}_d = (J_d + J_{rx}) \dot{\omega}_d = -b_d \omega_d \\ \quad + D_c \gamma(\theta_s - D_c \theta_d, g_s, h_s) - \gamma(\theta_d - D_k \theta_6, g_6, h_6) \\ \quad - \gamma(\theta_d + D_r \theta_r - \theta_1, g_1, h_1) - \gamma(\theta_d - D_r \theta_r - \theta_2, g_2, h_2) \\ J_{ry} \dot{\omega}_r = D_r (\gamma(\theta_d - D_r \theta_r - \theta_2, g_2, h_2) - \gamma(\theta_d + D_r \theta_r - \theta_1, g_1, h_1)) - b_r \omega_r \\ J_3 \dot{\omega}_3 = +\gamma(D_t \theta_6 - \theta_3, g_3, h_3) - b_3 \omega_3 - K_3 \text{sgn}(\omega_3 - \omega_1) \\ J_4 \dot{\omega}_4 = +\gamma(D_t \theta_6 - \theta_4, g_4, h_4) - b_4 \omega_4 - K_4 \text{sgn}(\omega_4 - \omega_2) \\ J_6 \dot{\omega}_6 = D_k \gamma(\theta_d - D_k \theta_6, g_6, h_6) - b_6 \omega_6 \\ \quad - D_t (\gamma(D_t \theta_6 - \theta_3, g_3, h_3) + \gamma(D_t \theta_6 - \theta_4, g_4, h_4)). \end{array} \right.$$

FIGURE 3 – Equations de la dynamique du différentiel avec limiteur de glissement [2]

Les notations utilisées sont relativement classiques, avec ω pour des vitesses de rotation, C pour les couples, J pour des moments d'inertie, D pour des rapports de réduction, et γ, g et h pour la mécanique de contact entre les engrenages. La mise en forme de ces équations sous forme de schéma-blocs est montrée en figure 4.

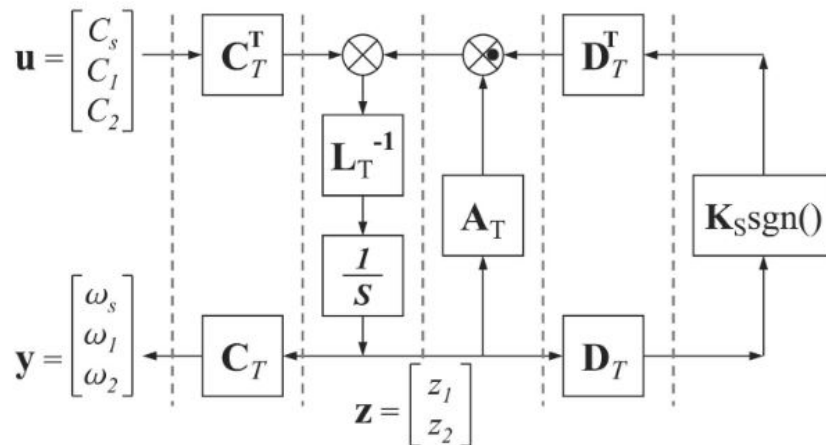


FIGURE 4 – Schéma-blocs matriciel correspondant aux équations de la figure 3 [2]

Ce modèle permet donc un calcul direct des vitesses de rotation de chacun des axes en fonction des couples en entrée, et relève donc d'un différentiel fonctionnel sur le point de vue de la distribution des puissances une fois choisies les dimensions des engrenages.

2 Commande électrique multi-moteurs

L'abandon d'un différentiel mécanique semble en premier lieu être une libération au niveau de la liberté d'implémentation du schéma de commande des moteurs électriques. Cependant, ceci fait apparaître beaucoup de nouveaux paramètres pour espérer remplir la fonction de distribution des puissances. Des choix techniques vont donc devoir être réalisés, tant sur les grandeurs à contrôler que sur la stratégie de commande, ce qui justifie finalement la tenue du stage. Dans le contexte précis de ce stage, inscrit dans le programme FS@ECL, le règlement du Formula Student va conditionner la mise en place de cette stratégie de commande, tout comme les choix technologiques réalisés par l'équipe de conception du véhicule et notamment le choix du nombre de moteurs utilisés et de leur placement dans le véhicule. L'ensemble des éléments en interaction avec l'algorithme de contrôle des moteurs est répertorié en figures 5 et 6.

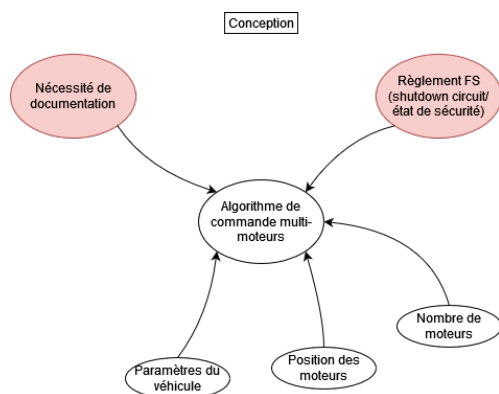


FIGURE 5 – Diagramme des interactions lors de la conception

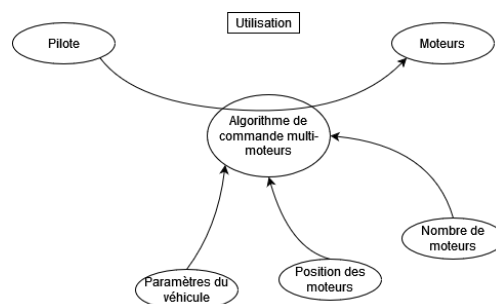


FIGURE 6 – Diagramme des interactions lors de l'utilisation

2.1 Différentes grandeurs contrôlables

La commande des moteurs de la voiture fait intervenir énormément de paramètres, tant liés à la géométrie de la voiture qu'à l'état de la route ou aux moteurs utilisés. De ce fait, différentes études utilisent différents paramètres pour concevoir leur commande de moteurs. On retrouve par exemple un contrôle sur la vitesse de rotation des moteurs ou leur couple, relativement classiques, mais on peut aussi retrouver des contrôles de la vitesse du véhicule [3], du "slip-ratio" λ , défini selon l'équation 1 [4], ou du moment de lacet (moment autour de l'axe vertical du véhicule) [5].

$$\lambda = \frac{R\omega - V}{R\omega} \quad (1)$$

2.2 Principes et modèles existants

Différents modèles sont combinables afin de décrire la dynamique du véhicule et y associer sont contrôle. En effet, la dynamique du véhicule dépend de sa phase de fonctionnement (virage, ligne droite, pente,...), et le contrôle de la trajectoire et de la vitesse dépendent bien évidemment du nombre de moteurs alloués à la motorisation du véhicule. Ainsi, pour relier les ordres de direction et d'accélération imposés par le pilote au comportement des moteurs, il convient de posséder un modèle de chacun des éléments mis en jeu.

2.2.1 Modèle Ackermann-Jeantand pour le virage

Le modèle Ackermann-Jeantand [6] est un modèle purement géométrique qui permet d'exprimer la vitesse théorique de chacune des roues dans un virage en fonction de la vitesse du véhicule, de l'angle de virage (ou rayon), et des dimensions du véhicule. De fait, par des relations trigonométriques relativement simples appliquées sur la figure 7, on peut en déduire les équations 3 à 6, (notation v_{ij} avec i correspondant à r pour "rear" ou f pour "front" et j correspondant à l pour "left" ou r pour "right") .

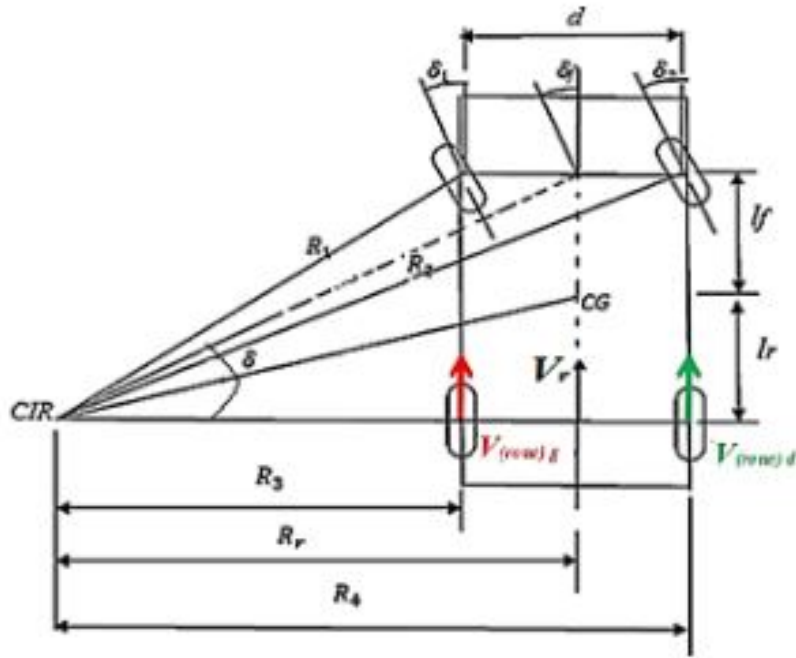


FIGURE 7 – Schéma géométrique du modèle Ackermann-Jeantand [6]

$$L = l_r + l_f \quad (2)$$

$$v_{rl} = v \left(1 - \frac{d \tan(\delta)}{2L} \right) \quad (3)$$

$$v_{rr} = v \left(1 + \frac{d \tan(\delta)}{2L} \right) \quad (4)$$

$$v_{fl} = v_{rl} \left(\frac{1 + \left(\frac{L \tan \delta}{L - \frac{d \tan \delta}{2}} \right)}{1 + \tan^2 \delta} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$v_{fr} = v_{rl} \left(\frac{1 + \left(\frac{L \tan \delta}{L + \frac{d \tan \delta}{2}} \right)}{1 + \tan^2 \delta} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

On peut remarquer avec ces calculs qu'il est possible de considérer que les roues avant et arrières du même côté ont des vitesses égales pour un rayon de virage grand devant la demi-largeur du véhicule. Cette approximation semble être faite dans la référence [6], où tout du moins uniquement les résultats pour les roues arrières sont présentés.

2.2.2 Modélisation des forces s'appliquant au véhicule

La référence [4] présente un modèle de la dynamique de la voiture par un bilan des forces qui s'y appliquent ainsi que celles exercées par les moteurs (configuration bimoteur arrière dans l'étude). Lesdites équations permettent ensuite de déterminer les couples

moteurs et vitesses de rotation voulus pour chacun des moteurs en fonction de l'application des forces, elle-même dépendante de la trajectoire suivie par le véhicule (répartition des charges qui diffèrent en virage d'en ligne droite).

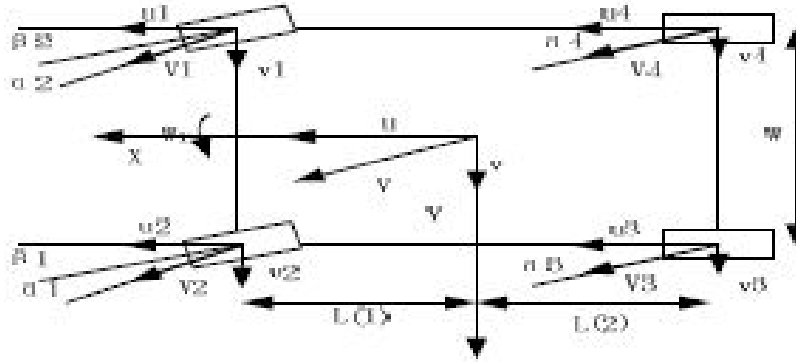


FIGURE 8 – Schéma paramétrique du modèle proposé en [4]

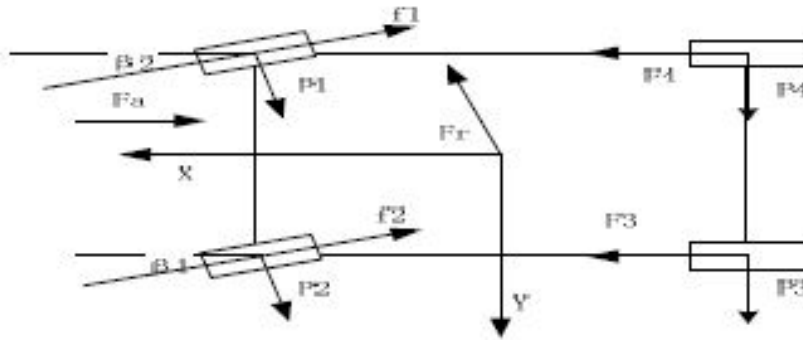


FIGURE 9 – Schéma des forces prises en compte dans le modèle issu de [4]

L'étude proposée dans la référence établit donc les équations des forces selon les axes x (longitudinal) et y (latéral), et l'équation des moments selon z (lacet), dans le référentiel indiqué sur la figure 8. Les forces considérées sont les réactions du sol au niveau de chaque roue, le poids au travers de la répartition de la charge sur chaque roue, les couples moteurs appliqués, les couples résistants subis, la force centrifuge induite par le virage, la résistance de l'air frontale et latérale. Elles sont illustrées pour la plupart en figure 9.

$$F_{x1} + F_{x2} + F_3 + F_4 + Mv\omega_r - K_a S_x u^2 = M\dot{u} \quad (7)$$

$$F_{y1} + F_{y2} + P_3 + P_4 - Mu\omega_r - K_a S_y v^2 = M\dot{v} \quad (8)$$

$$(F_{y1} + F_{y2}) * L(1) + \frac{(F_{x2} + F_4 - F_{x1} - F_3) * W}{2} - (P_3 + P_4) * L(2) = I_z * \frac{d\omega_r}{dt} \quad (9)$$

Les trois équations 7, 8 et 9 obtenues sont des équations différentielles non linéaires couplant la vitesse longitudinale, latéral et la vitesse de rotation selon le lacet. Leur résolution permet l'obtention de ces trois données, servant à déterminer la vitesse de rotation des roues désire par la suite, puis éventuellement le couple moteur par l'équation 10, qui est un bilan sur l'axe d'une roue avec ω sa vitesse de rotation, T_e le couple moteur,

M_r le couple résistant, R le rayon de la roue, F la force tangentielle au niveau du contact roue/sol et J son moment d'inertie.

$$T_e - RF - M_r = J \frac{d\omega}{dt} \quad (10)$$

2.2.3 Modèle du contact du pneu au sol : Pacejka

Un élément utilisé dans la majorité des études trouvées sur l'établissement d'un différentiel électrique pour voiture est le modèle de Pacejka [7] pour lier les coefficients de glissement (slip ratio) aux forces s'exerçant sur les pneus. Le point d'attention à porter sur ce modèle reste cependant sa dépendance à des constantes obtenues expérimentalement qui dépendent de l'état de la route (sol sec ou mouillé, gros ou petits grains,...), et qui donc devront faire l'objet d'une analyse future pour déterminer les paramètres optimaux.

$$F(x) = D \cos(C \arctan(Bx - E(Bx - \arctan(Bx)))) \quad (11)$$

L'équation 11 du modèle de Pacejka prend donc en tant que x les coefficients de glissement λ pour chaque roue et direction (longitudinal ou latéral) et donne la force correspondante.

2.3 Conjonction des modèles

La conjonction des trois modèles présentés plus tôt offre une quantité d'équations suffisante pour obtenir une vitesse de rotation souhaitée pour chaque roue à partir des commandes en accélération et en direction imposées par le pilote. Reste donc à peaufiner chaque modèle (notamment le bilan des forces sur la voiture en fonction des configurations de moteurs choisies) pour en tirer le meilleur parti pour les objectifs du stage.

3 Suite du stage

Au vu de la lourdeur de la combinaison des modèles et de la dépendance du modèle combiné au choix du nombre de moteurs et à leur placement, il semble pertinent de n'étudier que la configuration réellement choisie dans le cadre du projet FS@ECL. Ce choix n'ayant pas encore été fait et la mise en place des modèles étant la prochaine étape du stage (après la parie gestion de projet de mise en forme des tâches, du planning et du cahier des charges), le modèle des forces sera le dernier (ré)étudié et sera sûrement prévu pour une quadrimotorisation avec des paramètres à passer à 0 pour passer à un modèle bimoteur.

Références

- [1] Vidéo explicative du fonctionnement d'un différentiel mécanique simple
Comment fonctionne un différentiel ?,
<https://www.youtube.com/watch?v=qXoCHETmJ0k>
- [2] Morselli, R., Zanasi, R. and Sandoni, G.
Detailed and reduced dynamic models of passive and active limited-slip car differentials,
<https://www.tandfonline.com/doi/epdf/10.1080/13873950500066959>
- [3] *Design and Evaluation on Electric Differentials for Overactuated Electric Ground Vehicles With Four Independent In-Wheel Motors*,
<https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6152168>
- [4] Zitong Wang, Wei Yao, and Wei Zhang
Design and Research on Electric Differential for Steering Electric Vehicles,
https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-24145-1_23
- [5] *Design of Electric Differential System for an Electric Vehicle with Dual Wheel Motors*,
<https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4739021>
- [6] Benariba Hassan
Contribution à la commande d'un véhicule électrique,
<http://dspace1.univ-tlemcen.dz/bitstream/112/13696/1/Doct.Aut.BENARIBA.pdf>
- [7] *Pacejka Magic Formula Tire Model Parser*,
<https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=arnumber=9071136>