



LABORATOIRE THERMIQUE INTERFACES ENVIRONNEMENT

RAPPORT DE PROJET

Présenté par

Marina Carrión Solla
Iria Vela Villares

ETUDE THERMIQUE D'UN FREIN A DISQUE

Tuteur :

Professeur LARAQI Najib

Remerciements

On remercie, en premier lieu, Monsieur A. Baïri, Responsable des Relations Internationales, pour son aide pendant notre séjour à Ville d'Avray. On remercie Monsieur N. Laraqi, Directeur de l'Equipe de Recherche Thermique Interfaces Environnement pour son aide et pour la direction de notre projet.

En deuxième lieu, on veut exprimer notre grande reconnaissance à Smaïl Guenoun pour son implication dans notre projet. Grâce à lui, on a appris à utiliser les logiciels Gambit® et Fluent®. Nos remerciements vont aussi à Jean-Gabriel Bauzin, pour son aide avec Excel®.

Ensuite, on remercie énormément Jérôme Saurin pour la révision et la correction de notre manuscrit. Nous n'oublions pas de remercier Julieta Matos Castaño, Mírian Vázquez Alonso et Santiago Abelaira pour les bons moments à l'université.

Enfin, on veut remercier aussi nos familles pour leur soutien constant pendant notre séjour en France.

Résumé / Abstract

Français

L'objectif de ce projet est d'étudier le comportement thermique d'un disque de frein en trois dimensions, lequel inclut le flux de chaleur généré à l'intérieur de celui-ci, les températures maximales et minimales où il arrive, etc. Le scénario analysé est un freinage d'arrêt continu.

Le projet se compose de trois parties différentes :

La première comprend une modélisation sous Gambit[®]. Au début, on a dessiné le disque et la plaque, et après on a créé le maillage pour faire les calculs numériquement.

La deuxième partie consiste en l'étude numérique sur Fluent[®]. Cette section se divise aussi en deux parties ; la première est l'étude stationnaire, et la deuxième, l'étude transitoire. A chaque fois on a varié quelques paramètres pour voir son influence sur le disque.

Pour finir, on a fait l'étude analytique. Il s'agit de résoudre quelques équations physiques avec la transformée de Laplace et avec l'aide du logiciel Matlab[®]. Ces équations fournissent une approximation du comportement du disque en tous ses états.

Grâce à la comparaison qu'on a faite entre les différentes modes de calcul (numérique et analytique) on a pu savoir la fiabilité des résultats.

Anglais

The objective of this project is studying the thermal behaviour of a brake disk in three dimensions, which includes the generated heat flux, the maximal and minimal temperatures that it reaches, etc. The analysed scenario is a continuous stop braking.

The project is composed of three different parts:

The first one is based on the realisation of the model with Gambit[®]. Firstly, the design of the disk and the plaque has been made, and afterwards the mesh has been created in order to do the calculations numerically with Fluent[®].

The second part consists of the whole numerical study in Fluent[®]. This section is also composed by two chapters; in the first one there is the study of the behaviour in the stationary regime and in the second one the transitory regime. In those sections many variables have been changed so as to appreciate their influence in both regimes.

To sum up, the analytical study is been made. Some physical equations have been solved, with the transformation of Laplace and with Matlab[®]'s help. The equations approximate the behaviour of the break disk in all his states.

Thanks to the comparison which has been made (numerical and analytical), we have been able to know the reliability of the results.

Espagnol

El objetivo de este proyecto es estudiar el comportamiento térmico de un disco de freno en tres dimensiones, lo cual incluye el flujo de calor generado en él, las temperaturas máximas y mínimas que alcanza, etc. El caso analizado es el de frenado continuo.

El proyecto se compone de tres partes bien diferenciadas:

La primera se basa en la realización del modelo mediante Gambit[®]. En primer lugar se ha diseñado el disco y la pastilla de freno, y posteriormente se ha creado una malla para poder hacer los cálculos numéricamente.

La segunda parte consiste en el estudio numérico realizado en Fluent[®]. Dicha sección se divide a su vez en dos apartados; en el primero se estudia el comportamiento del disco en estado estacionario, y en el segundo, su comportamiento en estado transitorio. En ambas secciones se han variado diferentes parámetros para ver como influyen en dichos comportamientos.

Finalmente, se ha realizado el estudio analítico. Éste consiste en la resolución de algunas ecuaciones físicas, mediante la transformada de Laplace y con la ayuda de Matlab[®]. Dichas ecuaciones aproximan el comportamiento del disco en todos sus estados.

Gracias a la comparación que se ha hecho entre los diferentes modos de cálculo (numérico y analítico) se ha podido determinar la fiabilidad de los resultados.

Sommaire

<i>Introduction</i>	6
<i>Création du modèle sur Gambit®</i>	8
Dessin du disque	8
Maillage	10
Conditions aux limites	12
<i>Introduction des paramètres sur Fluent®</i>	13
<i>Etude stationnaire sur Fluent®</i>	16
Comparaison Fluent®-Fortran®	16
Influence de la vitesse angulaire (ω)	19
Influence du coefficient d'échange (h_d)	21
Influence de la résistance de contact (R_c)	23
<i>Etude transitoire sur Fluent®</i>	26
Influence de la vitesse angulaire (ω)	28
Influence du coefficient d'échange (h_d)	30
$h_d = 20$	31
$h_d = 50$	32
$h_d = 100$	33
$h_d = 200$	35
$h_d = 400$	36
Température surfacique du disque au rayon $r=r_m$ en fonction du temps	39
<i>Etude de différents scénarios analytique et numérique</i>	46
CAS 1 : $\Phi = \text{constante}$	46
Comparaison des résultats entre Fluent® et le logiciel en Matlab®	50
CAS 2 : $\Phi = \text{variable}$	56
Etude de l'énergie d'arrêt	59
CAS 3 : ω , Φ et h variables	64
<i>Conclusions et perspectives</i>	68
<i>Bibliographie</i>	69

Introduction

Le frein à disque est un système de freinage performant pour les véhicules munis de roues en contact avec le sol, par exemple l'automobile, l'avion, le train, et pour diverses machines. Ce système utilise un disque fixé sur les moyeux ou sur la jante de la roue et des plaquettes, lesquelles sont maintenues dans un étrier fixé au véhicule, venant frotter de chaque côté du disque. Un ou plusieurs mécanismes poussent sur les plaquettes, le plus souvent des pistons hydrauliques, les plaquettes viennent serrer fortement le disque. Comme ça, la force de frottement entre les plaquettes et le disque crée le couple de freinage.

Il y a différents types de disques de frein. Quelques uns sont en acier massif, tandis qu'il y a des autres qui sont râpés sur la surface ou ont des trous. Grâce à ces trous, c'est plus facile de dissiper la chaleur.

Les gradients thermiques établis dans un disque de frein contribuent à sa déformation et à l'apparition de fissures. Dans certains cas une perte d'efficacité du frein et une accentuation de l'usure sont les conséquences d'une surchauffe du disque et des plaquettes. C'est la raison pour laquelle le principal but de ce projet est d'étudier la chaleur générée à cause du frottement entre le disque et la plaquette.

La *figure 1* montre un exemple de disque de frein d'une voiture et aussi l'approximation qu'on a faite pour réaliser l'étude thermique. On doit remarquer que le modèle réalisé sur Gambit® est en réalité la moitié d'un disque, car il est symétrique par rapport au plan XY. En effet, on a seulement besoin d'étudier cette moitié puisque la partie où on a fait la coupe est adiabatique.



Figure 1 à gauche disque de frein réel¹ et à droite disque de frein modélisé

¹ Image de www.chrysler.com

Nomenclature

Bi : nombre de Biot

h : coefficient d'échange (Wm^2K^{-1})

e : épaisseur (m)

λ : coefficient de conduction ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)

m : masse (kg)

c_p : capacité thermique spécifique

S : surface (m^2)

α : coefficient de diffusivité (m^2s^{-1})

ρ : densité (kg/m^3)

τ : constante de temps (s)

m : masse du disque

a_0 : rayon intérieur de la plaquette (m)

a_1 : rayon extérieur de la plaquette (m)

a : rayon intérieur du disque (m)

b : rayon extérieur du disque (m)

θ_0 : demi-angle d'ouverture (rad)

q_0 : flux de chaleur (W/m^2)

T_a : température ambiante (K)

Création du modèle sur Gambit[®]

Pour commencer l'étude, on a créé une structure sur Gambit[®] qui représente le disque de frein avec la plaquette. Puis, on a fait le maillage et on a défini les conditions aux limites pour le mettre ensuite sur Fluent[®] et initialiser le calcul.

Dans les sections qui suivent, on explique tout ce procédé en détail.

Dessin du disque

Les dimensions du disque et celles de la plaquette sont les suivantes:

	Disque	Plaquette
Rayon intérieur	9 cm	9,5 cm
Rayon extérieur	13 cm	12,5 cm
Épaisseur	12 mm	12 mm
Ouverture angulaire	-	30°

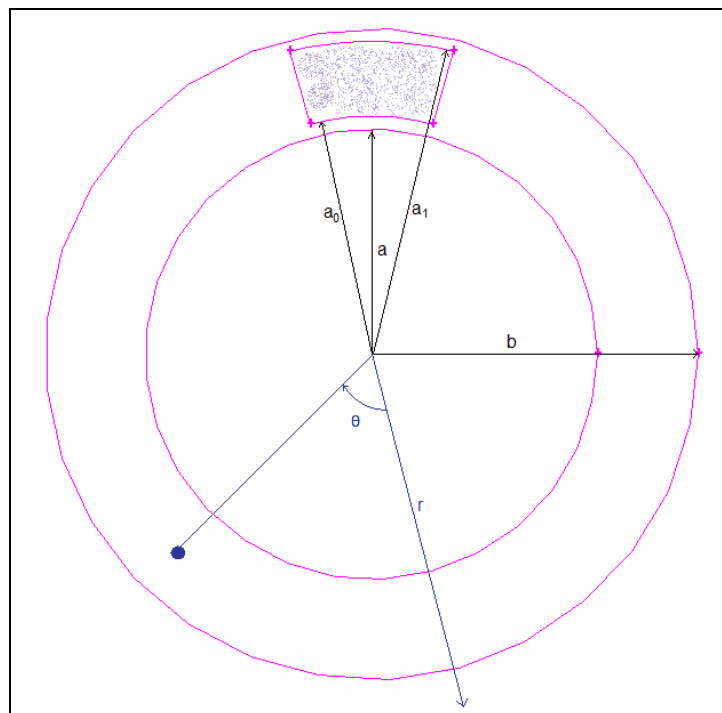


Figure 2 Schéma disque de frein

C'est important de remarquer que pour pouvoir connecter la plaquette et le disque, il faut créer une surface en utilisant la fonction *Split Volume*. Cette surface permet à Fluent[®] de prendre les deux

solides comme un seul système pour faire le calcul de forme correcte. La figure 3 présente l'image obtenue et la fonction utilisée pour la créer :

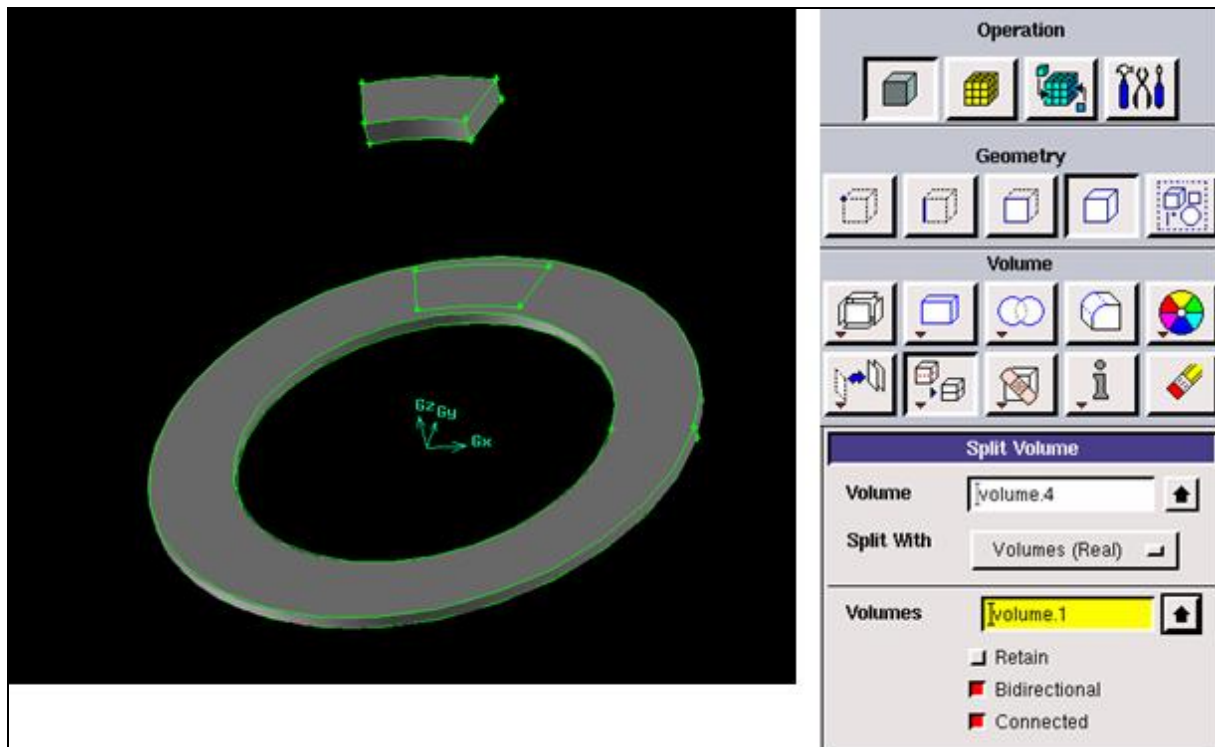


Figure 3 Création de la surface de contact

La figure ci-dessous montre le disque de frein avec la plaquette fini.

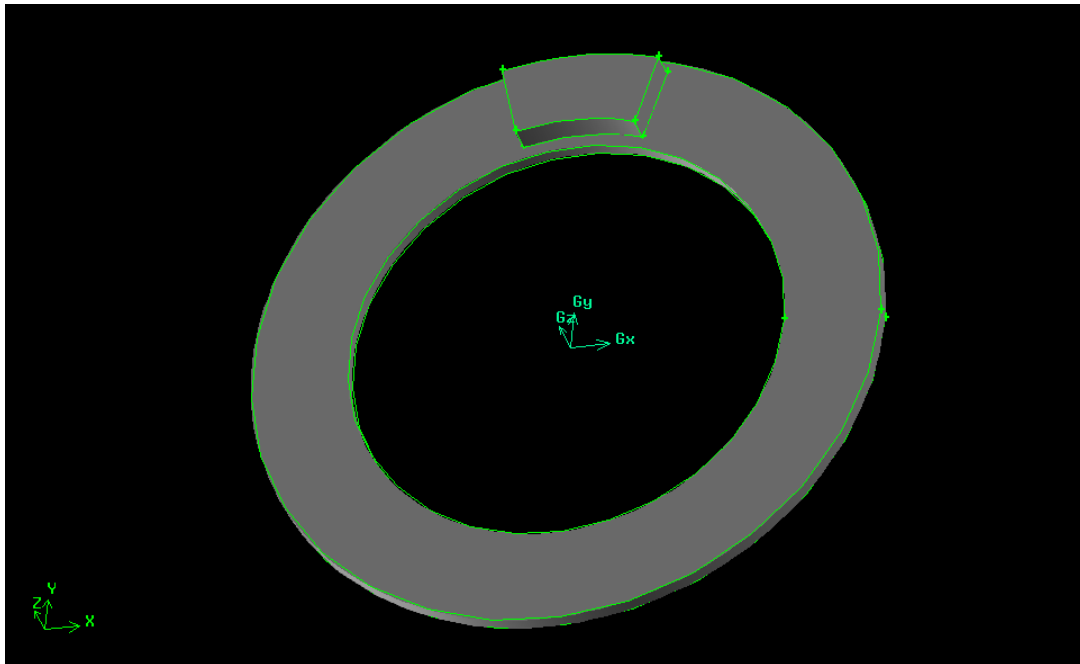
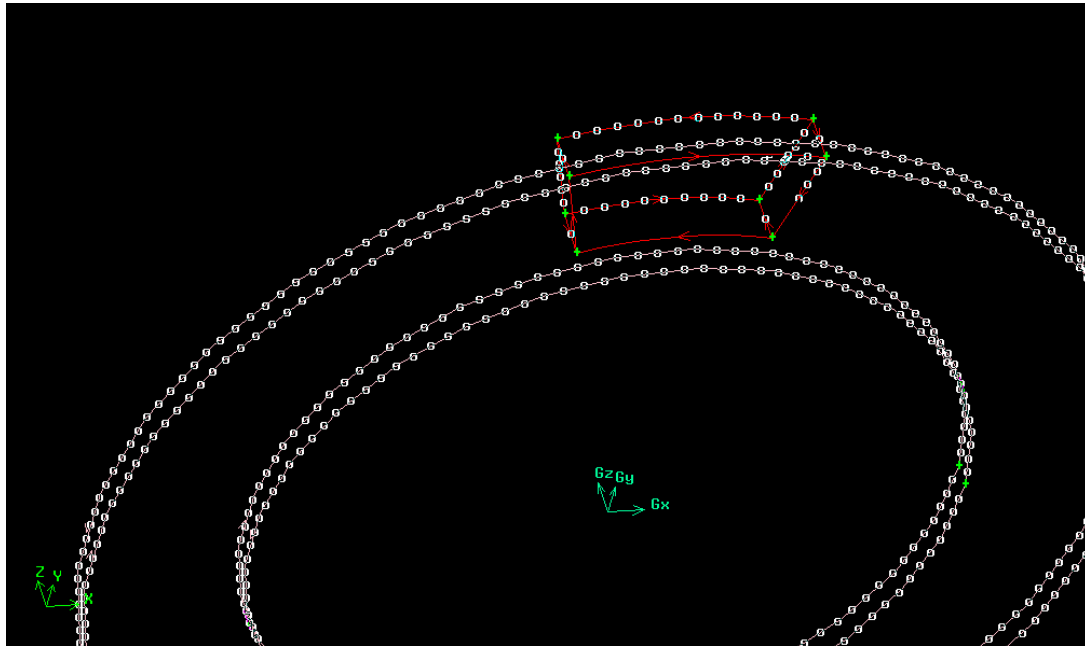


Figure 4 Disque et plaquette

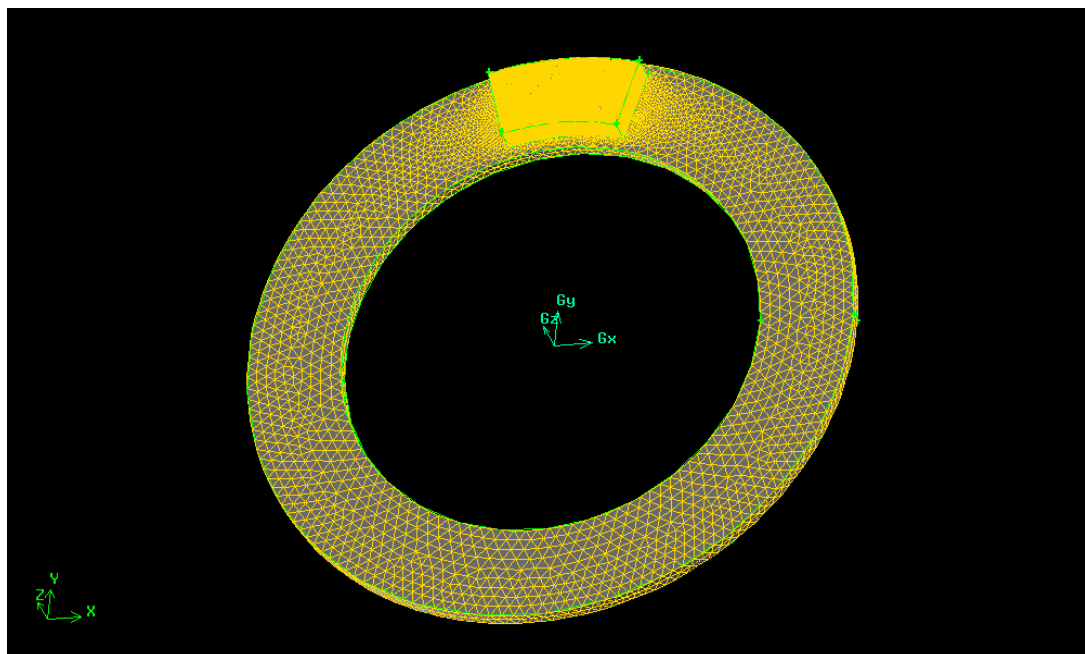
Maillage

Un fois la structure est créée, on a fait le maillage. Il s'agit d'un maillage progressif : il est plus serré au voisinage de la plaquette que dans le reste du disque. Ceci est très important, puisque les points entourant la plaquette sont plus cruciaux. En effet, c'est au voisinage du contact entre la plaquette et le disque que la température commence à changer fortement.

On a commencé par fixer la distance entre des points des arêtes (voir *figure 5*), pour après avoir un maillage plus précis.

*Figure 5 Points du maillage*

L'étape suivante a été de mailler tout le solide à partir des points fixés. Grâce aux points fixés, on a obtenu un maillage à la plaquette de 0,001 et au disque de 0,005. On peut voir ceci très clairement à sur la figure 6.

*Figure 6 Maillage*

Conditions aux limites

Le disque et la plaquette sont des solides (ils sont faits d'acier) et chacune de leur face est mur (wall). C'est la raison pour laquelle on doit choisir l'option *SOLID* et *WALL* pour définir les conditions aux limites.

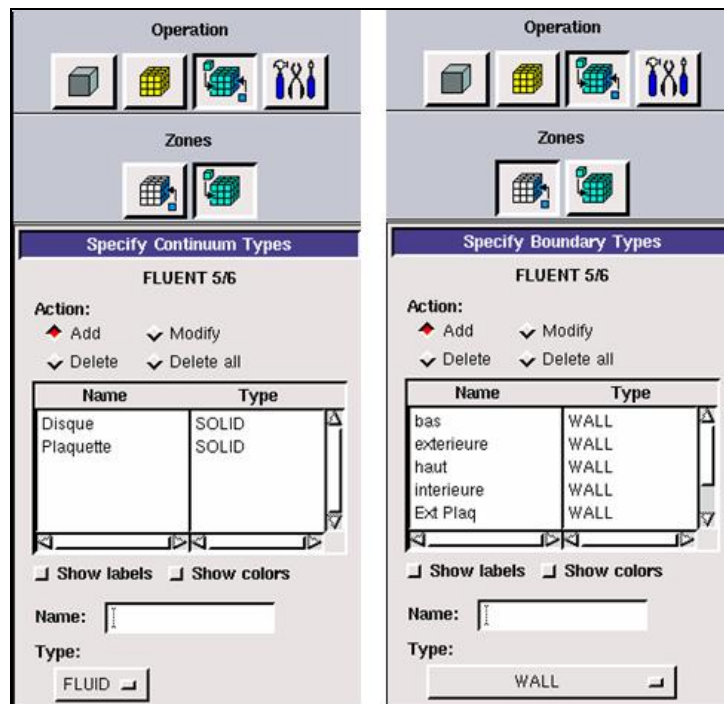


Figure 7 Conditions aux limites

Introduction des paramètres sur Fluent®

Après avoir obtenu le dessin sur Gambit® et avoir spécifié les conditions aux limites, on doit définir les paramètres principaux sur Fluent® pour faire un bon calcul. C'est très important, car leurs valeurs ont beaucoup d'influence sur les résultats. Dans Fluent®, les paramètres se changent à l'option « *Boundary Conditions* ».

La figure 8 montre les paramètres avec lesquels on va travailler.

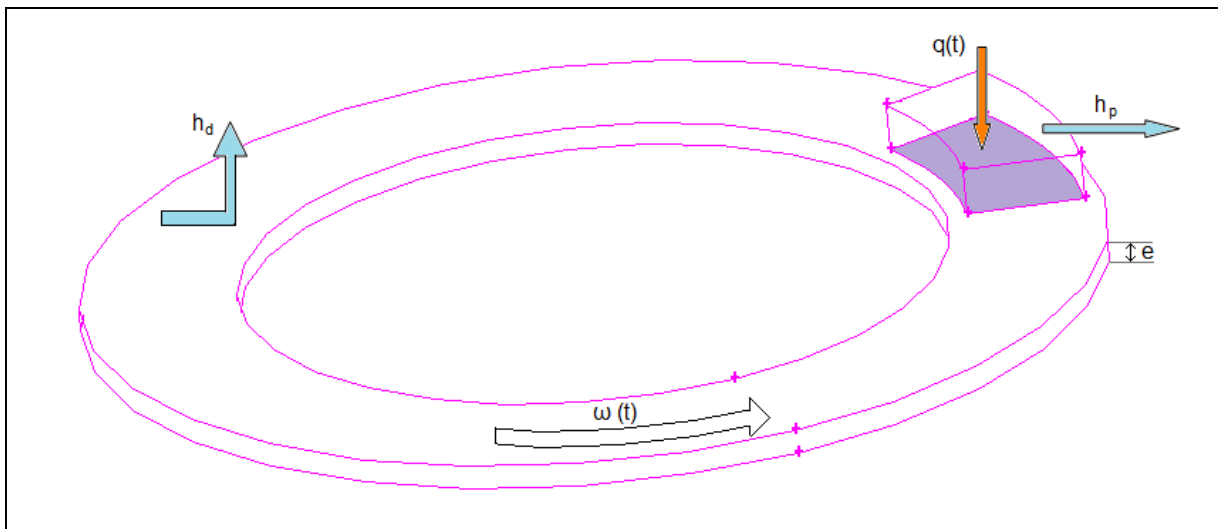


Figure 8 Paramètres physiques

Tout d'abord, on doit choisir la valeur du coefficient d'échange (h) de chaque surface du système. S'il est égal à 0, ça veut dire que la surface est adiabatique. Dans notre cas, toutes les surfaces sont adiabatiques, sauf les surfaces extérieures de la plaquette et la surface haute du disque.

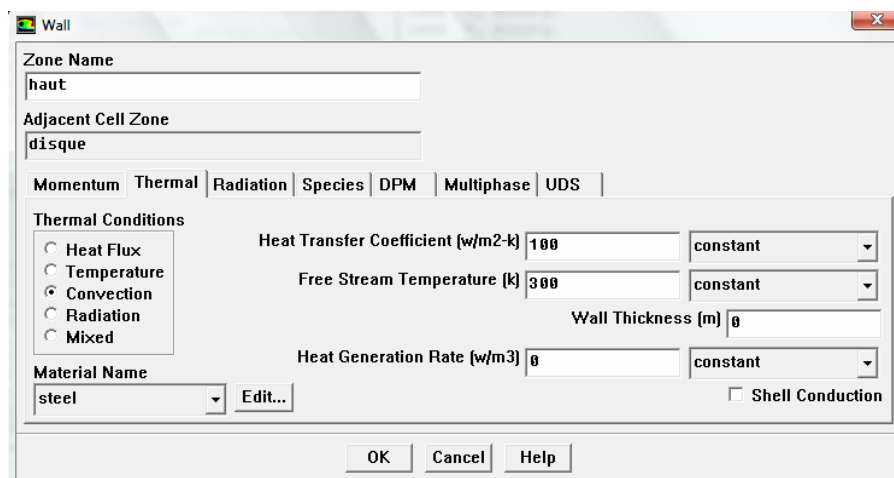


Figure 9 Conditions à la surface haute

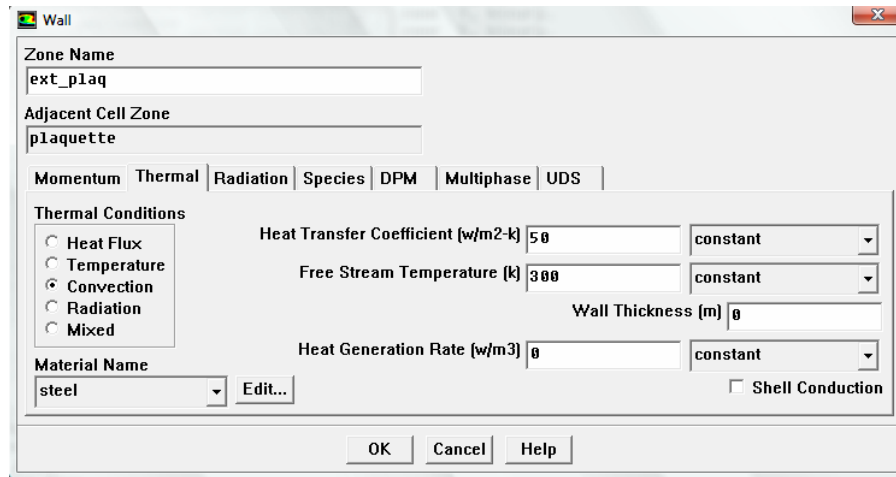


Figure 10 Conditions à l'extérieur de la plaquette

D'ailleurs, on doit choisir aussi le flux de chaleur ($q(t)$) généré à l'interface disque-plaquette. On va introduire cette valeur seulement dans la surface de contact entre le disque et la plaquette (celle coloriée de violette à la figure 8).

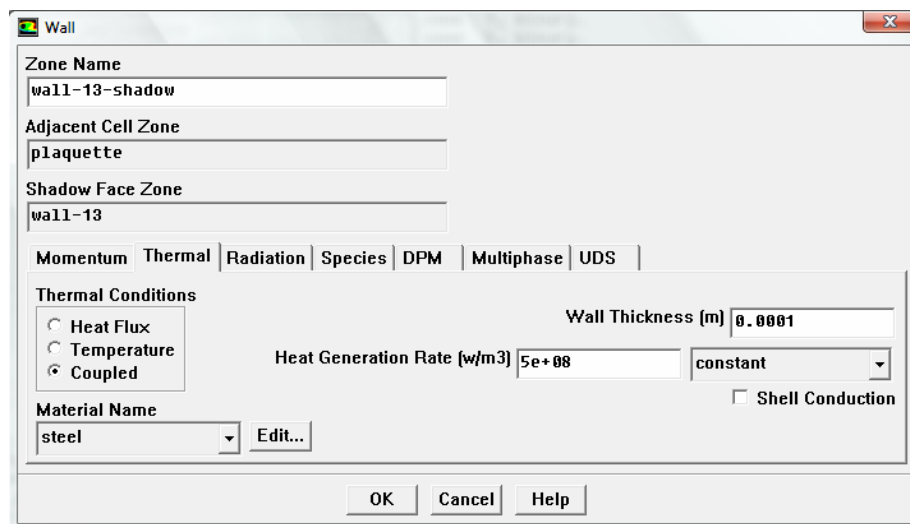


Figure 11 Conditions à la surface de contact

Ensuite, le paramètre suivant à introduire est la vitesse angulaire ($\omega(t)$) du disque ; le disque tourne, tandis que la plaquette reste immobile.

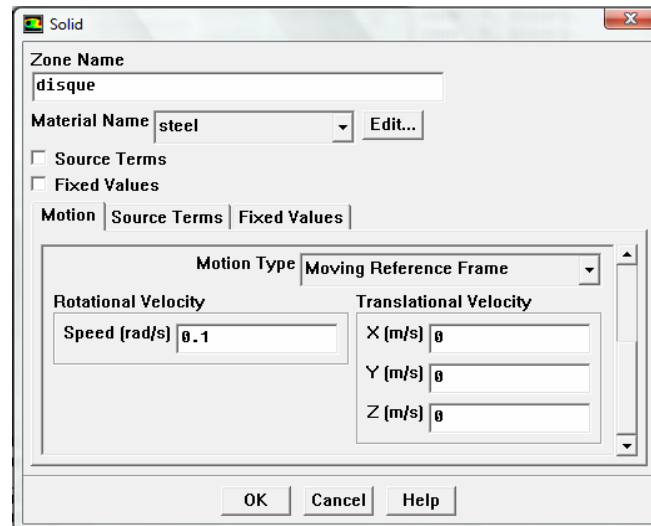


Figure 12 Conditions de rotation du disque

Finalement, le dernière paramètre est la résistance du contact (R_c), mais cette valeur ne s'introduit pas directement : on doit varier l'épaisseur de la surface de contact entre le disque et la plaquette (*wall thickness*), car la relation entre tous deux paramètres est la suivante :

$$R_c = \frac{L}{\lambda} \quad (1)$$

Dans Fluent $\lambda=16,27$ est programmée pour l'acier.

Etude stationnaire sur Fluent[®]

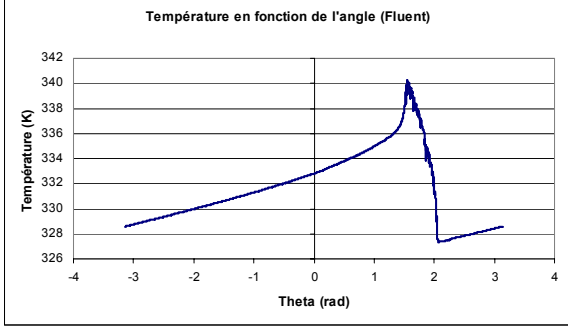
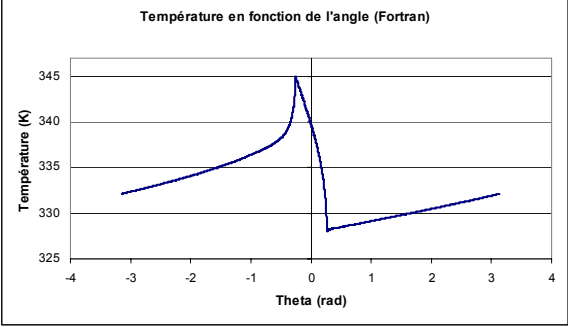
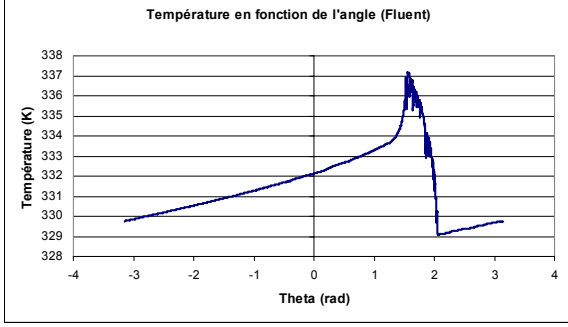
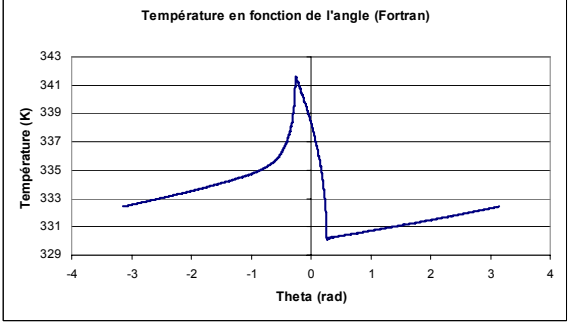
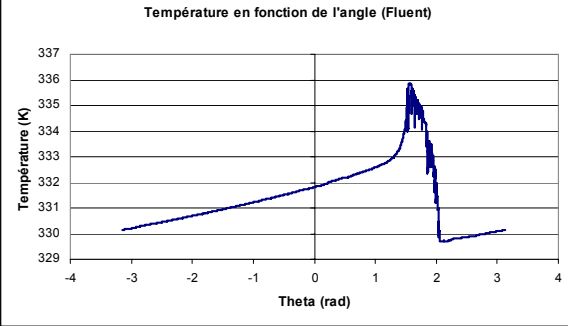
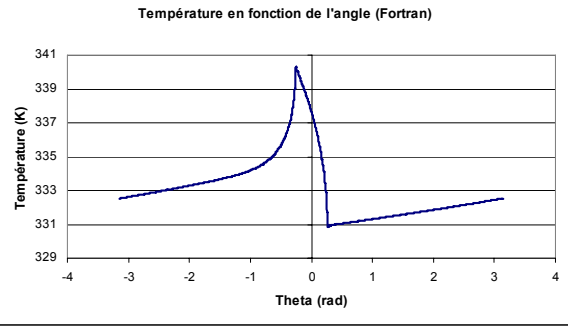
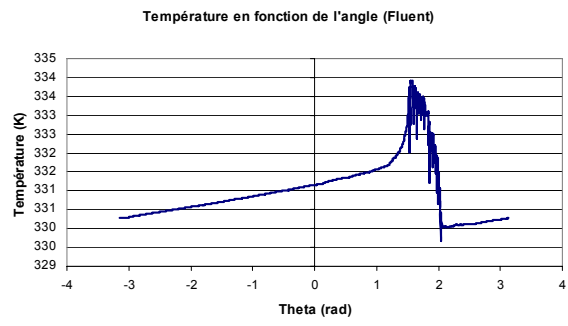
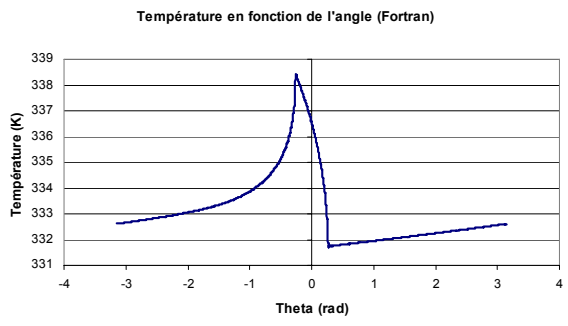
La première partie de l'étude sur Fluent[®] consiste à analyser ce qui se passe pendant le régime stationnaire. Dans ce régime on considère que le comportement du disque est toujours le même, raison pour laquelle on a fait varier quelques paramètres pour analyser leur influence.

On a commencé par essayer avec deux maillages différents, *maillage 1: 445.329 cells* et *maillage 2: 1.372.756 cells*. Le premier maillage est obtenu directement sur Gambit[®], alors que on a obtenu le deuxième avec Fluent[®], option *Adapt Boundary*, à partir du premier maillage. Évidemment, le maillage 2 est meilleur que le maillage 1 parce qu'il est plus serré, il a plus de points. Par conséquent, tous les calculs du projet sont faits avec le maillage 2.

Comparaison Fluent[®]-Fortran[®]

Avant de faire les calculs, on a comparé quelques résultats de Fluent[®] avec les résultats d'une solution analytique programmée sous Fortran[®], en essayant différentes valeurs de la vitesse angulaire. C'est important de remarquer que les graphiques sur Fluent[®] sont en fonction de la distance (en mètres) et les graphiques sur Fortran[®] sont en fonction de l'angle θ (en radians). Par conséquent, pour bien comparer, on a dû de transformer les positions à radians et aussi on a dû de les tourner.

On a vu que les résultats entre tous les deux logiciels sont assez similaires ; il y a seulement une différence d'approximativement 2-3°. Par conséquent, on peut affirmer que les résultats de Fluent[®] sont fiables.

	Résultats sur Fluent®	Résultats sur Fortran®
$\omega=0,1$ rad/s	<p>Température en fonction de l'angle (Fluent)</p> 	<p>Température en fonction de l'angle (Fortran)</p> 
$\omega=0,2$ rad/s	<p>Température en fonction de l'angle (Fluent)</p> 	<p>Température en fonction de l'angle (Fortran)</p> 
$\omega=0,3$ rad/s	<p>Température en fonction de l'angle (Fluent)</p> 	<p>Température en fonction de l'angle (Fortran)</p> 
$\omega=0,6$ rad/s	<p>Température en fonction de l'angle (Fluent)</p> 	<p>Température en fonction de l'angle (Fortran)</p> 

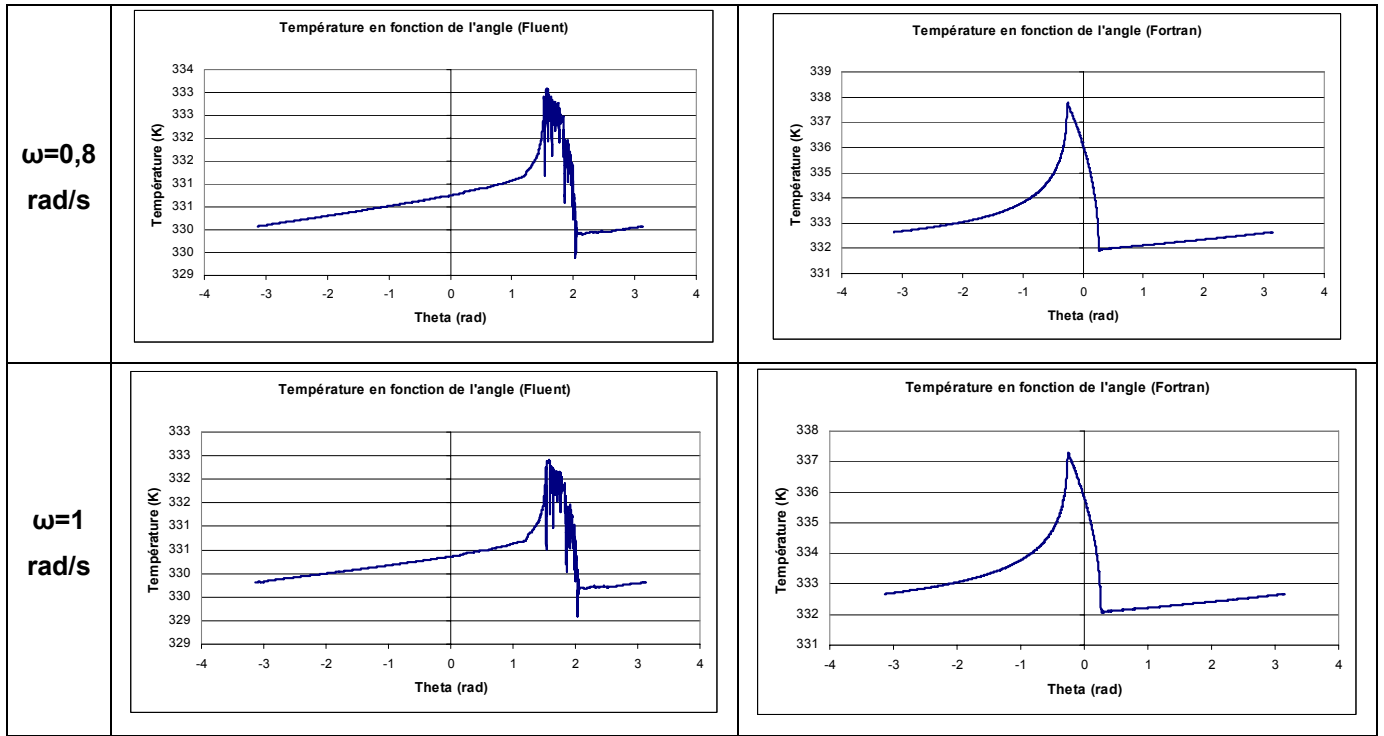


Tableau 1 Comparaison de résultats entre Fluent® et Fortran®

Les trois sections suivantes consistent à étudier le comportement du partage et celui de la température moyenne en fonction de la vitesse angulaire (ω), le coefficient d'échange du disque (h_d) et la résistance de contact (R_c).

Tous les résultats sont calculés de deux façons : avec Fluent® et aussi de façon théorique. Les équations physiques utilisées sont les suivantes :

- **Calcul de la température moyenne**

$$T = \frac{\frac{q_0 \theta_0 (a_1^2 - a_0^2)}{\theta_0 (a_1^2 - a_0^2)}}{h_d \left(\frac{\pi (b^2 - a^2)}{\theta_0 (a_1^2 - a_0^2)} - \frac{(a_1^2 - a_0^2) \theta_0}{(a_1^2 - a_0^2) \theta_0} \right)} + T_a \rightarrow T = \frac{q_0}{h_d \left(\frac{\pi (b^2 - a^2)}{\theta_0 (a_1^2 - a_0^2)} - 1 \right)} + T_a \quad (2)$$

- **Calcul du Partage**

$$P_d = \frac{R_p + \frac{1}{2} R_i}{R_p + R_i + R_d} \quad (3)$$

Où,

$$R_i = \frac{e_{sh}}{\lambda \cdot (\theta_0 (a_1^2 - a_0^2))} \quad (4)$$

$$R_p = \frac{\frac{e_p}{\lambda} + \frac{1}{h_p}}{\theta_0 (a_1^2 - a_0^2)} \quad (5)$$

$$R_d = \frac{1}{h_d \left((\theta_0 (a_1^2 - a_0^2)) \cdot \frac{\pi (b^2 - a^2)}{\theta_0 (a_1^2 - a_0^2)} \right)} = \frac{1}{h_d (\pi (b^2 - a^2))} \quad (6)$$

Les résultats des calculs théoriques sont regroupés dans l'annexe I.A.

Influence de la vitesse angulaire (ω)

Dans cette section, on a varié la vitesse angulaire. Par conséquent, les paramètres principaux qui restent constantes sont les suivantes :

Paramètre	Valeur numérique
Coefficient d'échange du disque (h_d)	100 W/m ² K
Coefficient d'échange de la plaquette (h_p)	50 W/m ² K
Resistance de contact (R_c)	6,1463·10 ⁻⁶
Fluxe de chaleur (q)	5·10 ⁴ W/m ²
Rayon étudié	10,5 cm

Comme on peut observer dans le graphique ci-dessous (*figure 13*), quand la vitesse augmente, la température moyenne du disque et celle de la plaquette sont plus petites. Il s'agit d'un comportement presque linéaire. On remarque aussi qu'il y a une différence d'environ 3° entre la température de la plaquette et celle du disque. Ce phénomène est normal puisque, comme le volume du disque est plus grand que le volume de la plaquette, le disque se refroidit plus.

On doit remarquer que les différentes vitesses ne peuvent pas être très grandes parce que sinon Fluent® ne marche pas bien. C'est pour ça que pendant tout le projet la vitesse n'est pas plus grande de 1 rad/s.

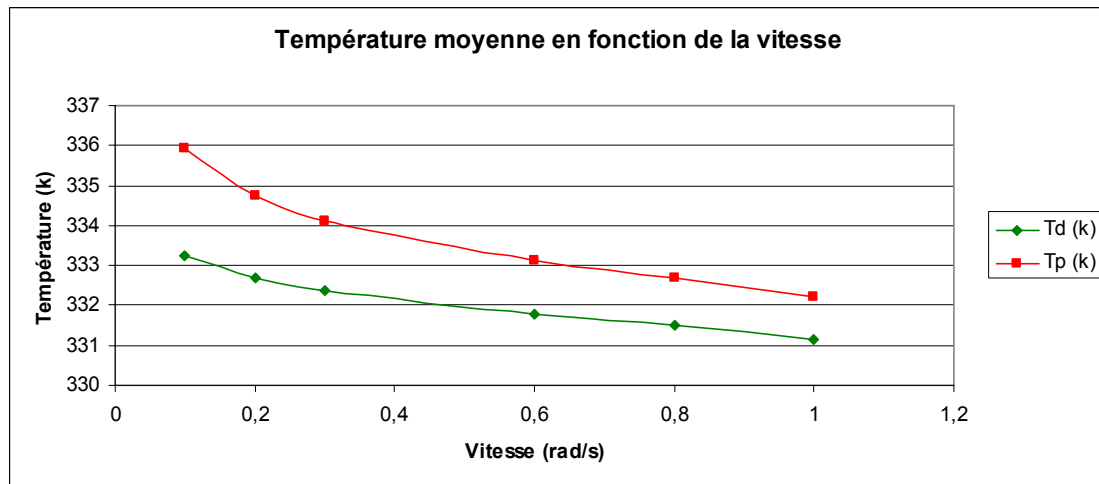


Figure 13 Température moyenne en fonction de la vitesse

La figure suivante montre le partage en fonction de la vitesse angulaire (ω). Celui-ci reste toujours constant avec une valeur de 0,9076 ; on peut affirmer, alors, qu'il ne dépend pas de la vitesse.

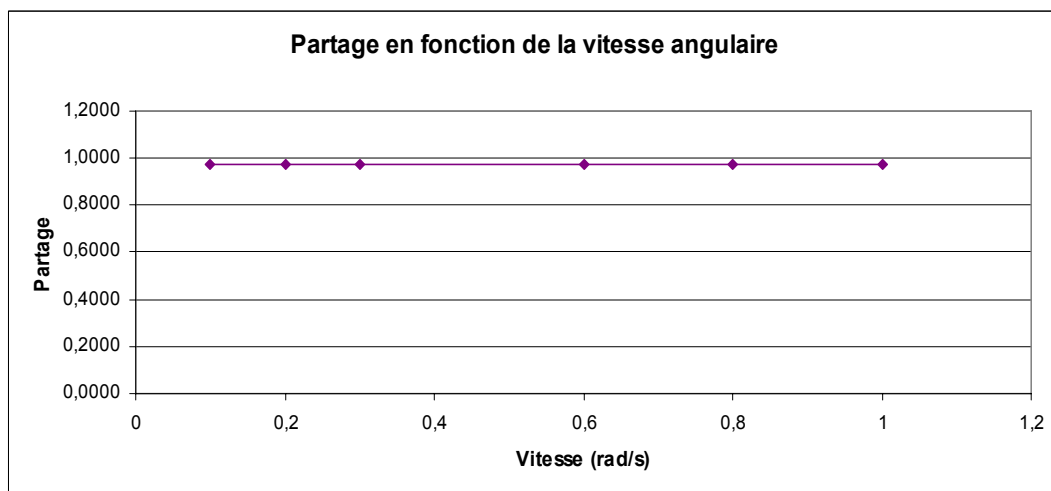


Figure 14 Partage en fonction de la vitesse

Au final, on a fait un graphique de la température moyenne du disque pour tous les points et pour six valeurs de la vitesse angulaire. Effectivement, la température du disque est toujours plus petite pour des valeurs de vitesse plus grandes.

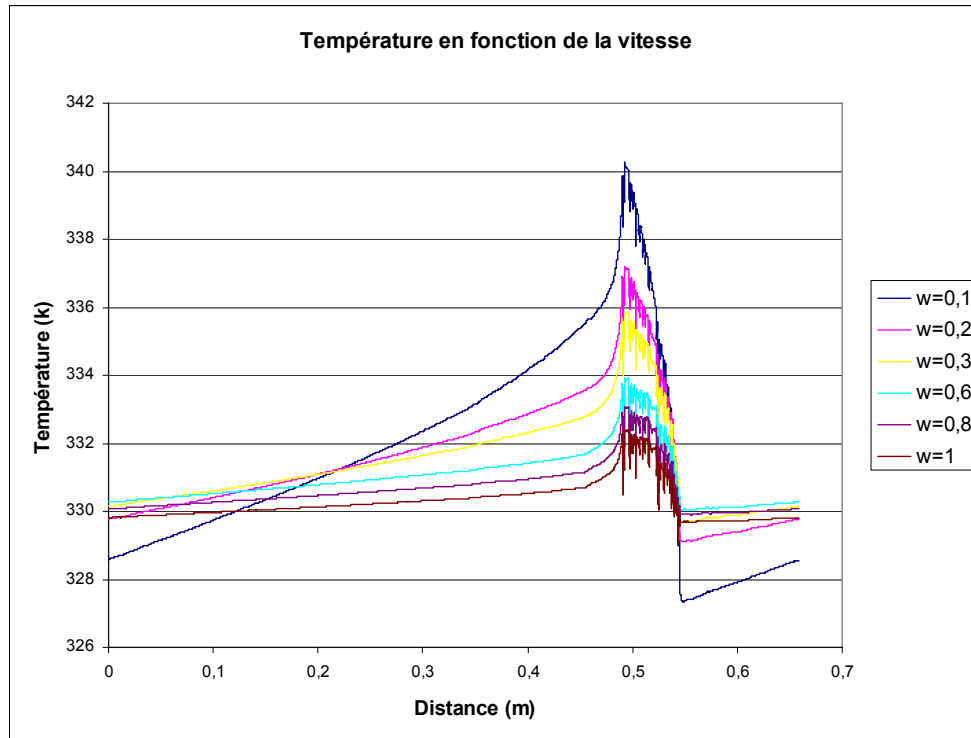


Figure 15 Température en fonction de la vitesse pour tous les points

On peut trouver toutes les valeurs détaillées dans l'annexe I.B.

Influence du coefficient d'échange (h_d)

Dans ce cas, les valeurs des paramètres qui sont restées constantes sont les suivantes :

Paramètre	Valeur numérique
Vitesse angulaire (ω)	0,1 rad/s
Coefficient d'échange de la plaquette (h_p)	50 W/m ² K
Resistance de contact (R_c)	$6,1463 \cdot 10^{-6}$
Fluxe de chaleur (q)	$5 \cdot 10^4$ W/m ²
Rayon étudié	10,5 cm

Le graphique suivant montre la température moyenne du disque et celle de la plaquette en fonction de h_d . On voit qu'il y a une descente brusque jusqu'à $h_d=100$, et après, la descente est plus légère. D'ici, on peut dire que la température va être toujours liée au coefficient d'échange, car elle est plus petite si h_d est grand.

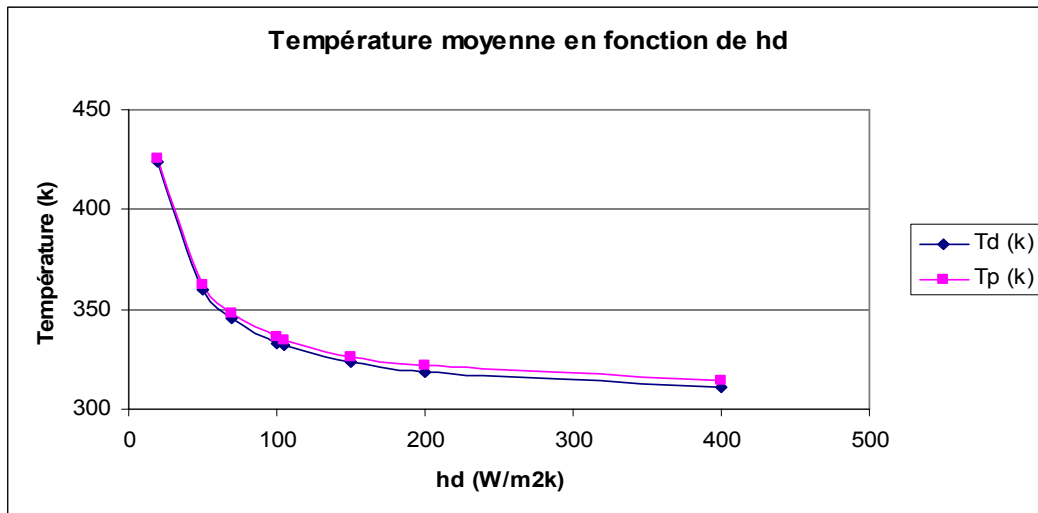


Figure 16 Température en fonction du coefficient d'échange

Pour étudier le comportement du partage avec le coefficient h_d , on a tracé sur graphique de ma figure 17 les valeurs calculées. De 0 à 200 W/m²k le partage augmente très rapidement, mais à partir de 200 W/m²k il reste presque constant.

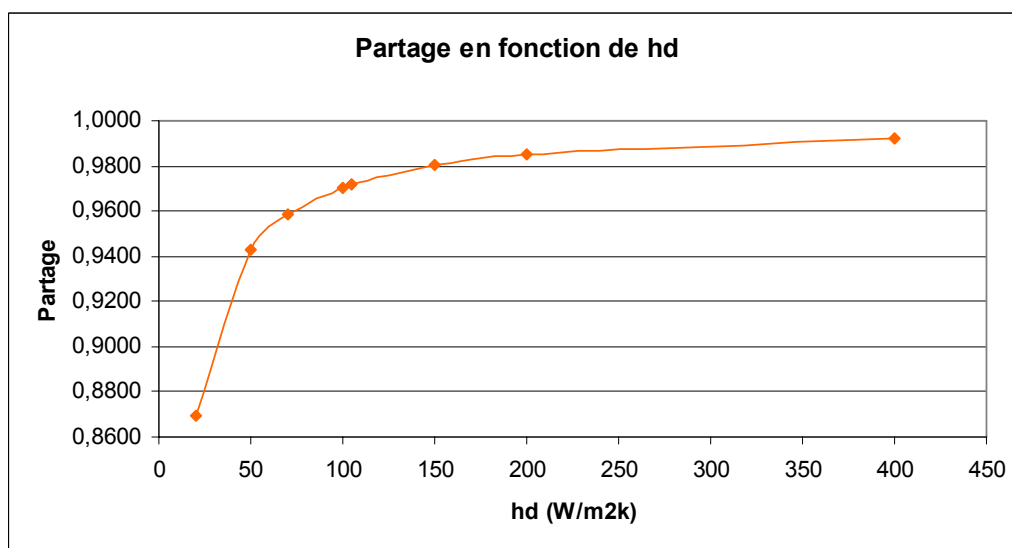


Figure 17 Partage en fonction du coefficient d'échange

Dans le dernier graphique de cette section, on peut voir les températures où le disque arrive, en changeant le coefficient h_d et en laissant tous les autres paramètres constantes. On a observé que si h_d est plus grand, les températures seront plus petites, c'est-à-dire, ils sont inversement proportionnels ($\Delta T \propto \frac{1}{h}$).

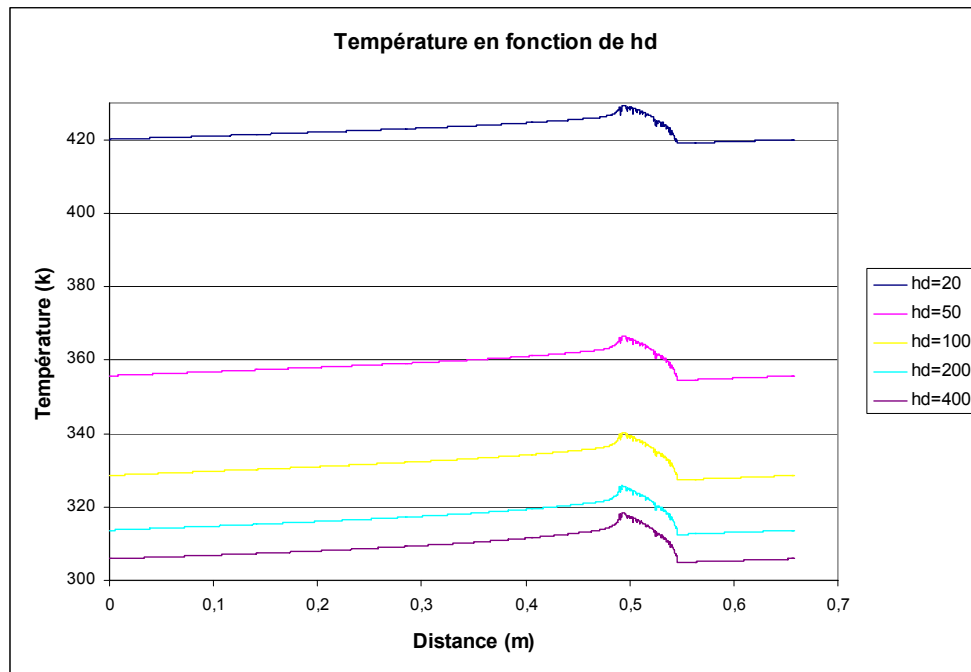


Figure 18 Température en fonction du coefficient d'échange pour tous les points

On peut trouver toutes les valeurs détaillées dans l'annexe I.C.

Influence de la résistance de contact (R_c)

Dans cette partie, on a varié la valeur de la résistance de contact. Par contre, les paramètres principaux qui restent constantes sont les suivantes :

Paramètre	Valeur numérique
Vitesse angulaire (ω)	0,1 rad/s
Coefficient d'échange du disque (h_d)	100 W/m ² K
Coefficient d'échange de la plaquette (h_p)	50 W/m ² K
Fluxe de chaleur (q)	5·10 ⁴ W/m ²
Rayon étudié	10,5 cm

On a observé que si la valeur de la résistance de contact est plus grande, la température moyenne du disque et celle de la plaquette est plus grande aussi.

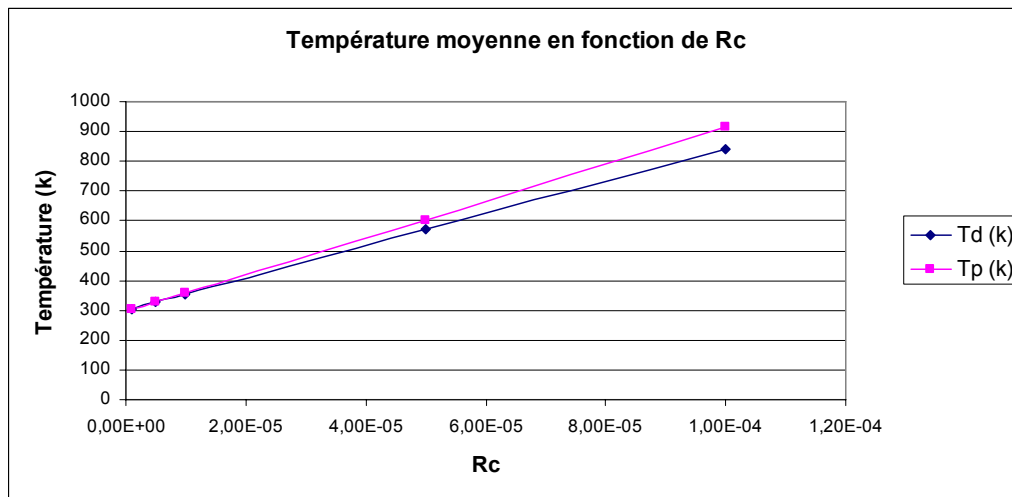


Figure 19 Température en fonction de la résistance de contact

Dans les valeurs étudiées de R_c (de 10^{-6} à 10^{-4}) le comportement du partage est presque linéaire et toujours décroissant.

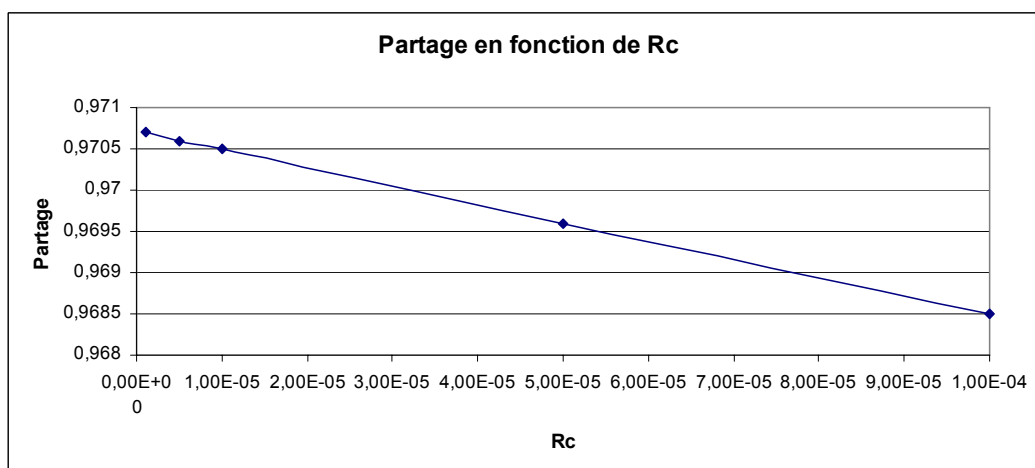


Figure 20 Partage en fonction de la résistance de contact

On peut voir dans le graphique suivant les températures du disque en fonction de la distance et pour toutes les valeurs de R_c .

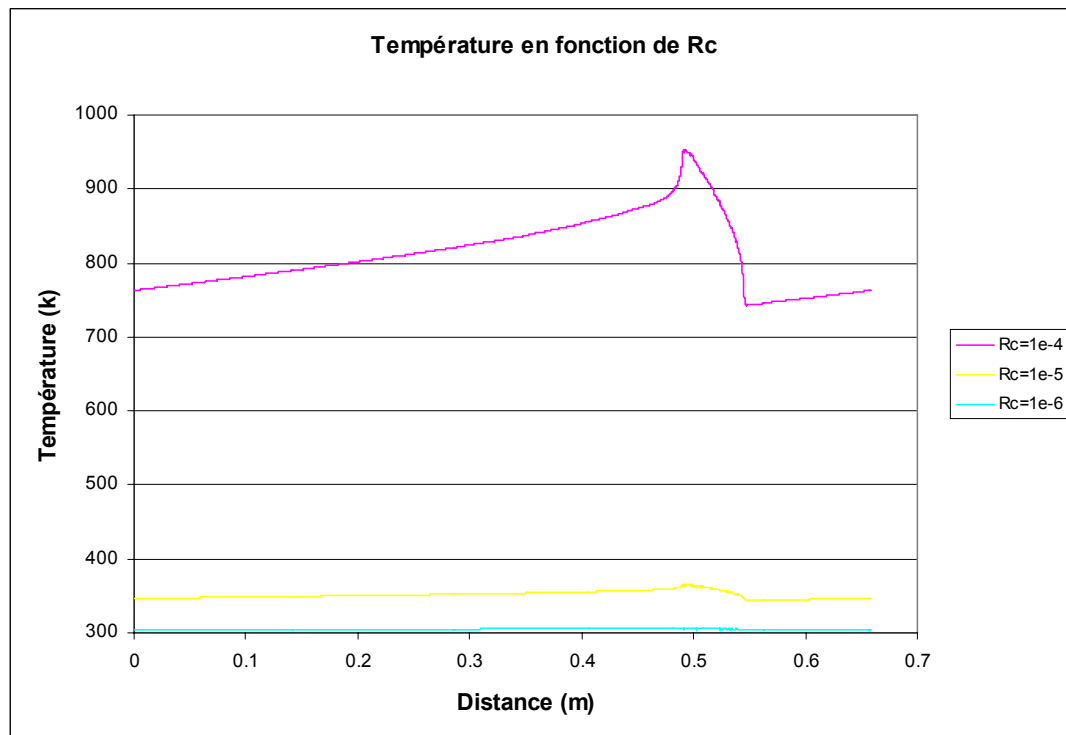


Figure 21 Température en fonction de la résistance de contact pour tous les points

On peut trouver toutes les valeurs détaillées dans l'annexe I.D.

Etude transitoire sur Fluent®

On a étudié le cas transitoire du disque de frein pour savoir en chaque instant de temps quelle température et quel flux de chaleur ont le disque et la plaquette.

Avant de faire l'étude sur Fluent®, on a fait un calcul simple pour trouver l'instant de temps où se fini le régime transitoire, pour vérifier après les résultats de Fluent®. C'est le suivant :

N° de Biot:

$$Bi = \frac{h \cdot e}{\lambda} \quad (7)$$

➤ Si $Bi \leq 0,1$; $T = T(t)$ on considère que le milieu est à température uniforme.

Constante de temps :

$$\tau = \frac{m \cdot c_p}{h \cdot S} = \frac{\rho \cdot e \cdot S \cdot c_p}{h \cdot S} = \frac{\rho \cdot e^2 \cdot c_p \cdot \lambda}{h \cdot \lambda \cdot e} = \frac{e^2}{Bi \cdot \alpha} \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \quad (9)$$

On doit multiplier la constante de temps par 4,5 pour trouver l'instant de temps où commence le régime stationnaire. La raison de ceci est :

$$\text{Bilan : } m \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -h \cdot S \cdot (T - T_a) \rightarrow y' = -ay \rightarrow y = T - T_a; y(t)$$

$$\left\{ m \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} \right\}$$

$$y' = - \left(\frac{h \cdot S}{m \cdot c_p} \right) y = -ay \rightarrow (y = A e^{-at})$$

$$\text{À } T = 0 \rightarrow T(t = 0) = T^0; T^0 - T_a = A; T - T_a = (T^0 - T_a) e^{-at}$$

$$T - T_a = (T^0 - T_a) e^{-t/\tau} \quad (10)$$

$$\tau = \frac{m \cdot c_p}{h \cdot S}$$

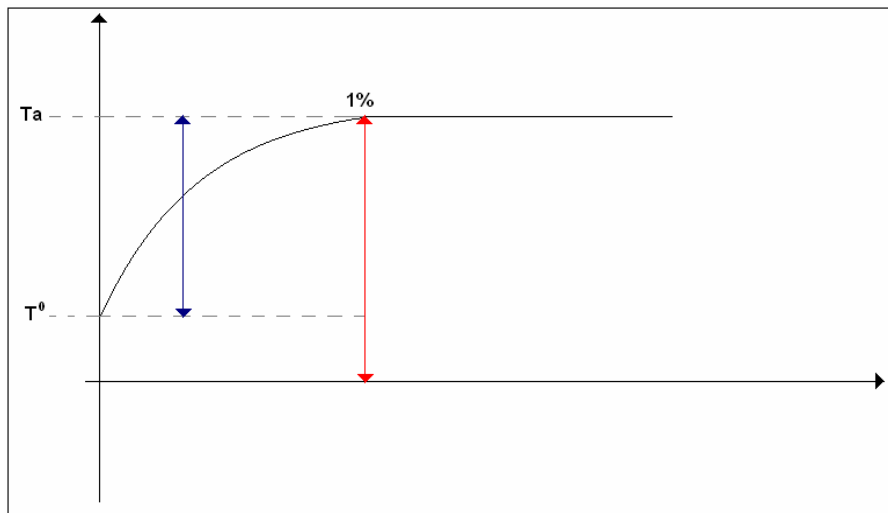


Figure 22 Fonction exponentiel

$$e^{-t/\tau} = 1\% \rightarrow t = 4,5\tau : e^{-4,5} = 1\%$$

➤ Si $Bi > 0,1$; $T = T(x, t)$

$$\beta_1^* \tan(\beta_1^*) = Bi \rightarrow \frac{1}{Bi} \beta_1^* = \cot(\beta_1^*)$$

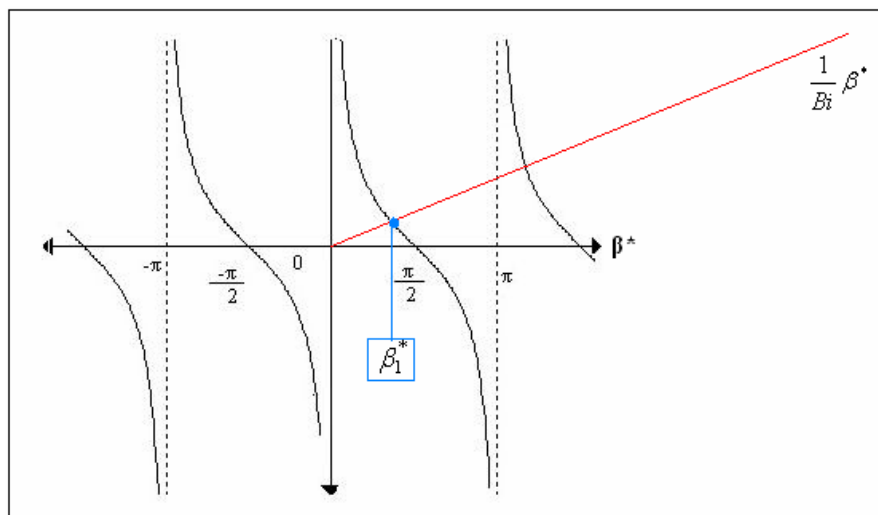


Figure 23 Allure de l'équation transcendante $\cotg(\beta^*) = Bi/\beta^*$

$$\tau = \frac{e^2}{\alpha \cdot \beta_1^{*2}}$$

En ce cas on arrive aussi à l'expression (8) de la constante de temps :

$$Bi \ll 1 \rightarrow \beta^* \tan \beta^* \ll 1$$

$$\rightarrow \beta^* \approx Bi \rightarrow \beta^* = \sqrt{Bi} \rightarrow \tau = \frac{e^2}{\alpha \cdot Bi}$$

$$\tan(\beta^*) \approx \beta^*$$

Influence de la vitesse angulaire (ω)

Les paramètres principaux qui restent constants dans ce cas sont les suivants :

Paramètre	Valeur numérique
Coefficient d'échange du disque (h_d)	100 W/m ² K
Coefficient d'échange de la plaquette (h_p)	50 W/m ² K
Resistance de contact (R_c)	6,1463·10 ⁻⁶
Flux de chaleur (q)	5·10 ⁴ W/m ²

Au début, on a trouvé le moment où le régime stationnaire commence. Comme on peut voir dans la figure 24, le régime transitoire commence à l'instant $t=0$ et se finit approximativement à l'instant $t=1000$ s. Ça veut dire que pendant 20 minutes la température est en train d'augmenter et après elle est presque constante.

Dans la section 'Influence de la vitesse angulaire (ω)' du régime stationnaire, on a expliqué la raison pour laquelle la vitesse ne dépasse pas 1.

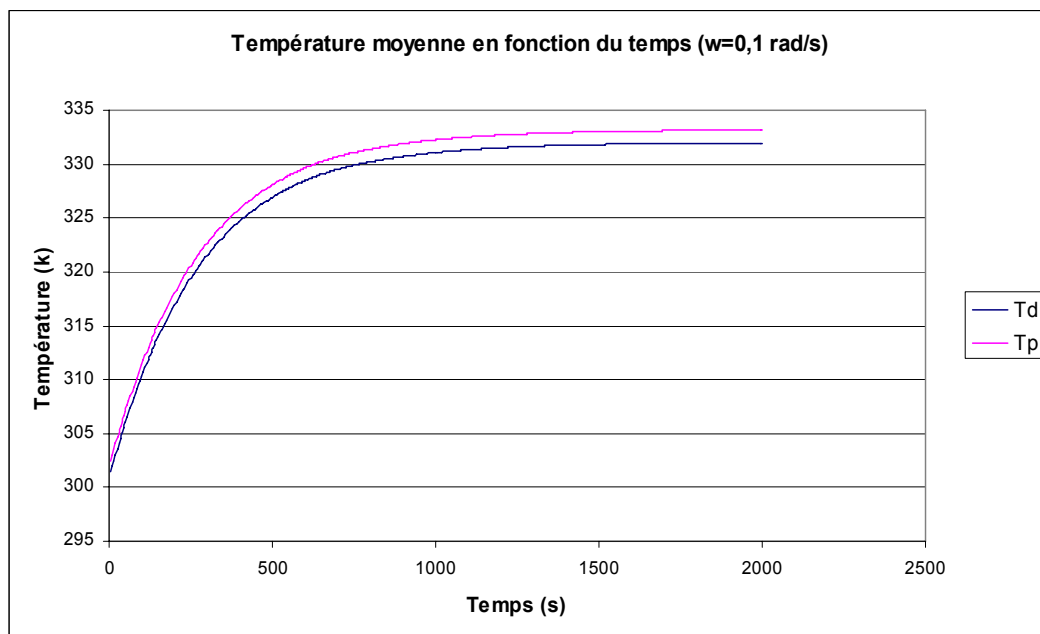


Figure 24 Température moyenne en fonction du temps

On a essayé six vitesses différentes, mais on a remarqué que le régime transitoire se finit toujours à l'instant $t=1000s$. On peut donc conclure que le temps du régime transitoire ne dépend pas de la vitesse angulaire.

Les graphiques suivants montrent la température moyenne du disque et celle de la plaquette, en fonction du temps et en changeant la vitesse angulaire. On observe alors que pour les différentes vitesses angulaires le régime transitoire est toujours le même.

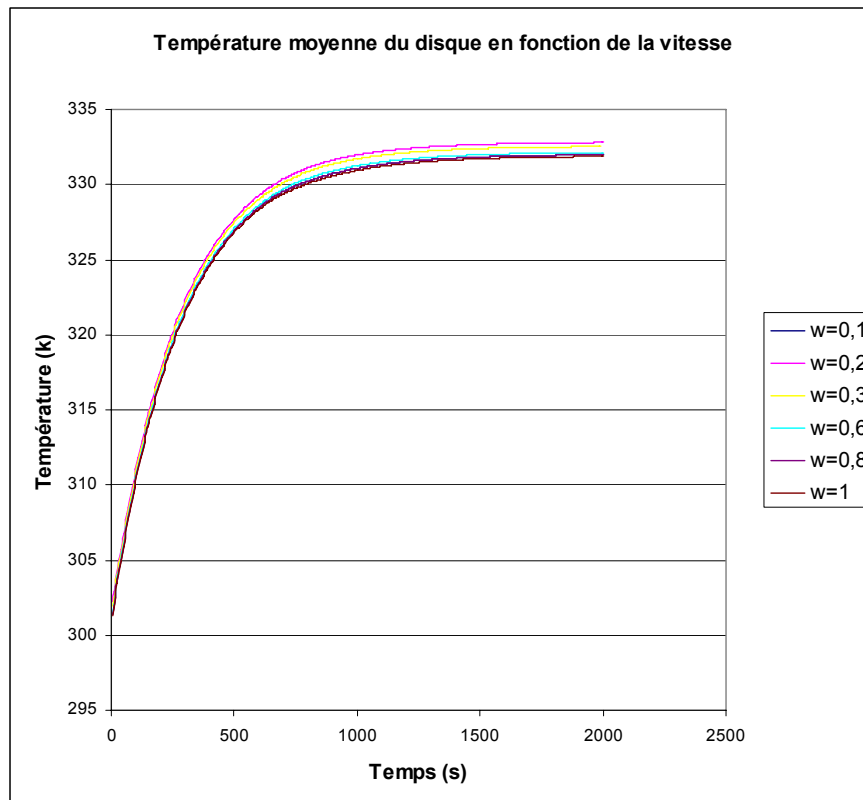


Figure 25 Température moyenne du disque en fonction du temps pour différentes vitesses

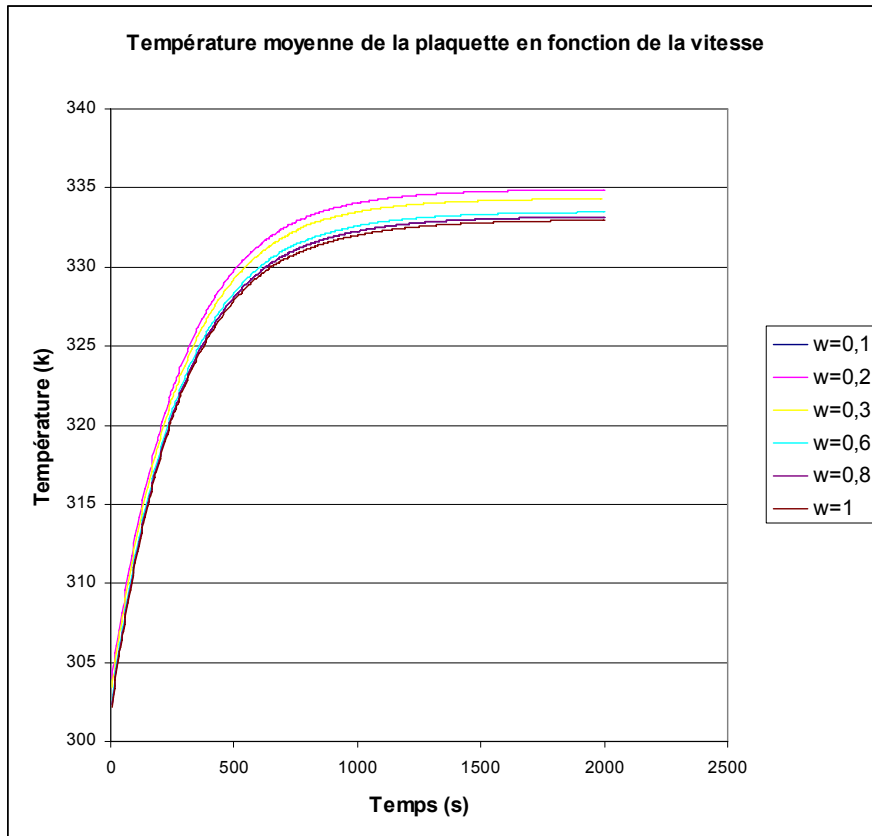


Figure 26 Température moyenne de la plaquette en fonction du temps

Pour regarder tous les graphiques en détail, on peut consulter l'annexe II.A.

Influence du coefficient d'échange (h_d)

Dans cette partie on a changé le coefficient d'échange du disque. Les valeurs des autres paramètres restent les mêmes:

Paramètre	Valeur numérique
Vitesse angulaire (ω)	0,1 rad/s
Coefficient d'échange de la plaquette (h_p)	50 W/m ² K
Resistance de contact (R_c)	$6,1463 \cdot 10^{-6}$
Flux de chaleur (q)	$5 \cdot 10^4$ W/m ²
Rayon étudié	10,5 cm

On a trouvé la variation de température en fonction du temps et aussi le flux de chaleur par le disque et la plaquette pour chaque instant "t". La première étape a été de calculer le temps du régime transitoire avec les équations énoncées à la page 26.

$$h_d = 20$$

$$Bi = \frac{20 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{16,27} = 0,0074$$

$$\tau = \frac{(6 \cdot 10^{-3})^2}{0,0074 \cdot 4,35 \cdot 10^{-6}} = 1123,2 \text{ s} \xrightarrow{4,35} 5054,4 \text{ s}^2$$

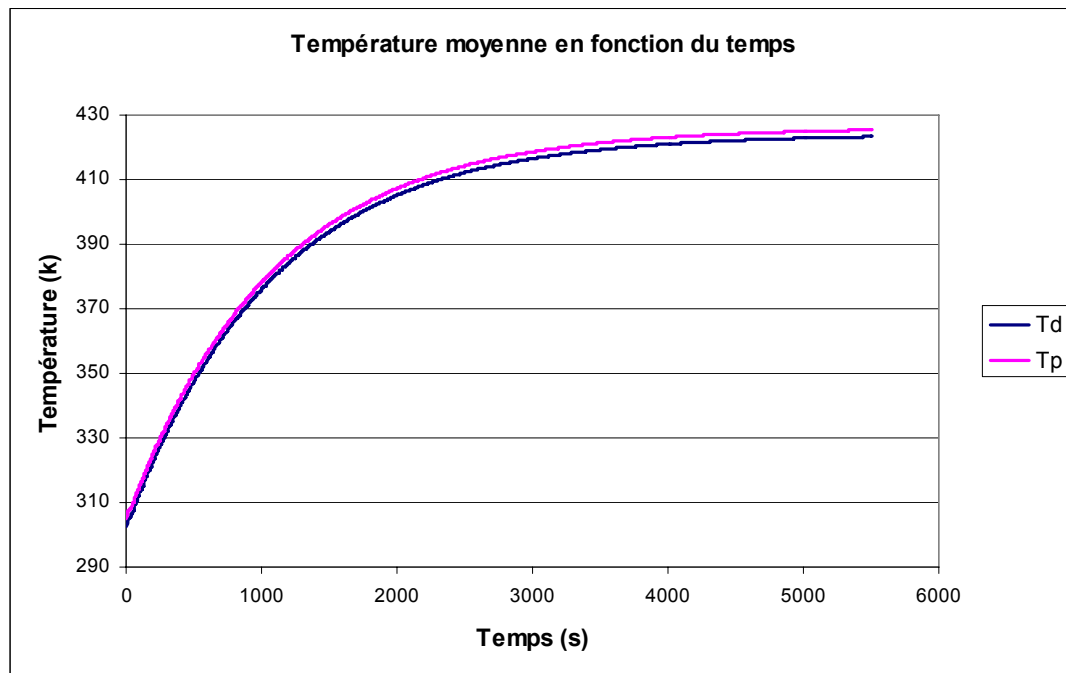


Figure 27 Température moyenne en fonction du temps

² Note : $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} = \frac{16,27}{7800 \cdot 480} = 4,35 \cdot 10^{-6}$

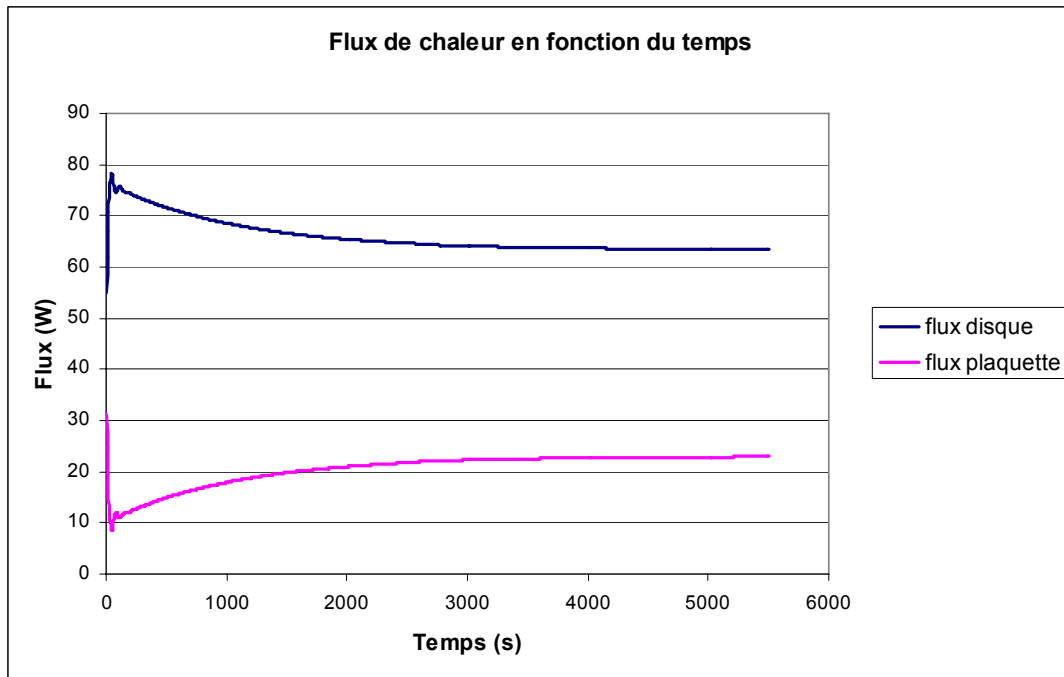


Figure 28 Flux de chaleur en fonction du temps

$h_d = 50$

$$Bi = \frac{50 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{16,27} = 0,018$$

$$\tau = \frac{(6 \cdot 10^{-3})^2}{0,018 \cdot 4,35 \cdot 10^{-4}} = 449,20 \text{ s} \rightarrow 2021,76 \text{ s}$$

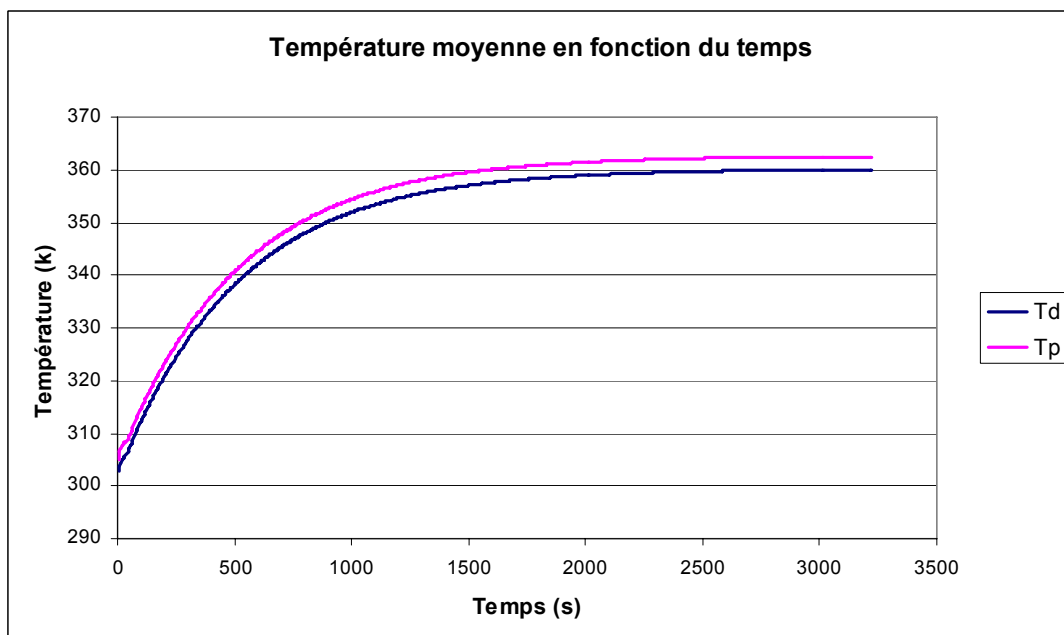


Figure 29 Température moyenne en fonction du temps

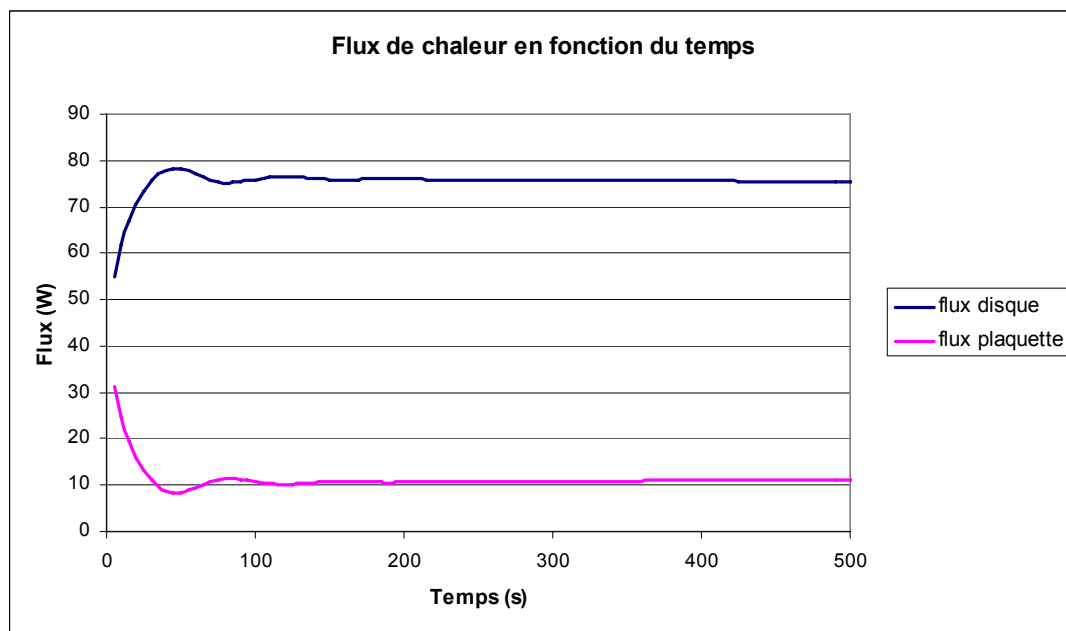


Figure 30 Flux de chaleur en fonction du temps

$$h_d = 100$$

$$Bi = \frac{100 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{16,27} = 0,037$$

$$\tau = \frac{(6 \cdot 10^{-3})^2}{0,037 \cdot 4,35 \cdot 10^{-6}} = 225 \text{ s} \rightarrow 1010 \text{ s}$$

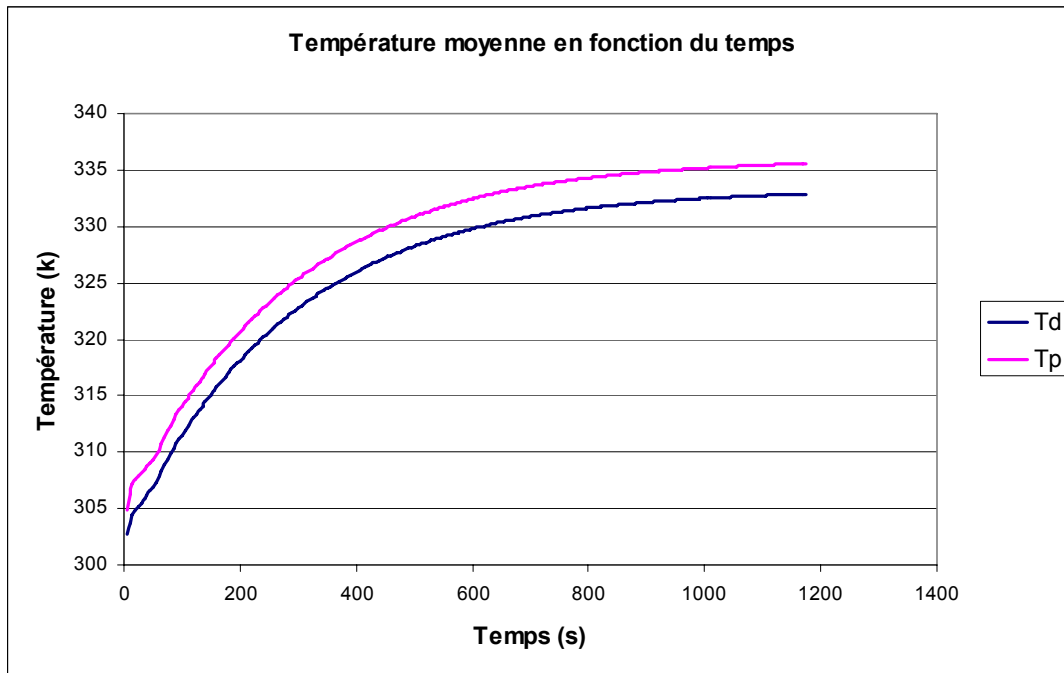


Figure 31 Température moyenne en fonction du temps

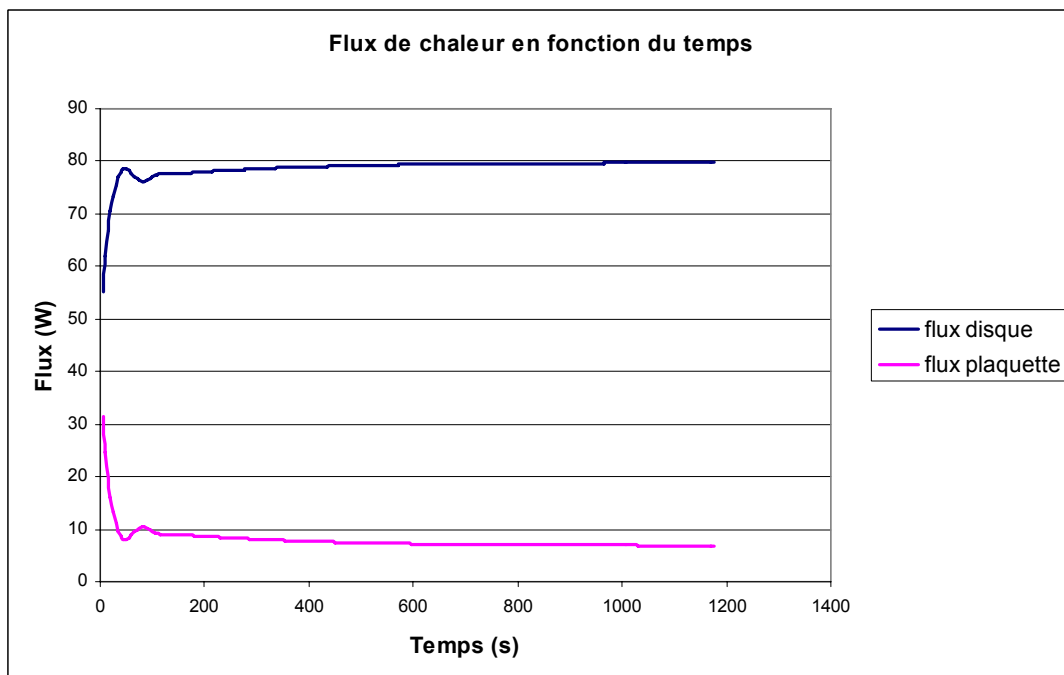


Figure 32 Flux de chaleur en fonction du temps

$$h_d = 200$$

$$Bi = \frac{200 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{16,27} = 0,074$$

$$\tau = \frac{(6 \cdot 10^{-3})^2}{0,074 \cdot 4,35 \cdot 10^{-6}} = 112,32 \text{ s} \xrightarrow{4,57} 505,44 \text{ s}$$

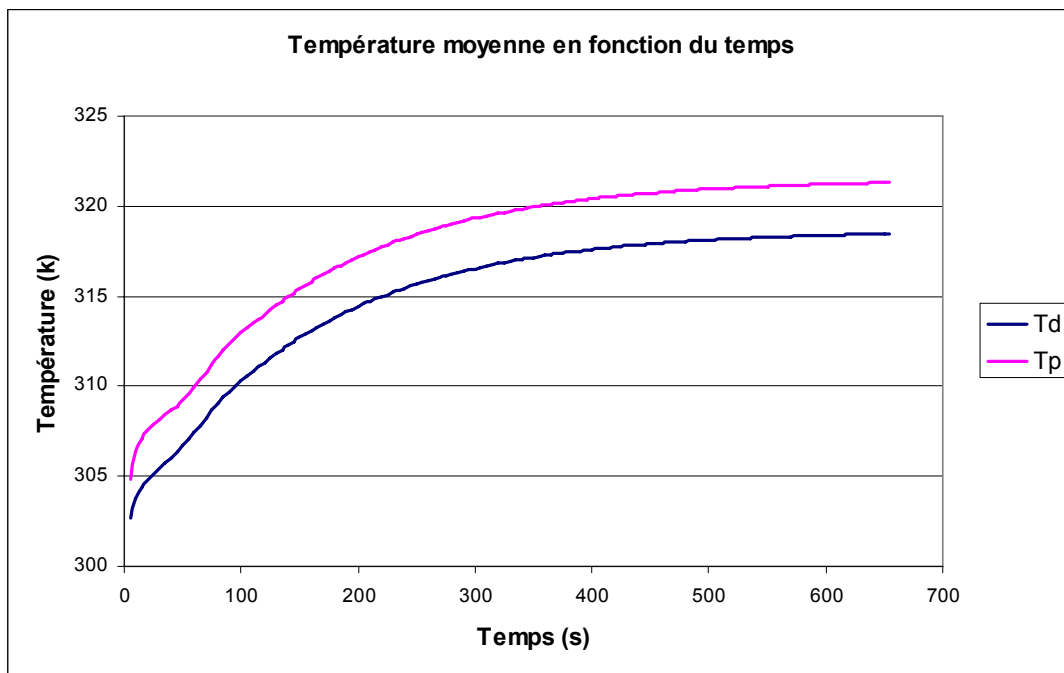


Figure 33 Température moyenne en fonction du temps

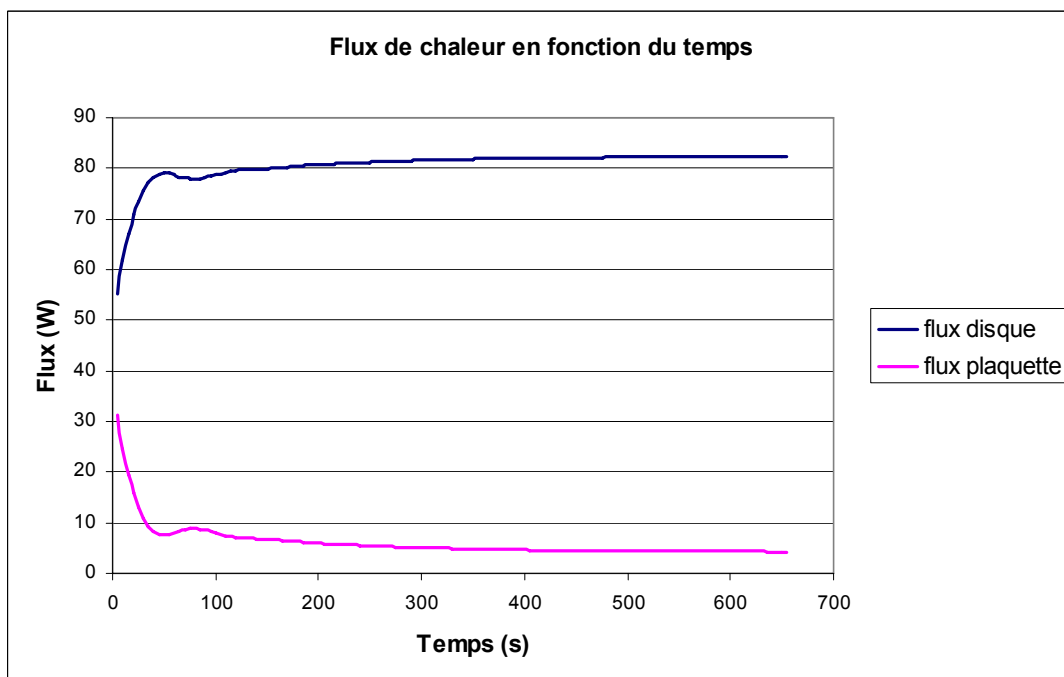


Figure 34 Flux de chaleur en fonction du temps

$$h_d = 400$$

$$Bi = \frac{400 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{16,27} = 0,1475$$

$$\tau = \frac{(6 \cdot 10^{-3})^2}{0,1475 \cdot 4,35 \cdot 10^{-6}} = 56,16s \rightarrow 252,72s$$

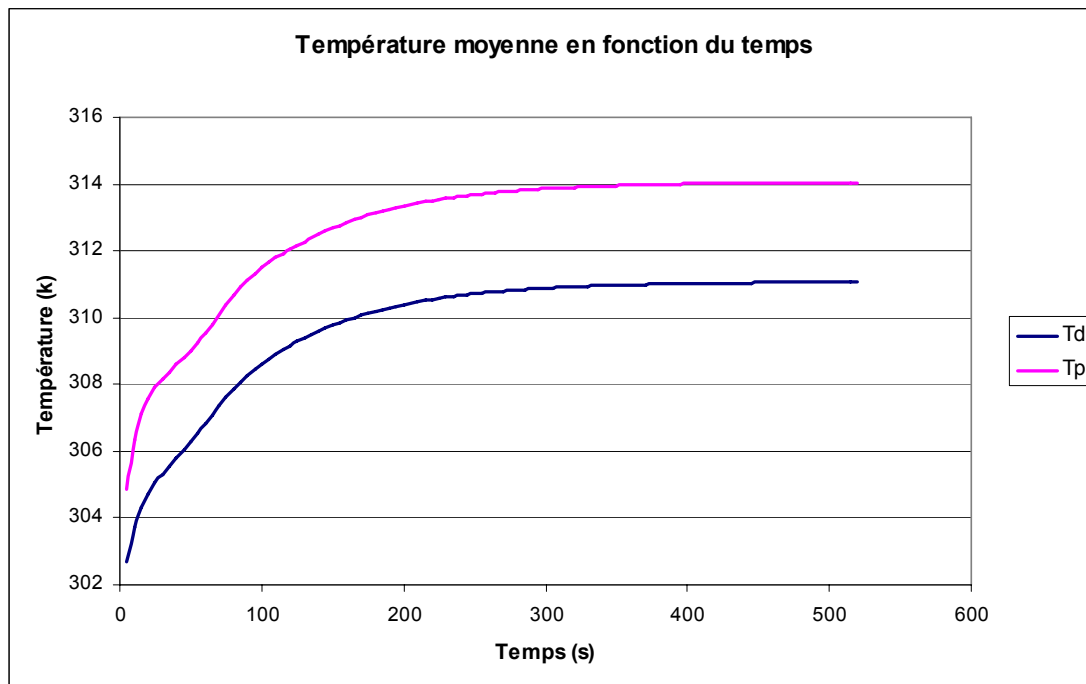


Figure 35 Température moyenne en fonction du temps

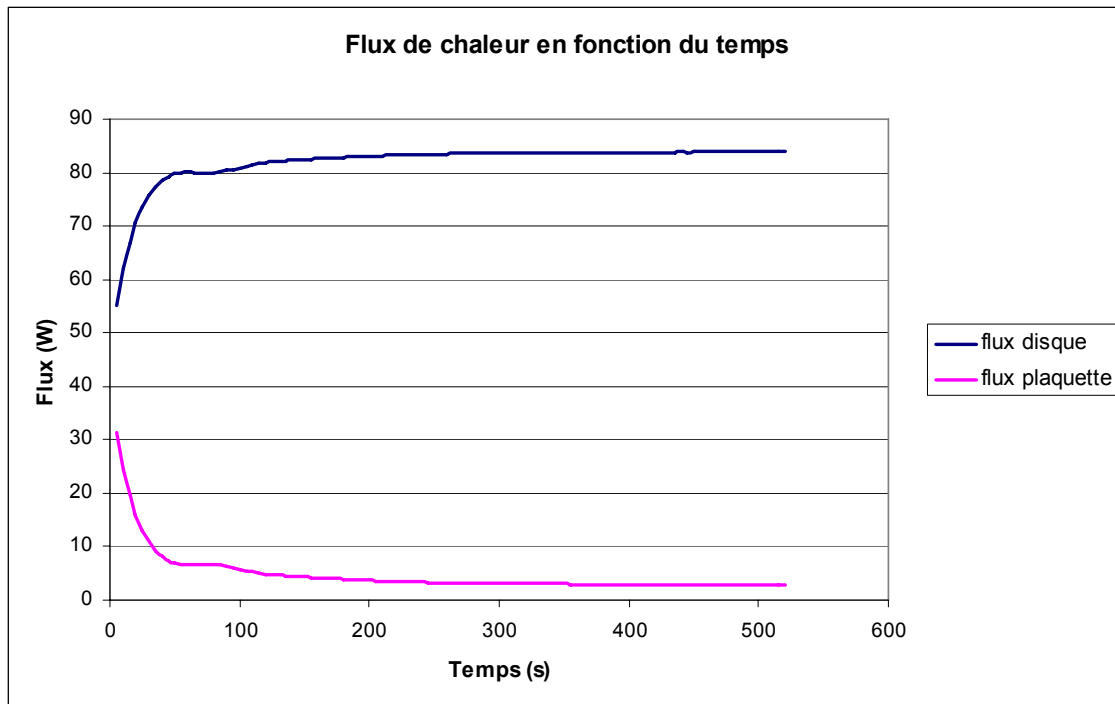


Figure 36 Flux de chaleur en fonction du temps

On a remarqué qu'avec l'incrémentation de h_d , la différence de température entre le disque et la plaquette est chaque fois plus grande.

En général, on peut voir que pour chaque h_d , le calcul qu'il y a au-dessus des graphiques vérifie que l'étude sur Fluent® est correcte, parce que les valeurs calculées des régimes transitoires sont les mêmes que celles obtenues par la simulation sous Fluent®.

De même, le graphique de la figure 37 montre que le régime stationnaire s'établit plus rapidement quand on augmente la valeur de h_d .

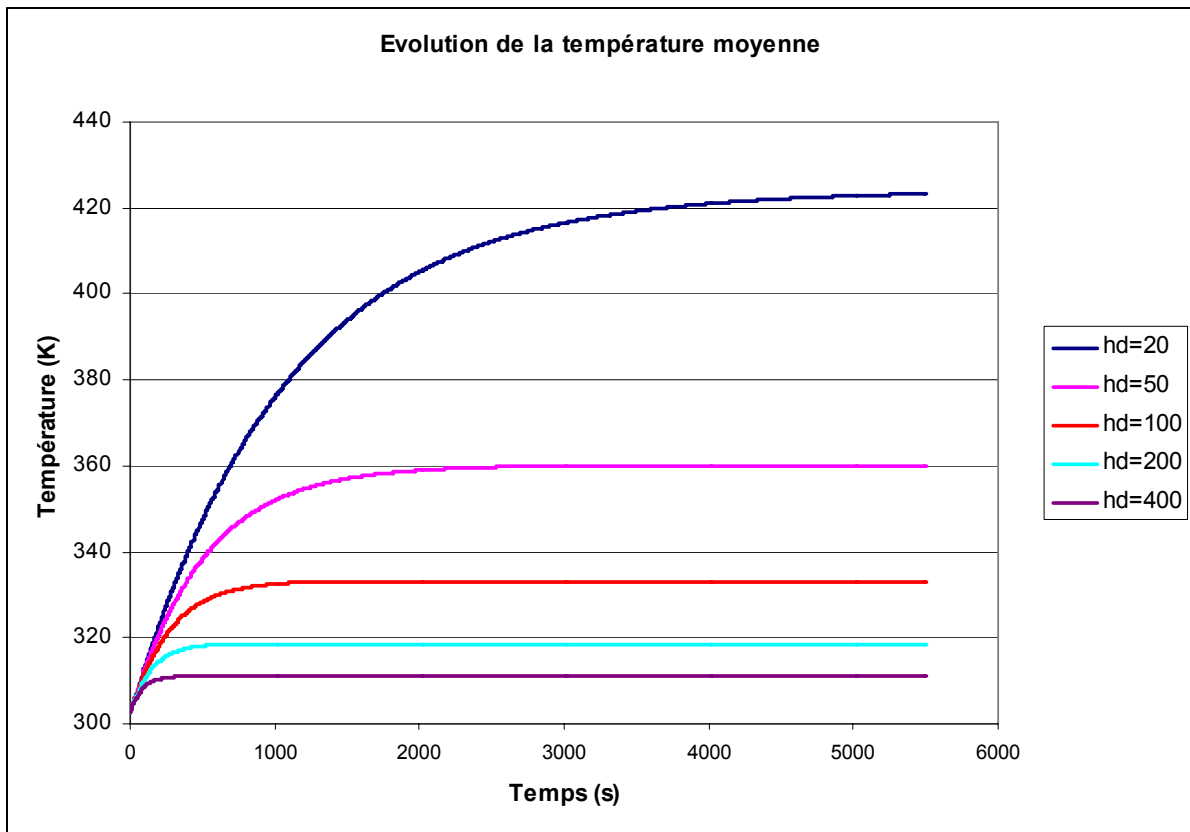


Figure 37 Evolution de la température moyenne en fonction du temps pour différents h

Au final, on a obtenu les graphiques de la température en chaque point du disque avec différentes valeurs de h_d .

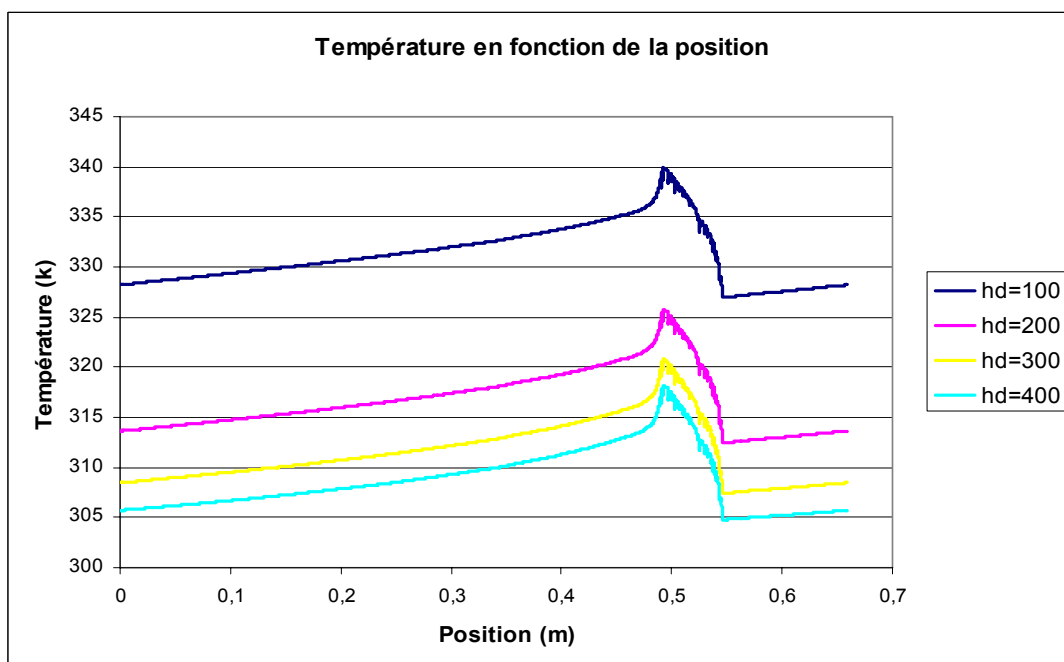


Figure 38 Température en fonction du temps

On peut remarquer que pour toutes les valeurs de h_d entre la température minimale et celle maximale il y a une différence de 13° .

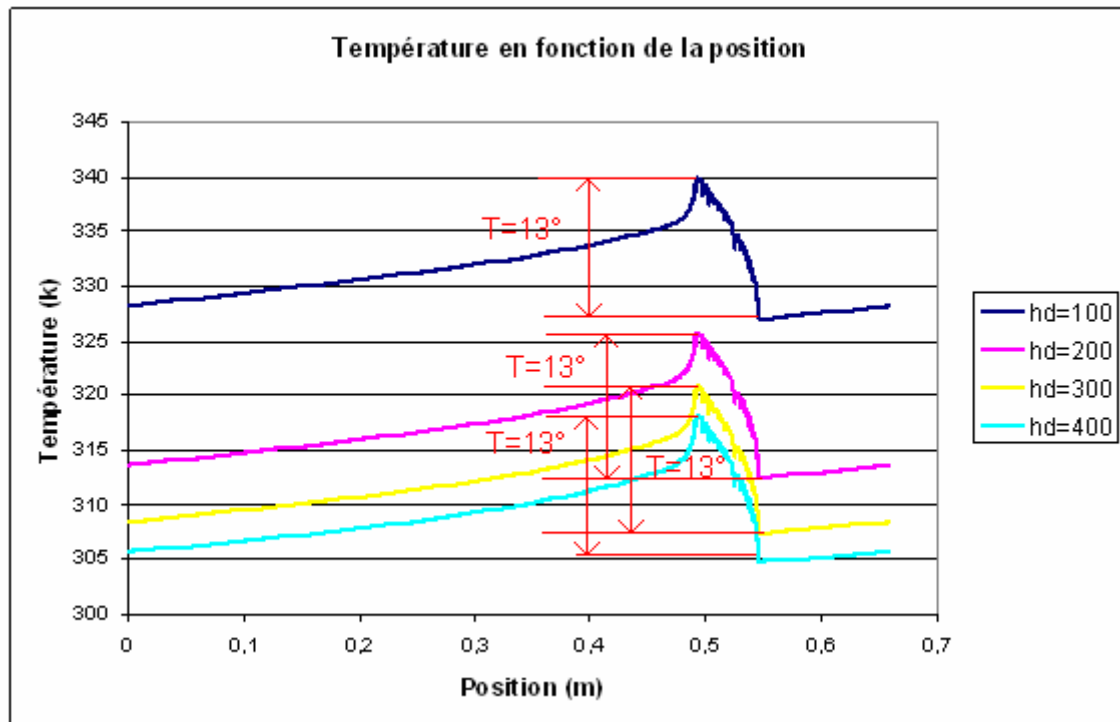


Figure 39 Température en fonction du temps

Pour regarder toutes les graphiques de cette section en détail, on peut consulter l'annexe II.B.

Température surfacique du disque au rayon $r=r_m$ en fonction du temps

Le but de cette section est d'analyser l'évolution de la température de tous les points du disque en fonction du temps. C'est important de remarquer qu'il y a deux échelles de temps différentes. D'un côté il y a le temps pour déterminer le début du régime stationnaire, c'est-à-dire le temps pour atteindre une température homogène pour tout le disque. De l'autre, il y a le temps pour atteindre une différence de température, entre la maximale et la minimale, constante. Au début, cette différence est d'environ 7,5K, mais après elle commence à monter jusqu'à 13K environ.

Les valeurs de tous les paramètres principaux sont les suivants :

Paramètre	Valeur numérique
Vitesse angulaire (ω)	0,1 rad/s
Coefficient d'échange du disque (h_d)	100 W/m ² K
Coefficient d'échange de la plaquette (h_p)	50 W/m ² K
Resistance de contact (R_c)	$6,1463 \cdot 10^{-6}$
Flux de chaleur (q)	$5 \cdot 10^4$ W/m ²
Rayon étudié	10,5 cm

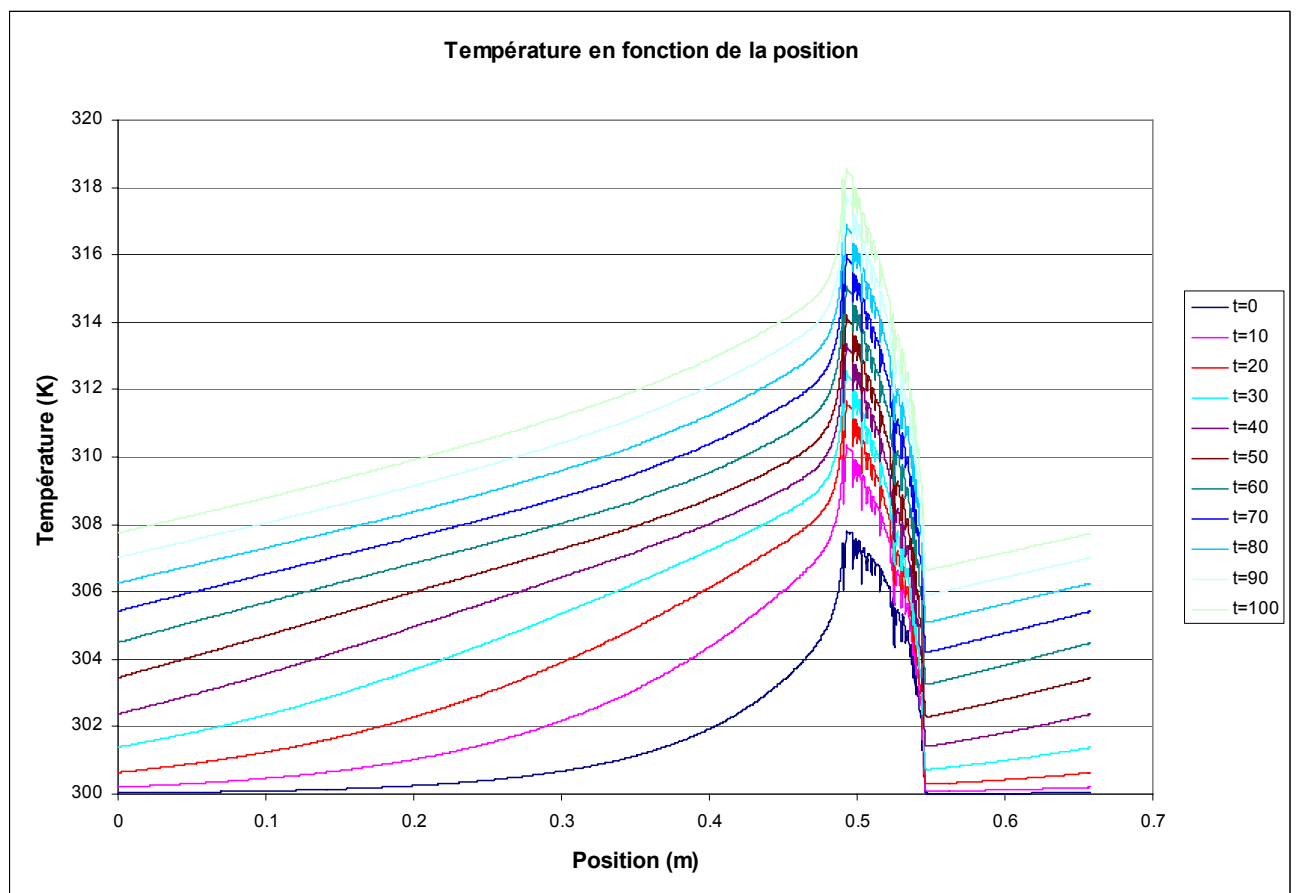


Figure 40 Température en fonction de la position (100 premiers secondes)

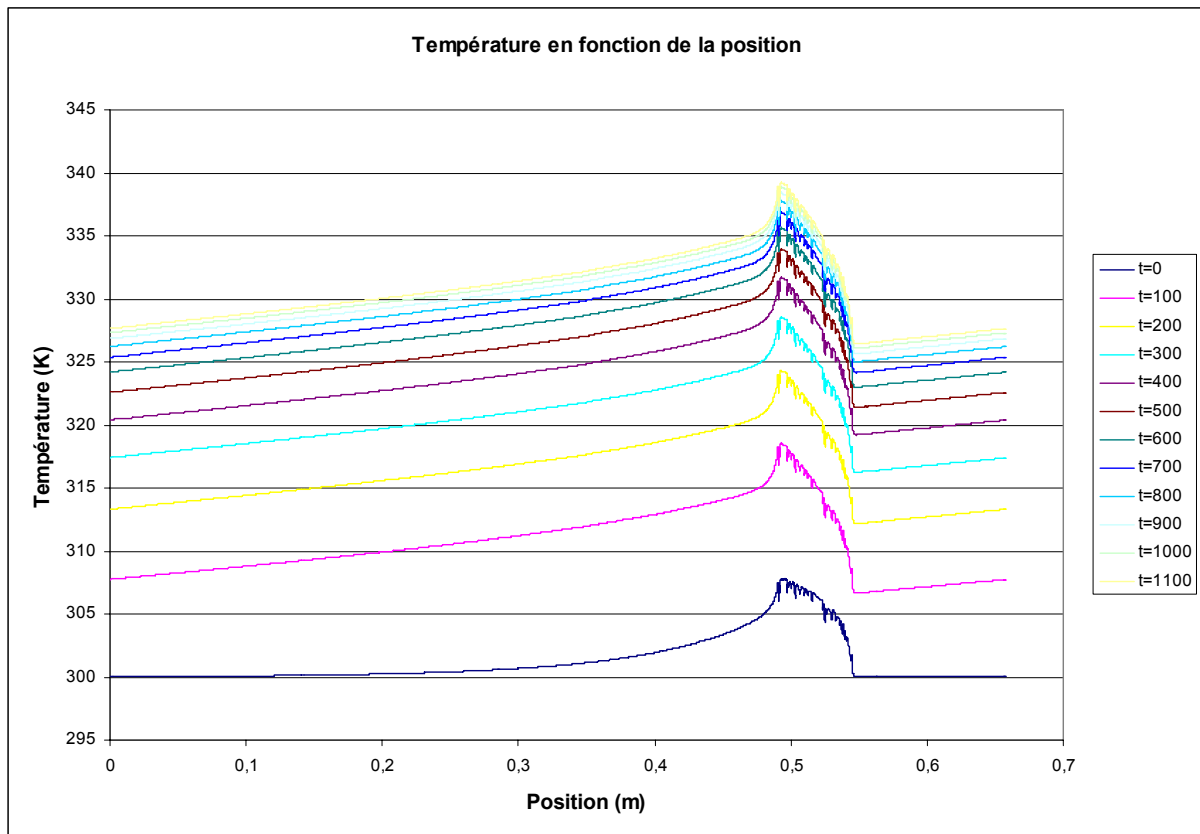
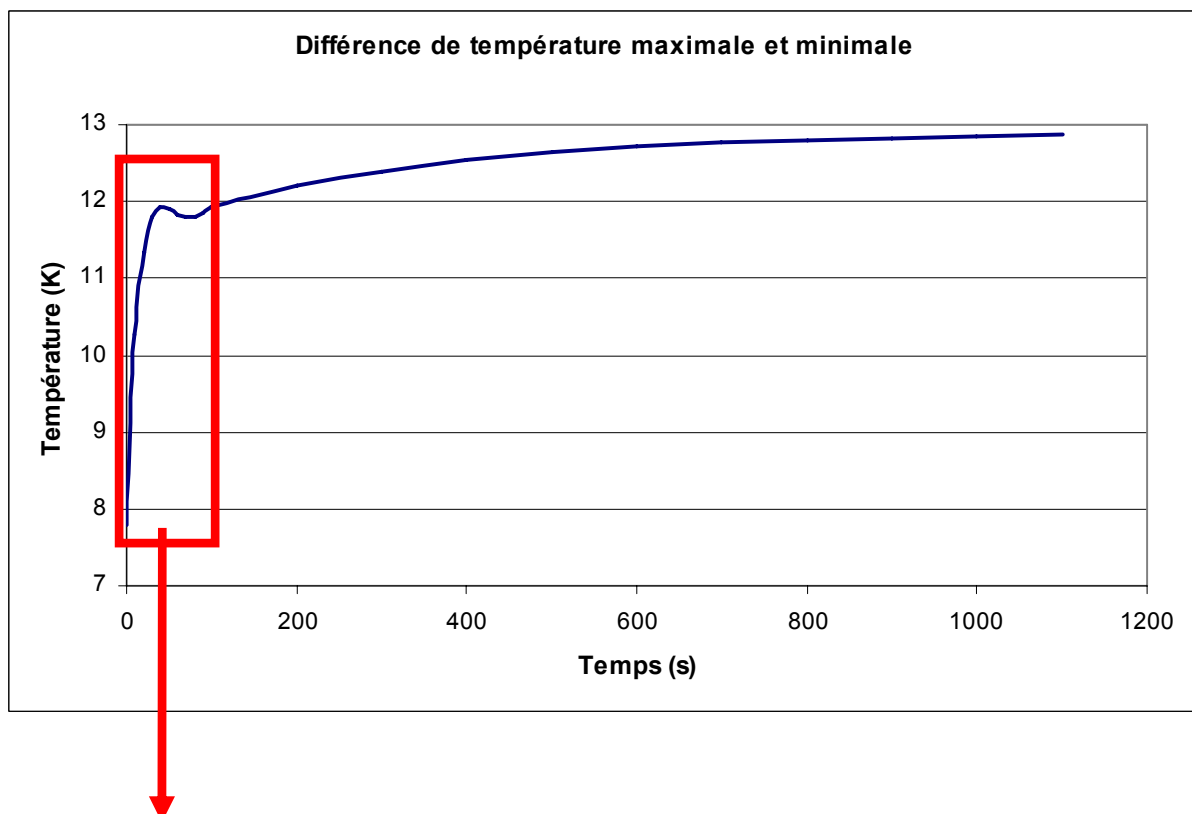


Figure 41 Température en fonction de la position (tout le régime transitoire)

Sur le graphique 42 on peut voir la différence entre les températures maximale et minimale. C'est jusqu'à 1000 secondes que la différence est la plus importante, mais elle se stabilise ensuite. Le deuxième graphique montre l'évolution pendant les 100 premières secondes avec des paliers de 10 secondes.



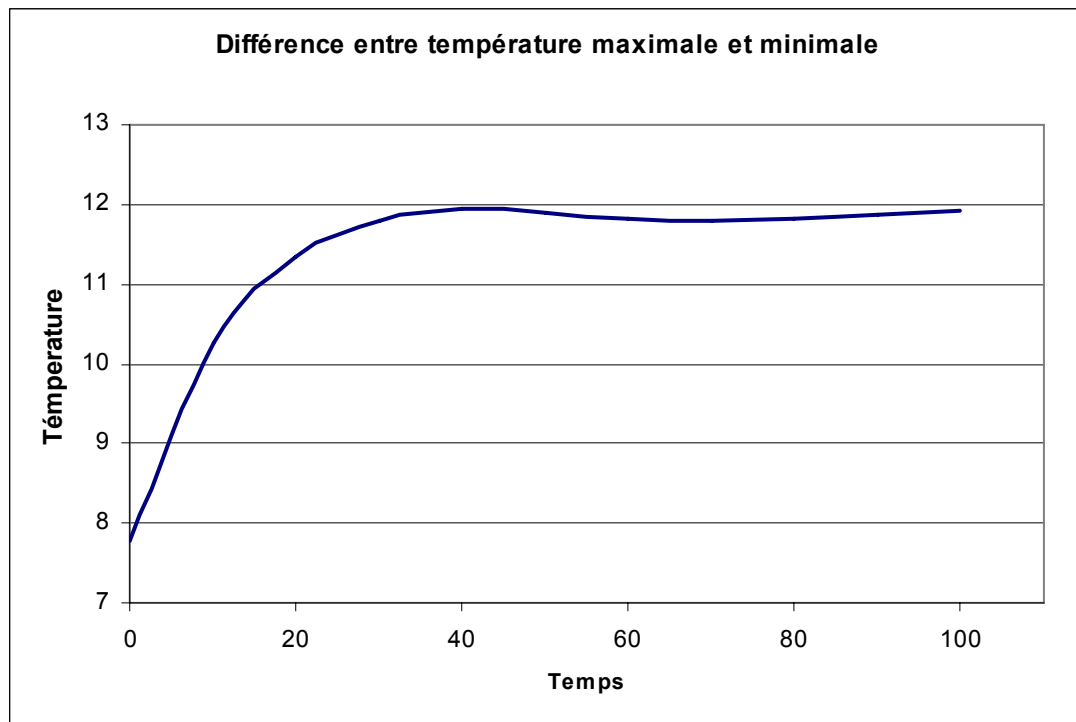


Figure 42 Différence entre température maximale et minimale

La *figure 43* montre les températures minimales du disque en fonction du temps. Par contre, la *figure 44* montre les températures moyennes.

On peut distinguer facilement que les deux graphiques ont presque la même forme, mais le premier est un peu plus bas puisqu'il s'agit de températures minimales et l'autre correspond à la température moyenne. Avec ceci, on peut vérifier que tous les calculs sont corrects.

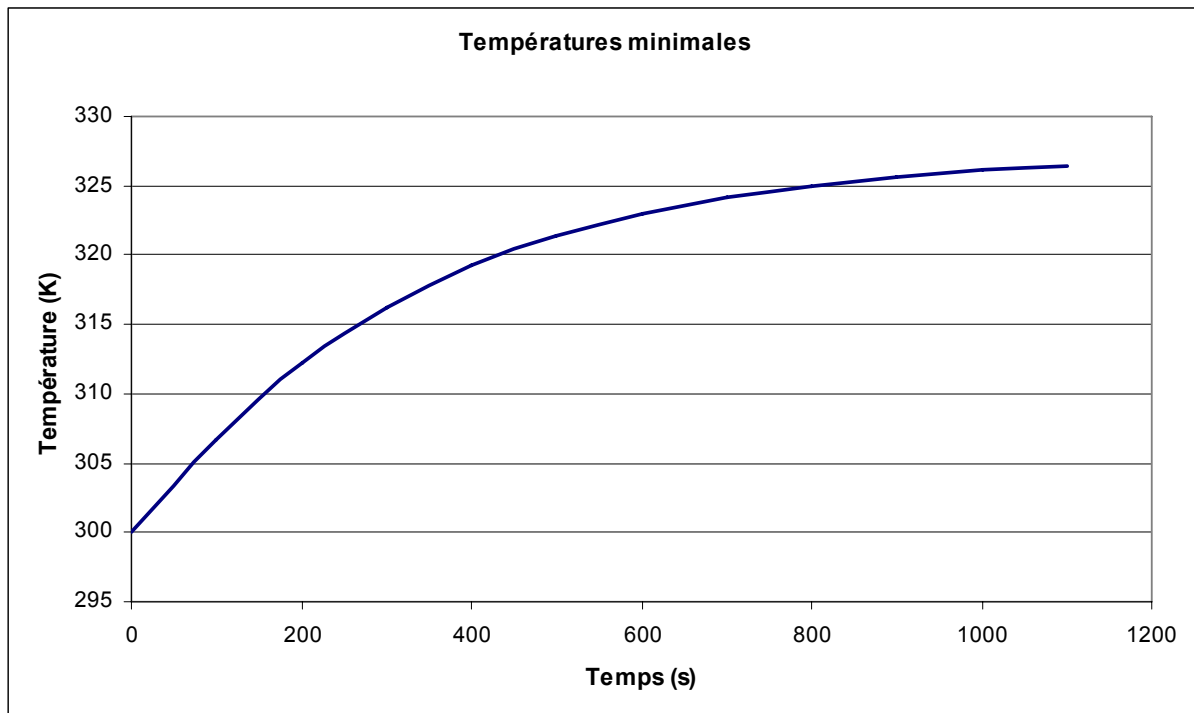


Figure 43 Températures minimales

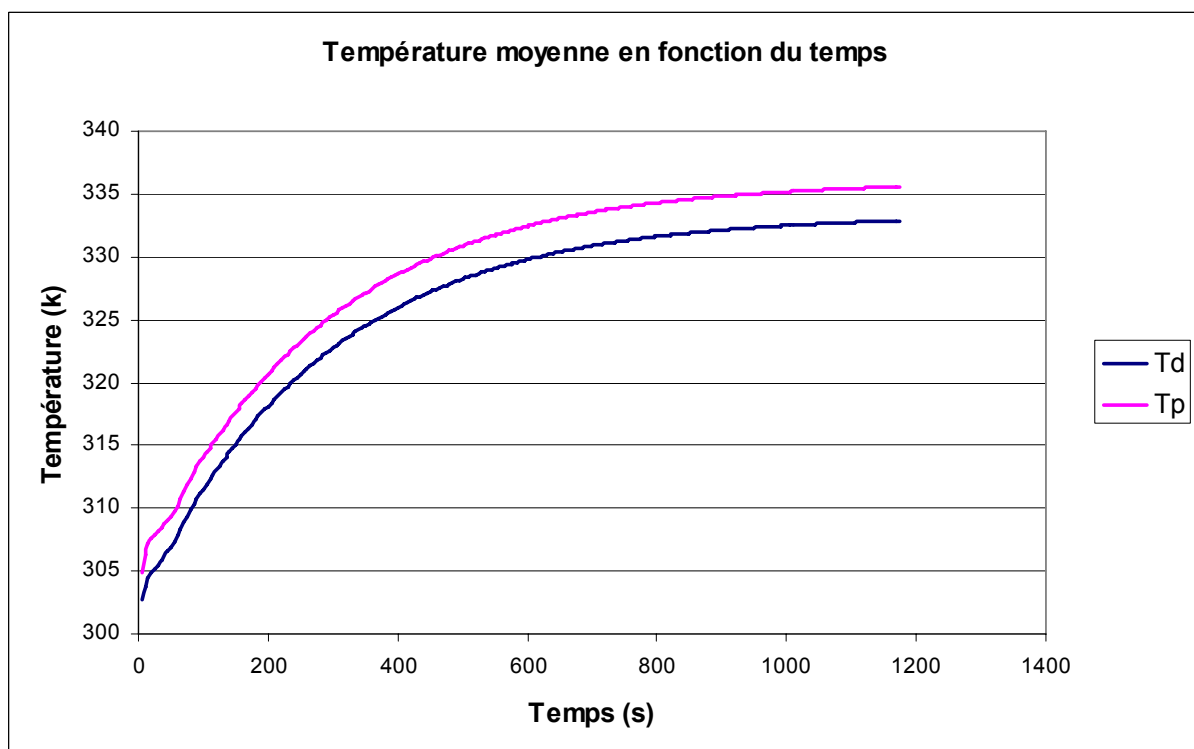


Figure 44 Température moyenne en fonction du temps

En regardant les figures 42, 43 et 44, on arrive à la conclusion que Fluent® est seulement utile pour les 40 premières secondes ; après, on peut trouver tous les résultats avec les graphiques en une dimension en transitoire et en trois dimensions en stationnaire à l'aide des solutions analytiques.

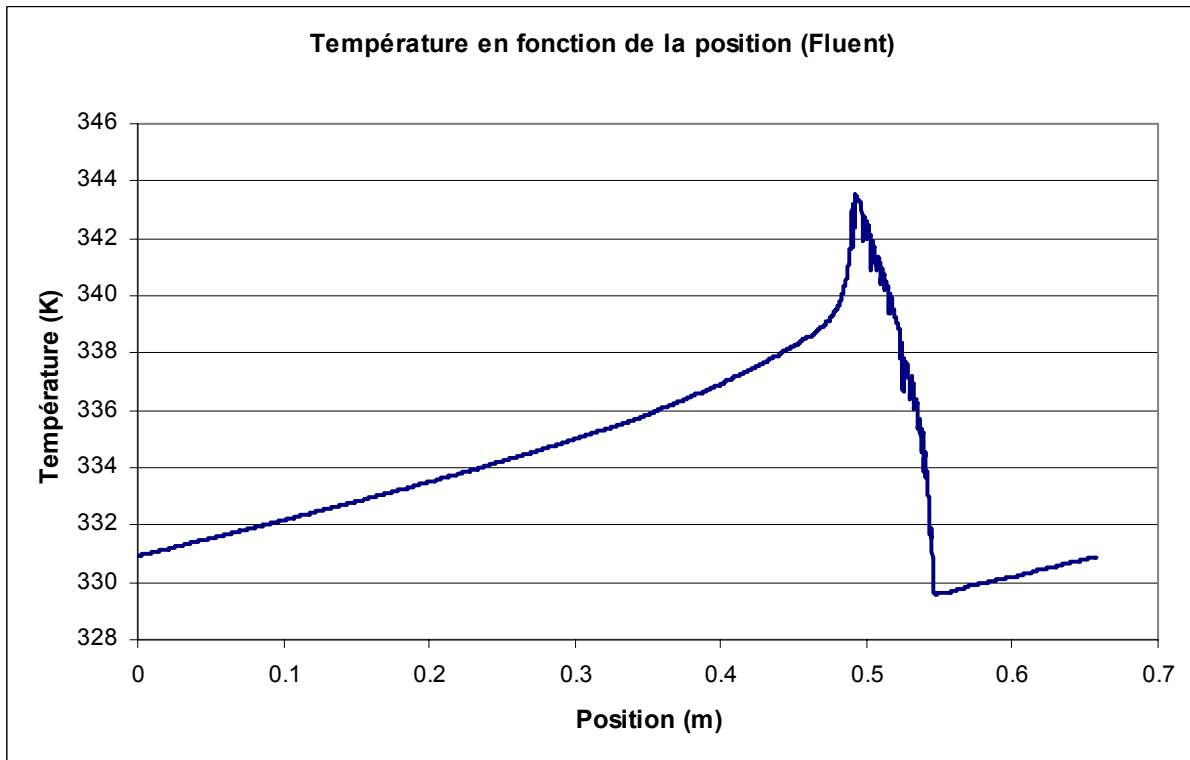


Figure 45 Température en fonction de la position (régime stationnaire)

L'étude qu'on a faite antérieurement pour le régime transitoire manque de sens en régime stationnaire, puisque la température ne change pas en fonction du temps et par conséquent il n'y a qu'une courbe.

Si on compare ce graphique avec celui obtenu sous Fortran[®], on voit qu'avec les deux logiciels, les résultats sont presque les mêmes ; il y a seulement une différence d'environ 2 degrés. C'est important de remarquer que, pour faire une bonne comparaison, on doit imposer sur Fluent[®] le coefficient d'échange de la plaquette égal à 0, car Fortran[®] travaille seulement avec le disque. Aussi, on a transformé le graphique de la *figure 45* : on a changé les positions en mètres à positions angulaires et on a fait aussi une translation pour avoir les graphiques dans les mêmes conditions.

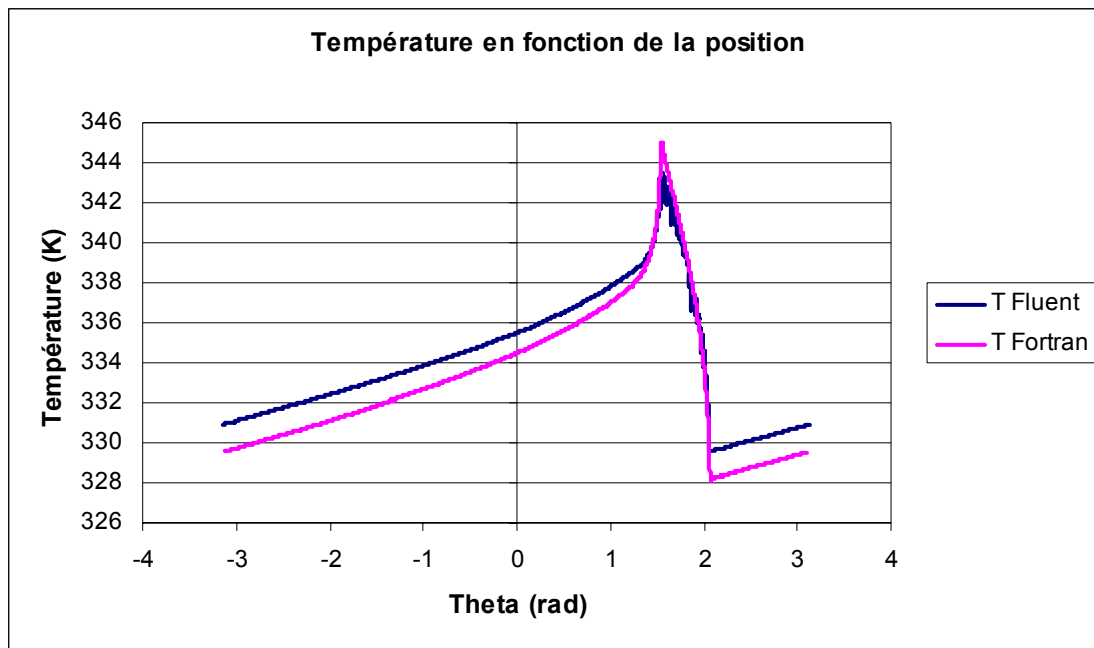


Figure 46 Comparaison entre *Fluent*[®] et *Fortran*[®]

Etude de différents scénarios - analytique et numérique

Dans cette section, on a fait une étude de l'équation de la chaleur pour, postérieurement, pouvoir comparer les résultats obtenus sur Fluent®. On a étudié deux cas : le premier cas est celui d'un flux de chaleur (Φ) constant et le deuxième est variable ($\Phi(t)$).

On doit remarquer que cette étude est seulement monodimensionnelle, tandis que l'étude sur Fluent® est tridimensionnelle.

CAS 1 : $\Phi = \text{constante}$

On a l'équation différentielle suivant :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (11)$$

Pour la résoudre, on a la condition initiale :

$$T_z^0 = 0 \quad (12)$$

Et deux conditions aux limites :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_e^t = 0 \quad (13)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_0 = S_T = \varphi \cdot S_C - h(S_T - S_C)(T_0^t - T_a) \quad (14)$$

On va commencer par faire la transformation de Laplace parce que dans l'équation différentielle on a

le terme $\frac{\partial T}{\partial t}$ qui dépend du temps.

Si $\mathcal{L}\{T\} = \bar{T} = \int_0^{+\infty} T(t)e^{-st} dt$ on a,

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}\right\} = \left\{\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} = \frac{s}{\alpha} \bar{T}\right\} \quad (15)$$

$$\mathcal{L}\left\{\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_e^t = 0\right\} = \left\{\left.\frac{\partial \bar{T}}{\partial z}\right|_e = 0\right\} \quad (16)$$

$$\mathcal{L} \left\{ -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_0 \cdot S_T = \varphi \cdot S_C - h(S_T - S_C)(T_0^i - T_a) \right\} = -\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \Big|_0 S_T = \frac{\varphi \cdot S_C}{s} - h(S_T - S_C) \bar{T} \quad (17)$$

Si on dit que $\frac{s}{\alpha} = q^2$, alors on a $\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} = q^2 \bar{T}$, et la solution analytique est de ce type

$\bar{T} = Ae^{-qz} + Be^{qz}$. Il faut trouver A et B.

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \Big|_e = 0 \rightarrow \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \Big|_e = -qAe^{-qe} + qBe^{qe} = 0 \rightarrow -Ae^{-qe} + Be^{qe} = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \Big|_0 S_T &= \frac{\varphi \cdot S_C}{s} - h(S_T - S_C) \bar{T} \rightarrow \\ \rightarrow -\lambda(-qAe^{-qz} + qBe^{qz})S_T &= \frac{\varphi \cdot S_C}{s} - h(S_T - S_C)(Ae^{-qz} + Be^{qz}) \end{aligned}$$

Si $z = 0$,

$$(\lambda qA - \lambda qB)S_T = \frac{\varphi \cdot S_C}{s} - h(S_T - S_C)(A + B) \quad (19)$$

On a deux équations, (18) et (19), pour trouver A et B

$$\begin{cases} -Ae^{-qe} + Be^{qe} = 0 \\ (\lambda qA - \lambda qB)S_T = \frac{\varphi \cdot S_C}{s} - h(S_T - S_C)(A + B) \end{cases}$$

$$A = \frac{\varphi \cdot S_C}{s \left[\left(\lambda q - \frac{\lambda q}{e^{2qe}} \right) S_T + h(S_T - S_C) \left(1 + \frac{1}{e^{2qe}} \right) \right]}$$

$$B = \frac{\varphi \cdot S_C}{s \cdot e^{2qe} \left[\left(\lambda q - \frac{\lambda q}{e^{2qe}} \right) S_T + h(S_T - S_C) \left(1 + \frac{1}{e^{2qe}} \right) \right]}$$

$$\begin{aligned} \bar{T} &= \frac{\varphi \cdot S_C}{s \left[\left(\lambda q - \frac{\lambda q}{e^{2qe}} \right) S_T + h(S_T - S_C) \left(1 + \frac{1}{e^{2qe}} \right) \right]} \cdot e^{-qz} + \frac{\varphi \cdot S_C}{s \cdot e^{2qe} \left[\left(\lambda q - \frac{\lambda q}{e^{2qe}} \right) S_T + h(S_T - S_C) \left(1 + \frac{1}{e^{2qe}} \right) \right]} \cdot e^{qz} = \\ &= \frac{\varphi \cdot S_C}{s \left[\left(\lambda q - \frac{\lambda q}{e^{2qe}} \right) S_T + h(S_T - S_C) \left(1 + \frac{1}{e^{2qe}} \right) \right]} \cdot (e^{-qz} + e^{q(z-2e)}) \end{aligned}$$

Pour utiliser ces expressions par la suite, il convient de les écrire comme suit:

$$\bar{T} = \frac{\varphi \cdot S_C}{s \left[(\lambda q - \lambda q \cdot e^{-2qe}) S_T + h(S_T - S_C)(1 + e^{-2qe}) \right]} \cdot (e^{-qz} + e^{q(z-2e)}) \quad (20)$$

On a déjà trouvé la transformée de Laplace (eq. 20), maintenant il faut calculer sa transformée inverse pour avoir la température du disque en fonction du temps. Pour ce faire, on a utilisé une méthode approchée qui permet trouver la valeur numérique de la fonction originale $f(t)$ à partir de sa transformée de Laplace $F(s)$. Il faut remplacer la variable s par $\frac{k \ln 2}{t}$, et alors on utilise l'équation suivante :

$$f(t) \cong \frac{\ln 2}{t} \sum_{k=1}^{10} V_k F\left(\frac{k \ln 2}{t}\right)^3$$

Pour faire ce calcul, on a implémenté un code sur le logiciel Matlab®.

³ Information extraite de: <http://www.sciences.univ-antes.fr/physique/perso/blanquet/conducti/61laplac/61laplac.htm>, section 4


```

clear all

a= 4.35*1e-6; % diffusivité
L= 16.27; % conductivité
phi= 5e4; % flux de chaleur
Sc=1.728*1e-3; %surface contact
St=0.02765; % surface total
h=20; % convection du disque
e=0.006; % épaisseur
z= 0.0; % profondeur étudié

% initialisation

C(1)= 0.08333333333;
C(2)= -32.083333333;
C(3)= 1279.000076;
C(4)= -15623.66689;
C(5)= 84244.16946;
C(6)= -236957.5129;
C(7)= 375911.6923;
C(8)= -340071.6923;
C(9)= 164062.5128;
C(10)= -32812.50256;

% équation pour anti transformer

for t=1:6000
    Tt=0;
    for k=1:10
        s=k*log(2)/t;
        q=sqrt(s/a);
        T= phi0*Sc*(exp(-q*z)+exp(-q*(2*e-z)))/s/((L*q*St)*(1-exp(-
2*q*e))+h*(St-Sc)*(1+exp(-2*q*e)));
        Tt = C(k)*T+Tt;
    end
    Tt=(log(2)/t)*Tt
    hold on;
    plot(t,Tt);
    title('Différence de température moyenne du disque en fonction du
temps');
    xlabel('temps');
    ylabel('Différence de température moyenne');
end

```

Code trouvé dans l'annexe III.A.

Comparaison des résultats entre Fluent® et le logiciel en Matlab®

Les graphiques qui suivent montrent les résultats obtenus en Matlab® et ceux en Fluent®. Les graphiques qui sont faites sur Matlab® indiquent la différence entre la température du disque et la température ambiante. Cependant, les graphiques sur Fluent® montrent la température du disque et celle de la plaquette. Pour pouvoir faire la comparaison, il faut soustraire la température ambiante (300K) à la température moyenne du disque calculé sur Fluent®. On doit faire attention seulement à la température moyenne du disque, pas de plaquette, car sur Matlab® on a travaillé seulement avec le disque.

On peut apprécier que cette différence de température calculée avec Fluent® est presque pareille à la différence de température calculée sur Matlab®. Cela démontre que notre logiciel programmé sur Matlab® est bon.

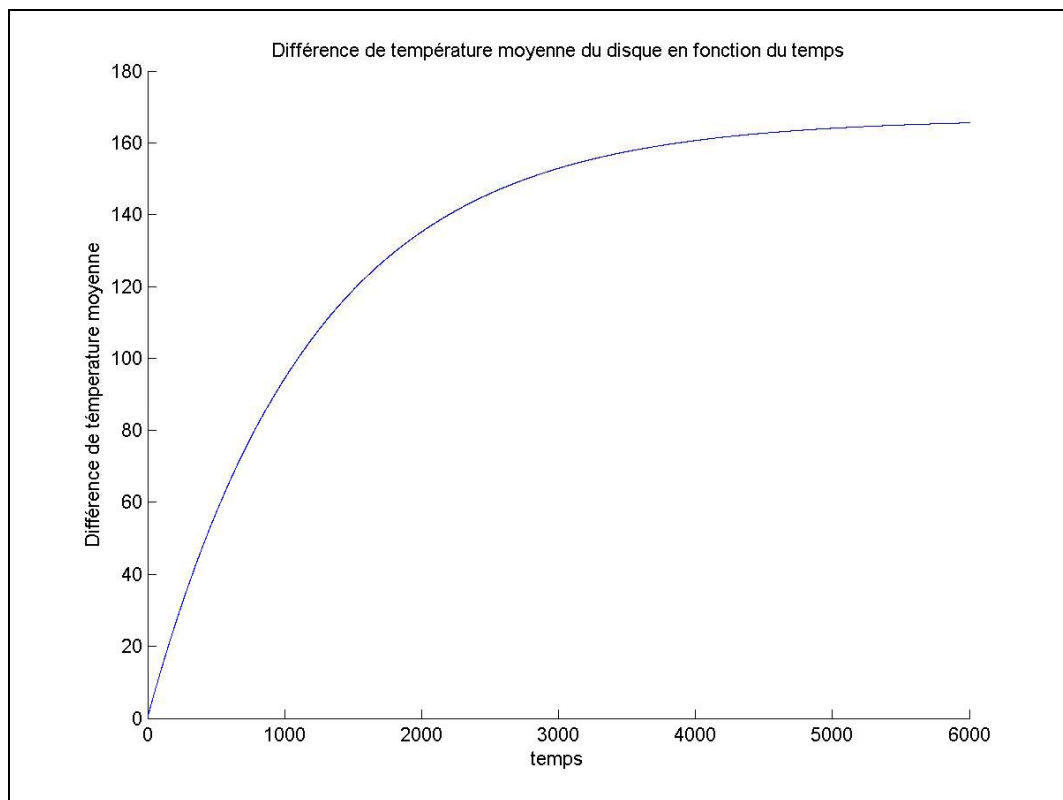
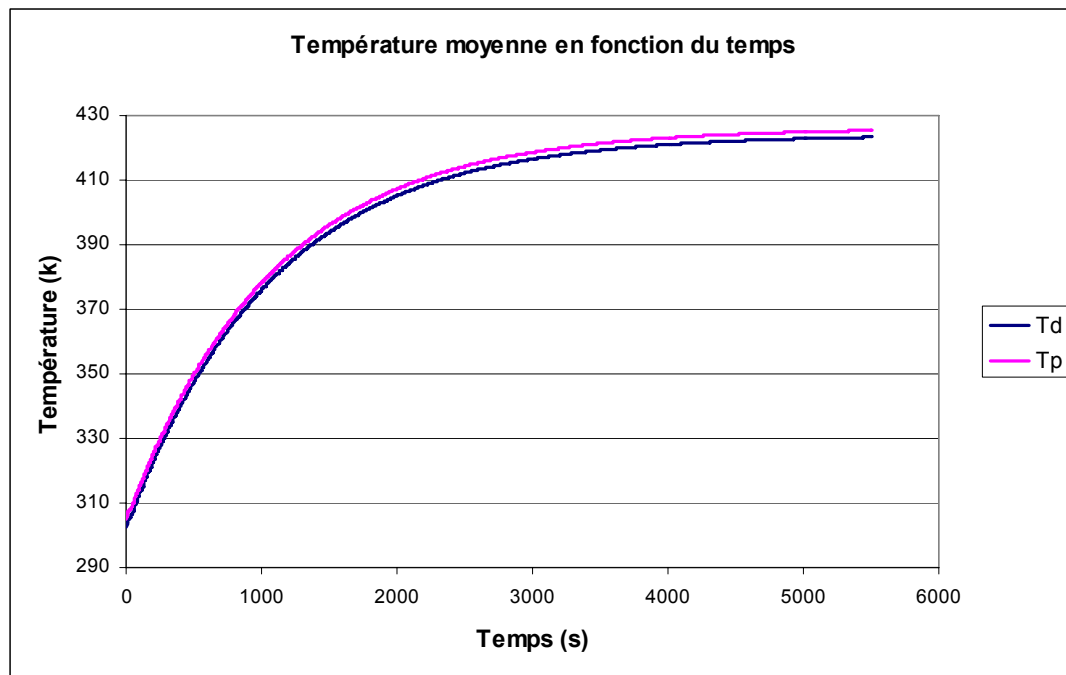
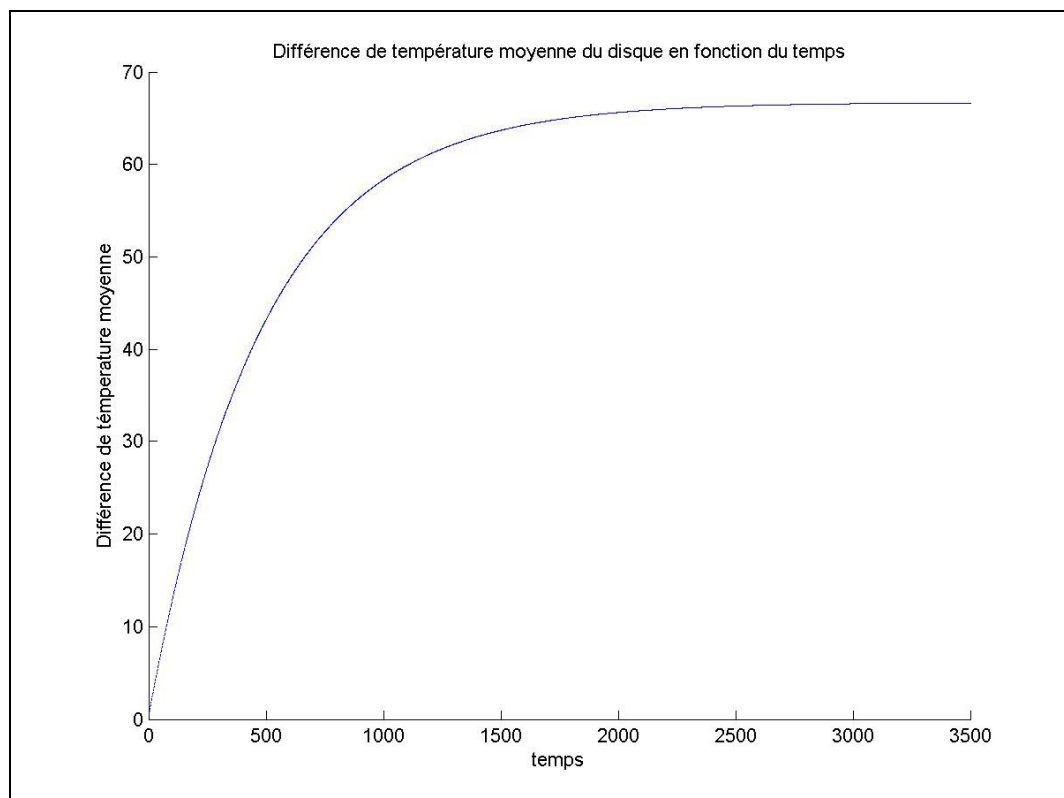


Figure 47 $H_d = 20$ (Matlab®)

*Figure 48 $H_d = 20$ (Fluent®)**Figure 49 $H_d = 50$ (Matlab®)*

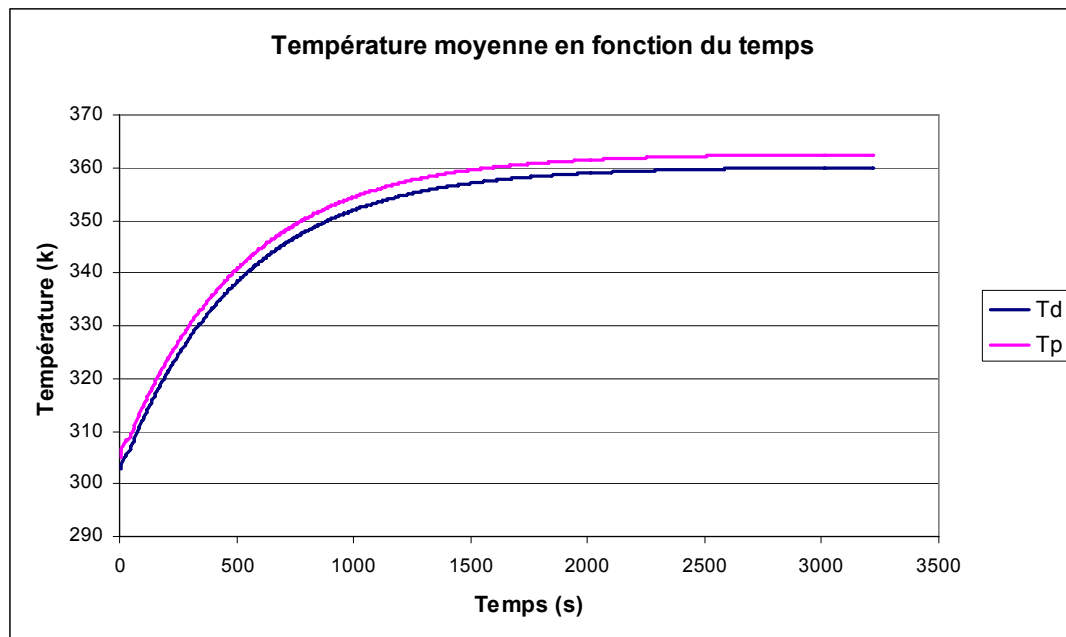


Figure 50 $H_d = 50$ (Fluent®)

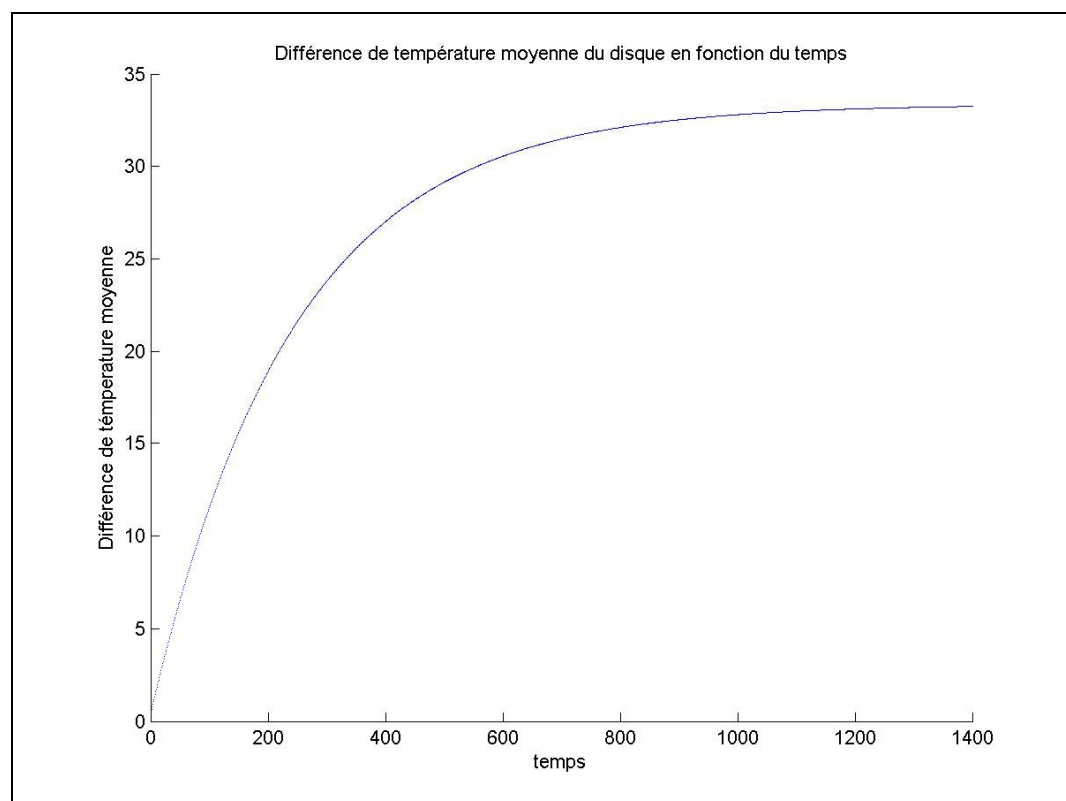
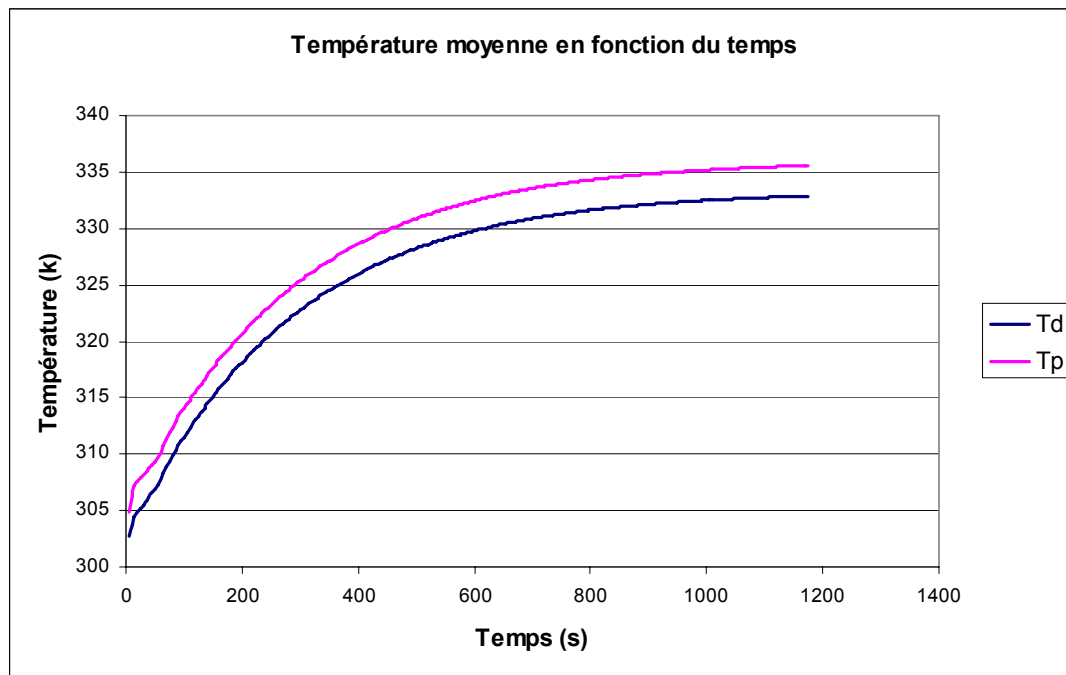
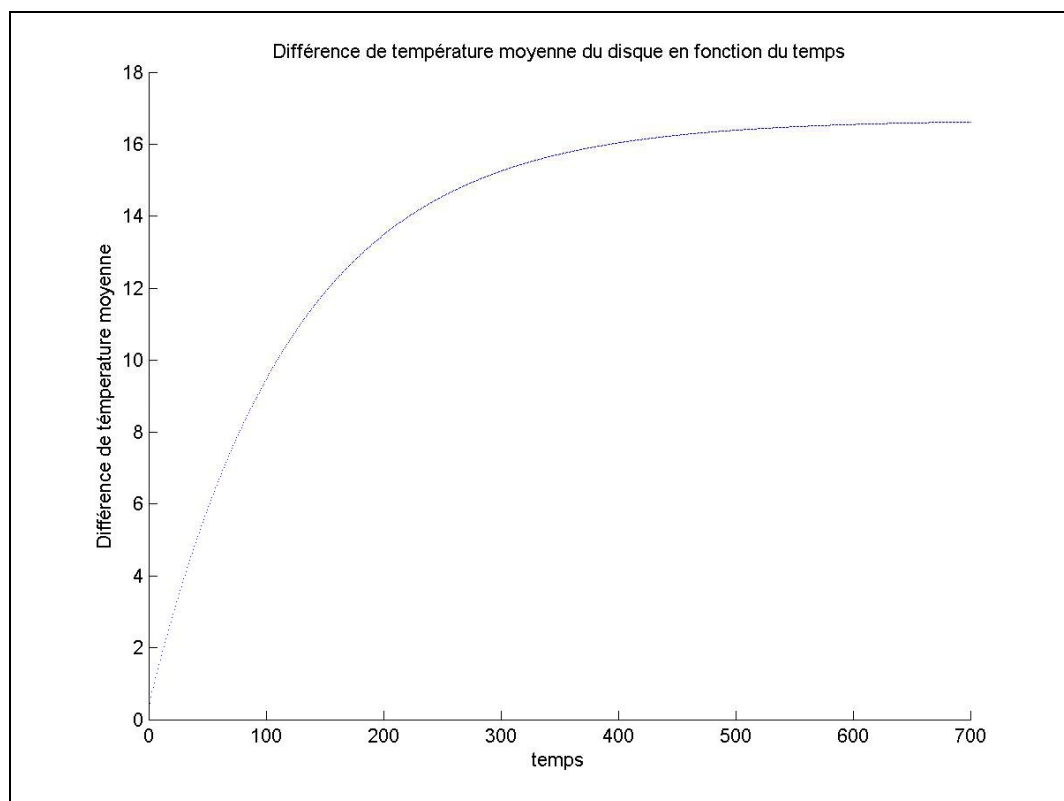


Figure 51 $H_d = 100$ (Matlab®)

*Figure 52 $H_d = 100$ (Fluent®)**Figure 53 $H_d = 200$ (Matlab®)*

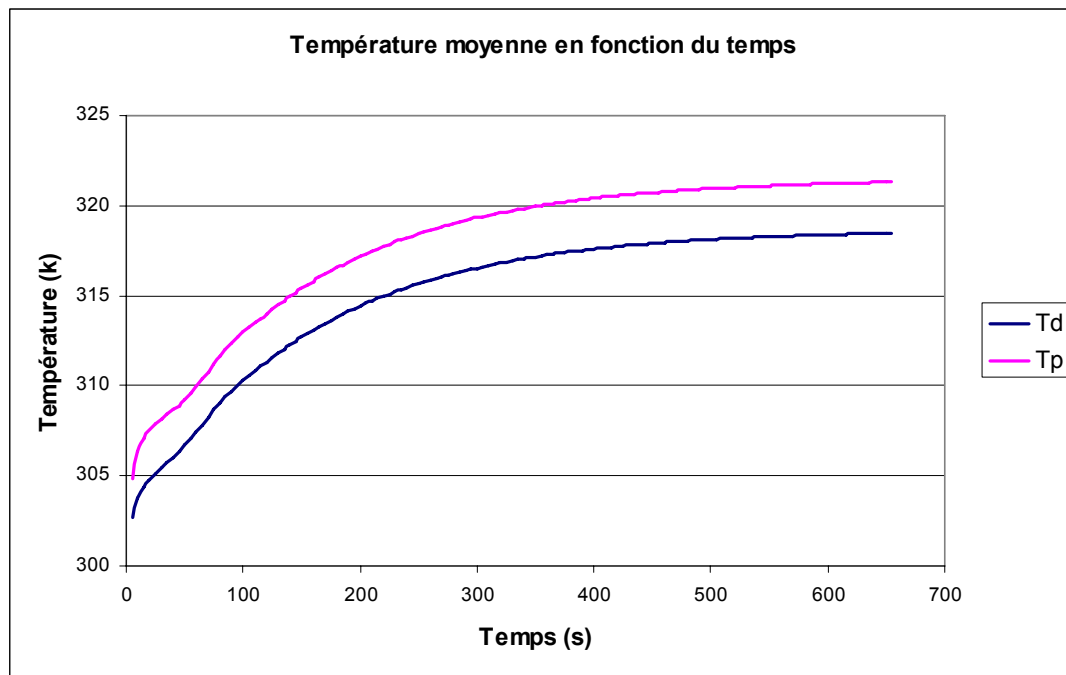


Figure 54 $H_d = 200$ (Fluent®)

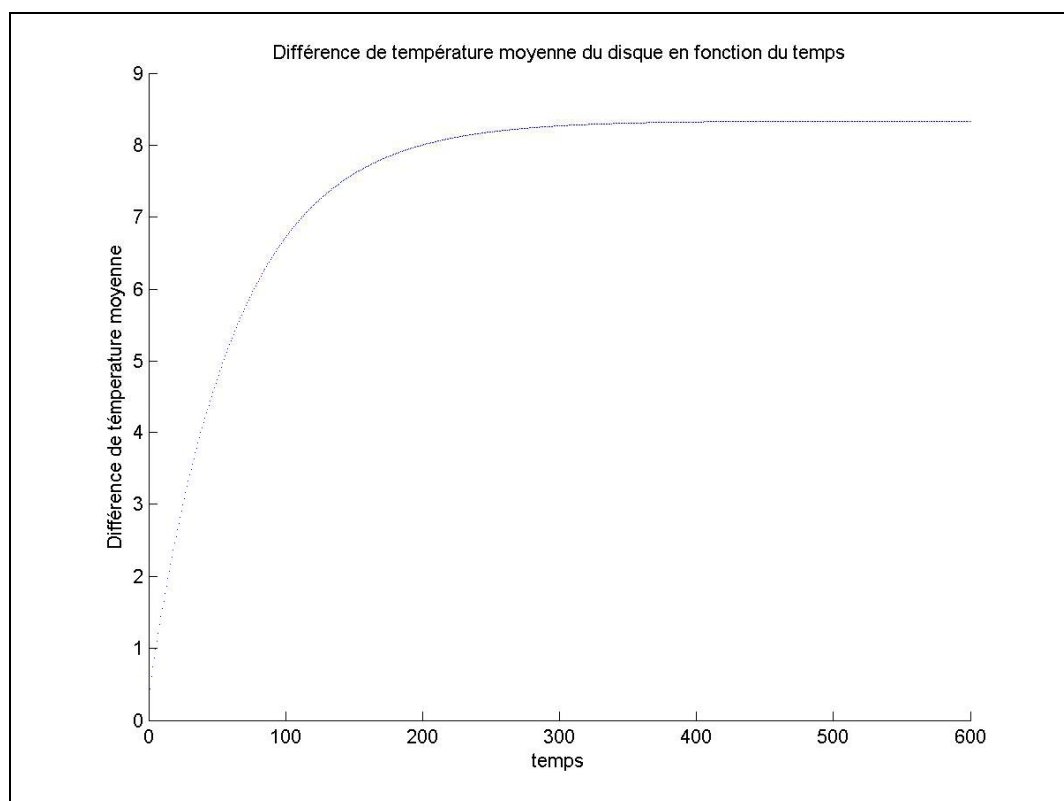


Figure 55 $H_d = 400$ (Matlab®)

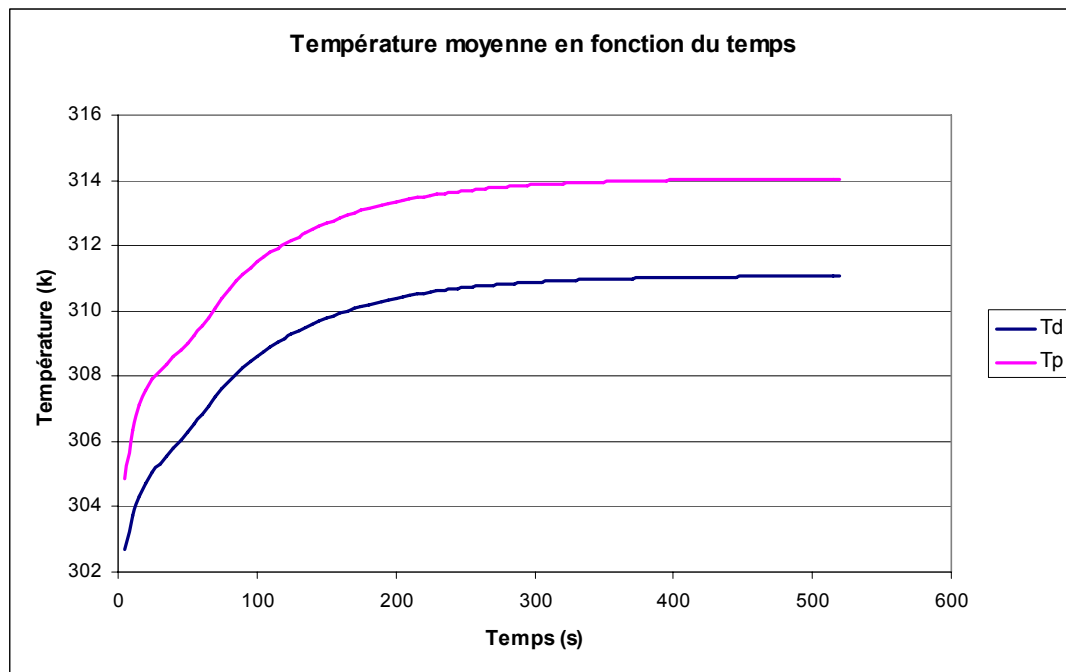


Figure 56 $H_d = 400$ (Fluent®)

Dans cette partie tous les cas qu'on a étudiés sont avec $h = \text{cte}$ et $\Phi = \text{cte}$, donc on ne peut pas généraliser et dire que c'est vraiment un cas réel. Dans les conditions réelles, on se trouve dans cette situation seulement avec le freinage de maintien. Pour obtenir un cas réel il est nécessaire d'avoir tous les paramètres variables.

CAS 2 : $\Phi = \text{variable}$

Dans ce cas, $\varphi = \varphi_0 - kt$, alors, on doit faire la transformée de Laplace de l'équation (14) mais en changeant φ par $\varphi = \varphi_0 - kt$.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\left\{-\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right|_0 \cdot S_T = (\varphi_0 - kt) \cdot S_C - h(S_T - S_C)(T'_0 - T_a)\right\} = \\ = -\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial z}\bigg|_0 S_T = \left(\frac{\varphi_0}{s} - \frac{k}{s^2}\right) S_C - h(S_T - S_C) \bar{T} \end{aligned} \quad (21)$$

Avec la solution générale de \bar{T} et l'équation (8), on trouve :

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial z}\bigg|_0 S_T = \left(\frac{\varphi_0}{s} - \frac{k}{s^2}\right) S_C - h(S_T - S_C) \bar{T} \rightarrow \\ \rightarrow -\lambda(-qAe^{-qz} + qBe^{qz})S_T = \left(\frac{\varphi_0}{s} - \frac{k}{s^2}\right) S_C - h(S_T - S_C)(Ae^{-qz} + Be^{qz}) \end{aligned}$$

Si $z = 0$,

$$(\lambda qA - \lambda qB)S_T = \left(\frac{\varphi_0}{s} - \frac{k}{s^2}\right) S_C - h(S_T - S_C)(A + B) \quad (22)$$

On a deux équations pour trouver A et B :

$$\begin{cases} -Ae^{-qe} + Be^{qe} = 0 \\ (\lambda qA - \lambda qB)S_T = \left(\frac{\varphi_0}{s} - \frac{k}{s^2}\right) S_C - h(S_T - S_C)(A + B) \end{cases}$$

$$A = \frac{(\varphi_0 s - k) \cdot S_C}{s^2 \left[\left(\lambda q - \frac{\lambda q}{e^{2qe}} \right) S_T + h(S_T - S_C) \left(1 + \frac{1}{e^{2qe}} \right) \right]}$$

$$B = \frac{(\varphi_0 s - k) \cdot S_C}{s^2 \cdot e^{2qe} \left[\left(\lambda q - \frac{\lambda q}{e^{2qe}} \right) S_T + h(S_T - S_C) \left(1 + \frac{1}{e^{2qe}} \right) \right]}$$

$$\bar{T} = \frac{(\varphi_0 s - k) \cdot S_C}{s^2 \left[\left(\lambda q - \frac{\lambda q}{e^{2qe}} \right) S_T + h(S_T - S_C) \left(1 + \frac{1}{e^{2qe}} \right) \right]} \cdot (e^{-qz} + e^{q(z-2e)})$$

Pour utiliser ces expressions par la suite, il convient de les écrire comme suit :

$$\bar{T} = \frac{(\varphi_0 s - k) \cdot S_c}{s^2 \left[(\lambda q - \lambda q \cdot e^{-2qe}) S_T + h(S_T - S_c)(1 + e^{-2qe}) \right]} \cdot (e^{-qz} + e^{q(z-2e)}) \quad (23)$$

On a utilisé la même méthode que précédemment pour faire la transformée inverse de Laplace. Le code de quel est ci-dessous.

```

clear all

a= 4.35*1e-6; % diffusivité
L= 16.27; % conductivité
phi0= 5e4; % flux de chaleur
Sc=1.728*1e-3; %surface contact
St=0.02765; % surface total
h=100; % convection du disque
e=0.006; % épaisseur
z= 0.0; % profondeur étudié
ntf=400;
tf=10;
dtf=tf/ntf;
b=phi0/tf; % constante

% initialisation

C(1)= 0.0833333333;
C(2)= -32.08333333;
C(3)= 1279.000076;
C(4)= -15623.66689;
C(5)= 84244.16946;
C(6)= -236957.5129;
C(7)= 375911.6923;
C(8)= -340071.6923;
C(9)= 164062.5128;
C(10)= -32812.50256;

% équation pour anti transformer

for n=1:ntf
    t=n*dtf;
    Tt=0;
    for k=1:10
        s=k*log(2)/t;
        q=sqrt(s/a);
        T= (phi0*s-b)*Sc*(exp(-q*z)+exp(-q*(2*e-z)))/s^2/((L*q*St)*(1-
exp(-2*q*e))+h*(St-Sc)*(1+exp(-2*q*e)));
        Tt = C(k)*T+Tt;
    end
    Tt=(log(2)/t)*Tt
    hold on;
    plot(t,Tt);
    title('Différence de température moyenne du disque en fonction du
temps');
    xlabel('temps');
    ylabel('Différence de température moyenne');
end

```

Code trouvé dans l'annexe III.B.

La figure 57 présente des graphiques obtenues avec le logiciel antérieur.

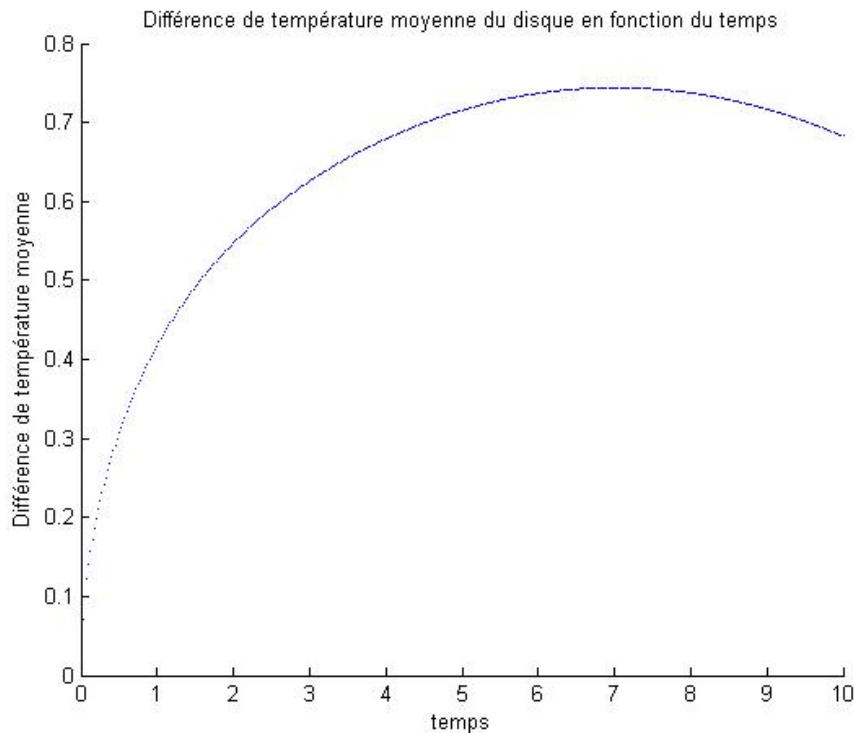


Figure 57 Différence de température moyenne en fonction du temps

Comme on peut apprécier, la différence de température obtenue est très petite pour le flux imposé. Par conséquent, on doit considérer que ce logiciel n'est pas bon pour réaliser le calcul quand le flux de chaleur est variable. C'est la raison pour laquelle l'étude suivante a été réalisée théoriquement et avec Fluent®.

Etude du freinage d'arrêt

Un freinage d'arrêt pendant 10 secondes n'est pas le même qu'un freinage d'arrêt pendant 5 secondes. Pour avoir la même quantité d'énergie de freinage, on a besoin d'un flux de chaleur initial (φ_0) plus grand pour arrêter la voiture en moins temps. Par exemple, si pour arrêter une voiture en 10 secondes le flux initial est $5 \cdot 10^6$ W, pour l'arrêter en 5 secondes le flux initial est de $1 \cdot 10^7$, c'est-à-dire, le double. Dans les deux cas, l'énergie d'arrêt est la même : $2,5 \cdot 10^7$ J.

Comme le flux de chaleur et la température sont étroitement liés (eq. 26), celle-ci montera aussi quand le flux sera plus grand. C'est-à-dire, pour le freinage de 5 secondes la température sera plus élevée que pour celui de 10 secondes.

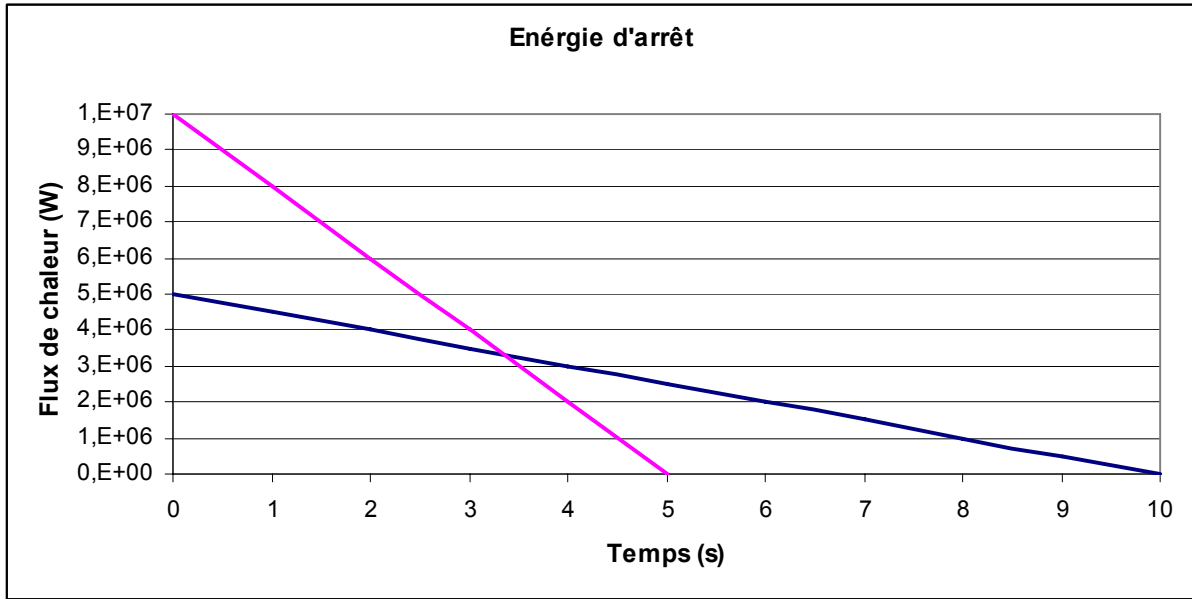


Figure 58 Energie d'arrêt en le deux cas

Si φ_0 est très grand, ça veut dire que la vitesse de la voiture était très grande ou que le freinage a été très fort. Comme on travaille avec 1D, notre cas est le deuxième : le freinage a été très fort.

En tenant compte d'une énergie d'arrêt constante, on a trouvé les équivalences de flux de chaleur et température équivalente moyennant un calcul simple. Celui est le suivant :

On part de l'équation :

$$\lambda \frac{\delta T}{\delta z} \Big|_0 = h \frac{S_T - S_c}{S_T} (T_0^t - T_a) - (\varphi_0 - kt) \frac{S_c}{S_T} = h' (T_0^t - T_{eq}) \quad (24)$$

Où,

$$h' = h \left(\frac{S_T - S_c}{S_T} \right) \quad (25)$$

$$T_{eq} = T_a + \frac{\varphi^t \frac{S_c}{S_T}}{h'} \quad (26)$$

Alors, à partir d'un coefficient d'échange calculé (h'), on va trouver la température équivalente du disque (T_{eq}) en chaque instant de temps. Ceci permettra de calculer avec Fluent® le flux de chaleur, le coefficient d'échange et la température réels pendant le freinage.

- **Cas 1 : Arrêt en 10 secondes**

Dans cette situation, l'équation du flux est la suivante: $\varphi^t = 5 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^5 t$

A la fin du freinage de 10 secondes, la température équivalente du disque est de 509 K.

Après ce calcul théorique, on a obtenu les graphiques 59.

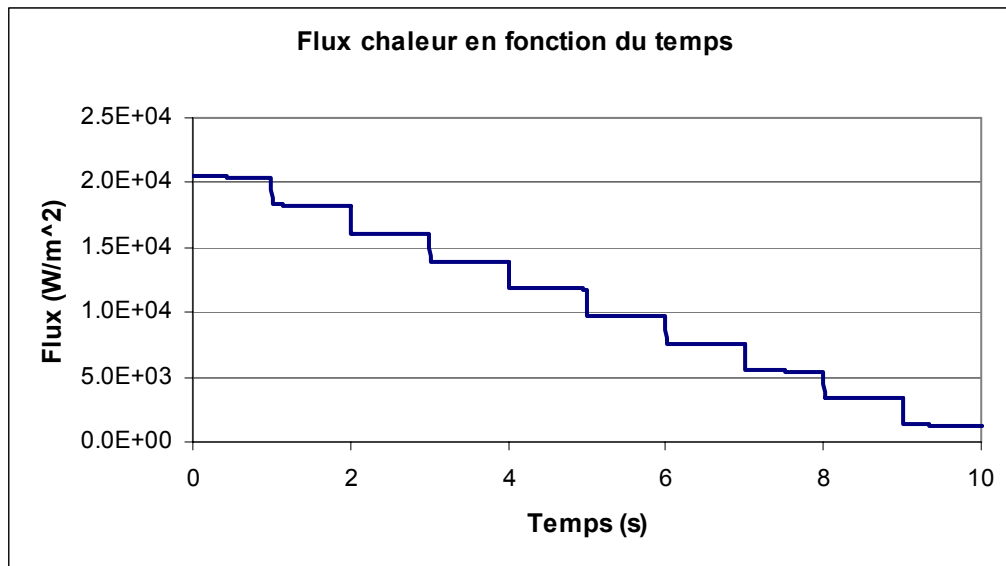


Figure 59 Flux de chaleur pendant un freinage de 10 s

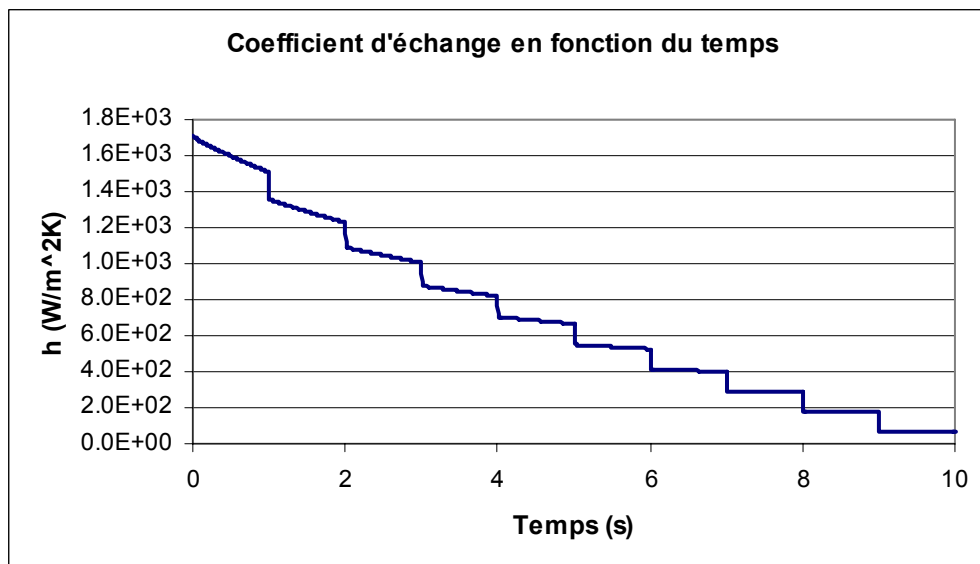


Figure 60 Coefficient d'échange pendant un freinage de 10 s

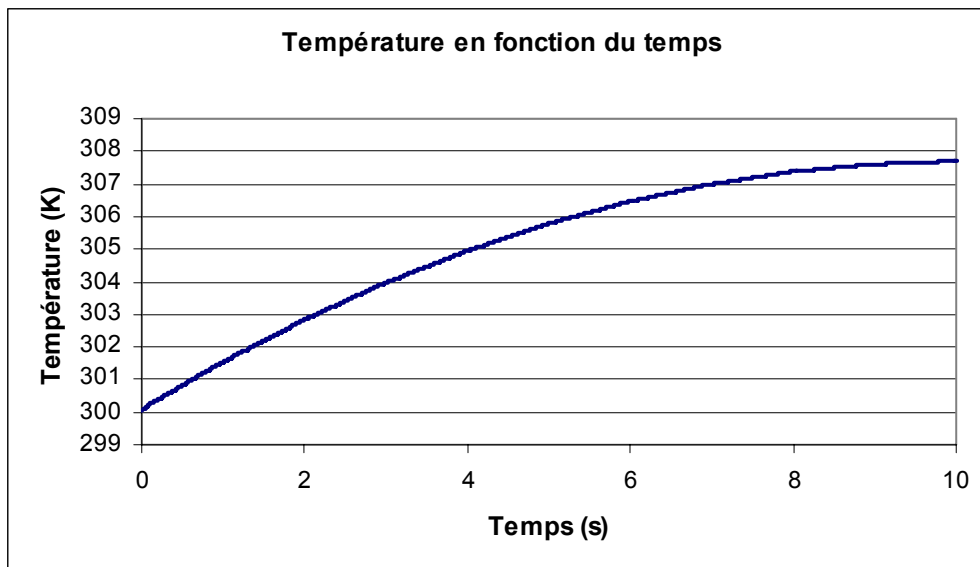


Figure 61 Température pendant un freinage de 10 s

- **Cas 2 : Arrêt en 5 secondes**

En ce cas, l'équation du flux : $\varphi^t = 10^7 - 2 \cdot 10^6 t$

A la fin du freinage de 5 secondes, la température équivalente du disque est de 718 K.

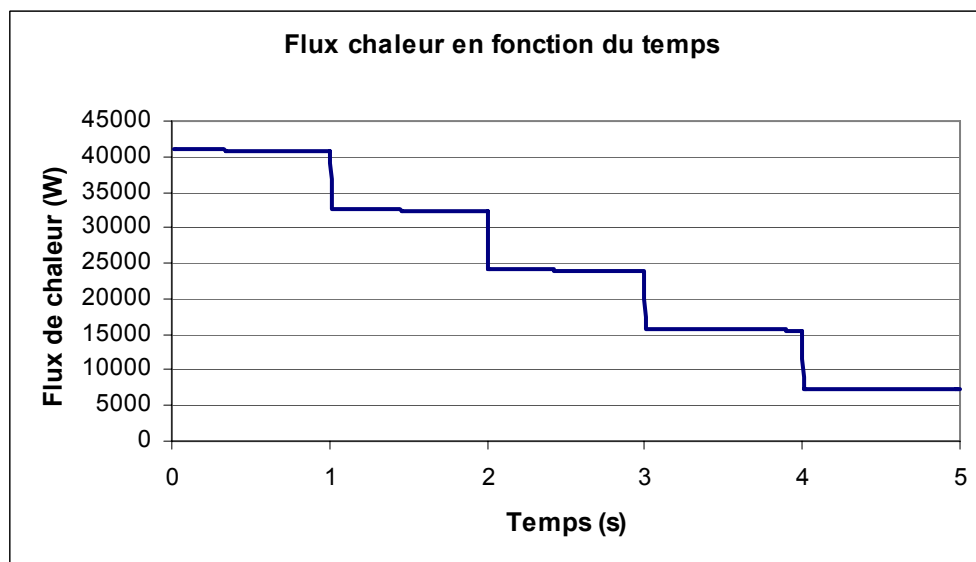


Figure 62 Flux de chaleur pendant un freinage de 5 s

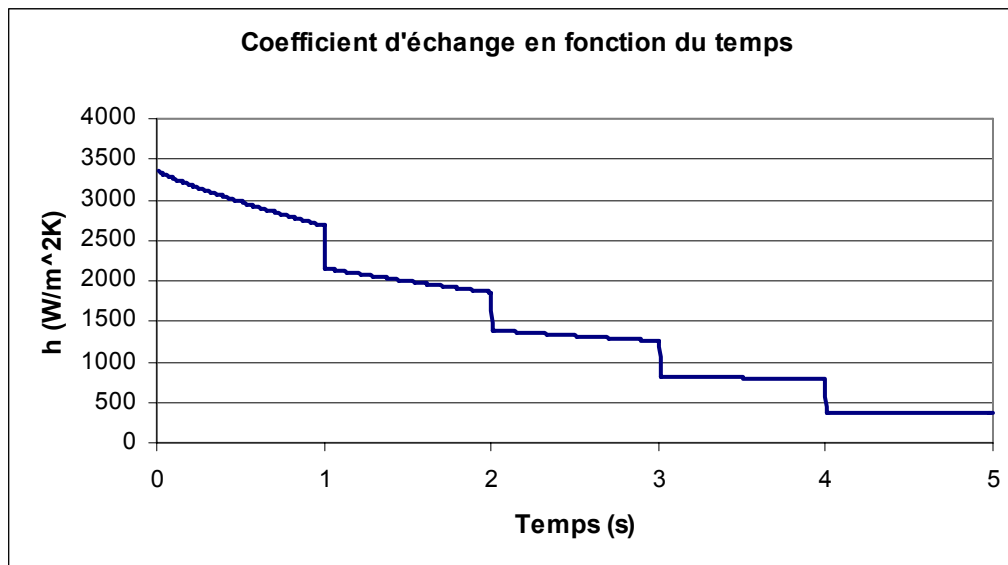


Figure 63 Coefficient d'échange pendant un freinage de 5 s

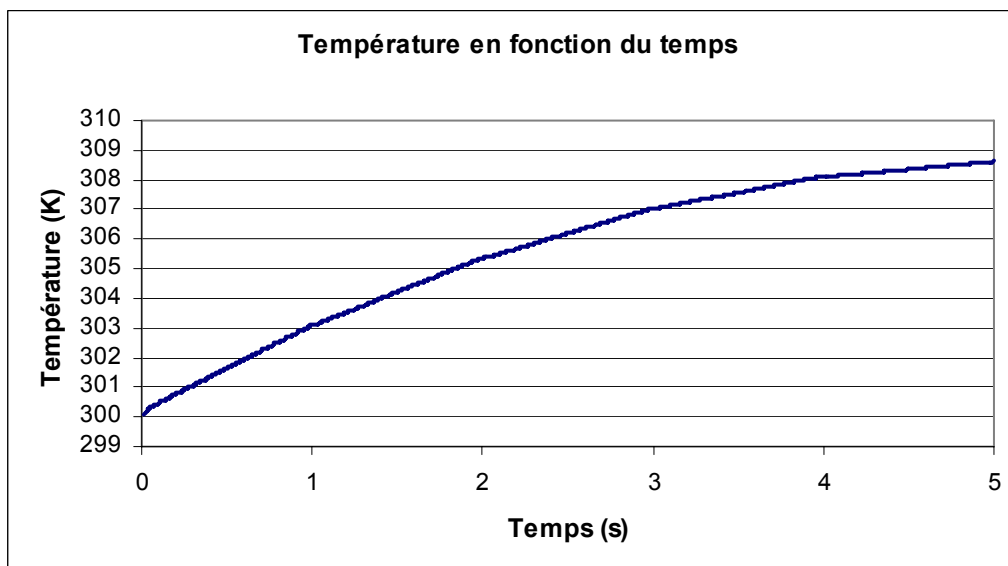


Figure 64 Température pendant un freinage de 5 s

CAS 3 : ω , Φ et h variables

Comme on l'a mentionné antérieurement, pour étudier un cas réel il faut avoir la vitesse, le flux de chaleur et le coefficient d'échange variables, car ils sont dépendants de la vitesse.

Par conséquent, dans l'étude théorique de ce cas on va travailler avec trois équations : une pour chaque paramètre variable. Les graphiques qui suivent sont obtenus avec Fluent®.

- **Cas 1 : Arrêt en 10 secondes**

Flux de chaleur : $\varphi^t = 5 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^5 t$

Vitesse : $\omega(t) = 10 - t$

Coefficient d'échange : $h(\omega) = 100 \cdot \sqrt{\frac{\omega}{10}}$: convection forcée laminaire $h \propto \omega^{1/2}$

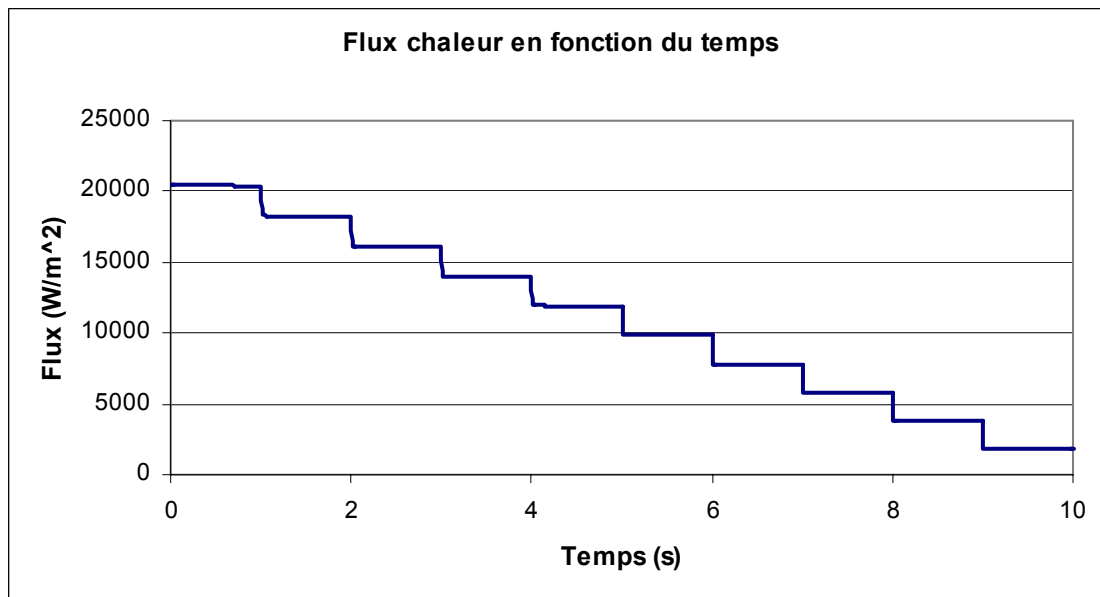


Figure 65 Flux de chaleur pendant un freinage de 10 s

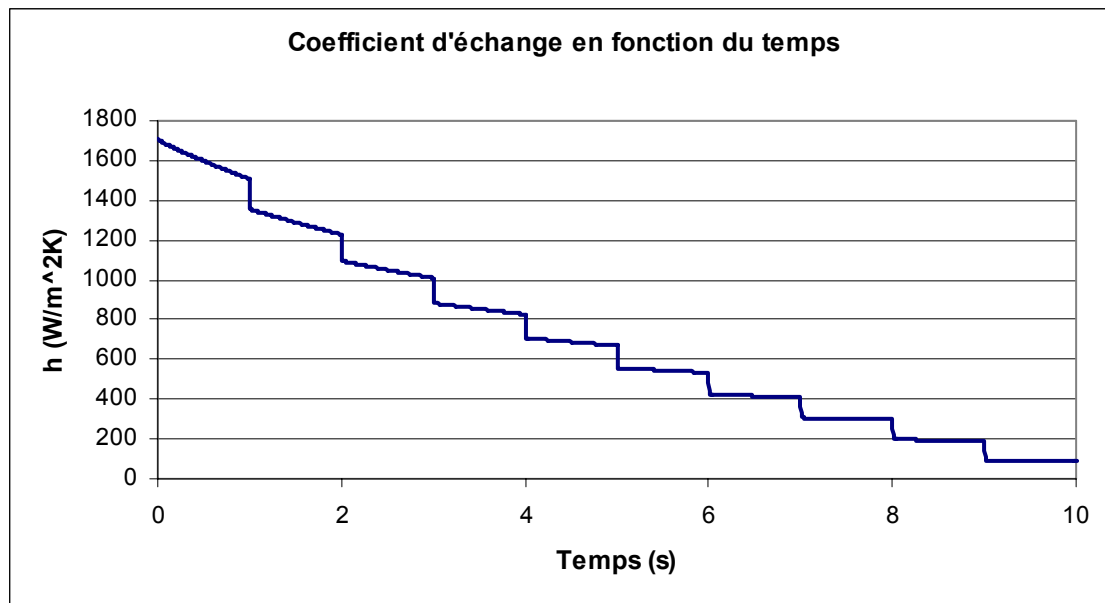


Figure 66 Coefficient d'échange pendant un freinage de 10 s

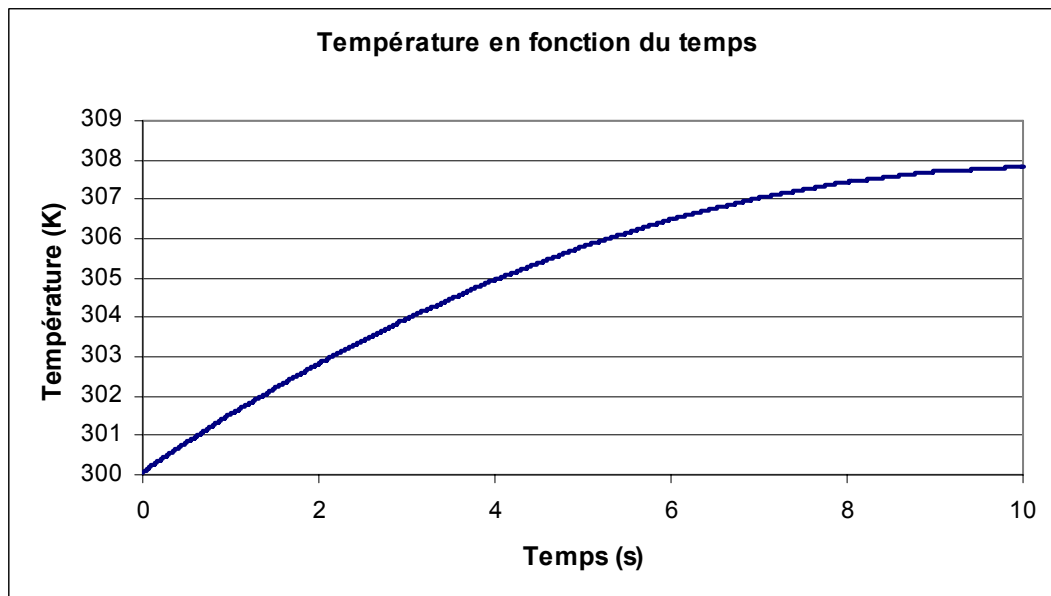


Figure 67 Température pendant un freinage de 10 s

- **Cas 2 : Arrêt en 5 secondes**

Flux de chaleur : $\varphi^t = 10^7 - 2 \cdot 10^6 t$

Vitesse : $\omega(t) = 10 - 2t$

Coefficient d'échange : $h(\omega) = 100 \cdot \sqrt{\frac{\omega}{10}}$

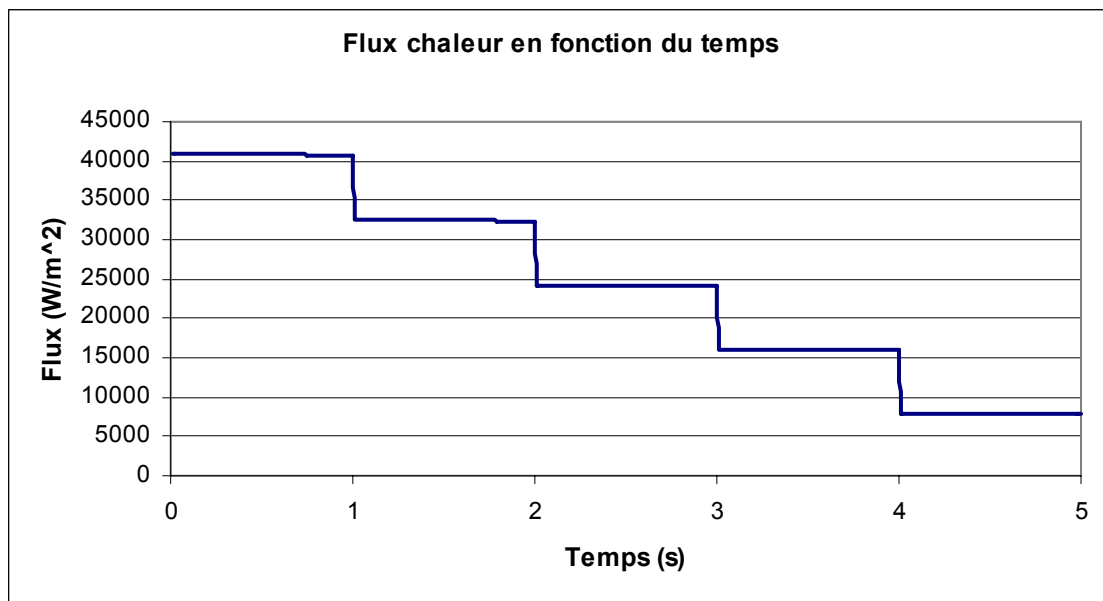


Figure 68 Flux de chaleur pendant un freinage de 5 s

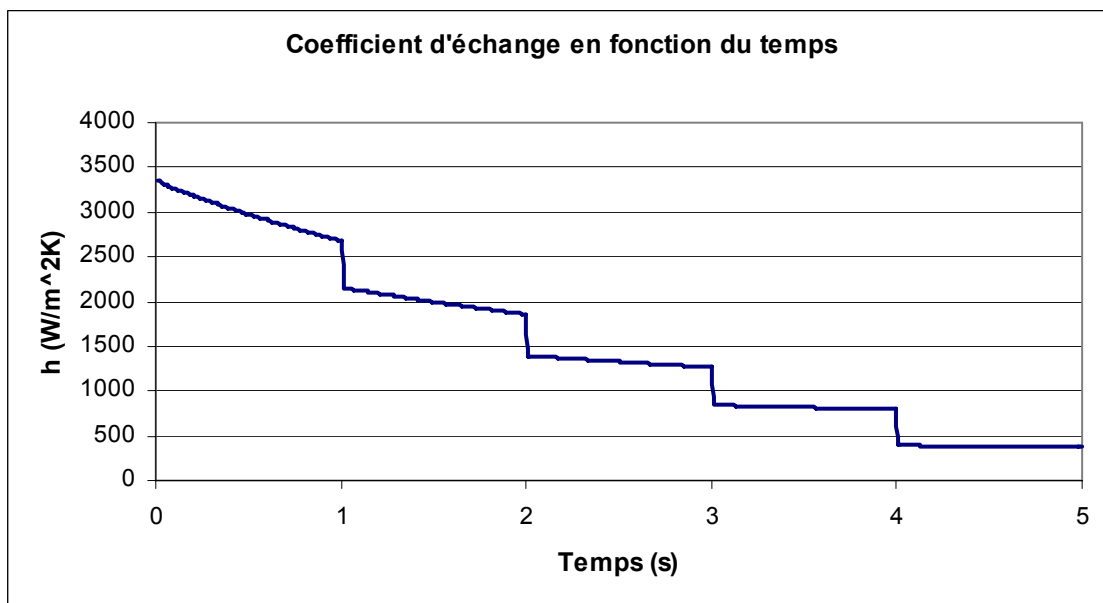


Figure 69 Coefficient d'échange pendant un freinage de 5 s

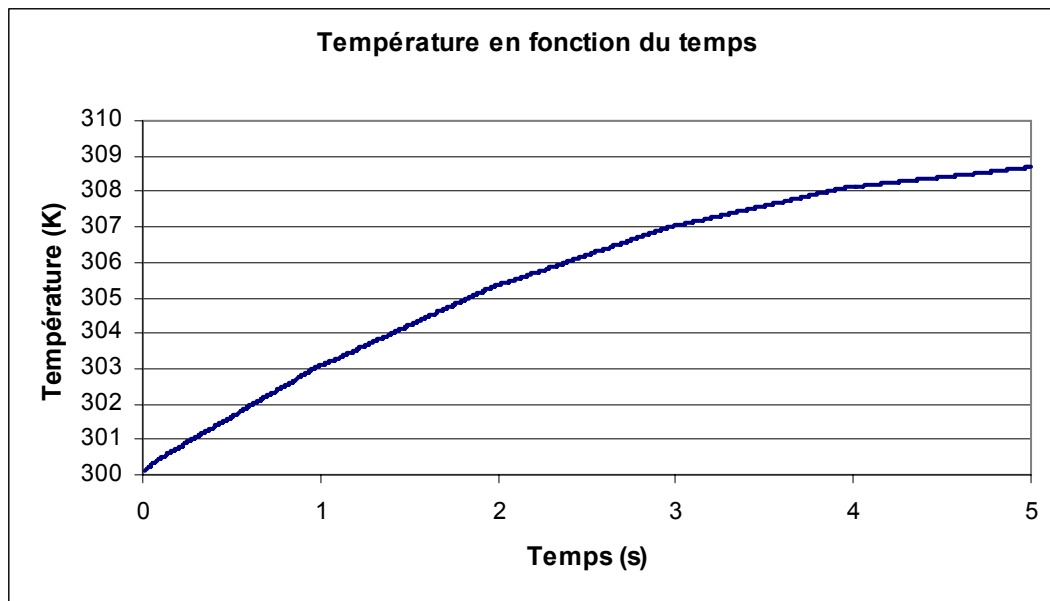


Figure 70 Température pendant un freinage de 5 s

En regardant ces derniers graphiques, on peut vérifier que, comme on avait affirmé avant, les valeurs du flux de chaleur et du coefficient d'échange du freinage de 5 secondes sont toujours le double que celles du freinage de 10 secondes.

Conclusions et perspectives

Ce projet compose des études numériques et analytiques pour déterminer la distribution de température dans un frein à disque (en tridimensionnel stationnaire et instationnaire). Pour réaliser cette étude, on a considéré différentes étapes.

En premier lieu, on a résolu numériquement différents cas du régime stationnaire et transitoire à l'aide du logiciel Fluent®. On a varié plusieurs paramètres (vitesse angulaire, coefficient d'échange et résistance du contact) pour déterminer l'influence de chacun d'entre eux sur le comportement thermique du frein.

En deuxième lieu, on a résolu l'équation de la diffusion, en utilisant la transformée de Laplace et le logiciel Matlab®. Cette étude analytique a été possible seulement pour le cas dans lequel le flux de chaleur est constant. Par contre, le cas avec le flux de chaleur variable a dû être résolu numériquement, car avec Matlab® les températures obtenues étaient trop faibles par rapport à la réalité.

Ensuite, on a étudié numériquement le cas avec le flux de chaleur, la vitesse et le coefficient d'échange variables. Ceci a permis de simuler le cas le plus réel possible et de voir les différences entre un freinage d'arrêt en 5 secondes et celui en 10 secondes.

Au sujet des résultats obtenus, en général on peut dire qu'ils sont corrects puisqu'on les a comparé avec les résultats numériques et on a vu qu'ils sont presque pareils.

Par rapport aux perspectives, on trouve intéressant de réaliser aussi une étude expérimentale du disque de frein. Cela permettrait d'avoir des résultats pratiques pour les comparer avec les résultats obtenus analytiquement et numériquement. Aussi, il pourrait être intéressant d'étudier le cas du freinage alterné, car on a travaillé seulement avec un freinage constant.

Finalement, on considère que ce projet peut être utile pour réaliser d'autres études comme, par exemple, l'étude thermique des disques de frein ventilés.

Bibliographie

- Toufik BOUACHE, Abderrahmane BAÏRI, Jean-Gabriel BAUZIN, Najib LARAQI. *Evolution transitoire 3D des températures d'un disque de frein*. Congrès Français de Thermique, SFT 2006, Île de Ré, 16-19 Mai 2006.
- Najib LARAQI. *Températures en régime établi dans un roulement à rouleaux cylindriques*. Journée SFT, 8 Mars 2000.
- *Calcul analytique 3D de la température d'un disque de frein*.
- www.wikipedia.com
- www.sciences.univ-antes.fr