Série 2

Réponses à l'exercice 2.1 : IMPULSION DE DIRAC

Rappel : $f(t) * \delta(t - t_0) = f(t - t_0)$ et $f(t) \cdot \delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0)$.

1) $\mathrm{rect}(t)$.

2) $\mathrm{rect}(t - 1)$.

3) $\mathrm{rect}(t - 1)$.

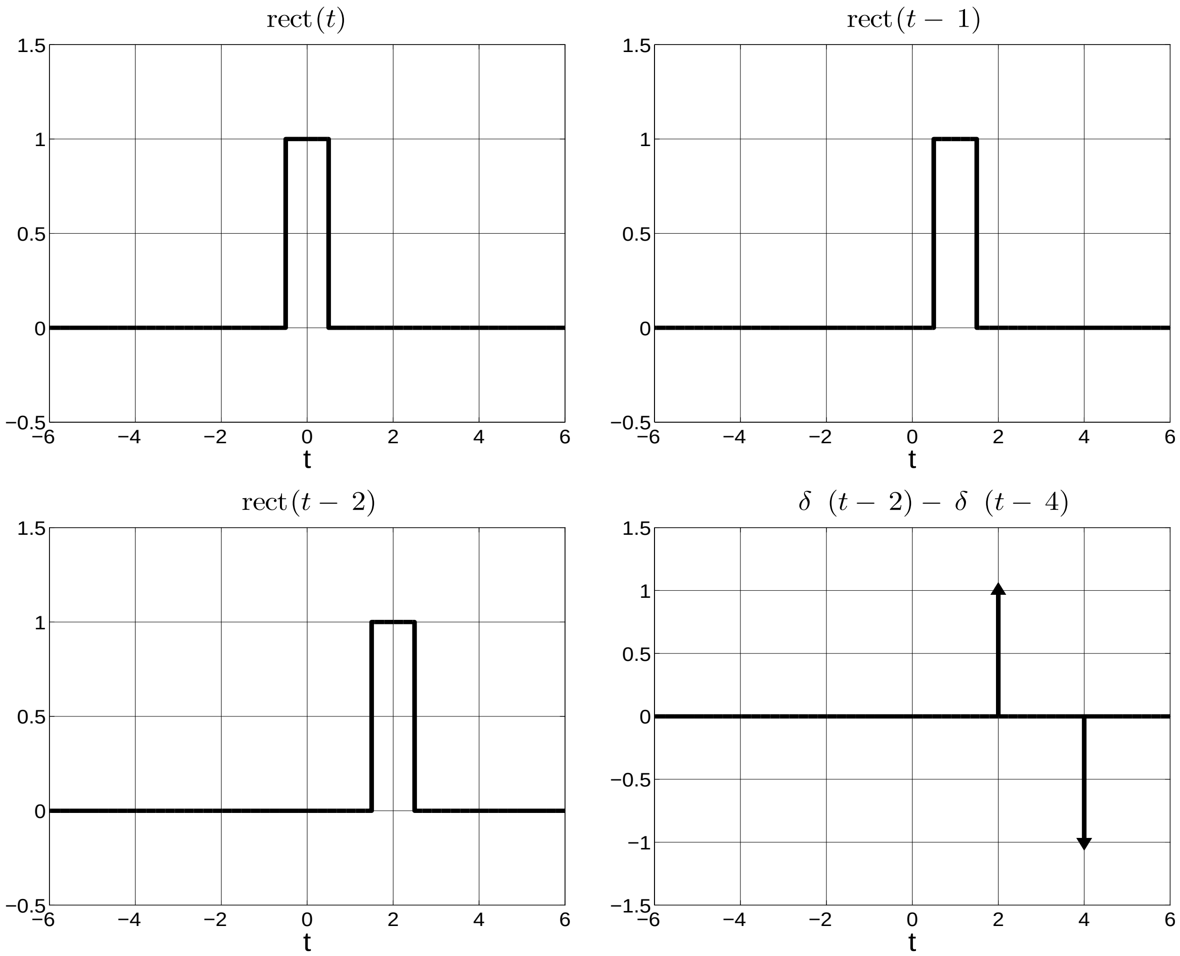
4) $\mathrm{rect}(t - 2)$.

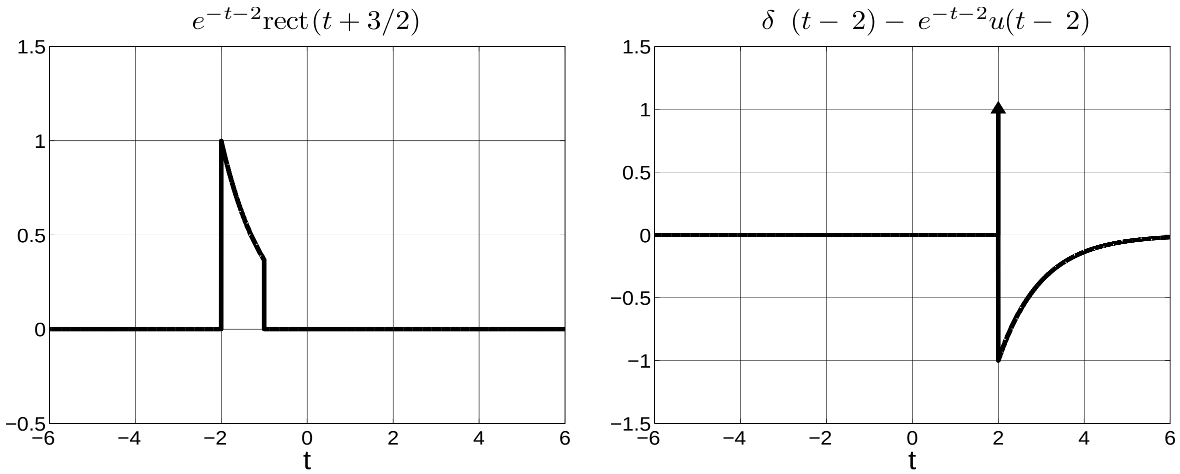
5) $\delta(t - 2) - \delta(t - 4)$.

6) $\mathrm{e}^{-t-2}\mathrm{rect}(t + \frac{3}{2})$.

7) 0.

8) $\delta(t - 2) - \mathrm{e}^{2-t}u(t - 2)$.





Réponses à l'exercice 2.2 : ANALYSE DE SYSTÈME

1) $(\mathrm{D}+5\mathrm{I})\,\{y\}(t)=x(t)$

2) $h_1(t)=u(t)e^{-5t}$

3) Le système S_1 est causal, RII (i.e. non-RIF) et stable BIBO.

4) $z(t)=2y'(t)+3y(t)$

5) Le système S_2 est causal et RIF.

6) $h(t)=2\delta(t)-7u(t)e^{-5t}$

7) (a) $z_1(t)=2\delta(t)-7u(t)e^{-5t}$
(b) $z_2(t)=\frac{1}{5}u(t)(3+7e^{-5t})$
(c) $z_3(t)=\frac{1}{3}u(t)e^{-2t}(7e^{-3t}-1)$

Réponses à l'exercice 2.3 : OPÉRATEURS DIFFÉRENTIELS

1) Réponse impulsionnelle : $h(t)=2\delta'(t)-\delta(t)$.
Fonction de Green : $g(t)=\frac{1}{2}u(t)\mathrm{e}^{t/2}$.

2) Fonction de Green de l'opérateur $2(\mathrm{D}+\mathrm{I})$.
Réponse impulsionnelle du système $x\rightarrow y$ caractérisé par $2y'+2y=x$.

3) $4(\mathrm{D}+(1/2+\mathrm{j})\mathrm{I})(\mathrm{D}+(1/2-\mathrm{j})\mathrm{I})\{y\}=x$.
$h(t)=\frac{1}{4}u(t)\mathrm{e}^{-(\frac{1}{2}+\mathrm{j})t}*u(t)\mathrm{e}^{-(\frac{1}{2}-\mathrm{j})t}=\frac{\mathrm{j}}{8}u(t)\mathrm{e}^{-(\frac{1}{2}+\mathrm{j})t}-\frac{\mathrm{j}}{8}u(t)\mathrm{e}^{-(\frac{1}{2}-\mathrm{j})t}$.

4) Dériver la réponse précédente.

5) i) $y_1(t)=h(t)=\frac{\mathrm{j}}{8}u(t)\mathrm{e}^{-(\frac{1}{2}+\mathrm{j})t}-\frac{\mathrm{j}}{8}u(t)\mathrm{e}^{-(\frac{1}{2}-\mathrm{j})t}$.
ii) $y_2(t)=\delta(t)$.
iii) $y_3(t)=h(t)*\mathrm{e}^{-t/3}=\frac{9}{37}\mathrm{e}^{-t/3}$.

Réponses à l'exercice 2.4 : RÉPONSES IMPULSIONNELLES

Rappel : Un système physique est causal-stable BIBO $\Leftrightarrow$ tous les pôles de l'opérateur correspondant sont dans le demi-plan complexe gauche (partie réelle négative).

1) $(\mathrm{D}-\mathrm{I})\{y\}(t)=x(t)$ donc $y(t)=(\mathrm{D}-\mathrm{I})^{-1}\{x\}(t)$.
$\mathrm{T}=(\mathrm{D}-\mathrm{I})^{-1}$; $h(t)=\mathrm{T}\{\delta(t)\}=\mathrm{e}^{t}u(t)$ (cf. table A-5). Pas causal-stable BIBO.

2) $\mathrm{T} = (\mathrm{D} - 2\mathrm{I})^{-2}$; $h(t) = \mathrm{T}\{\delta(t)\} = t_+ \mathrm{e}^{2t}$. Pas causal-stable BIBO.

3) $\mathrm{T} = [(\mathrm{D} - 7\mathrm{I})(\mathrm{D} + 2\mathrm{I})]^{-1}$; $h(t) = \mathrm{T}\{\delta(t)\} = [\mathrm{e}^{7t}u(t)] * [\mathrm{e}^{-2t}u(t)] = \frac{\mathrm{e}^{7t} - \mathrm{e}^{-2t}}{9} u(t)$ (table A-4). Pas causal-stable BIBO.

4) $\frac{1}{2\sqrt{2}} u(t)(\sqrt{2}\cos(\sqrt{2}t) - \sin(\sqrt{2}t))$. Pas causal-stable BIBO.