Décomposition en éléments simples

Le but de cette série est de vous familiariser avec les décompositions en éléments simples. Vous en aurez souvent besoin pour déterminer la réponse impulsionnelle h(t) d'un système S à partir de sa réponse en fréquence $H(\omega)$.

Exercice 1:

On considère le système S défini par l'équation différentielle

$$3y''(t) + 5y'(t) + 2y(t) = x(t),$$

avec x(t) l'entrée du système et y(t) sa sortie.

- 1) Calculer la réponse en fréquence $H(\omega)$ de S.
- 2) Calculer la réponse impulsionnelle h(t) de S. Pour cela, on décomposera d'abord $H(\omega)$ en éléments simples.

Exercice 2

On définit le système S à l'aide du schéma-bloc suivant.

$$x \xrightarrow{\downarrow} S_1 \xrightarrow{x_2} S_2 \xrightarrow{x_3} S_3 \xrightarrow{\downarrow} y$$

Les sous-systèmes $S_1,\,S_2$ et S_3 sont définis par

$$S_1: H_1(\omega) = \frac{1}{2\pi} j\omega$$

$$S_2: H_2(\omega) = \frac{\pi}{j(\omega+2)+4} + \frac{\pi}{j(\omega-2)+4}$$

$$S_3: H_3(\omega) = \frac{1}{j\omega+4}$$

- 1) Calculer la réponse en fréquence $H(\omega)$ de S.
- 2) Calculer la réponse impulsionnelle h(t) de S. Pour cela, on décomposera d'abord $H(\omega)$ en éléments simples.

Exercice 3

On considère le système S défini par l'équation différentielle

$$y'(t) + 3y(t) = 2x'(t) + x(t),$$

avec x(t) l'entrée du système et y(t) sa sortie.

- 1) Calculer la réponse en fréquence $H(\omega)$ de S.
- 2) Calculer la réponse impulsionnelle h(t) de S. Pour cela, on pensera à utiliser la division euclidienne.

Exercice 4 :

On considère le système S défini par l'équation différentielle

$$y''(t) + 2y'(t) = x'''(t) + x''(t) + x(t),$$

avec x(t) l'entrée du système et y(t) sa sortie.

- 1) Calculer la réponse en fréquence $H(\omega)$ de S.
- 2) Calculer la réponse impulsionnelle h(t) de S. Pour cela, on décomposera d'abord $H(\omega)$ en éléments simples.