# Cours de Signaux et Systèmes

# Exemple de questionnaire à choix multiples

Instructions: cochez la réponse appropriée en face de chaque affirmation.

- Réponse correcte = 1
- Réponse incorrecte = -0.5
- Pas de réponse = 0

En cas de correction, veuillez indiquer en toutes lettres (Vrai/Faux/Pas de réponse) votre choix définitif. En examen, vous aurez 1 minute par question et aucun document ne sera autorisé pour ce questionnaire.

## 1. Systèmes linéaires analogiques invariants dans le temps (LIT)

| Vrai | Faux | |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | Le signal constant $f(t) = 1$ est l'élément neutre de la convolution. |
| ☐ | ☐ | $\mathrm{tri}(t) * \mathrm{tri}(t) = \mathrm{rect}(t) * \mathrm{tri}(t) * \mathrm{rect}(t)$. |
| ☐ | ☐ | Un système LIT est BIBO-stable si et seulement si sa réponse impulsionnelle $h(t)$ vérifie $\int_{\mathbb{R}} \|h(t)\|^2 \, \mathrm{d}t < +\infty$. |
| ☐ | ☐ | Les sinusoïdales complexes sont les fonctions propres des systèmes LIT. |
| ☐ | ☐ | L'opération de convolution est linéaire. |
| ☐ | ☐ | Soit $h(t)$ la réponse impulsionnelle d'un système causal non nul. Il est possible de trouver une entrée $x(t)$ pour laquelle la sortie $(h * x)(t)$ est non-causale. |
| ☐ | ☐ | Un système RIF avec réponse impulsionnelle $h(t)$ et $\max \|h(t)\| = M < \infty$ est toujours BIBO-stable. |
| ☐ | ☐ | Soient $f$ et $g$, deux signaux dont les supports sont respectivement $[a, b]$ et $[c, d]$. Le support de $f * g$ est exactement égal à $[a - c, b - d]$. |
| ☐ | ☐ | Soit un système dont la réponse impulsionnelle est donnée par $h(t)$ et la fonction de Green par $\phi(t)$. Alors, $h(t) * \phi(t) = 1$. |
| ☐ | ☐ | La réponse impulsionnelle du système défini par l'équation differentielle $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = x(t)$, où $y$ est la sortie et $x$ l'entrée, est causale et RII. |

☐ ☐ $(f(t) * \delta(t-t_0)) \cdot \delta(t-t_0) = f(0)\delta(t-t_0)$.

☐ ☐ Un système instable est nécessairement à réponse impulsionnelle infinie.

☐ ☐ Soit la fonction $g : t \to u(-t)$. On a $\dfrac{\mathrm{d}g(t)}{\mathrm{d}t} = \delta(t)$.

☐ ☐ Une fonction $f$ appartient à l'espace de fonctions $L_1$ si et seulement si elle vérifie $\int_{\mathbb{R}} |f(t)|^2 \,\mathrm{d}t < +\infty$.

☐ ☐ L'amplification $g(t) = Af(t)$ d'un facteur $A \in \mathbb{R}$ préserve la causalité du signal $f$.

☐ ☐ La fonction $h(t) = f(t) * u(t)$ est la réponse impulsionnelle d'un système BIBO-stable si $f(t) = \mathrm{e}^{-at}u(t)$ et $a > 0$.

☐ ☐ Un système est BIBO-stable si et seulement si tous ses pôles ont une partie réelle positive.

☐ ☐ Soient $h(t)$, $f(t)$ et $g(t)$, trois systèmes RIF. Alors, $z(t) = h(t) * f(t) * g(t)$ est RIF.

☐ ☐ La fonction $h(t) = \mathrm{e}^{t}u(-t) + \delta(t-1)$ correspond à la réponse impulsionnelle d'un système causal BIBO-stable.

## 2. Produits scalaires et séries de Fourier

Vrai Faux

☐ ☐ Une fonction réelle paire $f$ est toujours orthogonale à une fonction réelle impaire $g$. Autrement dit, le produit scalaire $\langle f, g\rangle = \int_{\mathbb{R}} f(t)g^*(t)\mathrm{d}t$ est toujours nul.

☐ ☐ Soit $\phi_n(t) = \mathrm{rect}(t - \frac{1}{2} - \frac{n}{2})$. Alors, $\{\phi_n\}_{n=0,1,2,3}$ n'est pas une famille orthonormée.

☐ ☐ L'intercorrélation $c_{xy}$ des deux signaux réels $x(t)$ et $y(t)$ est toujours égale à $(x * y)(t)$ si $y(t)$ est symétrique par rapport à un $t = t_0$ quelconque.

☐ ☐ L'intercorrélation des signaux $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ est toujours égale à zéro.

☐ ☐ La forme $\langle f, g\rangle = \int_{\mathbb{R}} f(t)g^*(t-2)\,\mathrm{d}t$ est un produit scalaire $L_2$, l'espace des fonctions à énergie finie.

☐ ☐ La meilleure approximation d'un signal pour la norme $L_2$ s'obtient par échantillonnage de la fonction aux entiers.

☐ ☐ Les coefficients $c_n$ de la série de Fourier complexe d'un signal $x(t)$ de période $T$ suffisent pour calculer l'énergie de $x(t)$ au sens de la norme associée à l'espace $L_2\left([-T/2, T/2]\right)$.

☐ ☐ L'intercorrélation $c_{xy}$ des signaux réels $x(t)$ et $y(t)$ est donnée par $c_{xy}(\tau) = x(-\tau) * y(\tau) = y(-\tau) * x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t-\tau)\,\mathrm{d}t$.

☐ ☐ Soient deux signaux causaux $x(t)$ et $y(t)$. On a $c_{xy}(\tau) = 0$ pour $\tau < 0$.

☐ ☐ Le produit scalaire $\langle f, f \rangle_{L_2}$ est une mesure de l'énergie du signal $f$.

☐ ☐ L'approximation aux moindres carrés du signal $f \in L_2(\mathbb{R})$ par une famille orthonormale $\{\phi_n(t)\}$, donnée par $\tilde{f} = \sum_n \langle f, \phi_n \rangle_{L_2} \phi_n$, satisfait la relation $\sum_n |\langle f, \phi_n \rangle_{L_2}|^2 + \| f - \tilde{f} \|_{L_2}^2 = \|f\|_{L_2}^2$ .

☐ ☐ Le signal $\sqrt{3}\cos(2\pi t)$ n'a que deux coefficients de Fourier complexes non nuls par rapport à la période $T = 1$.

Soit $x(t) = \sum_{n=-3}^{3} n\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi n t}$.

Vrai Faux

☐ ☐ La fonction $x(t)$ est réelle.

☐ ☐ La fonction $x(t)$ est paire.

☐ ☐ La valeur moyenne de la fonction $x(t)$ est nulle.

☐ ☐ La série de Fourier complexe de $x(t)$ par rapport à la période $T = 1$ possède 6 coefficients non nuls.

☐ ☐ $\int_0^1 |x(t)|^2\,\mathrm{d}t = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Soit $x(t) = \sum_{n=-2}^{2} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi n t}$.

Vrai Faux

☐ ☐ La série de Fourier complexe de $x(t)$ par rapport à la période $T = 2$ possède 5 coefficients non nuls.

☐ ☐ La fonction $x(t)$ est réelle.

☐ ☐ La fonction $x(t)$ est impaire.

☐ ☐ La fonction $x(t)$ est à valeur moyenne nulle.

☐ ☐ $\int_0^2 |x(t)|^2\,\mathrm{d}t = 1$.