# Cours de Signaux et Systèmes

# Exemple de questionnaire à choix multiples

## 1. Quelques affirmations sur la transformation de Fourier (TF)

Vrai Faux

☐ ☑ La largeur de bande d'un filtre Gaussien est proportionnelle à la largeur de bande de sa transformée de Fourier.

Justification : La largeur de bande d'un filtre Gaussien est inversement proportionnelle à la largeur de bande de sa transformée de Fourier, *cf.* Table A.8.

☐ ☑ Un signal $f(t)$ est réel si et seulement si sa transformée de Fourier $F(\omega)$ vérifie $F(\omega) = -F(\omega)^*$.

Justification : Un signal $f(t)$ est réel si et seulement si sa transformée de Fourier $F(\omega)$ vérifie $F(-\omega) = F(\omega)^*$.

☑ ☐ Le filtre de réponse impulsionnelle $h(t) = \sin(\pi t)\mathrm{sinc}(\frac{t}{10})$ est passe-bande.

Justification :

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \frac{1}{2\pi}\pi \mathrm{j}\big(\delta(\omega+\pi) - \delta(\omega-\pi)\big) * 10\mathrm{rect}\left(\frac{5\omega}{\pi}\right) \\ &= 5\mathrm{j}\left(\mathrm{rect}\left(\frac{5(\omega+\pi)}{\pi}\right) - \mathrm{rect}\left(\frac{5(\omega-\pi)}{\pi}\right)\right). \end{aligned}$$

Il s'agit bien d'un filtre passe-bande qui laisse passer les fréquences sur les intervalles $[-\frac{11\pi}{10}, -\frac{9\pi}{10}]$ et $[\frac{9\pi}{10}, \frac{11\pi}{10}]$.

☐ ☑ La convolution temporelle correspond à une convolution fréquentielle à un facteur $2\pi$ près.

Justification : La convolution temporelle correspond à une multiplication fréquentielle à un facteur $2\pi$ près.

☐ ☑ Si $F(\omega)$ est la transformée de Fourier de $f(t)$, la transformée de Fourier de la fonction $f(2t)$ est donnée par $F(\omega/2)$.

Justification : Si $F(\omega)$ est la transformée de Fourier de $f(t)$, la transformée de Fourier de la fonction $f(2t)$ est donnée par $\frac{1}{2}F(\omega/2)$.

☑ ☐ La fonction $\mathrm{sinc}^3(t-3)$ est à bande limitée.

Justification: $\mathrm{sinc}(t-3)$ est à bande limitée donc son cube également.

| | | |
|---|---|---|
| ☐ | ☑ | $\mathrm{sinc}(t-2) * \mathrm{sinc}(t-2) = \mathrm{sinc}(t-2)$.<br>Justification: On voit facilement en passant dans le domaine de Fourier que $\mathrm{sinc}(t) * \mathrm{sinc}(t) = \mathrm{sinc}(t)$, donc $\mathrm{sinc}(t-2) * \mathrm{sinc}(t-2) = \delta(t-4) * \mathrm{sinc}(t) * \mathrm{sinc}(t) = \mathrm{sinc}(t-4)$. |
| ☐ | ☑ | Le spectre d'un signal peut être translaté en fréquence en convoluant ce signal par une sinusoïde complexe.<br>Justification: *cf.* Table A-7. |
| ☑ | ☐ | Pour tout signal $h(t)$ de tranformée de Fourier $H(\omega)$, on a $h(t) * \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t} = H(\omega_0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}$.<br>Justification: $h(t) * \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t} = \int_{\mathbb{R}} h(\tau) e^{j\omega_0(t-\tau)} \mathrm{d}t = e^{j\omega_0 t} \int_{\mathbb{R}} h(\tau) e^{-j\omega_0 \tau} \mathrm{d}t = e^{j\omega_0 t} H(\omega_0)$. |
| ☑ | ☐ | La transformée de Fourier du signal $\delta(t-1) + \delta(2t)$ est périodique.<br>Justification: En appliquant les tables, on a $\mathcal{F}\{\delta(t-1) + \delta(2t)\}(\omega) = \frac{1}{2} + e^{-j\omega}$, qui est $2\pi$ périodique. |
| ☑ | ☐ | La convolution $\cos(\omega_0 t) * \mathrm{sinc}(t)$ vaut soit 0, soit $\cos(\omega_0 t)$.<br>Justification: Pour toute fonction $f(t)$, on a $f(t) * \mathrm{e}^{\pm \mathrm{j}\omega_0 t} = F(\pm\omega_0)\mathrm{e}^{\pm \mathrm{j}\omega_0 t}$. Ici, $F(\pm\omega_0) = \mathrm{rect}(\frac{\omega_0}{2\pi}) = 0$ ou 1. On conclue facilement en utilisant que $\cos(\omega_0 t) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t} + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0 t}}{2}$. |

## 2. Modulation

| Vrai | Faux | |
|---|---|---|
| ☐ | ☑ | La phase du signal n'est pas altérée lors d'une modulation AM.<br>Justification : *Cf.* slide 6.5. |
| ☐ | ☑ | La modulation PM est un exemple de modulation d'amplitude.<br>Justification : Le modulateur de phase altère la phase ce qui n'est pas le cas de la modulation d'amplitude *cf.* slide 6.16. |
| ☐ | ☑ | Lors d'une modulation d'amplitude, la transformée de Fourier du signal d'entrée est multipliée par une somme de deux diracs placés symétriquement autour de zéro.<br>Justification: *cf.* slide 6.6. |
| ☐ | ☑ | La largeur de bande BLU est nécessairement plus grande que la largeur de bande AM.<br>Justification: La largeur de bande AM est deux fois plus grande que la largeur de bande BLU. |

## 3. Echantillonnage

| Vrai | Faux | |
|---|---|---|
| ☑ | ☐ | La transformée de Fourier d'un signal échantillonné est forcément périodique.<br>Justification: *cf.* slide 5.14. |
| ☑ | ☐ | L'échantillonnage de $\sin(\pi t)$ à la période d'échantillonnage $T = 2$ donne un signal nul.<br>Justification: Si $f(t) = \sin(\pi t)$, alors |

$$f_{\text{ech}}(t) = \sin(\pi t) \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(t - 2n) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sin(2\pi n) \delta(t - 2n) = 0.$$