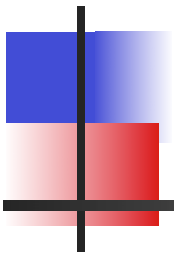




ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE



Signaux et Systèmes

Chapitre 6

Applications aux communications

TABLE DES MATIERES

6.1 Modulations d'amplitude

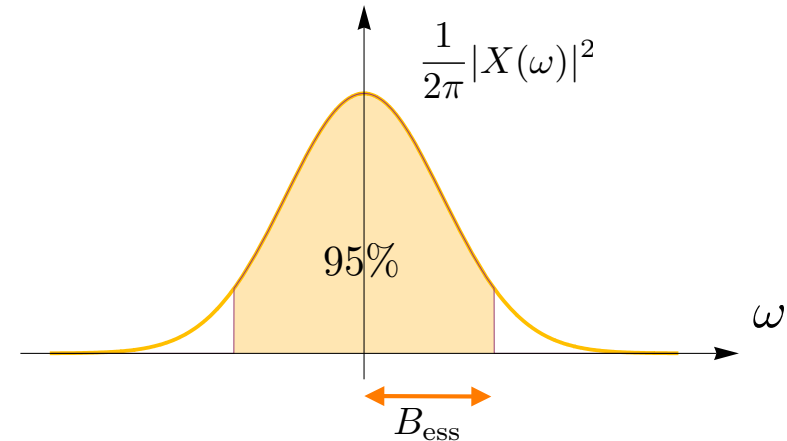
6.2 Modulations d'angle

6.3 Modulations de type impulsionnel

Rappel: Largeur de bande essentielle

■ Relation de Parseval

$$E_{\text{Tot}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$



■ Largeur de bande essentielle

Cas d'un signal réel, passe-bas:

$$B_{\text{ess}} = B \quad \text{t.q.} \quad \frac{1}{2\pi} \int_{-B}^B |X(\omega)|^2 d\omega = \alpha \cdot E_{\text{Tot}}$$

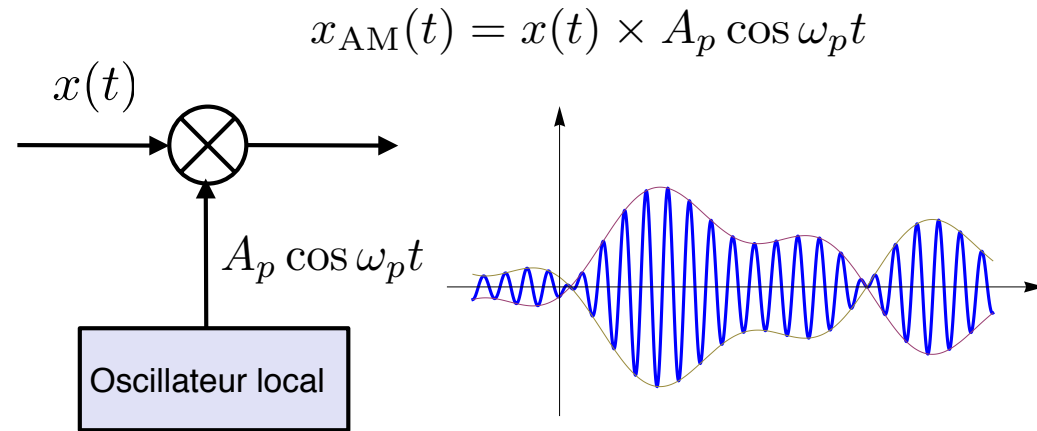
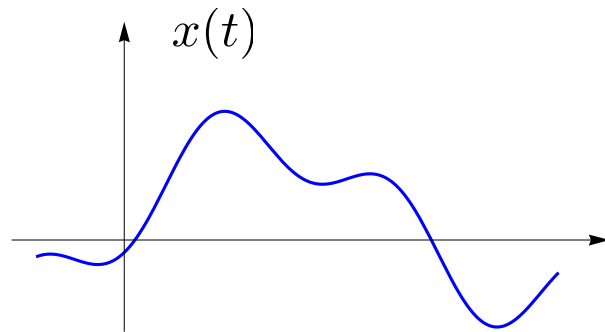
Typiquement: $\alpha = 95\%$

6.1 MODULATION D'AMPLITUDE

- Modulations d'amplitude (AM)
- Modulation d'amplitude avec porteuse
- Modulation d'amplitude avec bande latérale unique
- Multiplexage fréquentiel

Modulation d'amplitude (AM)

Amplitude Modulation (AM)



■ Signal à bande limitée

$x(t)$ tel que $|X(\omega)| = 0, \quad \forall |\omega| > B$

Exemple: signal musical $B = 20$ kHz

■ Porteuse sinusoïdale

$$p(t) = A_p \cos \omega_p t \quad \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \quad \pi A_p (\delta(\omega + \omega_p) + \delta(\omega - \omega_p))$$

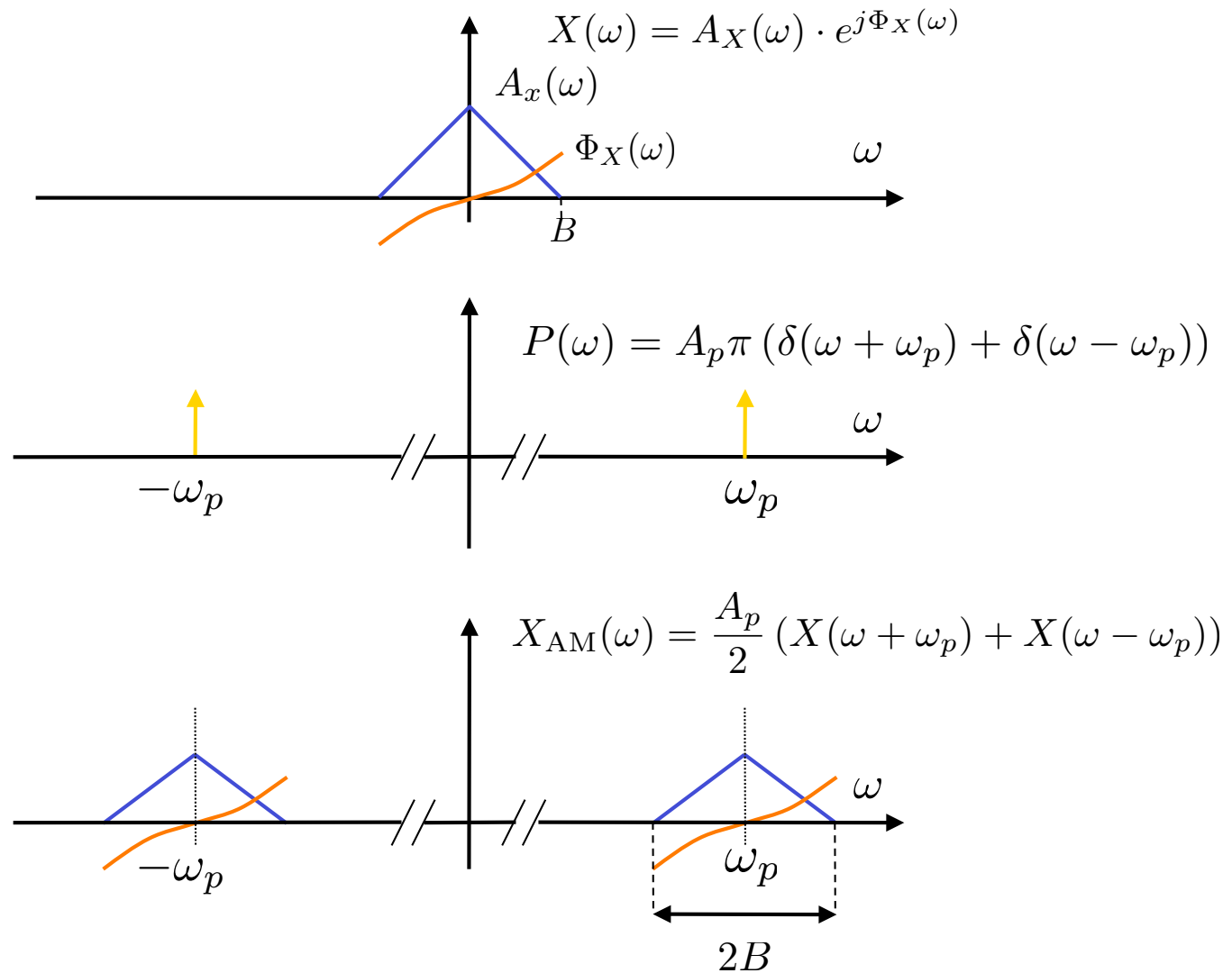
Pulsation de la porteuse: $\omega_p = 2\pi f_p \gg B$ (typ. $f_p = 550 - 1600$ kHz Radio AM)

■ Modulation d'amplitude

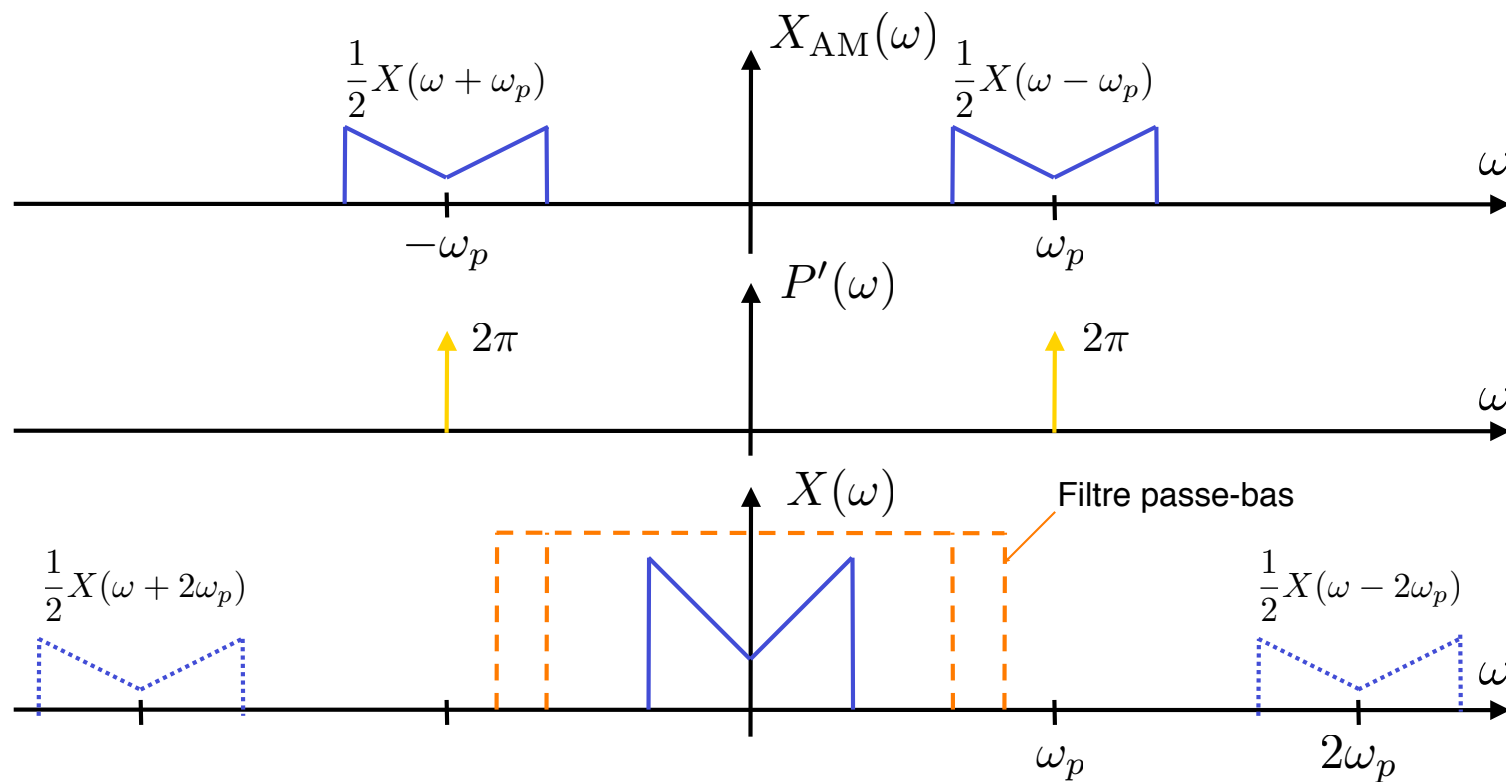
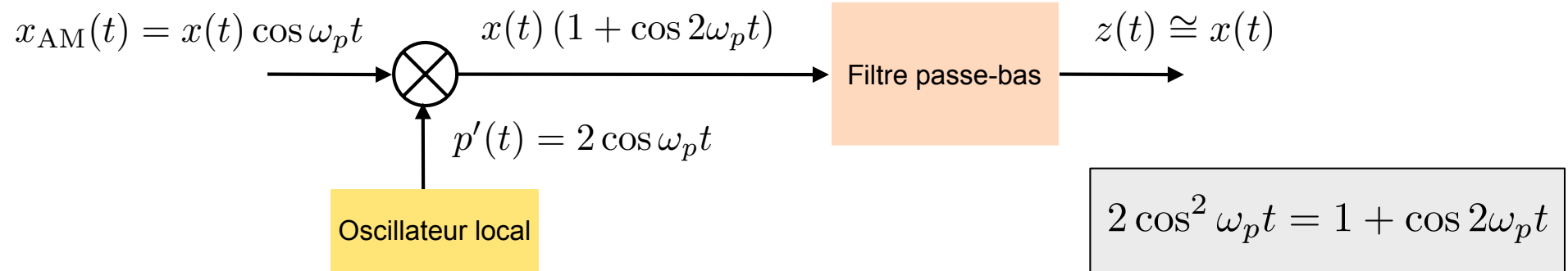
$$x_{AM}(t) = x(t) \cdot p(t) \quad \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \quad \frac{1}{2\pi} (X * P)(\omega) = \frac{A_p}{2} (X(\omega + \omega_p) + X(\omega - \omega_p))$$

Modulation AM: interprétation fréquentielle

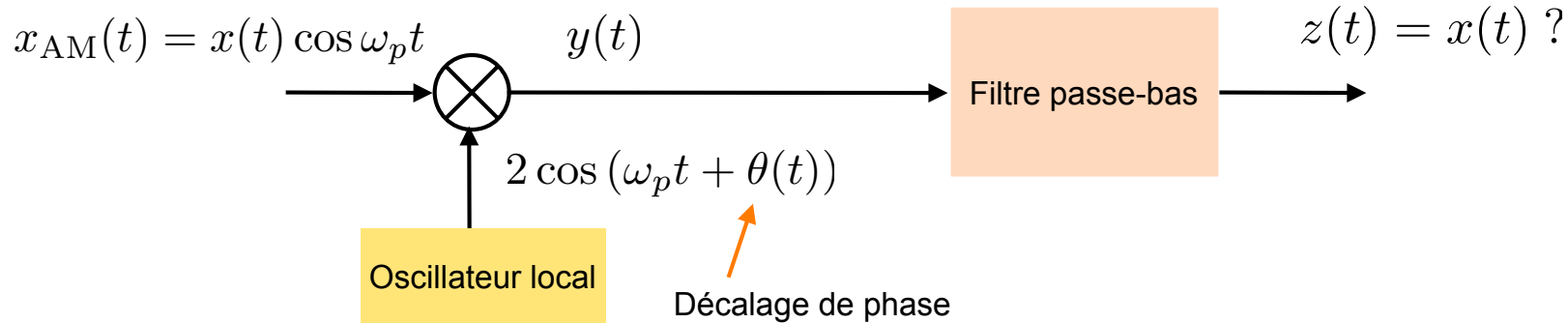
$$x_{\text{AM}}(t) = x(t)A_p \cos \omega_p t = x(t) \cdot p(t) \quad \longleftrightarrow \quad \frac{1}{2\pi} (X * P)(\omega)$$



Démodulation AM synchrone



Démodulation synchrone: limitation

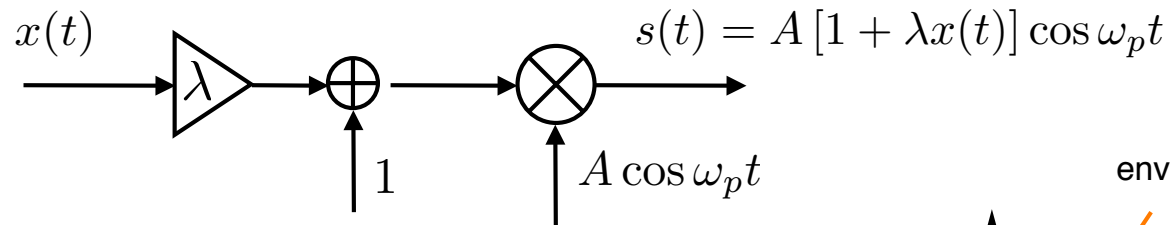


$$2 \cos a \cdot \cos b = \cos(a - b) + \cos(a + b)$$

$$y(t) = \cos(\theta(t)) \cdot x(t) + \cos(2\omega_p t + \theta(t)) \cdot x(t)$$

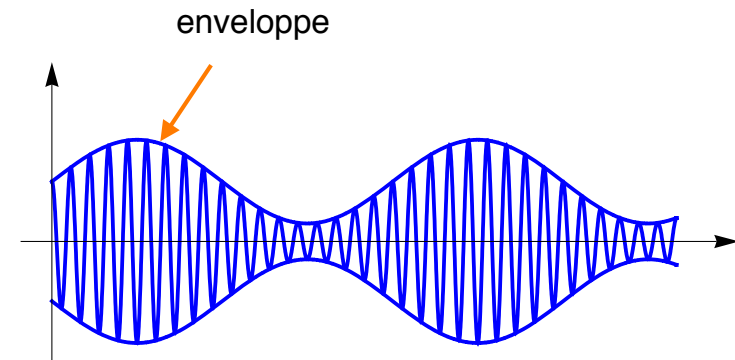
Facteur d'atténuation / battement

Modulation d'amplitude avec porteuse

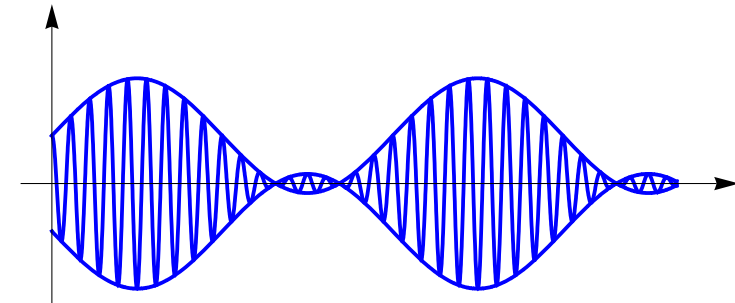


■ Modulation d'un signal auxiliaire positif

$$x(t) \rightarrow [1 + \lambda x(t)] > 0, \quad \forall t \quad \Leftrightarrow \quad |\lambda x(t)| < 1$$



Cas de la surmodulation: $\max_t |\lambda x(t)| > 1$

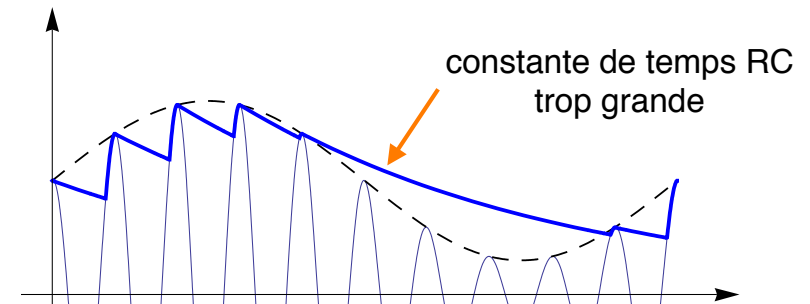
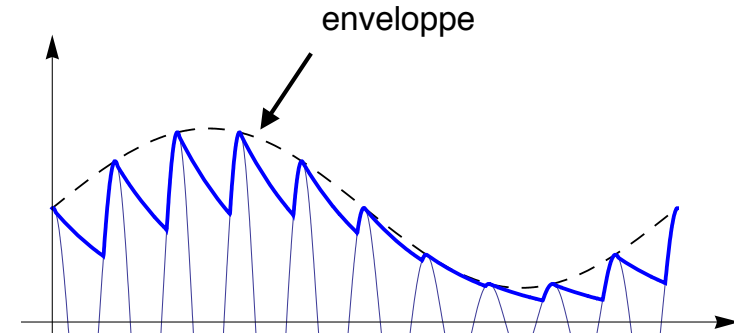
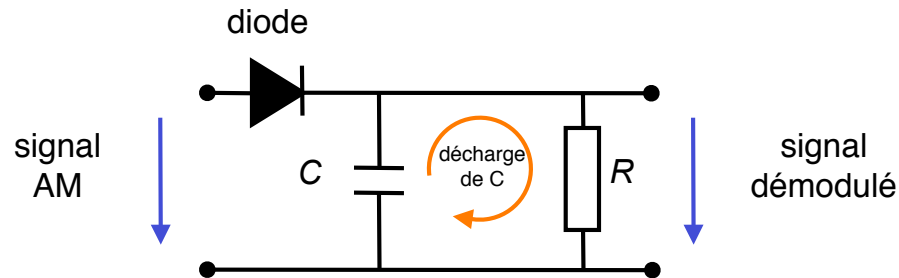


■ Signal modulé

$$s(t) = [1 + \lambda x(t)] A_p \cos \omega_p t$$

$$\longleftrightarrow S(\omega) = \pi A_p (\delta(\omega + \omega_p) + \delta(\omega - \omega_p)) + \frac{\lambda A_p}{2} (X(\omega + \omega_p) + X(\omega - \omega_p))$$

Demodulation AM: détecteur d'enveloppe



■ Démodulation AM : avec ou sans porteuse ?

Radiodiffusion classique : AM avec porteuse

- +simplification du récepteur (grand public)

- émetteur de grande puissance

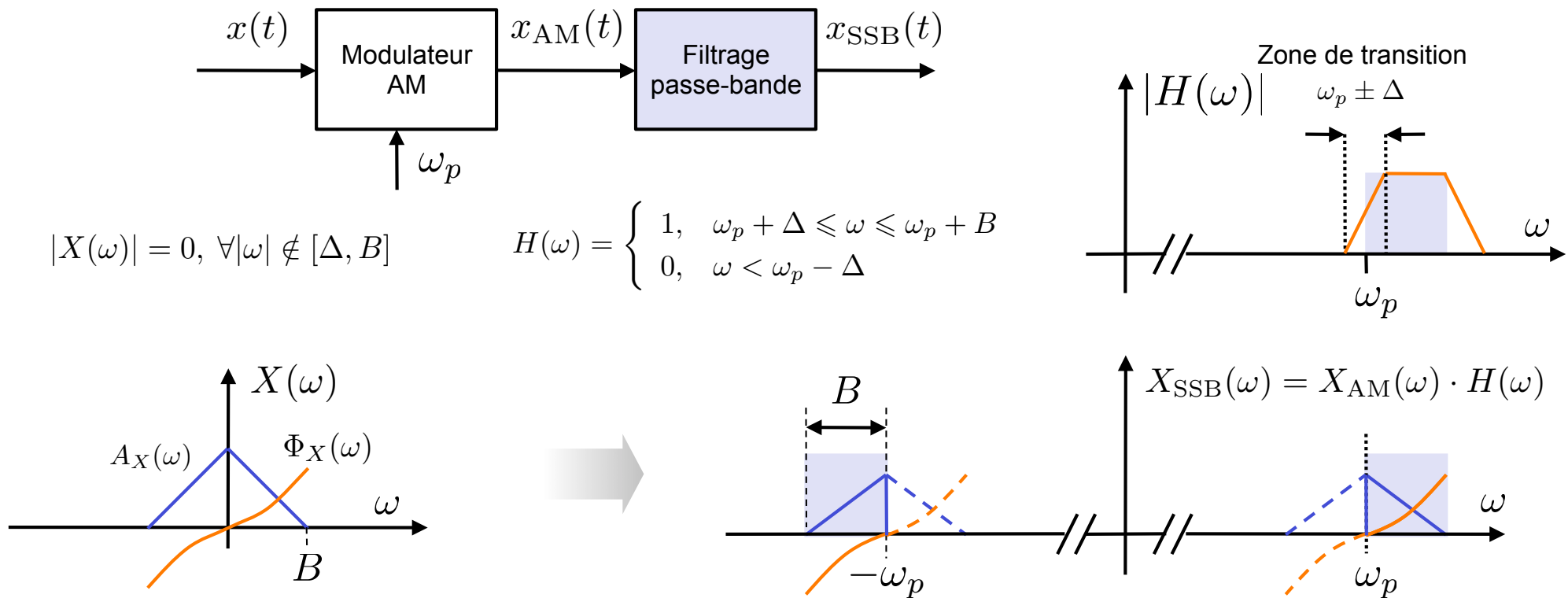
Téléphonie et transmission point-à-points : sans porteuse (BLU)

- +minimisation de la puissance transmise

- récepteur plus complexe

Modulation à bande latérale unique (BLU)

Single Side Band Modulation (SSB)



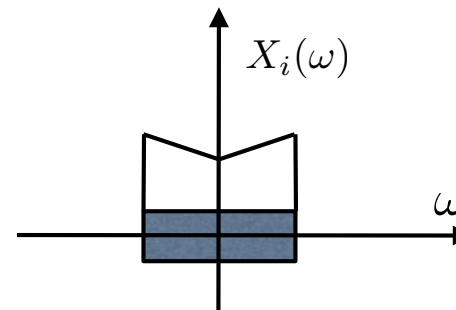
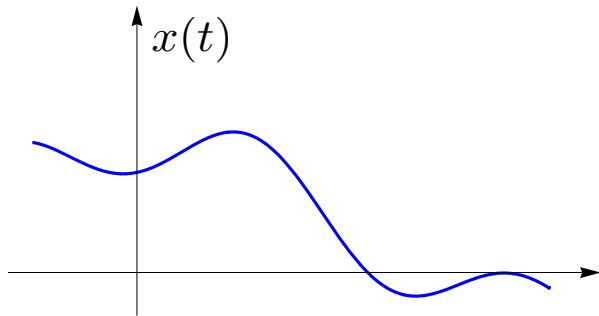
■ Application

- Téléphonie classique avec $B = 4\text{KHz}$ et $\Delta = 100\text{Hz}$

■ Variation sur un thème

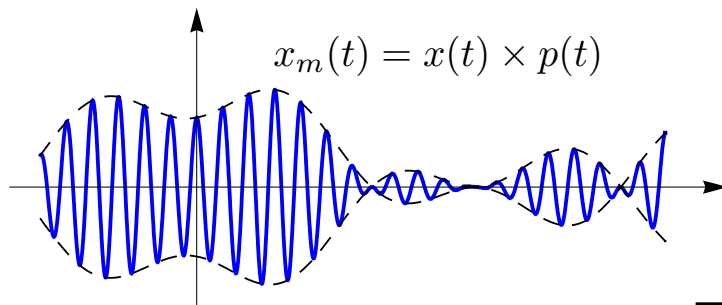
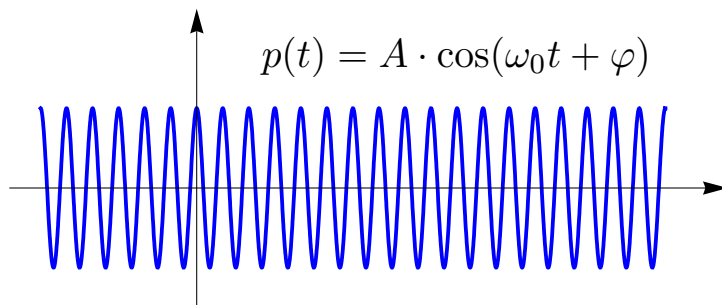
- Bande latérale supérieure
- Bande latérale inférieure
- Bande latérale résiduelle

Multiplexage fréquentiel

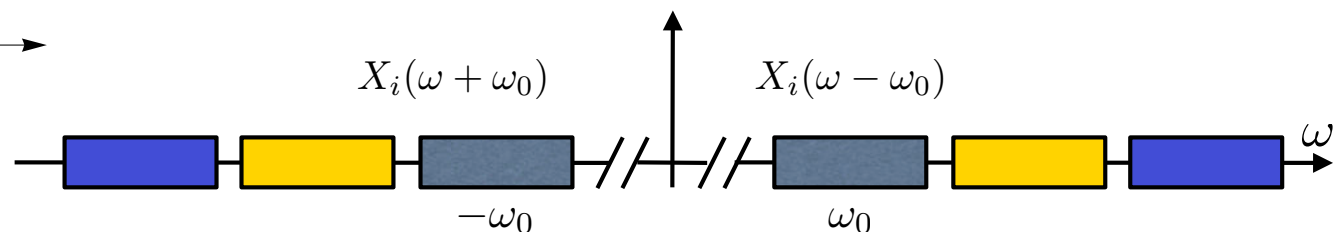


Largeur de bande:

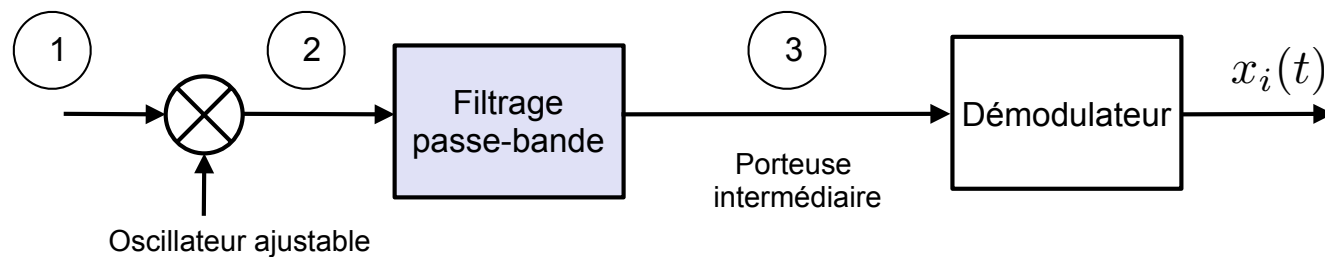
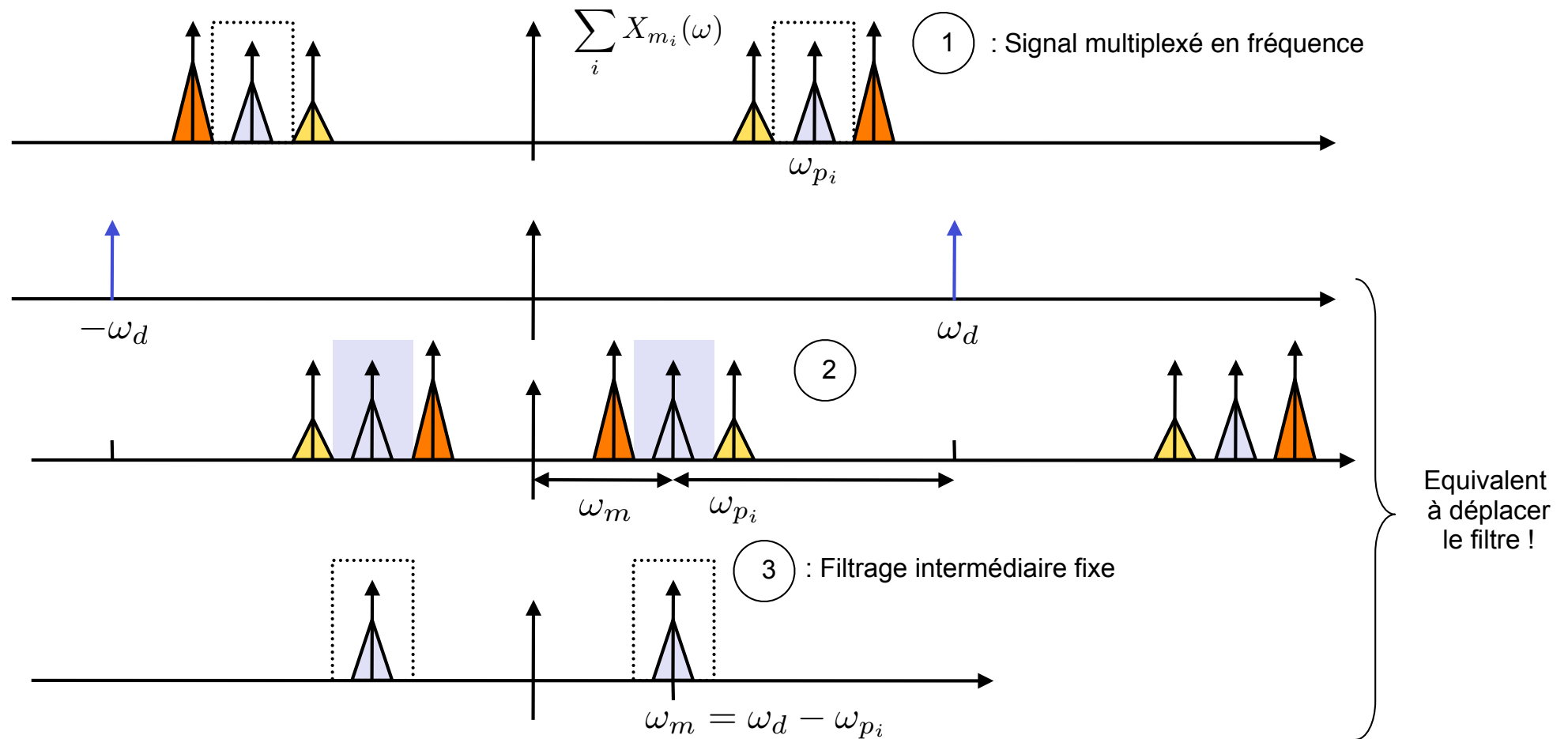
$2B$



Multiplex dans l'espace des fréquences



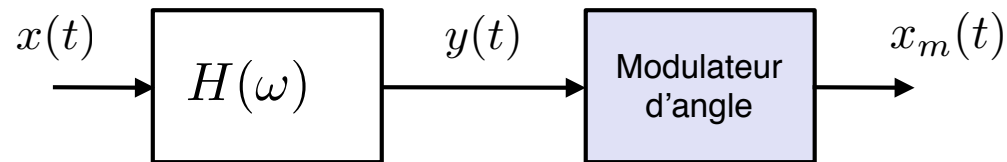
Démodulation hétérodyne



6.2 MODULATIONS D'ANGLE

- Modulations d'angle
- Concept de fréquence instantanée
- Equivalence FM/PM
- Largeur de bande FM
- Modulation d'angle: considérations pratiques

Modulations d'angle



■ Modulation d'angle généralisée

$$x_m(t) = A_p \cos \theta(t) \quad \text{avec} \quad \theta(t) = \omega_p t + \lambda_p y(t) \quad \text{et} \quad y(t) = (h * x)(t)$$

$\theta(t)$: phase instantanée

$\omega_p = 2\pi f_p$: pulsation de la porteuse

λ_p : facteur de sensibilité de phase

$h(t)$: filtre invertible

■ Cas particuliers

■ Modulation de phase («Phase Modulation» PM): $h(t) = \delta(t)$

■ Modulation de fréquence («Frequency Modulation» FM) $h(t) = u(t)$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

■ Broadcast FM (radio FM): modulation FM avec filtre de préaccentuation

Concept de fréquence instantanée

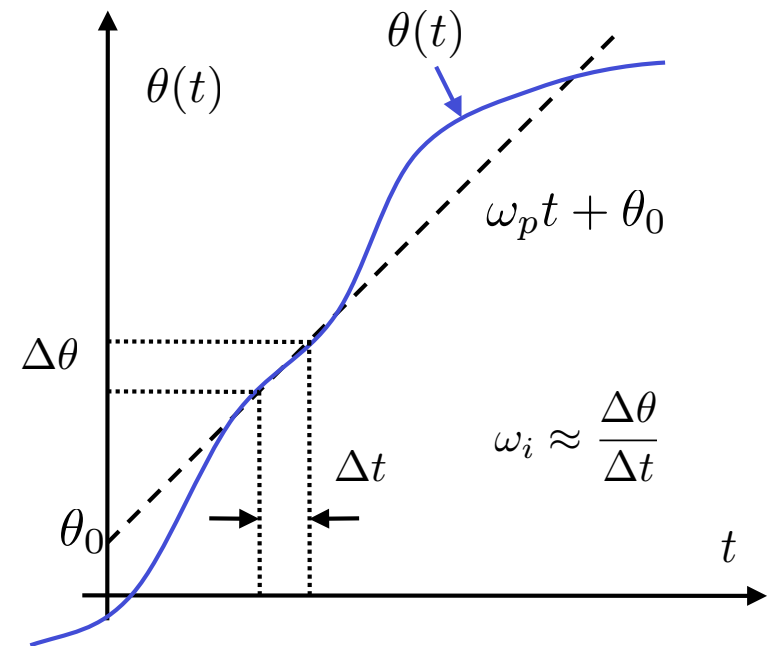
Signal modulé: $x_m(t) = A_p \cos \theta(t)$

Phase instantanée: $\theta(t) = \omega_p t + \lambda_p (h * x)(t)$

■ Fréquence (ou pulsation) instantanée

$$\omega_i(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \dot{\theta}(t)$$

Cas général: $\omega_i(t) = \omega_p + \lambda_p (\dot{h} * x)(t)$



■ Modulation de phase (PM)

$$\theta_{\text{PM}}(t) = \omega_p t + \lambda_p x(t), \quad \omega_i(t) = \omega_p + \lambda_p \dot{x}(t)$$

Excursion maximale de fréquence: $\max_t |\lambda_p \dot{x}(t)| = \lambda_p \dot{x}_{\text{max}} \quad [\text{rad/s}]$

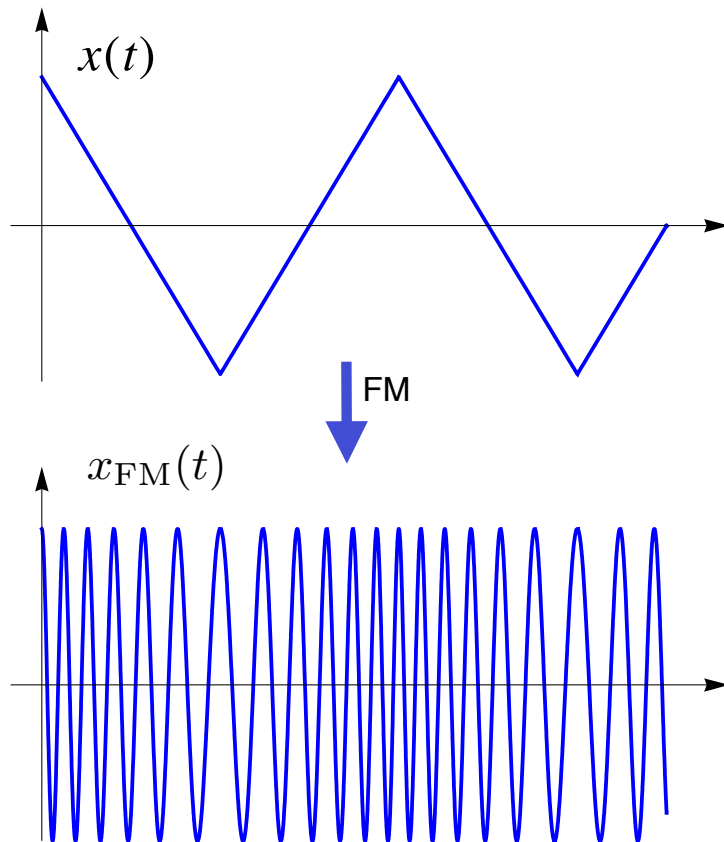
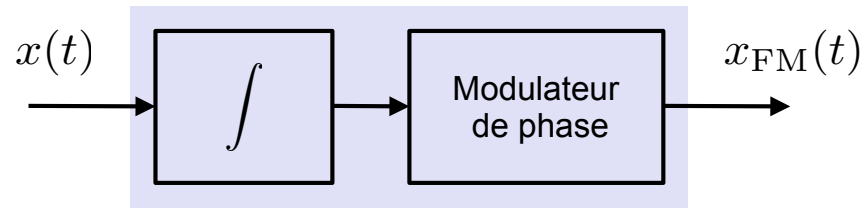
■ Modulation de fréquence (FM)

$$\theta_{\text{FM}}(t) = \omega_p t + \lambda_p \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau, \quad \omega_i(t) = \omega_p + \lambda_p x(t)$$

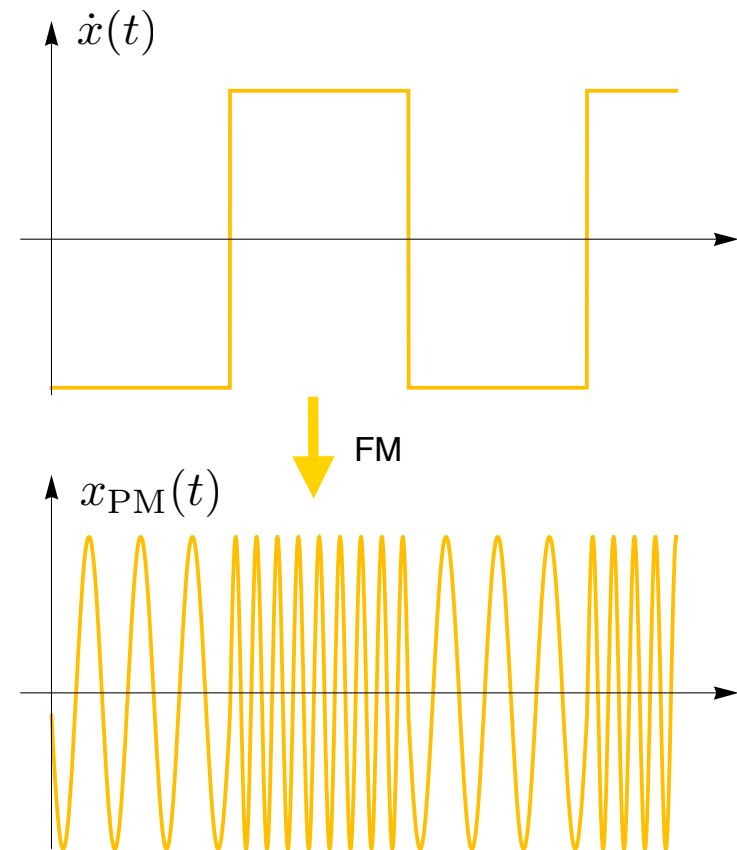
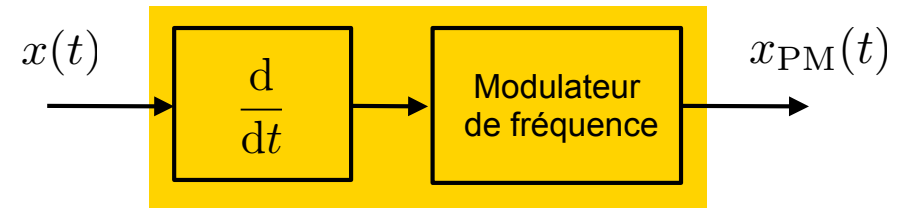
Excursion maximale de fréquence: $\max_t |\lambda_p x(t)| = \lambda_p x_{\text{max}} \quad [\text{rad/s}]$

Equivalence FM / PM

Modulateur de fréquence



Modulateur de phase



Largeur de bande FM

Le calcul du spectre d'un signal FM ou PM est très compliqué. De plus, sa largeur de bande théorique est généralement infinie. Heureusement, il existe une règle simple pour déterminer la *largeur de bande essentielle* centrée autour de ω_p .

Largeur de bande essentielle = excursion fréquentielle totale + $2 \times$ largeur de bande du signal

Largeur de bande FM: $B_{\text{FM}} = 2 \left(\frac{\lambda_p x_{\text{max}}}{2\pi} \right) + B_{\text{AM}}$ en Hz

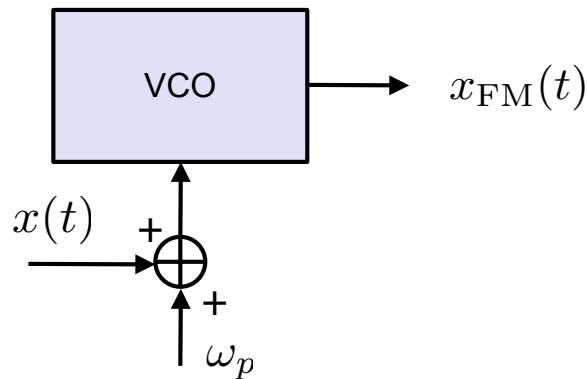
Largeur de bande PM: $B_{\text{PM}} = 2 \left(\frac{\lambda_p \dot{x}_{\text{max}}}{2\pi} \right) + B_{\text{AM}}$ en Hz

Justification: analyse du cas extrême $\lambda_p \rightarrow 0$ (excursion fréquentielle négligeable)

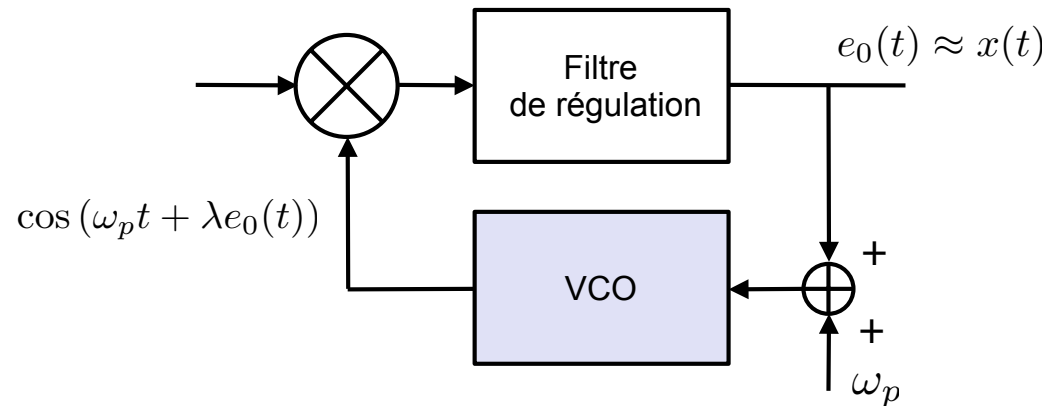
$$\begin{aligned} x_m(t) &= A_p \cos(\omega_p t + \lambda_p y(t)) \\ &= A_p \cos(\omega_p t) \cos(\lambda_p y(t)) - A_p \sin(\omega_p t) \sin(\lambda_p y(t)) \\ &\simeq A_p \cos(\omega_p t) - A_p \lambda_p y(t) \sin(\omega_p t), \quad \lambda_p \rightarrow 0 \quad (\text{similaire au cas AM!}) \\ &\Rightarrow B \approx B_{\text{AM}} \end{aligned}$$

Modulation d'angle: considérations pratiques

Modulateur FM: Voltage Controlled Oscillator



Démodulateur FM: Phase-Locked Loop (PLL)



■ Inconvénients

- Plus grande largeur de bande que AM
- Complexité du modulateur (circuit de puissance)

■ Applications

- Radio FM: $f_p = 87.5 - 108$ MHz, largeur de canal 300 kHz
- Transmission de données numériques: Frequency-Shift Keying, Phase-Shift Keying

■ Avantages

- Meilleure résistance au bruit que AM
- Peu sensible aux distorsions et non-linéarités (écrêtage)
- Compensation facile des variations d'amplitude (fading)
- Peu sensible aux effets d'interférences entre canaux
- Puissance de transmission réduite à qualité égale avec AM

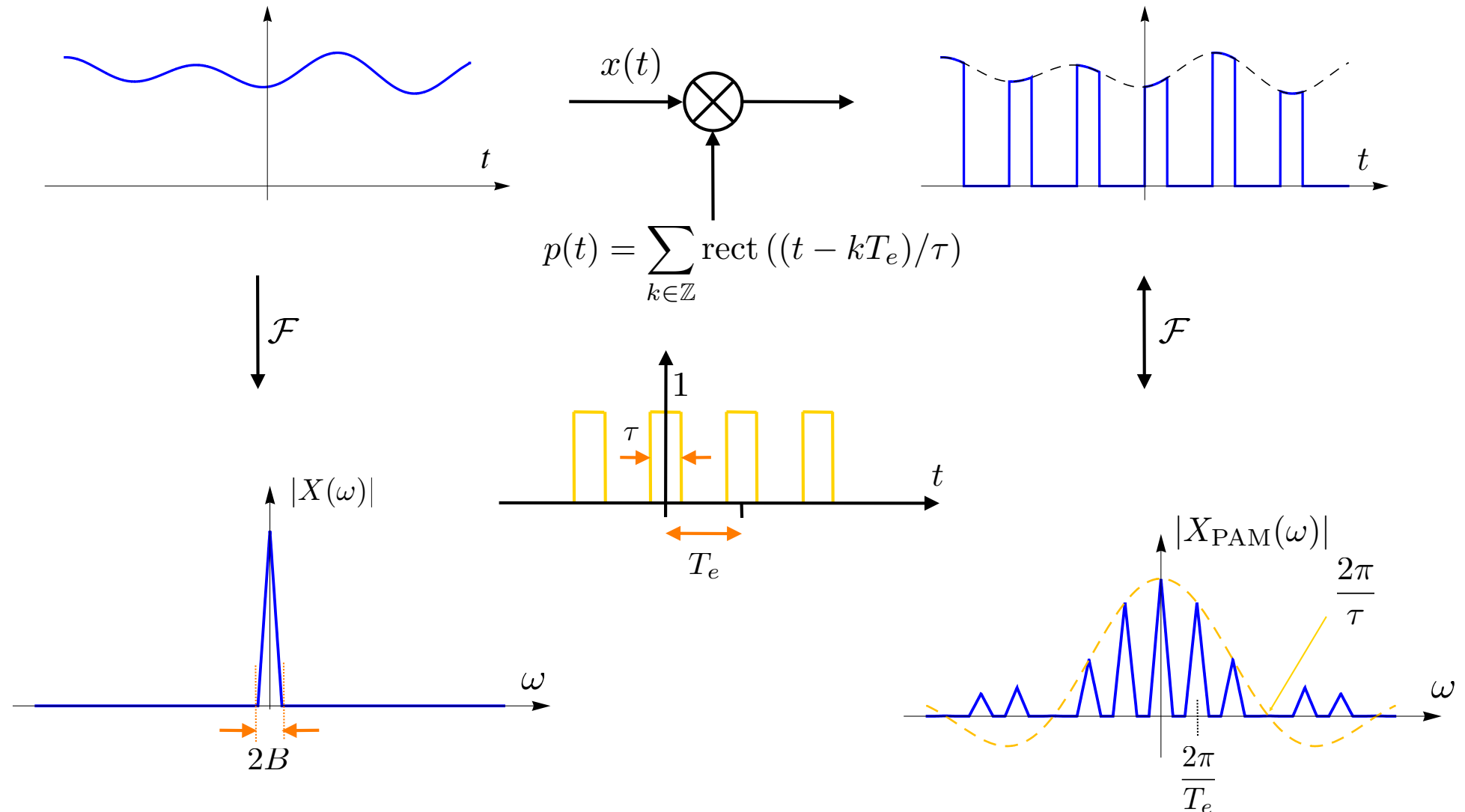
6.3 MODULATIONS DE TYPE IMPULSIONNEL

- Modulation impulsionnelle d'amplitude (PAM)
- SH-PAM: échantillonnage et maintien
- Modulations impulsionnelles: reconstruction
- Multiplexage temporel
- Modulation PCM (pulse-coded modulation)

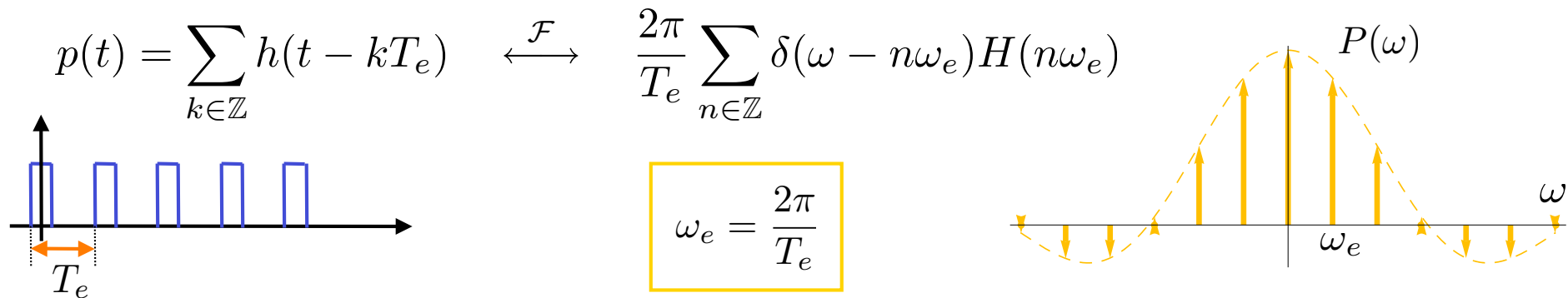
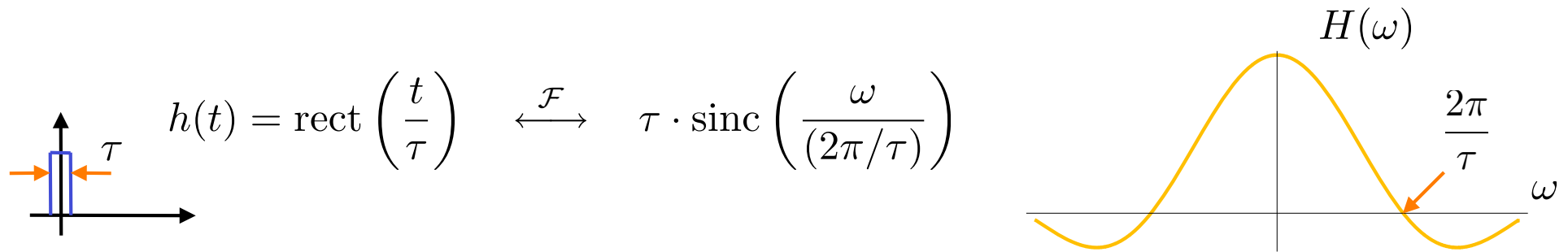
Modulation impulsionnelle d'amplitude (PAM)

Pulse Amplitude Modulation : PAM

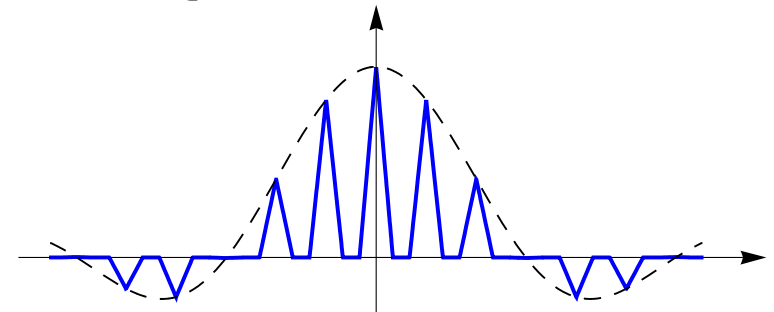
$$x_{\text{PAM}}(t) = x(t) \cdot p(t)$$



Modulation PAM: analyse fréquentielle

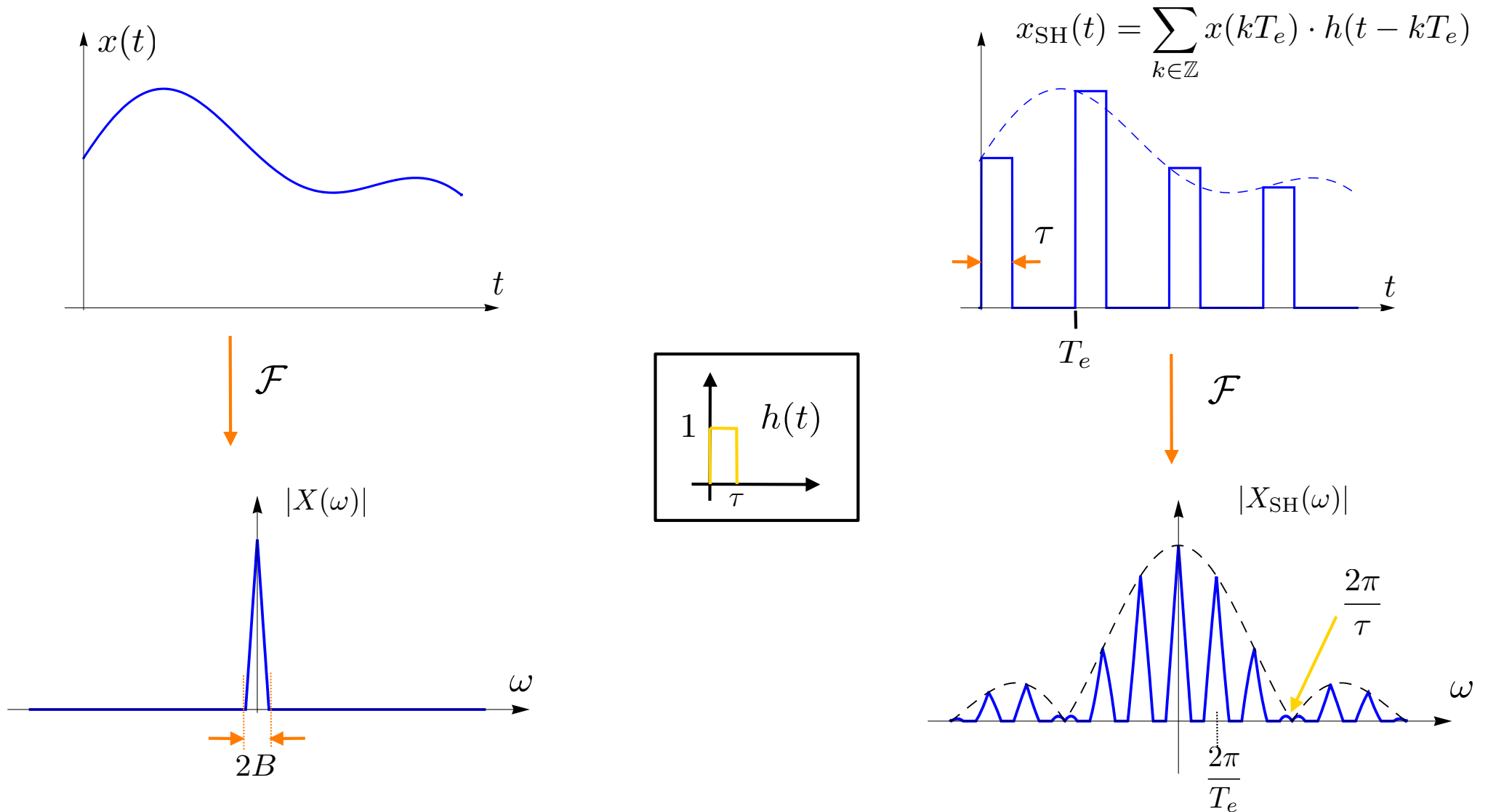


$$x_{\text{PAM}}(t) = p(t) \cdot x(t) \quad \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \quad X_{\text{PAM}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} (P * X)(\omega) = \frac{1}{T_e} \sum_{n \in \mathbb{Z}} H(n\omega_e) X(\omega - n\omega_e)$$

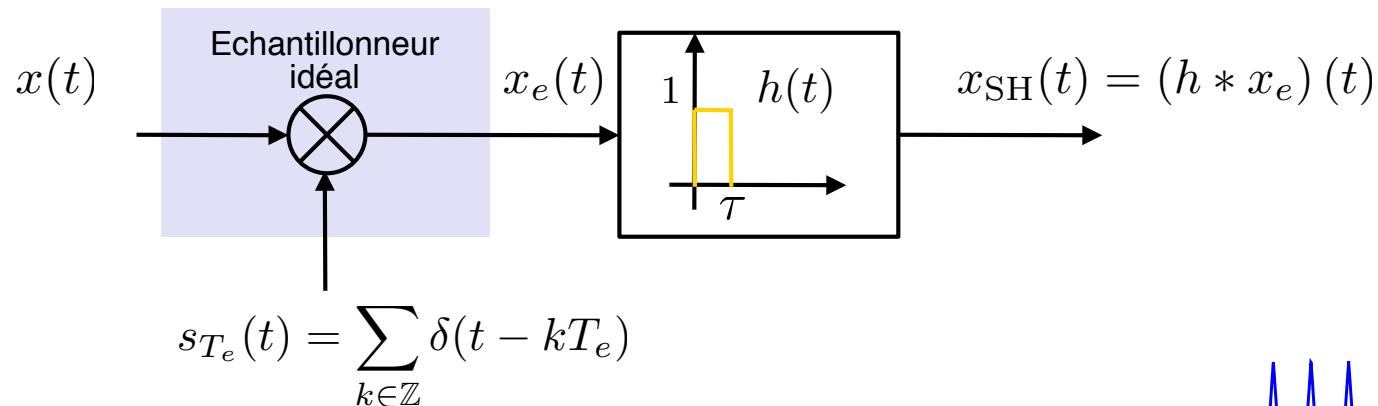


SH-PAM: échantillonnage et maintien

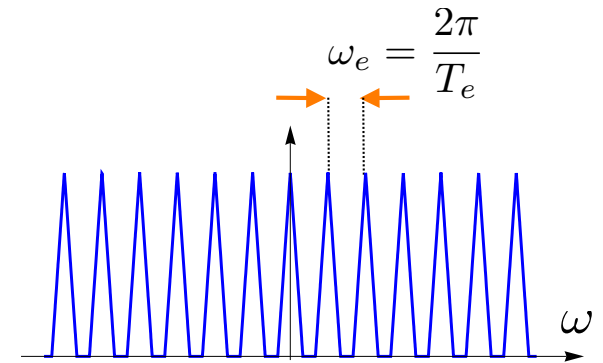
SH-PAM : “Sampled-and-Hold Pulse Amplitude Modulation”



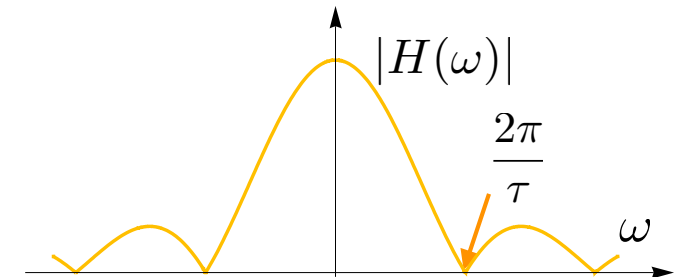
Sample-and-hold : analyse fréquentielle



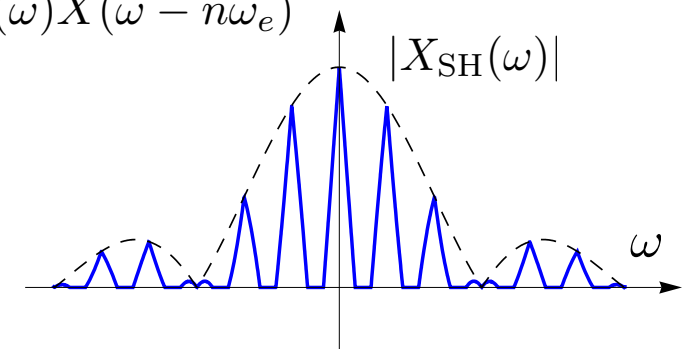
$$x_e(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x(kT_e) \delta(t - kT_e) \quad \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \quad X_e(\omega) = \frac{1}{T_e} \sum_{n \in \mathbb{Z}} X(\omega - n\omega_e)$$



$$h(t) = \text{rect}\left(\frac{t - \tau/2}{\tau}\right) \quad \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \quad \tau \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega}{(2\pi/\tau)}\right) e^{-j\omega\tau/2}$$



$$x_{SH}(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x(kT_e) h(t - kT_e) \quad \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \quad H(\omega) \cdot X_e(\omega) = \frac{1}{T_e} \sum_{n \in \mathbb{Z}} H(\omega) X(\omega - n\omega_e)$$

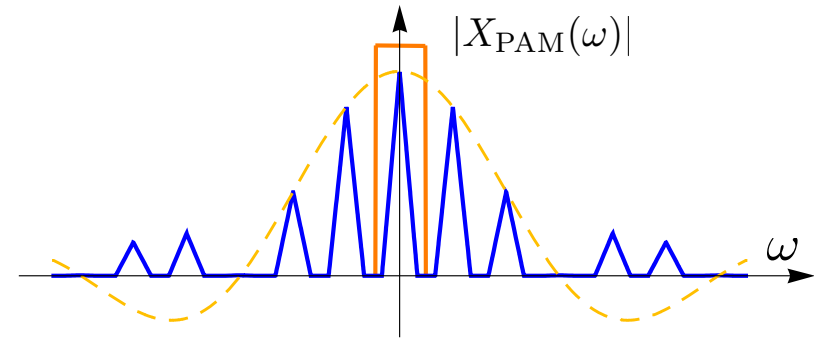
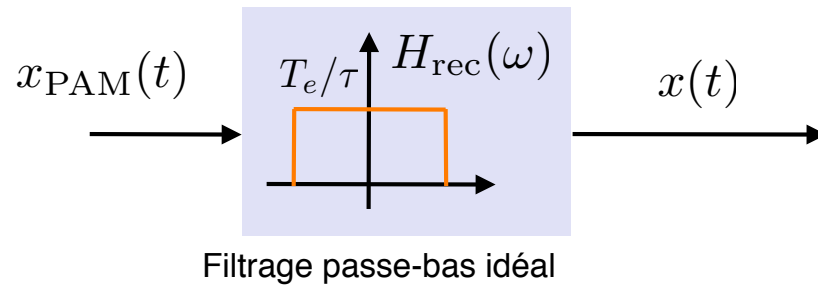


Modulations impulsionnelles: reconstruction

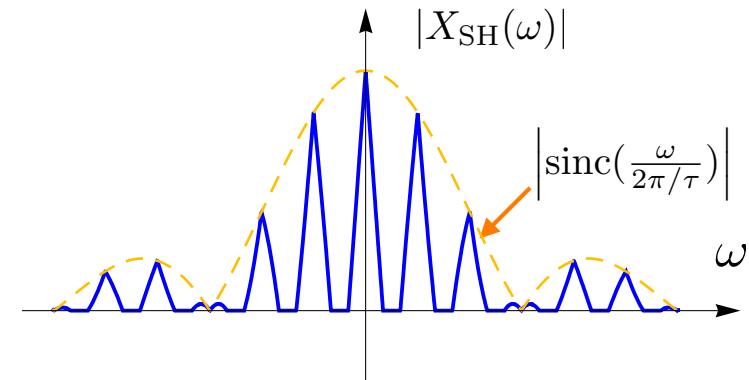
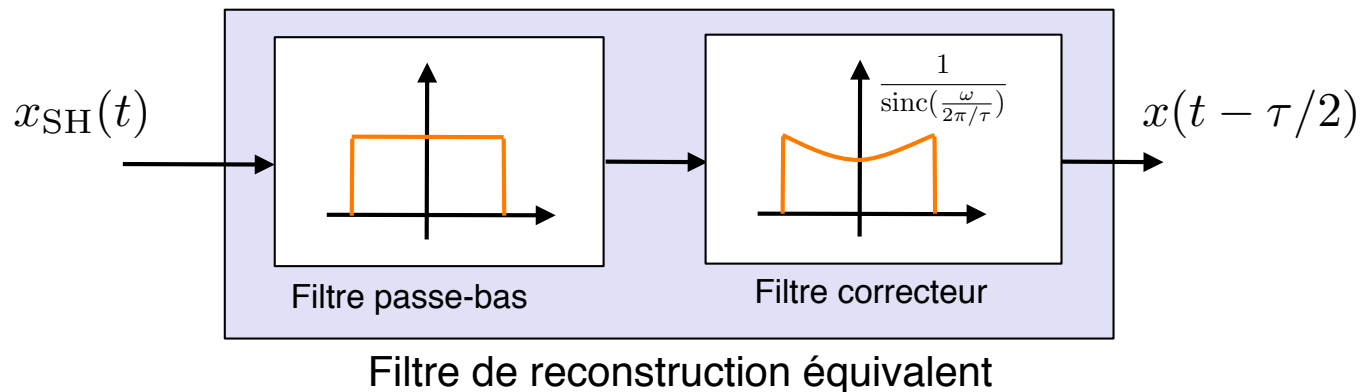
■ Condition de reconstruction

$$\omega_e > 2B \quad (\text{pas de recouvrement spectral})$$

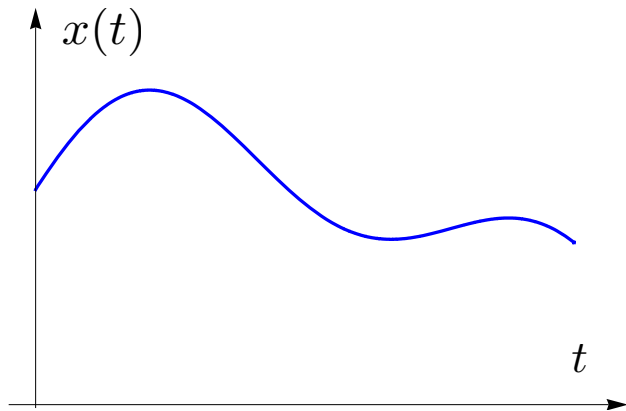
■ Reconstruction pour PAM



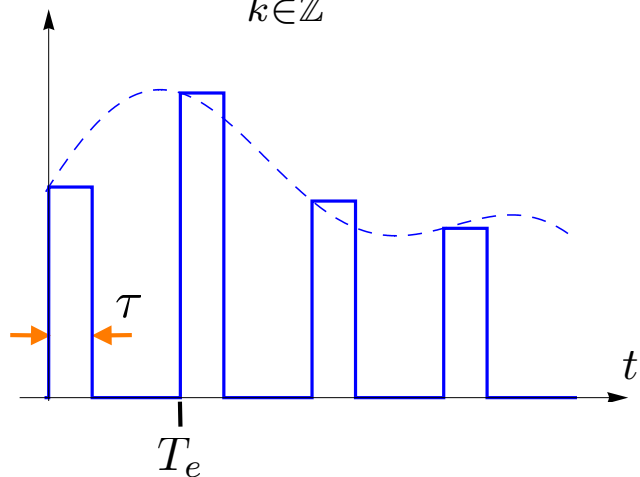
■ Reconstruction pour SH-PAM



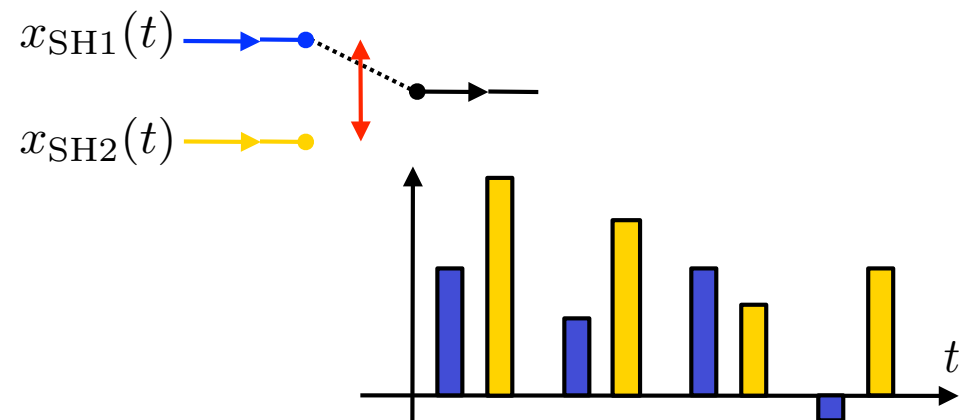
Multiplexage temporel



$$x_{SH}(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x(kT_e) \cdot h(t - kT_e)$$

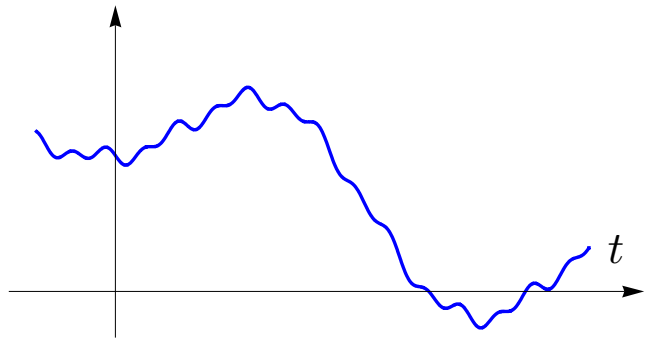


Multiplexage temporel

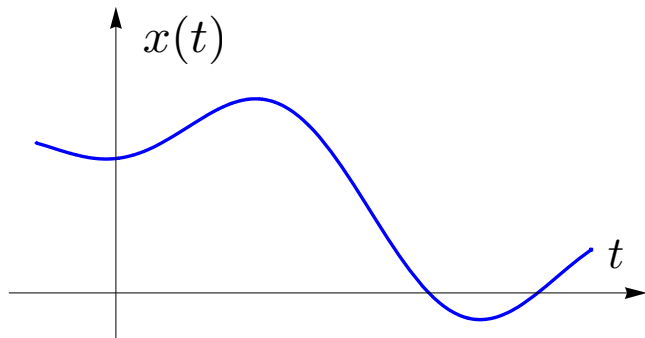


Modulation PCM (pulse-coded modulation)

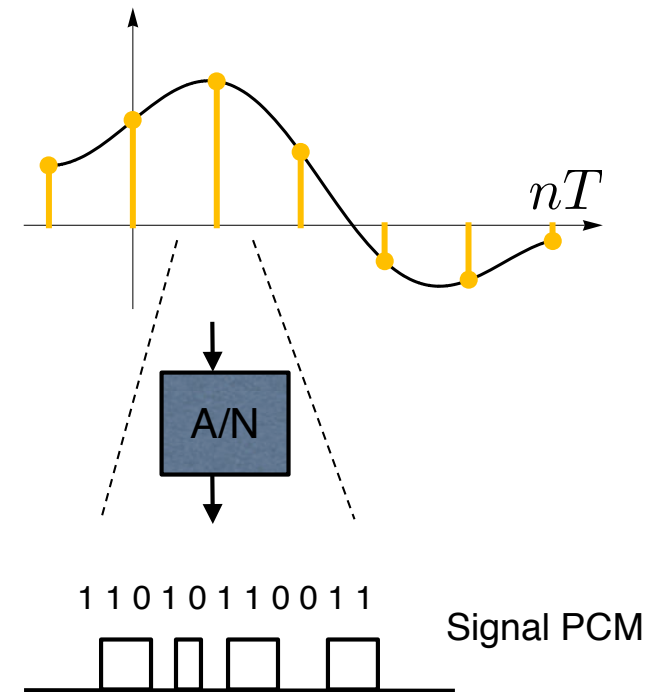
Echantillonnage



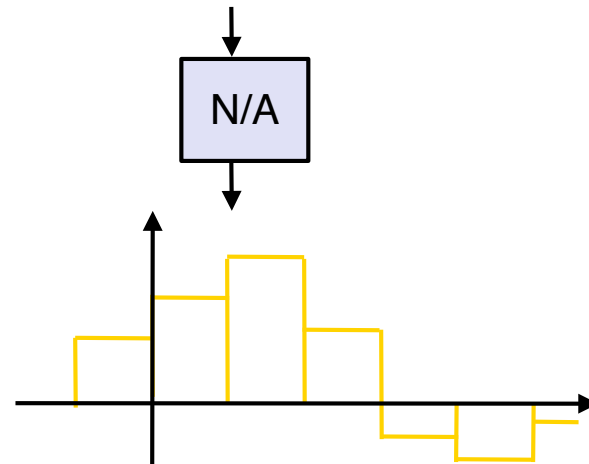
Filtrage passe-bas
(anti-aliasing)



Numérisation



Reconstruction



Interpolation d'ordre zéro
= sample-and-hold avec $\tau = T_e$