Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)
Volume 07, No. 3 (2018), hal 199 – 208.

OPTIMASI RATA-RATA PRODUKSI PADI KALIMANTAN BARAT MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN KUADRATIK METODE WOLFE

Anni Larita, Helmi, Yudhi

INTISARI

Kebutuhan pangan Indonesia yang sebagian besar bertumpu pada komoditas beras menyebabkan perlunya optimasi produksi padi agar kebutuhan pangan penduduk dapat tercukupi. Salah satu metode optimasi yang dapat digunakan adalah Pemrograman Kuadratik metode Wolfe. Proses optimasi menggunakan Pemrograman Kuadratik metode Wolfe meliputi pembentukan model Pemrograman Kuadratik terdiri dari fungsi tujuan dan kendala dan membentuk fungsi tujuan baru yang linear dan kendala baru berupa syarat *Karush Kuhn Tucker* (KKT). Fungsi tujuan baru yang linear diminimumkan menggunakan *Phase* I pada metode Simpleks *Two-Phase* dan solusi yang diperoleh dari meminimumkan fungsi tujuan linear disubstitusikan ke fungsi tujuan awal sehingga diperoleh solusi optimal untuk permasalahan sebenarnya. Pada penelitian ini dibahas mengenai model Pemrograman Kuadratik, langkah-langkah, dan hasil optimasi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat menggunakan Pemrograman Kuadratik metode Wolfe dengan 14 variabel keputusan berupa luas panen dan 14 kendala berupa luas panen yang tidak melebihi luas tanam maksimal dari 12 kabupaten dan dua kota di Kalimantan Barat. Rata-rata produksi padi Kalimantan Barat optimal yang diperoleh dalam penelitian ini adalah 323,8276658 kw/Ha.

Kata Kunci : *optimasi, Pemrograman Kuadratik, metode Wolfe*

PENDAHULUAN

Jumlah penduduk Indonesia dari tahun ke tahun mengalami peningkatan yang relatif tinggi. Salah satu dampak dari peningkatan jumlah penduduk Indonesia adalah peningkatan permintaan terhadap kebutuhan pangan yang sebagian besar bertumpu pada komoditas padi. Oleh karena itu, optimasi produksi padi diperlukan agar kebutuhan pangan penduduk dapat tercukupi. Menurut Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Kalimantan Barat, rata-rata produksi padi Kalimantan Barat mengalami kecenderungan menurun selama kurun waktu lima tahun (2010-2015). Salah satu faktor penentu jumlah rata-rata produksi padi adalah luasan padi yang dipungut hasilnya setelah padi cukup umur atau yang disebut luas panen dan luas panen padi dibatasi oleh luas tanam padi yaitu luas penanaman padi secara keseluruhan [1].

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membentuk model Pemrograman Kuadratik dan mengetahui langkah-langkah dan hasil optimasi rata-rata produksi Kalimantan Barat menggunakan Pemrograman Kuadratik metode Wolfe. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari BPS Provinsi Kalimantan Barat berupa luas panen, luas tanam, dan rata-rata produksi padi pada 12 kabupaten dan dua kota di Kalimantan Barat dari tahun 2009 sampai dengan tahun 2015. Rata-rata produksi padi Kalimantan Barat dioptimasi dengan batasan berupa luas panen tidak lebih luas dari luas tanam maksimum di masing-masing kabupaten/kota.

Pemrograman Kuadratik merupakan pendekatan penyelesaian permasalahan optimasi nonlinear dengan fungsi tujuannya berupa fungsi kuadrat dan kendalanya berupa fungsi linear [2]. Salah satu metode penyelesaian Pemrograman Kuadratik adalah metode Wolfe yang dikenalkan oleh Philip Wolfe pada tahun 1959. Metode Wolfe merupakan modifikasi dari metode Simpleks *Two-Phase* pada Pemrograman Linear [3].

Optimasi pada kasus maksimalisasi menggunakan Pemrograman Kuadratik metode Wolfe diawali dengan membentuk model Pemrograman Kuadratik yang terdiri dari fungsi tujuan yang konkaf dan kendala yang linear. Setelah model Pemrograman Kuadratik terbentuk, model tersebut diubah ke dalam bentuk baku dengan menambahkan variabel *slack* dan variabel *surplus*. Kemudian membentuk syarat KKT dengan terlebih dahulu membentuk fungsi Lagrangean L dan mencari syarat perlu untuk stasionaritas L. Selanjutnya, menambahkan variabel buatan pada syarat KKT yang tidak memiliki variabel basis dan membentuk fungsi tujuan baru yang linear berupa jumlahan dari variabel buatan. Langkah terakhir adalah meminimumkan fungsi tujuan baru berdasarkan kendala syarat KKT menggunakan *Phase* I pada simpleks metode *Two-Phase*. Solusi optimal yang diperoleh disubstitusikan ke permasalahan sebenarnya sehingga diperoleh solusi optimal bagi permasalahan sebenarnya.

PEMROGRAMAN KUADRATIK

Pemrograman Kuadratik merupakan suatu pendekatan penyelesaian pemrograman nonlinear dengan fungsi tujuannya berupa fungsi kuadrat dan kendalanya berupa fungsi linear [2]. Bentuk umum dari permasalahan Pemrograman Kuadratik adalah meminimumkan atau memaksimumkan fungsi tujuan

$$f(X) = C^T X + \frac{1}{2} X^T D X \tag{1}$$

berdasarkan kendala

$$\begin{aligned} AX &\leq B \\ X &\geq 0 \end{aligned} \tag{2}$$

dengan

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{bmatrix}, \ d_{ij} = d_{ji}, i, j = 1,2, \dots n.$$

Bentuk kuadratik ditunjukkan pada fungsi $\frac{1}{2} X^T D X$. Matriks D diasumsikan sebagai matriks definit negatif pada kasus maksimalisasi dan matriks definit positif pada kasus minimalisasi. Dengan kata lain $f(X)$ merupakan fungsi konkaf pada kasus maksimalisasi dan fungsi konveks pada kasus minimalisasi dengan kendala linear sehingga ruang solusinya konveks. Hal ini menjamin solusi yang diperoleh akan menjadi solusi global [4].

SYARAT *KARUSH KUHN TUCKER* (KKT)

Permasalahan Pemrograman Kuadratik dapat diselesaikan menggunakan pendekatan pada metode Lagrangean. Permasalahan Pemrograman Kuadratik terlebih dahulu diubah ke dalam bentuk baku dengan menambahkan variabel *slack* $S = [s_1^2, s_2^2, \dots, s_m^2]$ dan variabel *surplus* $T = [t_1^2, t_2^2, \dots, t_n^2]$ sehingga Persamaan (1) dan Pertidaksamaan (2) dapat dinyatakan sebagai berikut:

meminimumkan atau memaksimumkan fungsi tujuan

$$f(X) = C^T X + \frac{1}{2} X^T D X$$

berdasarkan kendala

$$A_i^T X + s_i^2 = b_i, \quad i = 1,2, \dots, m$$
$$x_j - t_j^2 = 0, \quad j = 1,2, \dots, n$$

dengan

$$A_i = \begin{bmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \\ \vdots \\ a_{in} \end{bmatrix}.$$

Fungsi *Lagrangean* yang terbentuk adalah

$$L(X, S, T, \lambda, \theta) = C^T X + \frac{1}{2} X^T D X - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left(A_i^T X + s_i^2 - b_i \right) - \sum_{j=1}^{n} \theta_j \left(x_j - t_j^2 \right)$$

dengan Lagrange *multipliers* $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]$ dan $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$.
Syarat perlu untuk stasionaritas L adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = c_j + \sum_{i=1}^{n} d_{ij} x_i - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i a_{ij} - \theta_j = 0, \quad j = 1,2, \dots, n$$

$$\frac{\partial L}{\partial s_i} = -2\lambda_i s_i = 2\lambda_i s_i = 0, \quad i = 1,2, \dots, m \tag{3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_j} = 2\theta_j t_j = 0, \quad j = 1,2, \dots, n \tag{4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = -\left(A_i^T X + s_i^2 - b_i \right) = A_i^T X + s_i^2 - b_i = 0, \quad i = 1,2, \dots, m \tag{5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_j} = -x_j + t_j^2 = 0, \quad j = 1,2, \dots, n. \tag{6}$$

Misal didefinisikan Y_i dengan

$$Y_i = s_i^2 \geq 0, i = 1,2, \dots, m.$$

Persamaan (5) dapat dinyatakan dengan

$$A_i^T X - b_i = -s_i^2 = -Y_i, \quad i = 1,2, \dots, m.$$

Kalikan Persamaan (3) dengan s_i dan Persamaan (4) dengan t_j sehingga diperoleh

$$\lambda_i s_i^2 = \lambda_i Y_i = 0, \quad i = 1,2, \dots, m$$
$$\theta_j t_j^2 = 0, \quad j = 1,2, \dots, n. \tag{7}$$

Dari Persamaan (6) dan Persamaan (7) diperoleh

$$\theta_j x_j = 0, \quad j = 1,2, \dots, n.$$

Jadi, dapat disimpulkan syarat KKT bagi permasalahan Pemrograman Kuadratik pada kasus maksimalisasi adalah

$$c_j - \theta_j + \sum_{i=1}^{n} x_i d_{ij} - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i a_{ij} = 0, \quad j = 1,2, \dots, n \tag{8}$$
$$A_i^T X - b_i = -Y_i, \quad i = 1,2, \dots, m$$
$$x_j \geq 0, \quad j = 1,2, \dots, n$$
$$Y_i \geq 0, \quad i = 1,2, \dots, m$$
$$\lambda_i \geq 0, \quad i = 1,2, \dots, n$$
$$\theta_j \geq 0, \quad j = 1,2, \dots, n$$
$$\lambda_i Y_i = 0, \quad i = 1,2, \dots m$$

$$\theta_j x_j = 0, \quad j = 1,2,\dots,n$$

sedangkan pada kasus minimalisasi syarat KKT sama dengan pada kasus maksimalisasi, hanya saja λ_i bernilai nonnegatif. Solusi dari permasalahan Pemrograman Kuadratik dapat diperoleh dengan mencari solusi nonnegatif yang memenuhi syarat KKT.

PENYELESAIAN PEMROGRAMAN KUADRATIK METODE WOLFE

Penyelesaian permasalahan Pemrograman Kuadratik menggunakan metode Wolfe adalah dengan membentuk fungsi tujuan baru yang linear dan meminimumkan fungsi tujuan tersebut berdasarkan syarat KKT dengan *Phase* I pada metode simpleks *Two-Phase* [3]. Langkah pertama dari penyelesaian dengan metode Wolfe adalah menambahkan n variabel buatan R_j pada syarat KKT yang tidak memiliki variabel basis sehingga Persamaan (8) menjadi

$$c_j - \theta_j + \sum_{i=1}^{n} x_i d_{ij} - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i a_{ij} + R_j = 0, \quad j = 1,2,\dots,n.$$

Kemudian bentuk fungsi tujuan baru yang linear berupa jumlahan dari variabel buatan R_j sebagai berikut:

$$r = \sum_{j=1}^{n} R_j. \tag{9}$$

Selanjutnya, Persamaan (9) diminimumkan berdasarkan kendala syarat KKT. Permasalahan minimalisasi r diselesaikan dengan *Phase* I pada metode Simpleks *Two-Phase*. Langkah terakhir adalah mensubstitusikan solusi optimal yang diperoleh dari meminimumkan r pada permasalahan sebenarnya sehingga diperoleh solusi optimal bagi permasalahan sebenarnya.

OPTIMASI RATA-RATA PRODUKSI PADI KALIMANTAN BARAT

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari BPS Provinsi Kalimantan Barat berupa luas panen, luas tanam, dan rata-rata produksi padi pada 12 kabupaten dan dua kota di Kalimantan Barat dari tahun 2009 sampai dengan tahun 2015. Proses optimasi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat diawali dengan membentuk model Pemrograman Kuadratik bagi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat berdasarkan data yang diperoleh. Model Pemrograman Kuadratik yang dibentuk adalah memaksimumkan fungsi tujuan dengan 14 variabel keputusan berupa luas panen masing-masing kabupaten/kota berdasarkan 14 kendala berupa luas panen yang tidak melebihi luas tanam maksimum dari masing-masing kabupaten/kota. Fungsi tujuan dari Pemrograman Kuadratik pada kasus maksimalisasi merupakan fungsi kuadrat yang konkaf [5].

Terlebih dahulu didefinisikan

$f(x_i)$: rata-rata produksi padi dengan $x_i, i = 1,2,\dots,14$

x_1 : luas panen dari Kabupaten Sambas (Ha)

x_2 : luas panen dari Kabupaten Bengkayang (Ha)

x_3 : luas panen dari Kabupaten Mempawah (Ha)

x_4 : luas panen dari Kabupaten Sanggau (Ha)

x_5 : luas panen dari Kabupaten Ketapang (Ha)

x_6 : luas panen dari Kabupaten Sintang (Ha)

x_7 : luas panen dari Kabupaten Kapuas Hulu (Ha)

x_8 : luas panen dari Kabupaten Sekadau (Ha)

x_9 : luas panen dari Kabupaten Melawi (Ha)

x_{10} : luas panen dari Kota Pontianak (Ha)

x_{11} : luas panen dari Kota Singkawang (Ha)

x_{12} : luas panen dari Kabupaten Landak (Ha)
x_{13} : luas panen dari Kabupaten Kayong Utara (Ha)
x_{14} : luas panen dari Kabupaten Kubu Raya (Ha).

Fungsi kuadrat bagi rata-rata produksi padi masing-masing kabupaten/kota yang dibentuk dengan metode *Nonlinear Least Squares* (NLS) sebagai berikut:

$f(x_1) = -0{,}00003x_1^2 + 5{,}323948x_1 - 202940{,}2$
$f(x_2) = -0{,}0000259x_2^2 + 2{,}180417x_2 - 12619{,}31$
$f(x_3) = -0{,}000172x_3^2 + 6{,}934816x_3 - 34543{,}06$
$f(x_4) = -0{,}0000226x_4^2 + 1{,}94594x_4 - 12792{,}1$
$f(x_5) = -0{,}0000968x_5^2 + 4{,}929946x_5 - 32174{,}84$
$f(x_6) = -0{,}0000999x_6^2 + 6{,}528705x_6 - 79015{,}87$
$f(x_7) = -0{,}0000847x_7^2 + 3{,}807242x_7 - 18141{,}8$
$f(x_8) = -0{,}000628x_8^2 + 15{,}44573x_8 - 70755{,}63$
$f(x_9) = -0{,}0000158x_9^2 + 0{,}434687x_9 + 19291{,}15$
$f(x_{10}) = -0{,}18668x_{10}^2 + 125{,}9046x_{10} + 9414{,}834$
$f(x_{11}) = -0{,}00021x_{11}^2 + 2{,}908215x_{11} + 22748{,}94$
$f(x_{12}) = 0{,}0000001x_{12}^2 - 0{,}104039x_{12} + 38345{,}05$
$f(x_{13}) = 0{,}000248x_{13}^2 - 9{,}309945x_{13} + 117216{,}2$
$f(x_{14}) = 0{,}0000139x_{14}^2 - 1{,}593291x_{14} + 79667{,}34.$

Fungsi $f(x_1)$ sampai dengan $f(x_{11})$ merupakan fungsi konkaf karena memiliki matriks Hessian berupa matriks definit negatif, sedangkan fungsi $f(x_{12})$ sampai dengan $f(x_{14})$ merupakan fungsi konveks [5]. Karena pada kasus maksimalisasi fungsi tujuan harus berupa fungsi konkaf agar solusi yang diperoleh merupakan solusi global maka fungsi yang tidak konkaf perlu dieliminasi dari permasalahan. Jadi model Pemrograman Kuadratik yang terbentuk adalah memaksimumkan fungsi tujuan

$$z = \sum_{i=1}^{11} f(x_i) = f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_{11})$$
$$= [5{,}323948 \quad 2{,}180417 \quad \ldots \quad 2{,}908215]\,X + \frac{1}{2}X^T \begin{bmatrix} -0{,}00006 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -0{,}0000518 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & -0{,}00042 \end{bmatrix} X + (-411527{,}886)$$

berdasarkan kendala

$$I_{11}X \le \begin{bmatrix} 97406 \\ 44359 \\ 20777 \\ 63075 \\ 30870 \\ 38440 \\ 22823 \\ 15189 \\ 17249 \\ 372 \\ 6751 \end{bmatrix}$$
$$X \ge 0$$

dengan

$X^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11}]$
I_{11} = matriks identitas berukuran 11×11.

Langkah selanjutnya adalah mengubah permasalahan ke dalam bentuk baku dengan menambahkan variabel *slack* $s_i^2, i = 1,2,\dots,11$ dan variabel *surplus* $t_j^2, j = 1,2,\dots,11$ sehingga permasalahan optimasi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat menjadi memaksimumkan fungsi tujuan

$$z = [5{,}323948 \quad 2{,}180417 \quad \dots \quad 2{,}908215]\, X + \frac{1}{2}X^T \begin{bmatrix} -0{,}00006 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -0{,}0000518 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -0{,}00042 \end{bmatrix} X + (-411527{,}886)$$

dengan kendala

$$I_{11}X + S = \begin{bmatrix} 97406 \\ 44359 \\ \vdots \\ 6751 \end{bmatrix}$$
$$X - T = 0$$

dimana

$$S = \begin{bmatrix} s_1^2 \\ s_2^2 \\ \vdots \\ s_{11}^2 \end{bmatrix} \text{ dan } T = \begin{bmatrix} t_1^2 \\ t_2^2 \\ \vdots \\ t_{11}^2 \end{bmatrix}.$$

Dibentuk sebuah fungsi Lagrangean L dari permasalahan optimasi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat dalam bentuk baku yang dinyatakan sebagai berikut:

$$L(X,S,T,\lambda,\theta) = [5{,}323948 \quad 2{,}180417 \quad \dots \quad 2{,}908215]X + \frac{1}{2}X^T \begin{bmatrix} -0{,}00006 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -0{,}0000518 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -0{,}00042 \end{bmatrix} X + (-411527{,}886) - \lambda\left(I_{11}X + S - \begin{bmatrix} 97406 \\ 44359 \\ \vdots \\ 6751 \end{bmatrix}\right) - \theta(X - T)$$

dengan $\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_{11}]$ dan $\theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_{11}]$ merupakan Lagrange *multipliers*. Kemudian dengan mencari syarat perlu untuk stasionaritas L diperoleh syarat KKT sebagai berikut:

$$0{,}00006x_1 + \lambda_1 + \theta_1 = 5{,}323948$$
$$0{,}0000518x_2 + \lambda_2 + \theta_2 = 2{,}180417$$
$$\vdots$$
$$0{,}00042x_{11} + \lambda_{11} + \theta_{11} = 2{,}908215$$
$$x_1 + Y_1 = 97406$$
$$x_2 + Y_2 = 44359$$
$$\vdots$$
$$x_{11} + Y_{11} = 6751$$
$$\lambda_i Y_i = 0, i = 1,2,\dots,11$$
$$\theta_j x_j = 0, j = 1,2,\dots,11$$
$$x_j, Y_i, \lambda_i, \theta_j \geq 0, i = 1,2,\dots,11; j = 1,2,\dots,11$$

dengan $Y_i = s_i^2 \geq 0, i = 1,2,\dots,11$.

Syarat KKT yang tidak memiliki variabel basis perlu ditambahkan variabel buatan sehingga syarat KKT bagi permasalahan optimasi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat menjadi:

$$0{,}00006x_1 + \lambda_1 + \theta_1 + R_1 = 5{,}323948$$
$$0{,}0000518x_2 + \lambda_2 + \theta_2 + R_2 = 2{,}180417$$
$$\vdots$$
$$0{,}00042x_{11} + \lambda_{11} + \theta_{11} + R_{11} = 2{,}908215$$

$$x_1 + Y_1 = 97406$$
$$x_2 + Y_2 = 44359$$
$$\vdots$$
$$x_{11} + Y_{11} = 6751$$
$$\lambda_i Y_i = 0, i = 1,2,\dots,11$$
$$\theta_j x_j = 0, j = 1,2,\dots,11$$
$$x_j, Y_i, \lambda_i, \theta_j \geq 0, i = 1,2,\dots,11; j = 1,2,\dots,11.$$

Bentuk fungsi tujuan baru yang linear berupa jumlahan dari variabel buatan sebagai berikut:

$$r = \sum_{j=1}^{11} R_j.$$

Solusi bagi permasalahan optimasi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat dapat diperoleh dengan meminimumkan fungsi tujuan *r* berdasarkan pada kendala syarat KKT yang terbentuk. Fungsi tujuan r diminimumkan menggunakan *Phase* I pada metode Simpleks *Two-Phase*. Dibentuk tabel simpleks awal dengan variabel basis berupa variabel buatan R_j dan variabel *slack* Y_i. Setelah tabel simpleks awal telah terbentuk, maka sesuai dengan algoritma *Phase* I pada metode simpleks *Two-Phase*, langkah selanjutnya adalah modifikasi tabel simpleks awal sehingga nilai *r-row* konsisten, menentukan variabel *entering* dan variabel *leaving* berdasarkan *Optimality Condition* dan *Feasibility Condition* serta melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk memperoleh solusi optimal yaitu koefisien *r-row* dari variabel nonbasis bernilai nonpositif [4].

Solusi optimal diperoleh pada iterasi ke-12 dengan nilai minimal $r = 0$ disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Solusi Optimal Permasalahan Minimalisasi *r*

j	x_j	θ_j	i	Y_i	λ_i
1	88732,47	0	1	8673,533	0
2	42092,99	0	2	2266,008	0
3	20159,35	0	3	617,6512	0
4	43051,77	0	4	20023,23	0
5	25464,6	0	5	5405,403	0
6	32676,2	0	6	5763,799	0
7	22474,86	0	7	348,1358	0
8	12297,56	0	8	2891,444	0
9	13755,92	0	9	3493,082	0
10	337,2204	0	10	34,77962	0
11	6751	0	11	0	0,072795

Solusi optimal yang diperoleh dari meminimumkan *r* disubstitusikan pada permasalahan sebenarnya, yaitu fungsi tujuan *z* sehingga diperoleh

$$z = \sum_{i=1}^{11} f(x_i) = f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_{11})$$
$$= 33263{,}31922 + 33270{,}82797 + \cdots + 32811{,}33925$$
$$= 323827{,}6658.$$

Jadi, rata-rata produksi padi Kalimantan Barat optimal yang diperoleh menggunakan Pemrograman Kuadratik metode Wolfe adalah sebesar 323827,6658 ons/Ha atau 323,8276658 kw/Ha.

PENUTUP

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Model Pemrograman Kuadratik untuk optimasi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat adalah memaksimumkan fungsi tujuan

$$z = C^T X + \frac{1}{2} X^T D X + (-411527{,}886)$$

berdasarkan kendala

$$I_{11} X \leq \begin{bmatrix} 97406 \\ 44359 \\ 20777 \\ 63075 \\ 30870 \\ 38440 \\ 22823 \\ 15189 \\ 17249 \\ 372 \\ 6751 \end{bmatrix}$$

$$X \geq 0$$

dengan

z : rata-rata produksi padi Kalimantan Barat (ons/Ha)
x_1 : luas panen dari Kabupaten Sambas (Ha)
x_2 : luas panen dari Kabupaten Bengkayang (Ha)
x_3 : luas panen dari Kabupaten Mempawah (Ha)
x_4 : luas panen dari Kabupaten Sanggau (Ha)
x_5 : luas panen dari Kabupaten Ketapang (Ha)
x_6 : luas panen dari Kabupaten Sintang (Ha)
x_7 : luas panen dari Kabupaten Kapuas Hulu (Ha)
x_8 : luas panen dari Kabupaten Sekadau (Ha)
x_9 : luas panen dari Kabupaten Melawi (Ha)
x_{10} : luas panen dari Kota Pontianak (Ha)
x_{11} : luas panen dari Kota Singkawang (Ha)
I_{11} : matriks identitas berukuran 11×11
D : matriks diagonal

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \\ c_{10} \\ c_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5{,}323948 \\ 2{,}180417 \\ 6{,}934816 \\ 1{,}94594 \\ 4{,}929946 \\ 6{,}528705 \\ 3{,}807242 \\ 15{,}44573 \\ 0{,}434687 \\ 125{,}9046 \\ 2{,}908215 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \\ d_{10} \\ d_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}00006 \\ -0{,}0000518 \\ -0{,}000344 \\ -0{,}0000452 \\ -0{,}0001936 \\ -0{,}0001998 \\ -0{,}0001694 \\ -0{,}001256 \\ -0{,}0000316 \\ -0{,}37336 \\ -0{,}00042 \end{bmatrix}.$$

2. Optimasi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat menggunakan Pemrograman Kuadratik Metode Wolfe meliputi:
   1) Membentuk model Pemrograman Kuadratik terdiri dari fungsi tujuan yang konkaf dan kendala yang linear dalam bentuk umum Pemrograman Kuadratik.

2) Mengubah model Pemrograman Kuadratik ke dalam bentuk baku dengan menambahkan variabel *slack* dan variabel *surplus*.
3) Membentuk syarat *Karush Kuhn Tucker* (KKT) dengan membentuk fungsi Lagrangean L dan mencari syarat perlu untuk stasionaritas L.
4) Menambahkan variabel buatan pada syarat KKT yang tidak memiliki basis.
5) Membentuk fungsi tujuan baru r berupa jumlahan dari variabel buatan pada syarat KKT.
6) Membentuk tabel simpleks awal untuk permasalahan minimalisasi fungsi tujuan r dengan kendala syarat KKT.
7) Memodifikasi tabel simpleks awal yang terbentuk agar nilai *r-row* konsisten.
8) Menentukan variabel *entering* dan variabel *leaving* berdasarkan *Optimality Condition* dan *Feasibility Condition*.
9) Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk memperoleh solusi optimal yaitu koefisien *r-row* dari variabel nonbasis bernilai nonpositif.
10) Substitusi solusi optimal dari meminimumkan fungsi tujuan r ke permasalahan sebenarnya.

3. Berdasarkan proses optimasi rata-rata produksi padi Kalimantan Barat menggunakan Pemrograman Kuadratik metode Wolfe diperoleh rata-rata produksi padi Kalimantan Barat optimal sebesar 323,8276658 kw/Ha antara lain
   1) Kabupaten Sambas dengan luas panen 88732,47 Ha dan rata-rata produksi 33,26331922 kw/Ha
   2) Kabupaten Bengkayang dengan luas panen 42092,99 Ha dan rata-rata produksi 33,27082797 kw/Ha
   3) Kabupaten Mempawah dengan luas panen 20159,35 Ha dan rata-rata produksi 35,35762743 kw/Ha
   4) Kabupaten Sanggau dengan luas panen 43051,77 Ha dan rata-rata produksi 29,09598057 kw/Ha
   5) Kabupaten Ketapang dengan luas panen 25464,6 Ha dan rata-rata produksi 30,59470433 kw/Ha
   6) Kabupaten Sintang dengan luas panen 32676,2 Ha dan rata-rata produksi 27,65076908 kw/Ha
   7) Kabupaten Kapuas Hulu dengan luas panen 22474,86 Ha dan rata-rata produksi 24,64182351 kw/Ha
   8) Kabupaten Sekadau dengan luas panen 12297,56 Ha dan rata-rata produksi 24,21673275 kw/Ha
   9) Kabupaten Melawi dengan luas panen 13755,92 Ha dan rata-rata produksi 22,2809093 kw/Ha
   10) Kota Pontianak dengan luas panen 337,2204 Ha dan rata-rata produksi 30,64363235 kw/Ha
   11) Kota Singkawang dengan luas panen 6751 Ha dan rata-rata produksi 32,81133925 kw/Ha.

   Sedangkan rata-rata produksi padi optimal pada Kabupaten Landak, Kabupaten Kayong Utara, dan Kabupaten Kubu Raya tidak diperoleh dikarenakan fungsi bagi rata-rata produksi dari tiga kabupaten tersebut bukan merupakan fungsi konkaf sehingga dieliminasi dari permasalahan optimasi menggunakan Pemrograman Kuadratik metode Wolfe.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Kalimantan Barat. *Statistik Pertanian Tanaman Pangan Provinsi Kalimantan Barat*. Pontianak: BPS Provinsi Kalimantan Barat; 2009.

[2]. Hillier FS. & Lieberman GJ. *Introduction to Operation Research*. New York: McGraw-Hill; 2001.

[3]. Nagarajan C. & Dhivya M. Dynamic Economic Dispatch and Emission Control Using Quadratic Programming Method. *IJIRSET*. 2015; 4:2167-2173.

[4]. Taha HA. *Operation Research: An Introduction*. New Jersey: Pearson Education, Inc; 2007.
[5]. Rao SS. *Engineering Optimization: Theory and Practice*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc; 2009.

ANNI LARITA : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak,
annylarita@yahoo.co.id
HELMI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak,
helmi132205@yahoo.co.id
YUDHI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak,
dhye_dhoank@yahoo.co.uk