

# **Проверка сетки делоне на поверхности**

Песня Евгений и Эльдар Фаттахов

# Цель работы

Добиться триангуляции Делоне поверхности тела, который мы подаем как входной параметр в vtk-файле (изначально мы дискретизируем тело (step-файл) в пакете Egads либо Netgen)

На основе поверхностной сетки Делоне есть возможность построить тетраэдральную сетку Делоне с помощью системы описанных шаров для каждой грани.

# Определения

- Пустая описанная сфера - d-мерный шар, подчиненный лишь одному условию: не содержит внутри себя точек системы.
- vtk-файл - это файл, представляющий из себя список точек и их соединений между собой.

```
DATASET UNSTRUCTURED_GRID
POINTS n dataType
P 0x P 0y P 0z
P 1x P 1y P 1z
...
P (n-1)x P (n-1)y P (n-1)z
```

Координаты вершин

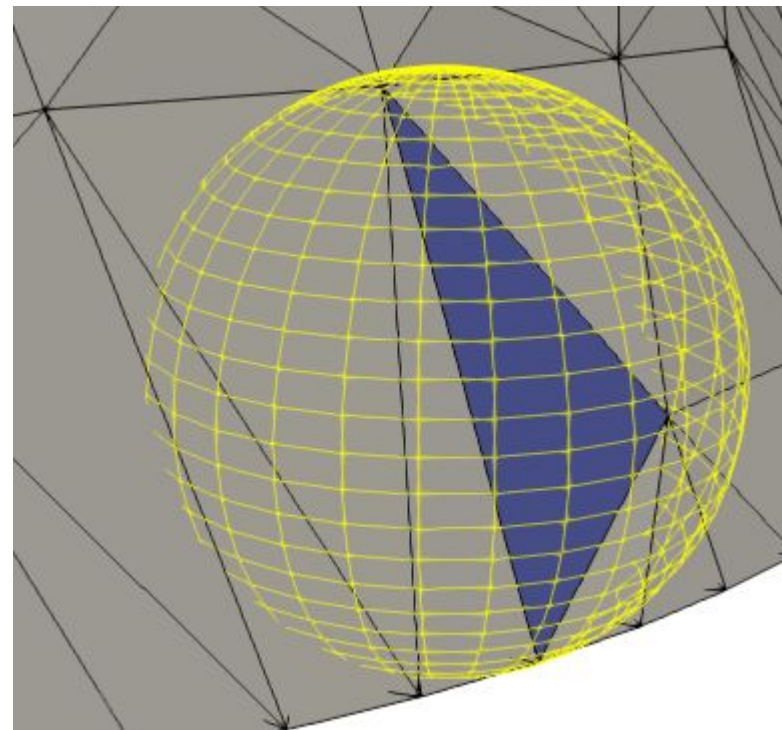
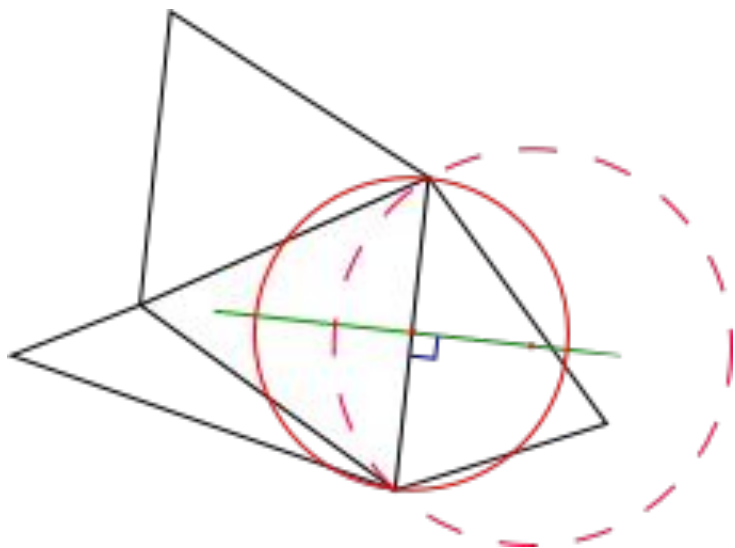
```
CELLS n size
numPoints0, i, j, k, l, ...
numPoints1, i, j, k, l, ...
numPoints2, i, j, k, l, ...
...
numPointsn-1, i, j, k, l, ...
```

в нашем случае cell = треугольник

# Условие делоне

Для любой грани (треугольника) на поверхности можно построить пустую описанную сферу.

По аналогии с 2D: для любой стороны треугольника на плоскости можно построить пустую описанную окружность.



# Алгоритм проверки

Начальные данные:

Координаты всех вершин **points[n][3]**

Вершины каждого треугольника **triangles[m][3]**

Вспомогательные данные:

Параметр показывающий удовлетворяет ли грань условию Делоне  
**bad\_triangles[m]**, по умолчанию все 0 (для перестроенных 1, не Делоне - 2)

Соседние треугольники для каждого треугольника **neighbors[m][3]**

# Алгоритм проверки

Цикл по всем треугольникам:

1. Находим центр минимальной описанной сферы (для которой центр лежит в плоскости треугольника)
2. Находим все точки, которые лежат в этой сфере (расстояние от точки до центра сферы  $<$  радиуса сферы)

Если такие точки имеются:

1. Если одна из этих точек является вершиной соседнего треугольника:
  - a. Если угол между нормальными к плоскостям двух треугольников меньше некоторого заранее заданного, переключаем ребро в этой паре треугольников.
2. Иначе:
  - a. Если существует точка лежащая в плоскости треугольника - не Делоне
  - b. Если точки лежат с двух сторон от плоскости треугольника - не Делоне

# Алгоритм проверки

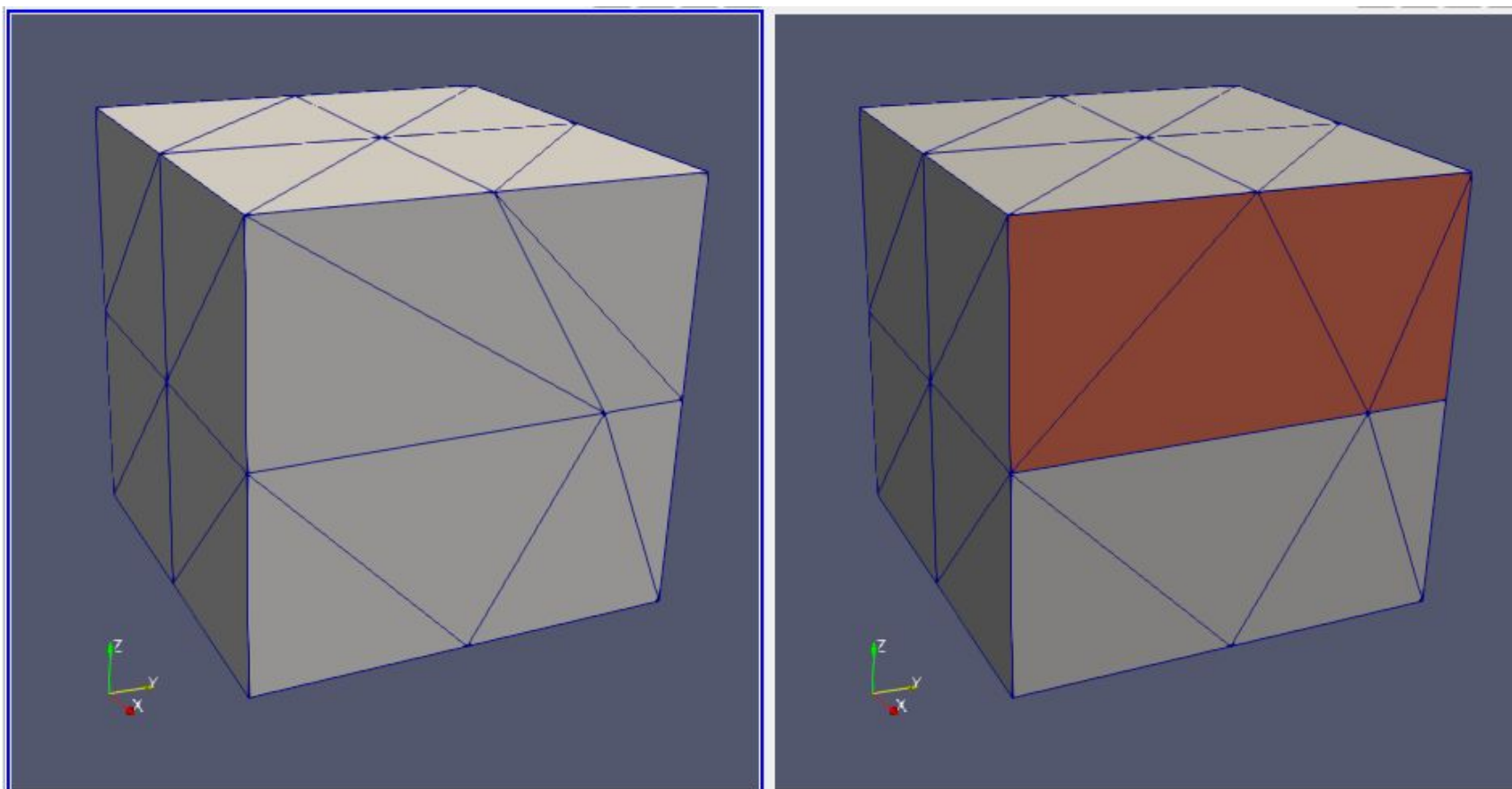
с. Если точки с одной стороны от треугольника:

01. Ищем ближайшую к центру сферы
02. Для тетраэдра на этой точке и вершинах треугольника строим описанную сферу
03. Если такая сфера содержит в себе другие точки - не Делоне
04. Если пустая - Делоне

Примечание: Для каждого треугольника удовлетворяющего условию можно сохранять подходящую пустую сферу.

# Демонстрация алгоритма

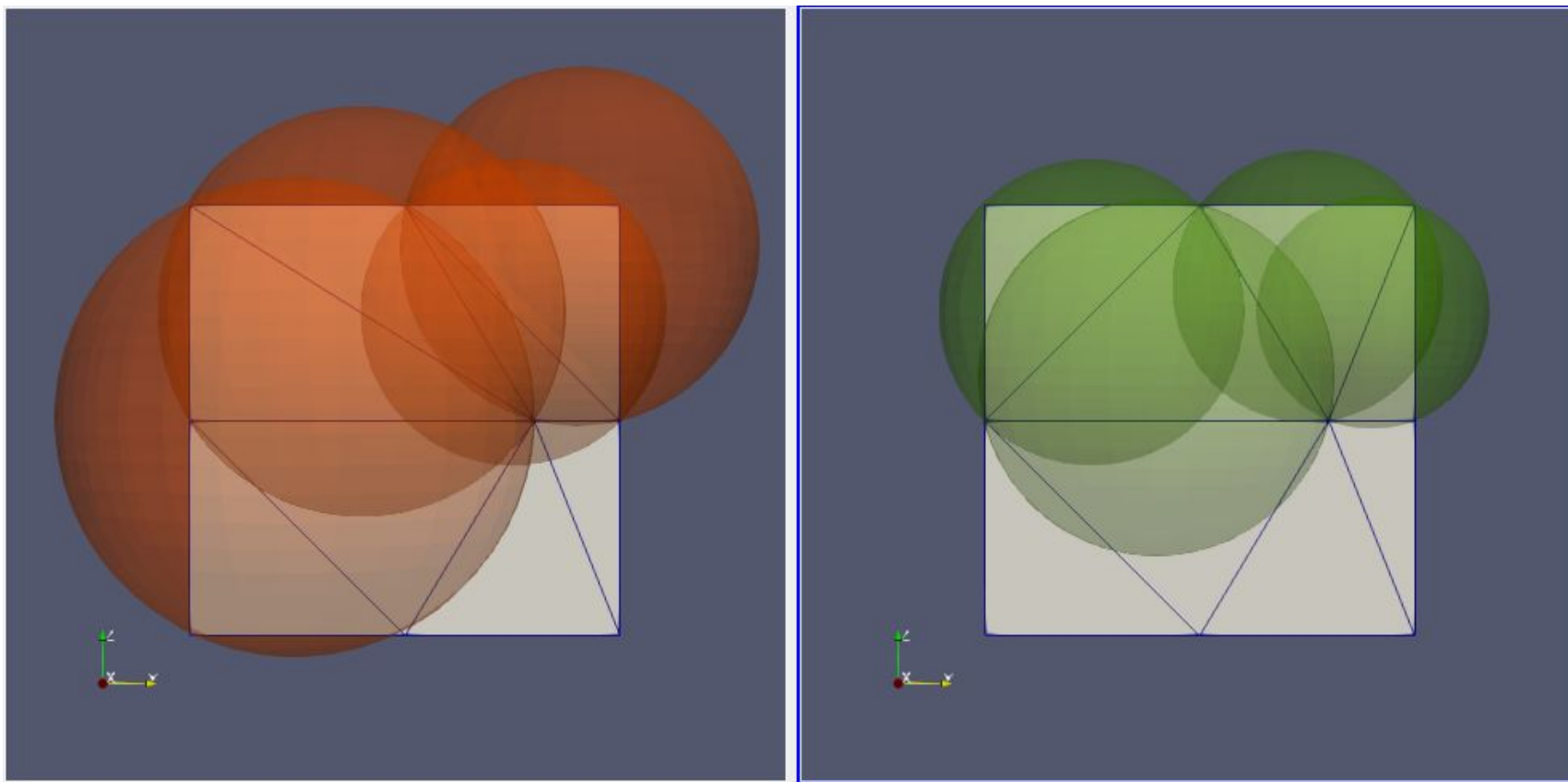
Переключение ребер поверхностной сетки для удовлетворения критерия Делоне





# Демонстрация алгоритма

Описанные сферы



# Подводные камни

Из-за неточностей вычисления нельзя точно определить принадлежит ли точка сфере, поэтому приходится вводить некоторую погрешность близкую к нулю с которой мы определяем это условие.

```
epsilon_r = 1e-10  
epsilon_zero_dist = 1e-5
```

Также и для определения принадлежности точки плоскости.