

ООPython

Задача 4. Функциональные пространства

Задание

Определение классов

- создать классы для представления 3-х различных нормированных пространств со следующими правилами вычисления норм:
 - $\|f\| = \max_{x \in [a;b]} |f(x)|$ (пространство $C[a;b]$)
 - $\|f\| = \max_{x \in [a;b]} |f(x)| + \max_{x \in [a;b]} |f'(x)|$ (пространство $C^1[a;b]$)
 - $\|f\| = \max_{x \in [a;b]} |f(x)| + \max_{x \in [a;b]} |f'(x)| + \max_{x \in [a;b]} |f''(x)|$ (пространство $C^2[a;b]$)
- добавить в каждый класс правило вычисления метрики, порождаемой соответствующей нормой

Минимизировать суммарное число строк кода с помощью наследования.

Использование классов

Протестировать работу классов на следующих функциях:

- $f(x) = \frac{5}{2 + 3x^2}$
- $f(x) = \frac{2}{5 + \cos(x)}$
- $f(x) = \sqrt[3]{3 + 4x^2}$
- $f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2),$

а именно: в нормированных пространствах $C^0[0;2], C^1[0;2], C^2[0;2]$ вычислить

- нормы функций
- попарно расстояния между функциями

Примечания по реализации

Поиск максимумов функций

Производить методом последовательного перебора. Использовать множество значений функции, заданных в узлах равномерной сетки на отрезке. Шаг сетки $h = 10^{-3}$.

Вычисление производных

Для 1-й производной использовать формулу центральной разности (2-й порядок точности). Для вычислений использовать соответствующий класс, реализованный Вами в

Задаче 2. Вычисление значений 2-й производной производить с помощью этого же класса. Шаг численного дифференцирования $h = 10^{-3}$.

Примечание 1: для поиска максимума функции на отрезке разрешено использовать функцию **`numpy.amax(array)`**.

Примечание 2: «закрывать глаза» на использование значений функций вне отрезка $[a; b]$ в процессе вычисления производных.