

Задание **14** ЕГЭ



Важные факты

чтобы перевести число, скажем, 12345_N , из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени, равной ее разряду:

$$\begin{array}{cccccc} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & \leftarrow \text{разряды} \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \end{array} \quad 12345_N = 1 \cdot N^4 + 2 \cdot N^3 + 3 \cdot N^2 + 4 \cdot N^1 + 5 \cdot N^0$$

$N^0 = 1$

последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N

две последние цифры – это остаток от деления на квадрат N , и т.д.

число 10 в степени N записывается единица и N нулей:

$$10^N = \underbrace{10 \dots 0}_N$$

число $(10^N)-1$ записывается как N девяток:

$$10^N - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_N$$

Важные факты

- число $10^N - 10^M = 10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как $N-M$ девяток, за которыми стоят M нулей:

$$10^N - 10^M = \underbrace{9 \dots 9}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_M$$

- число 2^N в двоичной системе записывается как единица и N нулей:

$$2^N = \underbrace{10 \dots 0}_N_2$$

- число $(2^N)-1$ в двоичной системе записывается как N единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N_2$$

- число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается как $N-K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K_2$$

- можно сделать аналогичные выводы для любой системы счисления с основанием a :
число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей:

$$a^N = \underbrace{10\dots0}_N_a$$

число $(a^N)-1$ в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр $(a-1)$:

$$a^N - 1 = \underbrace{(a-1)(a-1)\dots(a-1)}_N_a$$

число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{(N-M)} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как $N-M$ старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей:

$$a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\dots(a-1)}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M_a$$

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 15.

$$123x5_{15} + 1x233_{15}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 15-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x , при котором значение данного арифметического выражения кратно 14.

Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Значение арифметического выражения:

$$49^7 + 7^{21} - 7$$

— записали в системе

счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

Значение арифметического выражения:

$$64^{10} + 2^{90} - 16$$

записали в системе счисления с основанием 8.

Сколько цифр «7» содержится в этой записи?

Значение арифметического выражения:

$$9^9 - 3^9 + 9^{19} - 19$$

записали в системе счисления с основанием 3.

Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

. Значение арифметического выражения:

$$9^8 + 3^5 - 9$$

записали в системе счисления с основанием 3.

Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Сколько значащих нулей в двоичной записи числа

$$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250$$

Сколько единиц в двоичной записи
числа

$$4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122$$

Решите уравнение .

$$121_x + 1 = 101_7$$

Ответ запишите в троичной системе счисления.
Основание системы счисления указывать не нужно.

Решите уравнение .

$$60_8 + x = 120_7$$

Ответ запишите в шестеричной системе счисления.
Основание системы счисления указывать не нужно.

Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$$

Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Запись числа 67_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 4 цифры. Укажите основание этой системы счисления N .

Запись числа 381_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 3 и содержит 3 цифры. Укажите наибольшее возможное основание этой системы счисления N .

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием четыре оканчивается на 11?

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 2.

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на 11.

Укажите, сколько всего раз встречается цифра **2** в записи чисел **10, 11, 12, ..., 17** в системе счисления с основанием **5**.

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа **30** трехзначна.

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие **30**, запись которых в системе счисления с основанием **5** начинается на **3**?

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа **71** оканчивается на **13**.

Найти сумму восьмеричных чисел

$17_8 + 170_8 + 1700_8 + \dots + 17000000_8$,

перевести в **16**-ую систему счисления. Найдите в записи числа, равного этой сумме, третью цифру слева.

Чему равно наименьшее основание позиционной системы счисления **X** , при котором **$225_x = 405_y$** ?
Ответ записать в виде целого числа.

Значение выражения $64^{12} - 8^{14} + x$ записали в восьмеричной системе счисления, при этом в записи оказалось **12** цифр **7** и одна единица. При каком наименьшем натуральном **x** это возможно?

Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями **22** и **13**.

$$\mathbf{x23x5_{22} - 67y9y_{13}}$$

В записи чисел переменными **х** и **у** обозначены неизвестные значащие цифры из алфавитов **22**-ричной и **13**-ричной систем счисления соответственно. Определите значения **х**, **у**, при которых значение данного арифметического выражения кратно **57**. Для найденных значений **х**, **у** вычислите частное от деления значения арифметического выражения на **57** и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Если можно выбрать **х**, **у** не единственным образом, возьмите ту пару, в которой сумма значений **х** и **у** меньше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Определите число **N**, для которого выполняется равенство

$$\mathbf{123_N = 93_{N+2}}$$

В некоторой системе счисления записи десятичных чисел **56** и **45** заканчиваются на **1**. Определите основание системы счисления.

Запишите натуральное, число десятичная запись которого состоит из двух цифр, шестнадцатеричная запись заканчивается цифрой **A**, а пятеричная цифрой **3**

Запись числа **N** в системе счисления **c** основанием **3** содержит четыре цифры, запись этого числа в системе счисления **c** основанием **7** содержит три цифры, а запись в системе счисления **c** основанием **8** заканчивается на **17** . Чему равно **N** ? Запишите ответ в десятичной системе счисления.

Определите количество цифр с числовым значением, превышающим **9**, в **27**-ричной записи числа, заданного выражением:

$$\mathbf{2 \cdot 729^{2014} + 2 \cdot 243^{2016} - 2 \cdot 81^{2018} + 2 \cdot 27^{2020} - 2 \cdot 9^{2022} - 2024.}$$

Значение арифметического выражения **$51 \cdot 7^{12} - 7^3 - 22$** записали в системе счисления с основанием **7**. В этой записи найдите сумму цифр с числовым значением, превышающим **3**.

Числа **M** и **N** записаны в системах счисления с основаниями **15** и **13** соответственно.

$$\mathbf{M} = 2\mathbf{y}23\mathbf{x}515, \mathbf{N} = 67\mathbf{x}9\mathbf{y}13$$

В записи чисел переменными **x** и **y** обозначены допустимые в данных системах счисления неизвестные цифры. Определите наименьшее значение натурального числа **A**, при котором существуют такие **x**, **y**, что **M + A** кратно **N**.

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные натуральные числа, не превосходящие **17**, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на две одинаковые цифры.

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные натуральные числа, не превосходящие **17**, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на две одинаковые цифры.

В некоторой системе счисления записи десятичных чисел **66** и **40** заканчиваются на **1**. Определите основание системы счисления.

В какой системе счисления выполняется равенство
 $12 \cdot 13 = 222$?

В ответе укажите число – основание системы счисления.

Запись числа **338** в системе счисления с основанием **N** содержит **3** цифры и оканчивается на **2**. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?