15 задачи

1

Какое количество натуральных чисел удовлетворяет логическому условию:

$$\neg(X^2 \geq 9) \vee \neg((X < 7) \vee (X \geq 10))\ ?$$

2

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x \geq A) \vee (y \geq A) \vee (x * y \leq 205)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y ?

3

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg ДЕЛ(x, A) \rightarrow (ДЕЛ(x, 6) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, 9))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

4

Обозначим через m&n поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n. Так, например, 14&5 = 1110_2 & 0101_2 = 4

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x\&51 \neq 0 \rightarrow (x\&A = 0 \rightarrow x\&25 \neq 0)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

5

На числовой прямой даны отрезки P=[5, 13] и Q=[8, 19]. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, что формула $(\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$ верна при любых значениях x.

6

На числовой прямой даны два отрезка: P = [43; 49] и Q = [44; 53]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$$((x \in A) \to (x \in P)) \lor (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.

7

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Пусть на числовой прямой дан отрезок B = [70, 90]. Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение ДЕЛ(x, A) $\vee$ ((x $\in$ B) $\rightarrow$ ¬ДЕЛ(x, 22)) истинно (т.е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x?

8

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа А выражение

$$(x < A) \wedge (y < A) \wedge (x * y > 603)$$

тождественно ложно, т.е. принимает значение 0 при любых целых положительных x и y ?

9

Для какого наименьшего целого числа A формула

$$(3 * x + y < A) \vee (x < y) \vee (16 \le x)$$

тождественно истинна, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

10

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x > A) \vee (y > x) \vee (2 * y + x < 110)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

11

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа А формула

$$ДЕЛ(120, A) \land ((ДЕЛ(x, 70) \land ДЕЛ(x, 30)) \rightarrow ДЕЛ(x, A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

12

Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$(X \& 49 \neq 0) \to ((X \& 33 = 0) \to (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

13

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [20, 30]$ и $Q = [35, 60]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$\neg(x \in A) \land ((x \in P) \lor (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x.

14

На числовой прямой даны два отрезка: P = [25; 64] и Q = [40; 115]. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, что логическое выражение

$$(x \in P) \to (((x \in Q) \land \neg(x \in A)) \to \neg(x \in P))$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.