

Вариант 1

Миша заполнял таблицу истинности логической функции  $F = \neg (x \rightarrow z) \vee (y \equiv w) \vee y$ , но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных  $w, x, y, z$ .

				<b>F</b>
1	0			0
	1	0		0
0				0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных  $w, x, y, z$ .

В ответе напишите буквы  $w, x, y, z$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

**(Л. Шастин)** По каналу связи передаются сообщения, содержащие только буквы из набора: К, М, Б, Н, Т, Р, О, И, А. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: Р – 1, К – 00. Для семи оставшихся букв М, Б, Н, Т, О, И, А кодовые слова неизвестны. Какое количество двоичных знаков потребуется для кодирования слова КОМБИНАТОРИКА, если известно, что оно закодировано минимально возможным количеством двоичных знаков?

Для хранения произвольного растрового изображения размером 4000 x 8000 пикселей отведено 62 500 Кбайт памяти без учёта размера заголовка файла. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

На предприятии каждой изготовленной детали присваивают серийный номер, состоящий из 2783 символов. В базе данных каждый серийный номер занимает одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используется посимвольное кодирование серийных номеров, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным целым числом бит. Известно, что для хранения 3 845 627 серийных номеров требуется не менее 11 Гбайт памяти. Определите минимально возможную мощность алфавита, используемого для записи серийных номеров. В ответе запишите только целое число.

**(В. Рыбальченко)** Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует четыре команды:

**Вперёд n** (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова;

**Направо m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке;

**Налево m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки;

**Запись**

**Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]**

означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Исполнителю была дана следующая программа:

**Повтори 12 [Повтори 3 [Вперёд 6 Налево 120] Направо 120]**

Определите, сколько точек с целочисленными координатами будут находиться внутри области, ограниченной линией, заданной данным алгоритмом. Точки на линии учитывать не следует.

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 13.

$$753x2_{13} + 2x173_{13}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 13-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x, при котором значение данного арифметического выражения кратно 12.

Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 12 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Алексей составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Алексей использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы А, В, С, Х, причём буква Х может появиться на последнем месте или не появиться вовсе. Сколько различных кодовых слов может использовать Алексей?

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней; такую позицию в игре будем обозначать (10, 5). Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: (11, 5), (20, 5), (10, 6), (10, 10). Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 77. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 77 или больше камней. В начальный момент в первой куче было семь камней, во второй куче – S камней;  $1 \leq S \leq 69$ . Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т.е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S, когда такая ситуация возможна.

Алгоритм вычисления функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \text{ при } n = 1$$
$$F(n) = n + 2 + F(n - 1) \text{ если } n \text{ чётно}$$
$$F(n) = F(2) \cdot F(n - 2) \text{ если } n > 1 \text{ и при этом } n \text{ нечётно.}$$

Чему равно значение  $F(14)$ ?

(М. Ишимов) Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которые обозначены латинскими буквами:

- A. Вычти 1
- B. Найди целую часть от деления на 2
- C. Найди целую часть от деления на 3

Первая из них уменьшает число на экране на 1, вторая заменяет число на экране на целую часть от деления числа на 2, третья заменяет число на экране на целую часть от деления числа на 3.

Программа для исполнителя – это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 26 результатом является число 2, и при этом траектория вычислений содержит число 11, но не содержит число 5?

Траектория вычислений программы – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы **CBA** при исходном числе 15 траектория состоит из чисел 5, 2, 1.

(А. Рогов) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

– символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

– символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

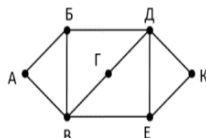
Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300405.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа, соответствующие маске 32?056\*6, делящиеся на 2023 без остатка.

В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 2023.

На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах). Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину кратчайшего пути из пункта А в пункт К, если передвигаться можно только по указанным дорогам. В ответе запишите целое число – длину пути в километрах.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1							
П2							
П3	9	5					
П4		12				10	
П5	18						15
П6	14	7		10			
П7	11	8			15		



(Б.С. Михлин) Напишите программу, которая ищет среди нечётных целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [248015; 251575] числа (в порядке возрастания) с нечётным количеством делителей. Для каждого такого числа выведите само число и делитель, квадрат которого равен этому числу.

(Л. Шастин) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

– символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

– символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300405.

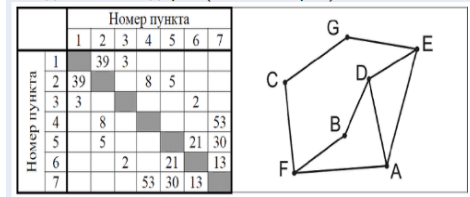
Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа с нечётной суммой цифр, соответствующие маске 112?57\*4 и делящиеся на 2024 без остатка.

В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 2024.

Количество строк в таблице для ответа избыточно.

Вариант 2

(PRO100 ЕГЭ) На рисунке схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о протяжённости каждой из этих дорог (в километрах).



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова сумма протяжённости дорог из пункта F в пункт B и из пункта D в пункт E. В ответе запишите целое число.

(С. Чайкин) Логическая функция  $F$  задаётся выражением  $(\neg x \wedge (z \rightarrow y) \wedge \neg w) \vee ((z \equiv w) \wedge (x \vee y \rightarrow w))$ . На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции  $F$ , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных  $w, x, y, z$ .

?	?	?	?	$F$
1	0	0	0	1
	1	0		1
1	0			1

В ответе напишите буквы  $w, x, y, z$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

По каналу связи передаются шифрованные сообщения, содержащие только шесть букв: А, Б, В, Г, Д, Е. Для передачи используется неравномерный двоичный код. Для букв А, Б, В и Г используются кодовые слова 101, 001, 10001 и 1001 соответственно. Укажите самое короткое возможное кодовое слово для буквы Е, при котором код **не будет** удовлетворять условию Фано, при этом в записи самого этого слова должно использоваться более одного символа, а само слово не должно совпадать ни с одним из используемых слов для кодирования букв А, Б, В и Г. Если таких слов несколько, то укажите слово с минимальным числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

(Е.Джобс) Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд:

- Поднять хвост, означающая переход к перемещению без рисования;
- Опустить хвост, означающая переход в режим рисования;
- Вперёд  $n$ , вызывающая передвижение Черепахи на  $n$  единиц в том направлении, куда указывает её голова;
- Назад  $n$ , вызывающая передвижение в противоположном голове направлении;
- Направо  $m$  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов по часовой стрелке,
- Налево  $m$  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов против часовой стрелки.

Запись Повтори  $k$  [Команда1 Команда2 ... КомандаS] означает, что последовательность из  $S$  команд повторится  $k$  раз. Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм:  
Повтори 5 [Вправо 45 Вперед 10 Вправо 45]  
Повтори 6 [Вперед 20 Вправо 90]  
Определит площадь области пересечения полученных контуров, оставленных черепахой после выполнения предложенного алгоритма.

(М. Шагитов) Музыкальный трек продолжительностью 180 секунд был записан в формате стерео и оцифрован с глубиной кодирования 24 бита и частотой дискретизации 44100 измерений в секунду. Сжатие данных не использовалось. Файл с оцифрованным треком был передан по каналу связи, пропускная способность которого 64000 бит/с. Сколько секунд длилась передача файла? В ответе запишите целую часть числа, единицу измерения указывать не нужно.

(А. Богданов) Вася составляет пятибуквенные слова из букв слова УДАЧ. Каждая буква может не входить или входить в слово многократно. Первая буква может быть только гласной. Все различные слова пронумеровали в алфавитном порядке начиная с 1. Под каким номером стоит слово УДАЧА?

С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «я» или «Я» в тексте романтической поэмы М.Ю.Лермонтова «Мцыри». В ответе укажите только число.

(Д. Бахтиев) При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю присваивается логин, состоящий из 10 символов, и выдается пароль, состоящий из 13 символов. В логине могут использоваться только строчные буквы латинского алфавита. В пароле — строчные и заглавные буквы латинского алфавита, а также десятичные цифры. Как логин, так и пароль кодируются посимвольно, то есть каждый символ представляется с помощью минимального и одинакового для всех символов количества бит. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. Сколько Кбайт потребуется для хранения информации о 4992 пользователях? В ответе запишите только число — количество Кбайт.

Решите уравнение  $100_5 + x = 200_4$ . Ответ запишите в семеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n \leq 1$$

$$F(n) = 3 \times n + F(n - 1) \text{ если } n > 1 \text{ и при этом } n \text{ чётно}$$

$$F(n) = 2 \times F(n - 3) \text{ если } n > 1 \text{ и при этом } n \text{ нечётно.}$$

Чему равно значение функции  $F(30)$ ?

(М. Ишимов) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или пять камней или увеличить количество камней в куче в три раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 199. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший суммарно в кучах из 199 камней или больше.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 198$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

(А. Комков) Исполнитель Нолик преобразует двоичное число, записанное на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Вычесть 1

2. Убрать последнюю цифру справа

Первая команда уменьшает число на 1. Вторая команда убирает последнюю справа цифру, например, для числа 110 результатом работы данной команды будет являться число 11.

Сколько существует программ, которые исходное двоичное число 100001 преобразуют в двоичное число 100?

(Б.С. Михлин) Напишите программу, которая ищет среди нечётных целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [248015; 251575] числа (в порядке возрастания) с нечётным количеством делителей. Для каждого такого числа выведите само число и делитель, квадрат которого равен этому числу.

(Л. Шастин) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

– символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

– символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300405.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа с нечётной суммой цифр, соответствующие маске 112?57\*4 и делящиеся на 2024 без остатка.

В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им результаты деления этих чисел на 2024.

Количество строк в таблице для ответа избыточно.