

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или четыре камня либо увеличить количество камней в куче в два раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 51. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу из 51 камня или больше. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 50$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

2.

(А. Кабанов) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 25. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 25 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 24$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Найдите минимальное значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

Вопрос 2. Сколько существует значений S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Вопрос 3. Найдите два значения S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

3.

(А. Кабанов) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в кучу два камня;
- б) увеличить количество камней в куче в три раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 45. Если при этом в куче оказалось не более 112 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 44$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Найдите минимальное значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

Вопрос 2. Сколько существует значений S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Вопрос 3. Найдите минимальное и максимальное значения S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

4.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в одну из куч **один камень** или **увеличить** количество камней в куче **в три раза**. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 45. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 45 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 4 камня, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 40$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

Вопрос 2. Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Укажите такое значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

5.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или четыре камня либо увеличить количество камней в куче в три раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 67.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, состоящую из 67 или более камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 66$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, найдите два таких минимальных значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

6.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

- добавить в кучу 2 камня;
- добавить в кучу 5 камней;
- увеличить количество камней в куче в 2 раза.

Например, из кучи в 20 камней за один ход можно получить кучу из 22, 25 или 40 камней.

Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 128. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу из 128 или более камней. В начальной момент в куче было S камней, $1 < S < 127$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

7.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 81. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах находится 81 камень или больше.

В начальный момент в первой куче было семь камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 73$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

8.

(Е.Джобс) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **убрать из кучи 10 камней** или **уменьшить количество камней в 2 раза**. При нечетном количестве камней в результате второго хода из кучи убирается на один камень больше, чем остается.

Например, из кучи из 21 камня можно получить кучу из 11 камней или кучу из 10 камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней становится меньше 20.

Игрок, первым получивший кучу, удовлетворяющую условию окончания игры, считается **проигравшим**.

В начальный момент в куче было S камней; $S > 30$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите максимальное значение S , при котором Ваня не может гарантированно выиграть после первого хода Пети, однако имеет выигрышную стратегию, в которой Петя сходил ровно два раза.

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, найдите наименьшее и наибольшее значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, при соблюдении которой Петя делает ровно 2 хода за игру, и при этом не имеет стратегий, при которых имеет возможности победить, сделав меньшее количество шагов.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- Ваня имеет выигрышную стратегию, в которой он делает ровно два хода;
- у Вани нет стратегии, при которой у него есть возможность победить, сделав один ход.

9.

(Д.Статный) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **два или четыре** камня; увеличить количество камней **в два раза**.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней становится не менее 100.

Игрок, который получил 100 и более камней, считается проигравшим.

В начальный момент в первой куче было S камней; $1 \leq S \leq 99$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S , при котором Петя выигрывает, совершив всего лишь один ход, не используя умножение.

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, найдите два значения S , при которых у Вани есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Ваня не может гарантированно выиграть, совершив один ход;
- Ваня может выиграть, совершив не более двух ходов, независимо от того, как будет ходить Петя.

Ответы укажите в порядке возрастания.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимально и максимальное значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть, совершив один ход;
- Петя может выиграть, совершив не более двух ходов, независимо от того, как будет ходить Ваня.

В ответе укажите сначала минимальное, а затем - максимальное.

10.

(А.Богданов) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может изменить количество камней в куче на 1, 3 или 7, но обязательно в сторону числа 42. Если больше 42, то забирает камни из кучи. Если меньше 42, то добавляет камни. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится ровно 42. Игрок, сделавший ход, который привел к значению 42, считается победителем.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 20.

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите два **наименьших** значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, найдите **максимальное** значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.