

ЕГЭ 8

информатика

Проверяемые элементы содержания

Спецификация:

Знание основных понятий и методов, используемых при измерении количества информации

Кодификатор:

Теоретические подходы к оценке количества информации. Единицы измерения количества информации. Алфавитный подход к оценке количества информации. Закон аддитивности информации.

Формула Хартли. Информация и вероятность. Формула Шеннона

Методы решения

- Аналитический
- Программирование
(перебор вариантов,
подсчет количества
нужных)

Какая комбинаторная конфигурация?



Надо знать

- принципы работы с числами, записанными в позиционных системах счисления
- если слово состоит из L букв, причем есть n_1 вариантов выбора первой буквы, n_2 вариантов выбора второй буквы и т.д., то число возможных слов вычисляется как произведение
- $N = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_L$
- если слово состоит из L букв, причем каждая буква может быть выбрана n способами, то число возможных слов вычисляется как $N = n^L$
- если в программе L вложенных циклов и внешний цикл выполняется n_1 раз, следующий (вложенный) n_2 раз и т.д., то команды самого внутреннего цикла будут выполнятся N раз, где
- $N = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_L.$
- Если $n_1 = n_2 = \dots = n_L = n$, то $N = n^L$.
- при увеличении n или L значение N сильно возрастает, что приводит к существенному увеличению времени выполнения программы.

Аналитический способ решения

1. Все четырёхбуквенные слова, в составе которых могут быть только буквы Л, Е, М, У, Р, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Ниже приведено начало списка.

1. ЕEEE

2. ЕЕЕЛ

3. ЕЕЕМ

4. ЕЕЕР

5. ЕЕЕУ

6. ЕЕЛЕ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы Л?

Решение задачи 1

1. Определяем количество возможных букв -> их 5, следовательно работаем с 5 системой счисления (СС). Это значить, что наш список слов мы можем записать как числа в из 5СС
2. Закодируем в правом столбце буквы цифрами, начиная с нуля. Дальше кодирование прекращаем, т.к. буквы начинают повторяться.
3. В вопросе спрашивают про первое слово, которое начинается с буквы Л.
4.

1. 0000
2. 0001
3. 0010
4.

А мы понимаем, что спрашивают про число 1000_5 в пятеричной системе, потому что это **первое число, которое начинается с 1**. Длина числа равна 4, т.к. длина слов равна 4.

Переведём число 1000_5 из пятеричной системы в нашу родную десятичную систему.

$$0*5^0 + 0*5^1 + 0*5^2 + 1*5^3 = 125$$

4. А порядковый номер (столбец слева) отличается от счёта в пятеричной системе на 1. **Порядковый номер на 1 больше.**

Поэтому в ответе напишем 126.

- | | |
|---------|-----|
| 1. ЕЕЕЕ | 0 |
| 2. ЕЕЕЛ | 1 |
| 3. ЕЕЕМ | 2 |
| 4. ЕЕЕР | 3 |
| 5. ЕЕЕУ | 4 |
| 6. ЕЕЛЕ | ... |

Решение задачи 1 программы

```
k=0 #счетчик списка  
  
#перебираем по одной возможно букве, буквы уже в алфавитном порядке  
for x1 in 'ЕЛМРУ':  
  
    #вложенных циклов будет столько - сколько букв в итоговом  
    слове  
    for x2 in 'ЕЛМРУ':  
        for x3 in 'ЕЛМРУ':  
            for x4 in 'ЕЛМРУ':  
                s=x1+x2+x3+x4 #из полученных букв формируем слово  
                k+=1 #каждому слову выдаем номер  
  
                #если первая буква Л нам это слово подходит  
                if s[0]=='Л':  
  
                    #печатаем номер подходящего слова и выбираем  
                    первое из вывода (по условию)  
                    print(k)
```

Аналитический способ решения

2. Все пяти-буквенные слова, в составе которых могут быть только буквы А, О, У записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Ниже приведено начало списка.

1. АAAAA
2. АAAAО
3. АAAAУ
4. ААОАО

...

Запишите слово, которое стоит на 240-м месте от начала списка.

Решение задачи 2

1. Определяем количество возможных букв -> их 3,
следовательно работаем с ЗСС. Это значит, что наш
список слов мы можем записать как числа в из ЗСС 1. 0000
2. 0001
3. 0010
4.
2. Закодируем в правом столбце буквы цифрами, начиная с
нуля. Дальше кодирование прекращаем, т.к. буквы А - 0
О - 1
У - 2
начинают повторяться.
3. В вопросе спрашивают про 240 номер -> 239 значение.
4. Переведем 239 в ЗСС: 22212, что соответствует слову
уууоу

Решение задачи 2 программы

```
k=0 #счетчик списка  
  
#перебираем по одной возможно букве, буквы уже в алфавитном порядке  
for x1 in 'АОУ':  
  
    #вложенных циклов будет столько - сколько букв в итоговом слове  
    for x2 in 'АОУ':  
        for x3 in 'АОУ':  
            for x4 in 'АОУ':  
                for x5 in 'АОУ':  
  
                    #из полученных букв формируем слово  
  
                    s=x1+x2+x3+x4+x5  
                    k+=1 #каждому слову выдаем номер  
  
                    #если номер слова равен нужному номеру  
                    if k==240:  
  
                        #печатаем слово  
                        print(s)
```

Аналитический способ решения

3. Сколько слов длины 5, начинающихся с главной буквы можно составить из букв Е, Г, Э? Каждая буква может входить в слово несколько раз. Слова необязательно должны быть осмысленными словами русского языка.

Решение:

$$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 162$$

Первый буквой может стоять Е, Э, т.е. 2 варианта размещения.

На остальных 4х позициях могут стоять Е, Г, Э т.е. 3 варианта размещения.

Решение задачи 3 программы

- ```
k=0 #счетчик слов
#перебираем по одной возможно букве, буквы уже в алфавитном порядке
for x1 in 'ЕГЭ':
 #вложенных циклов будет столько - сколько букв в итоговом слове
 for x2 in 'ЕГЭ':
 for x3 in 'ЕГЭ':
 for x4 in 'ЕГЭ':
 for x5 in 'ЕГЭ':
 s=x1+x2+x3+x4+x5 #из полученных букв формируем
 СЛОВО
 #Если первая буква гласная
 if s[0] in "ЕЭ":
 #увеличиваем счетчик
 k+=1
#печатаем сколько накопилось
print(k)
```

# Задача 4

- Сколько существует различных символьных последовательностей длины 5 в четырёхбуквенном алфавите  $\{A, C, G, T\}$ , которые содержат ровно две буквы A?

$$\begin{array}{r}
 05 \\
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccccc}
 A & A & 3 & 3 & 3 \\
 \underline{A} & \underline{3} & \underline{A} & \underline{3} & \underline{3} \\
 A & 3 & A & 3 & A \\
 \underline{A} & \underline{3} & \underline{A} & \underline{3} & \underline{A} \\
 \hline
 \end{array} & \left. \begin{array}{c} \\ \\ + \end{array} \right\} 4 \cdot 27 \\
 \\ \\
 \begin{array}{ccccc}
 - & A & A & - & - \\
 - & \underline{A} & \underline{A} & - & - \\
 - & \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{A}} \\
 \hline
 \end{array} & \left. \begin{array}{c} \\ \\ + \end{array} \right\} 3 \cdot 27 \\
 \\ \\
 \begin{array}{ccccc}
 - & - & A & A & - \\
 - & - & \underline{A} & \underline{A} & - \\
 - & - & \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{A}} \\
 \hline
 \end{array} & \left. \begin{array}{c} \\ \\ + \end{array} \right\} 2 \cdot 27 \\
 \\ \\
 \begin{array}{ccccc}
 - & - & A & A & - \\
 - & - & \underline{A} & \underline{A} & - \\
 - & - & \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{A}} \\
 \hline
 \end{array} & \left. \begin{array}{c} \\ \\ 1 \cdot 27 \quad \checkmark \end{array} \right\} 10 \cdot 27 = 270
 \end{array}
 \end{array}$$

# Решение задачи 4 программы

- ```
k=0 #счетчик слов
#перебираем по одной возможно букве, буквы уже в алфавитном порядке
for x1 in 'ACGT':
    #вложенных циклов будет столько - сколько букв в итоговом слове
    for x2 in 'ACGT':
        for x3 in 'ACGT':
            for x4 in 'ACGT':
                for x5 in 'ACGT':
                    s=x1+x2+x3+x4+x5 #из полученных букв формируем
                    СЛОВО
                    #Если в слове две А
                    if s.count('A')==2:
                        #увеличиваем счетчик
                        k+=1
#печатаем сколько накопилось
print(k)
```

Задача 5

Вася составляет 3-буквенные слова, в которых есть только буквы В, Е, С, Н, А, причём буква А используется в каждом слове хотя бы 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

N 07

1A $\frac{A}{A} \frac{A}{A}$ } $3 \cdot (4 \cdot 4)$ } = 61

2A $\frac{AA}{A} \frac{A}{A}$ } $3 \cdot 4$

3A $\frac{AAA}{A}$ 1

Решение задачи 5 программы

- ```
k=0 #счетчик слов
#перебираем по одной возможно букве, буквы уже в алфавитном
порядке
for x1 in 'ВЕСНА':
 #вложенных циклов будет столько - сколько букв в итоговом слове
 for x2 in 'ВЕСНА':
 for x3 in 'ВЕСНА':
 s=x1+x2+x3 #из полученных букв формируем слово
 #Если в слове хотябы одна А
 if s.count('А')>=1:
 #увеличиваем счетчик
 k+=1
#печатаем сколько накопилось
print(k)
```

# Задача 6

- Определите количество пятизначных чисел, записанных в восьмеричной системе счисления, в записи которых только одна цифра 6, при этом никакая нечётная цифра не стоит рядом с цифрой 6.
- **Решение:**
  1. Алфавит 0-7 из них нечетные 1,3,5,7 (4) и четные 0,2,4,6 (4)
  2. Рассмотрим возможные варианты расстановки

63777 - 6 на первом месте, далее какая-либо четная из оставшихся, то есть 3 варианта, на остальных любая цифра, кроме 6, т.е. 7 вариантов. Всего для такой расстановки получим  $3 \cdot 7^3$  вариантов.

Подобным образом продвигаем 6 далее.

26377  $2 \cdot 3 \cdot 7^2$

63637  $6 \cdot 3^2 \cdot 7$

67363  $6 \cdot 7 \cdot 3^2$

67736  $6 \cdot 7^2 \cdot 3$

Просуммировав все комбинации получим **2961**

# Решение задачи 6 программы

```
k=0
for x1 in '1234567':
 for x2 in '01234567':
 for x3 in '01234567':
 for x4 in '01234567':
 for x5 in '01234567':
 s = x1 + x2 + x3 + x4 + x5
 if s.count('6')==1:
 if s.count('16')==0 and s.count('61')==0 and s.count('36')==0 and s.count('63')==0
 and s.count('56')==0 and s.count('65')==0 and s.count('76')==0 and s.count('67')==0:
 k=k+1
print(k)
```

# Задача 7

Сколько существует восьмеричных пятизначных чисел, не содержащих в своей записи цифру 1, в которых все цифры различны и никакие две чётные или две нечётные цифры не стоят рядом?

**Решение:**

1. Алфавит 0-7, но при этом 1 не может быть, значит: **0234567**
2. Рассмотрим возможные комбинации, где Ч – **четное** число, а Н – **нечетное**:  
ЧНЧНЧ  
НЧНЧН
3. Для каждой расстановки посмотрим количество вариантов расстановки, с учетом, что каждая цифра встречается только один раз и число не начинается с **0**

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 108$$

$$3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 = 72$$

$$72 + 108 = 180$$

# Решение задачи 7 программа

```
k=0
```

```
for x1 in '1234567':
```

```
 for x2 in '01234567':
```

```
 for x3 in '01234567':
```

```
 for x4 in '01234567':
```

```
 for x5 in '01234567':
```

```
 s = x1 + x2 + x3 + x4 + x5
```

```
 if s.count('1')==0:
```

```
 if s.count(x1)==1 and s.count(x2)==1 and s.count(x3)==1 and s.count(x4)==1 and s.count(x5)==1:
```

```
 if x1 in '0246' and x2 in '1357' and x3 in '0246' and x4 in '1357' and x5 in '0246':
```

```
 k=k+1
```

```
 if x1 in '1357' and x2 in '0246' and x3 in '1357' and x4 in '0246' and x5 in '1357':
```

```
 k=k+1
```

```
print(k)
```

# Библиотека `itertools` Python

В Python существует стандартная библиотека `itertools` – сборник полезных итераторов.

Функция `permutations(iter, r)` позволяет получить все перестановки длиной `r` из `iter` без повторений.

Функция `product (iter, repeat)` позволяет получить все перестановки длиной `repeat` из `iter` с повторениями.

Функция `combinations(iter, r)` – комбинации по `r` символов из `iter`

## Задача 8

- Женя составляет 5-буквенные слова, в которых встречаются только буквы А, Б, В, Г, причём буква А появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Женя?

# Задача 9

- Артур составляет 5-буквенные коды из букв Е, С, А, У, Л. Каждую букву нужно использовать ровно один раз, при этом нельзя ставить рядом две гласные. Сколько различных кодов может составить Артур?

## Задача 10

- Петя составляет шестибуквенные слова перестановкой букв слова КАБАЛА. При этом он избегает слов с двумя подряд одинаковыми буквами. Сколько всего различных слов может составить Петя?

## Задача 11

- Сергей составляет 6-буквенные коды из букв С, О, Л, О, В, Е, Й. Буква Й может использоваться в коде не более одного раза, при этом она не может стоять на первом месте, на последнем месте и рядом с буквой Е. Все остальные буквы могут встречаться произвольное количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодов может составить Сергей?

## Задача 12

- Василий составляет 4-буквенные коды из букв Г, А, Ф, Н, И, Й. Каждую букву можно использовать любое количество раз, при этом код не может начинаться с буквы Й и должен содержать хотя бы одну гласную. Сколько различных кодов может составить Василий?

## Задача 13

- Сколько существует чисел, восьмеричная запись которых содержит 7 цифр, причём все цифры различны и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом.

## Задача 14

- Сколько существует четырёхзначных чисел, записанных в восьмеричной системе счисления, в записи которых ровно две одинаковые цифры, причём стоящие рядом ?

# Задача 15

Все 4-буквенные слова, составленные из букв А, Е, И, О записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. AAAA
2. AAAE
3. AAAI
4. AAAO
5. AAEA

...

Запишите слово, стоящее на 248-м месте от начала списка.

# Задача 16

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, Р, У, К записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААК
3. ААААР
4. ААААУ
5. АААКА

.....

Укажите номер слова УКАРА

# Задача 17

Все 4-буквенные слова, в составе которых могут быть буквы Н, О, Т, К, И, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Ниже приведено начало списка.

1. ИИИИ
2. ИИИК
3. ИИИН
4. ИИИО
5. ИИИТ
6. ИИКИ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы О?

# Задача 18

Все пятибуквенные слова, в составе которых могут быть только русские буквы Л, А, Й, М записаны в алфавитном порядке и пронумерованы начиная с 1.

Ниже переведено начало списка.

1. АAAAA
2. АААЙ
3. АААЛ
4. АААМ
5. ААЙА

...

Под каким номером в списке идёт последнее слово, которое не содержит ни одной буквы М, ни одной буквы Л и не содержит букв Й, стоящих рядом?

# Задача 19

Все пятибуквенные слова, составленные из букв Ф, Л, А, М, И, Н, Г, О записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААГ
3. ААААИ
4. ААААЛ
5. ААААМ
6. ААААН
7. ААААО

...

Определите в этом списке количество слов с нечётными номерами, которые не начинаются с буквы Н и при этом содержат в своей записи не более одной буквы О.

## Задача 20

- Сколько существует различных трёхзначных чисел в шестнадцатеричной системе счисления, в записи которых цифры следуют слева направо в невозрастающем порядке?