

25

часть 2

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[174457; 174505]$, числа, имеющие ровно два различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Для каждого найденного числа запишите эти два делителя в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания произведения этих двух делителей. Делители в строке таблицы также должны следовать в порядке возрастания.

1) циклом перебираем числа из диапазона [174457; 174505], записываем их в переменную x .

2) для каждого числа x будем искать делители и считать их. Заведем список $dels = []$ - в него будем записывать делители числа x .

а) так как нам не нужно находить тривиальные делители (единицу и само число), будем искать делители среди чисел d из диапазона $[2, x-1]$.

б) для каждого числа d проверяем, является ли оно делителем числа x (если является, то остаток от деления x на d равен нулю). Если является - добавляем делитель d в список $dels$.

в) после того, как перебрали все числа d - "возможные делители", проверяем количество делителей в списке $dels$. Если их два - выводим эти делители на экран.

3) если перебрали не все числа x , возвращаемся к п.1)

Также можно отметить, что если в списке $dels$ уже есть три делителя, дальше проверять, являются ли числа d делителями, бессмысленно - все равно данное число x не подходит для ответа (ищем числа с двумя нетривиальными делителями). Поэтому можно прервать цикл по возможным делителям с помощью оператора досрочного выхода из цикла `break`.

если у числа x четное количество делителей n , то, зная первые (минимальные) $n // 2$ делителей, можем найти его оставшиеся делители как частное от числа x и его известных делителей.

если количество делителей нечетно - один из них будет непарным. Но на самом деле он парен самому себе.

У числа x будет нечетное количество делителей тогда и только тогда, когда есть число u , такое, что $u * u = x$. Другими словами, если число является квадратом другого числа, у него нечетное количество делителей (и наоборот).

Граница поиска минимального делителя числа x проходит по значению корня из числа x .

ОПТИМИЗАЦИЯ

1. Будем добавлять в список делитель d и сразу его пару $x // d$.
2. Уменьшим диапазон для поиска наименьших делителей d . Следует отметить, что есть разные пути реализации диапазона (кстати, мы не можем просто взять диапазон $[2, \text{round}(x^{0.5})]$ - если интересно, проверьте, в каких границах будете искать делители для чисел 12, 15, 16).

Часто используют $[2, \text{int}(i^{0.5})+1]$

3. Добавить проверку - если делитель в квадрате равен числу x , то в список делителей добавляем его без пары; если квадрат делителя больше числа x - делаем break. Такая реализация будет достаточно строгой - мы точно переберем все нужные числа и не посчитаем какие-то делители дважды.

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[81234; 134689]$, числа, имеющие ровно три различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Для каждого найденного числа запишите эти три делителя в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания этих трех делителей. Делители в строке таблицы также должны следовать в порядке возрастания.

1

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[193136; 193223]$, числа, имеющие ровно 6 различных делителей. Выведите эти делители для каждого найденного числа в порядке возрастания.

2

Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[81234; 134689]$, найдите числа, имеющие ровно три различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Для каждого найденного числа запишите в таблицу на экране с новой строки сначала наименьший, а потом наибольший из этих делителей.

3

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[244143; 367821]$, числа, имеющие ровно 5 различных делителей. Выведите эти делители для каждого найденного числа в порядке возрастания.

4

Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[135790; 163228]$, найдите числа, сумма натуральных делителей которых больше 460000. Для каждого найденного числа запишите количество делителей и их сумму. В качестве делителей не рассматривать числа 1 и исследуемое число. Так, например, для числа 8 учитываются только делители 2 и 4.

5

Напишите программу, которая ищет среди нечётных целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [248015; 251575] числа (в порядке возрастания) с нечётным количеством делителей. Для каждого такого числа выведите само число и делитель, квадрат которого равен этому числу.

6

Обозначим через F целую часть среднего арифметического всех натуральных делителей целого числа, кроме единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение F равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 550000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение F при делении на 31 даёт в остатке 13. Выведите первые 5 найденных чисел в порядке возрастания и справа от каждого числа – соответствующее значение F .

7

Обозначим через $P(N)$ – произведение 5 наименьших различных нетривиальных делителей натурального числа N (не считая единицы и самого числа). Если у числа N меньше 5 таких делителей, то $P(N)$ считается равным нулю. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 300 000 000, для которых $P(N)$ оканчивается на 31 и не превышает N . В ответе для каждого найденного числа запишите сначала значение $P(N)$, а затем – наибольший делитель, вошедший в произведение $P(N)$.

8

Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[333555; 777999]$, найдите числа, среди делителей которых есть ровно 35 двузначных чисел. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число, наименьший и наибольший из его двузначных делителей. Так, например, для числа 36 учитываются только делители 12 и 18.

9

Найдите 5 чисел больших 500000, таких, что среди их делителей есть число, оканчивающееся на 8, при этом этот делитель не равен 8 и самому числу. В качестве ответа приведите 5 наименьших чисел, соответствующих условию. Формат вывода: для каждого из найденных чисел в отдельной строке запишите само число, а затем минимальный делитель, оканчивающийся на 8, не равный 8 и самому числу.

Простые числа

```
def IsPrime(n):  
    if n < 2:  
        return False  
    for d in range(2, int(n**0.5) + 1):  
        if n % d == 0:  
            return False  
    return True
```


10

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [4202865; 4202923], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.

11

Обозначим через S сумму простых делителей целого числа, не считая самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение S равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 250000 в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение S не равно нулю и кратно 17. Программа должна найти первые 5 таких чисел. Для каждого из них в отдельной строке сначала выводится само число, затем значение S . Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел.

12

Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку $[158928; 345293]$, которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей. В ответе запишите количество таких чисел и минимальное из них.

Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 450 000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых наибольший натуральный делитель, не равный самому числу, не является простым числом. Программа должна найти и вывести первые 6 таких чисел и соответствующие им значения упомянутых делителей.

Формат вывода: для каждого из 6 таких найденных чисел в отдельной строке сначала выводится само число, затем упомянутый делитель. Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел.

Например, для числа 105 наибольший натуральный делитель 35 не является простым, для числа 15 наибольший натуральный делитель 5 — простое число, а для числа 13 такого делителя не существует.

Основная теорема арифметики:

Всякое составное натуральное число можно представить в виде произведения простых множителей и притом единственным способом, т.е.

$$a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$$

где p_1, p_2, \dots, p_n - различные простые делители составного числа a , $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ - число их повторений в разложении числа a .

Это равенство называется *разложением натурального числа a на простые множители*.

Например, $288 = 2^5 \cdot 3^2$, $13 = 13^1$

Нетривиальный делитель — это любой делитель числа, кроме двух самых очевидных: единицы и самого этого числа.

Число нетривиальных делителей:

$$\delta = (k_1 + 1)(k_2 + 1) \dots (k_m + 1) - 2$$

Если $\delta = 3$:

$$(k_1 + 1)(k_2 + 1) \dots (k_m + 1) = 5$$

$$k_1 = 4, \quad k_2 = k_3 = \dots k_m = 0$$

14*

Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку $[525784203; 728943762]$ и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.

15

Пусть M – сумма минимального и максимального натуральных делителей целого числа, не считая единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то значение M признаётся равным нулю.

Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 800 000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых

M оканчивается на 4. В ответе запишите в первом столбце таблицы первые пять найденных чисел в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им значения M .

Например, для числа 20 $M = 2 + 10 = 12$.

Количество строк в таблице для ответа избыточно.

16

Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 1 324 727, в порядке возрастания и ищет среди них числа, представленные в виде произведения ровно двух простых множителей, не обязательно различных, каждый из которых содержит в своей записи ровно одну цифру 5.

В ответе в первом столбце таблицы запишите первые 5 найденных чисел в порядке возрастания, а во втором столбце - для каждого из чисел наибольший из соответствующих им найденных множителей.

Количество строк в таблице для ответа избыточно.