

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или четыре камня либо увеличить количество камней в куче в два раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 51. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу из 51 камня или больше. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 50$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

2.

(А. Кабанов) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 25. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 25 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 24$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Найдите минимальное значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

Вопрос 2. Сколько существует значений S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Вопрос 3. Найдите два значения S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

3.

(А. Кабанов) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в кучу два камня;
- б) увеличить количество камней в куче в три раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 45. Если при этом в куче оказалось не более 112 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 44$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Найдите минимальное значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

Вопрос 2. Сколько существует значений S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Вопрос 3. Найдите минимальное и максимальное значения S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

4.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в одну из куч **один камень** или **увеличить** количество камней в куче **в три раза**. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 45. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 45 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 4 камня, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 40$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

Вопрос 2. Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Укажите такое значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.