

Ex 1, paragraf 1.6, pagina 177

Fie codul liniar binar $C(5,3)$ dat prin matricea generatoare:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinați matricea de control și sistemul de verificare a parității. Scrieți codul. Intocmiți tabela standard și tabela de sindroame. Corectați și decodificați cuvântul recepționat $y = 11101$.

Matricea de control este matricea generatoare a codului ortogonal pe codul dat, fiind soluție a sistemului $G \cdot Y = 0$:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 0 \\ y_2 + y_3 + y_5 = 0 \\ y_3 + y_4 + y_5 = 0 \end{cases}$$

Necunoscute secundare: $y_4 = \alpha$ și $y_5 = \beta$

Matricea soluțiilor: $\{(\alpha, \alpha, \alpha + \beta, \alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{Z}_2\}$

de unde matricea de control este:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sistemul de verificare a parității este $H \cdot X = 0$, deci

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_3 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$x_2 = \alpha$, $x_3 = \beta$, $x_4 = \gamma$, cuvintele cod sub forma $(\alpha + \beta + \gamma, \alpha, \beta, \gamma, \beta)$. Deci mesajul sursă este pe pozițiile 2, 3, 4, iar x_1 și x_5 sunt poziții de control.

Aceasta se consideră regulă de codificare / decodificare.

$$abc \rightarrow (a+b+c, a, b, c, b)$$

Codul este: $C(5,3) = \{00000, 11111, 01101, 00111, 10010, 11000, 01010, 10101\}$

Tabela standard este:

00000	00000	11111	01101	00111	10010	11000	01010
10000	10000	01111	11101	10111	00010	01000	11010
00100	00100	11011	01001	00011	10110	11100	01110
00001	00001	11110	01100	00110	10011	11001	01011

00000	10101
10000	00101
00100	10001
00001	10100

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Tabela de simptome:

eroare	simptom
00000	00
00001	01
10000	10
00100	11

$y = 11101$; Calculăm simptomele

$$H \cdot y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Corectăm cu tabela de simptome: $y_c = y + 10000 = 01101$, care se decodifică în 110. Corectăm cu tabela standard. Cuvântul recepționat y nu este cuvânt cod, se află în tabela standard pe coloana cuvântului cod 01101, deci $y_c = 01101$.