

Procesamiento Digital de Imágenes

Parcial 2

Darién Julián Ramírez
Franco Matzkin
Gianfranco Fagioli

Índice

| | |
|---------------------------------------|----|
| 1. Tema IV - Restauración de imágenes | 1 |
| 2. Tema V - Nociones de segmentación | 6 |
| 3. Tema VI - Morfología matemática | 8 |
| 4. Problemas de aplicación | 9 |
| 5. Anexo | 13 |

1. Tema IV - Restauración de imágenes

1. Conteste VERDADERO o FALSO, justificando en ambos casos:

a) El filtro de la media geométrica es útil para eliminar ruido tipo pimienta, pero falla con ruido tipo sal.

Falso. El filtro de media geométrica es bueno para ruido gaussiano pero falla con ruido impulsivo. Por lo tanto es malo para ambos ruidos ya que son los dos impulsivos.

b) Una buena opción para reducir ruido uniforme es restaurar mediante un filtro de moda.

Falso. El filtro de moda toma el mas frecuente en la vecindad por lo tanto reduce bien el ruido impulsivo pero falla para otros tipos. Una buena opción para eliminar el ruido uniforme es mediante el filtro del punto medio.

c) La combinación $\text{moda}(\text{puntoMedio}(f))$ es útil para eliminar ruido uniforme e impulsivo a la vez.

Falso. Aplicar primero el filtro de punto medio elimina el ruido uniforme pero actúa mal con el ruido impulsivo. Lo primero que se debería eliminar es el ruido impulsivo con el filtro de moda y luego eliminar el ruido uniforme con el filtro de punto medio. $\text{puntoMedio}(\text{moda}(f))$.

d) El filtro generalizado de Wiener (media geométrica) es útil para eliminar ruido cuando $\alpha = 1$ y $\beta = 0$.

Falso. Cuando $\alpha = 1$ el filtro generalizado de Wiener se convierte en un filtro inverso, el cual es útil para eliminar la degradación. El ruido se puede eliminar estableciendo un β alto y α distinto de 1 (para que el segundo término del filtro no se cancele).

e) El filtro de la moda es útil para eliminar, entre otros, ruido exponencial.

Falso. El filtro de moda es útil para eliminar impulsivo.

f) El ruido impulsivo puede darse por defectos en la transmisión.

Verdadero. Puede darse por defectos en aparatos de *adquisición* (ej: defectos electrónicos de dispositivos CCD o sensores), defectos en la transmisión (ej: interferencia) y ruido externo que contamina la (transmisión) conversión A/D.

g) El filtro no lineal de mediana es útil para eliminar ruido tipo sal.

Verdadero. Es útil para eliminar cualquier tipo de ruido impulsivo y no produce el desenfoque de los filtros lineales de la misma talla. Tampoco introduce nuevos valores de grises (copia uno existente).

h) El único ruido estudiado dependiente de las coordenadas espaciales es el periódico.

Verdadero. Se asume que todos los tipos de ruido no están correlacionados con la imagen y que los tipos de ruido diferentes al periódico quedan descritos mediante variables estadísticas, en particular por la *función de densidad de probabilidad*.

i) El filtro de media armónica, al igual que el de media geométrica, es bueno para ruido normal.

Verdadero. Difieren en que el filtro de media armónica es bueno para el ruido sal y el de media geométrica es malo para ruido impulsivo.

j) Una vez obtenida la función de degradación H con la que se degradó una imagen, la restauración siempre se realiza aplicando el filtro inverso.

Falso. El filtrado inverso es la manera más simple de restaurar la imagen pero no se recupera la imagen original. Para mejores resultados se utiliza filtro de Wiener o la generalización del filtro de Wiener.

k) Un filtro de orden máximo es adecuado para eliminar ruido de disparo.

Falso. Un filtro de orden máximo ($\hat{f}(x, y) = \max_{(s, t)} g(s, t)$) es útil sólo para el ruido tipo pimienta, el cual es unipolar y no de disparo^a.

^atambién llamado bipolar o sal y pimienta.

l) Si el parámetro de Wiener γ es igual a 1, el filtro de mínimos cuadrados se reduce al filtro inverso.

Falso. Si $\gamma = 1$, el filtro de mínimos cuadrados tiende al filtro de Wiener. En cambio, cuando $\gamma = 0$, tiende al filtro inverso.

m) (2) Si la estimación de la varianza del ruido es baja, un filtro adaptativo de media devuelve siempre la media.

Falso. Si la estimación de la varianza del ruido es baja, el filtro debe retornar el valor de la imagen original. La media se devuelve en caso de que el ruido local σ_L sea cercano a la varianza del ruido σ_η (global).

n) Con un filtro de orden del punto medio es posible eliminar tanto ruido uniforme como bipolar.

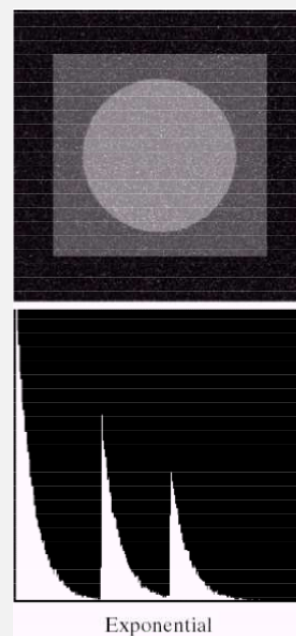
Falso. El filtro de punto medio es útil para eliminar el ruido uniforme pero no garantiza buenos resultados frente al ruido bipolar debido a que realiza un promedio entre el máximo y mínimo de la vecindad, y esta presenta valores de intensidad no correlacionados con la información de la imagen.

ñ) Para estimar la función de degradación se debe considerar una región homogénea de la imagen.

Falso. Para estimar la función de degradación por observación, puede considerarse una sección rectangular pequeña de la imagen que contenga estructuras como por ejemplo parte de un objeto y el fondo, esto es un área en la cual exista un alto contraste (el contenido de la señal sea fuerte).

o) Se tiene una imagen homogénea de gris 120 a la cual se le suma ruido exponencial. Ningún valor está por debajo de 120.

Verdadero. Porque el exponencial solo suma valores positivos al valor de gris.

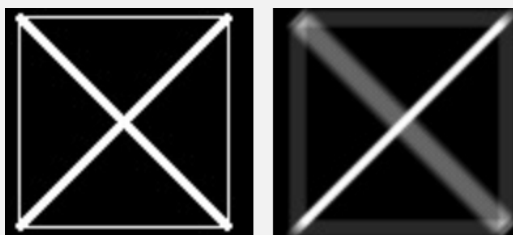


2. Una imagen es filtrada con la siguiente máscara:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,03 & 0,07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,03 & 0,1 & 0,03 \\ 0 & 0 & 0 & 0,03 & 0,1 & 0,03 & 0 \\ 0 & 0 & 0,03 & 0,1 & 0,03 & 0 & 0 \\ 0 & 0,03 & 0,1 & 0,03 & 0 & 0 & 0 \\ 0,03 & 0,1 & 0,03 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,07 & 0,03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Describa todas las particularidades de la imagen de salida.

La imagen de salida presenta un desenfoque/degradación en la dirección diagonal de pendiente positiva no afectando las líneas con esa inclinación, afectando un poco a las líneas verticales y horizontales, y degradando en mayor medida las líneas diagonales de pendiente negativa.



b) ¿Cómo obtendría la imagen original a partir de la imagen procesada?

Para obtener una aproximación de la función de degradación $H(u, v)$ se considera que la degradación introducida por la máscara es la degradación obtenida por parte del sistema de adquisición. Se obtiene una respuesta al impulso del sistema adquiriendo un patrón puntual de luz:

$$H(u, v) = \frac{G(u, v)}{A}$$

donde $G(u, v)$ es el espectro de la imagen filtrada y A la intensidad del pulso.

Como los valores de la matriz son pequeños, se aplica filtrado pseudo-inverso:

$$R(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{H(u, v)} & |H(u, v)| > \varepsilon \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

3. Dado el filtro de la media contra-armónica¹, responda las siguientes cuestiones:

- a) Discuta el comportamiento del filtro en áreas de gris constante, para un valor positivo y un valor negativo de Q .

En áreas de gris constante, un $Q > 0$ aumenta el brillo de la imagen y un $Q < 0$ lo disminuye.

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s, t)} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s, t)} g(s, t)^Q}$$

- b) ¿Por qué el filtro es efectivo en eliminar ruido tipo sal cuando $Q < 0$?

Cuando $Q < 0$ el filtro de media contra-armónica tiende al filtro de media armónica el cual es útil para eliminar el ruido de tipo sal.

4. Esquematice el diagrama de flujo de una función que ensucie una imagen de tamaño $M \times N$ con ruido uniforme de parámetros $a = -1$ y $b = 1$.

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{2} & -1 \leq z \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta_u(x, y)$$

5. Formular matemáticamente el filtro pseudo-inverso y explique su comportamiento.

$$\hat{F}(u, v) = R(u, v)G(u, v)$$

donde

$$R(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{H(u, v)} & |H(u, v)| > \epsilon \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Valores pequeños de H harían que el ruido se amplificara desmesuradamente por esto se consideran solo los valores de R superiores a una constante ϵ . Se limitan los valores del filtro a valores cercanos al origen con el objetivo de reducir la probabilidad de encontrar valores cercanos a cero.

6. Completar las siguientes oraciones:

- a) La mejor manera de eliminar ruido uniforme y gaussiano es ...

Ambos ruidos son de tipo gaussiano (ya que no es impulsivo). Filtros de orden como el del punto medio es una buena elección y también filtro adaptativo (anda también con uniforme).

¹Con $Q > 0$ elimina el ruido pimienta y con $Q < 0$ elimina el ruido sal. Particularmente si $Q = 0$ se convierte en filtro de media aritmética y si $Q = -1$ es el filtro media armónica.

- b) El filtro de mínimos cuadrados con parámetro cercano a cero elimina mejor degradaciones como...

Remoción de la degradación H (ej: desenfoque), y pobre filtrado del ruido (ej: ruido gaussiano).
Tiende al filtro inverso.

- c) En zonas de borde, el filtro adaptativo de medias devuelve...

un valor similar al original ya que la varianza local del ruido es mucho mayor que la varianza global del ruido.

7. Dada una imagen degradada, explique cómo estimar la función de transferencia del filtro inverso por observación, si sólo se dispone de la imagen.

Suponiendo que tenemos una imagen degradada sin conocer la función de degradación H , y sabiendo que la degradación es invariante a la posición, una forma de estimar H es obteniendo información de la propia imagen.

Por ejemplo, si esta está desenfocada, para reducir el efecto del ruido podemos observar una sección rectangular pequeña que contenga estructura, como parte de un objeto y el fondo en la cual el contenido de la señal sea fuerte (área de alto contraste).

El paso siguiente consiste en procesar la subimagen para llegar a un resultado sin la degradación agregada (sin desenfoque). Esto puede hacerse por ejemplo, realizando los bordes de la subimagen con un filtro del tipo alta potencia.

Observando la subimagen $g_s(x, y)$ entonces haciendo una estimación de cómo debería ser esa región sin la degradación ($\hat{f}_s(x, y)$) y asumiendo que el efecto del ruido es despreciable debido a la elección de un área con alto contenido de señal, se tiene que:

$$H_s(u, v) = \frac{G_s(u, v)}{\hat{F}_s(u, v)}$$

siendo $H_s(u, v)$ el espectro de la degradación en la región (que al ser invariante respecto a la posición es generalizable a la imagen completa), $G_s(u, v)$ el espectro de la imagen degradada en la región y $\hat{F}_s(u, v)$ el espectro de nuestra estimación de la imagen original en esa región.

8. Dada una imagen con un ligero movimiento horizontal, explique cómo estimar la función de transferencia del filtro inverso, si sólo se dispone de la imagen.

Como se conoce el motivo de la degradación, se plantea y ajusta el modelo matemático correspondiente al borronado por movimiento.

9. Explique el modelo matemático completo que puede afectar una imagen, explicando sus componentes y suposiciones.

$$\text{Dominio espacial} \rightarrow g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y)$$

$$\text{Dominio frecuencial} \rightarrow G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

Donde H es la función de degradación, N es el ruido aditivo, F es el espectro de la imagen original y G es la transformada de la imagen degradada.

Se asume que el ruido es independiente de las coordenadas espaciales (salvo el ruido periódico) y no está correlacionado con la imagen. El ruido queda descrito mediante variables estadísticas, en particular la PDF (función de densidad de probabilidad). Puede ser provocado por defectos en la adquisición o en la transmisión. Para estimarlo se analiza alguna zona homogénea de la imagen en el espacio. Todo su tratamiento se da en el dominio espacial.

2. Tema V - Nociones de segmentación

1. Conteste VERDADERO o FALSO, justificando en ambos casos:

- a) Al calcular ∇f para una imagen, el valor puntual de $\arctan(G_y/G_x)$ es igual a la dirección del borde en cada punto.

Falso. La dirección del gradiente es perpendicular a la dirección del borde en un punto.

- b) El filtro LoG (Laplaciano del Gaussiano) corresponde a un operador de derivada segunda.

Verdadero.

- c) El operador de Sobel tiene respuesta nula en zona de gris constante.

Verdadero. Todos operadores que trabajan con la primer derivada tienen respuesta nula en zonas de gris constante.

Máscaras de Sobel:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Explique el esquema de segmentación mediante crecimiento de regiones, y explique cómo podría usarlo para obtener objetos presentes en una imagen, junto con su área (como por ejemplo, en la imagen de glóbulos rojos).

- Consiste en agrupar píxeles o subregiones en regiones más grandes, basándose en propiedades que tengan en común (por ej. medida o criterio de similitud de los niveles de gris).
- Los píxeles deben cumplir con algún criterio determinado de conectividad o adyacencia.
- La técnica se inicia a partir de píxeles iniciales (semillas) y se van incorporando los píxeles vecinos que cumplen con la propiedad P seleccionada, la cual depende del problema y el tipo de imagen disponible. En el caso de la imagen de glóbulos rojos, se podrá considerar utilizar el canal rojo, verificando que las intensidades en este canal se encuentren en un rango determinado.
- El proceso termina cuando no existen más píxeles que cumplan P o cuando se verifica algún criterio especificado (tamaño máximo de la región, forma, etc.).
- Con los píxeles que fueron agrupados se determina el área de la región contando la totalidad de ellos.

3. Suponga una imagen que contiene solamente bordes horizontales. Si calcula ∇f mediante los operadores de Sobel G_x y G_y , demuestre que se cumple la igualdad: $\nabla f = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} = |G_x| + |G_y|$

Como la imagen sólo contiene bordes horizontales y la dirección del gradiente es perpendicular a la dirección del borde en un punto:

$$G_x = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3) = 0$$

$$G_y = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

$$\sqrt{G_y^2} = \sqrt{(z_3 + z_6 + z_9 - (z_1 + z_4 + z_7))^2} = |G_y|$$

4. (2) Al calcular G_y con una máscara de Sobel en una imagen formada por una línea vertical blanca ubicada en la columna central de un cuadrado negro, ¿por qué en la salida se obtiene una doble línea vertical?

$$G_y = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Al convolucionar la imagen con G_y , cuando el *kernel* superpone su tercer columna con la línea vertical blanca da como resultado un borde que se ubicará sobre la columna central del *kernel* igual a $z_3 + 2z_6 + z_9$. Al posar la columna central sobre la línea no se obtendrán bordes puesto que dicha línea está rodeada por valores de intensidad nulos. Al caer la columna izquierda sobre la línea se obtendrá un borde sobre la columna central del *kernel*.

5. Esquematice la transformada de Hough de una imagen de $M \times M$ dada por un cuadrado negro con puntos blancos ubicados en $(0, 0)$ y $(M, 0)$.

????????????????

6. Indique en el espacio de parámetros de la transformada de Hough dónde monitorear la aparición de un objeto rectangular inclinado 45° en el cuadrante superior derecho.

Sea una imagen de $M \times M$.

Para $\theta = 45^\circ$: $\frac{M}{\sqrt{2}} \leq \rho \leq \frac{\sqrt{5}}{2} M$

Para $\theta = 135^\circ$: $0 \leq \rho \leq \frac{M}{\sqrt{2}}$

7. Se tiene una imagen cuadrada de $M \times M$ de la cual se quieren detectar triángulos equiláteros ubicados en el 3er cuadrante. Desarrolle un procedimiento para realizar esta tarea.

Si los triángulos no están rotados, θ podrá valer 0, 60 o 120 grados, por lo que si se encuentran tres ρ con el mismo valor en el acumulador, se tendrá un triángulo equilátero. Como se quiere restringir la búsqueda al 3^{er} cuadrante, ρ estará acotado (trigonometría).

8. Describa el proceso de etiquetado de regiones.

a) Primera pasada:

- Recorrer la imagen R fila por fila, asignando una etiqueta $v \neq 0$ para cada píxel $R(i, j) \neq 0$.
- Establecer el valor de v depende de los vecinos de $R(i, j)$ de la siguiente manera:
 - Si todos los vecinos^a pertenecen al fondo (etiquetas iguales a 0), $R(i, j)$ es etiquetado con un valor^b aún no usado de v .
 - Si existe sólo un píxel vecino con etiqueta distinta de 0, se le asigna esta etiqueta a $R(i, j)$.
 - Si existe más de un píxel vecino con la etiqueta distinta de 0, se le asigna a $R(i, j)$ la etiqueta de cualquiera de ellos. Si a su vez las etiquetas de los vecinos son distintas entre sí, se almacena la equivalencias entre etiquetas en una tabla.

b) Segunda pasada:

- Todos los píxeles fueron etiquetados en la primera pasada, pero debido a las posibles colisiones puede haber regiones con distintas etiquetas asignadas a sus píxeles.
- Se recorre la imagen nuevamente reetiquetando los píxeles según la tabla de equivalencias.

| | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 |
| 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1 0 | 0 0 0 0 0 2 2 0 0 0 3 3 0 4 0 | 0 0 0 0 0 2 2 0 0 0 1 1 0 2 0 |
| 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 | 0 5 5 5 2 2 2 0 0 0 3 0 0 4 0 | 0 2 2 2 2 2 2 0 0 0 1 0 0 2 0 |
| 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 | 0 0 0 0 5 0 2 0 0 0 0 0 0 4 0 | 0 0 0 0 2 0 2 0 0 0 0 0 0 2 0 |
| 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 | 0 6 6 5 5 5 2 2 2 2 2 4 4 0 | 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 |
| 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 | 0 0 0 0 5 5 5 2 2 2 2 2 4 0 | 0 0 0 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 |
| 0 1 1 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1 0 | 0 7 7 0 0 0 5 0 2 0 0 2 2 0 | 0 3 3 0 0 0 2 0 2 0 0 2 2 0 |
| 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 |
| Imagen | Primera pasada | Segunda pasada |

^aLa vecindad puede corresponder a 4 u 8 vecinos.

^bEs aconsejable utilizar valores de etiquetas incrementales.

3. Tema VI - Morfología matemática

1. Conteste VERDADERO o FALSO, justificando en ambos casos.

a) El operador de cierre morfológico consiste en una dilatación seguida de una erosión.

Verdadero. $(A \oplus B) \ominus B$

2. Definir y mencionar propiedades del elemento estructurante, utilizado en operaciones morfológicas.

Un elemento estructurante es una *sub-imagen* que se utiliza para probar propiedades de la imagen que se estudia. Debe tener especificado un origen y una forma. Los valores que contiene son binarios. El elemento estructurante recorre la imagen deslizándose sobre ella, y dependiendo de si el elemento está contenido en la imagen, inserta o no un valor en la posición del píxel origen de este.

3. Enuncie similitudes y diferencias entre las operaciones morfológicas de apertura y cierre

La similitud es que ambas realizan una erosión y una dilatación, y la diferencia es que las realizan en un orden diferente.

La *apertura* realiza primero una erosión seguido de una dilatación, con el objetivo de suavizar el contorno de un objeto, romper los istmos estrechos y eliminar salientes delgadas, mientras que el *cierre* aplica primero una dilatación seguido de una erosión, con el objetivo de suavizar el contorno de un objeto, eliminar agujeros pequeños, fusionar discontinuidades estrechas y rellenar lagunas en el contorno.

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

Cierre

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

Apertura

4. Una definición posible del gradiente morfológico es...

dilatación - erosión (hay varias respuestas)

$$\beta_E(A) = A - (A \ominus B)$$

$$\beta_D(A) = (A \oplus B) - A$$

$$\beta_{DE}(A) = (A \oplus B) - (A \ominus B)$$

4. Problemas de aplicación

1. La ladera del volcán Teide, en la isla de Tenerife (España) es un sitio privilegiado para la observación astronómica, por la bajísima contaminación lumínica del cielo. En Tolar Grande (Salta), una de las zonas más áridas e inhóspitas del planeta, se encuentra un observatorio astronómico del CONICET que le encargue a usted que implemente un sistema de adquisición y envío de imágenes entre ambos sitios. Es sabido que las imágenes se contaminan con ruido por problemas en la electrónica de los CCD de los telescopios, debido a la baja temperatura ambiente (inferior a -30°C).

A fin de implementar un método óptimo de restauración, usted debe primeramente establecer el modelo de ruido que mejor se ajusta al proceso físico de contaminado, y luego evaluar los métodos.

a) Filtrado espacial con la máscara: $\frac{1}{10} [1 \ 1 \ 1; \ 1 \ 2 \ 1; \ 1 \ 1 \ 1]$

b) Filtrado espacial con la máscara: $\frac{1}{16} [1 \ 1 \ 1; \ 1 \ 8 \ 1; \ 1 \ 1 \ 1]$

c) Filtrado de mediana con máscara de 3×3 .

Se dispone de tres imágenes: original (O), ruidosa (N) y restaurada (R). Denotando por $\text{ECM}(A,B)$ al error cuadrático medio entre las imágenes A y B, enuncie y justifique qué método logra el menor $\text{ECM}(N,R)$ y qué método logra el menor $\text{ECM}(O,R)$.

El ruido que aparece en los componentes electrónicos de los circuitos CCD es de tipo impulsivo (sal y pimienta).

El método que logre el menor $\text{ECM}(N,R)$ será aquel que no realice una buena restauración puesto que la imagen restaurada no será muy diferente de la ruidosa. El que logra esto es el *b* debido a que no altera demasiado la imagen ruidosa (le da más importancia al píxel central del *kernel*).

Por otro lado, el menor $\text{ECM}(O,R)$ se conseguirá con un método que restaure muy bien la imagen, haciendo que la original y la restaurada tiendan a ser diferentes. El mejor método para eliminar el ruido impulsivo es el *c*.

2. Se tiene una imagen con una degradación consistente en la eliminación de 1 cada 5 columnas. Se disponen de 6 procesos abajo enumerados para restaurarla, los cuales se aplican por separado solamente en las columnas negras, obteniéndose una imagen restaurada en cada caso (el resto de la imagen no se procesa y queda como está originalmente):

a) Filtro de mediana horizontal de 3 puntos.

b) Filtro de media geométrica horizontal de 3 puntos.

- c) Filtro del punto medio horizontal de 3 puntos.
- d) Filtro de media aritmética horizontal de 3 puntos.
- e) Filtro de mediana en cruz de 3 puntos.

Establezca el ranking de calidad de las salidas obtenidas según cómo espera Ud. que sea el error cuadrático medio entre la imagen original y la restaurada, fundamentando su elección.

Aquellos procesos que no hacen nada (esto es, que dejan el píxel en negro) serán considerados los peores, ya que es lo mismo que no aplicar ningún proceso. Este es el caso de la media geométrica horizontal^a (debido a que realiza una productoria), y de la mediana en cruz (habrá más cantidad de píxeles negros para elegir y por lo tanto se elegirán estos).

Luego le siguen aquellos que promedian el valor incorrecto junto a otros valores posibles, como es el caso del punto medio horizontal (en este caso, el peor de los dos porque le da un peso alto a la intensidad 0), y la media aritmética horizontal (que promedia los valores de la región).

Finalmente, se tiene que el mejor proceso es aplicar un filtro de mediana dispersa horizontal, ya que va a asignar un valor real o posible al píxel oscuro.

^aEl filtro de media geométrica es útil cuando existe ruido gaussiano.

3. Se quiere implementar un sistema de análisis de video de tráfico de una autopista que capte movimiento. Se pide:

- a) Detectar mediante la transformada de Hough los límites de cada calzada

- 1) Aplicar un filtro de mediana en todos los canales de la imagen, con el objetivo de homogeneizar la imagen sin perder los bordes.
- 2) Segmentar por color el resultado, analizando en qué canal se tiene una mejor segmentación de la calzada. Se sugiere analizar en HSV y RGB los histogramas de una región homogénea de la misma.
- 3) Detectar los bordes presentes en la máscara, aplicando un filtro de Sobel y umbralizando.
- 4) Detectar los límites de la calzada mediante la transformada de Hough, tomando de este proceso las 4 líneas más importantes.

A partir de las líneas obtenidas, aquellas que tengan θ entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ se corresponderán con la calzada izquierda, mientras que las que tienen θ entre $\frac{\pi}{2}$ y π se corresponderán con la calzada derecha.

- b) Avisar si se detiene un vehículo en la zona central.

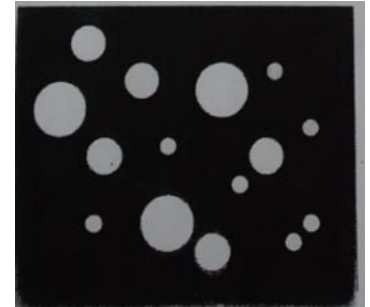
- 1) Se enmascara la zona central, a partir de las líneas interiores de las calzadas (detectadas en el paso anterior), quedándose solamente con el contenido de la zona central, que se convertirá a escala de grises.
- 2) Analizar cada 30 frames si se produjo un cambio en la zona central, guardando la información correspondiente al cantero, y efectuar la resta entre frames en este intervalo.
- 3) Si existe un auto en el cantero central, la diferencia lo mostrará en el momento en el que éste ingresó al cantero.

- c) Detectar el sabotaje de la cámara consistente en el rociado de spray sobre la lente, lo cual introduce un desenfoque no uniforme sobre la imagen.

Comparar las líneas detectadas en la transformada de Hough. Si se produjo un desenfoque en la imagen, no se podrán detectar las líneas correctamente, produciendo una detección errónea. Por lo tanto, comparando cada 5 minutos la variación de los ρ y θ , podremos saber si se produjo el sabotaje (estos parámetros cambiarán cuando en realidad deben ser constantes).



4. Dada la figura de la derecha, suponga que representa una imagen de células binarizadas no solapadas de 3 tamaños diferentes. Diseñe un sistema que devuelva como salida la cantidad de células diferenciadas por tamaño indicando su diagrama en bloques y todas las consideraciones que crea pertinentes.



Se debe aplicar el algoritmo de etiquetado de regiones, que da como resultado píxeles con valores iguales para los que pertenecen al mismo objeto (etiqueta). Cada objeto distinto tendrá una etiqueta distinta a la de los demás objetos. Para cada etiqueta se cuenta la cantidad de píxeles que tienen ese valor de etiqueta (mismo objeto), esto da una aproximación del área del objeto. Por último se agrupan las etiquetas que tienen la misma cantidad de píxeles contando así la cantidad de objetos de cada tamaño.

5. Un astrónomo trabaja con un telescopio de gran escala cuyas lentes enfocan la imagen sobre un CCD de alta resolución. Por falta de mantenimiento, el sistema de enfriamiento del CCD no es capaz de mantener los -50° requeridos para el buen funcionamiento, por lo que el dispositivo introduce ruido fotónico no uniforme, presente como fluctuaciones aparentemente aleatorias en la intensidad de la señal generada. Además, se observa que todas las imágenes poseen un ligero desenfoque. Se le encarga a usted que, teniendo en cuenta que sólo puede adquirir imágenes de cuerpos estelares, formule una solución basada en procesamiento digital para ambos problemas, empleando un filtro de Wiener en el segundo caso.

El ruido fotónico no uniforme causado por el CCD es de tipo impulsivo (como por ejemplo, sal y pimienta), por lo que se lo deberá eliminar con un filtro que sea bueno ante estas perturbaciones, como un filtro de mediana.

Una vez eliminado el ruido, se debe reducir la degradación de la imagen mediante el filtro de Weiner. Debido a que se cuenta con el dispositivo de captura, la función de degradación H se puede estimar a través de la captura de un patrón puntual de luz (pulso unitario):

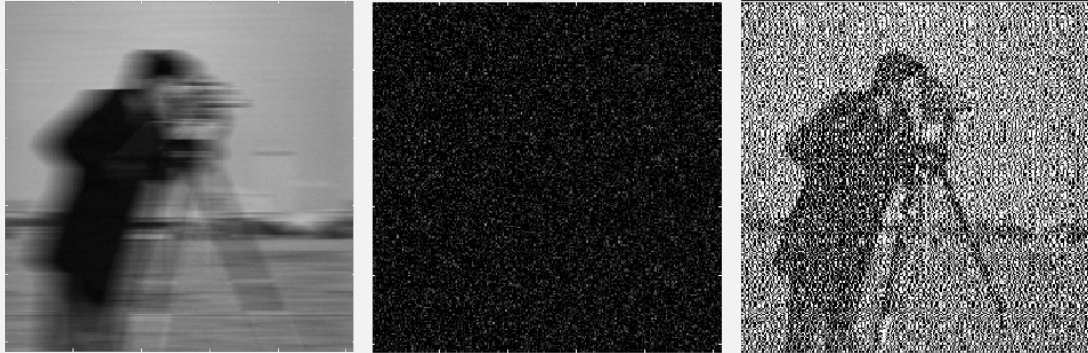
$$H(u, v) = \frac{G(u, v)}{A}$$

donde $G(u, v)$ es el espectro de la imagen filtrada y A la intensidad del pulso.

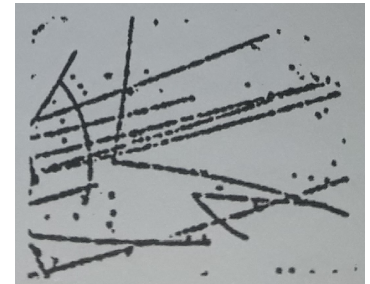
Como los valores de la matriz son pequeños, se aplica filtrado pseudo-inverso:

$$R(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{H(u, v)} & |H(u, v)| > \varepsilon \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Cabe destacar que el orden de aplicación de estos procesos es importante, ya que realizar primero el filtrado para eliminar la degradación con presencia de ruido, provocaría una restauración incorrecta. Un ejemplo de hacer primero la restauración del desenfoque puede verse en la Figura siguiente (la imagen del medio corresponde al ruido agregado).



6. La cámara de burbujas es un detector de partículas utilizado en experimentos de física de alta energía. En ella se bombardea el núcleo de átomos y estas colisiones originan rayos que son capturados en las imágenes adquiridas, una de las cuales se muestra en la figura de la derecha. Proponga una solución para detectar todos los rayos que contengan al menos 100 píxeles y estén orientados en cualquiera de las siguientes direcciones $\pm 25^\circ$, $\pm 50^\circ$ y $\pm 75^\circ$. La estimación de error en cualquiera de estas direcciones es de $\pm 5^\circ$. El sistema debe ser capaz de diferenciar rayos que tienen la misma dirección pero origen diferente. Para que un rayo sea válido, debe al menos tener 100 píxeles y no más de 3 cortes, cualquiera de los cuales no debe exceder los 10 píxeles de separación. Por simplicidad, asuma que las imágenes han sido preprocesadas para afinar los rayos a 1 píxel de ancho, excepto en el punto de colisión de donde emanan.



- a) Suponiendo que la imagen de entrada posee valores binarios, se procede a detectar las líneas mediante la transformada de Hough, analizando de su tabla los valores con θ igual a 25, 50 y 75 grados, para el caso de los ángulos positivos y 115, 140, 165 grados para los ángulos negativos.
- b) Analizar los valores otorgados por la transformada: El valor del acumulador^a deberá ser mayor a 100, ya que se pide que 100 sea el tamaño mínimo admitido.
- c) Ya tenemos los ρ y θ de cada línea de interés. Debido a que no se deben considerar líneas con más de tres cortes, éstas se enmascaran para determinar la cantidad de huecos, de la siguiente manera:
- 1) Crear una máscara que contenga unos en la dirección de la línea.
 - 2) Multiplicar la máscara por la imagen original.
 - 3) Aplicar el algoritmo de etiquetado de regiones y contar cuantas regiones hay: si no tiene cortes, habrá una región, dos cortes serán dos regiones y así sucesivamente, descartando así las líneas con más de tres cortes.
- d) Finalmente, de las líneas no descartadas en el paso anterior, informar si dos de ellas provienen de un origen diferente, en el caso que se tenga dos líneas con igual θ pero distinto ρ .

^aEn el cálculo de la transformada de Hough, se suma 1 en el acumulador por cada píxel en esa línea de la imagen

5. Anexo

Modelo de degradación (frecuencial):

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

$F(u, v)$: Espectro de la imagen sin degradación.

$H(u, v)$: Función de degradación.

$G(u, v)$: Espectro de la imagen degradada.

Filtro de media geométrica (frecuencial):

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2} \right]^\alpha \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \beta \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right]^{1-\alpha} G(u, v) \quad \text{Con } |H(u, v)|^2 = H^*(u, v)H(u, v)$$

Espectro de potencia del ruido: $S_\eta(u, v) = |N(u, v)|^2$

Espectro de potencia de la imagen original: $S_f(u, v) = |F(u, v)|^2$

Si $\alpha = 1$ entonces,

$$\begin{aligned} \hat{F}(u, v) &= \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2} G(u, v) && \text{Remplazando } |H(u, v)|^2 = H^*(u, v)H(u, v) \\ &= \frac{H^*(u, v)}{H^*(u, v)H(u, v)} G(u, v) && \text{Simplificando.} \\ &= \frac{G(u, v)}{H(u, v)} && \text{Filtro inverso.} \end{aligned}$$

Si $\alpha = 0$ entonces,

$$\begin{aligned} \hat{F}(u, v) &= \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \beta \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right] G(u, v) && \text{Reemplazando } H^*(u, v) = \frac{|H(u, v)|^2}{H(u, v)} \\ &= \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \beta \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right] G(u, v) && \text{Filtro paramétrico de Wiener. } 0 < \beta < 1 \end{aligned}$$

Valores pequeños de β restauran mejor la degradación pero no eliminan correctamente el ruido.
 Valores altos de β restauran pobremente la degradación pero eliminan mejor el ruido.

$$\text{Si } \beta = 0 \implies \hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad \textbf{Filtro inverso.}$$

$$\text{Si } \beta = 1 \implies \hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right] G(u, v) \quad \textbf{Filtro de Wiener.}$$

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{\beta}{\rho}} \right] G(u, v) \quad \rho = \frac{S_f(u, v)}{S_\eta(u, v)} \quad \textbf{Relación señal / ruido.}$$

Cuando no se conocen o no se pueden estimar los espectros de potencia se usa una aproximación:

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v)$$

Si $\alpha = \frac{1}{2}$ entonces,

$$\begin{aligned} \hat{F}(u, v) &= \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \beta \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[\frac{G(u, v)}{H(u, v)} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \beta \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Media geométrica entre el filtro inverso y el filtro paramétrico de Wiener.

Si $\alpha = \frac{1}{2}$ y $\beta = 1$ entonces se tiene un filtro de ecualización del espectro de potencia.

Referencias

[C. Gonzalez and Eugene Woods, 1996] C. Gonzalez, R. and Eugene Woods, R. (1996). Tratamiento digital de imágenes.