

Ejercicio 4: Estructura de Vigas 2D

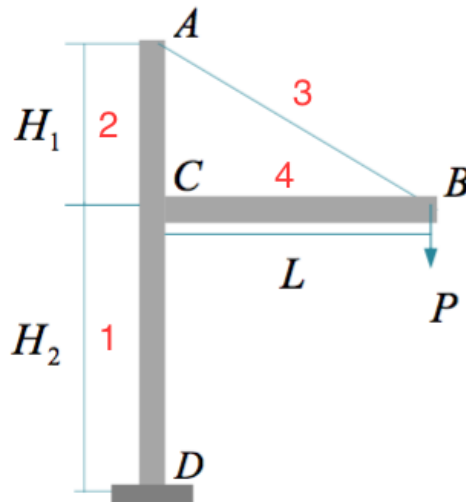
Pablo Oshiro, Xavier Escribà

18/04/2017

Problema 1

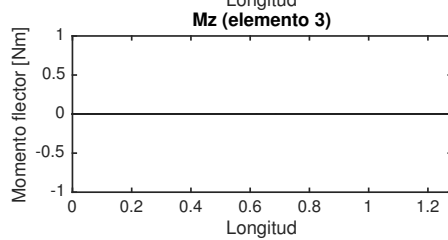
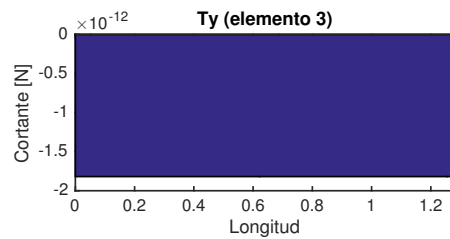
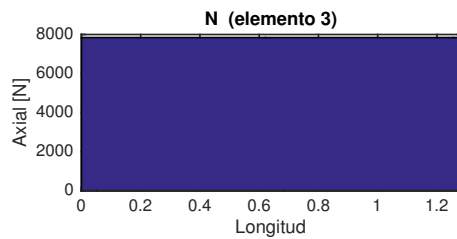
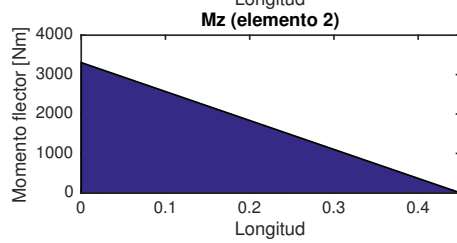
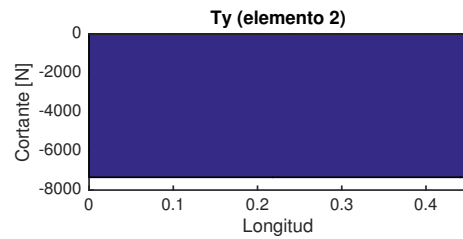
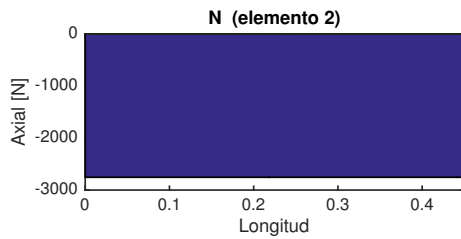
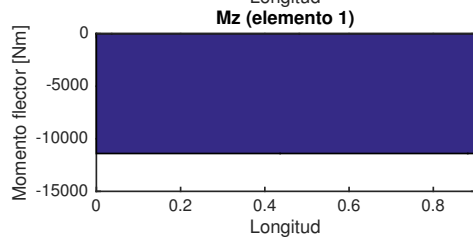
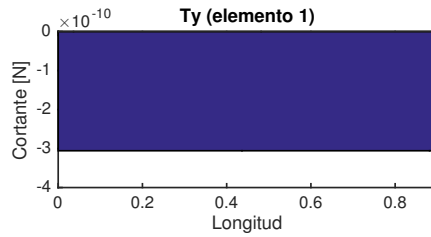
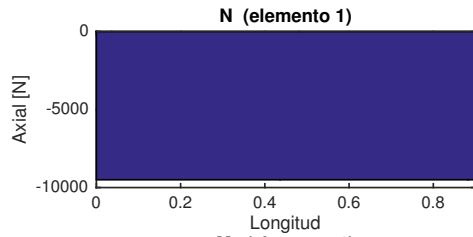
Introducción

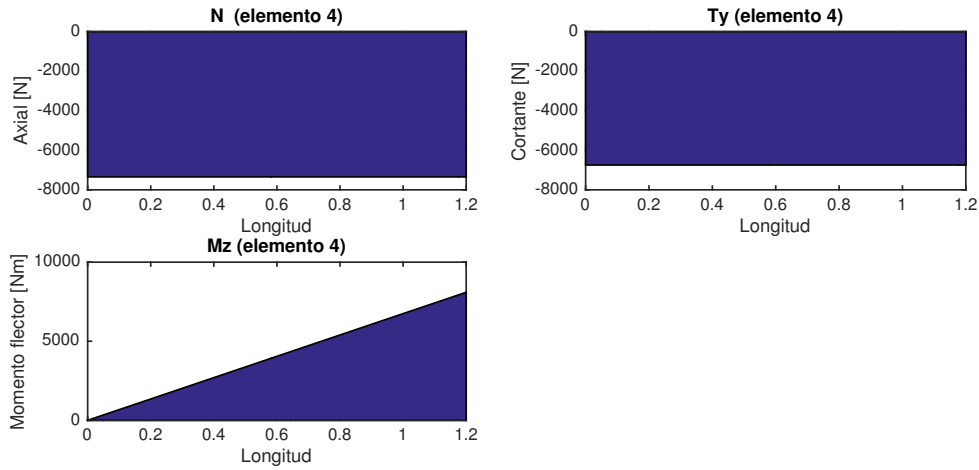
En este problema, al no tener cargas repartidas no será necesario subdividir los elementos, de forma que trabajaremos con cuatro elementos en total. El tratamiento que se le aplica al cable es el de una viga que solo soporta esfuerzos axiales.



Resolución del problema

Para resolver este problema se ha utilizado la metodología del ejercicio 3 para desarrollar un código Matlab trabajando con elementos de viga, de forma matricial. Se pedía en este ejercicio determinar el problema con un pretensado del cable, para incorporar tal pretensado en los cálculos, se ha descompuesto vectorialmente la fuerza y se ha incorporado como fuerza externa en los nodos A y B. Se han graficado los diagramas obtenidos en subplots para cada elemento:



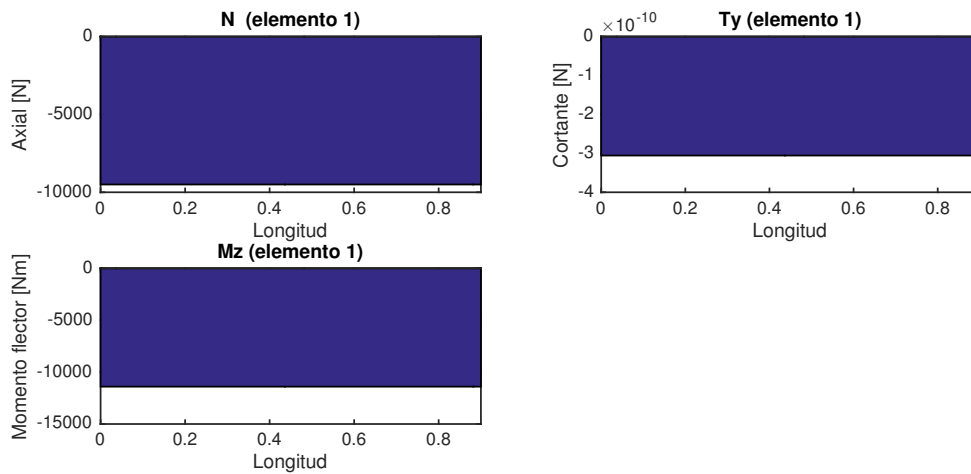


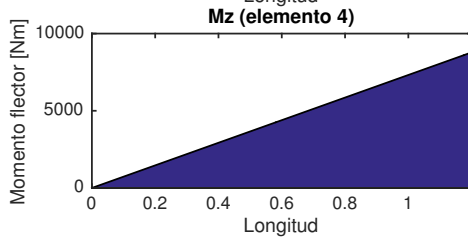
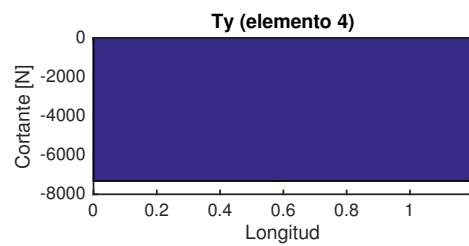
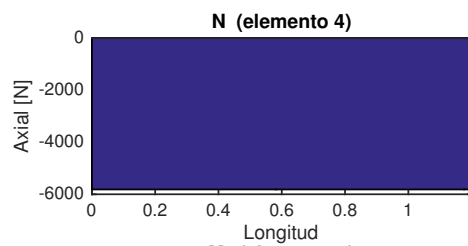
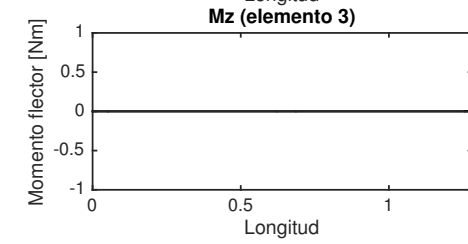
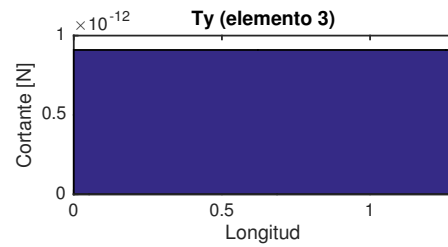
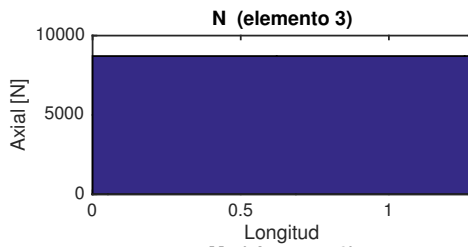
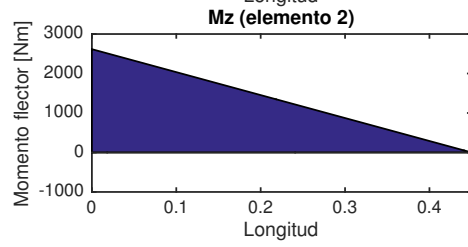
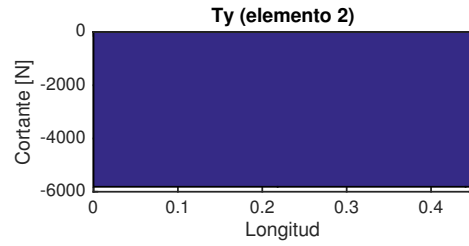
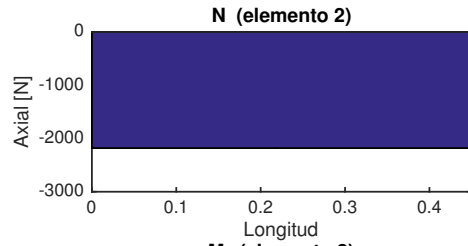
El elemento 3 es el correspondiente al cable, el diagrama indica que está bajo un esfuerzo cortante, pero dicho esfuerzo es de un orden despreciable, de forma que el tratamiento del elemento como un cable se puede comprobar que es correcto.

Para añadir el efecto del pretensado, se ha añadido como esfuerzo exterior en los nodos A y B, descomponiendo vectorialmente el pretensado, se ha aplicado el siguiente en cada dirección (se muestra el valor absoluto, en el código se ha tenido que seguir el criterio de signos):

$$\begin{cases} x = 2340.8 \text{ N} \\ y = 877.8 \text{ N} \end{cases}$$

Al aplicar el pretensado se han obtenido los siguientes diagramas de esfuerzos:





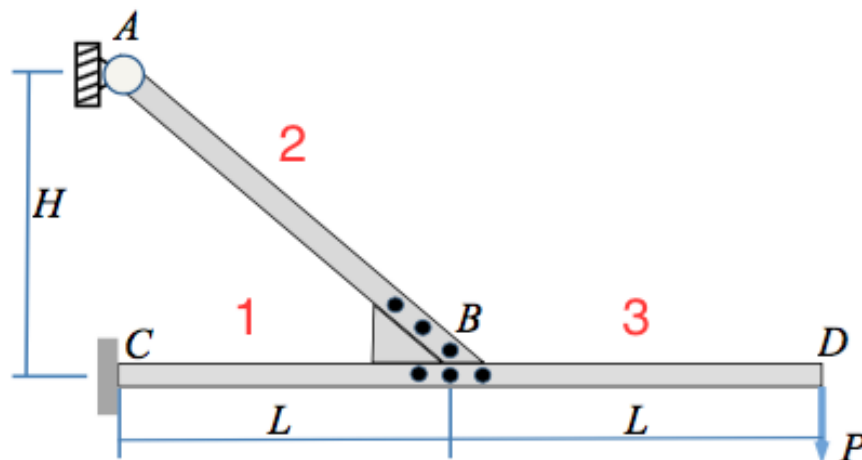
Conclusiones y observaciones

Comparando todos los diagramas de momento obtenidos, podemos observar que mediante la inclusión de un pretensado en el cable, se ha obtenido una disminución del normal, cortante y momento en el elemento dos, que es el correspondiente a la barra AC. También se ha observado un aumento en la tensión axial del cable, totalmente normal, dado el echo que lo hemos pretensado. Se puede observar una menor tensión axial en el elemento cuatro (correspondiente a la barra BC), debido a la descarga de tensión que se consigue con el pretensado del cable. Se puede ver que el pretensado del cable es una opción muy interesante en el caso que dicho cable pueda soportar la carga adicional, ya que ayuda a disminuir las cargas a las que trabaja la estructura.

Problema 2

Introducción

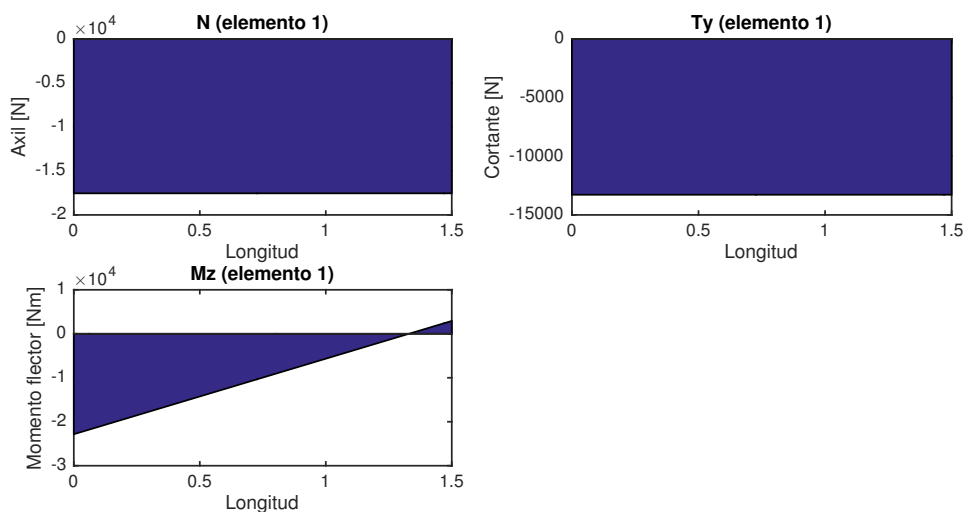
En el segundo problema se pide resolver un ejercicio cambiando una sujeción por un pasador. Para estudiar el caso del pasador, se ha forzado la viga AB a trabajar solo con esfuerzos axiales, restringiendo el giro en el nodo A.

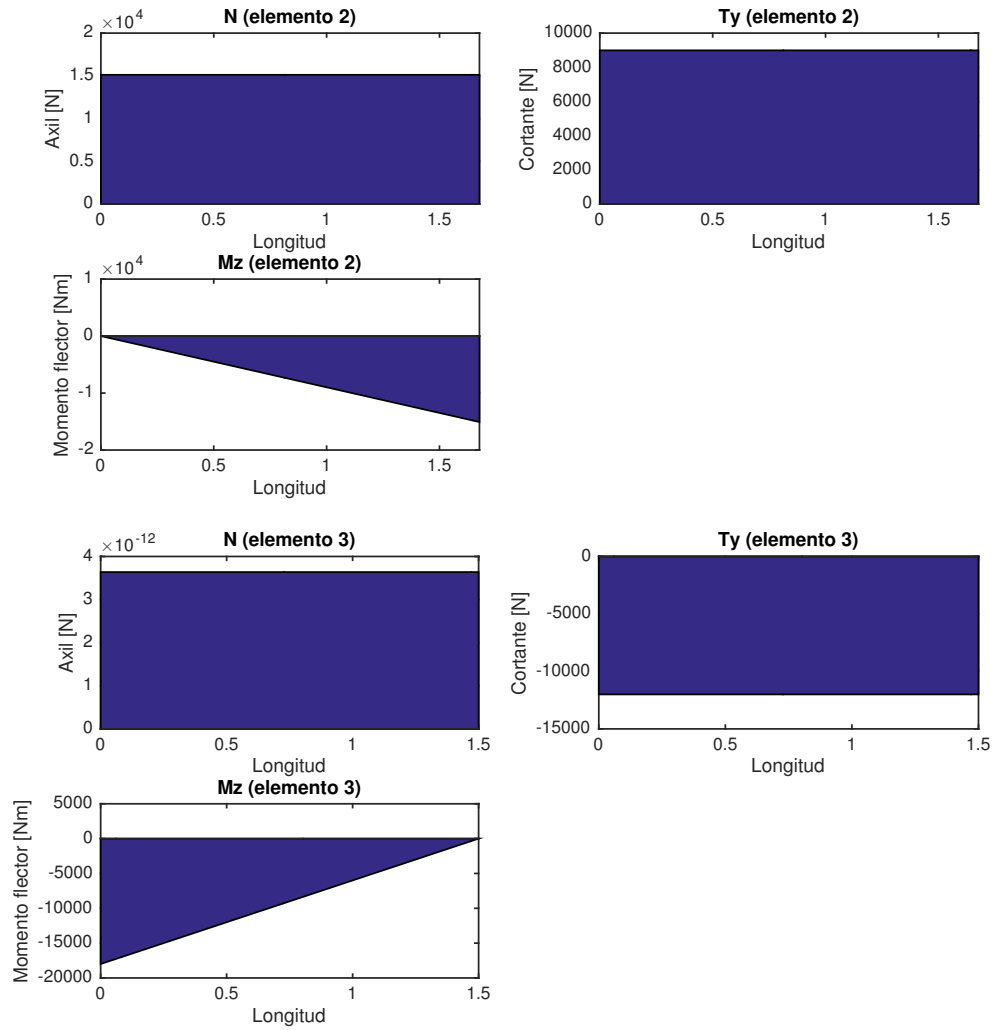


Resolución del problema

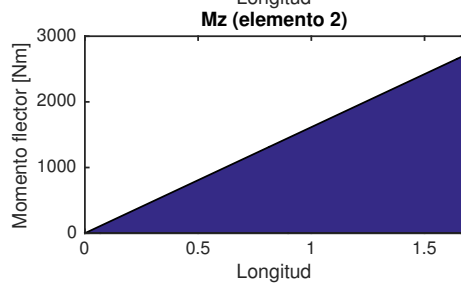
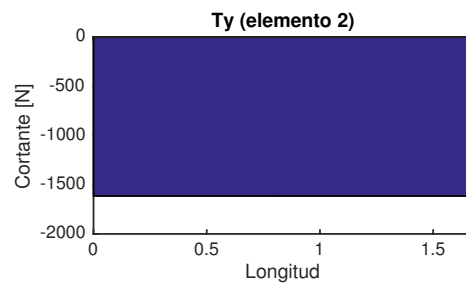
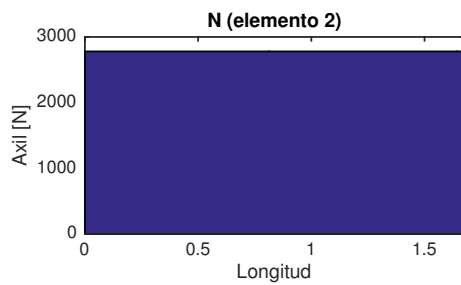
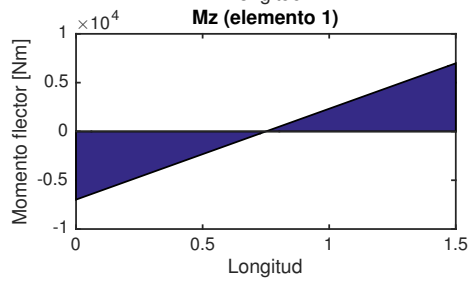
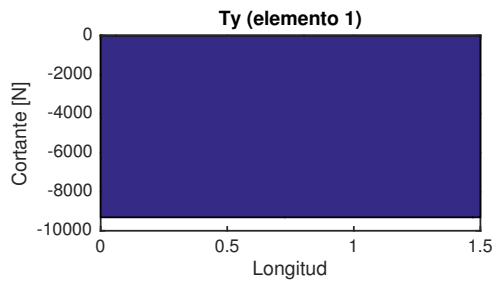
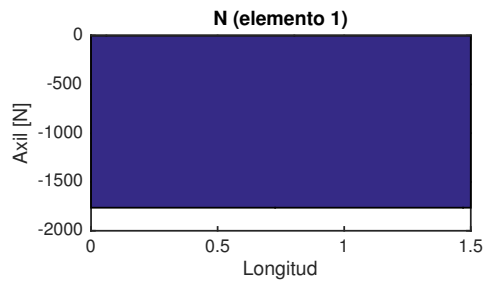
Para resolver el primer caso propuesto, se ha restringido el movimiento vertical y horizontal del nodo A, también se ha restringido todo movimiento del nodo C. Para resolver el caso del pasador, se ha introducido un grado de libertad para el giro en el nodo A. La solución de la estructura sigue la misma estructura que el primer problema de este ejercicio, simplemente hay que situar la nueva situación de los nodos, conectividades, esfuerzos aplicados y restricciones.

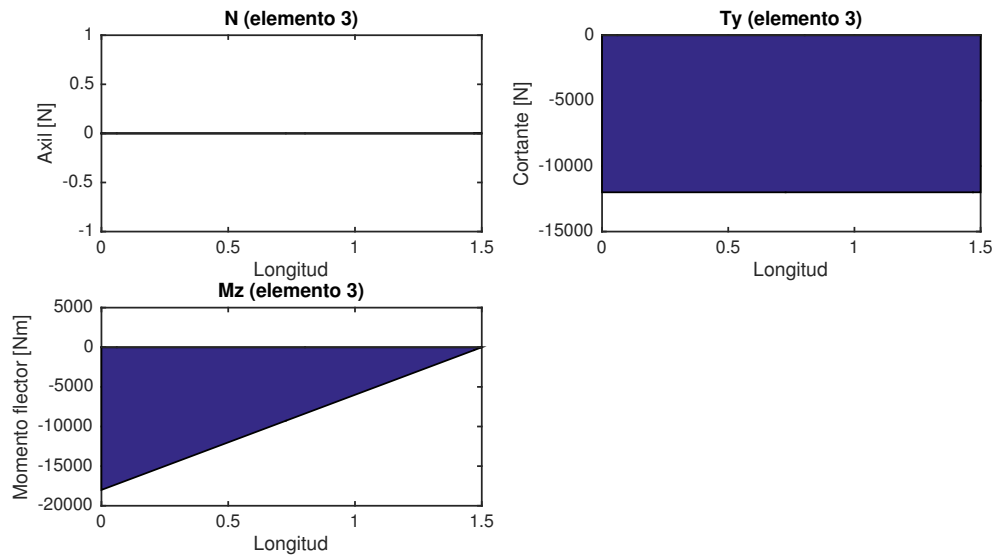
Para el caso fijo se han obtenido los siguientes diagramas de esfuerzos;





En el caso del pasador los resultados han estado estos:





Conclusiones y observaciones

En general, al comparar los dos resultados obtenidos, podemos ver que poniendo un pasador en vez de immobilizar la pieza, se consiguen unos esfuerzos significativamente menores de las barras, pudiendo utilizar en un caso de aplicación, barras mas pequeñas para la misma estructura con la misma carga aplicada. Sin embargo, se ha detectado un problema en los resultados, mientras que el tercer elemento no tiene axil, caso correcto por la geometria del problema, al restringir el giro del punto B para hacer que se comporte como un pasador, no se consigue dicho efecto en los diagramas de esfuerzo, ya que dicho elemento debería experimentar solamente esfuerzo axil por la condición de tener un pasador en los dos extremos, pero el resultado obtenido muestra esfuerzo cortante i momento, no hemos conseguido determinar cual ha estado el error en dicho cálculo.

Anexo 1: Código Matlab utilizado para la resolución del primer ejercicio

```
1 clear;
2 clc;
3
4 H2= 0.45;
5 H1= 0.9;
6 L=1.2;
7 P=9500;
8 A1=12e-6;
9 E=60e9;
10 nnod=2;
11 ndim=3;
12 nel = 4;
13 N=1;
14 M=1;
15 Z=1;
16 e=N+M+Z+1;
17 ngl=(N+M+Z+1)*ndim;
18
19 x=zeros(1,e);
20 y=zeros(1,e);
21
22 for i=2:N+1
23     y(i)=(i-1)*H1/(N);
24     x(i)=0;
25 end
26
27 for i=2:M+1
28     y(N+i)=H1+(i-1)*H2/M;
29     x(N+i)=0;
30 end
31
32 y(N+M+2)=H1;
33 x(N+M+2)=L;
34
35 for i=2:Z
36     y(N+M+1+i)=H1;
37     x(N+M+1+i)=L-(L/Z)*(i-1);
38 end
39
40 T=zeros(2,e);
41
42 for j=1:e-1
43     T(1,j)=j;
44     T(2,j)=j+1;
45 end
46 T(1,e)=e;
47 T(2,e)=N+1;
48
49 Le=zeros(1,e);
50 Kel=zeros(ndim*nnod,ndim*nnod,e);
51
52 for i=1:e-1
53     Le(i)=sqrt((x(i+1)-x(i))^2+(y(i+1)-y(i))^2);
54 end
```

```

55
56 Le(e)=sqrt((x(N+1)-x(e))^2+(y(N+1)-y(e))^2);
57 Re=zeros(6,6,e);
58
59
60 for i=1:e
61     x1e=x(1,T(1,i)); x2e=x(1,T(2,i));
62     yle=y(1,T(1,i)); y2e=y(1,T(2,i));
63     Re(:, :, i)=[-(x1e-x2e)/Le(i) -(yle-y2e)/Le(i) 0 0 0 0 ;-(y2e-yle)/Le(i)
        -(x1e-x2e)/Le(i) 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0; 0 0 0 -(x1e-x2e)/Le(i) -(yle-
        y2e)/Le(i) 0;0 0 0 -(y2e-yle)/Le(i) -(x1e-x2e)/Le(i) 0; 0 0 0 0 0 1];
64
65     if i<=N+M
66
67         I=3e6/(1e12);
68         A=sqrt(12*I);
69         Kax=A*E/Le(i)*[1 0 0 -1 0 0;
70                        0 0 0 0 0 0;
71                        0 0 0 0 0 0;
72                        -1 0 0 1 0 0;
73                        0 0 0 0 0 0;
74                        0 0 0 0 0 0];
75
76         Kmom=(E*I/Le(i)^3).*[0 0 0 0
77                               0 0;
78                               0 12 6*Le(i) 0
79                               -12 6*Le(i);
80                               0 6*Le(i) 4*Le(i)^2 0
81                               -6*Le(i) 2*Le(i)^2;
82                               0 0 0 0
83                               0 -12 -6*Le(i) 0
84                               12 -6*Le(i);
85                               0 6*Le(i) 2*Le(i)^2 0
86                               -6*Le(i) 4*Le(i)^2];
87
88     elseif i>N+M+1
89         I=1.5e6/(1e12);
90         A=sqrt(12*I);
91         Kax=A*E/Le(i)*[1 0 0 -1 0 0;
92                        0 0 0 0 0 0;
93                        0 0 0 0 0 0;
94                        -1 0 0 1 0 0;
95                        0 0 0 0 0 0;
96                        0 0 0 0 0 0];
97
98         Kmom=(E*I/Le(i)^3).*[0 0 0 0
99                               0 0;
100                              0 12 6*Le(i) 0
101                              -12 6*Le(i);
102                              0 6*Le(i) 4*Le(i)^2 0
103                              -6*Le(i) 2*Le(i)^2;
104                              0 0 0 0
105                              0 -12 -6*Le(i) 0
106                              12 -6*Le(i);
107                              0 6*Le(i) 2*Le(i)^2 0
108                              -6*Le(i) 4*Le(i)^2];

```

```

98             0             6*Le(i)      2*Le(i)^2      0
99             -6*Le(i)      4*Le(i)^2];
100
101     else
102         A=A1;
103         Kax=A*E/Le(i)*[1 0 0 -1 0 0;
104             0 0 0 0 0 0;
105             0 0 0 0 0 0;
106             -1 0 0 1 0 0;
107             0 0 0 0 0 0;
108             0 0 0 0 0 0];
109         I=0;
110         Kmom=(E*I/Le(i)^3).*[0 0 0 0 0 0;
111             0 0 12 -12 6*Le(i) 0;
112             0 6*Le(i) 4*Le(i)^2 -6*Le(i) 2*Le(i)^2;
113             0 0 0 0 0 0;
114             0 -12 12 -6*Le(i) -6*Le(i);
115             0 6*Le(i) 2*Le(i)^2 -6*Le(i) 4*Le(i)^2];
116
117     end
118     Ke_=Kax+Kmom;
119     Ke=Re(:, :, i)'*Ke_*Re(:, :, i);
120
121     for r=1:nnod*ndim
122         for s=1:nnod*ndim
123
124             Kel(r,s,i)=Ke(r,s);
125         end
126     end
127
128 end
129
130 vL=[4 5 6 7 8 9 10 11 12];
131 vR=[1 2 3];
132
133 KG=zeros(ngl,ngl);
134 for el=1:nel
135     for a=1:nnod
136         for i=1:ndim
137             r=ndim*(a-1)+i;
138             A=T(a,el);
139             p=ndim*(A-1)+i;
140             for b=1:nnod
141                 for j=1:ndim
142                     s=ndim*(b-1)+j;
143                     B=T(b,el);
144                     q=ndim*(B-1)+j;
145                     KG(p,q)=KG(p,q)+Kel(r,s,el);
146                 end

```

```

147         end
148     end
149 end
150 end
151
152
153 KLL=KG(vL,vL);
154 KLR=KG(vL,vR);
155 KRL=KG(vR,vL);
156 KRR=KG(vR,vR);
157
158 FextL=[0 0 0 -2340.8 877.8 0 2340.8 -877.8-P 0]';
159 uR=[0 0 0]';
160 uL=inv(KLL)*(FextL-KLR*uR);
161
162 u=zeros(ngl,1);
163 Fext=zeros(ngl,1);
164 Fext(11)=-P;
165 u(vL)=uL;
166 rx=KG*u-Fext;
167
168 Esfglob=zeros(6,e);
169
170 Esfglob(:,1)=Kel(:, :, 1)*u(1:6,1);
171 Esfglob(:,2)=Kel(:, :, 2)*u(4:9,1);
172 Esfglob(:,3)=Kel(:, :, 3)*u(7:12,1);
173 Esfglob(:,4)=Kel(:, :, 4)*vertcat(u(10:12,1),u(4:6,1));
174
175 Esfloc=zeros(6,e);
176
177 for i=1:e
178     Esfloc(:,i)=Re(:, :, i)*Esfglob(:,i);
179 end
180
181
182 Axil=zeros(4,100);
183 Ty=zeros(4,100);
184 MZ=zeros(4,100);
185 Long=zeros(4,100);
186
187 for i=1:e
188     Axil(i,:)=linspace(-Esfloc(1,i),Esfloc(4,i));
189     Ty(i,:)=linspace(-Esfloc(2,i),Esfloc(5,i));
190     if i==1
191         MZ(i,:)=linspace(-Esfloc(3,i),-Esfloc(3,i));
192     else
193         MZ(i,:)=linspace(Esfloc(3,i),Esfloc(6,i));
194     end
195     Long(i,:)=linspace(0,Le(i));
196 end
197
198 for i=1:e
199
200     figure(i);
201
202     subplot(2,2,1); area(Long(i,:),Axil(i,:));ylim auto; xlim([0 Le(i)]);

```

```

203     xlabel('Longitud');
204     ylabel ('Axial [N]');
205     str1=sprintf('N (elemento %d)',i);
206     title(str1);
207
208
209     subplot(2,2,2);
210     area(Long(i,:),Ty(i,:));
211     ylim auto; xlim([0 Le(i)]);
212     xlabel('Longitud');
213     ylabel ('Cortante [N]');
214     str2=sprintf('Ty (elemento %d)',i);
215     title(str2);
216
217
218     subplot(2,2,3); area(Long(i,:),MZ(i,:));ylim auto; xlim([0 Le(i)]);
219     xlabel('Longitud');
220     ylabel ('Momento flector [Nm]');
221     str3=sprintf('Mz (elemento %d)',i);
222     title(str3);
223 end

```

Anexo 2: Código Matlab utilizado para la resolución del segundo ejercicio

```

1  clear;
2  clc;
3  L=1.5;
4  A=1.5e-5;
5  H=0.75;
6  nnod=2;
7  nn=4;
8  ndim=3;
9  nel=3;
10 ngl=nn*ndim;
11 E=70e9;
12 I=2.5e-6;
13 P=12000;
14 X=[0 0 L 2*L;
15     0 H 0 0];
16 T=[1 2 3;
17     3 3 4];
18 for i=1:nel
19     x1e=X(1,T(1,i)); x2e=X(1,T(2,i));
20     y1e=X(2,T(1,i)); y2e=X(2,T(2,i));
21     l(:,i)=[x2e-x1e; y2e-y1e];
22     Le(i)=norm(l(:,i));
23     Lunit(:,i)=l(:,i)/Le(i);
24     Re(:, :, i)=[Lunit(1,i) Lunit(2,i) 0 0 0 0 ;
25                 -Lunit(2,i) Lunit(1,i) 0 0 0 0;
26                 0 0 1 0 0 0;
27                 0 0 0 Lunit(1,i) Lunit(2,i) 0;
28                 0 0 0 -Lunit(2,i) Lunit(1,i) 0;
29                 0 0 0 0 0 1];
30     Kax=A*E/Le(i)*[1 0 0 -1 0 0;
31                   0 0 0 0 0 0;

```

```

32         0 0 0 0 0 0;
33         -1 0 0 1 0 0;
34         0 0 0 0 0 0;
35         0 0 0 0 0 0];
36     Kmom=(E*I/Le(i)^3).*[0 0 0 0 0 0;
37         0 12 6*Le(i) 0 -12 6*Le(i);
38         0 6*Le(i) 4*Le(i)^2 0 -6*Le(i) 2*Le(i)^2;
39         0 0 0 0 0 0 ;
40         0 -12 -6*Le(i) 0 12 -6*Le(i);
41         0 6*Le(i) 2*Le(i)^2 0 -6*Le(i) 4*Le(i)^2];
42     Ke_=Kax+Kmom;
43     Ke=Re(:, :, i)'*Ke_*Re(:, :, i);
44     for r=1:nnod*ndim
45         for s=1:nnod*ndim
46     Kel(r,s,i)=Ke(r,s);
47         end
48     end
49 end
50
51 KG=zeros(ngl,ngl);
52 for el=1:nel
53     for a=1:nnod
54         for i=1:ndim
55             r=ndim*(a-1)+i;
56             A=T(a,el);
57             p=ndim*(A-1)+i;
58             for b=1:nnod
59                 for j=1:ndim
60                     s=ndim*(b-1)+j;
61                     B=T(b,el);
62                     q=ndim*(B-1)+j;
63                     KG(p,q)=KG(p,q)+Kel(r,s,el);
64                 end
65             end
66         end
67     end
68 end
69
70 Fext=zeros(ngl,1);
71 Fext(11)=-P;
72
73 vL=[6 7 8 9 10 11 12];
74 vR=[1 2 3 4 5];
75 FextL=Fext(vL);
76 FextR=Fext(vR);
77
78 KLL=KG(vL,vL);
79 KLR=KG(vL,vR);
80 KRL=KG(vR,vL);
81 KRR=KG(vR,vR);
82 uR=[0 0 0 0 0]';
83 uL=(KLL)\(FextL-KLR*uR);
84 u=vertcat(uR,uL);
85 Rx=KG*u-Fext;
86 Esfglob=zeros(6,nel);
87 Esfglob(:,1)=Kel(:, :, 1)*vertcat(u(1:3,1),u(7:9,1));

```

```

88 Esfglob(:,2)=Kel(:, :,2)*vertcat(u(4:6,1),u(7:9,1));
89 Esfglob(:,3)=Kel(:, :,3)*u(7:12,1);
90 Esfloc=zeros(6,nel);
91
92
93 for i=1:nel
94     Esfloc(:,i)=Re(:, :,i)*Esfglob(:,i);
95 end
96
97 Axil=zeros(4,100);
98 Ty=zeros(4,100);
99 MZ=zeros(4,100);
100 Long=zeros(4,100);
101
102
103 for i=1:nel
104     Axil(i,:)=linspace(-Esfloc(1,i),Esfloc(4,i));
105     Ty(i,:)=linspace(-Esfloc(2,i),Esfloc(5,i));
106     MZ(i,:)=linspace(Esfloc(3,i),Esfloc(6,i));
107     Long(i,:)=linspace(0,Le(i));
108 end
109
110
111 for i=1:nel
112     figure(i);
113
114     subplot(2,2,1); area(Long(i,:),Axil(i,:));ylim auto; xlim([0 Le(i)]);
115     xlabel('Longitud');
116     ylabel ('Axil [N]');
117     str1=sprintf('N (elemento %d)',i);
118     title(str1);
119
120     subplot(2,2,2); area(Long(i,:),Ty(i,:));ylim auto; xlim([0 Le(i)]);
121     xlabel('Longitud');
122     str2=sprintf('Ty (elemento %d)',i);
123     title(str2);
124     ylabel ('Cortante [N]');
125
126     if i==2
127         subplot(2,2,3); area(Long(i,:),-MZ(i,:));ylim auto; xlim([0 Le(i)]);
128         xlabel('Longitud');
129         ylabel ('Momento flector [Nm]');
130         str3=sprintf('Mz (elemento %d)',i);
131         title(str3);
132     else
133         subplot(2,2,3); area(Long(i,:),MZ(i,:));ylim auto; xlim([0 Le(i)]);
134         xlabel('Longitud');
135         ylabel ('Momento flector [Nm]');
136         str4=sprintf('Mz (elemento %d)',i);
137         title(str4);
138     end
139 end

```