

Nonlinear Information Processing

University of Chinese Academy of Sciences

Spring 2024

Zuobing Wu

Homework 2

Chenkai GUO

2024.5.3

1. 给出强迫 *Brusselator* 振子方程

$$\begin{cases} \dot{x} = A - (B + 1)x + x^2y + \alpha \cos(\omega t) \\ \dot{y} = Bx - x^2y \end{cases}$$

其中, $A = 0.4, B = 1.2, \omega = 0.8$, 初值 $(1, 1)$ 。

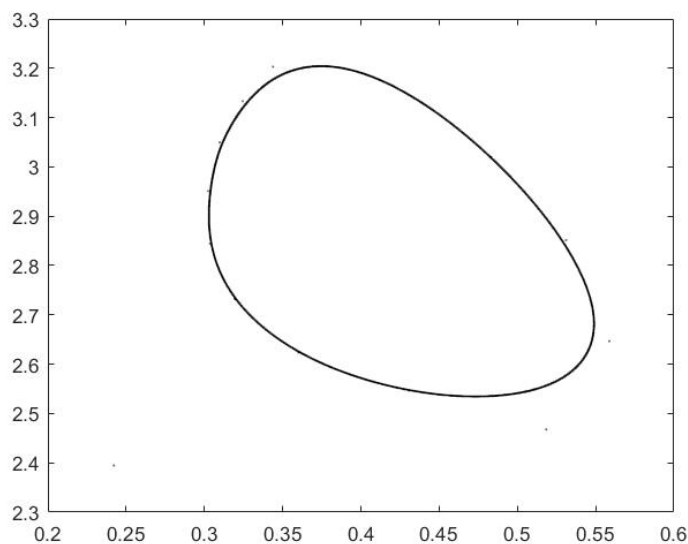
(1) 求出 $\alpha = 0$ 时系统的不动点解。

(2) 采用 *RK4* 法求解强迫 *Brusselator* 振子方程, 给出 10 个不同的相轨道 ($\alpha = 0, 0.03, 0.035, 0.0455, 0.04, 0.468, 0.07, 0.0491, 0.0475, 0.04713$), 给出 $\alpha = 0.0491$ 混沌解 2 个不同相位的 *Poincare* 截面图。用 10 个不同相位的 *Poincare* 截面图 (*power-point* 软件) 合成一个 *gif* 文件 (选作)。

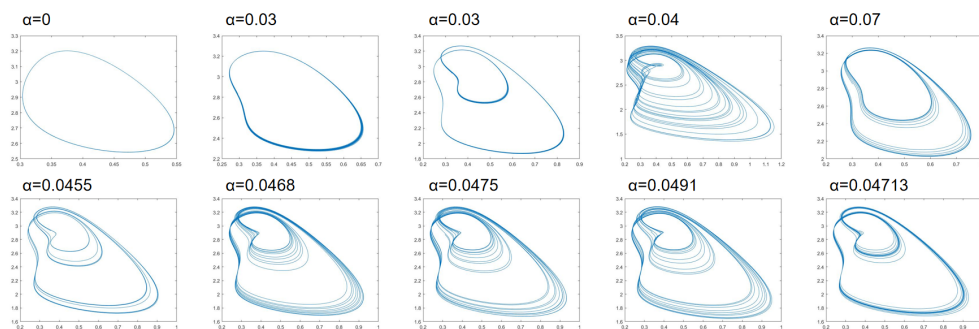
(3) 给出分岔图 $x \sim \alpha$ 和 $y \sim \alpha \in [0, 0.1]$ (注意消除暂态解)。

解: 由题可得:

(1) $\alpha = 0$ 时系统的不动点解为:

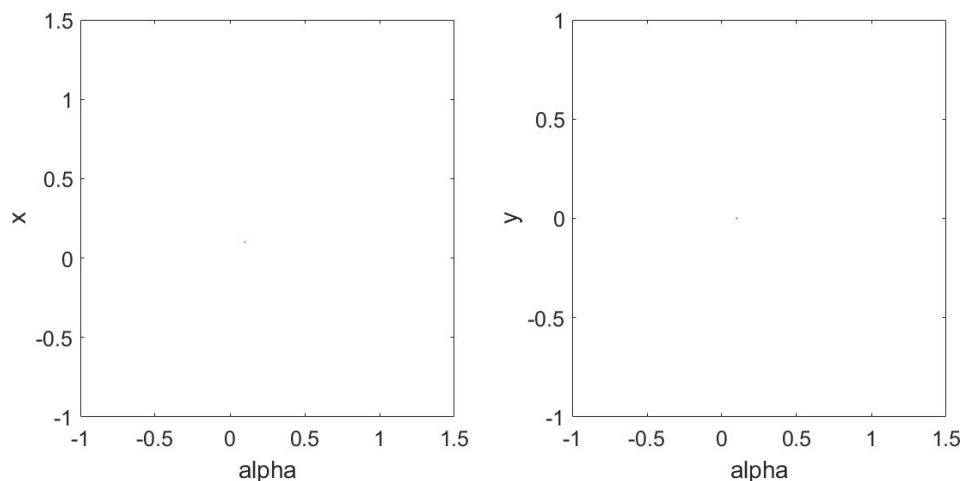


(2) 如下所示:



gif 图请见附件。

(3) $x \sim \alpha$ 和 $y \sim \alpha \in [0, 0.1]$ 的分岔图分别如下所示 (*strange*):



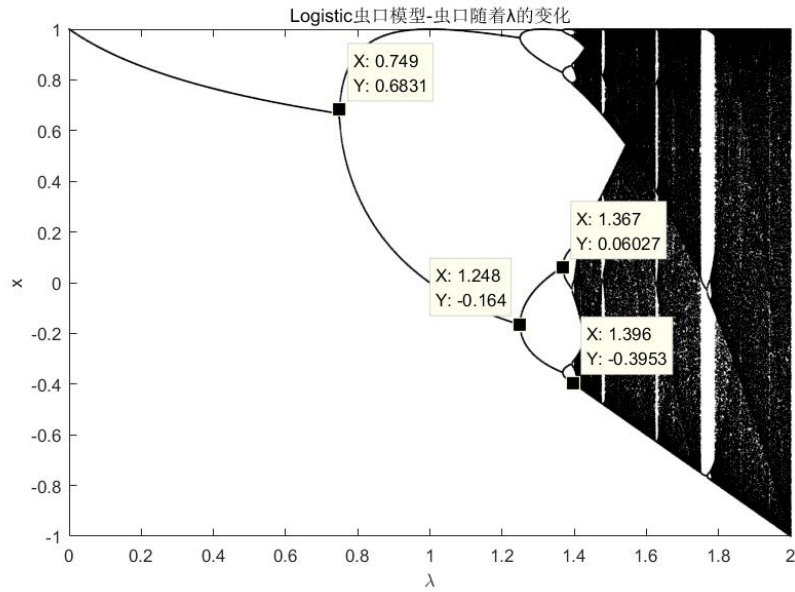
2. 已知改进的 Logistic 映射

$$x_{n+1} = 1 - \lambda x_n^2, \quad \lambda \in [0, 2], \quad x_n \in [-1, 1]$$

- (1) 画出映射的分岔图 (注意消除暂态解), 估计 feigenbaum 常数 δ_2 。
- (2) 根据分岔图给出 5 个不同解的时间序列图, 并加以说明解的性质。
- (3) 给出 Lyapunov 指数随 λ 的变化图, 并与分岔图作对比说明解的变化范围。

解: 由题可得:

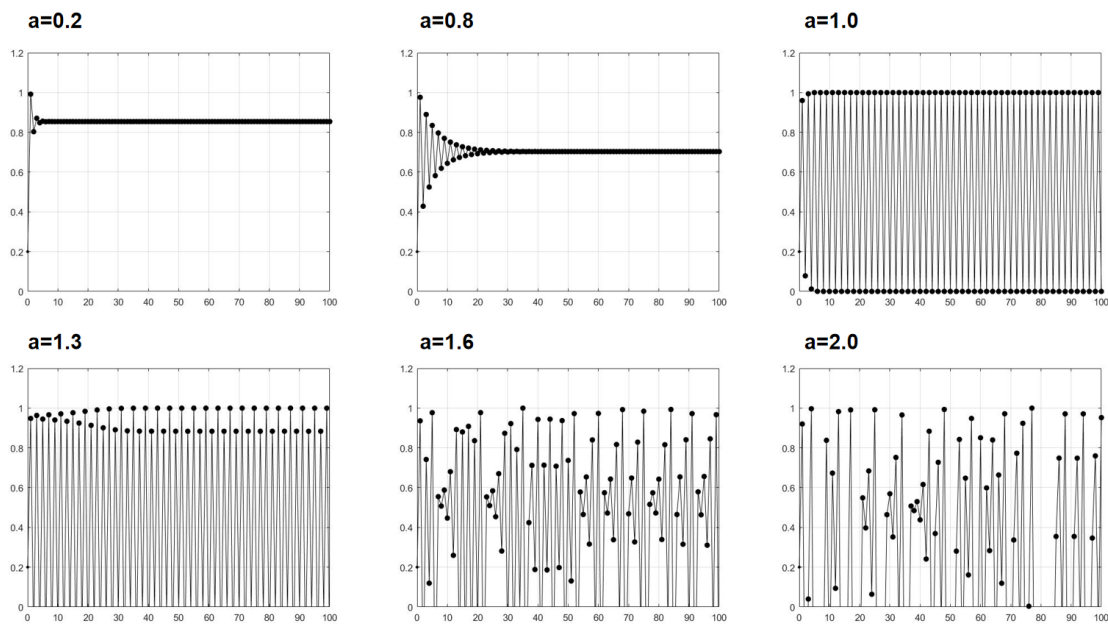
(1) 映射的分岔图如下所示:



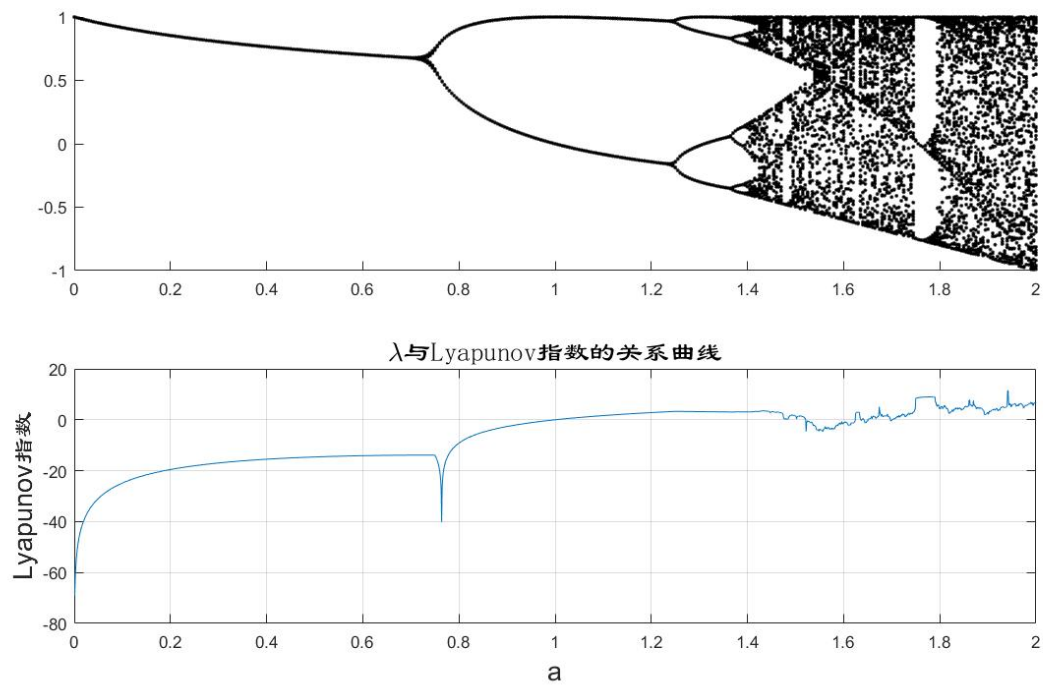
估计 *feigenbaum* 常数为:

$$\delta_2 = \frac{a_2 - a_1}{a_3 - a_2} = \frac{1.367 - 1.248}{1.396 - 1.367} = 4.10$$

(2) 当 $a = 0.2$ 时, 该解为稳定解; 当 $a = 0.206, 1.0$ 时, 该解为周期解; 当 $a = 1.3$ 时, 该解为倍周期解; 当 $a = 1.6, 2.0$ 时, 该解为混沌解。其对应的时间序列图如下所示:



(3) *Lyapunov* 指数随 λ 的变化图如下所示:



根据上图可知, 当 $Lyapunov$ 指数小于 0 时, 解为稳定解或周期解; 当最大 $Lyapunov$ 大于 0 时, 解为混沌解。