

# Zusammenfassung

## Maschinenkonstruktion

Nina Schmidt - nischmidt@ethz.ch  
erweitert von Noa Sendlhofer - nsendlhofer

Version: November 2, 2023

Template by Micha Boshart

### 1 Dimensionierung

ME

$$S_F = \frac{R}{B} = \frac{\text{Belastbarkeit}}{\text{Beanspruchung}}$$

$S_F$  = Sicherheitsfaktor;  
 $R = R_m$  bzw.  $R_{p,0}$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Beanspruchungsarten:  
Mechanik (Statik & Mechanik)  
Umwelteinflüsse (Feuchtigkeit)  
Belastungsdauer  
Belastungshöhe (Intensität)

### 2 Zahnräder und Zahnradgetriebe

ME

#### 2.1 Übersetzung

ME

$$i = \frac{\omega_1(\text{an})}{\omega_2(\text{ab})} = \frac{n_1(\text{an})}{n_2(\text{ab})} = \frac{d_{tk2}(\text{ab})}{d_{tk1}(\text{an})}$$

$$= \frac{M_2(\text{ab})}{\eta M_1(\text{an})} = \frac{z_2(\text{ab})}{z_1(\text{an})}$$

$$i_{\text{ges}} = i_{1,2} \cdot i_{3,4} \cdot i_{5,6} = \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5}$$

$$d_{tk} = \frac{U_{tk}}{\pi} = z_x \cdot \frac{p}{\pi} = z_x \cdot m$$

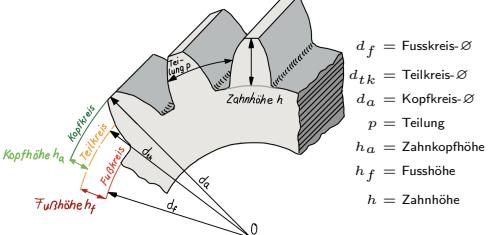
$$d_a = d_{tk} + 2 \cdot m$$

$$Z_g = \frac{2}{\sin(\alpha)^2}$$

$$N_2 = \frac{r_1}{r_2} \cdot n_1 \quad M_2 = \frac{r_2}{r_1} \cdot M_1$$

Weitere Beziehungen:

$$m = \frac{p}{\pi} \quad \omega_x = 2\pi n_x \quad \eta = \frac{P_{ab}}{P_{an}} = \frac{M_2 n_2}{M_1 n_1} = \frac{M_2}{M_1 i} < 1$$



#### 2.1.1 Kräfte - geradverzahntes Zahnrad

ME

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2M_1}{d_1}$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t1} \cdot \tan(\alpha)$$

#### 2.1.2 Achsabstand $a$

ME

$$a = \frac{d_{tk1}}{2} + \frac{d_{tk2}}{2}$$

#### 2.2 Mechanische Leistung $P$

ME

$$P = M_x \cdot \omega_x = M_x \cdot 2\pi \cdot n_x$$

$$P_{an} = M_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_1 \quad | \quad P_{ab} = M_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_2$$

$$1W = \frac{kg \cdot m^2}{s^3} = 1 \frac{J}{s} = \frac{Nm}{s} = 60 \frac{Nm}{min}$$

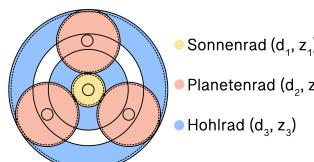
#### 2.3 Schrägverzahnte Stirnräder

#### 2.5 Zykloid vs. Evolvent

- Zykloid:**  
Pro: Konkav auf konvexe Fläche  
→ geringe Flächenpressung → kleine ZR hochbelastbar  
Contra: Keine gerade Eingriffslinie → Drehzahnschwankung bei Abweichung im Achsabstand → für jedes  $z$  andere Fräser → hohe Fertigungskosten
- Evolvent:**  
Pro: Gerade Eingriffslinie → niedrige Fertigungskosten  
→ unempfindlich ggü. Achsabstandänderung  
Contra: Konvexe auf konvexe Fläche  
→ hohe Flächenpressung → kleine ZR weniger belastbar

#### 2.6 Planetenradgetriebe

- Generiert hohe Übersetzungen auf sehr kleinem Raum



Innenverzahntes Rad besitzt per Definition negative Vorzeichen!

$$d_3 = 2 \cdot d_2 + d_1 \quad | \quad -z_3 = 2 \cdot z_2 + z_1$$

$$\frac{z}{p} = \frac{|z_1| + |z_3|}{|z_1|} \quad | \quad n_1 = (1 - i_0) n_s + i_0 n_3$$

$$i_0 = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} = \frac{n_1}{n_3} = \frac{M_3}{M_1} = \frac{z_3}{z_1} = \frac{-d_3}{d_1}$$

$p$  = Anzahl Planetenräder;  $n_s$  = Steggraddrehzahl;  $i_0$  = Ständübertragung

An	Ab	Fest	$i(i_0 < 0)$
Sonne	Hohl	Steg	$i_0$
Hohl	Sonne	Steg	$1/i_0$
Sonne	Steg	Hohl	$1 - i_0$
Steg	Sonne	Hohl	$1/(1 - i_0)$
Hohl	Steg	Sonne	$i_0 - (1/i_0)$
Steg	Hohl	Sonne	$i_0/(i_0 - 1)$

#### 2.3.1 Kräfte - schrägverzahntes Zahnrad

ME

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t1} \cdot \tan(\alpha)$$

$$F_{a1} = F_{a2} = F_{t1} \cdot \tan(\beta)$$

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2M_1}{d_1}$$

$$d = m_t \cdot z \quad | \quad m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)}$$

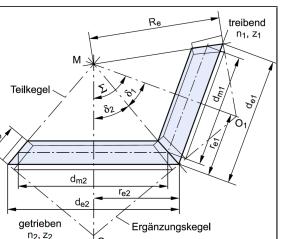
#### 2.4 Kegelradpaar

ME

$$i = \{ \dots \} = \frac{d_{m2}}{d_{m1}}$$

$$= \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{\sin(\delta_2)}{\sin(\delta_1)}$$

$d_m$  = mittlerer Teilkreis-Ø  
 $R_m$  = mittlere Teilkugellänge  
 $d_e$  = äussere Teilkugellänge  
 $R_e$  = äussere Teilkugellänge  
 $\Sigma$  = Achsenwinkel  
 $\delta$  = Teilkugelwinkel



Für  $\Sigma \leq 90^\circ$ :

$$\tan(\delta_1) = \frac{\sin(\Sigma)}{i + \cos(\Sigma)}$$

Für  $\Sigma > 90^\circ$ :

$$\tan(\delta_1) = \frac{\sin(180^\circ - \Sigma)}{i - \cos(180^\circ - \Sigma)}$$

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2$$

Kegelrad-Differential:

$$M_{an} = 2 \cdot M_{ab}$$

#### 2.7 Harmonic Drive

ME



v.l.n.r.: Circular Spine (fest) [z3] / Flexsplines (Abtrieb) [n2, z2] / Wave Generator (Antrieb) [n1]

$$i = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{2}$$

$$z_3 = -(z_2 + 2)$$

#### 3 Schlussarten

ME

##### 3.1 Stoffschluss

ME

- Kraftübertragung durch Molekularkräfte
- Adhäsion: Haftkräfte an Kontaktfläche verschiedener Werkstoffe
- Kohäsion: Haftkräfte an Kontaktfläche eines Werkstoffes
- Nachteil: nicht lösbare Verbindung → kann nur durch Zerstörung gelöst werden

- Beispiele: Kleben / Löten / Schweißen

$$F \leq F_{\text{scher}} = \tau_{\text{zul}} \cdot A \quad | \quad \tau = \text{Schubspn.} = \frac{F}{A}$$

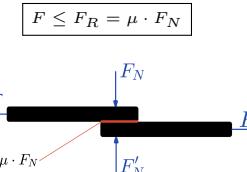
A = Scherfläche (rot)



#### 3.2 Reibschluss

ME

- Kraftübertragung durch Normalkraft
- Beispiele: Federn / Schrauben / Keile / Rad od. Fahrbahn



#### 3.2.1 Reibkraft

ME

$$F_{\text{res}} = \sqrt{F_t^2 + F_a^2}$$

$$F_t = \frac{2 \cdot M_2}{d}$$

$$F_r = F_{\text{res}} \cdot S_R = F_N \cdot \mu_H$$

$$= p \cdot A \cdot \mu_H = p(\pi d l) \cdot \mu_H$$

$$A = \pi \cdot l_{tr} \cdot d$$

$S_R$  = Sicherheitsfaktor gegen Rutschen  
 $F_a$  = axiale Kräfte  
 $A$  = Fläche  
 $\mu_H$  = Haftreibung  
 $F_t$  = Tangential/Umfangskraft (greift direkt an Welle an)

#### 3.2.2 Fugenpressung

ME

$$p_{\text{min}} = \frac{F_{\text{res}}}{\mu_H \cdot \pi \cdot d \cdot l_{tr}} = \frac{F_{\text{res}}}{\mu_H \cdot A}$$

$$p_{\text{max}} \Rightarrow \sigma_V < \sigma_{\text{zul}}$$

$p$  = Fugendruck

#### 3.2.3 Übermass U

ME

$$G = 0.4 \cdot (R_{Wa} + R_{Ni})$$

$$U = U_{\text{theo}} + G$$

$$U_{\text{theo}} = d_{Wa} - d_{Ni}$$

$$U_{\text{max}} = d_{Wa,\text{max}} - d_{Ni,\text{min}}$$

$$U_{\text{min}} = d_{Wa,\text{min}} - d_{Ni,\text{max}}$$

$G$  = Glättung  
 $U$  = Übermass

#### 3.2.4 Sicherheit gegen Rutschen

ME

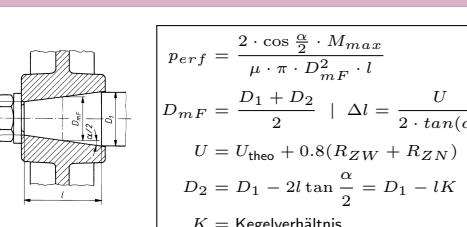
$$S_R = \frac{R}{B} = \frac{M_{t,\text{max}}}{M_t}$$

$$M_{t,\text{max}} = \frac{1}{2} \cdot d \cdot F_{t,\text{max}} = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \mu \cdot F_{\text{Fuge}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot d \cdot \mu \cdot p_{\text{Passung}} \cdot A = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \mu \cdot p_{\text{Passung}} \cdot \pi \cdot l \cdot d$$

#### 3.2.5 Kegelpressverband (KPV)

ME



$$p_{\text{eff}} = \frac{2 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot M_{\text{max}}}{\mu \cdot \pi \cdot D_{mF}^2 \cdot l}$$

$$D_{mF} = \frac{D_1 + D_2}{2} \quad | \quad \Delta l = \frac{U}{2 \cdot \tan(\alpha)}$$

$$U = U_{\text{theo}} + 0.8(R_{ZW} + R_{ZN})$$

$$D_2 = D_1 - 2l \tan \frac{\alpha}{2} = D_1 - lK$$

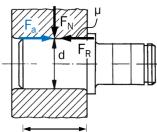
$$K = \text{Kegelverhältnis}$$

## 3.2.6 Zylindrischer Pressverband (ZPV)

### ME 3.3.2 Keilwelle

### ME 5 Lager und Lagerung

### ME 6 Toleranzen und Passung



$$p_{perf} = \frac{F_{res,max}}{\mu \cdot \pi \cdot d \cdot l_{tr}}$$

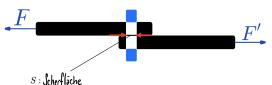
$$F_{res,max} = \sqrt{F_{t,max}^2 + F_{a,max}^2}$$

### 3.3 Formschluss ME

- Kraftübertragung durch Scherwiderstand
- Erhöhte Kerbwirkung und Flächenpressung
- Beispiele: Stifte / Passfedern / Schrauben / Verzahnungen

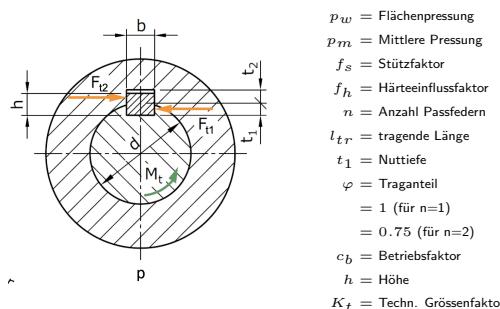
$$F \leq F_{\text{scher}} = \tau_{\text{szul}} \cdot S \quad | \quad S = c \cdot A$$

$$c_{\text{eckig}} = 0.75 \quad | \quad c_{\text{rund}} = 0.66 \quad | \quad c_{\text{hohl}} = 0.5$$



### 3.3.1 Passfeder ME

- Kritische Bauteile: Nabe, Welle  $\rightarrow$  Flächenpressung, Schubspannung



$$p_{\text{zul}} = f_s \cdot f_h \cdot \frac{R_e}{S_F} = f_s \cdot f_h \cdot \frac{K_t \cdot R_{e,N}}{S_F} = f_s \cdot \frac{R_{p0.2}}{S_F}$$

$$M_{t,\max} = \frac{p_{\text{zul}} \cdot d \cdot l_{tr} (h - t_1) \cdot n}{2} < c_b \cdot M_{\text{nenn}}$$

$$p_w = \frac{F_U}{(h - t) \cdot l_{tr} \cdot n \cdot \varphi} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot (h - t) \cdot l_{tr} \cdot n \cdot \varphi} \leq p_{\text{zul}}$$

$$p_m = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot (h - t) \cdot l_{tr}}$$

Form A **Passfeder**:  $l_{\text{tragend}} = l - (2r) = l - b$

Form B **Passfeder**:  $l_{\text{tragend}} = l$

#### • Wertetabelle für $c_b$ :

$c_b$	Ab	gleichmässig	$\uparrow$ Stosse	$\uparrow\uparrow$ Stosse	$\uparrow\uparrow\uparrow$ Stosse
gleichmässig	1.0	1.25	1.5	1.75	
$\uparrow$ Stosse	1.1	1.35	1.6	1.85	
$\uparrow\uparrow$ Stosse	1.25	1.5	1.75	2.0	
$\uparrow\uparrow\uparrow$ Stosse	1.5	1.75	2.0	2.25	

• Beschriftung: DIN 6885 - A 14 x 9 x 36  
Form / Breite / Höhe / Länge

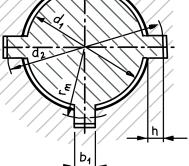
- große, wechselnde, stossartige Drehmomente
- Kerbwirkung:  $\downarrow$  Biegung,  $\uparrow$  Torsion  $\Rightarrow$  Kosten hoch

$$n = \text{Anzahl Keile}$$

$$l_{tr} = L_N = \text{tragende Länge}$$

$$\varphi = 0.9 \text{ (Flankenzentrierung)}$$

$$\varphi = 0.75 \text{ (Innenzentrierung)}$$



$$r_m = \frac{d_1 + d_2}{4}$$

$$h = 0.5 \cdot (d_{2,W} - d_{1,N})$$

$$h_{tr} \approx 0.4 \cdot (d_2 - d_1)$$

$$M_{t,\max} = h_{tr} \cdot l_{tr} \cdot p_{\text{zul}} \cdot r_m \cdot \varphi \cdot n$$

$$p_m = \frac{10 \cdot M}{(D + d)l_{tr}(D - d) \cdot n \cdot \varphi}$$

### 4 Wellendimensionierung ME

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} \quad | \quad \tau_t = \frac{M_t}{W_t} \quad | \quad d_{\min} > \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi \cdot \tau_{t,zul}}}$$

$$\text{Vollwelle: } W_b = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad | \quad W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$\text{Hohlwelle: } W_b = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} \quad | \quad W_t = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$$

$\sigma_b$  = Biegespannung;  $M_b$  = Biegemoment [ $F \cdot r$ ];  
 $W_b$  od.  $W_{ax}$  = axiales Widerstandsmoment;  $M_t$  = Torsionsmoment [ $F \cdot r$ ];  
 $W_t$  od.  $W_p$  = polares Widerstandsmoment

### 4.1 Wechselfestigkeit ME

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_t^2} \quad | \quad S_D = \frac{R}{B} = \frac{\sigma_b \cdot W}{\sigma_v} = \frac{\tau_t \cdot W, N}{\tau_{t,zul}}$$

$$\sigma_v = \sqrt{(\alpha_b \cdot \sigma_b)^2 + 3 \cdot (\alpha_t \cdot \tau_t)^2} \quad | \quad \tau_{t,zul} = \frac{\tau_t \cdot W, N}{S_D}$$

$$S_D = 3 \text{ (kurze Welle); } S_D = 4 \text{ (lange Welle)}$$

$\sigma_v$  = Vergleichsspannung;  $\sigma_b, W$  = Biege-Wechselfestigkeit;  
 $\tau_{t,W,N}$  = Torsions-Wechselfestigkeit;  $S_D$  = Sicherheit gegen Bruch

### 4.2 Kerben ME

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_n}$$

$\alpha_k$  = Kerbformzahl  
 $\beta$  = Kerbwirkungszahl  
 $\sigma_n$  = Nennspannung ( $= \sigma_b$ )  
(Zustand ohne Kerbe)  
 $\tau_n$  = Nenntorsion ( $= \tau_t$ )

- Bei Umfangsnutten (Freistück) und Wellenabsätzen immer **kleineren** Durchmesser nehmen für Nennspannung ( $\sigma_n, \tau_n$ ).
- Bei Passfederalen und Keilwellen immer **größeren** Durchmesser nehmen für Nennspannung ( $\sigma_n, \tau_n$ )

- sehr gut
- ausreichend
- ungenügend

Rillenkugellager	Radiallastaufnahme	Axiallastaufnahme	Winkelsteifigkeit	Hohe Drehzahlen	Geringe Lagerreibung	Hohe radiale Steifigkeit	Hohe axiale Steifigkeit	Zerlegbarkeit
Zylinderrollenlager	●	○	○	●	●	●	●	●
Nadel Lager	●	○	○	●	●	●	○	●
Schrägkugellager	●	○	○	●	●	●	●	○
Kegelrollenlager	●	●	○	○	●	●	●	●
Pendelrollenlager	●	○	●	●	●	●	●	○
Axial-Rillenkugellager	○	●	○	○	●	●	●	●

### 5.1 Berechnung der Tragfähigkeit ME

$$S_0 = \frac{C_0}{P_0}$$

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^p$$

$$L_{10h} = \left( \frac{C}{P} \right)^p \cdot \frac{10^6}{60 \cdot n} [\text{h}]$$

$$\frac{F_a}{F_r} \leq e \Leftrightarrow P = F_r$$

$$\frac{F_a}{F_r} > e \Leftrightarrow P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

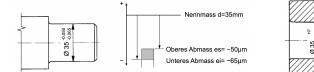
$S_0$  = Statische Tragfähigkeit  
 $n$  = Drehzahl  $\text{min}^{-1}$   
 $C$  = Dynamische Tragzahl  
 $C_0$  = Statische Tragzahl  
 $P$  = Dyn. äquiv. Belastung  
 $P_0$  = Stat. äquiv. Belastung  
 $L_{10}$  = Nominelle Lebensdauer  
( $10^6$  Umdreh. bei 10%)  
 $L_{10h}$  = Lebensdauer in h  
 $p$  = Lebensdauerexponent  
Kugellager:  $p = 3$   
Rollenlager:  $p = \frac{10}{3}$

### 5.2 Punkt und Umfangslast

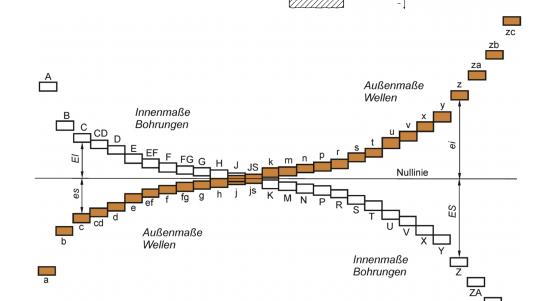
Bewegungs-verhältnisse	Schema	Passung	Bewegungs-verhältnisse	Schema	Passung
Innenring rotiert Außenring steht still Lastrichtung unveränderlich		Innenring: feste Passung notwendig und Außenring: lose Passung zulässig	Innenring steht still Außenring rotiert Lastrichtung unveränderlich		Innenring: lose Passung zulässig und Außenring: feste Passung notwendig
Innenring steht still Außenring rotiert Lastrichtung rotiert mit dem Außenring		Innenring rotiert Außenring steht still Lastrichtung rotiert mit dem Außenring			

### 6.1 Toleranzfeldbild

#### Toleranzfeld Welle



#### Toleranzfeld Bohrung

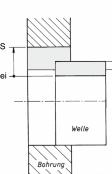


### 6.2 Passungen

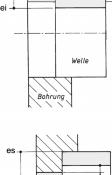
#### Spieldpassung

$$S_{\min} = EI - es$$

$$S_{\max} = ES - ei$$



#### Übergangspassung



$$U_{\min} = ei - ES$$

$$U_{\max} = es - EI$$

### 6.3 Pressung

$$F_{Rres} = S_H \cdot \sqrt{F_l^2 + F_t^2}$$

$$perf = \frac{F_{res,max}}{\mu \cdot \pi \cdot d \cdot l_{tr}}$$

$$F_{res,max} = \sqrt{F_{t,max}^2 + F_{a,max}^2}$$

$$Q_A = \frac{D_F}{D_A}$$

$$k = 1 + \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2}$$

$$U_{W,min} = \frac{p_{\min} \cdot D_F}{E_A} \cdot K$$

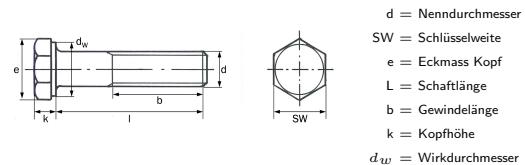
$$U_{W,max} = \frac{p_{\max} \cdot D_F}{E_A} \cdot K$$

## 7 Schrauben

## ME 7.7 Belastung Schraube

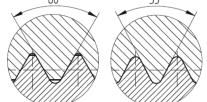
## ME 7.11 Nachgiebigkeit Schraube

## ME 8.2 Parallel vs. Reihenschaltung



### 7.1 Befestigungsgewinde ME

	Metric	Withworth
Kurzzeichen	M	G bzw. R
Flankenwinkel $\beta$	60°	55°
Art	Spitzgewinde	Rundgewinde
Anwendung	Universell	Rohrleitung



$$\sigma_z = \frac{F_{s,\max}}{A_s} \quad | \quad \tau_t = \frac{M_{t,\max}}{W_{t,3}} \quad | \quad W_{t,3} = \frac{\pi d_3^3}{16}$$

$$M_A = M_G + M_K \quad | \quad \tan(\rho) = \frac{\mu_G}{\cos(\frac{\beta}{2})}$$

$$M_{G,\max} = F_{V\text{M}} \frac{d_2}{2} \tan(\varphi + \rho) \quad | \quad M_K = F_{V\text{M}} \cdot \mu_K \frac{D_{km}}{2}$$

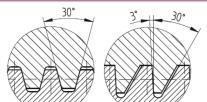
Für metrische Regelgewinde mit mittleren Reibungszahlen:

$$M_A \approx 0.17 \cdot F_{V\text{M}} \cdot d$$

$F_{s,\max}$  = Schraubenkraft;  $A_s$  = Spannungsschnittsfläche;  $M_A$  = Anziehmoment;  $\sigma_z$  = Zugspannung;  $F_{V\text{M}}$  = Vorspannkraft;  $\rho$  = Reibungswinkel;  $\tau_t$  = Torsionsspannung

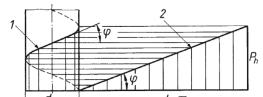
### 7.2 Bewegungsgewinde ME

	Trapez	Sägen
Kurzzeichen	Tr	S
Flankenwinkel $\beta$	30°	30° / 3°



### 7.3 Gewindesteigung ME

- $P$  = Gewindesteigung = Zurückgelegter Weg bei einer Umdrehung
- Bsp.: M30 x 2 →  $d = 30$ ,  $P = 2$  ( $P$  angegeben → Feingewinde)

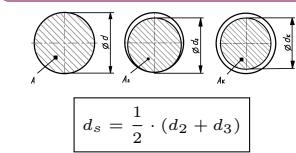


$$\tan(\varphi) = \frac{P}{2\pi \cdot r_m} = \frac{P}{\pi \cdot d_2}$$

$$P = \frac{\text{eingeschraubte Distanz}}{\#\text{Umdrehungen}}$$

Regelsteigung (wenn bei Deklaration keine Angabe steht):  
 $P = 1.75\text{mm}$  Abhängig von Schraubendurchmesser

### 7.4 Schraubenquerschnitte ME



$$d_s = \frac{1}{2} \cdot (d_2 + d_3)$$

$$d = \text{Nenndurchmesser}[d_2]$$

$$d_s = \text{Spannungsdurchmesser}$$

$$d_k = \text{Kerndurchmesser}[d_3]$$

$$A = \text{Schaftquerschnitt}[A_2]$$

$$A_s = \text{Spannungsschnitt}$$

$$A_k = \text{Kernquerschnitt}[A_3]$$

### 7.5 Schraubenköpfe ME

	Anziehmoment	Preis	Werkzeug
Schlitz	↓	↓↓	schlechte Zentrierung
Kreuz	↓	↓↓	gute Zentrierung
Aussensechs.	↑	↓	grosser Platzbedarf
Imbus	→	↓	geringer Platzbedarf
Aussenvelzahn.	↑↑	↑	grosser Platzbedarf
Torx	↑	↑	geringer Platzbedarf

### 7.6 Festigkeitsklassen ME

Zugfestigkeit: Versagen des Materials, Streckgrenze: elastische Verformung  
 Unlegierte und legierte Stähle Nichtrostende Stähle

	Zugfestigkeit $R_m$	Streckgrenze $R_e$
Schlitz	$R_m = 8 \cdot 100 \text{ N/mm}^2$	$R_e = 8 \cdot 10 \cdot R_m$
Kreuz	$R_m = 800 \text{ N/mm}^2$	$R_e = 640 \text{ N/mm}^2$

	Stahlgüte	Stahlgruppe	Zugfestigkeit $R_m$
A austenitisch	1 legiert mit Cr, Ni	2 legiert mit Cr, Ni, Mo	$R_m = 70 \cdot 10 \text{ N/mm}^2$
F ferritisch	4 legiert mit Cr, Ni, Mo		$R_m = 700 \text{ N/mm}^2$

Zugfestigkeit  $R_m$

Streckgrenze  $R_e$

Stahlgruppe

Stahlgüte

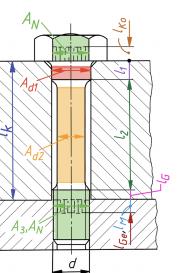
$F_{V,\min}$  = Min. Anziehkraft  
 $F_{BT}, F_{BS}$  = Axiale Betriebslast auf Platten / Schrauben

$F_{V,\max}$  = Max. Anziehkraft  
 $\sigma_z$  = Max. Zugspannung  
 $R_e$  = Streckgrenze

$F_{V,\min}$  = Min. Anziehkraft  
 $F_Z$  = Setzkraftverlust  
 $k_A$  = Anziehfaktor  
 $\tau_t$  = Max. Schubspannung  
 $\sigma_V$  = Max. Vergleichspr.

$F_{Kl,\text{erf}}$  = erf. Klemmkraft  
 $F_Z$  = Setzkraftverlust  
 $k_A$  = Anziehfaktor  
 $\tau_t$  = Max. Schubspannung  
 $D$  =  $D_e - d$

$$\delta_s = \frac{1}{E_s} \left( \frac{l_{ko}}{A_N + A_{d1}} + \frac{l_1}{A_{d2}} + \frac{l_2}{A_{di}} + \frac{l_i}{A_3} + \frac{l_G}{A_3} + \frac{l_{Ge}}{A_3} \right) + \frac{l_M}{E_M \cdot A_N}$$



$A_N = A_2$  = Kopf / Mutter  
 $A_2$  = Schaft  
 $A_3$  = Gewinde

Sechskant	$l_{k0} = 0.5d$
Innensechskant	$l_{k0} = 0.4d$
eingeschraubtes Gewinde	$l_{Ge} = 0.5d$
Schraubenmutter	$l_M = 0.4d$
Einschraubgewindebereich	$l_M = 0.33d$

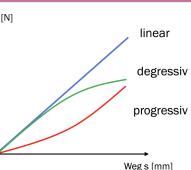
Parallelschaltung:  
 $F = F_1 + F_2 + F_3$   
 $s_1 = s_2 = s_3 = s$   
 $R_{\text{ers}} = \frac{1}{R_1 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$

Reihenschaltung:  
 $s = s_1 + s_2 + s_3$   
 $F = F_1 + F_2 + F_3$   
 $R_{\text{ers}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

$$\text{Kombiniert (zuerst Parallel-, dann Reihenschaltung):}$$

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1+R_2} + \frac{1}{R_3+R_4}}$$

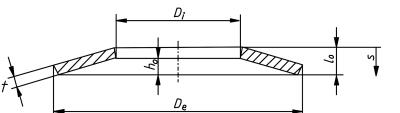
### 8.3 Kennlinien



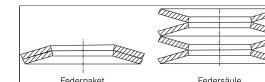
Progressiv: wird härter  
 → Fahrzeugfederung

Degressiv: wird weicher  
 → Verschleissausgleich bei Kupplung

### 8.4 Tellerfedern



Reihe	$\frac{h_0}{t}$	Kennlinie
A	0.4	Linear
B	0.75	Mäßig degressiv
C	1.3	Stark degressiv



### 8.5 Drehfedern

$$M = R \cdot \varphi \quad | \quad W = \frac{1}{2} \cdot R \cdot (\varphi_2^2 - \varphi_1^2)$$

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_T} \quad | \quad W_T = \frac{\pi R^3}{2}$$

$$\text{Schenkelfeder: } R = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \frac{E \cdot d^4}{64 \cdot D \cdot n}$$

$$\text{Drehstabfeder: } R = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \frac{\pi \cdot G \cdot d^4}{32 \cdot l_f}$$

$M$  = Moment;  $\varphi$  = Verdrehwinkel;  $W$  = Arbeit;  $E$  = E-Modul;  $G$  = G-Modul;  
 $n$  = Anzahl federnder Windungen;  $l_f$  = best. Länge bei Drehstabfeder (idR gegeben)

### 8.6 Biegefeder

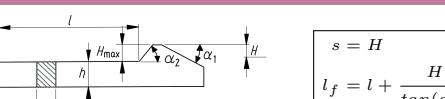
$$R = \frac{b \cdot h^3 \cdot E}{q_1 \cdot l^3}$$

Quadrat:  $q_1 = 4$   
 Dreieck:  $q_1 = 6$   
 Parabel:  $q_1 = 8$

$E$  = E-Modul

Zweiarmige Blattfeder:  
 → Parallelschaltung zweier einmägiger Blattfedern mit  $l = \frac{1}{2}$

### 8.7 Schnappverbindung



$$s = H$$

$$l_f = l + \frac{H}{\tan(\alpha_2)}$$

## 9 Kupplungen

### 9.2.2 Rutschkupplung

### ME

#### 9.1 nicht schaltbar

### ME



	Drehnachgieb.	Drehleist.	Versatz				
	steif	elastisch	Moment	Zahl	Ax.	Rad.	Wink.
1.	X	-	$\uparrow\uparrow / \uparrow\uparrow\uparrow$	$\downarrow / \rightarrow$	none	none	none
2.	X	-	$\downarrow / \uparrow$	$\downarrow / \rightarrow$	none	none	none
3.	X	-	$\rightarrow / \uparrow$	$\rightarrow / \uparrow$	gut	gut	s. gut
4.	X	-	$\downarrow / \rightarrow$	$\rightarrow / \uparrow$	s. beg.	gut	gut
5.	X	-	$\uparrow / \uparrow\uparrow$	$\rightarrow / \uparrow$	gut	s. gut	gut
6.	-	X	$\uparrow / \uparrow\uparrow$	$\downarrow / \rightarrow$	gut	s. beg.	gut
7.	-	X	$\downarrow / \rightarrow$	$\rightarrow / \uparrow$	gut	s. beg.	gut
8.	-	X	$\rightarrow / \uparrow$	$\downarrow / \rightarrow$	gut	gut	gut

#### 9.1.1 Kupplungen mit grossem Radialversatz

### ME



#### 9.2 Schaltbar

### ME

#### 9.2.1 Fliehkraftkupplung

### ME

ohne Abstand zw. Fliehgewicht und Trommel:

$$x = \text{Anzahl Federn pro Gewicht} \mid F_F = F_Z \mid \omega = 2\pi \cdot n$$

$$F_F = F_v \cdot x \mid F_Z = m \cdot r_s \omega^2 \mid \text{EINHEITEN!}$$

$$n_G > \sqrt{\frac{F_F}{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r_s}} [s^{-1}] \xrightarrow{-60} [\min^{-1}]$$

mit Auslenkung  $a$  des Fliehgewichtes:

$$x = \text{Anzahl Federn pro Gewicht} \mid F_N = F_Z - F_F \mid \omega = 2\pi \cdot n$$

$$F_F = x \cdot (F_v + 2 \cdot R \cdot a) \mid F_Z = m \cdot (r_s + a) \omega^2$$

$$n_E > \sqrt{\frac{F_F}{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot (r_s + a)}} [s^{-1}] \xrightarrow{-60} [\min^{-1}]$$

Übertragung  $M_{max}$  mit  $\mu$  und Auslenkung  $a$  des Fliehgewichtes:

$$M_{max} = F_R \cdot r_k = y \cdot \mu \cdot F_N \cdot r_k \mid F_N = \frac{M_{max}}{y \mu r_k}$$

$$F_Z = F_N + F_F \mid \omega = 2\pi \cdot n$$

$$F_F = x \cdot (F_v + 2 \cdot R \cdot a) \mid F_Z = m \cdot (r_s + a) \omega^2$$

$$n_B = \sqrt{\frac{F_F + F_N}{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot (r_s + a)}} [s^{-1}] \xrightarrow{-60} [\min^{-1}]$$

$F_Z$  = Zentrifugalkraft;  $F_v$  = Vorspannkraft;  $m$  = Masse Fliehgewicht [ $kg$ ];  
 $r_s$  = Radius Schwerpunkt [ $m$ ];  $R$  = Federrate pro Feder;  $n_E$  = Einschaltdrehzahl;  
 $n_G$  = Grenzdrehzahl;  $\mu$  = Reibwert;  $x$  = Anzahl Federn pro Fliehgewicht;  
 $r_k$  = Innenradius Trommel;  $a$  = Abstand zwischen Fliehgewicht und Trommel [ $m$ ]  
 $F_F$  = Federkraft (aller Federn);  $y$  = Anzahl Fliehgewichte

ACHTUNG:  $n_X = [s^{-1}]$

$$M_G = F_t \cdot r_m = F_R \cdot r_m = i \mu_G \cdot F_N \cdot r_m$$

$$= i \mu_G \cdot F_v \cdot r_m$$

$$r_m = \frac{d_a + d_i}{4} \mid p = \frac{F_v}{A_m} \mid A_m = \frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2)$$

wenn zusätzlicher Weg  $\Delta s$ :

$$F_{v,\text{neu}} = F_v + R_{ers} \cdot \Delta s \Rightarrow M_G = i \cdot \mu_G \cdot F_{v,\text{neu}} \cdot r_m$$

$M_G$  = Grenzdrehmoment;  $F_N$  = Normalkraft;  $F_R$  = Reibkraft;  
 $\mu_G$  = Gleitreibungskoeffizient;  $r_m$  = mittlerer Scheibenrand;  $i$  = Anzahl Reibkontakte

#### 10 Riemen und Kettentriebe

### ME

- Flachriemen:** reibschlüssig;  
→ Vorspannkraft von Lager und Wellen aufgenommen
- Keilriemen:** grössere Normalkräfte im Reibkontakt  
→ höher Drehmomente
- Zahnriemen:** kein Schlupf → Übertragung synchron
- Kettenrieb:** Übertragung formschlüssig → synchron / höhere Drehmomente / extreme Temperaturbereiche  
Polygoneffekt: kein sauberes Abrollen der einzelnen Kettenglieder  
→ Vieleck, Polygon → Geschwindigkeitsschwankungen

$$\text{Kettenraddurchmesser: } d_{\min} = d_{\max} \cdot \cos\left(\frac{\tau}{2}\right) [m]$$

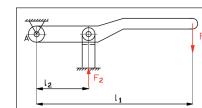
$$\text{Kettengeschwindigkeit: } v_{\min} = v_{\max} \cdot \cos\left(\frac{\tau}{2}\right) [m/s]$$

#### 11 Dichtungen

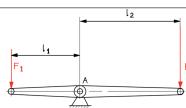
### ME

- Flachdichtungen:** statische Dichtung → berührend
- O-Ring:** statische und dynamische Dichtung → berührend
- Spaltdichtung:** Fett, trockene und staubfreie Umgebung
- Labyrinth:** Fett, gut gegen Eindringen von Schmutz
- Filzring:** Anpassung an Laufgenauigkeit → günstig
- V-Ring:** Drehzahl begrenzt → Öl und Fett

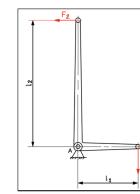
## 12.1 Hebel



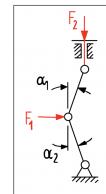
Einseitiger Hebel



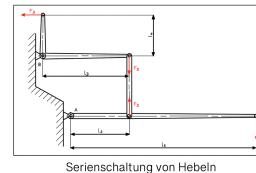
Zweiseitiger Hebel



Winkelhebel



Kniehebel



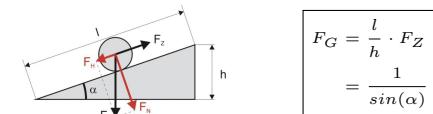
Serienorschaltung von Hebeln

$$\text{Allgemein: } F_2 = \frac{l_1}{l_2} \cdot F_1$$

$$\text{Kniehebel: } F_2 = \frac{F_1}{\tan(\alpha_1) + \tan(\alpha_2)}$$

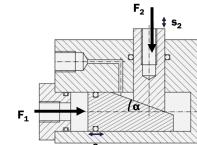
$$\text{Serienorschaltung: } F_3 = \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{l_3}{l_4} \cdot F_1$$

## 12.2 Schiefe Ebene



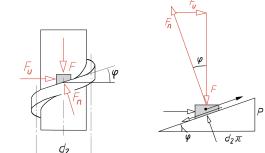
$$F_G = \frac{l}{h} \cdot F_Z \\ = \frac{1}{\sin(\alpha)} \cdot F_Z$$

## 12.3 Keil



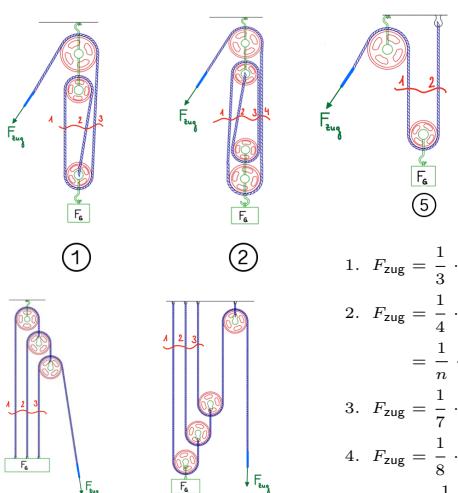
$$F_2 = \frac{s_1}{s_2} \cdot F_1 \\ F_2 = \frac{1}{\tan(\alpha)} \cdot F_1$$

## 12.4 Schraube



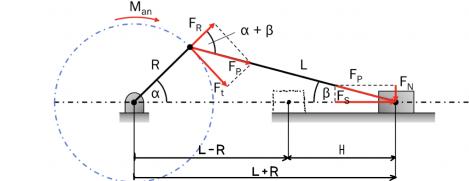
$$F = \frac{1}{\tan(\phi)} \cdot F_U$$

## 12.5 Seilzug



$$\text{Wirkungsgrad: } \eta_F = \eta_R^{\# \text{ Rollen}} \quad | \quad F_z = \frac{F_g}{\# \text{ Rollen}} \cdot \frac{1}{\eta_F}$$

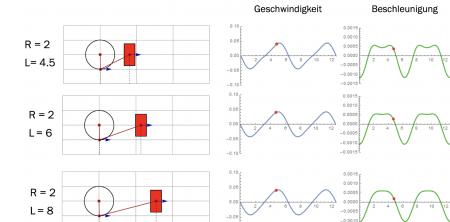
## 12.6 Schubkurbel



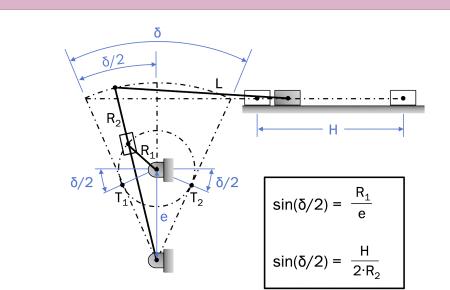
$$H = 2 \cdot R \quad | \quad t = \frac{1}{n} \quad | \quad \lambda = \frac{R}{L} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \\ F_s = \frac{\cos(\beta) \cdot M_{an}}{\sin(\alpha + \beta) \cdot R} \quad | \quad \sin(\alpha + \beta) = \frac{F_t}{F_p} \\ F_t = \frac{M_{an}}{R} \quad | \quad \cos(\beta) = \frac{F_s}{F_p}$$

$H$  = Hublänge;  $t$  = Taktzeit (1x Hin und zurück);  
 $\lambda$  = Schubstangenverhältnis (meist  $0.1 \leq \lambda \leq 0.4$ );  $n$  = Drehzahl

## 12.6.1 Variation Kurbellänge

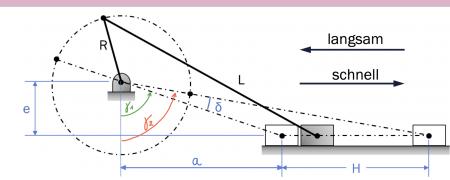


## 12.6.3 Kurbelschleife



Schubgelenk ist nicht Teil des Gestells

## 12.6.4 Exzentrische Schubkurbel



$$H = \sqrt{(L+R)^2 - e^2} - \sqrt{(L-R)^2 - e^2} \\ a = \sqrt{(L-R)^2 - e^2} \quad | \quad \delta = \gamma_2 - \gamma_1 \\ \cos(\gamma_1) = \frac{e}{(L-R)} \quad | \quad \cos(\gamma_2) = \frac{e}{(L+R)} \\ Q = \frac{180^\circ + \delta}{180^\circ - \delta} \Rightarrow \delta = 180^\circ \cdot \frac{Q-1}{Q+1} \\ t_{\text{hin}} = \frac{60}{n(Q+1)} [\text{s}] \quad | \quad n [\text{min}^{-1}]$$

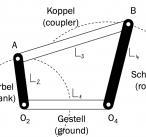
$Q$  = Zeitenverhältnis  
 $= (\text{Zeit des langsamsten Hubs} / \text{Zeit des schnellsten Hubs})$

## 12.8 Koppelgetriebe

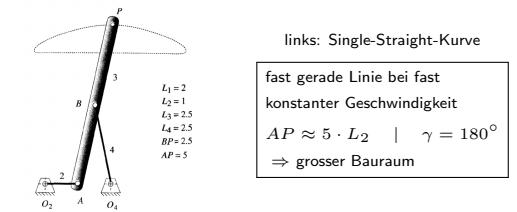
- Kleinste Glied der Viergelenkkette ist voll drehfähig, wenn:

$$\text{Glied}_{\text{min}} + \text{Glied}_{\text{max}} < \text{Glied}_{\text{Rest1}} + \text{Glied}_{\text{Rest2}}$$

- drehfähig  $\Rightarrow$  laufsicher
- nicht drehfähig  $\Rightarrow$  durchschlagend



## 12.8.1 Lambda-Mechanismus



links: Single-Straight-Kurve

fast gerade Linie bei fast konstanter Geschwindigkeit

$$AP \approx 5 \cdot L_2 \quad | \quad \gamma = 180^\circ \\ \Rightarrow \text{grosser Bauraum}$$

## 13 Elektromotoren

### 13.1 DC-Motoren

$$n = k_n \cdot U$$

$$k_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{k_M} \cdot 60000$$

$$M = k_M \cdot I$$

$$k_n = \text{Drehzahlkonstante} \quad [\text{min}^{-1}/V]$$

$$k_M = \text{Drehmomentkonstante} \quad [\text{mNm}/A]$$

$$n_0 = \text{Leerlaufdrehzahl}$$

$$I_0 = \text{Leerlaufstrom}$$

$$1 \frac{A}{mNm} = 60'000 \frac{\text{min}^{-1}}{V} \quad | \quad s^{-1} = \frac{60}{\text{min}}$$

### 13.2 Leistung und Verluste

$$P_{\text{mech}} = P_{\text{el}} - p_{\text{el,Verl}} = U \cdot (I - I_0) - R \cdot I \cdot (I - I_0)$$

$$= -R \cdot I^2 + (U + R \cdot I_0) \cdot I - U \cdot I_0$$

$$P_{\text{mech, max}} = \frac{R}{4} \cdot \left( \frac{U_N}{R} - I_0 \right)^2 \quad | \quad P_{\text{el}} = U \cdot I$$

$$P_{\text{mech}, \eta_{\text{max}}} = \begin{cases} 2\pi \cdot M_{\eta, \text{max}} \cdot n \\ \eta_{\text{max}} \cdot P_{\text{an}} = \eta_{\text{max}} \cdot n \cdot I_{\eta, \text{max}} \\ -R \cdot I_{\eta, \text{max}}^2 + (U + R \cdot I_0) \cdot I_{\eta, \text{max}} - U \cdot I_0 \end{cases}$$

$$n = \begin{cases} k_n \cdot U & (\text{ohne Reibung / Betriebslast}) \\ k_n \cdot U - \frac{k_n}{k_M} \cdot R \cdot M & (\text{R berücksichtigt}) \\ n_0 - \frac{n_0}{M_H} \cdot M & (\text{lineare Drehzahlkennlinie}) \end{cases}$$

$$n_0 = k_n \cdot (U_N - I_0 \cdot R) \quad | \quad U = R \cdot I \quad | \quad I_0 = \frac{M_R}{k_M}$$

$$I_{\eta, \text{max}} = \frac{M_{\eta, \text{max}} + M_R}{k_m}$$

$$M = k_M \cdot I \quad | \quad P_{\text{el}} = P_{\text{mech}} + P_{\text{el, verlust}}$$

$$M_H = \frac{n_0}{k_n} \cdot \frac{k_M}{R} \text{ für } U_N \quad | \quad M_{\text{mech, max}} = \frac{M_H - M_R}{2}$$

$$M_{\eta, \text{max}} = \sqrt{M_H \cdot M_R} \quad | \quad \eta_{\text{max}} = \left( 1 - \sqrt{\frac{I_0 \cdot R}{U_N}} \right)^2$$

$$\eta = \frac{P_{\text{mech}}}{P_{\text{el}}} = \frac{-R \cdot I^2 + (U + RI_0) \cdot I - UI_0}{U \cdot I}$$

$$[W] = [V] \cdot [A] = \left[ \frac{\text{Nm}}{\text{s}} \right] \quad | \quad [A] = \frac{[W]}{[V]} = \left[ \frac{\text{Nm}}{\text{V}} \right]$$

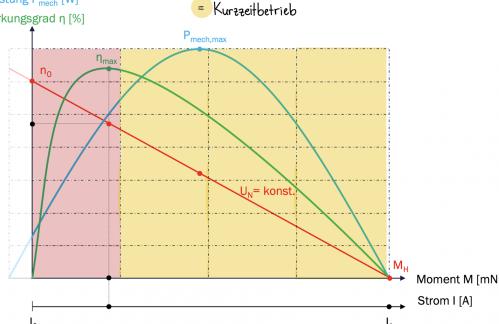
$$[V] = \frac{[W]}{[A]} = \left[ \frac{\text{Nm}}{\text{A} \cdot \text{s}} \right] = \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2} \right] \quad | \quad [\Omega] = \left[ \frac{\text{V}}{\text{A}} \right]$$

$$[V \cdot \text{min}] = 60'000 \left[ \frac{\text{mNm}}{\text{A}} \right]$$

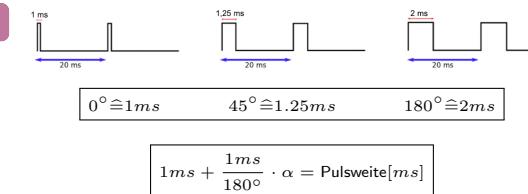
$R$  = Widerstand;  $U_N$  = Nennspannung,  $I_0$  = Leerlaufstrom

= Dauerbetrieb

= Kurzzeitbetrieb



## 13.3 Servo



## 14 Weitere Umrechnungen, nützliches

### ME

$$Nm = 1000 \cdot Nmm \quad | \quad [\text{bar}] = 10^5 \cdot \frac{N}{m^2} = 0.1 \text{ MPa}$$

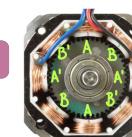
$$[Nm] = [J] \quad | \quad [N] = \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$[1\text{bar}] = [10^5 \text{Pa}] = 10^5 [\text{N/m}^2] = 10^5 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \right]$$

- "Reibung soll vernachlässigt werden" (Planetengetriebe - Berechnung Standübersetzung)

⇒ meaning:  $\eta = 1.0$

## 13.4 Stepper



Unipolar VS				Bipolar VS			
A	A'	B	B'	A	B	A	B
1 +	0	0	0	1 +	0	1 +	0
2 0	0	+	0	2 0	+	2 0	+
3 0	0	+	0	3 -	0	3 -	0
4 0	0	+	0	4 0	-	4 0	-
5 0	0	0	0	1 +	0	1 +	0
6 0	+	0	+	6 -	-	6 -	-
7 0	0	0	+	7 0	-	7 0	-
8 +	0	0	+	8 +	-	8 +	-
1 +	0	0	0	1 +	0	1 +	0

$$\alpha = \frac{360^\circ}{z \cdot p} \quad | \quad n = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot f$$

$\alpha$  = Schrittwinkel (Vollschritt)  
 $z$  = Zähnezahl Pol Scheiben  
 $p$  = # Spulenpaare  
 $f$  = Pulsfrequenz

### 14.1 Vorsilben und Exponenten

Symbol	P	T	G	M	k	h
Silbe	Peta	Terra	Giga	Mega	kilo	hekto
Exponent	$10^{15}$	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$
d	c	m	$\mu$	n	p	f
deci	centi	milli	micro	nano	pico	femto
$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	$10^{-15}$

- Unipolarer Vollschnitt:** zuletzt bestromtes Spulenpaar aus / benachbartes Spulenpaar ein
- Unipolarer Halbschritt:** zuletzt bestromtes Spulenpaar bleibt / benachbartes Spulenpaar wechselt Schaltzustand
- Bipolarer Vollschnitt:** zuletzt bestromte Spulenpaare aus / benachbarte Spulenpaare ein (!Mehrzahl!)
- Bipolarer Halbschritt:** zuletzt bestromtes Spulenpaar bleibt (z.B. A und A') / benachbartes Spulenpaar wechselt Schaltzustand (z.B. B und B')