

# Physik Zusammenfassung

Christian Leser & Noa Sendlhofer  
cleser & nsendlhofer  
Version: November 2, 2023  
Template by Micha Bosshart

## 1 Elektrizitätslehre

### 1.1 Ladung Q

- **Elementarladung:**  $q_{Elektron} = e = -1.602 \cdot 10^{-19} C$

Coulomb-Kraft:

$$\vec{F}_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$   
 $q_{1/2}$  = Punktladungen  
 $r$  = Abstand zw. Punktladungen  
 $\vec{e}_r$  = Einheitsvektor

- Ladungen mit gleichem Vorzeichen stoßen sich ab.  
 $F_C < 0 \rightarrow$  abstossend,  $F_C > 0 \rightarrow$  anziehend
- Ladungen leitender Körper stets an Oberfläche.  
 $\rightarrow$  Inneres: Ladungs- und Feldfrei

#### 1.1.1 Ladungsdichte

Liniendichte  $\lambda$       Oberflächendichte  $\sigma$       Volumendichte  $\rho$   
 $\lambda = \frac{Q}{l} \left[ \frac{C}{m} \right]$        $\sigma = \frac{Q}{A} \left[ \frac{C}{m^2} \right]$        $\rho = \frac{Q}{V} \left[ \frac{C}{m^3} \right]$

### 1.2 Strom I

Strom A:

$$I = \frac{dQ}{dt} \left[ \frac{C}{s} \right] \quad \longleftrightarrow \quad Q = \int_{\Delta t} I dt$$

Stromdichte j:

$$j = \frac{I}{A} \left[ \frac{A}{m^2} \right] \quad \longleftrightarrow \quad I = \iint_A j dA \quad (I \text{ gleichm. auf } A) \quad j \cdot A$$

#### 1.2.1 Stromdichte

Flächendichte  $j$   
 $j = \frac{I}{A} \left[ \frac{C}{s \cdot m^2} \right]$

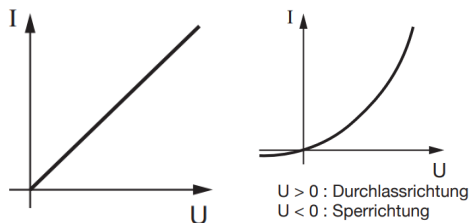
### 1.3 Elektrischer Widerstand R

Widerstand:

$$R = \frac{U}{I}, I \sim U$$

Ohmsche Leiter  
 $I = \frac{U}{R}$

nicht-ohmsche Leiter  
 $R_{diff} = \frac{dU}{dI}$



#### 1.3.1 Spezifischer Widerstand

nach Größe:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

$l$  = Leiterlänge  
 $A$  = Leiterquerschnitt  
 $\rho$  = spezifischer Widerstand  
 $K = \frac{1}{\rho}$  = Spezifische Leitfähigkeit

nach Temperatur:

$$\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

$\rho_0$  = spezifischer Widerstand bei  $T_0$   
 $T_0$  = Bezugstemperatur  
 $\alpha = \frac{1}{K}$  = Temperaturkoeffizient

### 1.4 Elektrische Kapazität C

Materie (Dielektrikum mit  $\epsilon_m$ ):

Im Vakuum:

$$C_0 = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \frac{A}{l}$$

$$C_m = \epsilon_m C_0$$
$$U_m = \frac{U_0}{\epsilon_m}$$
$$\epsilon_m = \frac{\vec{E}_0}{\vec{E}_m}$$

Ladestrom Kondensator:

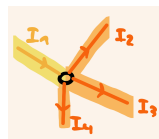
$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$
$$I(0) = I_0 = \frac{U}{R_{tot}}$$
$$I(\infty) = 0$$

Einschieben von Dielektrika in einen Plattenkondensator:  
Die Energieverteilung verändert sich bis ein Gleichgewichtszustand erreicht ist:

$$0 = dW_{tot} = dW_{Feld} - dW_{Batt} + dW_{Diel}$$

### 1.5 Kirchhoffsche Regeln

#### 1.5.1 Knotenregel

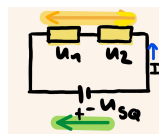


Widerstände:  $\sum_k I_k = 0$

Kondensatoren:  $\sum_k Q_k = 0$

$$\sum I_{\text{zufließend}} = \sum I_{\text{abfließend}}$$

#### 1.5.2 Maschenregel



Widerstände:  $\sum_i U_i = \sum_k R_k I_k$

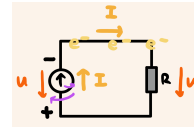
Kondensatoren:  $\sum_i U_i = \sum_k \frac{Q_k}{C_k}$

$i$  = # Spannungsquellen  
 $k$  = # Spannungsabfälle

$$\sum U_{\text{Quelle}} = \sum U_{\text{Abfälle}}$$

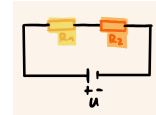
- (1) Zeichne  $\vec{U}_{sq}$  an der Spannungsquelle ein (minus nach plus)
- (2) Wähle Stromrichtung  $\vec{I}$  (gegen  $U_{sq}$ )
- (3) Trage  $\vec{U}_R$  an Widerständen ein (gleich wie Stromrichtung)

### 1.6 Schaltkreis



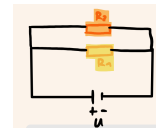
$\vec{I}$  = Stromrichtung  
 $R$  = Widerstand  
 $\vec{U}$  = Richtung des Spannungsabfall  
Spannungsquelle: von minus nach plus  
Widerstand: in Stromrichtung

#### 1.6.1 Serieschaltung



Ladung:  $Q_{ges} = Q_i$   
Stromstärke:  $I_{ges} = I_i$   
Spannung:  $U_{ges} = \sum_i U_i$   
Widerstände:  $R_{res} = \sum_i R_i$   
Kondensatoren:  $\frac{1}{C_{res}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$   
zwei Kondensatoren:  $C_{res} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

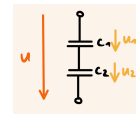
#### 1.6.2 Parallelschaltung



Ladung:  $Q_{ges} = \sum_i Q_i$   
Stromstärke:  $I_{ges} = \sum_i I_i$   
Spannung:  $U_{ges} = U_i$   
Widerstände:  $\frac{1}{R_{res}} = \sum \frac{1}{R_i}$   
zwei Widerstände:  $R_{res} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$   
Kondensatoren:  $C_{res} = \sum_i C_i$

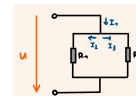
### 1.7 Strom/Spannungsteiler

Spannungsteiler (Kondensator/Widerstand):



$$U_1^C = U \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$
$$U_2^C = U \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$
$$U_1^R = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$
$$U_2^R = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Stromteiler:

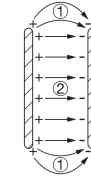


$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$
$$I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

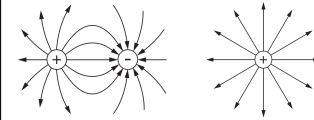
## 2 Elektrostatik

### 2.1 Elektrisches Feld

Homogenes Feld  
(Plattenkondensator)



Inhomogenes Feld  
(Punktladung)



Quick facts:

- Jede Ladung erzeugt ein  $E$ -Feld
- Feldlinien von + nach -
- Feldlinien immer  $\perp$  auf leitfähigen Körpern
- Feldlinien schneiden sich nie
- Innerhalb von Leitern gibt es kein Feld

#### 2.1.1 Elektrische Feldstärke E

$$\vec{E} = -\text{grad}(\Phi) = -\frac{d\Phi(P)}{ds}$$

Inhomogen (Punktladung):

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{|\vec{r}|^2} \cdot \vec{e}$$

$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$

$\vec{r}$  = Abstand zw. Punktladungen  
(- nach +)

$\rightarrow$  Feld mehrer Punktladungen

$\vec{e}_r$  = Einheitsvektor Richtung Feldlinien

Summierbar (Vektorsumme)  
Homogene (Plattenkondensator):

$$\vec{E} = \frac{U}{l} \vec{e}$$

$l$  = Abstand der Platten

#### 2.1.2 Elektrische Flussdichte/Verschiebungsdichte D

Dichte der Ladung:

$$\vec{D} = \frac{Q}{A} \vec{e}$$

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$$

$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

#### 2.1.3 Elektrisches Potential $\Phi$

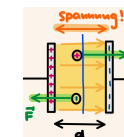
Allgemein:  $\Phi(P) = -\int \vec{E} d\vec{s}$       Punktladung:  $\Phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}$

#### 2.1.4 Elektrische Spannung U

Inhomogen:

$$U = \Phi(P) - \Phi(P_0) = -\int_{P_0}^P \vec{E} d\vec{s}$$

Homogen:



$$U = E \cdot d$$

Auf Linie stets selbes Potential/Spannung

### 2.1.5 Elektrisches Dipolmoment

Für zwei gleich stark, mit unterschiedlichem Vorzeichen geladene Ladungen:

$$\vec{p} = Q\vec{l}$$
$$E_{dip} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\vec{p}\vec{r})\hat{r} - \vec{p}}{r^3}$$

Variablen erklären

### 2.2 Elektrischer Fluss $\Psi$

$$\Psi = \int \vec{E} d\vec{A}$$

$E$  = Elektrisches Feld  
 $A$  = Fläche, durch die das Feld hindurchfließt

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV = \frac{Q}{\epsilon_0}$$
$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$$

Mittels dem Satz von Gauss erhält man die erste Maxwell Gleichung  
 $\rho$  = Ladungsdichte  
 $Q$  = Gesamtladung innerhalb der Fläche

### 2.3 Kraft, Arbeit, Leistung

#### 2.3.1 Kraft im $\vec{E}$ Feld

[N]

$$\vec{F}_E = Q\vec{E}_0$$

#### 2.3.2 pot. Energie von Ladungen

[J]

$$E_{pot} = Q\Phi$$
$$= Q \int \vec{E} d\vec{s}$$

$Q$  = Ladung  
 $U$  = Spannung  
 $\Phi$  = el. Potential  
 $E$  = el. Feldstärke  
 $l$  = Entfernung zwischen Kondensatorflächen

Im Plattenkondensator:

$$E_{pot} = Q \cdot E \cdot l$$
$$= Q \cdot U$$

#### 2.3.3 Arbeit im $\vec{E}$ Feld

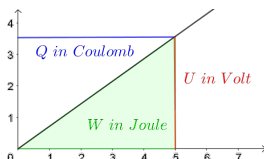
[J]

Die gespeicherte Energie ist jeweils die verrichtete Arbeit:  $\Delta E = W$  Arbeit = Kraft  $\cdot$  Weg

$$W = \int \vec{F} d\vec{s} = \int \vec{E} \cdot Q d\vec{s} = Q\Delta\Phi$$
$$= QU = CU^2 = U \cdot I \cdot t$$
$$dW = UI dt$$

#### Gespeicherte Energie im Kondensator:

- Energie entspricht Fläche unter Q-U-Diagramm.
- Ladevorgang eines Kondensators verläuft linear.
- Somit: Energie entspricht Dreiecksfläche mit Seitenlänge Ladung und Spannung nach Ladevorgang.



$Q$  = Ladung  
 $U$  = Spannung  
 $C$  = Kapazität  
 $E_0$  = Elektrische Feldstärke  
 $V$  = Volumen zwischen Kondensatorflächen  
 $\rho_{el}$  = Energiedichte

$$W = \int U dq = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$
$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 V$$
$$\rho_{el} = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$$

### 2.3.4 Leistung im $\vec{E}$ Feld

[ $\frac{J}{s}$ ]

$$P = \frac{W}{t} = F \cdot v = U \cdot I$$

### 3 Magnetisches Feld

#### 3.1 Magnetische Feldstärke H

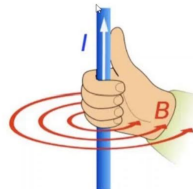
[ $\frac{A}{m}$ ]

- Stromdurchflossene Leiter bauen magnetisches Feld auf
- Rechte-Hand-Regel

#### Spule

$H$  = Magnetische Feldstärke  
 $I$  = Stromstärke  
 $n$  = Windungen der Spule  
 $l$  = Länge der Spule

$$|\vec{H}| = I \frac{n}{l}$$



#### 3.2 Magnetische Flussdichte B

[T]

$$B = \frac{\Phi}{A} = \mu H$$

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  = Mag. Permeabilität  
 $A$  = Durchflossene Fläche  
 $H$  = Mag. Feldstärke  
 $\Phi$  = Mag. Fluss

#### Langer Leiter

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r}$$

#### Spule

$$B = \mu \mu_0 I \frac{n}{l}$$

#### 3.3 Magnetischer Fluss $\Phi$

[Tm<sup>2</sup>]

$$\Phi = \mu AH$$
$$= \int \vec{B} d\vec{A}$$

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  = Mag. Permeabilität  
 $A$  = Durchflossene Fläche  
 $H$  = Mag. Feldstärke  
 $B$  = Mag. Flussdichte

#### 3.4 Magnetisches Dipolmoment

$$\vec{m} = I\vec{A}$$

$I$  = el. Strom  
 $\vec{A}$  = Vektor normal zu durchflossener Fläche

#### 3.5 Induktivität L

[H]

$$L_i = \frac{n\Phi}{I}$$
$$= \mu n^2 \frac{A}{l} \text{ dünne Spule}$$

Serie:  $L_{tot} = \sum_i L_i$

Parallel:  $\frac{1}{L_{tot}} = \sum_i \frac{1}{L_i}$

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  = Mag. Permeabilität  
 $\Phi$  = Magnetischer Fluss durch die Spule  
 $n$  = Windungen der Spule  
 $l$  = Länge der Spule  
 $A_i$  = Querschnittsfläche der Spule

### 3.6 elektromagnetische Induktion

#### Spannungssstoss $S_U$

Änderung des magnetischen Feldes erzeugt Strom in Spule

$$S_U = \int U_i dt$$
$$= \mu n_i \Delta H A_i$$

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  = Mag. Permeabilität  
 $U_i$  = Spannung in der Spule i  
 $n_i$  = Windungen der Spule i  
 $H$  = Mag. Feldstärke  
 $A_i$  = Querschnittsfläche der Spule i

#### Induktionsgesetz

$$U_i = -n_i \frac{d\Phi}{dt}$$
$$= -n_i \frac{d}{dt} \iint \vec{B} d\vec{A}$$

$\vec{B}$  hom. auf  $A$  und  $\vec{B} \parallel d\vec{A}$ .

$$= -n_i B A$$

Minus wegen Lenzscher Regel  
 $U_i$  = Induzierte Spannung in Spule  
 $n_i$  = Windungen der Spule i  
 $\Phi$  = Mag. Fluss  
 $B$  = mag. Flussdichte  
 $A$  = Querschnittsfläche Spule, normal zu Fläche

#### Induktionsspule

$U_i$  = Spannung in der Spule i

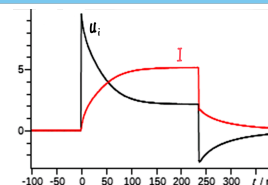
$$\int U_i dt = \alpha \int \vec{H} \cdot d\vec{s}$$
$$\alpha = \mu \frac{n_i}{l} A_i$$
$$B = \frac{LI}{nA}$$

$\vec{H}$  = magnetische Feldstärke  
 $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  = Mag. Permeabilität  
 $n_i$  = Windungen der Spule i  
 $l$  = Länge der Spule  
 $B$  = mag. Flussdichte  
 $L$  = Induktivität  
 $A$  = Querschnittsfläche Spule, normal zu Fläche

#### 3.6.1 Selbstinduktion

$$U_i = -L \frac{dI}{dt}$$

$U_i$  = induzierte Spannung  
 $L$  = Induktivität  
 $I$  = el. Strom



#### 3.6.2 Gegeninduktion

$$U_{i2} = L_{12} \frac{dI_1}{dt}$$
$$L_{12} = L_{21}$$

Übereinanderliegende Spulen gleicher Länge bzw. Fläche:

$$L_{12} = n_2 \frac{\Phi_1}{I_1} = \mu_0 n_1 n_2 \frac{A_1}{l_1}$$

- Feldspule<sub>1</sub>: Spannung per Batterie
- Induktionsspule<sub>2</sub>: Induzierte Spannung

$U$  = el. Spannung  
 $L$  = Induktivität  
 $n$  = Windungen der Spule  
 $\Phi$  = mag. Fluss durch Spule  
 $A$  = Querschnittsfläche Spule  
 $l$  = Länge Spule

### 3.7 Lenzsche Regel

- System reagiert der zeitlichen Änderung des magnetischen Feldes entgegen / wehrt sich gegen Änderung des magnetischen Feldes
- Bedingung: Strom muss in System fließen können (Bsp metallischer Ring ohne Lücken)
- Richtung des induzierten Feldes entgegengesetzt der Richtung der Änderung des äusseren Feldes.

Aus Induktionsgesetz folgt:

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{A}$$
$$\text{rot}(\vec{E}) = - \frac{d\vec{B}}{dt}$$

$\vec{E}$  = Elektrische Feldstärke  
 $\vec{B}$  = Magnetische Flussdichte

### 3.8 Durchflutungsgesetz

$$\oint \vec{H} ds = n \cdot I_{tot}$$
$$= \int \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt} d\vec{A}$$
$$\text{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \vec{D}$$

$\vec{H}$  = mag. Feldstärke  
 $I$  =  $j \cdot A$  = el. Strom  
 $j$  = Stromflächendichte  
 $D$  = el. Flussdichte

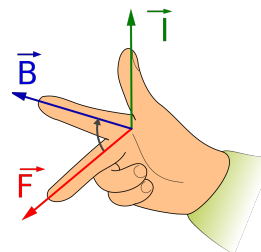
### 3.9 Lorentzkraft $\vec{F}_L$

$$\vec{F}_L = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

falls  $\vec{l}$  und  $\vec{B} \perp$

$$= I \cdot l \cdot B$$
$$\vec{F}_L = \int \vec{j} \times \vec{B} dV$$
$$= \int \rho(\vec{v} \times \vec{B}) dV$$
$$= q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$l$  = Länge stromdurchflossener Leiter in Magnetfeld  
 $A$  = Querschnittsfläche Leiter  
 $V = A \cdot l$  = Volumen Leiter  
 $j = \frac{I}{A}$  = Flächenstromdichte  
 $\rho$  = Volumenladungsdichte  
 $\vec{B}$  = Magnetfeld  
 $I = \rho A v$  = el. Strom  
 $v$  = Geschwindigkeit der Ladungen  
 $q$  = Ladung !Vorzeichen!



ACHTUNG: Richtung Bild = Richtung technischer Strom! Elektronenfluss in entgegengesetzte Richtung zu Fluss des technischen Stroms

### 3.10 Biot-Savart Gesetz

Magnetische Wirkung eines Abschnittes eines elektrischen Leiters  $d\vec{l}$  auf einen Punkt im Abstand  $|\vec{r}|$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}$$

### 3.11 Energie im magnetischen Feld

$$E_p = \int_0^\infty -U_i Idt$$
$$= \frac{1}{2} L I_0^2$$
$$= \frac{1}{2} \mu_0 V H^2$$
$$\rho_m = \frac{W}{V} = \frac{\vec{B} \vec{H}}{2}$$

$P = U \cdot I = \frac{W}{t} = -P_i = -U_i \cdot I$   
 $U$  = el. Spannung  
 $I$  = el. Strom  
 $P$  = Leistung  
 $L$  = Induktivität Spule  
 $V$  = Eingeschlossenes Volumen der Spule  
 $H$  = mag. Feldstärke  
 $B$  = mag. Flussdichte  
 $\rho_m$  = Volumenenergiedichte

### 3.12 Maxwell Gleichungen

#### Gauss'sches Gesetz $\vec{E}$ 2.2

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0}$$

$$\oint_{\partial V} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}) dV$$

#### Gauss'sches Gesetz $\vec{B}$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 0$$

$$\oint_{\partial V} \vec{B}(\vec{r}) d\vec{A} = 0$$

#### Induktionsgesetz 3.6

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

$$U_{\text{ind}} = \oint_L \vec{E}_{\text{ind}}(\vec{r}) d\vec{L} = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B}(\vec{r}) d\vec{A}$$

#### Durchflutungsgesetz 3.8

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{j}(\vec{r}) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{r})}{\partial t}$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) d\vec{L} = \mu_0 \int_A \vec{j}(\vec{r}) d\vec{A}$$

### 3.13 Magnetismus der Materie

Magnetische Suszeptibilität:

$$X = \mu - 1$$

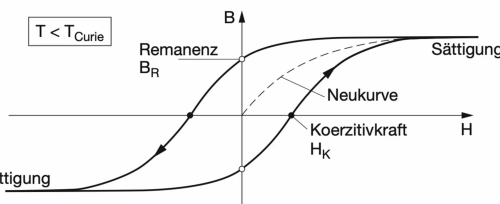
Magnetisierung:

$$\vec{M} = X \vec{H}$$

- paramagnetische Materialien:  $X > 0$ , Magnetisierung in gleiche Richtung wie Feld.
- diamagnetische Materialien:  $X < 0$ , Magnetisierung in entgegengesetzte Richtung wie Feld.

Elektronen bewegen sich auf einer Kreisbahn im Atom  $\rightarrow$  magnetisches Moment entsteht. Bei angelegtem magnetischem Feld werden die magnetischen Momente aller Atome parallel ausgerichtet **Schema mit magnetischem Moment einfügen**

Hysteresis: Wenn nach der Magnetisierung eines ferromagnetischen Materials das magnetische Feld wieder ausgeschaltet wird, setzt ein "Memory-Effekt" ein. Eine verbleibende magnetische Wirkung im Material bezeichnet man als **Remanenz**. Das Feld, welches benötigt wird, um die Remanenz auszulöschen, bezeichnet man als **Hoerzitivkraft**



Meissner Effekt: Keine magnetischen Feldlinien treten in einen Supraleiter ein, perfektes diamagnetisches Verhalten.  
Anwendung: Magnet kann auf abgekühltem supraleiter-Material schweben, bsp. Magnetschwebbahn

### 3.14 Wechselspannung

#### Komplexe Schreibweise:

$$\tilde{I}(t) = I_0 e^{j\omega t}, \quad \tilde{U} = \tilde{Z} \cdot \tilde{I} = I_0 Z \cdot e^{j\omega t} e^{j\phi}$$

#### Impedanz Spule:

$$\tilde{Z}_S = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \cdot e^{j\phi}$$

$$\text{Phasenverschiebung } \rho: U(t) \sim I(t + \frac{\pi}{2})$$

#### Impedanz Kondensator:

$$\tilde{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \cdot e^{j\phi}$$

$$\text{Phasenverschiebung } \rho: U(t) \sim I(t - \frac{\pi}{2})$$

#### Impedanz Widerstand:

$$\tilde{Z}_R = R = R \cdot e^{j\phi}$$

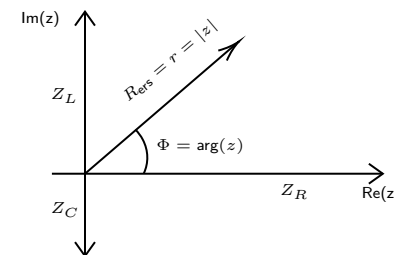
$$\text{Phasenverschiebung } \rho: U(t) \sim I(t)$$

#### Leistung:

$$P = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos(\rho)$$

#### Winkel Phasenverschiebung im Schaltkreis:

$$\tan(\Phi) = \frac{|Z_L| - |Z_C|}{Z_R}$$



### 4 Elektromagnetische Wellen

#### 4.1 Wellen Allgemein

Wellengleichung:

$$A(z, t) = A_0 \cos(\omega t - kz)$$

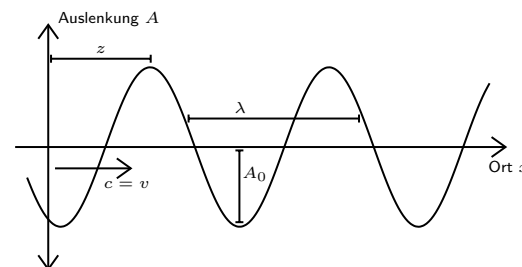
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot f = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

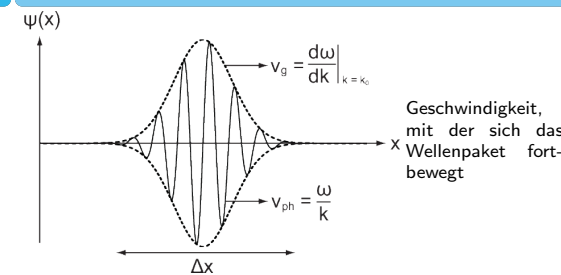
$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$A_0$  = Maximale Amplitude  
 $\omega$  = Kreisfrequenz  
 $k$  = Wellenzahl  
 $f$  = Frequenz  
 $\lambda$  = Wellenlänge  
 $T$  = Periode  
 $c = v$  = Geschwindigkeit der Welle  
Für Licht im Vakuum:  $c = c_0$   
 $z$  = Abstand zu Ursprung der cos-Funktion zu Zeitpunkt  $t_0$



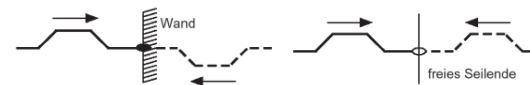
### 4.1.1 Gruppengeschwindigkeit $v_g$



Geschwindigkeit, mit der sich das Wellenpaket fortbewegt

#### 4.1.2 Reflektion von Wellen

Phasensprung bei Welle im Seil mittels Superposition mit einer Welle von der anderen Seite



#### 4.1.3 Energie von Wellen

Intensität einer Welle: Energie Potentielle Energie:

$$\Delta E_p = \int \vec{F} d\vec{x} = \frac{1}{2} D x_0^2 \text{ mit } D = \omega^2 m$$

Kinetische Energie:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \Delta m v^2 \text{ mit } v = \omega s$$

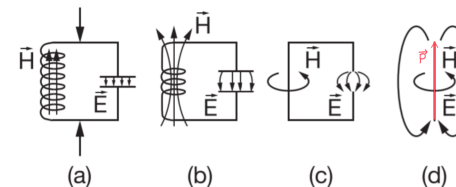
$$\rightarrow \Delta E_p = \Delta E_k$$

Energiestromdichte:

$$\vec{j}_E = \frac{1}{A} \frac{\Delta E_k}{\Delta t} = \rho_E v_p \vec{h}$$

#### 4.2 Herzscher Dipol

"Elektrisches Pendel": Kondensator und Spule sind Energiespeicher. Wenn das magnetische Feld abgebaut wird, so wird das elektrische aufgebaut und umgekehrt. Idealisiert (ohne Reibung) "pendelt" dieses System unendlich lange



$$\vec{p} = q\vec{r} = p_0 \cos(\omega t)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kr)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kr)$$

$\vec{p}$  = Dipolmoment (alternierende Richtung)

Fernfeld: Entfernt man sich weit vom Sender (Herzschen Dipol), verschwindet der Phasenunterschied zwischen  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$ .

#### 4.3 Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}, \quad \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} = c^2$$

### 4.4 Energie kombinierter El. und Mag. Felder

$$\vec{j}_E = \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$|\vec{S}| = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kz)$$

$$\rho_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2$$

$$|\vec{S}| \approx \rho_E$$

$\vec{j}_E = \vec{S}$  = Poynting-Vektor = Energiestromdichte  
 $|\vec{S}|$  = Intensität einer Welle  
 $\rho_E$  = Energiedichte  
 $\vec{E}$  = El. Feld  
 $\vec{H}$  = Mag. Feldstärke  
 $\omega t - kz$ : siehe 4.1 Wellen Allgemein

#### 4.5 Doppler-Effekt

##### 4.5.1 Ohne relativistischen Effekt (Bsp. Schall)

Wenn Empfänger sich auf Sender zubewegt:

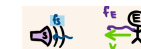
$$f' = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$$

$$\text{Schallgeschwindigkeit: } = 340 \frac{m}{s}$$

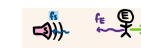
$$\text{Lichtgeschwindigkeit: } = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

##### Empfänger auf Sender:



$$f' = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

##### Empfänger von Sender weg:



$$f' = f_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

##### Sender auf Empfänger:



$$f' = f_0 \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}$$

##### Sender von Empfänger weg:



$$f' = f_0 \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}$$

Für  $v \ll c$  gilt, dass es nicht drauf ankommt ob Sender oder Empfänger sich in Ruhe befindet.

##### 4.5.2 Mit relativistischem Effekt ( $v \rightarrow c_0$ )

$$\beta = \frac{v}{c}$$

##### Quelle und Empfänger entfernen sich (Redshift):

$$f' = f_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

##### Quelle und Empfänger nähern sich (Blueshift):

$$f' = f_0 \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$$

#### 4.6 DGL der harmonischen Schwingung

$$\ddot{y} + ay = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{a}$$

5 Variablen und Konstanten

5.1 Variablen

$\vec{B}$	Magnetische Induktion	$T = \frac{W \cdot b}{m^2} = \frac{V \cdot s}{m^2} = \frac{k \cdot g}{A \cdot s^2}$
$C$	Kapazität	$F = \frac{C}{V} = \frac{A \cdot s}{V} = \frac{A^2 \cdot s^4}{k \cdot g \cdot m^2}$
$D$	elek. Flussdichte / Verschiebungsdichte	$\frac{A \cdot s}{m^2}$
$\vec{E}$	e. Feld	$\frac{N}{C} = \frac{V}{m} = \frac{k \cdot g \cdot m}{s^3 \cdot A}$
$E$	Energie $1 eV \cdot e = 1 J$	$J = N \cdot m = C \cdot V = W \cdot s \frac{k \cdot g \cdot m^2}{s^2}$
$f = \nu = \frac{1}{T}$	Frequenz	$\frac{1}{s} = H \cdot z$
$\vec{F}$	Kraft	$N = \frac{V \cdot C}{m} = \frac{k \cdot g \cdot m}{s^2}$
$\vec{H}$	magn. Feldstärke	$\frac{A}{m}$
$\vec{I}$	el. Strom	$A = \frac{C}{s}$
$\vec{j} = \frac{I}{A}$	Stromdichte	$\frac{C}{s \cdot m^2}$
$k$	Federkonstante	$\frac{N}{m}$
$L$	Induktivität	$H = \frac{T \cdot m^2}{A} = \frac{V \cdot s}{A}$ $= \frac{k \cdot g \cdot m^2}{A^2 \cdot s^2}$
$P$	Leistung	$W = V \cdot A = \frac{J}{s}$
$Q$	Ladung	$C = A \cdot s$
$R$	el. Widerstand	$\Omega = \frac{V}{A}$
$S$	Siemens	$S = \frac{1}{\Omega} = \frac{A}{V}$
$T$	Periodendauer / Schwingungsdauer	$s$
$U$	Potentialdiff. / Spannung	$V = \frac{W}{A} = \frac{J}{C}$ $= \frac{N \cdot m}{A \cdot s} = \frac{k \cdot g \cdot m^2}{A \cdot s^3}$
$\vec{v}$	Geschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$W$	Arbeit	$J = N \cdot m$ $= \frac{k \cdot g \cdot m^2}{s^2} = C \cdot V$
$Z$	Impedanz	$\Omega = \frac{V}{A} = \frac{k \cdot g \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$
$\varepsilon$	Dielektrizitätskonst. Mat.	$\frac{C}{V \cdot m} = \frac{A \cdot s}{V \cdot m}$
$\Psi_E$	elek. Fluss	$V \cdot m = \frac{N \cdot m^2}{C}$
$\Phi_M$	magn. Fluss	$W \cdot b = T \cdot m^2$
$\Phi$	elek. Potential	$[-]$
$\lambda = \frac{c}{f}$	Wellenlänge	$m$
$\mu$	magn. Feldk. / Permeabilität	$\frac{V \cdot s}{A \cdot m}$
$\rho$	spez. Widerstand	$\Omega \cdot m$
$\omega = 2\pi f$	Kreisfrequenz	$s^{-1} = H \cdot z$

5.2 Einheiten

$eV$	Elektronenvolt (Energie)	$1 e \cdot 1 V \approx 1.6 \cdot 10^{-19} J$
$u$	Atomare Masseneinheit	$1,66054 \cdot 10^{-27} kg$
$1 \frac{m}{s}$	$\xrightarrow{\cdot 3.6} 1 \frac{km}{h}$	

5.2.1 Konstanten

$g$	Fallbeschleunigung	$g \approx 9.81 \frac{m}{s^2} = \frac{N}{kg}$
$\varepsilon_0$	el. Feldkonst. / Dielektrizitätskonst. / Permittivität Vakuum	$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 \cdot c_0^2} = \frac{10^{-7}}{4 \pi c_0^2}$
$\varepsilon_{r,vak}$	Permittivitätszahl Vakuum	$\varepsilon_{r,vak} = 1$
$c_0$	Lichtgesch. Vakuum	$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$
$\mu_0$	magn. Feldk. / Permeabilität Vakuum	$\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c_0^2} = 4 \pi \cdot 10^{-7} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$
$\mu_{r,vak}$	Permeabilitätszahl Vakuum	$\mu_{r,vak} = 1$
$e$	Elementarladung	$1,602 \cdot 10^{-19} C$
$m_e$	Elektronenmasse	$= 9,11 \cdot 10^{-31} kg$

5.3 Nützliche Formeln

Kräfte		
$F$	Kraft Allgemein	$= m \cdot a$
$F_g$	Gewichtskraft	$= m \cdot g$
$F_{Fed}$	Federkraft	$= R \cdot s$
$F_Z$	Zentripetalkraft	$= m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r$
Energie		
$E$	Energie Allgemein	$= \vec{F} \cdot \vec{s}$
$E_{pot}$	Potentielle Energie	$= m \cdot g \cdot h$
$E_{kin}$	Kinetische Energie	$= \frac{1}{2} m \cdot v^2$
$W = \Delta E$	Zusammenhang Arbeit Energie	

$ \vec{a} \times \vec{b} $	Kreuzprodukt	$=  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \sin(\alpha)$
----------------------------	--------------	--

$\ddot{\vec{s}} = \dot{\vec{v}} = \vec{a} \Rightarrow \vec{s} = \vec{v} \cdot t = \frac{\vec{a}}{2} t^2$

5.3.1 Rechengesetze für Exponenten & Logarithmen

$B^a \cdot B^b = B^{a+b}$	$\log_B(a \cdot b) = \log_B(a) + \log_B(b)$
$\frac{B^a}{B^b} = B^{a-b}$	$\log_B\left(\frac{a}{b}\right) = \log_B(a) - \log_B(b)$
$(B^a)^b = B^{a \cdot b}$	$\log_B(a^r) = r \cdot \log_B(a)$
Basiswechsel: $\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}$	

5.4 Vorsilben und Exponente

Symbol	P	T	G	M	k	h
Silbe	Peta	Terra	Giga	Mega	kilo	hekto
Exponent	$10^{15}$	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$
	d	c	m	$\mu$	n	p
deci	centi	milli	micro	nano	pico	femto
$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	$10^{-15}$