Меж-символьная интерференция

Сигнал после прохождения канала связи можно представить след. обр.:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau$$

$r(t)$ - сигнал после прохожд. канала

$h(t)$ - импульсная хр-ка канала

$x(t)$ - сигнал на входе канала

сигнал на входе канала связи представляет собой послед. импульсов

$$x(t) = \begin{cases} x_k \; ; & t \in kT \\ 0 \; ; & t \notin kT \end{cases}$$ где T - период передачи канальных символов

соотвественно $\tau = kT$

$$r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \cdot h(t - kT).$$

Поскольку приведенное выражение все еще описывает систему непрерывного времени, то

$$r(0,314) = \ldots + x_{-1} h(0,314+T) + x_0 h(0,314) + x_1 h(0,314 - T) + \ldots$$

После дискретизации сигнал может быть описан следующим выражением

$$r(nT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \cdot h(nT - kT) \rightarrow x_n h(0) + \sum_{k \neq 0} x_k \cdot h(nT - kT)$$

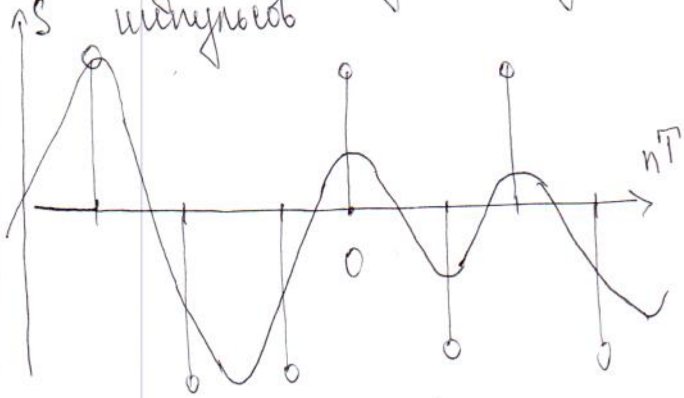
учитывая ошибку синхронизации

$$r(nT + t_0) = x_n h(t_0) + \sum_{k \neq 0} x_k h(t_0 + nT - kT).$$

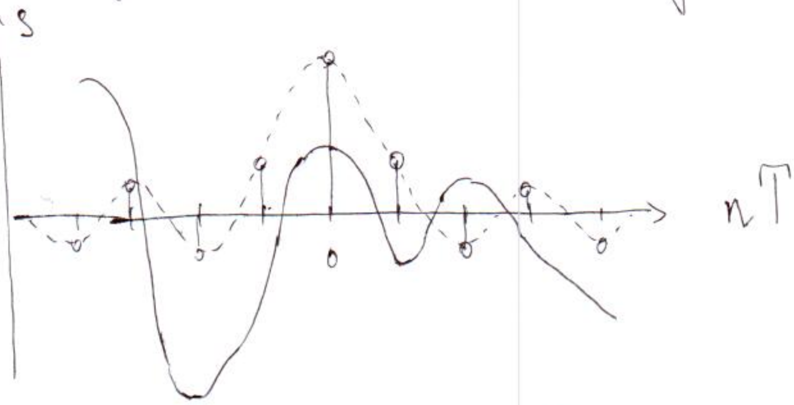
Запишем математич. предст. сигнала с учетом влияния 5 сосед. символов в момент. времени $2T$ и задержкой в 0,1.

$$r(2,1) = x_2 h(0,1) + x_0 h(2,1) + x_1 h(1,1) + x_3 h(-0,9) + x_4 h(-1,9)$$
$$r(1,1) = x_1 h(0,1) + x_{-1} h(2,1) + x_0 h(1,1) + x_2 h(-0,9) + x_3 h(-1,9)$$

Сигнал на выходе канала связи при передаче последов. импульсов



Вклад единичного импульса в суммарный сигнал на выходе к.с.

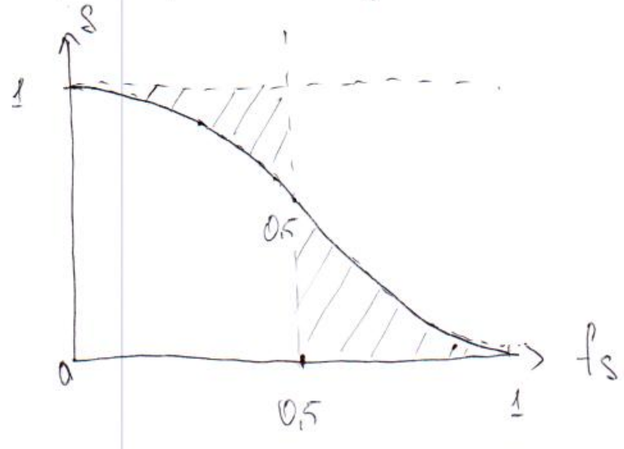


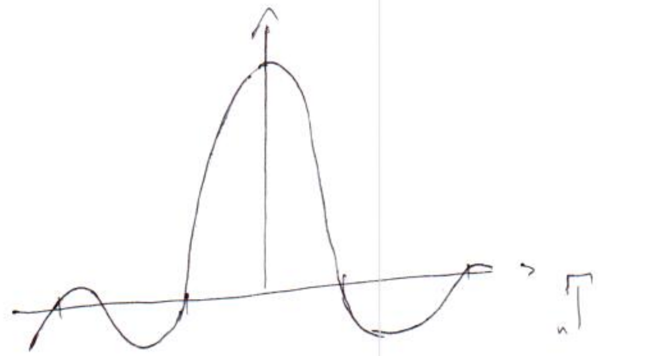
МСИ возникает в моменты когда отклик от символа не равен нулю в момент формирования другого символа.

Соответственно, если выполнить условие

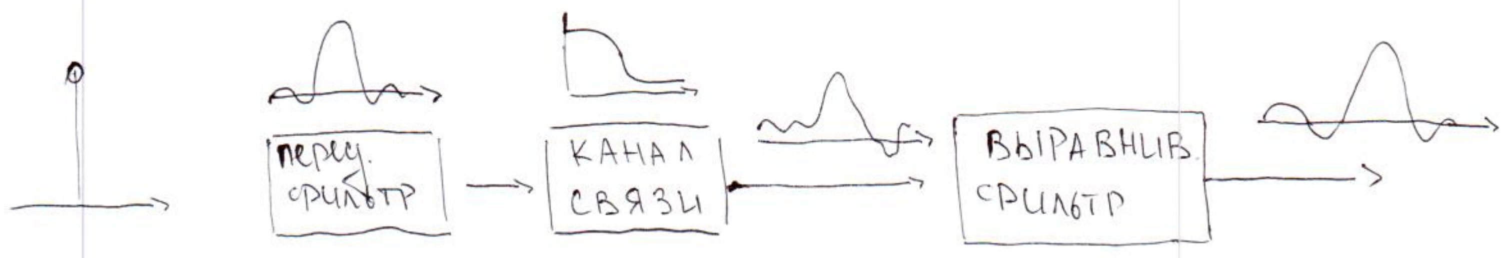
$$p_r(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

Данное условие может быть выполнено в случае применения фильтра со след. ампл. хр-кой



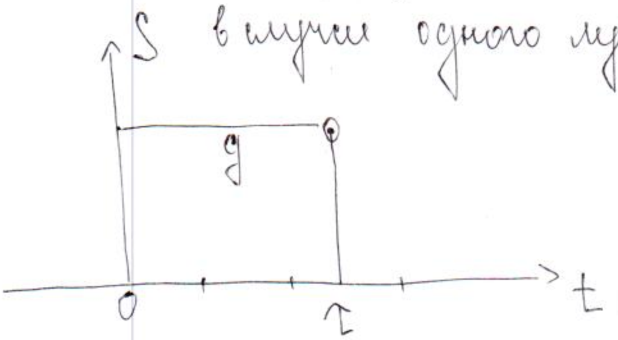


Выравнивание

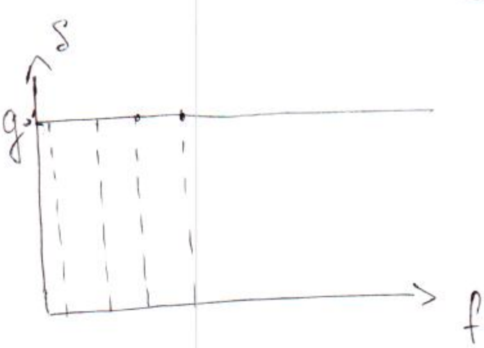


Влияние многолучевого распростр.

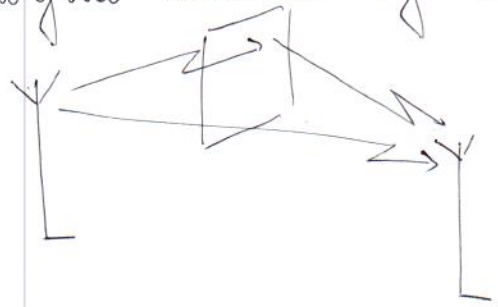
в случае одного луча имеем:

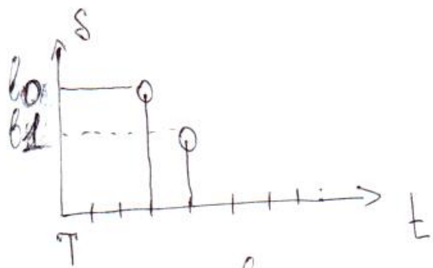


$$y(t) = g\,x(t+\tau)$$



в случае наличия одного отраженного канала





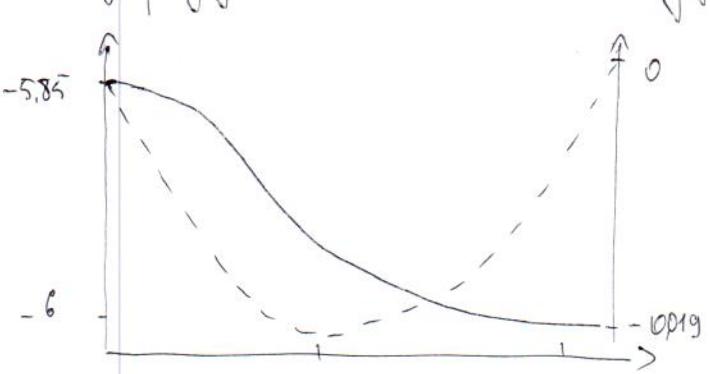
$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1)$$

предположим следующие значения

$b_0 = 0.5$

$b_1 = 0.01$

в результате канал будет иметь следующие характеристики:



Zero-Forcing Equalization

Суть метода заключается в экспериментальном измер. И.Х. канала связи через зад. интерв. вр.

рассмотрим алгоритм работы системы на примере экв $\underbrace{7\text{го}}_{N}$ пор.

1. в канал связи передается "δ" функция
2. формируется вектор из 2N-1 отсчетов

$i = 0 \dots 12 \qquad V_i = r(i-\underbrace{6}_{N-1})$

3. производится формирование матрицы по след. закону

$\underline{PR}$ $\nearrow N-1$

$$i=0..6 \quad PR[0,i] = V(6-i)$$
$$i=0..6 \quad PR[1,i] = V(7-i)$$
$$\vdots$$
$$i=0..6 \quad PR[6,i] = V(12-i)$$

$$RR = \begin{bmatrix} V_6 & V_5 & \cdots & V_0 \\ V_7 & \cdots & & V_1 \\ & & & \\ V_{12} & V_{11} & \cdots & V_6 \end{bmatrix}$$

4. вычисляется обратная матрица $\underline{PREQ}$

$$PREQ = RR^{-1};$$

$$PR \times PREQ = E$$

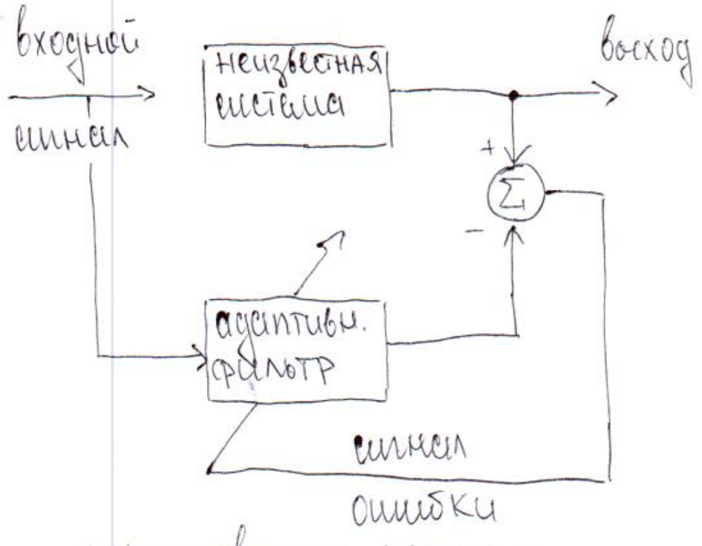
5. Искомый вектор коэффициентов будет предст. средним столбцом матр PREQ

$$EQ = PREQ\left[i; \begin{Bmatrix} N=2K, & N \bmod 2 - 1 \\ N=2K+1, & N \bmod 2 \end{Bmatrix}\right]; \quad i=0..N-1.$$

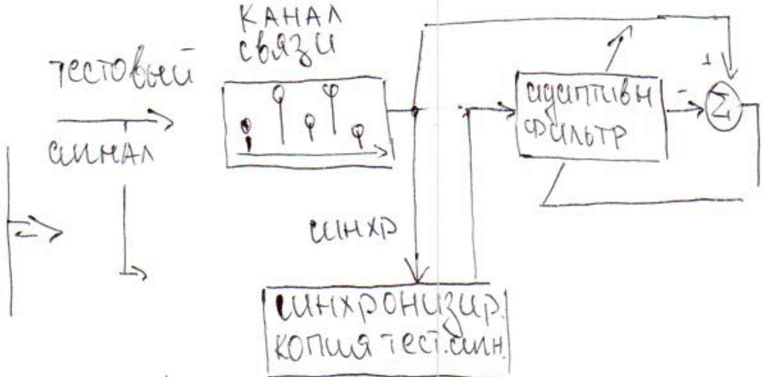
<u>Эквалайзеры с обратной связью</u> (адаптивная фильтрация)

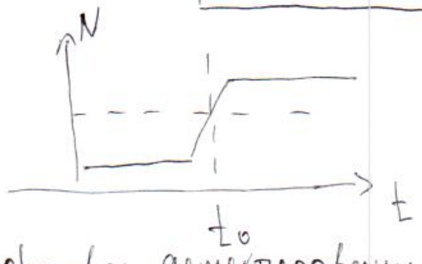
В задаче выравнивания могут быть применены две основные концепции

1. <u>Системная идентификация</u>



моделирование системы



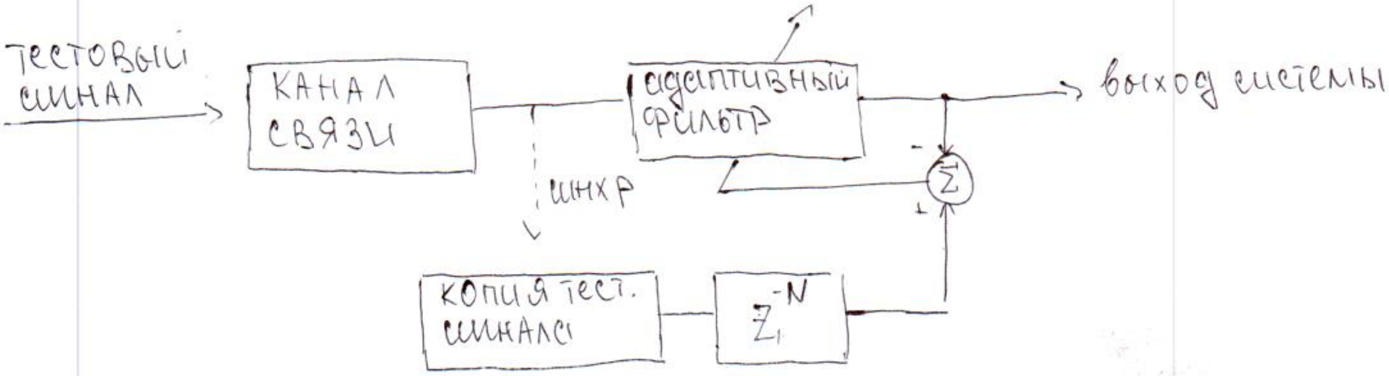


пороговое детектирование

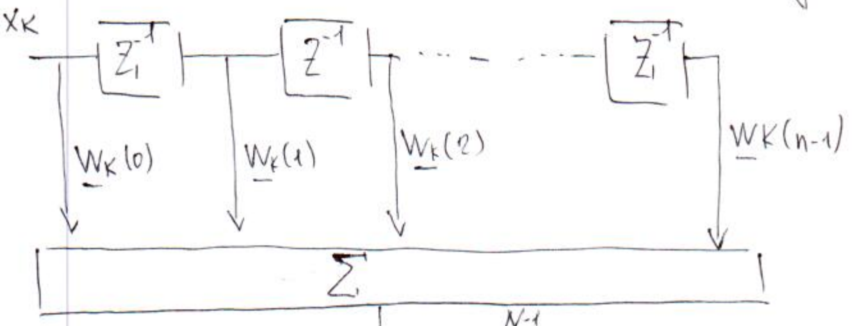
В данном случае тестовый сигнал не должен имитировать б. шумно и недостаток в низк. энерг. эфф. из ZF решен.

После процедуры тренировки мы имеем модель импульсной хр-ки канала, инверсная хр-ка которой может быть рассчитана по рассмотр. ранее алгоритму.

2. Выравнивание при помощи адаптивного фильтра



В качестве адаптивного фильтра в большинстве случ. использ. КИХ фильтр трансверсальной структуры



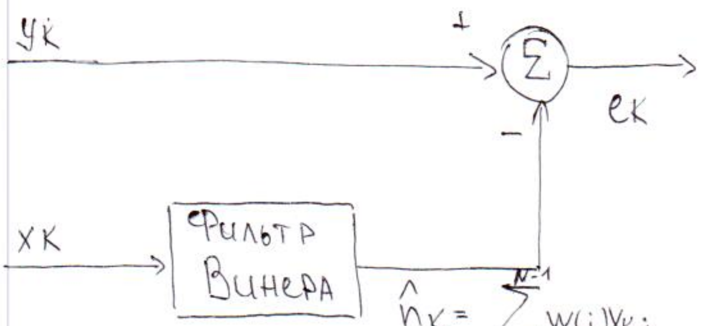
$$\sum_{i=1}^{N-1} W_k(i)\, x_{k-1}$$

где W_k текущий набор коэфф. адапт. системы

групп. задержка фильтра с такой структ. опред. его порядком.

Принципы работы адаптивных фильтров.

Основы Винеровской фильтрации



$$\hat{n}_k = \sum_{i=0}^{N-1} w(i)\, x_{k-i}$$

y_k - зашумленный сигнал → $s_k + n_k$

x_k - оценка зашумления, загрязнения сигн

1. $e_k = y_k - \hat{n}_k = y_k - W^T X_k$; X_k - вектор входного сигнала
W вектор весовых коэфф

2. Квадрат ошибки.

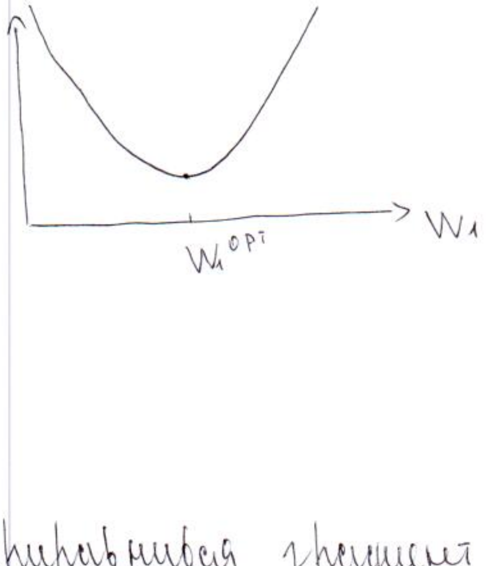
$$e_k^2 = y_k^2 - 2y_k \cdot X_k^T W + W^T X_k \cdot X_k^T W$$

$$J = E[e_k^2] = E[y_k^2] - 2E[y_k X^T W] + E[W^T \cdot X_k \cdot X_k^T W] =$$

$$\sigma^2 + 2P^T W + W^T R W;$$ где

σ^2 - дисперсия y_k
$E[y_k X_k]$ - N компонентный вектор ВКФ P
$R[X_k \cdot X_k^T]$ - автокорр матр $N \times N$

3.



$$\nabla = \frac{dJ}{dW} = -2P + 2RW$$

$$\frac{d(x^T A x)}{dx} = 2Ax$$

$$\frac{d(x^T b)}{dx} = \frac{d(b^T x)}{dx} = b$$

Законы дифференцир матриц

4. Приравнивая градиент к нулю получаем след. выражение

$$W_{opt} = R^{-1} P$$ (уравнении Винера-Хопфа)

Недостатки Винеровской фильтр. с т. зр. практич. примен
1. Требует. вычисл. матр АКФ и ВКФ вектора, кроме того обе величины априорно неизвестны
2. Матричное перемножение
3. В случае нестационарных сигналов W_{opt} придется многократно пересчитывать.

Стандартный адаптивный алгоритм наименьших квадр. (7)

Был предл. группой Уидроу и основан на алгоритме быстрейшего спуска.

$$W_{k+1} = W_k - \mu \nabla_k$$

W_k - вектор весовых коэфф | в k: момент выборки
∇_k - градиент

$\hookrightarrow$ R, P ? требует знания

Алгоритм наименьших квадратов Уидроу-Хопфа

$$W_{k+1} = W_k + \underline{2\mu e_k X_k}$$

В качестве оценки градиента ошибки предлагается использ. само значение ошибки в текущ. момент времени.

$$e_k = y_k - W^T X_k = y_k - X_k^T W_k$$

$$\hat{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_k^2}{\partial w_0} \\ \frac{\partial e_k^2}{\partial w_N} \end{bmatrix} = 2e_k \begin{bmatrix} \frac{\partial e_k}{\partial w_0} \\ \\ \frac{\partial e_k}{\partial w_N} \end{bmatrix} = -2e_k X_k$$

Условие сходимости

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{max}}$$ → собств значения (след) R, равный сумме диаг. эл.

Практически значение μ можно оценить как

$$0 < \mu < \frac{1}{(N+1) \cdot \text{ср. мощность вх. сигн}}$$