

第5章网上作业

题目 1: 5-1-14

设 $f(x) = \int_0^{\sin x} (e^{t^2} - 1)dt$, $g(x) = x - \sin x$ 则

当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的().

- A. 低阶无穷小
- B. 高阶无穷小
- C. 等价无穷小
- D. 同阶但不等价无穷小

答案: D

题目 2: 5-1-9

设 $f(x) = \int_0^{x^2} \ln(1+t)dt$, $g(x) = x^3$, 则当 $x \rightarrow 0$

时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的().

- A. 等价无穷小
- B. 同阶但非等价无穷小
- C. 高阶无穷小
- D. 低阶无穷小

答案: C

题目 3: 5-1-11

设函数 $f(x) = \int_0^{x^2} \ln(2+t)dt$, 则 $f(x)$ 的零点
个数为().

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

答案: B

题目 4: 5-1-12

设 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上连续, $x=0$ 是函数

$$g(x) = \frac{\int_0^x f(t)dt}{x}$$
 的() 间断点.

A. 跳跃 B. 可去 C. 无穷 D. 振荡

答案 : B

题目 5: 5-1-13

$f(x) = \int_0^{\sin x} \sin(t^2)dt$, 设 $g(x) = x^3 + x^4$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的().

A. 等价无穷小 B. 同阶但非等价无穷小
C. 高阶无穷小 D. 低阶无穷小

答案 : B

题目 6: 5-1-10

函数 $\Phi(x) = \int_0^x f'(t^2)dt$ 是下列 () 函数的原函数.

A. $f'(x^2)$ B. $f'(x)$
C. $f(x^2)$ D. $f(x)$

答案 : A

题目 7: 5-1-8

设 $a < b$, 当 $\int_a^b (x - x^2) dx$ 取最大值时, a, b 的取值为 ().

- A. $a = -\infty, b = \frac{1}{2}$ B. $a = 0, b = \frac{1}{2}$
C. $a = \frac{1}{2}, b = 1$ D. $a = 0, b = 1$

答案 : D

题目 8: 5-1-7

若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则至少存在 ξ , $a < \xi < b$, 使 $\int_a^b f(x) dx =$ ()

- A. $\frac{f(\xi)}{b-a}$ B. $f'(\xi)(b-a)$
C. $f(\xi)(b-a)$ D. $\frac{f'(\xi)}{b-a}$

答案 : C

题目 9: 5-1-6

若 $f'(x) = g'(x)$, 则有 ().

A. $\int_a^b f'(x)dx = \int_a^b g'(x)dx$

B. $\int f(x)dx = \int g(x)dx$

C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b g(x)dx$

D. $\int f(x)dx = \int g(x)dx + C$

答案 : A

题目 10: 5-1-4

$f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且 $\int_a^b f(x)dx = 0$, 则 ()

A. 在 $[a, b]$ 的某个小区间上 $f(x) = 0$

B. $[a, b]$ 上一切 x 均使 $f(x) = 0$

C. $[a, b]$ 内至少有一点 x , 使 $f(x) = 0$

D. $[a, b]$ 内不一定有 x , 使 $f(x) = 0$

答案 : C

题目 11: 5-1-5

若 $f(x), g(x)$ 均在 $(-\infty, \infty)$ 内可导, 且 $f(x) < g(x)$, 则必有 ().

- A. $f'(x) < g'(x)$
- B. $f(-x) > g(-x)$
- C. $\int_0^x f(t)dt < \int_0^x g(t)dt \quad (x > 0)$
- D. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \quad (x_0 \text{ 为常数或 } \infty)$

答案 : C

题目 12: 5-1-2

积分中值定理 $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)$, 其中 ().

- A. ξ 是 $[a, b]$ 内任意一点
- B. ξ 是 $[a, b]$ 内必定存在的一点
- C. ξ 是 $[a, b]$ 内唯一一点
- D. ξ 是 $[a, b]$ 内中点

答案 : B

题目 13: 5-1-1

定积分定义 $\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$ 说明

() .

- A. $[a, b]$ 必须 n 等分, ξ_i 是 $[x_{i-1}, x_i]$ 端点
- B. $[a, b]$ 可任意分法, ξ_i 是 $[x_{i-1}, x_i]$ 端点
- C. $[a, b]$ 可任意分法, $\lambda = \max \{\Delta x_i\} \rightarrow 0$, ξ_i 可在 $[x_{i-1}, x_i]$ 内任取
- D. $[a, b]$ 必须等分, $\lambda = \max \{\Delta x_i\} \rightarrow 0$, ξ_i 可在 $[x_{i-1}, x_i]$ 内任取

答案 : C

题目 14: 5-1-3

$f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续是 $\int_a^b f(x) dx$ 存在的

() .

- A. 必要条件
- B. 充要条件
- C. 充分条件
- D. 既不充分也不必要

答案 : C

题目 15: 5-2-11

$$I = \int_0^a x^3 f(x^2) dx (a > 0). \text{ 则 () .}$$

- A. $I = \int_0^{a^2} xf(x) dx$ B. $I = \int_0^a xf(x) dx$
 C. $I = \frac{1}{2} \int_0^{a^2} xf(x) dx$ D. $I = \frac{1}{2} \int_0^a xf(x) dx$

答案：C

题目 16: 5-2-9

设 $f(x)$ 为已知函数, $I = t \int_0^{\frac{s}{t}} f(tx) dx$, 其中

$t > 0$, $s > 0$, 则 I 的值().

- A. 依赖于 s 和 t
 B. 依赖于 s , t , x
 C. 依赖于 t 和 x , 不依赖于 s
 D. 依赖于 s , 不依赖于 t

答案：D

题目 17: 5-2-7

$$\int_0^{50\pi} \sqrt{1 - \sin^2 x} dx = () .$$

- A. 0 B. 50 C. 100 D. 600

答案：C

题目 18: 5-2-8

$$\int_{-1}^1 \frac{x^3 + \sin x}{1 + \sin^2 x} dx = (\quad) .$$

- A. 0 B. -2 C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

答案：A

题目 19: 5-2-12

$$I = \int_0^1 x e^x dx, \text{ 则 } I = (\quad) .$$

- A. -1 B. $e+1$ C. 1 D. $e-1$

答案：C

题目 20: 5-2-6

设 $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上连续, 则 $\int_{-a}^a f(x) dx$ 恒等于
() .

- A. $2 \int_0^a f(x) dx$ B. 0
C. $\int_0^a [f(x) + f(-x)] dx$
D. $\int_0^a [f(x) - f(-x)] dx$

答案：C

题目 21: 5-2-4

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin 2x} dx, \text{ 则 } I = (\quad).$$

- A. 0 B. 1 C. $2 - \sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2} - 2$

答案：D

题目 22: 5-2-3

$$I = \int_0^2 \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} dx, \text{ 则正确的计算方法是 } I = (\quad).$$

- A. $\int_0^2 \sqrt{x}(1-x) dx = \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{8\sqrt{2}}{5}$
- B. $\int_0^1 \sqrt{x}(1-x) dx + \int_1^2 \sqrt{x}(x-1) dx = \frac{4}{15}(2 + \sqrt{2})$
- C. $\int_0^1 \sqrt{x}(x-1) dx + \int_1^2 (1-x) dx = -\frac{4}{15}(2 + \sqrt{2})$
- D. $\int_0^2 \sqrt{x}(x-1) dx = \frac{8\sqrt{2}}{5} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

答案：B

题目 23: 5-2-5

若连续曲线 $y = f_1(x)$ 与 $y = f_2(x)$ 在 $[a, b]$ 上关于 x 轴对称, 则 $\int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx =$ ().

- A. $2\int_a^b f_1(x)dx$ B. $2\int_a^b f_2(x)dx$
C. $\int_a^b |f_1(x) - f_2(x)|dx$ D. 0

答案 : D

题目 24: 5-2-1

若 $F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt + \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2} dt$, $x \neq 0$, 则 $F(x) =$ ().

- A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$
C. $\frac{\pi}{4}$ D. $2 \arctan x$

答案 : B

题目 25: 5-2-2

$I = \int_{-3}^2 |x+1| dx$, 则 $I =$ ().

- A. $13/2$ B. $7/2$ C. $11/2$ D. $5/2$

答案 : A

题目 26: 5-3-3

若反常积分 $\int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^k}$ 收敛, 则 ()

- A. $k > 1$ B. $k \geq 1$
C. $k \leq 1$ D. $k < 1$

答案: D

题目 27: 5-3-1

若反常积分 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^k}$ 收敛, 则 ()

- A. $k > 1$ B. $k \geq 1$
C. $k < 1$ D. $k \leq 1$

答案: A

题目 28: 5-3-5

在下列 4 个反常积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$, $\int_0^1 \frac{1}{x^{3/2}} dx$,

$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$, $\int_0^3 \frac{1}{x-1} dx$ 中, 收敛的有 () 个.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

答案: A

题目 29: 5-3-6

$f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 连续, $a < c$, 则 ().

- A. $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 收敛, $\int_c^{+\infty} f(x)dx$ 也必收敛, 但 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 发散, $\int_c^{+\infty} f(x)dx$ 不一定发散
- B. $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 发散, $\int_c^{+\infty} f(x)dx$ 必发散, 但 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 收敛, $\int_c^{+\infty} f(x)dx$ 不一定收敛
- C. $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 与 $\int_c^{+\infty} f(x)dx$ 同时收敛, 同时发散
- D. $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 收敛, $\int_c^{+\infty} f(x)dx$ 必发散.

答案 : C

题目 30: 5-3-2

若反常积分 $\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^k} dx$ 收敛, 则 ()

- A. $k > 1$ B. $k \geq 1$
C. $k < 1$ D. $k \leq 1$

答案 : A

题目 31: 5-3-4

下列反常积分收敛的是 ()

A. $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$

B. $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

D. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

答案 : D

题目 32: 5-1-15

极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n} \right) = ()$

A. 0

B. e

C. 1

D. $\ln 2$

答案 : D

题目 33: 5-1-16

极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \cdots + \sin \frac{n\pi}{n} \right) = ()$

A. 2

B. -2

C. $\frac{2}{\pi}$

D. $-\frac{2}{\pi}$

答案 : C

题目 34: 5-2-14

函数 $G(x) = \int_x^1 e^{t^3} dt$, 则 $G'(0) = (\quad)$

A. 0 B. 1 C. -1 D. e

答案 : C

题目 35: 5-2-18

$$\int_{-2}^2 (|x| + x) e^{|x|} dx = (\quad)$$

A. 0 B. 2 C. $2e^2$ D. $2e^2 + 2$

答案 : D

题目 36: 5-2-13

$f(x)$ 连续, 则在下列变上限函数中必为偶函数的是 ()

A. $\int_a^x t[f(t) + f(-t)]dt$

B. $\int_a^x t[f(t) - f(-t)]dt$

C. $\int_a^x f(t^2)dt$

D. $\int_a^x f^2(t)dt$

答案 : A

题目 37: 5-2-17

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^3 + \sin^2 x) \cos^2 x dx = (\quad)$$

A. $\frac{\pi}{16}$ B. $\frac{\pi}{8}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$

答案：B

题目 38: 5-2-15

设 $f(x) = \int_{-1}^x \sqrt{1-e^t} dt$ ，则 $y = f(x)$ 的反函数

$x = f^{-1}(y)$ 在 $y=0$ 的导数 $\left. \frac{dx}{dy} \right|_{y=0} = (\quad)$

A. $\sqrt{1-e^{-1}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{1-e^{-1}}}$ C. 0 D. -1

答案：B

题目 39: 5-2-16

设 $M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+x)^2}{1+x^2} dx$ ， $N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x} dx$ ，

$K = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} e^{x^2} dx$ ，则有()。

A. $N < K < M$ B. $M < K < N$
C. $N < M < K$ D. $K < M < N$

答案：C

题目 40: 5-3-7

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x^2+1)} dx = (\quad)$$

- A. $\ln 2$ B. $\frac{1}{2} \ln 2$ C. 0 D. 发散

答案：B

题目 41: 5-3-8

反常积分 (1) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+1} dx$ 与 (2) $\int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx$

满足 ()

- A. (1) 与 (2) 都发散 B. (1) 与 (2) 都收敛
C. (1) 发散, (2) 收敛 D. (1) 收敛, (2) 发散

答案：D