

第3章网上作业

题目 1: 3-1-1

设 a, b 为方程 $f(x) = 0$ 的两个根, $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 则 $f'(x)$ 在 (a, b) 内 ().

- A. 只有一实根 B. 至少有一实根
C. 没有实根 D. 至少有 2 个实根

答案: B

题目 2: 3-1-2

罗尔定理中的三个条件: $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f(a) = f(b)$, 是 $f(x)$ 在 (a, b) 内至少存在一点 ξ , 使 $f'(\xi) = 0$ 成立的 ().

- A. 必要条件 B. 充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

答案: B

题目 3: 3-1-3

下列函数在 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的是 ().

- A. $f(x) = e^x$ B. $f(x) = |x|$
C. $f(x) = 1 - x^2$ D. $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

答案：C

题目 4: 3-1-4

下列函数在 $[-1,1]$ 上满足罗尔定理条件的是（ ）.

- A. $y = e^x$ B. $y = \ln|x|$
- C. $y = 1 - x^2$ D. $y = \frac{1}{1 - x^2}$

答案：C

题目 5: 3-1-5

函数 $f(x) = \frac{x^3}{3} - x$ 在 $(0, \sqrt{3})$ 满足罗尔定理条件的 ξ 等于（ ）.

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\sqrt{3}$

答案：C

题目 6: 3-1-6

函数 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 在 $(-1, 2)$ 满足拉格朗日中值定理条件的 ξ 等（ ）.

- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. 1 D. $-\frac{1}{2}$

答案：A

题目 7: 3-1-7

设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有定义, 在开区间 (a, b) 内可导, 则 ().

A. 当 $f(a)f(b) < 0$ 时, 存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(\xi) = 0$

B. 对任何 $\xi \in (a, b)$, 有 $\lim_{x \rightarrow \xi} [f(x) - f(\xi)] = 0$

C. 当 $f(a) = f(b)$ 时, 存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) = 0$

D. 存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$

答案: B

题目 8: 3-1-11

已知函数 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$, 则 $f'(x) = 0$ 有 () 个实根.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

答案: C

题目 9: 3-1-10

设 $y = f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上不恒为常数, 且连续可导, 如果 $f(0) = f(1)$, 则在 $(0, 1)$ 内 ().

A. $f'(x)$ 恒为零 B. $f'(x) > 0$ C. $f'(x) < 0$

D. 在 $(0, 1)$ 内存在两点 ζ_1 和 ζ_2 使 $f'(\zeta_1)$ 和 $f'(\zeta_2)$ 异号

答案: D

题目 10: 3-1-8

若 $f(x)$ 在 (a,b) 内可导, x_1, x_2 是 (a,b) 内任意两点, 且 $x_1 < x_2$, 则至少存在一点 ξ 使 ().

- A. $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$, 其中 $a < \xi < b$
- B. $f(b) - f(x_1) = f'(\xi)(b - x_1)$, 其中 $x < \xi < b$
- C. $f(x_2) - f(x_1) = f'(\xi)(x_2 - x_1)$, 其中 $x_1 < \xi < x_2$
- D. $f(x_2) - f(a) = f'(\xi)(x_2 - a)$, 其中 $a < \xi < x_2$

答案 : C

题目 11: 3-1-9

设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续, 在 (a,b) 内可导, 则 I: 在 (a,b) 内 $f'(x) \equiv 0$ 与 II: 在 (a,b) 上 $f(x) \equiv f(a)$ 之间关系是 ().

- A. I 是 II 的充分但非必要条件
- B. I 是 II 的必要但非充分条件
- C. I 是 II 的充分必要条件
- D. I 不是 II 的充分条件, 也不是必要条件

答案 : C

题目 12: 3-2-3

下列各式中运用洛必达法则正确的是（ ）

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{e^x}$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \cos x)$ 不存在

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - \cot x \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^2 \sin x}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{3x^2}$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}}{\cos x} = 1$

答案：C

题目 13:3-2-5

在以下各式中极限存在但不能用洛必达法则计算的是（ ）。

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin x}$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^{\tan x}$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x}$

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x}$

答案：C

题目 14: 3-2-2

已知在 $(-\infty, +\infty)$ 上 $f'(x) = \frac{1}{1 + e^{x^2}} + 1$,

且 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+1) - f(x)]$,

则 ().

A. $a = 1, b = 0$ **B.** $a = 0, b = 1$

C. $a = 1, b = 1$ **D.** $a = 1, b = -2$

答案 : **D**

题目 15: 3-2-1

函数 $f(x)$ 有连续二阶导数且

$$f(0) = 0, f'(0) = 1, f''(0) = -2,$$

则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2} = (\quad) .$

A. 不存在 B. 0

C. -1 D. -2

答案：C

题目 16: 3-2-4

下列各式运用洛必达法则正确的是（ ）.

$$\text{A. } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}} = 1$$

$$\text{B. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} = \infty$$

$$\text{C. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}}{\cos x} \text{ 不存在}$$

$$\text{D. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^x} = 1$$

答案：A

题目 17: 3-3-1

函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内可导, 则在 (a, b) 内 $f'(x) > 0$ 是函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调增加的 ().

- A. 必要但非充分条件 B. 充分但非必要条件
C. 充分必要条件 D. 无关条件

答案：B

题目 18: 3-3-3

设 $f(x)$ 、 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 连续可导, $f(x)g(x) \neq 0$,
且 $f'(x)g(x) < f(x)g'(x)$, 则当 $a < x < b$ 时,
有 () .

A. $f(x)g(x) < f(a)g(a)$

B. $f(x)g(x) < f(b)g(b)$

C. $\frac{f(x)}{g(x)} < \frac{f(a)}{g(a)}$

D. $\frac{g(x)}{f(x)} < \frac{g(a)}{f(a)}$

答案 : C

题目 19: 3-3-4

若 $f(x)$ 在区间 $[a, +\infty)$ 上二阶可导, 且

$$f(a) = A > 0, f'(a) < 0, f''(x) < 0 (x > a),$$

则方程 $f(x) = 0$ 在 $(a, +\infty)$ 内 () .

A. 没有实根

B. 有两个实根

C. 有无穷多个实根

D. 有且仅有一个实根

答案 : D

题目 20: 3-3-5

曲线 $y = (x-1)^3$ 的拐点是 () .

A. $(-1, 8)$

B. $(1, 0)$

C. $(0, -1)$

D. $(2, 1)$

答案 : B

题目 21: 3-3-6

要使点 $(1,3)$ 为曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点
则 a, b 值应为 () .

- A. $a = \frac{9}{2}, b = -\frac{3}{2}$ B. $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{9}{2}$
C. $a = -3, b = 6$ D. $a = 2, b = 1$

答案 : B

题目 22: 3-3-2

设 $f'(x) = (x-1)(2x+1), x \in (-\infty, +\infty)$, 则在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 内
曲线 $y = f(x)$ () .

- A. 单调增凹的 B. 单调减凹的
C. 单调增凸的 D. 单调减凸的

答案 : B

题目 23: 3-3-7

点 $(1,2)$ 是曲线 $y = ax^2 + bx^3$ 的拐点, 则 ()

- A. $a = 0, b = 2$ B. $a = 1, b = 1$
C. $a = 2, b = 0$ D. $a = 3, b = -1$

答案 : D

题目 24: 3-3-8

曲线 $f(x) = 3x^2 - x^3$ 在 () .

- A. 在 $(-\infty, 1)$ 内是凸的, $(1, +\infty)$ 内是凹的
- B. 在 $(1, +\infty)$ 内是凸的, $(-\infty, 1)$ 内是凹的
- C. 在 $(-\infty, 0)$ 内是凸的, $(0, +\infty)$ 内是凹的
- D. 在 $(0, +\infty)$ 内是凸的, $(-\infty, 0)$ 内是凹的

答案 : B

题目 25: 3-3-10

设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上二阶导数大于 0, 则下列关系式成立的是 () .

- A. $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$
- B. $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$
- C. $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$
- D. $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$

答案 : B

题目 26: 3-3-9

$f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $\forall x_1, x_2$, 当 $x_1 > x_2$ 时, $f(x_1) > f(x_2)$, 则 ().

- A. 任意 $x, f'(x) > 0$ B. 任意 $x, f'(-x) \leq 0$
C. $f(-x)$ 单调增 D. $-f(-x)$ 单调增

答案: D

题目 27: 3-4-2

函数 $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$ 在 $[0, 2]$ 上的最大值点与最小值点分别是 ().

- A. 1, 0 B. 1, 2 C. 2, 0 D. 2, 1

答案: A

题目 28: 3-4-4

设 $f(x)$ 有二阶连续导数, 且 $f'(0) = 0$,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = 1, \text{ 则 ()}.$$

- A. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值
- B. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值
- C. $(0, f(0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点
- D. $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值

答案 : B

题目 29: 3-4-6

$f(x)$ 在 (a, b) 内连续,

$x_0 \in (a, b), f'(x_0) = f''(x_0) = 0$,

则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处 ().

A. 取得极大值 B. 取得极小值

C. 一定有拐点 $(x_0, f(x_0))$

D. 可能取得极值, 也可能有拐点

答案: D

题目 30: 3-4-3

已知 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的某个邻域内连续, 且 $f(0) = 0$,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = 2$, 则在点 $x = 0$ 处 $f(x)$ ().

A. 不可导 B. 可导, 且 $f'(0) \neq 0$

C. 取得极大值 D. 取得极小值

答案: D

题目 31: 3-4-1

2 是函数 $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ 在 $[-1,1]$ 上的 ().

- A. 极大值 B. 极小值
C. 最大值 D. 最小值

答案 : C

题目 32: 3-4-5

设 $y = f(x)$ 满足关系式 $y'' + y' - e^{\sin x} = 0$,
且 $f'(x_0) = 0$, 则 $f(x)$ 在 ().

- A. x_0 的某个邻域单调增加
B. x_0 的某个邻域单调减少
C. x_0 处取得极小值
D. x_0 处取得极大值

答案 : C

题目 33: 3-4-7

设函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的某领域内三阶

可导, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{1 - \cos x} = -\frac{1}{2}$, 则 ()

- A. $f(0)$ 必是 $f(x)$ 的一个极大值
- B. $f(0)$ 必是 $f(x)$ 的一个极小值
- C. $f'(0)$ 必是 $f'(x)$ 的一个极大值
- D. $f'(0)$ 必是 $f'(x)$ 的一个极小值

答案 : C

题目 34: 3-4-8

函数 $f(x) = x^2 e^{-x}$ () .

- A. 没有极值
- B. 既有极大值也有极小值
- C. 只有极大值
- D. 只有极小值

答案 : B

题目 35: 3-5-1

方程 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内 ()

A. 无实根

B. 有唯一实根

C. 有两个实根

D. 有三个实根

答案 : D

题目 36: 3-5-3

曲线 $y = \frac{1 + e^{-x^2}}{1 - e^{-x^2}}$ () .

A. 仅有水平渐近线

B. 仅有垂直渐近线

C. 既有水平又有垂直渐近线

D. 既没有水平又没有垂直渐近线

答案 : C

题目 37: 3-5-4

曲线 $y = e^{\frac{1}{x}} - 1$ 的渐近线 () .

- A. $x = 1$ 为垂直渐近线, $y = 0$ 为水平渐近线
- B. $x = 1$ 为垂直渐近线, $y = -1$ 为水平渐近线
- C. $x = 0$ 为垂直渐近线, $y = 0$ 为水平渐近线
- D. $x = 0$ 为垂直渐近线, $y = -1$ 为水平渐近线

答案 : C

题目 38: 3-5-5

$y = 4x - x^2$ 在其顶点处曲率为 ()

- A. 3
- B. 2
- C. 4
- D. 5

答案 : B

题目 39: 3-5-2

当 $x > 0$, 则曲线 $y = x \sin \frac{1}{x}$ () .

- A. 仅有水平渐近线
- B. 仅有垂直渐近线
- C. 既有水平又有垂直渐近线
- D. 既没有水平又没有垂直渐近线

答案：A

题目 40: 3-1-12

设 $b > a > e$, 则 ().

A. $a^b > b^a$ B. $a^b < b^a$

C. $a^b \geq b^a$ D. $a^b \leq b^a$

答案：A

题目 41: 3-2-6

若 $f(x) = x - (a + b \cos x) \sin x$ 是与 x^5 同阶的无穷小量 ($x \rightarrow 0$), 则 ().

A. $a = \frac{4}{3}$ 且 $b = -\frac{1}{3}$ B. $a = -\frac{4}{3}$ 且 $b = -\frac{1}{3}$

C. $a = \frac{1}{3}$ 且 $b = -\frac{1}{3}$ D. $a = -\frac{1}{3}$ 且 $b = \frac{4}{3}$

答案：A

题目 42: 3-3-14

当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin ax$ 与 $g(x) = x^2 \ln(1 - bx)$ 是等价无穷小量, 则 ()

A. $a = 1, b = -\frac{1}{6}$ B. $a = 1, b = \frac{1}{6}$

C. $a = -1, b = -\frac{1}{6}$ D. $a = -1, b = \frac{1}{6}$

答案：A

题目 43: 3-3-13

下列结论正确的是().

- A. 若 $f''(x_0) = 0$, 则点 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点
- B. 若 $f''(x_0) = 0$, 且在 x_0 的左右邻近 $f''(x)$ 异号, 则点 x_0 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点
- C. 若点 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点, 且 $f(x)$ 在点 x_0 二阶可导, 则 $f''(x_0) = 0$
- D. 若 $f''(x_0)$ 不存在, 且在 x_0 的左右邻近 $f''(x)$ 存在且异号, 则点 x_0 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

答案 : C

题目 44: 3-3-12

下列结论成立的是().

- A. 若 $f'(x_0) = 0, f''(x_0) = 0$, 则 x_0 不是函数 $f(x)$ 的极值点
- B. 若 x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点, 则必有 $f'(x_0) = 0$
- C. 若 $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$, 则 x_0 是函数 $f(x)$ 的极小值点
- D. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 不可导, 则 x_0 是 $f(x)$ 的极值点

答案 : C

题目 45: 3-3-11

若当 $x \rightarrow 0$ 时, $e^x - \frac{ax+1}{bx+1}$ 是 x^2 的高阶无穷小, 则 ().

A. $a=0, b=0$ B. $a=1, b=1$

C. $a=-\frac{1}{2}, b=\frac{1}{2}$ D. $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$

答案 : D