3.3.3. Дифракция Фраунгофера

Фраунгофер предложил иной способ наблюдения дифракции, получивший значительно большее практическое применение в оптике, поскольку приводит к более простым закономерностям (формулам). В этом способе на дифракционный объект (отверстие, щель и др.) направляют параллельный пучок лучей (плоскую волну), и дифракционную картину наблюдают на достаточно большом расстоянии, т. е. практически в параллельных лучах. Это и есть дифракция Фраунгофера или дифракция в параллельных лучах.

Практически дифракцию Фраунгофера можно наблюдать с помощью схемы, показанной на рис. 3.50. Точечный источник света S располагают в фокусе F линзы L_1 . Из линзы выходит параллельный пучок лучей, на пути которого находится некоторая преграда с отверстием. После прохождения преграды лучи проходят линзу L_2 и падают на экран, расположенный в фокальной плоскости линзы L_2 . В каждую точку экрана собираются лучи, которые до линзы L_2 были параллельны друг другу. В фокальной плоскости линзы L_2 , наблюдается дифракционная картина, вид которой зависит от формы и размеров отверстия и длины волны падающего света.

Наша задача — найти распределение интенсивности в дифракционной картине. В общем случае произвольной формы отверстия решение этой задачи сложно. Рассмотрим два частных случая, имеющих наибольшее практическое значение:

- 1) дифракция на узкой прямоугольной щели,
- 2) дифракция на дифракционной решетке.

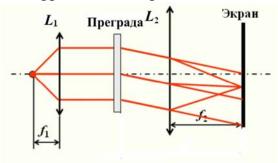


Рис. 3.50. Схема наблюдения дифракции в параллельных лучах (дифракции Фраунгофера)

Отметим, что при освещении преграды лазерным излучением линзы не требуются, т.к. лазер испускает практически параллельный пучок лучей.

3.3.3.1. Дифракция Фраунгофера на узкой прямоугольной щели

Распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера найдем с помощью принципа Гюйгенса—Френеля. Рассмотрим случай, когда на щель ширины *b* падает нормально плоская монохроматическая волна (рис. 3.51). Т.к. щель

бесконечна (в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка), то картина, наблюдаемая в любой плоскости, перпендикулярной щели, будет одинакова. Каждая точка, до которой доходит возмущение, становится источником вторичных волн, распространяющихся во всех направлениях. Разобьем открытую часть волновой поверхности на параллельные краям щели элементарные зоны шириной dx (см. рис. 3.51).

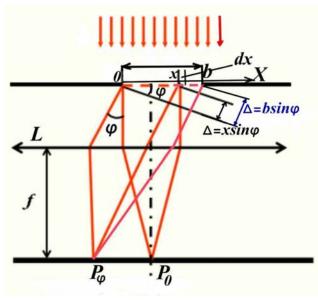


Рис. 3.51

Вторичные волны, посылаемые элементарными зонами под углом φ к первоначальному направлению распространения света, называемым углом дифракции, соберутся в некоторой точке экрана P_{φ} . Вследствие того, что щель бесконечна, волны, испускаемые каждой полоской щели, будут цилиндрическими, а при большом расстоянии до точки наблюдения их можно считать плоскими, т.е. амплитуда вторичной волны, посылаемой элементарной зоной, не будет зависеть от расстояния до экрана. Кроме того, ограничившись не слишком большими углами φ , можно не учитывать зависимость амплитуды вторичных волн от угла. Таким образом, амплитуды вторичных волн, приходящих в любую точку экрана P_{φ} , будут одинаковыми.

Пусть A_{θ} — алгебраическая (не векторная!) сумма амплитуд вторичных волн, приходящих в произвольную точку экрана P_{φ} от всех зон щели, ширина которой b. Амплитуда вторичной волны dA, приходящей от элементарной зоны dx в точку P_{φ} , будет зависеть только от площади этой зоны, которая пропорциональна ширине зоны dx:

$$dA = \frac{A_0}{b}dx\tag{3.130}$$

Теперь определим фазовые соотношения между вторичными волнами, идущими под углом φ от разных участков щели. Сопоставим фазы волн, приходящих

в точку P_{φ} от элементарных зон с координатами 0 и x. Оптическая длина пути всех волн распространяющихся от щели под углом φ , после прохождения ими линзы одинакова, т.к. линза — таутохронная система. Поэтому разность фаз между рассматриваемыми волнами образуется на пути Δ , равном $x \sin \varphi$.

$$\Delta = x \sin \varphi. \tag{3.131}$$

Если начальная фаза вторичной волны, идущей из точки O, равна нулю, то фаза волны, идущей из точки x будет запаздывать на величину $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi$, где λ – длина волны в данной среде.

Таким образом, вторичная волна, создаваемая элементарной зоной с координатой x в точке P_{φ} положение которой на экране определяется углом дифракции φ , будет описываться выражением:

$$dE = \frac{A_0}{d}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\sin\varphi)dx \tag{3.131}$$

Напряженность электрического поля результирующей волны в точке P_{φ} , создаваемую всем открытым участком волновой поверхности (всей щелью ширины b), найдем, проинтегрировав dE по ширине щели:

$$E = \int_{0}^{b} \frac{A_0}{b} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi) dx$$
 (3.131)

Воспользовавшись табличным интегралом:

$$\int c\cos(b-ax)dx = \frac{c}{-a}\sin(b-ax), c = \frac{A_0}{b}, a = \frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi, b = \omega t,$$

получим:

$$E = \frac{A_0}{-b\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\sin\varphi\right)\Big|_0^b = \frac{A_0}{-\frac{2\pi}{\lambda}b\sin\varphi}\left[\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}b\sin\varphi\right) - \sin\omega t\right].$$

Применим формулу: $\sin x - \sin y = 2\cos \frac{x+y}{2}\sin \frac{x-y}{2}$ и запишем выражение для результирующей волны в виде:

$$E = \frac{A_0}{-b\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi} 2\cos\left(\frac{\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}b\sin\varphi + \omega t}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}b\sin\varphi - \omega t}{2}\right) = \frac{A_0}{-\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi} \cos\omega t \sin\left(-\frac{\pi}{\lambda}b\sin\varphi\right) = \frac{A_0}{\frac{\pi b\sin\varphi}{\lambda}}\sin\left(\frac{\pi b\sin\varphi}{\lambda}\right)\cos\omega t$$
(3.132)

Амплитуда и интенсивность $(I_{\varphi} \sim A_{\varphi}^{\ 2})$ результирующей волны в точке P_{φ} на основании (3.132) определятся как

$$A_{\varphi} = A_{0} \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}, \quad I_{\varphi} = I_{0} \frac{\sin^{2}\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)^{2}}$$
(3.133)

где A_{θ} – амплитуда результирующей волны в точке P_{θ} при $\varphi=0$, $I_{\theta}={A_{\theta}}^2$.

Получим формулу (3.133), воспользовавшись выражением (3.89) для амплитуды света при интерференции большого числа волн с одинаковыми амплитудами и постоянным от волны к волне сдвигом фазы

$$A = a \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}.$$
 (3.89')

Амплитуда вторичной волны, идущей от элементарной зоны dx определяется выражением (3.130)

$$a = dA = \frac{A_0}{h}dx\tag{3.134}$$

Число вторичных волн N при разбиении щели ширины b на элементарные зоны dx равно (см.рис. 3.51)

$$N = \frac{b}{dx},\tag{3.135}$$

Суммарная разность фаз, создаваемая всеми вторичными волнами $N\delta$ определяется как разность фаз волн, идущих из начала (точка 0) и конца (точка b) щели

$$N\delta = \frac{2\pi}{\lambda}b\sin\varphi$$

Подставляя формулы (3.134), (3.135) в (3.89′), получим

$$A_{\varphi} = a \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \frac{A_0 dx}{b} \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{N\lambda}\right)}.$$
 (3.136)

При большом числе $N \sin \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{N \lambda} \right) \approx \frac{\pi b \sin \varphi}{N \lambda}$, и выражение (3.136) принимает вид:

$$A_{\varphi} = \frac{A_0 dx}{b} \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right) b}{\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{b\lambda}\right) dx} = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)}, I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)^2}. \quad (3.133')$$

Из формулы (3.133) вытекает, что $I(\varphi) = I(-\varphi)$. Это означает, что дифракционная картина симметрична относительно центра линзы.

Заметим, что при смещении щели параллельно экрану (вдоль оси X на рис. 3.51) дифракционная картина, наблюдаемая на экране, остается неподвижной (ее середина лежит против центра линзы). Напротив, смещение линзы при неподвижной щели сопровождается таким же смещением картины на экране.

Дифракцию Фраунгофера можно наблюдать и без собирающей линзы, если расстояние l от щели до экрана велико $l >> b^2/\lambda$. В этом случае лучи, идущие от всех участков щели в любую точку экрана практически параллельны.

График функции I_{φ} изображен на рис. 3.52. По оси абсцисс отложены значения $sin\ \varphi$, по оси ординат — интенсивность I_{φ} . Для точки, лежащей против центра линзы, $\varphi=0$. Диффракционная картина на одной щели имеет следующий вид: в центре — светлая полоса с максимумом освещенности, по бокам — вторичные относительно слабые максимумы, разделенные минимумами, в которых освещенность равна нулю.

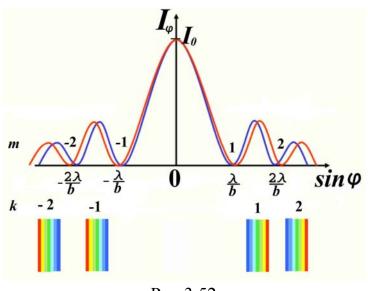


Рис.3.52

Подстановка значения $\varphi=0$ в формулу для интенсивности (3.134) с учетом того, что $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, дает $I_{\varphi}\sim A_{\varphi}^{\ 2}I_{\varphi}\sim A_{\varphi}^{\ 2}=I_{0}$. Этот результат можно получить более простым путем. При $\varphi=0$ колебания от всех элементарных зон приходят в точку P в одинаковой фазе. Поэтому амплитуда результирующего колебания равна алгебраической сумме амплитуд складываемых колебаний. Положения

максимумов функции I_{φ} при $\varphi \neq 0$ можно найти из условия равенства нулю первой производной данной функции по x, т.е. $\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = \frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2} = 0$, откуда следует равенство $\operatorname{tg}(x) = x$. Приближенно положения максимумов определяются из условия $\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} = \pm (2k+1) \frac{\pi}{2}$, откуда

$$b\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, k = 0,1,2,3...,$$
(3.137)

Отношение максимумов интенсивности k-го и нулевого порядков равно:

$$\frac{I_k}{I_0} = \left(\frac{2}{(2k+1)\cdot \pi}\right)^2 \tag{3.138}$$

и быстро спадает с ростом k . При этом в центральном максимуме сосредоточено $\approx 90\%$ светового потока, проходящего через щель.

Минимумы интенсивности дифракционной картины I_{φ} реализуются при значениях φ , удовлетворяющих условию $\frac{\pi b \sin \varphi}{2} = \pm m\pi$, откуда

$$b\sin\varphi = \pm m\lambda, m = 1, 2, 3...,$$
 (3.139)

Значения угла φ , отвечающие краям центрального максимума, удовлетворяют условию $\varphi = \pm \arcsin{(\lambda/b)}$. Следовательно, угловая ширина центрального максимума равна $\delta \varphi = 2 \arcsin(\lambda/b) \approx 2 (\lambda/b)$, т.к. $\lambda << b$.

Поскольку $\sin \varphi = \pm m\lambda/b$ и $\sin \varphi \le 1$, то максимальный порядок дифракционной картины $m \le b/\lambda$. При ширине щели, меньшей длины волны, минимумы вообще не возникают. В этом случае интенсивность света монотонно спадает от середины картины к ее краям.

3.3.3.2. Дифракционные решетки

Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние дифракционных элементов (щелей). Расстояние d между аналогичными точками (правый или левый край, середина) соседних щелей называется постоянной или периодом решетки. (см. рис. 3.53)

Дифракционная решетка является важнейшим спектральным прибором, предназначенным для разложения света в спектр и измерения длин волн. Она представляет собой стеклянную или металлическую пластинку, на которую нанесено очень много (иногда до сотен тысяч) равноотстоящих штрихов одинаковой конфигурации.

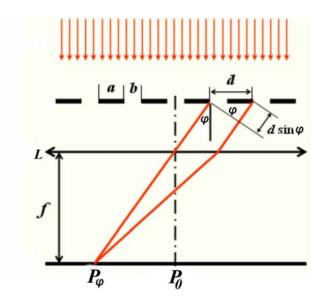


Рис. 3.53.

Пусть на решетку падает нормально плоская монохроматическая волна. В результате за щелями будут распространяться в различных направлениях вторичные волны. Рассмотрим волны, распространяющиеся от аналогичных участков щелей параллельно друг другу под некоторым углом φ к направлению падения света на решетку. Обычно параллельно решетке помещают собирательную линзу, в фокальной плоскости которой расположен экран.

Опишем характер дифракционной картины, получающейся на экране при падении на решетку плоской световой волны (для простоты будем считать волновые поверхности параллельными плоскости решетки). Каждая из щелей даст на экране картину, описываемую графиком, изображенным на рис. 3.52. Картины от всех щелей придутся на одно и то же место экрана (независимо от положения щели, центральный максимум лежит против центра линзы).

Т. к. щели одинаковые, то интенсивности волн, испускаемые каждой из них, будут одинаковыми. Фаза волны от щели к щели изменяется на одну и ту же величину, определяемую разностью хода от соседних щелей. Т.е. мы имеем дело со случаем многолучевой интерференции волн с одинаковыми интенсивностями и постоянным сдвигом фаз. Как уже было получено ранее (см. выражение 3.89), распределение амплитуды $A(\varphi)$ и интенсивности ($I(\varphi) \sim A^2(\varphi)$) в зависимости от угла φ будет иметь вид:

$$A_{\varphi} = A_{1\varphi} \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}, I_{\varphi} = I_{1\varphi} \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}, \tag{3.89"}$$

где $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi d \sin \varphi}{\lambda}$, $A_{I\varphi} (I_{I\varphi})$ – амплитуда (интенсивность) света, идущего от одной щели в направлении φ .

Кроме того, необходимо учитывать, что интенсивность, создаваемая одной щелью, также зависит от угла φ . Эту зависимость мы получили, рассматривая дифракцию на одной щели (формула 3.133):

$$A_{1\varphi} = A_{10} \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi b\sin\varphi}{\lambda}\right)}, I_{1\varphi} = I_{10} \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi b\sin\varphi}{\lambda}\right)^2}, \tag{3.133"}$$

где A_{10} – амплитуда поля, создаваемого одной щелью при угле дифракции $\varphi = 0$.

Т.о., распределение интенсивности на экране будет определяться как результат перемножения двух распределений интенсивности от одной щели и от N щелей:

$$A_{\varphi} = A_{10} \frac{\sin^{2}\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi b\sin\varphi}{\lambda}\right)^{2}} \frac{\sin^{2}\left(\frac{N}{\mu}\frac{\pi d\sin\varphi}{\lambda}\right)}{\sin^{2}\left(\frac{\pi d\sin\varphi}{\lambda}\right)},$$

$$I_{\varphi} = I_{10} \frac{\sin^{2}\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi b\sin\varphi}{\lambda}\right)^{2}} \frac{\sin^{2}\left(\frac{N}{\mu}\frac{\pi d\sin\varphi}{\lambda}\right)}{\sin^{2}\left(\frac{\pi d\sin\varphi}{\lambda}\right)}.$$
(3.140)

На основании (3.140) определим максимумы и минимумы освещенности экрана. В центре экрана, в точке P_0 при $\varphi=0$ волны от различных щелей приходят в фазе. При этом если амплитуда электрического поля в центре экрана от одной щели A_{10} , то от N щелей, в соответствии с (3.83), она будет в N раз больше, а интенсивность света в этой точке будет в N^2 раз больше, чем от одной щели: $I_{\varphi=0}=N^2I_{10}=N^2A_{10}^2$. Аналогичная картина будет наблюдаться и в направлениях, для которых выполняется условие — разность хода волн, идущих от соседних щелей равняется целому числу длин волн:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda, k = 1, 2, 3...$$
 (3.141)

Точки экрана, для которых выполняются эти условия, дают положения <u>главных максимумов</u> интенсивности дифракционной картины.

Для нахождения положения минимумов воспользуемся тем фактом, что первая дробь в формуле для интенсивности обращается в ноль при условии, которое было получено в предыдущем параграфе:

$$b\sin\varphi = m\lambda, m = \pm 1, 2, 3...$$
 (3.142)

В этом направлении ни одна щель не излучает, поэтому такие минимумы носят название главных минимумов.

Кроме главных минимумов на дифракционной картине имеются точки, в которых второй сомножитель в формуле для интенсивности обращается в нуль,

что, в соответствии с (3.84), дает условие для определения **побочных миниму- мов,** которые располагаются между двумя соседними главными максимумами:

$$\frac{N\pi d\sin\varphi}{\lambda} = \pm p\pi, d\sin\varphi = \pm \frac{p}{N}\lambda, p = 1, 2...N - 1$$
 (3.143)

Положение побочных максимумов определяется в соответствии с (3.85)

$$\frac{N\pi d\sin\varphi}{\lambda} = \pm (2p+1)\frac{\pi}{2} + d\sin\varphi = \pm \frac{(2p+1)}{N}\frac{\lambda}{2}, p = 1, 2...N - 2$$
 (3.144)

На рис 3.54 приведена дифракционная картина, возникающая на решетке, состоящей из трех щелей при условии, что d=2b. Главные максимумы, которые совпадают с главными минимумами при $\varphi=\pm 2/d$, $\pm 4/d$, отсутствуют.

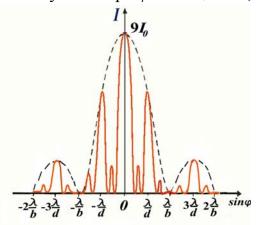


Рис.3.54. Распределение интенсивности света на экране при дифракции на трех щелях при условии, что d=2b

Рисунок 3.55 поясняет факторы, формирующие дифракционную картину решеткой, содержащей N щелей.

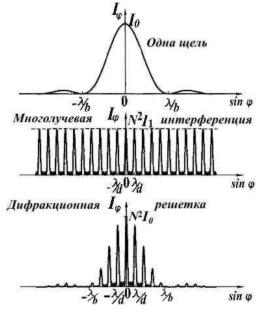


Рис.3.55.

Верхний график на рис 3.55 показывает распределение интенсивности при дифракции на одной щели, средний — интенсивность при многолучевой интерференции, нижний — результирующую дифракционную картину, создаваемую решеткой с N щелями.

Распределение интенсивности на экране, как видно из выражения (3.140), зависит от разности фаз $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi d \sin \varphi}{\lambda}$, которая, в свою очередь, зависит от длины волны λ . Это означает, что для различных λ положение на экране будет различным, т.е. дифракционная решетка может служить для разложения света в спектр. При этом, как и при дифракции на одной щели (см. рис. 3.52), главный максимум в точке $\varphi = 0$ будет белым, остальные главные максимумы — окрашенными.

Формулы дифракционной решетки

Главные минимумы	Минимум интерференции волн от каждой щели в отдельности	$b\sin \varphi = \pm m\lambda$, Главные минимумы где $m=1, 2, 3,$
Главные максимумы	Максимум интерференции волн, выходящих из соответствующих точек разных щелей	Главные максимумы $d\sin \varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda$, где $k = 1, 2, 3, \ldots$
Дополнительные минимумы	Минимум интерференции волн, выходящих из соответствующих точек разных щелей	Дополнительные минимумы $d\sin oldsymbol{arphi} = \pm rac{p}{N} oldsymbol{\lambda}$, где $p=1,2,N$ -1
Дополнительные максимумы	Максимум интерференции волн, выходящих из соответствующих точек разных щелей	

Основные типы дифракционных решеток

Различают пропускающие и отражающие, а также амплитудные и фазовые решетки. Пропускающие решетки работают на пропускание света, отражающие — на отражение. Амплитудные решетки пространственно модулируют амплитуду, а фазовые — фазу световой волны. Простейшая амплитудная пропускающая решетка представляет собой систему щелей в непрозрачном экране (рис.3.56*a*).

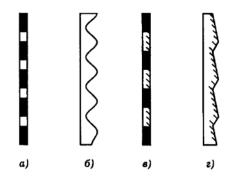


Рис. 3.56. Основные типы дифракционных решеток

Отражающую амплитудную решетку изготавливают путем нанесения штрихов на плоское или вогнутое зеркало (рис. 3.568). Фазовая решетка может представлять собой профилированную стеклянную пластину (пропускающая решетка — рис. 3.566) или профилированное зеркало (отражающая решетка — рис. 3.56 ε). Такие решетки изготавливаются путем вырезания зубцов на поверхности стеклянной или металлической пластинки.

По принципу действия решетки делятся на амплитудные и фазовые.

Амплитудные решетки — это устройства, которые периодическим образом изменяют амплитуду волны. Например, это последовательность прозрачных и непрозрачных участков. В непрозрачной области амплитуда волны равна нулю, а в прозрачной амплитуде падающего света.

Фазовые решетки — это устройства, которые периодическим образом изменяют фаз волны. В свою очередь, они делятся на пропускающие и отражающие.

В настоящее время широкое распространение получили реплики, т.е. копии дифракционных решеток. Сначала по специальной технологии изготавливается решетка, затем к ней прикладывают кусок пластмассы, делают слепок (реплику), а потом на него напыляют отражающее покрытие.

3.3.3. Границы дифракционных приближений.

Критерий, позволяющий отличить дифракцию Френеля от дифракции Фраунгофера.

Между дифракцией Френеля и дифракцией Фраунгофера нет существенной разницы. Получим количественный критерий, позволяющий определить, какой тип дифракции имеет место в каждом конкретном случае. Результат дифракции монохроматической волны на каком-либо препятствии зависит не от абсолютных его размеров, а **от числа m открытых зон Френеля.** При этом m означает число зон Френеля, которые укладываются в данном отверстии для точки наблюдения P, отстоящей от отверстия на расстоянии b.

Оценим число зон Френеля, открываемых круглым отверстием радиуса r_m , на которое падает нормально плоская (а не сферическая) волна.

Радиус r_m и число открытых зон Френеля находится из (3.114):

$$r_{m} = \sqrt{bm\lambda}, m = \frac{r_{m}^{2}}{b\lambda}, \qquad (3.114')$$

где b – расстояние от отверстия до экрана.

В соответствии с обозначениями, принятыми для дифракции от щели ширины b, запишем (3.114′) в следующем виде:

$$r_m = \frac{b}{2}, \quad m = \frac{b^2}{4L\lambda}, \tag{3.145}$$

где L – расстояние от отверстия до экрана (в формуле (3.114′) это величина b).

Таким образом, можно ввести безразмерный параметр $m \sim \rho = \frac{b^2}{I \, \lambda}$, где под

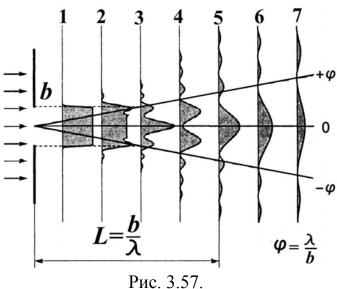
в понимать некоторый характерный размер: радиус или диаметр (это не существенно) круглого отверстия, или, например, ширину щели и т. п., а под L – расстояние от преграды до экрана. Значение именно этого безразмерного параметра и определяет характер дифракции:

$$m \sim
ho = rac{b^2}{L\lambda} << 1$$
 дифракция Фраунгофера, открыта часть первой зоны Френеля.

$$m \sim \rho = \frac{b^2}{L\lambda} << 1$$
 дифракция Фраунгофера, открыта часть первой зоны Френеля. $m \sim \rho = \frac{b^2}{L\lambda} \sim 1$ дифракция Френеля, открыто несколько первых зон Френеля.

$$m \sim \rho = \frac{b^2}{L\lambda} >> 1$$
- приближение геометрической оптики.

Рисунок 3.57 иллюстрирует характер дифракции плоской монохроматической волны на круглом отверстии диаметра b в зависимости от числа открытых зон Френеля т.



При $m \sim \rho >> 1$ (открыто порядка нескольких сотен или тысяч зон Френеля) дифракционные эффекты незначительны, и распределение интенсивности приближенно описывается законами геометрической оптики (плоскость 1 на рис. 3.57).

Промежуточное условие (когда открыты единицы или десятки зон) соответствует дифракции Френеля и приводит к сложному распределению интенсивности, когда в центре картины может наблюдаться и минимум, и максимум (плоскости 2, 3 и 4). При $m \sim \rho << 1$ перекрывается малая часть первой зоны и возникает практически важный случай дифракции Фраунгофера или дифракции в дальней зоне (плоскости 6 и 7).

Условной границей между двумя видами дифракции считают дистанцию Рэлея, соответствующую расстоянию, на котором круглое отверстие диаметра b, освещенное плоской монохроматической волной, открывает для центральной точки наблюдения одну первую зону, то есть $L=\frac{b^2}{\lambda}$. Дифракционные распределения в области Фраунгофера имеют идентичный характер, линейно увеличиваясь в поперечном направлении по мере удаления от экрана с отверстием. Угловой размер ϕ центрального дифракционного максимума в дальней зоне определяется отношением длины световой волны к диаметру отверстия.

Реальные дифракционные картины, соответствующие рисунку 3.57, показаны на рис. 3.58. Первая дает картину, близкую к геометрической оптике, со второй по четвертую соответствуют дифракции Френеля, пятая – дистанции Рэлея, а две последние – дифракции Фраунгофера.

Проведем численные оценки: при $\lambda = 0.5$ мкм для отверстия диаметром 1 мм L=2 м, для b = 10 мм дистанция Рэлея составляет всего 0.2 мм. С другой стороны, для отверстия диаметром 5 см даже на расстоянии 5 м число открытых полуволновых зон составляет m = 1000, а дистанция Рэлея отодвигается на 5 км!

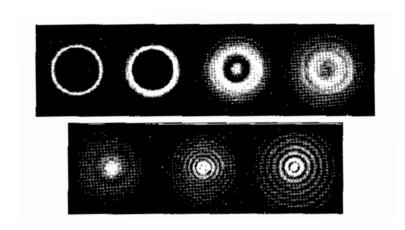


Рис. 3.58. Дифракционные картины за экраном с кольцевым отверстием.

Таким образом, область, где работает приближение геометрической оптики для отверстия в десятки микрон будет сжата до миллиметров, а для сантиметровых отверстий может составлять и сотни метров.