

## Дифракция света

**Дифракцией** (от лат. *diffRACTus* – разломанный) называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Арнольд Зоммерфельд определил дифракцию как “любое отклонение распространения света от прямолинейного, не связанное с отражением или преломлением”. Дифракция приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

Огибание препятствий звуковыми волнами (т. е. дифракция звуковых волн) наблюдается постоянно в обыденной жизни. Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий. Это обусловлено тем, что масштабы дифракции сильно зависят от соотношения размеров, препятствия и длины волны. При длине волны, сравнимой с размерами препятствия (что обычно имеет место для звуковых волн), дифракция выражена очень сильно. В случае, если, как это имеет место для света, длина волны значительно меньше размеров препятствия, дифракция выражена слабо и обнаруживается с трудом. При  $\lambda \rightarrow 0$  законы волновой оптики переходят в законы геометрической оптики, т.е. отклонение от геометрической оптики тем меньше, чем меньше длина волны света.

**Дифракция обусловлена способностью светового пучка расходиться, расплываться, т.е самопроизвольно увеличивать поперечные размеры (дифракционная расходимость пучка).**

Между интерференцией и дифракцией нет принципиальных различий. Оба явления связаны с перераспределением светового потока в результате суперпозиции волн. С понятием интерференции в оптике связано отклонение от закона независимости световых пучков, понятие «дифракция» связывается с нарушением прямолинейности распространения света. По историческим причинам перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть интерференцией волн. Перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, расположенными непрерывно, называют дифракцией волн.

Наконец, используя понятие интерференции света, можно сказать, что дифракция это интерференция в ограниченных световых пучках. Принципиальное значение дифракции состоит в том, что она, как и интерференция, доказывает волновую природу света. Дифракция имеет большое практическое значение, поскольку она ограничивает возможности концентрации света в пространстве, кладет предел разрешающей способности оптических приборов, влияет на формирование оптического изображения и т. п.

Различают два случая дифракции. Если источник света и точка наблюдения Р расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку Р, образуют практически параллельные пучки, говорят о дифракции Фраунгофера или о дифракции в параллельных лучах. В противном случае говорят о дифракции Френеля. Дифракцию Фраунгофера можно наблюдать, поместив за источником света Э и перед точкой наблюдения Р по линзе так, чтобы точки Э и Р оказались в фокальной плоскости соответствующей линзы (рис. 59).

**Принцип Гюйгенса.** (1678) голландский ученый Христиан Гюйгенс

**Каждая точка волнового фронта (фронта светового возмущения) является источником вторичной сферической волны. Положение волнового фронта в следующий момент времени определяется огибающей вторичных волн.**

Свет распространяется, как и звук, сферическими поверхностями. В представлениях Гюйгенса понятие о свете как о волновом процессе весьма схематично. Гюйгенс не указывал на периодичность световых волн. Понятие о длине волны также не было введено в теорию. Вместе с тем постулат Гюйгенса о волновом фронте **позволил объяснить огибание волнами препятствий (попадание света в область геометрической тени), а также законы отражения и преломления света.** Принцип Гюйгенса иллюстрирует рис. 1, на котором пока-

заны волновой фронт светового возмущения, элементарные вторичные волны, огибающая вторичных сферических волн (слева), а также огибание плоской волной препятствия в виде отверстия (справа).

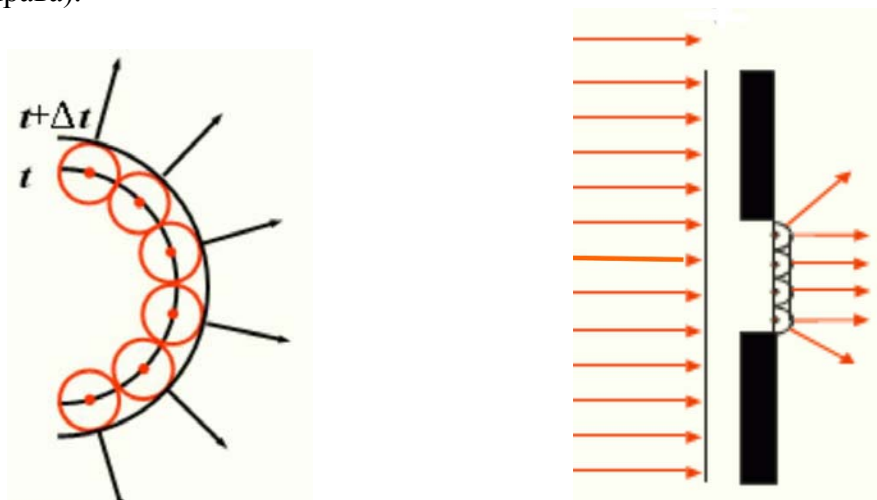


Рис.1

Элементарные сферические поверхности будут иметь во всех точках отверстия MN, одинаковые радиусы сферы, а огибающая элементарных волновых поверхностей будет представлять собой плоскость, заканчивающуюся участками сферы. Лучи, ортогональные волновому фронту, попадают в область геометрической тени, как показано на рисунке.

Однако принцип Гюйгенса ничего не говорит об амплитудах вторичных волн. Огюстен Жан Френель в начале XIX в. (1818) дополнил принцип Гюйгенса представлением о том, что вторичные световые волны могут как усиливать, так и ослаблять друг друга. Иначе говоря, они могут интерферировать и ввел понятие об амплитуде и фазе колебаний элементарных вторичных волн. Этот принцип получил название принципа Гюйгенса-Френеля.

**Принцип Гюйгенса-Френеля** Световое поле есть результат интерференции элементарных вторичных волн, испускаемых каждым элементом некоторой волновой поверхности это утверждение составляет содержание принципа Гюйгенса—Френеля.

- 1.Каждый элемент волнового фронта  $S$  служит источником вторичной сферической волны.
- 2.Положение волнового фронта в последующий момент времени определяется огибающей вторичных волн.
- 3.Мнимые вторичные источники когерентны. Распространяющаяся волна является результатом интерференции вторичных волн.
5. Амплитуда вторичной волны пропорциональна площади элемента поверхности  $dS$ , зависит от расстояния  $r$  до точки наблюдения и от угла, который направление  $r$  составляет с нормалью  $\vec{n}$  к поверхности  $dS$ , а фаза колебаний определяется длиной пути  $r$ , пройденного волной.

Результирующее колебание от поверхности волнового фронта  $S$  создается в результате когерентного сложения вторичных волн, т.е интерференции вторичных волн.

Пусть поверхность  $S$  (рис. 2) представляет собой положение волнового фронта в некоторый момент времени. Для того чтобы определить колебания в точке  $P$ , лежащей перед фронтом на расстоянии  $r$ , надо, по Френелю, определить колебания, приходящие в точку  $P$  от всех элементов поверхности  $dS$ , и затем сложить их, учитывая их амплитуды и фазы. Амплитуда колебаний, приходящих в точку  $P$ , от элемента поверхности  $dS$ , зависит от размеров этого элемента, от расстояния  $r$  и от угла  $\alpha$ , который направление  $r$  составляет с нормалью  $\vec{n}$  к поверхности  $dS$ . Фаза колебаний определяется длиной пути  $r$ , пройденного волнами. Суммирование таких колебаний является задачей интегрального исчисления и, вообще говоря, может быть весьма сложным. Но в простейших случаях, обладаю-

щих симметрией, как показал Френель, интегрирование может быть заменено простым алгебраическим или графическим сложением.

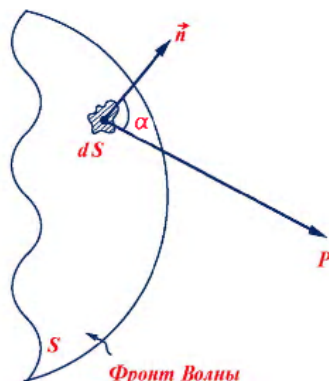


Рис. 2 Колебания в точке  $P$  определяются путем суммирования колебаний, приходящих от элементов  $dS$  поверхности  $S$ .

В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля, вклад в колебание в точке  $P$  от элемента поверхности  $dS$  определяется как

$$dE = \frac{a_0}{r} K(\alpha) dS \cos(\omega t - kr + \varphi_0), \quad (1)$$

а чтобы найти суммарное поле, создаваемое всей поверхностью  $S$ , надо просуммировать эти вклады

$$E = \int_S \frac{a_0}{r} K(\alpha) \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS. \quad (2)$$

Здесь  $a_0$  - амплитуда напряженности электрического поля на участке  $dS$ .

Формула (2) является математическим выражением принципа Гюйгенса - Френеля.

### Метод зон Френеля

Френель предложил метод, который позволяет в случае симметричных волновых поверхностей найти результирующее колебание в некоторой точке  $P$  **путем алгебраического или геометрического суммирования**. В качестве примера рассмотрим колебание в точке  $P$ , создаваемое точечным источником  $S$ .

Применим принцип Гюйгенса — Френеля для нахождения амплитуды светового колебания, возбуждаемого в точке  $P$  сферической волной, распространяющейся в однородной среде из точечного источника  $S$  (рис. 2). Волновая поверхность такой волны симметрична относительно прямой  $SP$ . Воспользовавшись этим, Френель разбил волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки  $P$  отличаются на  $\lambda/2$  ( $\lambda$  — длина волны в той среде, в которой распространяется волна). Легко видеть, что расстояние  $b$  от внешнего края  $m$ -й зоны до точки  $P$  можно представить следующим образом:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

где  $b$  — расстояние от вершины волновой поверхности  $O$  до точки  $P$ .

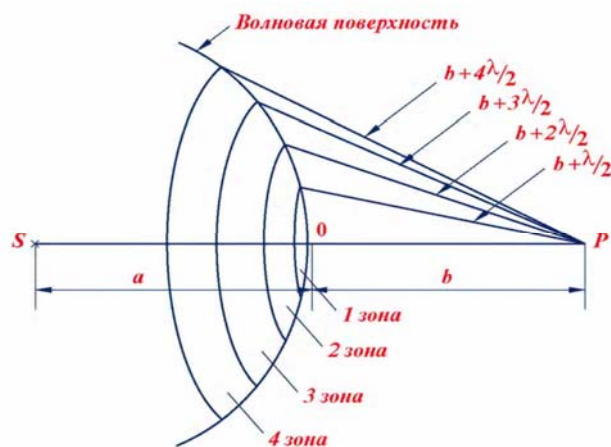


Рис. 2. Зоны Френеля

Колебания, приходящие в точку Р от аналогичных точек двух соседних зон (т. е. от точек, лежащих у внешних краев зон, или в середине зон и т. д.), будут находиться в противофазе. Поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на  $\pi/2$ . Для оценки амплитуд колебаний нужно найти площади зон. Внешняя граница  $m$ -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты  $h_m$  (рис. 3). Обозначим площадь этого сегмента  $S_m$ .

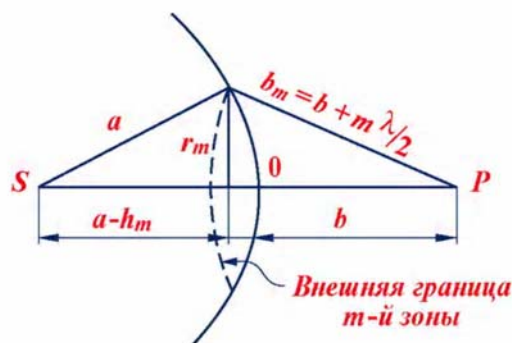


Рис. 3

Тогда площадь  $m$ -й зоны можно представить в виде:

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} \quad (4)$$

где  $S_{m-1}$  — площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей  $(m-1)$ -й зоны.

Из рис. 3 следует, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + m \frac{\lambda}{2})^2 - (b - h_m)^2, \quad (5)$$

где  $a$  — радиус волновой поверхности,  $r_m$  — радиус внешней границы  $m$ -й зоны. Возведя скобки в квадрат, получим

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = bm\lambda + (\frac{m\lambda}{2})^2 - 2bh_m - h_m^2 \quad (6)$$

Откуда

$$h_m = \frac{bm\lambda + (\frac{m\lambda}{2})^2}{2(a+b)}. \quad (7)$$

Ограничиваясь рассмотрением не слишком больших  $m$ , можно ввиду малости  $\lambda$  пренебречь слагаемым, содержащим  $\lambda^2$ . В этом приближении

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (8)$$

Площадь сферического сегмента равна  $S=2\pi Rh$ , где  $R$ — радиус сферы (в нашем случае это радиус волновой поверхности  $a$ ),  $h$ — высота сегмента)

$$S_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab}{(a+b)} m\lambda. \quad (9)$$

Следовательно, на основании (4). площадь  $m$ -й зоны Френеля равна

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab}{(a+b)} \lambda(m-m+1) = \frac{\pi ab\lambda}{(a+b)} \quad (10)$$

Полученное нами выражение не зависит от  $m$ . Это означает, что при не слишком больших  $m$  площади зон Френеля примерно одинаковы.

Произведем оценку радиусов зон. Согласно (6)  $r_m^2 = 2ah_m - h_m^2$ . При не слишком больших  $m$  высота сегмента  $h_m \ll a$ , поэтому можно считать, что  $r_m^2 = 2ah_m$ . Подставив сюда значение  $h_m$  из (8), найдем радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля:

$$r_m^2 = \frac{abm\lambda}{(a+b)}. \quad (11)$$

Если положить  $a = b = 1$  м и  $\lambda = 0,5$  мк, то для радиуса первой (центральной) зоны получается значение:  $r_1 = 0,5$  мм. Радиусы последующих зон возрастают как  $\sqrt{m}$ .

Выше мы нашли, что площади зон Френеля примерно одинаковы. Расстояние  $b$  от зоны до точки  $P$  медленно растет с  $m$  по линейному закону (см. (3)). Угол  $\alpha$  между нормалью к элементам зоны и направлением на точку  $P$  также растет с номером зоны  $m$ . Все это приводит к тому, что амплитуда  $A_m$  колебания, возбуждаемого  $m$ -й зоной в точке  $P$ , монотонно убывает с ростом  $m$ . Даже при очень больших  $m$ , когда, как можно заключить из (7), площадь зоны начинает заметно расти с  $m$ , убывание множителя  $K(\alpha)$  перевешивает рост  $\Delta S$  (напомним, что  $K(\alpha)$  стремится к нулю при  $\alpha \rightarrow 0$  так что  $A_m$  продолжает убывать. Таким образом, амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке  $P$  зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} \dots \quad (12)$$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на  $\pi$ . Поэтому амплитуда  $A$  результирующего светового колебания в точке  $P$  может быть найдена алгебраически:

$$A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (13)$$

В это выражение все амплитуды от нечетных зон входят с одним знаком, а от четных зон — с другим. Запишем (13) в виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (14)$$

Вследствие монотонного убывания  $A_m$  можно приближенно считать, что

$$A_m = \left( \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2} \right). \quad (15)$$

При этом условии выражения, заключенные в круглые скобки, будут равны нулю и формула (14) упрощается следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2}. \quad (16)$$

Полученный нами результат означает, что амплитуда, создаваемая в некоторой точке  $P$  сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Иными словами, действие всей волновой поверхности эквивалентно половине действия центральной зоны. По произведенной выше оценке центральная зона имеет размеры порядка **долей миллиметра**. Следовательно, свет от точки  $S$  к точке  $P$  распространяется как бы в пределах очень узкого прямого канала, т. е. практически прямолинейно.

Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля, амплитуда в точке  $P$  будет равна  $A_1$ , т. е. в два раза превзойдет амплитуду (16). Соответственно интенсивность света в точке  $P$  будет в этом случае в четыре раза больше, чем при отсутствии преград между точками  $S$  и  $P$ .

Теперь решим задачу о распространении света от источника к точке  $P$  методом графического сложения амплитуд. Разобьем волновую поверхность на равные по площади кольцевые зоны, аналогичные зонам Френеля, но гораздо меньшие по ширине. Колебание, создаваемое в точке  $P$  каждой такой зоной, можно изобразить в виде вектора, длина которого равна амплитуде колебания, а угол, образуемый вектором с направлением, принятым за начало отсчета, дает начальную фазу колебания. Колебание, создаваемое в  $P$  любой из таких зон, имеет приблизительно такую же амплитуду, как и колебание, создаваемое предшествующей зоной, но будет отставать от него по фазе на практически одинаковую для всех соседних зон величину. Следовательно, векторная диаграмма, получающаяся при сложении колебаний, возбуждаемых отдельными зонами, имеет вид, показанный на рис. 4.

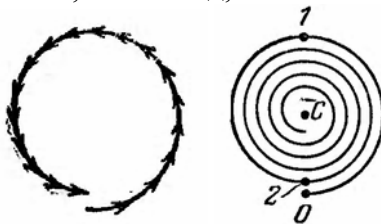


Рис. 4

Если бы величина амплитуды при переходе от зоны к зоне оставалась строго постоянной, конец последнего из изображенных на рис. 4 векторов совпал бы с началом первого вектора. В действительности величина амплитуды, хотя и очень слабо, но убывает, вследствие чего векторы образуют не замкнутую фигуру, а ломаную спиралевидную линию. Если ширину кольцевых зон устремить к нулю (количество их будет при этом неограниченно возрастать), векторная диаграмма примет вид спирали, закручивающейся к точке  $C$  (рис. 4). Фазы колебания в точках 0 и 1 отличаются на  $\pi$  (бесконечно малые векторы, образующие спираль, направлены в этих точках в противоположные стороны). Следовательно, участок спирали 0 – 1 соответствует первой зоне Френеля. Вектор, проведенный из точки 0 в точку 1 (рис. 5,а), изображает колебание, возбуждаемое в точке  $P$  этой зоной. Аналогично, вектор, проведенный из точки 1 в точку 2 (рис. 5,б), изображает колебание, возбуждаемое второй зоной Френеля. В соответствии с тем, что колебания от первой и второй зон находятся в противофазе, векторы 01 и 12 направлены в противоположные стороны.

Колебание, возбуждаемое в точке  $P$  всей волновой поверхностью, изобразится вектором  $OC$  (рис. 5,в). Из рис. 5 видно, что амплитуда в этом случае равна половине амплитуды, создаваемой в  $P$  первой зоной. Этот результат мы получили ранее алгебраически [см. формулу (16)]. Заметим, что колебание, возбуждаемое внутренней половиной первой зоны Френеля, изобразится вектором  $OB$  (рис. 5,г). Таким образом, половина действия первой зоны Френеля не эквивалентна действию половины зоны (см. рис. 6). Вектор  $OB$  в  $\sqrt{2}$  раз больше вектора  $OC$ . Поэтому, переходя к интенсивностям, можно сказать, что интенсивность света, создаваемая половиной первой зоны Френеля, в два раза превышает интенсивность, создаваемую всей волновой поверхностью.

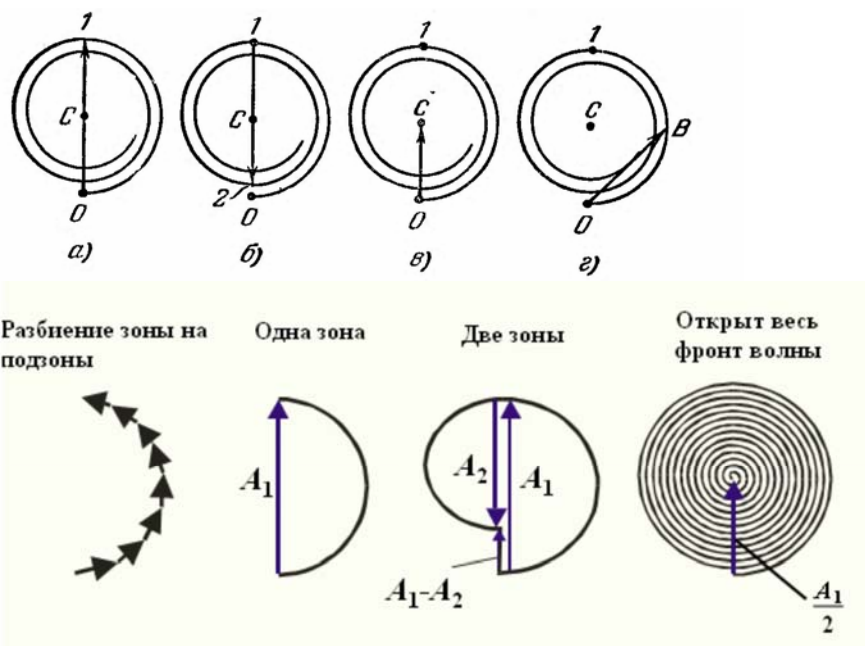


Рис. 5

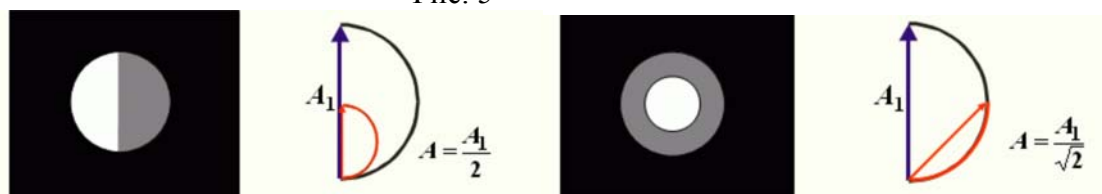


Рис.6. Половина действия первой зоны Френеля (слева) не эквивалентна действию половины зоны (справа).

Колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или все нечетные зоны, то амплитуда колебания в точке  $P_0$  резко возрастает. Такая пластинка называется амплитудной зонной пластинкой (Рис.7), она действует как собирающая линза.

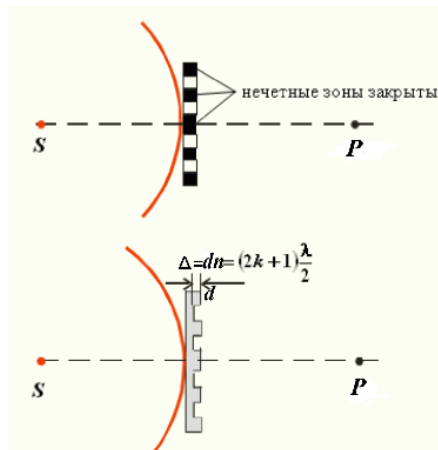


Рис.7 Амплитудная и фазовая зонные пластинки.

Зонная пластинка во много раз увеличивает интенсивность света в точке  $P$ . Еще большего эффекта можно достигнуть, изменяя фазу колебаний четных или нечетных зон на  $\pi$ . Это можно осуществить с помощью прозрачной пластинки, толщина которой в местах, соответствующих четным или нечетным зонам, отличается на надлежащим образом подобранную величину. В этом случае зонная пластинка будет фазовой. По сравнению с амплитудной она

дает дополнительное увеличение амплитуды в два раза, а интенсивности света в четыре раза. На рис. 7 изображены амплитудная и фазовая зонные пластинки.

### Дифракция Френеля на простейших преградах

Рассмотренные в предыдущем параграфе методы алгебраического и графического сложения амплитуд позволяют решить простейшие задачи на дифракцию света.

#### Дифракция на круглом отверстии.

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с вырезанным в нем круглым отверстием. Расположим экран так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света  $S$ , попал в центр отверстия (рис. 8). На продолжении этого перпендикуляра возьмем точку  $P_0$ . При радиусе отверстия значительно меньшем, чем указанные на рис. 8 длины  $a$  и  $b$ , длину отрезка  $a$  можно считать равной расстоянию от источника  $S$  до преграды, а  $b$  — расстоянию от преграды до точки  $P_0$ . Если  $r_m$  Если расстояния  $a$  и  $b$  удовлетворяют условию

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda \quad (17)$$

где  $m$  — целое число, то отверстие оставит открытыми ровно  $m$  первых зон Френеля, построенных для точки  $P_0$ . Из (17) следует, что число открытых зон Френеля будет равно

$$m = \frac{r_m^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (18)$$

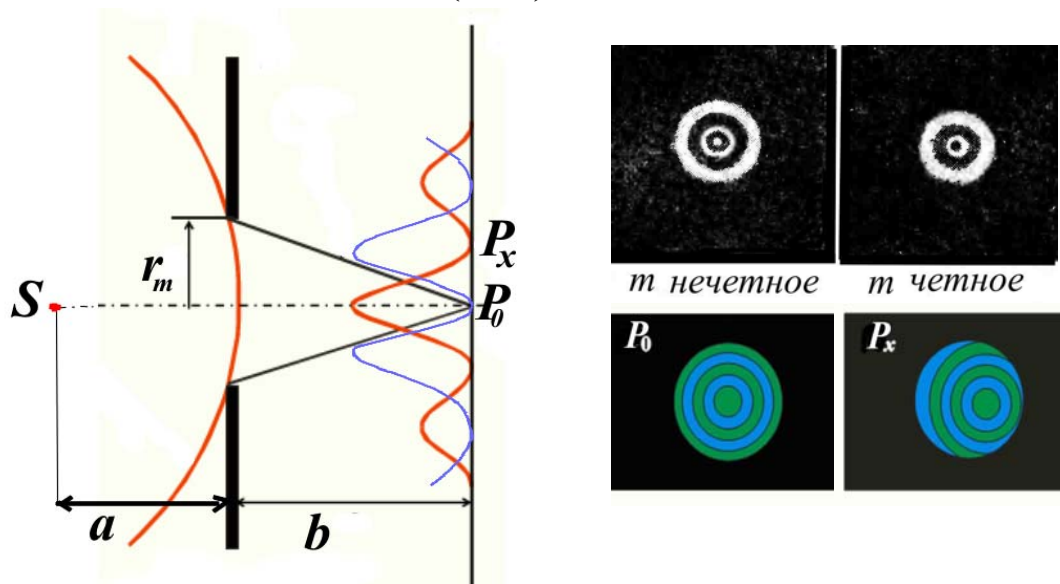


Рис. 8. Дифракция Френеля на круглом отверстии.

В случае нечетного числа открытых зон Френеля  $m$  в центре дифракционной картины образуется максимум, в случае четного числа — минимум. Дифракционная картина в точках  $P_0$  и  $P_x$ .

Найдем амплитуду колебаний в точке  $P_0$ , если открыто  $m$  зон Френеля. В соответствии с (13)

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \dots \pm A_m. \quad (19)$$

В этом выражении амплитуда  $A_m$  берется со знаком плюс, если  $m$  нечетное, и со знаком минус, если  $m$  четное. Действительно,



$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots$$

$$\left( \frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2} = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}, \quad m - \text{нечетное}, \quad (20)$$

$$\left( \frac{A_{m-3}}{2} - A_{m-2} + \frac{A_{m-1}}{2} \right) + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}, \quad m - \text{четное}.$$

При малых  $m$  величина  $A_m$  мало отличается от  $A_1$ . Следовательно, при нечетных  $m$  амплитуда в точке  $P_0$  будет приближенно равна  $A_1$ , при четных  $m$  — нулю. Этот результат легко получить с помощью векторной диаграммы, изображенной на рис. 5. Если убрать преграду, амплитуда в точке  $P_0$  станет равной  $A_1/2$  [см. (16)]. Таким образом, преграда с отверстием, открывающим небольшое нечетное число зон, не только не ослабляет свет в точке  $P_0$ , но, напротив, приводит к увеличению амплитуды почти в два раза, а интенсивности — почти в четыре раза. При неограниченном увеличении размеров отверстия  $A_m$  будет стремиться к нулю и выражение (20) перейдет в (16).

Если отверстие открывает не более одной зоны Френеля (практически одну зону), на экране получается размытое светлое пятно; чередование светлых и темных колец в этом случае не возникает. Если отверстие открывает большое число зон, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в очень узкой области на границе геометрической тени; внутри этой области освещенность оказывается практически постоянной. См. иллюстрацию к разделу «Границы дифракционных пределов».

При смещении точки наблюдения относительно оси симметрии (см. рис. 8) границы первой зоны смещаются к краю дифракционной картины, так что максимум (минимум) освещенности может измениться на минимум (максимум).

#### Дифракция на непрозрачном диске.

Поместим между точечным источником света и точкой наблюдения  $P_0$  непрозрачный круглый диск радиуса  $r_m$  (рис. 9) так, чтобы он закрывал  $m$  первых зон Френеля. Тогда амплитуда световой волны в точке  $P_0$  будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left( \frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots \quad (21)$$

Так как выражения, стоящие в скобках, можно положить равными нулю, получаем

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (22)$$

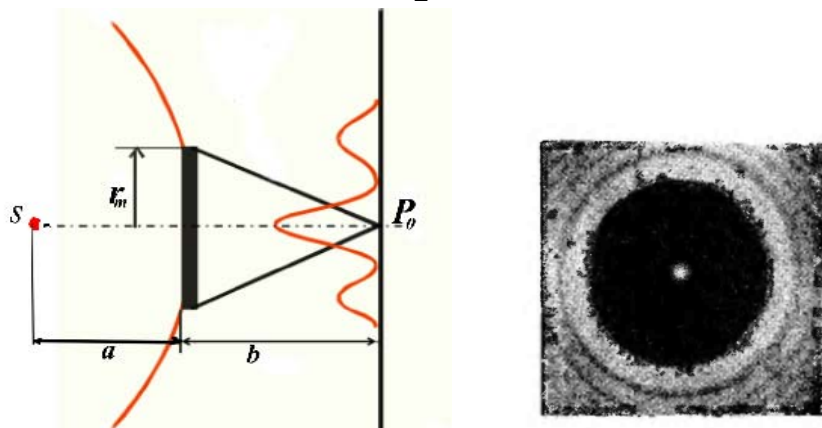


Рис. 8. Дифракция Френеля на круглом диске. Независимо от числа открытых зон Френеля  $m$  в центре дифракционной картины всегда будет максимум интенсивности (пятно Пуассона).

При небольшом числе закрытых зон  $A_{m+1}$  мало отличается от  $A_1$ . Поэтому в точке  $P_0$  интенсивность будет почти такая же, как при, отсутствии преграды между  $S$  и  $P_0$ .

При смещении относительно оси симметрии, из центра дифракционной картины в направлении, перпендикулярном к этой оси, диск будет перекрывать часть  $(m+1)$ -й (светлой) зоны Френеля, одновременно откроется часть  $m$ -й (темной) зоны. Это приведет к ослаблению интенсивности, и при дальнейшем смещении она может уменьшиться до нуля. Если сместиться из центра дифракционной картины еще дальше, диск перекроет дополнительно часть  $(m+2)$ -й зоны, одновременно откроется часть  $(m+1)$ -й зоны. В результате интенсивность возрастет, и т.д. Т.е. последовательно будут чередоваться максимумы и минимумы интенсивности, и дифракционная картина, как показано на рис. 8, будет иметь вид чередующихся темных и светлых полос, причем, в центре всегда будет светлое пятно.

Если непрозрачный диск закрывает много зон Френеля, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в узкой области на границе геометрической тени. В этом случае  $A_{m+1} \ll A_1$  и амплитуда (22) очень мала, так что интенсивность света в области геометрической тени практически всюду равна нулю. Если диск закрывает лишь небольшую часть первой зоны Френеля, он совсем не отбрасывает тени — освещенность экрана всюду остается такой же, как при отсутствии преград.

Светлое пятнышко в центре тени, отбрасываемой диском, послужило причиной инцидента, происшедшего между Пуассоном и Френелем. Парижская Академия наук предложила дифракцию света в качестве темы на премию за 1818 г. Устроители конкурса были сторонниками корпускулярной теории света и рассчитывали, что конкурсные работы принесут окончательную победу их теории. Однако на конкурс была представлена Френелем работа, в которой все известные к тому времени оптические явления объяснялись с волновой точки зрения. Рассматривая работу Френеля, Пуассон, бывший членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля вытекает нелепый вывод: в центре тени, отбрасываемой небольшим круглым диском, должно находиться светлое пятно. Араго тут же произвел опыт, и оказалось, что такое пятно действительно есть. Это принесло победу и всеобщее признание волновой теории света.

#### Дифракция на крае полуплоскости.

Поместим на пути световой волны (которую мы для простоты будем считать плоской) непрозрачную полуплоскость с прямолинейным краем (рис. 9).

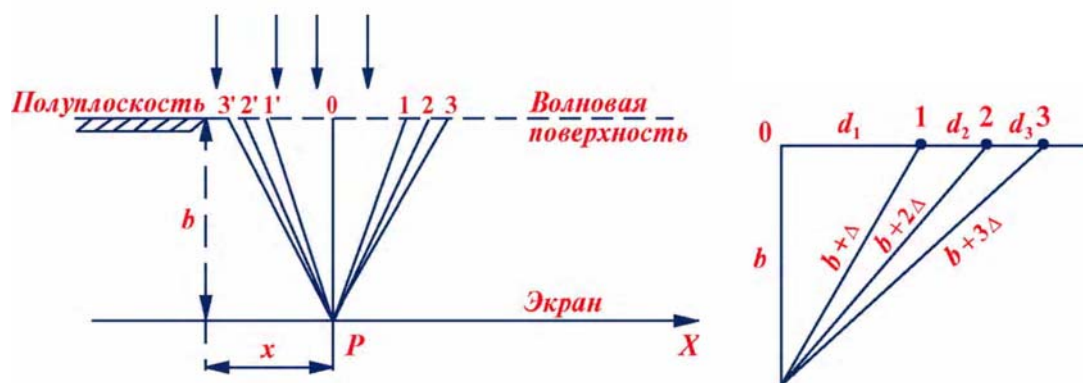


Рис. 9.

Расположим эту полуплоскость так, чтобы она совпала с волновой поверхностью. За полуплоскостью поставим на расстоянии  $b$  параллельный ей экран, на котором возьмем точку  $P$ . Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны, имеющие вид очень узких прямолинейных полосок, параллельных краю полуплоскости. Ширину зон выберем так, чтобы отсчитанные в плоскости рисунка расстояния от точки  $P$  до краев любой зоны отличались на одинаковую величину  $\Delta$ . При этом условии колебания, создаваемые в точке  $P$  соседними зонами, будут отличаться по фазе на постоянную величину. Зонам, расположенным справа от точки  $P$ , припишем номера 1, 2, 3 и т. д., расположенным слева — номера 1', 2', 3' и т. д. Зо-

ны с номерами  $m$  и  $m'$  имеют одинаковую ширину и расположены относительно точки  $P$  симметрично. Поэтому создаваемые ими в  $P$  колебания совпадают по амплитуде и фазе. Для выяснения зависимости амплитуды от номера зоны оценим площади зон. Из рис. 9 видно, что ширина первой зоны равна

$$d_1 = \sqrt{(b + \Delta)^2 - b^2} = \sqrt{2b\Delta + \Delta^2} \approx \sqrt{2b\Delta}, \quad (23)$$

т.к.  $\Delta \ll b$ .

Суммарная ширина первых  $m$  зон

$$d_1 + d_2 + \dots + d_m = \sqrt{(b + m\Delta)^2 - b^2} = \sqrt{2bm\Delta + m^2\Delta^2} \approx \sqrt{2bm\Delta} = d_1\sqrt{m}, \quad (24)$$

откуда ширина  $m$ -й зоны

$$d_m = d_1(\sqrt{m} - \sqrt{m-1}). \quad (25)$$

Расчет по этой формуле дает, что

$$d_1:d_2:d_3:d_4:\dots = 1:0,41:0,32:0,27:\dots \quad (26)$$

В таких же соотношениях находятся и площади зон. Следовательно, амплитуда колебаний, создаваемых в точке  $P$  отдельными зонами, вначале (для первых зон) убывает очень быстро затем это убывание становится медленным. По этой причине ломаная линия, получающаяся при графическом сложении колебаний, возбуждаемых прямолинейными зонами, идет сначала более полого, чем в случае кольцевых зон (площади которых примерно равны). На рис. 10 представлена векторная диаграмма, соответствующая формуле (26). Векторы, изображающие колебания, соответствующие штрихованным и нештрихованным зонам, расположены симметрично относительно начала координат  $O$ . Если ширину зон устремить к нулю, ломаная линия, изображенная на рис.10, превратится в плавную кривую, которая называется **спиралью Корню**.

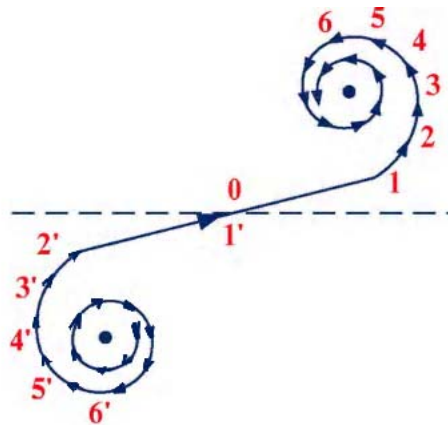


Рис. 10. Спираль Корню

С помощью спирали Корню можно найти амплитуду светового колебания для точек, находящихся на любом расстоянии  $x$  от края геометрической тени (см. рис. 10). Правый завиток спирали (участок  $OF_I$ ) соответствует зонам, расположенным справа от точки  $P$ , левый завиток (участок  $OF_I$ ) — зонам расположенным слева от точки  $P$ .

Для точки  $P$ , лежащей на границе геометрической тени, все штрихованные зоны будут закрыты. Колебаниям от нештрихованных зон соответствует правый завиток спирали. Следовательно, результирующее колебание изобразится вектором, начало которого находится в точке  $O$ , конец — в точке  $F_I$  (рис. 11, а).

При смещении точки  $P$  в область геометрической тени полуплоскость станет закрывать все большее число нештрихованных зон. Поэтому начало результирующего вектора будет перемещаться по правому завитку, приближаясь к полюсу  $F_I$  (рис. 11, б). В результате амплитуда колебания в точке  $P$  будет монотонно стремиться к нулю.

Если точка Р смещается от границы геометрической тени вправо, в дополнение к нештрихованным зонам открывается все возрастающее число штрихованных зон. Поэтому начало результирующего вектора скользит по левому завитку спирали в направлении к полюсу  $F_2$ . В результате амплитуда проходит через ряд максимумов (первый из них равен длине отрезка  $MF_1$  на рис. 11, в) и минимумов (первый из них равен длине отрезка  $NF_1$  на рис. 11, г). При полностью открытой волновой поверхности амплитуда равна длине отрезка  $F_1F_2$ . (рис. 11, д), т. е. ровно в два раза превышает амплитуду на границе геометрической тени (см. рис. 11, а). Соответственно интенсивность на границе геометрической тени составляет  $1/4$  интенсивности  $I_0$ , получающейся на экране в отсутствие преград. Зависимость интенсивности света  $I$  от расстояния  $x$  показана на рис. 12.

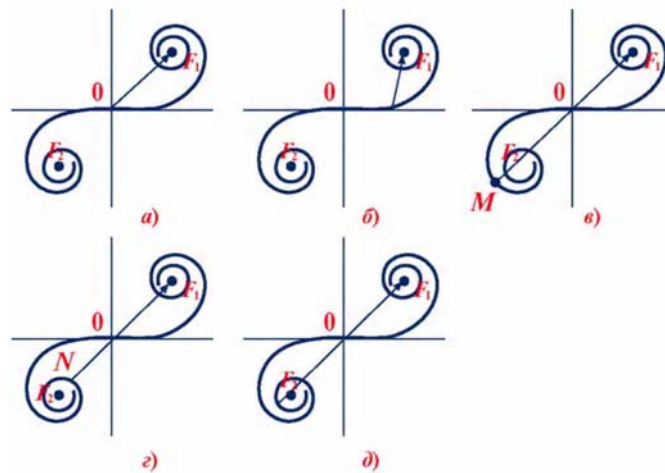


Рис.11

Из графика видно, что при переходе в область геометрической тени интенсивность изменяется не скачком, а постепенно стремится к нулю. Справа от границы геометрической тени расположен ряд чередующихся максимумов и минимумов интенсивности. Максимумы получаются при следующих значениях координаты  $x$ :  $x_1 = 0,61$  мм;  $x_2 = 1,17$  мм;  $x_3 = 1,54$  мм;  $x_4 = 1,85$  мм.

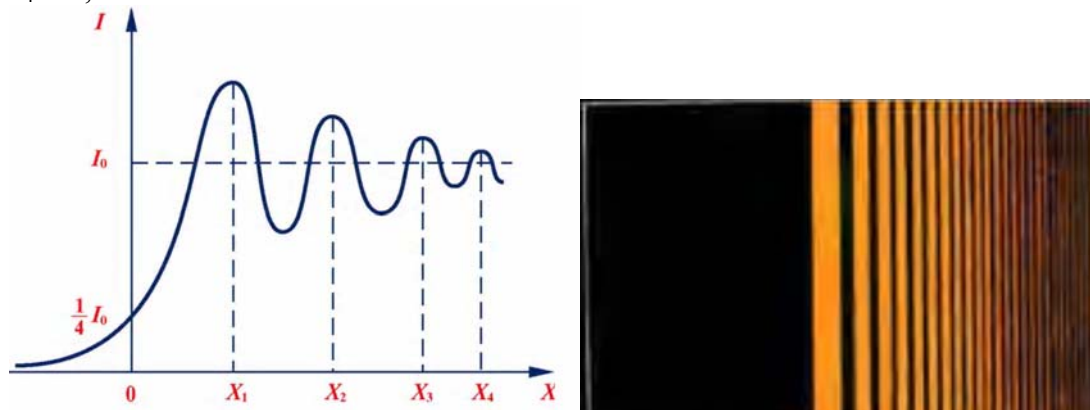


Рис.12. Распределение интенсивности на экране при дифракции Френеля на крае полуплоскости