

3.2. Интерференция света

3.2.1. Двухлучевая интерференция

3.2.1.1. Возникновение интерференции

Закон независимости световых пучков, справедливый в рамках геометрической оптики, означает, что световые пучки, встречаясь и пересекаясь, не воздействуют друг на друга. В явлениях, в которых проявляется волновая природа света, этот закон утрачивает силу. При наложении световых волн в общем случае выполняется *принцип суперпозиции*: результирующий световой вектор является суммой световых векторов отдельных волн. При этом может получиться волна, интенсивность которой не будет равна сумме интенсивностей складывающихся волн.

Условия максимума и минимума интерференции

Рассмотрим световое поле, образованное в т. P в результате сложения двух плоских монохроматических волн

Заметим, что волны, поляризованные ортогонально, не интерferируют. Поэтому везде в дальнейшем будем полагать, что состояния поляризации взаимодействующих волн совпадают

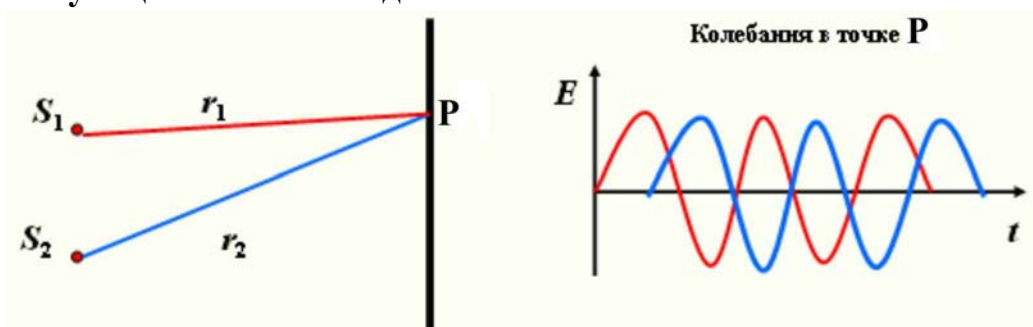


Рис. 3.10. Сложение двух плоских монохроматических волн

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{10}), \quad E_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{20}) \quad (3.33)$$

Когерентность – согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Когерентные волны – это волны, разность фаз которых постоянна в любой точке пространства и в любой момент времени.

Выясним условия, при которых разность фаз будет постоянной, и волны будут когерентными. Разность фаз описывается выражением

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{20} - (\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{10}) = (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2 r_2 - k_1 r_1) + (\varphi_{20} - \varphi_{10}) \quad (3.34)$$

Условия когерентности $\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}$ будет выполняться, если

1) $\omega_2 = \omega_1$;

2) $\varphi_{20} = \varphi_{10}$. Начальные значения фаз $\varphi_{10}, \varphi_{20}$ изменяются в естественном источнике света каждые 10^{-8} с, поэтому величину $\varphi_{20} - \varphi_{10}$ надо исключить, что достигается, если взять свет от одного источника.

В случае, когда частоты и начальные фазы обеих волн равны между собой, разность фаз определяется выражением

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = (k_1 r_1 - k_2 r_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 r_1 - n_2 r_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (3.35)$$

где λ_0 - длина волны света в вакууме.

В оптике существуют понятия геометрической $r_1 - r_2$ и оптической $\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = n_1 r_1 - n_2 r_2$ разности хода, которые связаны соотношением (3.35) с разностью фаз.

Т.о., чтобы колебания в т. Р были когерентными, надо взять свет от одного источника.

Приемники света регистрируют не напряженность электрического поля волны, а величину I , пропорциональную E^2 : $I \sim \bar{E}^2$, которая называется интенсивностью света. Величина E^2 изменяется по закону $\cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ с частотой 2ω . Т.к. частота света видимого диапазона чрезвычайно высока ($\sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$), приемник регистрирует не мгновенные значения E^2 , а усредненные (что показано черточкой над E^2) по интервалу времени Δt , который определяется динамическими характеристиками приемника. Для глаза человека $\Delta t \sim 0.1 \text{ с}$, для быстродействующих приемников $\Delta t \sim 10^{-10} \text{ с}$.

Найдем интенсивность поля при сложении двух колебаний, воспользовавшись методом векторных диаграмм

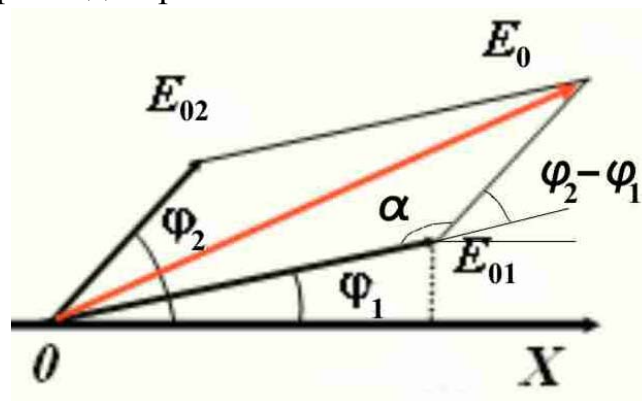


Рис. 3.11. Векторная диаграмма сложения двух волн

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02} \cos \alpha, \alpha = \pi - (\varphi_2 - \varphi_1), \cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)] = -\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Наблюдаемая при наложении двух волн интенсивность

$$I = \bar{E}^2 = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad \delta = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (3.36)$$

Результат сложения волн будет зависеть от их когерентности:

1) волны некогерентны,

если δ беспорядочно изменяется во времени, то $\overline{\cos \delta} = 0$, $\bar{E}^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2$, $I = I_1 + I_2$.

2) волны когерентны,

если $\delta = \text{const}$, $\overline{\cos \delta} \neq 0$

$$\text{а) } \overline{\cos \delta}, \bar{E}^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}, E_0 = E_{01} + E_{02} = 1,$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 > I_1 + I_2 = 4I \Big|_{I_1=I_2=I}$$

$$\cos \delta = 1, \delta = 2\pi m, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \Delta = m\lambda_0, \Delta = m\lambda_0 \quad (3.37)$$

– **условие максимума интенсивности.**

Из формулы (3.37) видно, что если оптическая разность хода Δ равна, целому числу длин волн в вакууме, то разность фаз δ оказывается кратной 2π , и колебания, возбуждаемые в точке P обеими волнами, будут происходить с одинаковой фазой, т.е. будут усиливать друг друга. Следовательно, условие (3.37) есть условие интерференционного максимума.

$$\text{б) } \cos \delta = -1, \bar{E}^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02}, E_0 = E_{01} - E_{02}$$

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 < I_1 + I_2 = 0 \Big|_{I_1=I_2=I}$$

$$\cos \delta = -1, \delta = (2m + 1)\pi, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, (2m + 1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \Delta = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (3.38)$$

– **условие минимума интенсивности.**

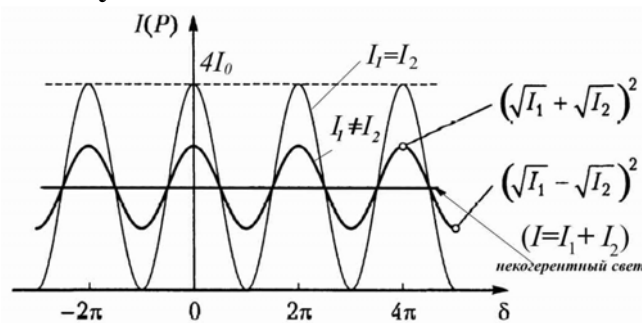


Рис.3.12 Интенсивности поля в точке P для случаев, когда интенсивности обеих волн равны, когда они различны и когда волны некогерентны.

Проведенное рассмотрение позволяет сделать следующие выводы:

Интерференция – это пространственное перераспределение интенсивности – появление максимумов и минимумов интенсивности, которое возникает при сложении когерентных волн.

- Результат интерференции в данной точке пространства определяется разностью фаз колебаний, возбуждаемых волнами, приходящими в данную точку.

- Устойчивая интерференционная картина наблюдается при наложении когерентных волн.
- Качество интерференционной картины зависит от соотношения амплитуд интерферирующих волн, оно наилучшее, если амплитуды равны.

Отсутствие интерференционной картины от естественных источников света объясняется тем, что они не когерентны. Излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых отдельными атомами тела. Излучение каждого атома продолжается около 10^{-8} с. За это время успевает образоваться последовательность горбов и впадин (или, как говорят, цуг волн) протяженностью примерно 3 м. Возбуждаемые цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. В этой волне излучение одной группы атомов через время порядка 10^{-8} с сменяется излучением другой группы, причем фаза результирующей волны претерпевает случайные скачкообразные изменения.

Существуют два способа создания когерентных волн и получения интерференционной картины – делением амплитуды и делением волнового фронта волны, идущей от одного источника (см. рис. 3.13.) Образовавшиеся после разделения волны в стандартных двухлучевых интерференционных установках можно рассматривать как исходящие из двух точечных когерентных источников S' и S'' .

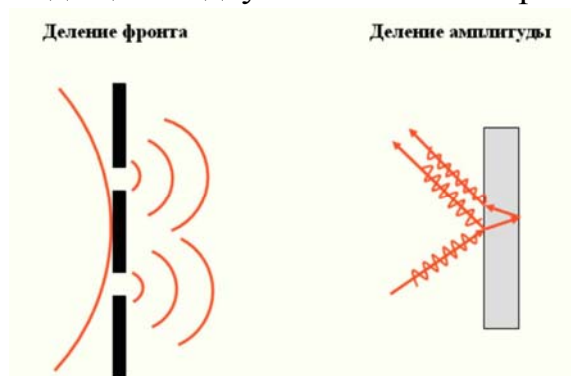


Рис. 3.13. Способы получения интерференционной картины от некогерентных источников: деление волнового фронта и деление амплитуды волны.

3.2.1.2. Классические интерференционные опыты (деление волнового фронта волны)

Для получения когерентных световых волн, волну, излучаемую одним источником света, разделяют на две. Образовавшиеся после разделения волны в стандартных двухлучевых интерференционных установках можно рассматривать как исходящие из двух точечных когерентных источников S' и S'' , которые могут быть как действительными, так и мнимыми.

1. Опыт Юнга. Первым интерференционным опытом, получившим объяснение на основе волновой теории света, явился *опыт Юнга* (1802 г.). Источником света является освещенная щель S , от которой световая волна падает на две узкие щели S' и S'' , освещаемые различными участками одного и того же волнового фронта

(Рис. 3.14). Проходя через каждую из щелей, световой пучок уширялся вследствие дифракции, поэтому на белом экране световые пучки, прошедшие через щели S' и S'' , перекрывались. В области перекрытия световых пучков наблюдалась интерференционная картина в виде чередующихся светлых и темных полос.

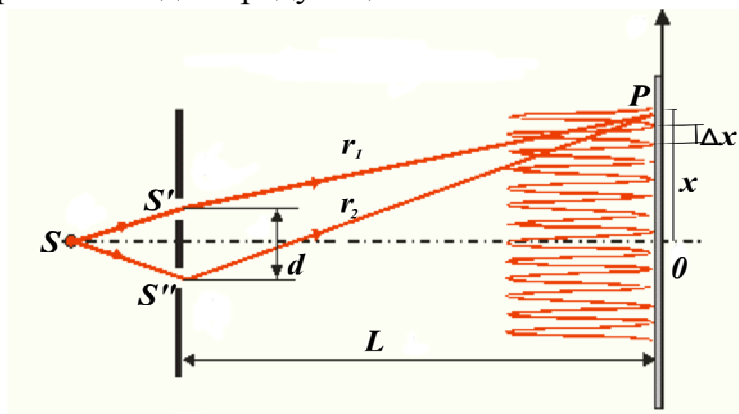


Рис. 3.14. Схема Юнга получения интерференционной картины.

Юнг был первым, кто понял, что нельзя наблюдать интерференцию при сложении волн от двух независимых источников. Поэтому в его опыте щели S' и S'' , которые в соответствии с принципом Гюйгенса можно рассматривать как источники вторичных волн, освещались светом одного источника S . Юнг первый наблюдал осуществленное таким способом явление интерференции и первый в математически корректной форме установил принцип суперпозиции амплитуд как суть явления интерференции.

При симметричном расположении щелей вторичные волны, испускаемые источниками S' и S'' , имеют одинаковую начальную фазу, но эти волны проходят до точки наблюдения P разные расстояния r_1 и r_2 , следовательно, фазы колебаний, пришедших от этих источников в точку P , различны. Таким образом, задача об интерференции волн сводится к задаче о сложении колебаний одной и той же частоты, но с разными фазами. Утверждение о том, что волны от источников S' и S'' распространяются независимо друг от друга, а в точке наблюдения они просто складываются, является опытным фактом, и получило определение как **принцип суперпозиции**.

Найдем распределение интенсивности интерференционной картины на экране.

$$r_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + x^2 - 2x\frac{d}{2} + \frac{d^2}{4}; \quad r_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + x^2 + 2x\frac{d}{2} + \frac{d^2}{4}$$

$$r_2^2 - r_1^2 = L^2 + x^2 + 2x\frac{d}{2} + \frac{d^2}{4} - L^2 - x^2 + 2x\frac{d}{2} - \frac{d^2}{4} = 2dx$$

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) \approx 2L\Delta, \quad 2L\Delta = 2dx, \quad \Delta = \frac{dx}{L}.$$

Условие максимумов интенсивности

$$\Delta = m\lambda_0 = \frac{dx}{L}; x_{\max} = m\lambda_0 \frac{L}{d}, m = 0, 1, 2, 3 \dots, \quad (3.39)$$

где x_{\max} – координата интерференционного максимума m –го порядка.

Расстояние между двумя соседними максимумами интенсивности называется расстоянием между интерференционными полосами. Шириной интерференционной полосы называется расстояние между двумя соседними минимумами интенсивности.

Расстояние между интерференционными полосами

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = (m+1)\lambda_0 \frac{L}{d} - m\lambda_0 \frac{L}{d} = \lambda_0 \frac{L}{d} \quad (3.40)$$

Для того, чтобы интерференционные полосы были различимы (т.к. $\lambda \sim 400 - 760 \text{ нм}$), необходимо, чтобы $L \gg d$.

Условие минимумов интенсивности

$$\Delta = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} = \frac{dx}{L}; x_{\min} = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} \frac{L}{d}, m = 0, 1, 2, 3 \dots, \quad (3.41)$$

где x_{\min} – координата интерференционного минимума m –го порядка.

Ширина интерференционной полосы

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = [2(m+1) + 1] \frac{\lambda_0}{2} \frac{L}{d} - (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} \frac{L}{d} = \lambda_0 \frac{L}{d} \quad (3.42)$$

Результат сложения зависит от разности фаз δ (меняющейся при переходе от одной к другой пространственной точке). В тех точках пространства, для которых $\cos \delta > 0$, $I > I_1 + I_2$; в точках, для которых $\cos \delta < 0$, $I < I_1 + I_2$.

2. Бизеркала Френеля. Две когерентные волны получаются при отражении от двух зеркал (см. рис. 3.15), плоскости которых образуют двугранный угол $(\pi - \alpha)$, где α - очень малый угол.

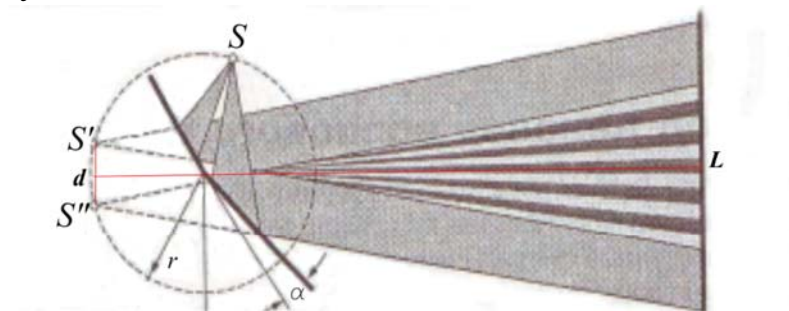


Рис. 3.15. Получение интерференционной картины с помощью бизеркал Френеля

Источник света – узкая освещенная щель S , параллельная грани двугранного угла. Отраженные от зеркал пучки падают на экран, и в области перекрытия возникает интерференционная картина в виде полос, параллельных щели S . Как и в любой системе плоских зеркал, все три источника (реальный S и два мнимых, S' и S'') находятся на одинаковом расстоянии от ребра двугранного угла, то есть на окружности с центром в ребре.

3. Бипризма Френеля. Для разделения световой волны используют двойную призму (бипризму) с малым преломляющим углом α (несколько угловых минут). Источником света является ярко освещенная щель S , параллельная преломляющему ребру бипризмы. В силу малости преломляющего угла бипризмы все лучи отклоняются на один и тот же угол, независимо от угла падения, при этом отклонение происходит в сторону основания каждой из призм, составляющих бипризму. В результате образуются две когерентные волны, виртуально исходящих из мнимых источников S' и S'' , лежащих в одной плоскости с реальным источником S (см. рис.3.16).

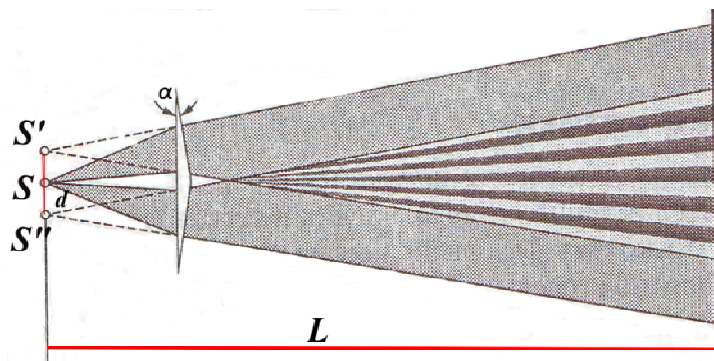


Рис.3.16. Получение интерференционной картины с помощью бипризмы Френеля

4. Билинза Бийе– собирающая линза, разрезанная по диаметру пополам, обе половинки которой раздвигаются. Прорезь закрывается непрозрачным экраном. На билинзу направляется свет от щели S , параллельной плоскости разреза. В точках S' и S'' получают действительные изображения щели S . Лучи проходящие через них, дальше перекрываются, образуя интерференционную картину на экране.

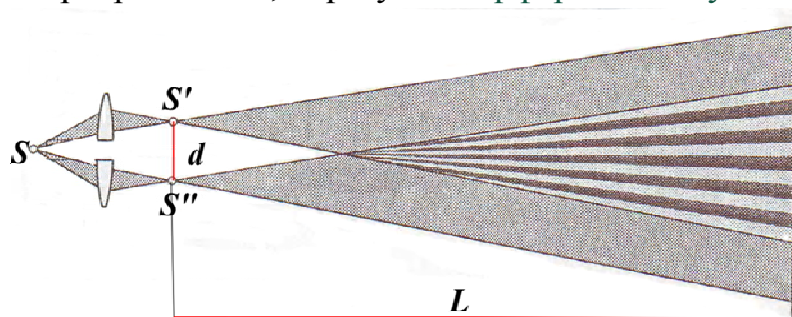


Рис. 3.17. Получение интерференционной картины с помощью билинзы Бийе

5. Зеркало Ллойда. В этой схеме прямой пучок от источника интерферирует с пучком, отраженным от зеркала (мнимое изображение S'). Схема редко применяется в оптике, но довольно часто используется в радиоастрономии при исследовании источников космического радиоизлучения. В этом случае в качестве зеркала используется поверхность моря или озера.

Для расчета распределения интенсивности на экране для всех интерференционных схем, приведенных на рис. 3.15 – 3.18, справедливы выражения (3.39) – (3.42).

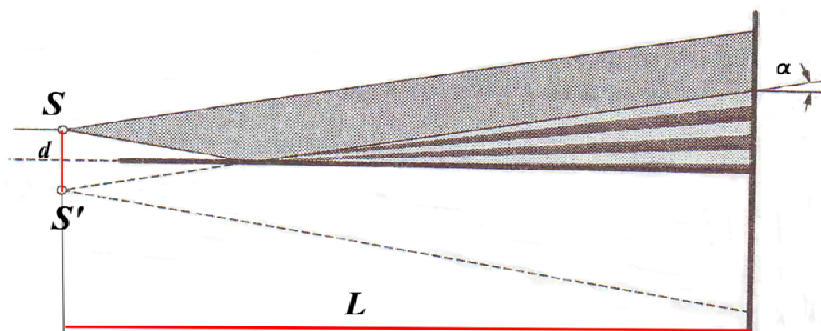


Рис. 3.18. Получение интерференционной картины с помощью зеркала Ллойда

3.2.1.3. Интерференция в тонких пленках (деление амплитуды волны)

1. Полосы равной толщины

При освещении тонких прозрачных плёнок переменной толщины пучком параллельных лучей происходит отражение от различных поверхностей пленки. Разность хода между отраженными лучами зависит от толщины пленки. Одинаковым значениям толщины пленки соответствуют одинаковые значения оптической разности хода, поэтому возникающие при этом интерференционные полосы называются полосами равной толщины. **Полосы равной толщины при нормальном падении света локализованы на поверхности пленки (клина).**

а). Кольца Ньютона в отраженном свете

Кольца Ньютона, как правило, наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом плоскопараллельной толстой стеклянной пластинки и плоско-выпуклой линзы с большим радиусом кривизны (рис. 3.18).

Когерентные волны 1 и 2 отражаются от верхней и нижней поверхностей воздушного зазора между пластинкой и линзой. Вследствие большой толщины пластинки и линзы за счет отражений от других поверхностей интерференционные полосы не возникают. При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид концентрических окружностей.

Найдем радиусы колец Ньютона, получающихся в отраженном свете при нормальном падении света на пластинку. В этом случае (рис. 3.18) оптическая разность хода равна удвоенной толщине зазора плюс дополнительная оптическая длина пути $\lambda_0/2$, возникающая из-за изменения фазы волны на π при отражении от оптически более плотной пластинки (предполагается, что в зазоре $n = 1$).

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2} ; \quad (3.43)$$

Радиусы колец Ньютона определяются как

$$r_m^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2Rd - d^2 \approx 2Rd , \quad (3.44)$$

т.к. $R \gg d$.

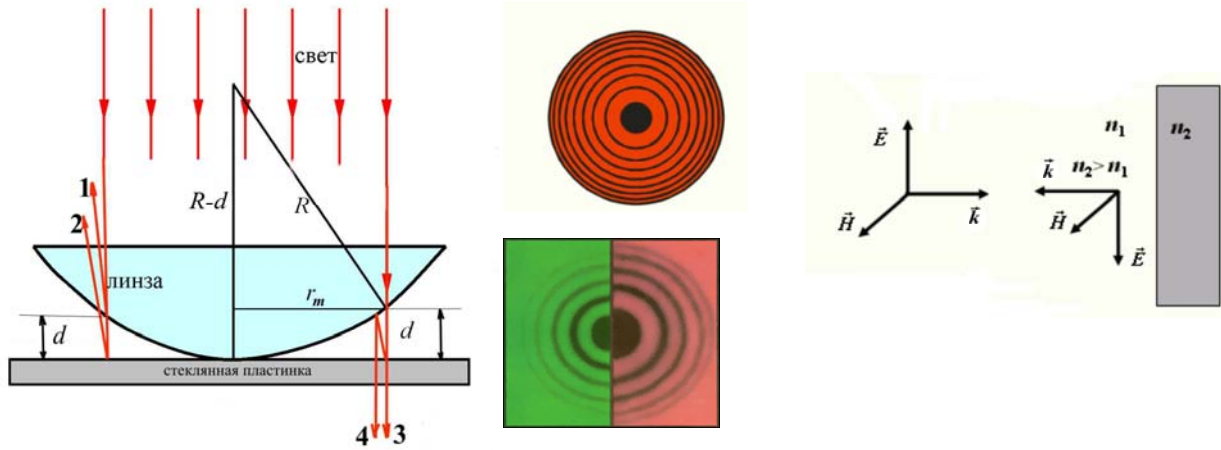


Рис. 3.18. Схема получения колец Ньютона (слева). Изменение фазы на π , соответствующее изменению оптической длины пути на $\lambda_0/2$, возникающее при отражении света от оптически более плотной среды (справа)

а) темные кольца, возникают при толщине зазора $2d$, определяемой из условия минимума интенсивности:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.45)$$

$$2d + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2}, 2d = m\lambda_0$$

Радиус темных колец, в соответствии с (3.44), равен

$$r_m^2 = Rm\lambda_0. \quad (3.46)$$

При $r = 0$ $m = 0$, т.е. в центре будет темное кольцо.

б) светлые кольца возникают при выполнении условия максимума для интенсивности:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0; 2d + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0; 2d = (m - \frac{1}{2})\lambda_0 \quad (3.47)$$

Радиус светлых колец

$$r_m^2 = (m - \frac{1}{2})\lambda_0 R, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.48)$$

б) Кольца Ньютона в проходящем свете

При наблюдении колец Ньютона в проходящем свете одна из волн проходит (волна 3 на рис.3.18), а вторая (волна 4) претерпевает два отражения: от верхней грани пластинки и от нижней грани линзы. Оптическая длина пути первой волны $\Delta_3 = d$, второй — $\Delta_4 = d + d + \lambda_0/2 + d + \lambda_0/2 = 3d + \lambda_0$. Т.к. изменению оптической длины пути на λ_0 соответствует изменение фазы волны на 2π , его можно не учитывать. Возникающая при этом оптическая разность хода $\Delta = \Delta_4 - \Delta_3 = 2d$.

Условие минимума и радиус темных колец в соответствии с (3.45), (3.46) определяются как

$$\Delta = 2d = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, r_m^2 = R(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.49)$$

Условие максимума и радиус светлых колец определяются как

$$\Delta = 2d = m\lambda_0, r_m^2 = Rm\lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.50)$$

Из выражений (3.46), (3.48) (3.49) и (3.50) следует, что максимумы и минимумы интерференционной картины в проходящем и отраженном свете меняются местами (см. рис. 3.19)



Рис. 3.19. Максимумы и минимумы интерференционной картины в проходящем и отраженном свете

Условия для наблюдения колец Ньютона в проходящем свете намного хуже, чем в отраженном, т.к. интенсивности волн 3 и 4 сильно различаются, что, как видно из рис.3.12, ухудшает качество интерференционной картины. Действительно, если интенсивность света, падающего на верхнюю грань пластинки, принять за 100%, то интенсивность прошедшей волны 3 составит 96%, а отраженной волны 4 – всего 4%. Затем эта волна 4 снова отражается от нижней грани линзы, и ее интенсивность уже составит 0.16 %. После прохождения нижней грани пластинки интенсивность волны 4 будет равна 0.15 %. Т.о. интенсивности волн 3 и 4 сильно различаются (96 % и 0.15 %).

в). Пластика переменной толщины (плоский клин)

Интерференционные полосы равной толщины наблюдаются также при падении параллельного пучка лучей на плоский клин. Эти полосы располагаются на поверхности клина на равном расстоянии друг от друга параллельно ребру клина. Получение полос равной толщины в воздушном клине показано на рис 3.20. Клин с очень малым углом ($\alpha < 1^\circ$) образован двумя стеклянными пластинками. Каждая полоса соответствует определенной толщине зазора.

Полосы могут наблюдаться как в отраженном, так и в прошедшем свете, но в последнем случае, как видно из предыдущего рассмотрения, интенсивности волн 3 и 4 сильно различаются, и качество интерференционной картины будет существенно ниже.

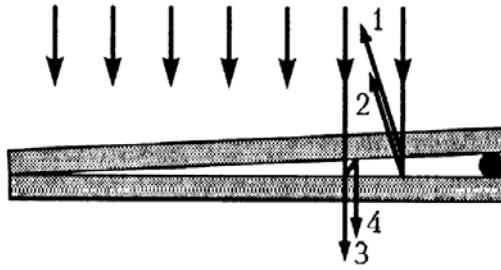
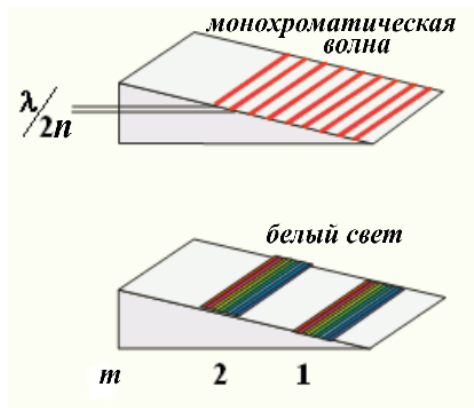


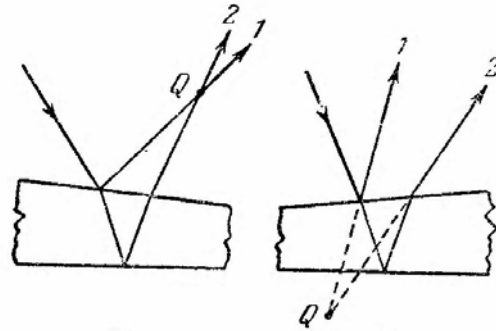
Рис. 3.20. Получение полос равной толщины в плоском воздушном клине

Очевидно, что разность хода между интерферирующими отраженными волнами (1 и 2) равна удвоенной толщине зазора $2d$. Если зазор заполнен средой с показателем преломления n (см. рис. 3.21), то разность хода равна оптической длине пути: $2dn$. При расчете положения максимумов и минимумов необходимо учитывать дополнительный сдвиг фазы на π (или разность хода, равную $\lambda_0/2$) для волны, отражающейся от более плотной среды (поверхности клина).

$$\Delta = 2nd - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (3.51)$$



(а)



(б)

Рис. 3.21 Полосы равной толщины в клине при нормальном (а) и при наклонном (б) падении света.

Найдем толщину клина, на которой реализуются максимумы интерференционной картины

$$\Delta = 2nd - \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0, 2dn = (m + \frac{1}{2})\lambda_0, d = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda_0}{2n}. \quad (3.52)$$

Перепад высоты для соседних максимумов (см. рис 3.21) определяется из условия:

$$\Delta d = d_{m+1} - d_m = (m + 1 + \frac{1}{2} - m - \frac{1}{2}) \frac{\lambda_0}{2n}. \quad (3.53)$$

При нормальном падении света полосы равной толщины локализованы на поверхности клина и расположены параллельно ребру клина (рис. 3.21а), при наклонном падении света – вблизи поверхности клина (в точке Q на рис. 3.21б) .

При наблюдении в белом свете полосы будут окрашенными, и поверхность пластинки или пленки будет представляться окрашенной. Это явление называют *цветами тонких пленок*. Его легко наблюдать на мыльных пузырях, на тонких пленках масла или бензина, плавающих на поверхности воды. Цвета побежалости, возникающие на поверхности стальных изделий при их закалке, также обусловлены интерференцией от пленки прозрачных окислов.

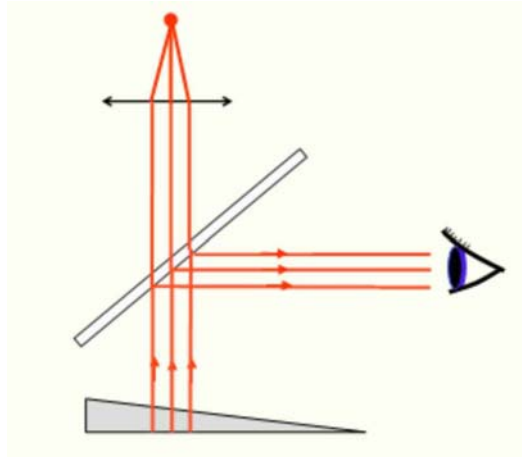


Рис. 3.22. Схема наблюдения полос равной толщины

Интерференционные картины в отраженном и проходящем свете дополняют друг друга (максимум в отраженном свете становятся минимумом в прошедшем), а сумма интенсивностей в каждой точке равна интенсивности падающей волны.

2. Полосы равного наклона

возникают при освещении плоскопараллельных тонких пленок или пластинок расходящимся пучком света. Падающий на пленку под углом α луч (рис. 3.23) после отражения от верхней и нижней поверхностей пластинки создает два параллельных луча 1 и 2, между которыми возникает оптическая разность хода. Поэтому **полосы равного наклона локализованы на бесконечности**. При освещении рассеянным светом они имеют вид колец. Наблюдение ведется либо глазом, аккомодированным на бесконечность, либо на экране, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы (рис. 3.23б).

Оптическая разность хода, возникающая между лучами 1 и 2 от источника света S до точки наложения лучей P , будет равна

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = n(AB + BC) - (AD + \lambda_0/2), \quad (3.54)$$

или

$$\Delta = 2nAB - AD - \lambda_0/2. \quad (3.55)$$

Из треугольников ABE и ADC следует, что

$$AD = AC \sin \alpha, \quad AC = 2AE = 2d \operatorname{tg} \gamma, \quad (3.56)$$

$$AD = 2d \sin \alpha \operatorname{tg} \gamma, \quad AB = d / \cos \gamma. \quad (3.57)$$

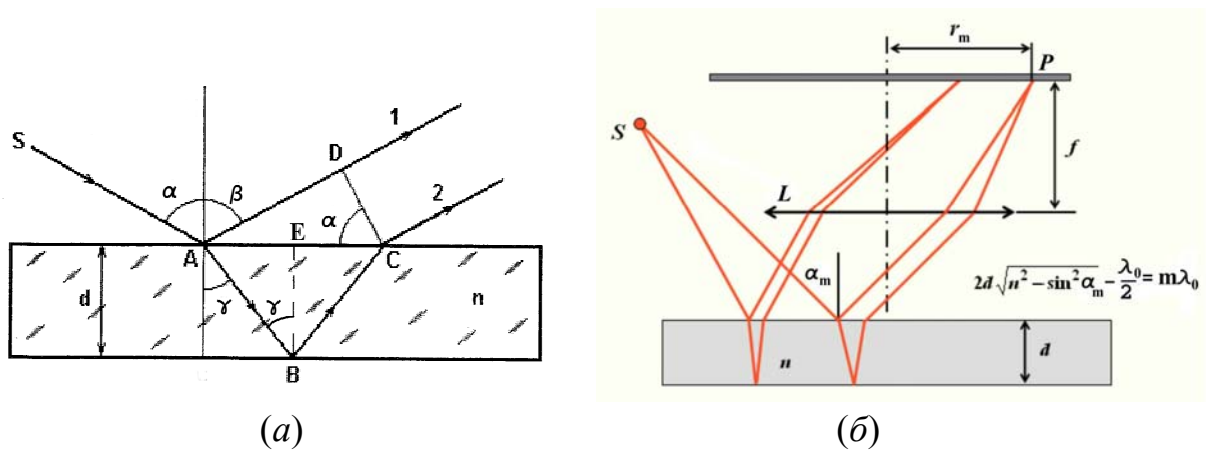


Рис. 3.23. Полосы равного наклона в тонкой пленке: оптическая разность хода (а) и схема наблюдения интерференционной картины (б)

Подставив два последних выражения в формулу (3.55), получим

$$\Delta = 2nd / \cos \gamma - 2d \sin \alpha \operatorname{tg} \gamma - \lambda_0 / 2. \quad (3.58)$$

По закону преломления $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n$, откуда

$$\sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{n}, \quad \cos \gamma = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n}, \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (3.59)$$

Подставив два последних выражения в (23), после несложных преобразований получим:

$$\Delta = 2d \cos \gamma - \lambda_0 / 2 = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \lambda_0 / 2. \quad (3.60)$$

Условие максимума интенсивности:

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \lambda / 2 = m \lambda_0, m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.61)$$

Условие минимума интенсивности:

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \lambda_0 / 2 = (2m + 1) \lambda_0 / 2, \quad 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = m \lambda_0, m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.62)$$

3.2.2. Когерентность света

Когерентностью называется согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов.

Согласованность, заключающаяся в том, что разность фаз двух колебаний остается неизменной с течением времени в данной точке пространства (вдоль луча), называется **временной когерентностью**. Временная когерентность связана с конечной длительностью цуга волн, испускаемого одним атомом и, как следствие, с некогерентностью излучения. Согласованность, заключающаяся в том, что остается постоянной разность фаз колебаний, происходящих в разных

точках «волновой поверхности» (поперек луча), называется **пространственной когерентностью**. Пространственная когерентность связана с конечными размерами источников света.

Физическая природа некогерентности излучения

При описании интерференционных явлений идеализируются свойства излучения рассматриваемого источника света.

Идеализация, с одной стороны, заключается в описании излучения в виде плоских монохроматических волн, которые распространяются с постоянной частотой бесконечно во времени и в пространстве. Синусоидальные волны всегда когерентны. В реальности излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых многими атомами. Отдельные атомы излучают цуги волн длительностью $\sim 10^{-8}$ с (это время жизни возбужденного состояния атома) и протяженностью около 3 м независимо друг от друга. Начальные фазы этих волновых цугов никак не связаны между собой. Поляризация излучения в различных цугах также меняется случайным образом. Помимо этого, для одного и того же атома начальные фазы цугов при следующих актах излучения меняются случайным образом. Таким образом, результирующее излучение реального источника света, состоящее из суперпозиции цугов отдельных атомов, немонохроматично: оно содержит набор частот (длин волн) непрерывно заполняющих некоторый интервал $\Delta\omega$ ($\Delta\lambda$). Даже излучение одного атома не является монохроматическим, а имеет естественное уширение порядка $\Delta\nu \sim 10^8$ Гц ($\Delta\lambda \sim 10^{-5}$ нм).

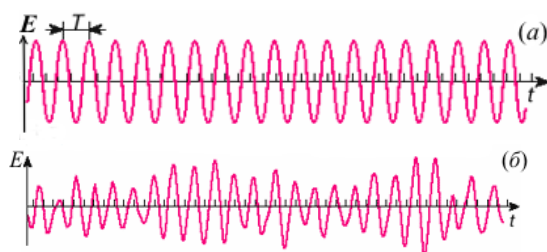


Рис. 3.24. Идеальная монохроматическая волна (а), реальная волна (б).

С другой стороны, идеализация наших представлений заключается в предположении о точечности источника излучения, в то время как реальные источники имеют конечные размеры, что также влияет на возможность образования интерференционной картины.

При решении практических задач интерференции требуется рассмотрение вопроса о временной когерентности источника, связанной с **конечной длительностью излучаемого цуга волн**, и, следовательно, с **немонохроматичностью излучения**, а также о влиянии **конечных размеров источника** на качество интерференционной картины — пространственной когерентности.

1. Временная когерентность — это согласованность вдоль луча в данной точке пространства в разные моменты времени.

Рассмотрим изменение фазы реальной волны с течением времени t . Колебания, возбуждаемые в одной точке пространства двумя световыми волнами, могут быть представлены в виде

$$E_1 = A_1(t) \cos(\omega_1(t)t + \alpha_1(t)); E_2 = A_2(t) \cos(\omega_2(t)t + \alpha_2(t)); \quad (3.63)$$

причем функции $A_{1,2}(t), \omega_{1,2}(t), \alpha_{1,2}(t)$ в общем случае изменяются независимо друг от друга. Для простоты будем считать амплитуды постоянными, а фазы можно преобразовать таким образом, чтобы все зависимости от времени содержались в членах $\alpha_{1,2}(t)$. Тогда выражение (3.63) примет вид:

$$E_1(t) = A_1 \cos(\omega_0 t + \alpha'_1(t)); E_2(t) = A_2 \cos(\omega_0 t + \alpha'_2(t)). \quad (3.64)$$

При сложении двух таких волн интенсивность колебаний в некоторой точке будет равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta(t), \quad (3.65)$$

(где разность фаз $\delta(t) = \alpha'_2(t) - \alpha'_1(t)$ претерпевает со временем изменения, и т.к. могут складываться колебания разных цугов, то $\cos \delta(t)$ имеет случайные значения).

Всякий прибор, с помощью которого можно наблюдать интерференционную картину (глаз, фотопластинка и т.п.), обладает некоторой инерционностью, т.е. он регистрирует картину, усредненную по некоторому промежутку времени Δt . Если за время Δt $\cos \delta(t)$ принимает случайным образом все значения от -1 до $+1$, то его среднее значение равно нулю. Таким образом, средняя интенсивность $I = I_1 + I_2$, и интерференция отсутствует. Если за время Δt $\cos \delta(t)$ изменяется мало и его среднее значение отлично от нуля, то $I \neq I_1 + I_2$, и в результате будет наблюдаться более или менее контрастная интерференционная картина.

Таким образом, необходимым условием существования интерференции является отличие от нуля интерференционного члена, усредненного по времени инерционности приемника излучения. Если для двух колебаний выполняется условие: $\delta(t) = \alpha'_2(t) - \alpha'_1(t) = \text{const}$, то такие колебания называют когерентными.

Очевидно, что фаза волны, образованная наложением большого числа цугов волн, не может совершать больших скачков (т.к. все цуги оборваться сразу не могут). Она будет изменяться случайным образом, но небольшими шагами. **Время $\tau_{\text{ког}}$, за которое случайное изменение фазы волны достигает значения π , называется временем когерентности.** За время $\tau_{\text{ког}}$ колебание как бы забывает свою первоначальную фазу и становится некогерентным по отношению к самому себе. Из сказанного выше об излучении естественного источника света ясно, что время когерентности световой волны, испускаемой таким источником, определяется временем жизни атома $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-8}$ с. **Время когерентности называют также продолжительностью цуга волн. За время $\tau_{\text{ког}}$ волна проходит путь $l_{\text{ког}} = c \tau_{\text{ког}}$, который представляет собой длину цуга (эту величину называют длиной ко-**

герентности). На длине цуга случайные изменения фазы достигают величины $\sim \pi$. При $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-8}$ с длина цуга составляет ~ 3 м, что соответствует обычным источникам света. Максимальные длины когерентности для лазерного излучения составляют величины порядка 10^6 м.

По своему определению длина когерентности есть расстояние, при прохождении которого волна утрачивает когерентность по отношению к самой себе. Это значит, что для получения интерференционной картины путем деления волны на две части необходимо, чтобы **оптическая разность хода была меньше длины когерентности для данного источника $\Delta < l_{\text{ког}}$** .

Время когерентности $\tau_{\text{ког}}$ — максимальное время, при котором два колебания со временем запаздывания $\tau_{\text{ког}}$: $E(t)$ и $E(t - \tau_{\text{ког}})$, когерентны (т.е. позволяют наблюдать интерференционную картину) в некоторой точке пространства.

Временная когерентность излучения непосредственно связана с его спектральным составом (степенью монохроматичности). Рассмотрим, как влияет немонохроматичность излучения на возможность наблюдения интерференционной картины. Для того, чтобы интерференционная картина была различима, излучение надо ограничить некоторым спектральным интервалом, заключенным между λ и $\lambda + \Delta\lambda$. Определим ширину этого интервала $\Delta\lambda$.

Как показывает формула (3.40), ширина полос Δx в опыте Юнга пропорциональна длине волны λ . Изобразим положения максимумов для длин волн, соответствующих крайним значениям спектрального интервала (λ , $\lambda + \Delta\lambda$): сплошными отрезками для λ и пунктирными — для $\lambda + \Delta\lambda$ (рис. 3.25).

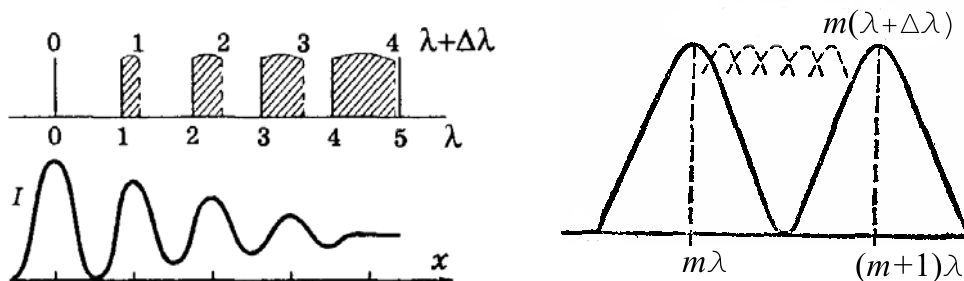


Рис. 3.25.

Максимумы же от промежуточных длин волн заполняют интервал между крайними максимумами каждого порядка интерференции. В результате промежуточные максимумы, как видно из рисунка, будут постепенно заполнять интервал между максимумами соседних порядков для λ и $\lambda + \Delta\lambda$. А это значит, что результирующие максимумы (нижняя часть рисунка) будут постепенно размываться, и полосы интерференции исчезнут. С помощью рис. 3.25 можно заключить, что полосы исчезнут там, где максимум m — того порядка для длины волны $\lambda + \Delta\lambda$ совпадет с максимумом $m+1$ порядка для длины волны λ . При этом весь провал между соседними максимумами для λ будет заполнен максимумами неразличимых длин волн нашего интервала (см. рис.3.25).

Т.к. положение максимума на экране определяется соотношением

$$x_m = m \frac{L}{d} \lambda, \quad (3.66)$$

Условие неразличимости интерференционной картины:

$$m \frac{L}{d} (\lambda + \Delta\lambda) = (m+1) \frac{L}{d} \lambda; \quad (3.67)$$

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda; m\Delta\lambda = \lambda; \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}, m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}; \quad (3.68)$$

где m – предельный порядок интерференции, начиная с которого полосы исчезают. Из полученного соотношения следует, что чем выше порядок интерференции m , который мы хотим наблюдать, тем более узкий спектральный диапазон необходим, и, наоборот. Величина $\lambda/\Delta\lambda$ характеризует степень монохроматичности света: чем она больше, тем больше и степень монохроматичности.

Таким образом, мы нашли то значение m , при котором картина интерференции исчезает, т. е. складываемые колебания становятся уже некогерентными. Разность хода, при которой исчезает интерференционная картина, т.е. максимальная разность хода для наблюдения интерференционной картины при заданной величине немонахроматичности источника света, равна

$$\Delta = m\lambda = \lambda^2/\Delta\lambda. \quad (33.68)$$

Эту величину называют длиной когерентности: $l_{\text{коз}} = \lambda^2/\Delta\lambda$. Т.о., мы связали длину когерентности со спектральным составом излучения.

Длина временной (продольной) когерентности и время когерентности связаны между собой соотношением $l_{\text{коз}} = c\tau_{\text{коз}}$. Используя соотношения $\lambda = c/\nu$ и $|\Delta\lambda| = c\Delta\nu/\nu^2$, где ν – частота, $\Delta\nu$ – интервал частот немонахроматического пучка, находим связь между временем когерентности и интервалом частот

$$\tau_{\text{ког}} \sim 1/\Delta\nu.$$

Эта связь имеет общий характер:

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{1}{\Delta\nu}, \quad (33.69)$$

т.е. время когерентности обратно пропорционально спектральной ширине источника света.

Заметим, что из-за конечности времени жизни излучение даже одного атома не является монотоническим, а имеет естественное уширение порядка $\Delta\nu \sim 10^8$ Гц ($\Delta\lambda \sim 10^{-5}$ нм).

2. Пространственная когерентность –

это когерентность света в направлении, перпендикулярном лучу (поперек луча), т.е. это когерентность разных точек волновой поверхности (поверхности равной фазы).

При описании интерференционных явлений первичный источник света, как правило, предполагался точечным. Однако все реальные источники имеют конеч-

ные размеры. Увеличение размеров источника света, приводит к ухудшению контрастности интерференционных полос и даже полному их исчезновению.

Выясняя роль конечных размеров источника, мы будем снова считать излучение монохроматическим. Протяженный излучающий источник можно рассматривать как совокупность большого числа точечных источников. Поэтому **наблюдаемая в любом месте интенсивность равна сумме интенсивностей интерференционных картин, создаваемых отдельными точечными элементами протяженного источника.**

Если размеры источника много меньше длины световой волны, то интерференционная картина будет резкой, т.к. разность хода интерферирующих лучей от любой точки источника до точки наблюдения будет практически одной и той же. Но обычно размеры источника значительно больше длины волны, поэтому одинаковые интерференционные картины от разных его элементов сдвинуты одна относительно другой. В результате наложения этих картин интерференционные полосы размываются. Поэтому их можно наблюдать лишь при выполнении определенных условий, налагаемых на геометрию эксперимента.

Рассмотрим интерференционную картину в опыте Юнга, создаваемую на экране протяженным источником S_1S_2 .

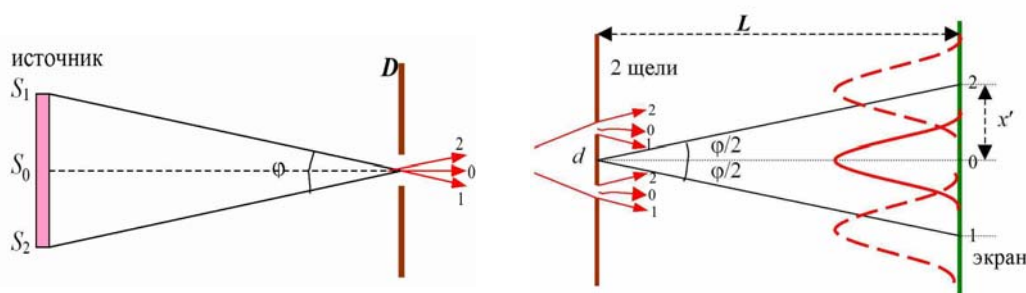


Рис. 3.25

Пусть источник света имеет размеры (см. рис. 3.25), и он виден под углом φ из точки, где происходит разделение лучей (угол φ мал). В этой точке помещена диафрагма D , ограничивающая угловые размеры источника. Однако из-за конечных размеров источника свет, выходящий из диафрагмы, имеет разброс по волновым векторам \vec{k} (т.к. лучи света, выходящие из точек источника S_1 , S и S_2 имеют различные направления распространения).

Пусть далее такой свет падает на 2 щели. Эти две щели – это две точки на поверхности фронта волны, которые являются вторичными источниками света.

Волна, вышедшая из точки S источника, создает нулевой максимум посередине экрана

$$x_{\max} = m \frac{L}{d} \lambda \quad (3.70)$$

Волна, вышедшая из точки S_2 , создаст соответствующий нулевой максимум на расстоянии x' от центра экрана. Остальные точки источника, лежащие между

S_2 и S_1 создадут свои нулевые максимумы между этими максимумами. Т.к. угол φ обычно мал и $d \ll L$, то

$$x' = \frac{L\varphi}{2} \quad (3.71)$$

Т.к. отдельные участки источника света возбуждают волны, фазы которых не связаны между собой, то интерференционная картина, возникающая на экране, будет наложением интерференционных картин, создаваемых каждым из участков в отдельности. Если смещение x' много меньше ширины интерференционной полосы, то максимумы от разных участков источника практически наложатся друг на друга и картина будет примерно такой же, как от точечного источника.

Если же $x' \approx \frac{\Delta x}{2}$, то максимумы от одного участка источника наложатся на минимумы от другого, и интерференционная картина наблюдаться не будет. Т.о, интерференционная картина будет различима, если

$$x' < \frac{\Delta x}{2}, \text{ т.е. } \frac{L\varphi}{2} < \frac{L\lambda}{2d}, \varphi < \frac{\lambda}{d} \quad (3.72)$$

Эта формула определяет угловые размеры источника, при которых наблюдается интерференция. Из нее также следует, что наибольшее расстояние между щелями, при котором можно наблюдать интерференцию от источника с угловым размером φ , составляет $d < \lambda/\varphi$. При $d > \lambda/\varphi$ интерференция отсутствует, что означает, что колебания в волне в точках, находящихся на расстояниях d друг от друга являются некогерентными.

Т.о., можно сделать вывод о том, что волны, испускаемые точками псевдоволновой поверхности, находящимися на небольшом расстоянии друг от друга ($d < \lambda/\varphi$), когерентны. Такая когерентность называется пространственной. Введем расстояние $\rho_{\text{ког}}$, такое, что при смещении на это расстояние вдоль псевдоволновой поверхности, случайное изменение фазы достигает значения $\sim \pi$. Колебания двух точек псевдоволновой поверхности, отстоящих друг от друга на расстояние, меньшее $\rho_{\text{ког}}$, будут когерентны. **Расстояние $\rho_{\text{ког}}$ при смещении на которое вдоль волновой поверхности, разность фаз колебаний изменяется на π , называется длиной пространственной когерентности, или радиусом когерентности**

$$\rho_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda}{\varphi}. \quad (3.72)$$

Заметим, что в идеальной плоской или сферической волне фаза φ одинакова во всех точках плоскости $x = \text{const}$ или сферы $r = \text{const}$. Эти плоскости и сферы мы называли волновыми поверхностями. **В реальной световой волне фаза φ при переходе от одной точки «волновой поверхности» к другой изменяется беспорядочным образом.** Мы взяли термин «волновая поверхность» в кавычки, потому что в данном случае применительно к поверхностям $x = \text{const}$ и сферам $r = \text{const}$

его можно употреблять лишь условно. При неодинаковости фаз в разных точках эти плоскости и сферы перестают быть поверхностями одинаковой фазы.

Пространственная когерентность световой волны вблизи поверхности излучающего ее нагретого тела ограничивается размером $\rho_{\text{ког}}$, всего в несколько длин волн. Это вызвано тем, что разные участки нагретого тела излучают независимо друга от друга. Излучение лазера обладает огромной пространственной когерентностью. У выходного отверстия лазера пространственная когерентность наблюдается во всем поперечном сечении светового пучка.

Так, минимально возможный радиус когерентности для солнечных лучей (при угловом размере Солнца на Земле $\varphi=10^{-2}$ рад и $\lambda=0,5$ мкм) составляет 0,05 мм. При таком малом радиусе когерентности невозможно непосредственно наблюдать интерференцию солнечных лучей, поскольку разрешающая способность человеческого глаза на расстоянии наилучшего зрения составляет лишь 0,1 мм.

Отметим, что Юнг провел первое наблюдение интерференции в 1802 г. именно **с солнечным светом**, для чего он предварительно пропускал солнечные лучи через очень малое отверстие в непрозрачном экране (при этом на несколько порядков уменьшался угловой размер источника света и тем самым резко увеличивался радиус когерентности, или длина пространственной когерентности).

3.2.3. Многолучевая интерференция

До сих пор мы рассматривали интерференцию двух волн. Однако интерференция может наблюдаться для любого числа волн. Прежде, чем рассматривать интерференцию большого числа N волн, рассмотрим распределение интенсивности излучения в интерференционной картине, полученной от двух волн.

Из опыта Юнга известно, что разность хода между двумя волнами, испущенными двумя щелями, находящимися на расстоянии d друг от друга и на расстоянии L от экрана, составляет

$$\Delta = \frac{ndx}{L}, \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (3.73)$$

где x – координата вдоль экрана, n – показатель преломления, δ – разность фаз, λ_0 – длина волны в вакууме.

Интенсивность интерференционной картины в случае волн с одинаковыми амплитудами на основании (3.36), (3.73) описывается выражением:

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi ndx}{\lambda_0}. \quad (3.74)$$

Распределение интенсивности на экране в зависимости от координаты x при двухлучевой интерференции представлено на рис. 3.26. В данном примере интенсивность в максимуме в четыре раза больше интенсивности каждой из волн, а в минимуме равна нулю.