Problemas Resueltos de Teoría de Circuitos

Luis Badesa Bernardo
Carmelo Carrero López
Ana Fernández Guillamón
Ricardo Granizo Arrabé
Oscar Perpiñán Lamigueiro

Universidad Politécnica de Madrid

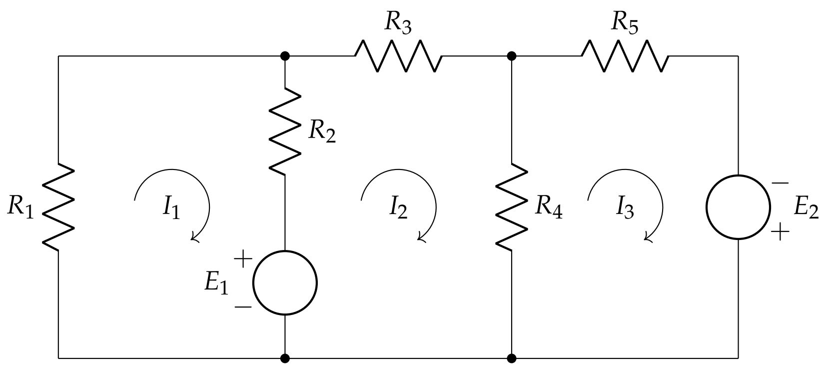
Índice general

Capítulo 1

Corriente continua

1.1. Enunciado

Calcular las corrientes de malla mostradas en el circuito de la figura.



Solución

Se plantea el sistema de ecuaciones en forma matricial:

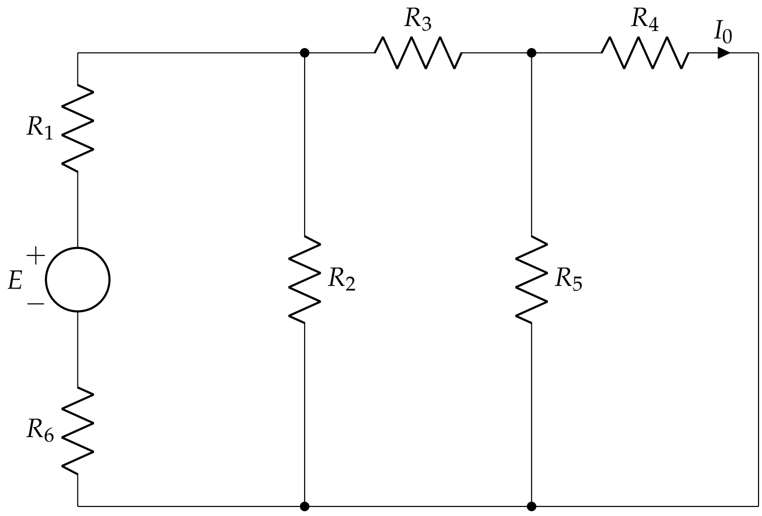
$$\begin{bmatrix} 7 & -5 & 0 \\ -5 & 19 & -4 \\ 0 & -4 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 \\ 25 \\ 50 \end{bmatrix}$$

cuya solución es:

$$I_1 = -1{,}31\,\mathrm{A}$$
$$I_2 = 3{,}17\,\mathrm{A}$$
$$I_3 = 10{,}45\,\mathrm{A}$$

1.2. Enunciado

Calcular el valor de E que hace que $I_0 = 7{,}5\,\mathrm{mA}$ en el circuito de la figura.



Solución

Se plantea el sistema de ecuaciones en forma matricial, suponiendo que las tres mallas van en sentido horario:

$$\begin{bmatrix} 27 & -7 & 0 \\ -7 & 17 & -6 \\ 0 & -6 & 12 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde además se sabe el valor de $I_0 = 7{,}5\,\mathrm{mA}$. Por tanto, de la tercera ecuación se puede obtener el valor de I_b:

$$-6\,I_b + 12\,I_0 = -6\,I_b + 12 \cdot 7{,}5 = 0 \Rightarrow 6\,I_b = 90 \Rightarrow I_b = \frac{90}{6} = 15\,\mathrm{mA}$$

Con I_b calculado, se utiliza la segunda ecuación para determinar I_a:

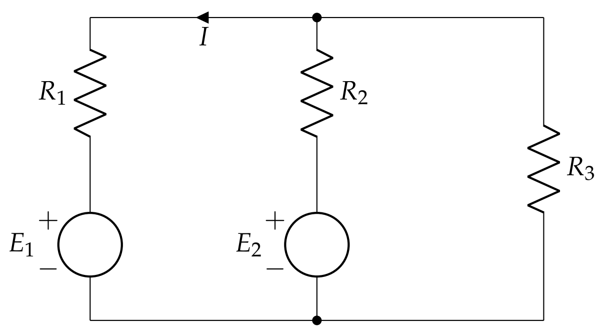
$$-7\,I_a + 17\,I_b - 6\,I_0 = -7\,I_a + 17 \cdot 15 - 6 \cdot 7{,}5 = 0 \Rightarrow 7\,I_a = 210 \Rightarrow I_a = \frac{210}{7} = 30\,\mathrm{mA}$$

Determinada I_a, se emplea la primera ecuación para obtener el valor de U_s:

$$27\,I_a - 7\,I_b = 27 \cdot 30 - 7 \cdot 15 = U_s = 705\,\mathrm{mV}$$

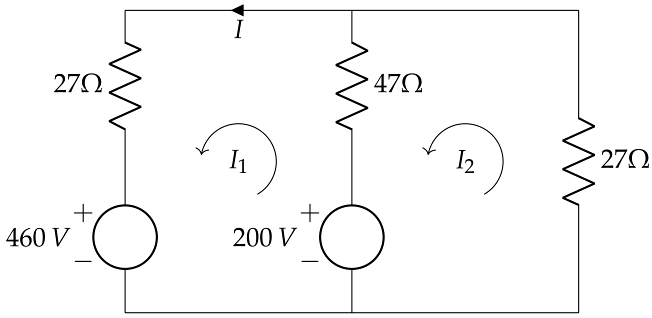
1.3. Enunciado

Calcular la intensidad I en el circuito de la figura.



Solución

Se suponen las mallas mostradas en la siguiente figura.



Se plantea el sistema de ecuaciones en forma matricial:

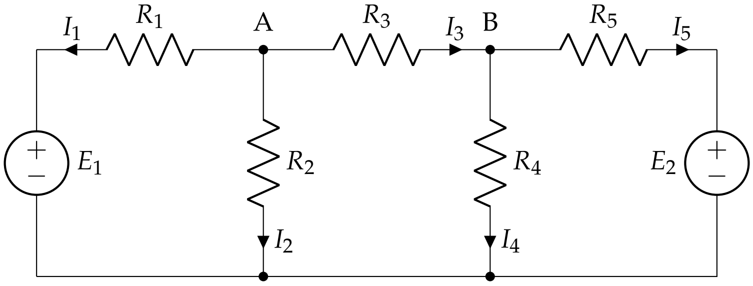
$$\begin{bmatrix} 74 & -47 \\ -47 & 74 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -260 \\ -200 \end{bmatrix}$$

cuya solución es:

$$I_1 = -8{,}77\,\mathrm{A}$$
$$I_2 = -8{,}27\,\mathrm{A}$$

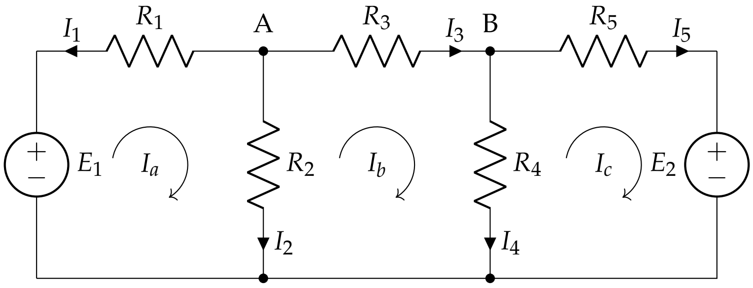
1.4. Enunciado

En el circuito de la figura obtener las intensidades de corriente señaladas primero mediante un análisis por el método de las mallas y posteriormente mediante un análisis por el método de los nudos.



Solución

Se aplica primero el método de las mallas, considerando las corrientes de malla mostradas en la siguiente figura:



Se plantea el sistema de ecuaciones en modo matricial:

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 10 & -5 \\ 0 & -5 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix}$$

cuya solución es:

$$I_a = 3{,}31\,\mathrm{A}$$
$$I_b = -0{,}06\,\mathrm{A}$$
$$I_c = -0{,}79\,\mathrm{A}$$

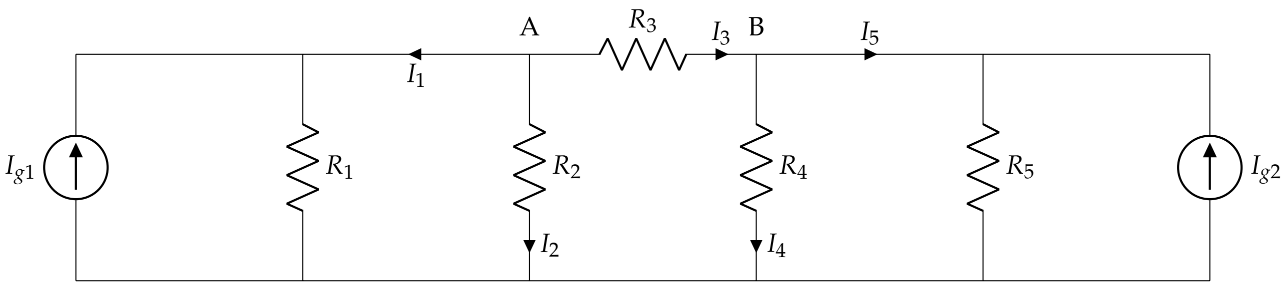
Se establecen las igualdades entre las diferentes corrientes de rama y de malla, y se calculan sus valores:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= -I_a = -3{,}31\,\mathrm{A} \\
I_2 &= I_a - I_b = 3{,}31 - (-0{,}06) = 3{,}37\,\mathrm{A} \\
I_3 &= I_b = -0{,}06\,\mathrm{A} \\
I_4 &= I_b - I_c = -0{,}06 - (-0{,}79) = 0{,}73\,\mathrm{A} \\
I_5 &= I_c = -0{,}79\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

Para poder aplicar el método de los nudos, es necesario hacer, en primer lugar, la transformación de las fuentes de tensión (y la resistencia en serie) en fuentes de corriente (con una resistencia en paralelo):

$$
\begin{aligned}
I_{g,10V} &= \frac{\epsilon_{10V}}{R_{2\Omega}} = \frac{10}{2} = 5\,\mathrm{A} \\
I_{g,6V} &= \frac{\epsilon_{6V}}{R_{3\Omega}} = \frac{6}{3} = 2\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

quedando el circuito que se muestra a continuación.



En este caso, se trabaja con las conductancias $G = \frac{1}{R}$. Se escribe el sistema de ecuaciones en modo matricial:

$$
\begin{bmatrix} 1{,}75 & -0{,}25 \\ -0{,}25 & 0{,}783 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}
$$

cuya solución es:

$$
\begin{aligned}
U_A &= 3{,}37\,\mathrm{V} \\
U_B &= 3{,}67\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

Con estos valores, se pueden determinar directamente las corrientes I_2 e I_4, por simple aplicación de la ley de Ohm:

$$
\begin{aligned}
I_2 &= \frac{U_A}{R_{1\Omega}} = \frac{3{,}37}{1} = 3{,}37\,\mathrm{A} \\
I_4 &= \frac{U_B}{R_{5\Omega}} = \frac{3{,}67}{5} = 0{,}73\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

Las corrientes que circulan por las resistencias en paralelo con las fuentes de tensión se determinan de manera análoga:

$$
\begin{aligned}
I_{2\Omega} &= \frac{U_A}{R_{2\Omega}} = \frac{3{,}37}{2} = 1{,}69\,\mathrm{A} \\
I_{3\Omega} &= \frac{U_B}{R_{3\Omega}} = \frac{3{,}67}{3} = 1{,}22\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

Por la 1LK, se determina el valor de I_1, I_3 e I_5:

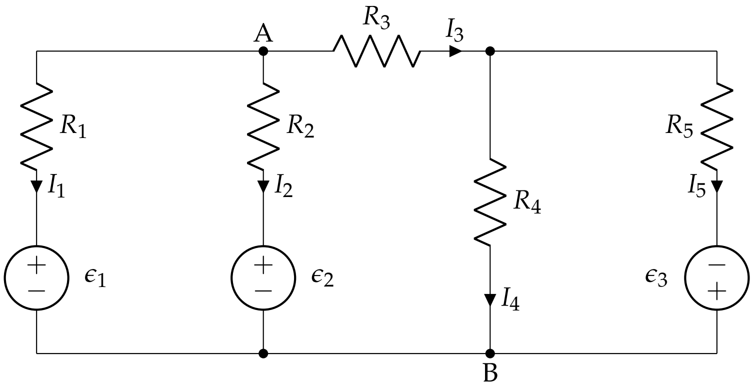
$$
\begin{aligned}
I_1 + 5 = I_{2\Omega} &\Rightarrow I_1 = I_{2\Omega} - 5 = 1{,}69 - 5 = -3{,}31\,\mathrm{A} \\
I_5 + 2 = I_{3\Omega} &\Rightarrow I_5 = I_{3\Omega} - 2 = 1{,}22 - 2 = -0{,}78\,\mathrm{A} \\
I_3 &= I_4 + I_5 = 0{,}73 + (-0{,}78) = -0{,}05\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

Se observa que los resultados obtenidos con ambos métodos son idénticos.

1.5. Enunciado

Analizar el circuito de la figura mediante el método de las mallas, obteniendo la corriente de cada una de las ramas. Con este resultado, calcular la diferencia de potencial entre A y B, y realizar un balance de potencias comparando la potencia de los elementos activos y la de los elementos pasivos.

Datos: $R_1 = R_2 = 1\,\Omega$; $R_3 = 2\,\Omega$; $R_4 = 3\,\Omega$; $R_5 = 4\,\Omega$; $\epsilon_1 = 118\,\text{V}$; $\epsilon_2 = 236\,\text{V}$; $\epsilon_3 = 118\,\text{V}$.



Solución

Se usan tres corrientes de malla con giro a derechas, de nombre (de izquierda a derecha), I_a, I_b e I_c. Escribiendo el sistema de ecuaciones del método de las mallas en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 6 & -3 \\ 0 & -3 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -118 \\ 236 \\ 118 \end{bmatrix}$$

cuya solución es:

$$I_a = -32\,\text{A}$$
$$I_b = 54\,\text{A}$$
$$I_c = 40\,\text{A}$$

Estableciendo las relaciones entre las corrientes de rama y las corrientes de malla, y sustituyendo, se llega a la conclusión de que:

$$I_1 = -I_a = 32\,\text{A}$$
$$I_2 = I_a - I_b = -32 - 54 = -86\,\text{A}$$
$$I_3 = I_b = 54\,\text{A}$$
$$I_4 = I_b - I_c = 54 - 40 = 14\,\text{A}$$
$$I_5 = I_c = 40\,\text{A}$$

Se recomienda comprobar que estos resultados cumplen la 1LK en los nudos del circuito, para asegurarse de que la resolución es correcta.

La diferencia de potencial entre A y B es:

$$U_{AB} = I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 = 54 \cdot 2 + 14 \cdot 3 = 150\,\text{V}$$

Para hacer el balance de potencias:

- **Potencia de los generadores:**
  - $P_{\epsilon 1} = \epsilon_1\, I_1 = 118 \cdot 32 = 3776\,\text{W}$
  - $P_{\epsilon 2} = \epsilon_2\, I_2 = 236 \cdot (-86) = -20\,296\,\text{W}$
  - $P_{\epsilon 3} = -\epsilon_3\, I_3 = -118 \cdot 40 = -4720\,\text{W}$

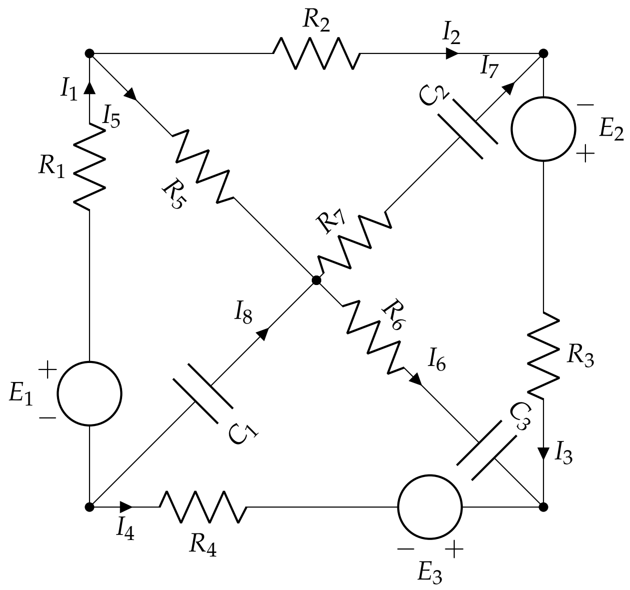
- **Potencia de las resistencias:**
  - $P_{R,1} = R_1\, I_1^2 = 1 \cdot 32^2 = 1024\,\mathrm{W}$
  - $P_{R,2} = R_2\, I_2^2 = 1 \cdot (-86)^2 = 7396\,\mathrm{W}$
  - $P_{R,3} = R_3\, I_3^2 = 2 \cdot 54^2 = 5832\,\mathrm{W}$
  - $P_{R,4} = R_4\, I_4^2 = 3 \cdot 14^2 = 588\,\mathrm{W}$
  - $P_{R,5} = R_5\, I_5^2 = 4 \cdot 40^2 = 6400\,\mathrm{W}$

donde se cumple que la suma es igual a 0.

1.6. Enunciado

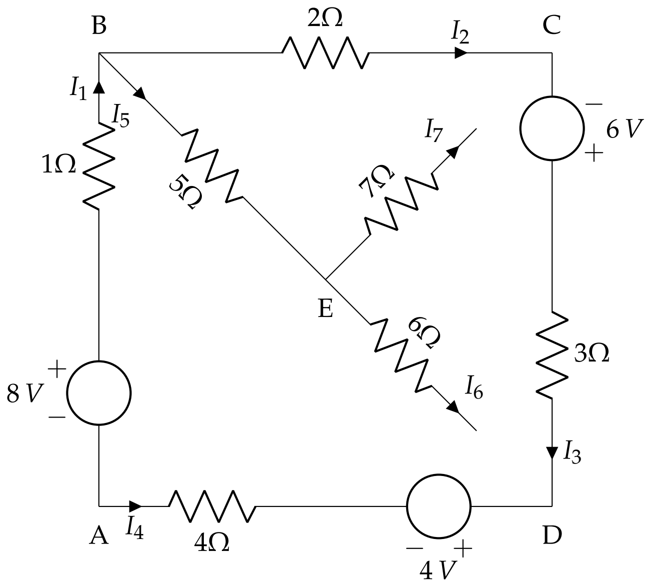
En el circuito de la figura, determinar:

- Todas las intensidades de rama señaladas
- Carga, polaridad y energía almacenada en los condensadores
- Balance de potencias



Solución

Al tratarse de un circuito alimentado por corriente continua, los condensadores se comportan como un circuito abierto, por lo que el circuito a analizar es el mostrado en la figura.



Por simple observación, obtenemos:

$$I_5 = I_6 = I_7 = 0\,\mathrm{A}$$

quedando una única malla por la que circula la misma corriente $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I$. Por la 2LK, considerando que I va en sentido horario, se obtiene que:

$$-8 + 1\,I + 2\,I - 6 + 3\,I + 4 + 4\,I = 0 \Rightarrow I = \frac{8+6-4}{1+2+3+4} = 1\,\mathrm{A} = I_1 = I_2 = I_3 = -I_4$$

Para determinar la carga de los condensadores hay que calcular las tensiones en los diferentes nudos. Considerando E como tierra:

$$U_{AE} = U_A - \cancelto{0}{U_E} = -8 + 1\,I_1 + 5\,I_5 = -8 + 1\cdot 1 + 5\cdot 0 = -7\,\mathrm{V}$$
$$U_{CE} = U_C - \cancelto{0}{U_E} = -2\,I_2 + 5\,I_5 = -2\cdot 1 + 5\cdot 0 = -2\,\mathrm{V}$$
$$U_{DE} = U_D - \cancelto{0}{U_E} = 4 - 4\,I_4 - 8 + 1\,I_1 + 5\,I_5 = 4 - 4\cdot(-1) - 8 + 1\cdot 1 + 5\cdot 0 = 1\,\mathrm{V}$$

Con estas tensiones, se determina la carga de los condensadores:

$$Q_{1\mu F} = C_{1\mu F}\,U_{AE} = 1\cdot 10^{-6}\cdot(-7) = -7\,\mu\mathrm{C}$$
$$Q_{2\mu F} = C_{2\mu F}\,U_{CE} = 2\cdot 10^{-6}\cdot(-2) = -4\,\mu\mathrm{C}$$
$$Q_{3\mu F} = C_{3\mu F}\,U_{DE} = 3\cdot 10^{-6}\cdot 1 = 3\,\mu\mathrm{C}$$

Aquellos condensadores en los que la carga es negativa, significa que tienen la polaridad contraria a la considerada. La energía es:

$$E_{1\mu F} = \frac{1}{2}\,C_{1\mu F}\cdot U_{AE}^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 10^{-6}\cdot(-7)^2 = 24{,}5\,\mu J$$
$$E_{2\mu F} = \frac{1}{2}\,C_{2\mu F}\cdot U_{CE}^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot(-2)^2 = 4\,\mu J$$
$$E_{3\mu F} = \frac{1}{2}\,C_{3\mu F}\cdot U_{DE}^2 = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 10^{-6}\cdot 1^2 = 1{,}5\,\mu J$$

Se calculan las potencias generadas y consumidas por las resistencias:

- **Potencias generadas:**
  - Generador 8 V: $P_{g,8V} = -U_{8V}\,I_1 = -8\cdot 1 = -8$ W
  - Generador 6 V: $P_{g,6V} = -U_{6V}\,I_3 = -6\cdot 1 = -6$ W

- **Potencias consumidas:**
  - Generador 4 V: $P_{g,4V} = -U_{4V}\, I_4 = -4 \cdot (-1) = 4$ W
  - Resistencia 1Ω: $P_{R,1} = R_1\, I_1^2 = 1 \cdot 1^2 = 1$ W
  - Resistencia 2Ω: $P_{R,2} = R_2\, I_2^2 = 2 \cdot 1^2 = 2$ W
  - Resistencia 3Ω: $P_{R,3} = R_3\, I_3^2 = 3 \cdot 1^2 = 3$ W
  - Resistencia 4Ω: $P_{R,4} = R_4\, I_4^2 = 4 \cdot (-1)^2 = 4$ W

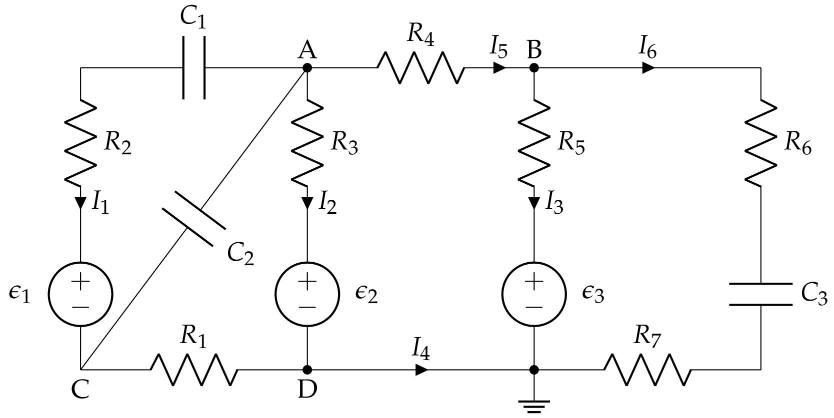
donde se cumple que la suma es 0.

1.7. Enunciado

Aplicar el método de los nudos en el circuito de la figura para determinar:

- Los potenciales de los nudos A, B, C y D.
- Las intensidades de corriente señaladas.
- Carga, polaridad y energía almacenada en los condensadores, supuestos sin carga inicial.

Datos: $R_i = \mathrm{i}\ \Omega; C_i = \mathrm{i}\ \mu F; E_1 = 6V; E_2 = 18V; E_3 = 6V$



Solución

Se sustituyen los condensadores por circuitos abiertos. En consecuencia, por las ramas correspondientes no puede circular corriente:

$$I_1 = 0A$$
$$I_6 = 0A$$

Para aplicar el método de los nudos transformamos las fuentes ϵ_2 y ϵ_3 en fuentes de corriente, de valor:

$$I_{\epsilon 2} = \frac{\epsilon_2}{R_3} = \frac{18}{3} = 6\,\mathrm{A}$$
$$I_{\epsilon 3} = \frac{\epsilon_3}{R_5} = \frac{6}{5} = 1{,}2\,\mathrm{A}$$

Se plantea el método de los nudos en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3}+\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{5}+\frac{1}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1{,}2 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema:

$$U_A = 15V$$
$$U_B = 11V$$

Además, puesto que D está conectado a tierra:

$$U_D = 0V$$

Por otra parte, la caída de tensión en la resistencia R_1 es 0 porque $I_1 = 0$, luego:

$$U_C = U_D = 0V$$

Con estos resultados se pueden obtener los valores de las corrientes de rama:

$$U_A = I_2 \cdot R_3 + \epsilon_2 \Rightarrow I_2 = \frac{15-18}{3} = -1A$$
$$U_B = I_3 \cdot R_5 + \epsilon_3 \Rightarrow I_3 = \frac{11-6}{5} = 1A$$

Además, teniendo en cuenta que $I_1 = I_6 = 0$, se obtiene:

$$I_5 = I_3 = 1A$$
$$I_4 = I_2 = -1A$$

Finalmente, se calculan las diferencias de potencial en los condensadores. Para C_1, se considera la polaridad positiva en A:

$$U_{AC} = U_{C1} + \epsilon_1 \Rightarrow U_{C1} = 15 - 6 = 9V$$

Para C_2 y C_3 el cálculo es directo, asignando la polaridad positiva en A y B, respectivamente:

$$U_{C2} = U_{AC} = 15V$$
$$U_{C3} = U_{BD} = 11V$$

En consecuencia, las cargas almacenadas en cada condensador son:

$$q_1 = C_1 \cdot U_{C1} = 9\mu C$$
$$q_2 = C_2 \cdot U_{C2} = 30\mu C$$
$$q_3 = C_3 \cdot U_{C3} = 33\mu C$$

Y las energías:

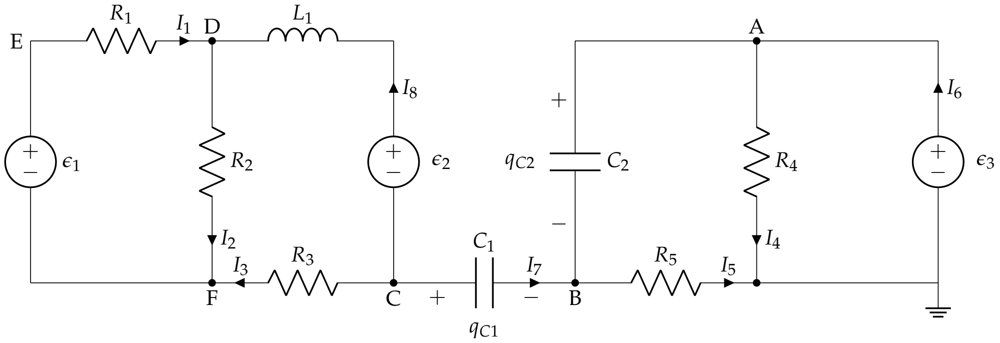
$$E_{C1} = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_{C1}^2 = 40{,}5\mu J$$
$$E_{C2} = \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot U_{C2}^2 = 225\mu J$$
$$E_{C3} = \frac{1}{2} \cdot C_3 \cdot U_{C3}^2 = 181{,}5\mu J$$

1.8. Enunciado

En el circuito de la figura, donde se sabe que la carga inicial de los condensadores era de 10 µC para C_1 y de 20 µC para C_2 con las polaridades indicadas, se pide determinar:

- Intensidades de corriente señaladas
- Potenciales en los puntos A, B, C, D, E y F

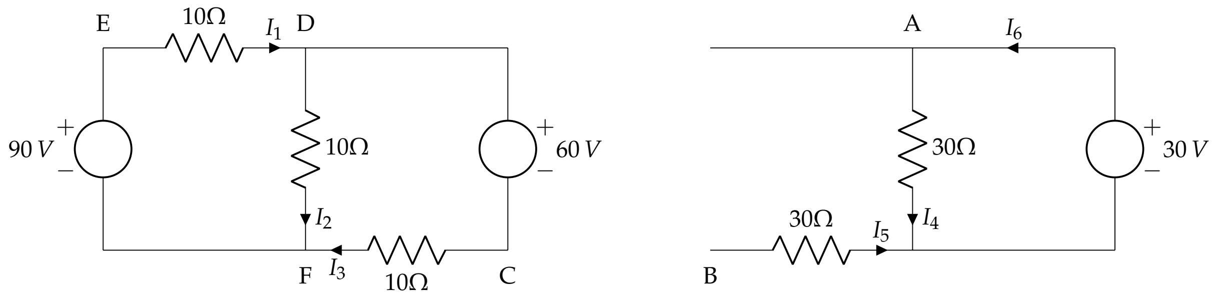
Datos: $\epsilon_A = 90\,\text{V}$; $\epsilon_B = 60\,\text{V}$; $\epsilon_C = 30\,\text{V}$; $R_1 = R_2 = R_3 = 10\,\Omega$; $R_4 = R_5 = 30\,\Omega$; $C_1 = 10\,\mu\text{F}$; $C_2 = 20\,\mu\text{F}$; $L_1 = 1\,\mu\text{H}$



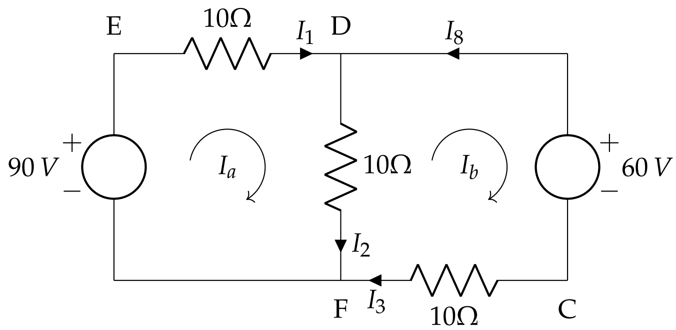
Solución

Al estar alimentado por corriente continua, los condensadores se comportan como un circuito abierto, y la bobina como un cortocircuito, quedando el circuito como el mostrado en la figura. Se puede afirmar que:

$$I_5 = 0A$$
$$I_7 = 0A$$



En el circuito de la izquierda se tienen dos mallas, considerando las corrientes mostradas en la figura.



Se plantea el sistema de ecuaciones en modo matricial:

$$\begin{bmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 90 \\ -60 \end{bmatrix}$$

cuya solución es:

$$I_a = 4\,\mathrm{A}$$
$$I_b = -1\,\mathrm{A}$$

Se establecen las igualdades entre las diferentes corrientes de rama y de malla, y se calculan sus valores:

$$I_1 = I_a = 4\,\mathrm{A}$$
$$I_2 = I_a - I_b = 4 - (-1) = 5\,\mathrm{A}$$
$$I_3 = I_b = -1\,\mathrm{A}$$
$$I_8 = -I_b = -(-1) = 1\,\mathrm{A}$$

Para el circuito de la derecha se tiene una única malla:

$$I_4 = I_6 = \frac{U_{30V}}{R_{30\Omega}} = \frac{30}{30} = 1\,\mathrm{A}$$

Los potenciales en los puntos A y B son:

$$U_A = \epsilon_C = 30V$$

$$U_B = R_5\, I_5 = 0V$$

Para calcular el potencial en el punto C se debe tener en cuenta que el condensador C_1 conserva su carga inicial porque el circuito no está cerrado en la parte superior. Por tanto,

$$U_{CB} = U_{C1} = \frac{q^0_{C1}}{C_1} = \frac{10}{10} = 1V$$

Por tanto,

$$U_C = U_{CB} + U_B = 1 + 0 = 1V$$

A partir de este resultado, se calculan el resto de potenciales:

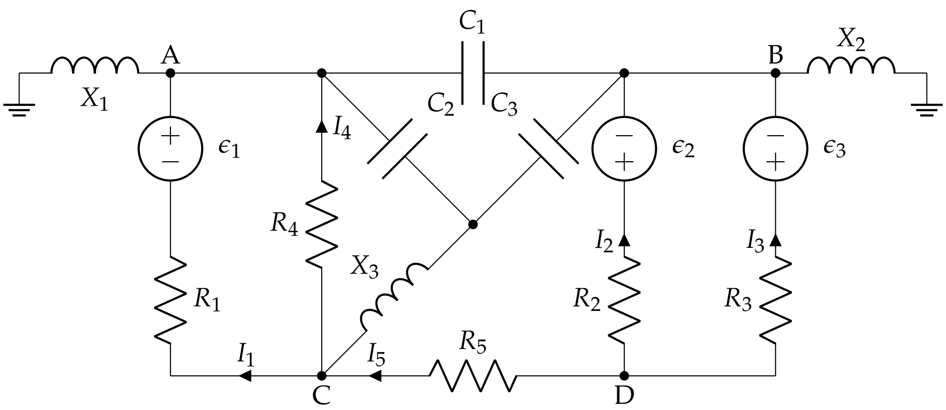
$$\begin{aligned} U_D &= U_{DC} + U_C = \epsilon_B + U_C = 60 + 1 = 61V \\ U_E &= U_{ED} + U_D = I_1\, R_1 + U_D = 4 \cdot 10 + 61 = 101V \\ U_F &= U_{FC} + U_C = -I_3\, R_3 + U_C = -(-1) \cdot 10 + 1 = 11V \end{aligned}$$

1.9. Enunciado

En el circuito de la figura, los condensadores se conectaron sin carga. Mediante el método de las mallas determina:

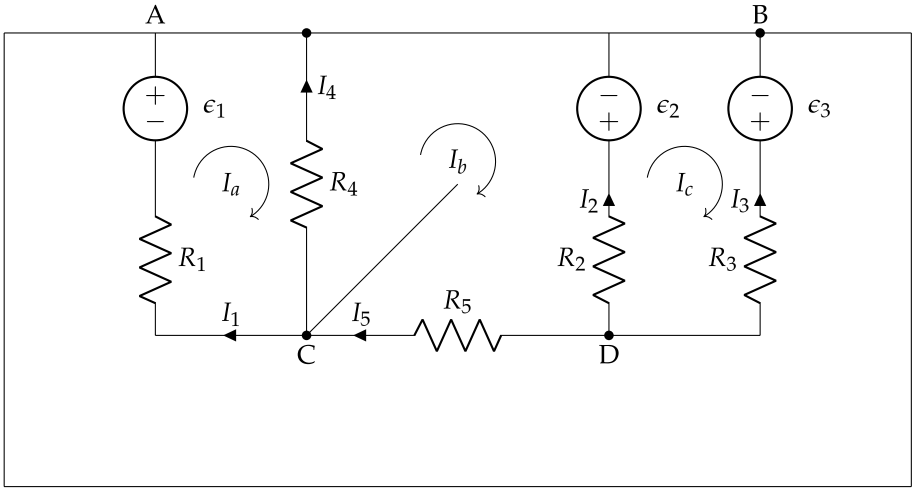
- Intensidades de corriente señaladas
- Potenciales en los puntos A, B, C y D
- Polaridades, cargas, y energías de los condensadores
- Balance de potencias

Datos: $\epsilon_1 = 118V; \epsilon_2 = 236V; \epsilon_3 = 118V; R_1 = 4\Omega; R_2 = R_3 = 1\Omega; R_4 = 3\Omega; R_5 = 2\Omega; C_1 = C_2 = C_3 = 2\mu F; X_1 = X_2 = X_3 = 1\Omega$



Solución

Se sustituyen los condensadores y las bobinas por sus equivalentes en un circuito de corriente continua (circuito abierto y cortocircuito, respectivamente). En el circuito resultante se marcan tres corrientes de malla como se muestra en el circuito de la figura.



Planteando el sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 7 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 118 \\ 236 \\ -118 \end{bmatrix}$$

La solución es:

$$\begin{aligned} I_a &= 40A \\ I_b &= 54A \\ I_c &= -32A \end{aligned}$$

Por tanto, las corrientes indicadas en el circuito son:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_a = 40A \\ I_2 &= I_c - I_b = -32 - 54 = -86A \\ I_3 &= -I_c = 32A \\ I_4 &= I_b - I_a = 54 - 40 = 14A \\ I_5 &= I_b = 54A \end{aligned}$$

Las tensiones en los puntos indicados son:

$$\begin{aligned} U_A &= U_B = 0V \\ U_C &= I_4 \cdot R_4 = 14 \cdot 3 = 42V \\ U_D &= I_5 \cdot R_5 + U_C = 54 \cdot 2 + 42 = 150V \end{aligned}$$

Por tanto, suponiendo como polaridad + los extremos de los condensadores C_1 y C_2 conectados a A, y el C_3 conectado a B, los valores de tensión son:

$$\begin{aligned} U_{C1} &= U_{AB} = 0V \\ q_1 &= C_1 \cdot U_{C1} = 0\mu F \\ E_{C1} &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_{C1}^2 = 0J \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{C2} &= U_{AC} = 0 - 42 = -42V \text{ (polaridad opuesta)} \\ q_2 &= C_2 \cdot U_{C2} = 2 \cdot 42 = 84\mu F \\ E_{C2} &= \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot U_{C2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 84 \cdot 10^{-6} \cdot 42^2 = 1{,}76mJ \end{aligned}$$

$$U_{C3} = U_{BC} = 0 - 42 = -42V \text{ (polaridad opuesta)}$$
$$q_3 = C_3 \cdot U_{C3} = 2 \cdot 42 = 84\mu F$$
$$E_{C3} = \frac{1}{2} \cdot C_3 \cdot U_{C3}^2 = \frac{1}{2} \cdot 84 \cdot 10^{-6} \cdot 42^2 = 1{,}76mJ$$

Finalmente, el balance de potencias calcula la potencia entregada por los elementos activos y la potencia consumida por los elementos pasivos.

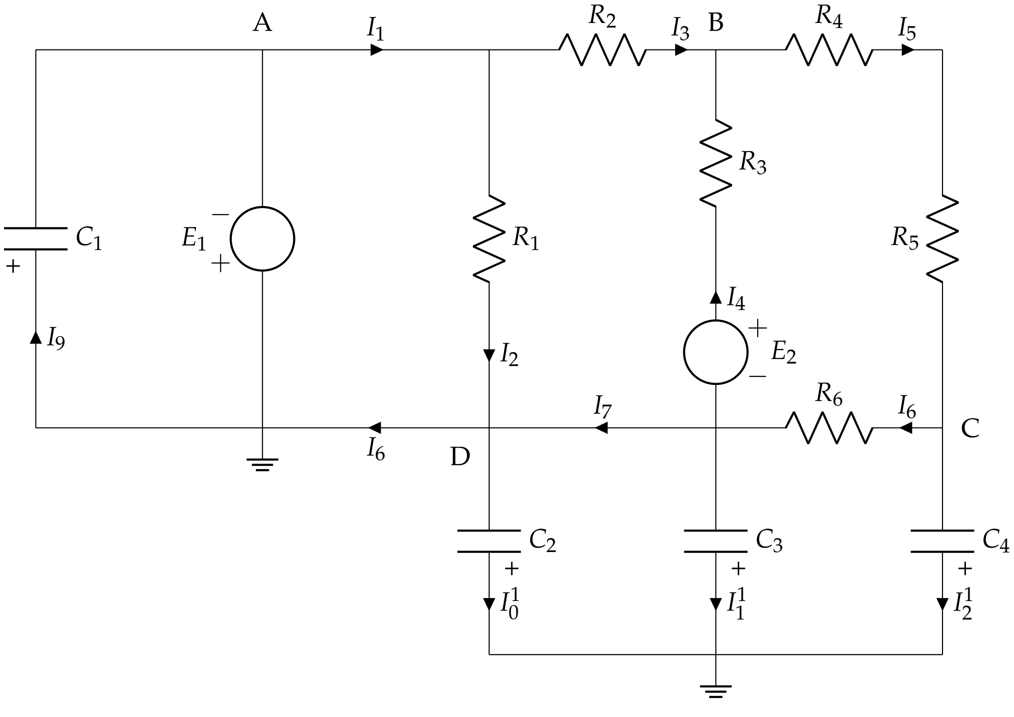
- **Potencia de los generadores:**
  - $P_{\epsilon 1} = -\epsilon_1 I_1 = -118 \cdot 40 = -4720$ W (G)
  - $P_{\epsilon 2} = \epsilon_2 I_2 = 236 \cdot (-86) = -20296$ W (G)
  - $P_{\epsilon 3} = \epsilon_3 I_3 = 118 \cdot 32 = 3776$ W (R)
- **Potencia de las resistencias:**
  - $P_{R1} = R_1 I_1^2 = 4 \cdot 40^2 = 6400$ W
  - $P_{R2} = R_2 I_2^2 = 1 \cdot (-86)^2 = 7396$ W
  - $P_{R3} = R_3 I_3^2 = 1 \cdot 32^2 = 1024$ W
  - $P_{R4} = R_4 I_4^2 = 3 \cdot 14^2 = 588$ W
  - $P_{R5} = R_5 I_5^2 = 2 \cdot 54^2 = 5832$ W

donde se cumple que la suma es 0.

1.10. Enunciado

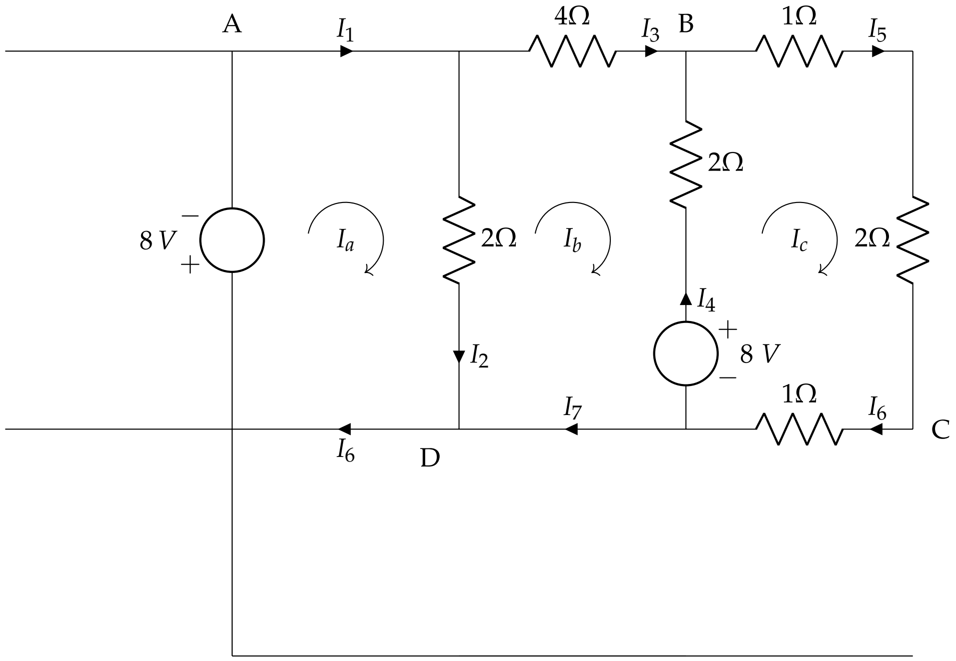
En el circuito de la figura, determinar:

- Las ecuaciones para el cálculo de las intensidades
- Todas las intensidades indicadas
- Potenciales en todos los nudos
- Carga y energía almacenada en los condensadores



Solución

Al tratarse de alimentación en CC, se sustituyen los condensadores por circuitos abiertos, quedando el circuito de la figura:



Aplicando el método de mallas, con las corrientes indicadas, se plantea el sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 8 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -8 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones completas para calcular las intensidades son:

$$\begin{aligned} 2\,I_a - 2\,I_b &= -8 \\ -2\,I_a + 8\,I_b - 2\,I_c &= -8 \\ -2\,I_b + 6\,I_c &= 8 \end{aligned}$$

cuya solución es:

$$\begin{aligned} I_a &= -6{,}5\,\mathrm{A} \\ I_b &= -2{,}5\,\mathrm{A} \\ I_c &= 0{,}5\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

Estableciendo las relaciones entre las corrientes de malla y las de rama del circuito:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_6 = I_a = -6{,}5\,\mathrm{A} \\ I_2 &= I_a - I_b = -6{,}5 - (-2{,}5) = -4\,\mathrm{A} \\ I_3 &= I_7 = I_b = -2{,}5\,\mathrm{A} \\ I_4 &= I_c - I_b = 0{,}5 - (-2{,}5) = 3\,\mathrm{A} \\ I_5 &= I_6 = I_c = 0{,}5\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

Conociendo las corrientes y teniendo el nudo de tierra como referencia, se calculan los potenciales:

$$\begin{aligned} U_A &= -U_{8V} = -8\,\mathrm{V} \\ U_B &= -U_{R2\Omega} + U_{8V} = -2 \cdot 3 + 8 = 2\,\mathrm{V} \\ U_C &= U_{R1\Omega} = 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}5\,\mathrm{V} \\ U_D &= 0\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Con los potenciales, se determina la carga de los condensadores:

$$
\begin{aligned}
Q_{1\mu F} &= C_{1\mu F}\,(-U_A) = 1 \cdot 10^{-6} \cdot (-(-8)) = 8\,\mu\text{C} \\
Q_{2\mu F} &= C_{2\mu F}\,0 = 0\,\mu\text{C} \\
Q_{3\mu F} &= C_{3\mu F}\,0 = 0\,\mu\text{C} \\
Q_{4\mu F} &= C_{4\mu F}\,(-U_C) = 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-0{,}5) = -2\,\mu\text{C}
\end{aligned}
$$

Aquellos condensadores en los que la carga es negativa, significa que tienen la polaridad contraria a la considerada. La energía es:

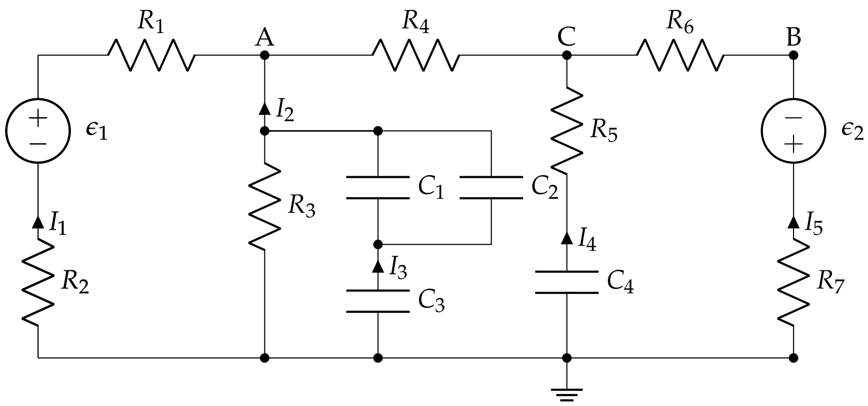
$$
\begin{aligned}
E_{1\mu F} &= \frac{1}{2} C_{1\mu F} \cdot (-U_A)^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot (-(-8))^2 = 32\,\mu\text{J} \\
E_{2\mu F} &= 0\,\text{J} \\
E_{3\mu F} &= 0\,\text{J} \\
E_{4\mu F} &= \frac{1}{2} C_{4\mu F} \cdot (-U_C)^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-0{,}5)^2 = 0{,}5\,\mu\text{J}
\end{aligned}
$$

1.11. Enunciado

En el circuito de la figura se debe determinar:

- Las corrientes señaladas.
- El balance de potencias, diferenciando entre elementos activos y elementos pasivos.
- Los potenciales en los puntos A, B y C.
- La carga y polaridad en los condensadores, supuestos sin carga inicial.

Datos: $\epsilon_1 = 1V; \epsilon_2 = 7V; R_i = 1\Omega; C_i = i\mu F$



Solución

Se sustituyen los condensadores por circuitos abiertos. En consecuencia, por las ramas correspondientes no puede circular corriente. En particular:

$$
\begin{aligned}
I_3 &= 0A \\
I_4 &= 0A
\end{aligned}
$$

Se tienen entonces dos mallas. Definiendo dos corrientes de malla con giro a derechas:

$$
\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}
$$

La solución de este sistema es:

$$I_a = 1A$$
$$I_b = 2A$$

siendo,

$$I_1 = I_a = 1A$$
$$I_2 = I_b - I_a = 1A$$
$$I_5 = -I_b = -2A$$

Se calcula ahora el balance de potencias, diferenciando entre elementos activos (generadores) y pasivos (receptores):

- **Potencia de los generadores:**
  - $P_{\epsilon 1} = -\epsilon_1 \, I_1 = -1 \cdot 1 = -1$ W (G)
  - $P_{\epsilon 2} = \epsilon_2 \, I_5 = 7 \cdot (-2) = -14$ W (G)
- **Potencia de las resistencias:**
  - $P_{R1} = R_1 \, I_1^2 = 1 \cdot 1^2 = 1$ W
  - $P_{R2} = R_2 \, I_1^2 = 1 \cdot 1^2 = 1$ W
  - $P_{R3} = R_3 \, I_2^2 = 1 \cdot 1^2 = 1$ W
  - $P_{R4} = R_4 \, (I_1 + I_2)^2 = 1 \cdot (1+1)^2 = 4$ W
  - $P_{R5} = R_5 \, I_4^2 = 1 \cdot 0^2 = 0$ W
  - $P_{R6} = R_6 \, I_5^2 = 1 \cdot (-2)^2 = 4$ W
  - $P_{R7} = R_7 \, I_5^2 = 1 \cdot (-2)^2 = 4$ W

cumpliéndose que $\sum P = 0$. Los potenciales en los puntos indicados son:

$$U_A = -I_2 \cdot R_3 = -1 \cdot 1 = -1\,\text{V}$$
$$U_B = -\epsilon_2 - I_5 \cdot R_7 = -7 - (-2) \cdot 1 = -5\,\text{V}$$
$$U_C = U_{CB} + U_B = -I_5 \cdot R_6 + U_B = -(-2) \cdot 1 + (-5) = -3\,\text{V}$$

La carga almacenada en el condensador C_4 se calcula con la ecuación:

$$q_4 = C_4 \cdot U_{C4} = C_4 \cdot (-U_C) = 12\,\mu\text{C}$$

donde se ha asignado la polaridad positiva en la conexión a tierra.

Los condensadores C_1, C_2 y C_3 forman parte de una asociación. Los condensadores C_1 y C_2 están asociados en paralelo:

$$C_{12} = C_1 || C_2 = C_1 + C_2 = 1 + 2 = 3\mu F$$

A su vez, están conectados en serie con el condensador C_3:

$$C_{eq} = \frac{C_{12} \cdot C_3}{C_{12} + C_3} = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3} = 1{,}5\mu F$$

Este condensador equivalente está conectado entre A y tierra, y asignando la polaridad positiva a la conexión a tierra:

$$U_{CT} = -U_A = 1V \Rightarrow q_T = C_T \cdot U_{CT} = 1{,}5 \cdot 1 = 1{,}5\mu F$$

Al tratarse de una conexión serie, esta carga es la misma que tienen el condensador C_3 y el condensador equivalente C_{12}.

$$q_3 = 1{,}5\mu C$$
$$q_{12} = 1{,}5\mu C$$

Con estas cargas se puede calcular las diferencias de potencial en estos condensadores:

$$U_{C3} = \frac{q_3}{C_3} = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5V$$
$$U_{C12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5V$$

Por tanto:

$$q_1 = C_1 \cdot U_{C12} = 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}5\mu C$$
$$q_2 = C_2 \cdot U_{C12} = 2 \cdot 0{,}5 = 1\mu C$$

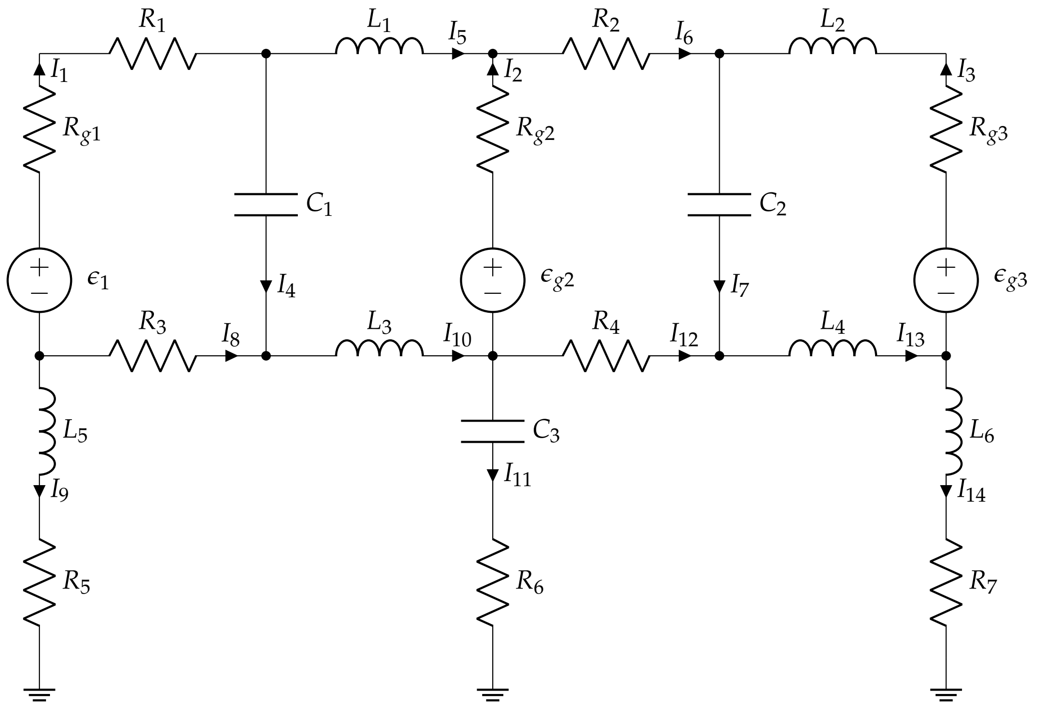
donde se comprueba que $q_1 + q_2 = q_{12}$.

1.12. Enunciado

El circuito de la figura está funcionando en régimen estacionario. Los condensadores estaban inicialmente descargados. Resuelve el circuito mediante el método que consideres conveniente para obtener los siguientes resultados:

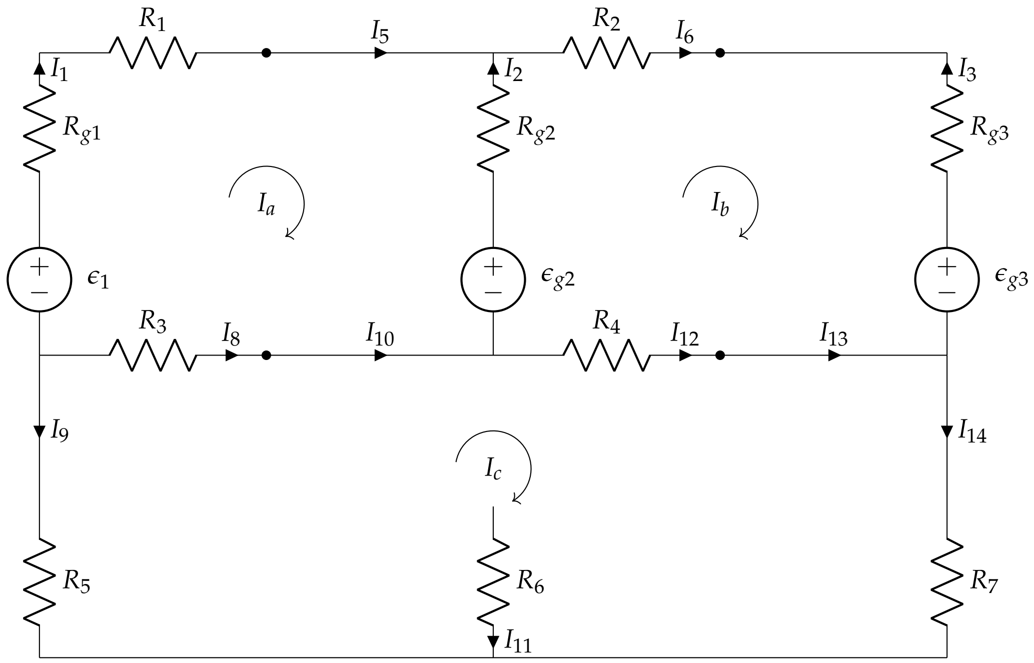
- Las intensidades señaladas.
- Polaridad y energía almacenada en los condensadores.
- Balance de potencias.

Datos: $\epsilon_1 = 40V; \epsilon_2 = 22V; \epsilon_3 = 20V; C_1 = C_2 = C_3 = 2\mu F; R_{g1} = R_{g2} = R_{g3} = 4\Omega; R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2\Omega; R_5 = R_6 = R_7 = 1\Omega$



Solución

Los condensadores se sustituyen por circuitos abiertos (inicialmente están descargados) y las bobinas por cortocircuitos. De esta forma, el circuito original queda reducido a tres mallas, como se muestra en la siguiente figura:



Se resuelve mediante el método de mallas, cuyo sistema de ecuaciones en forma matricial es:

$$\begin{bmatrix} 12 & -4 & -2 \\ -4 & 12 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

cuya solución es:

$$I_a = 2\,A$$
$$I_b = 1\,A$$
$$I_c = 1\,A$$

Relacionando estas corrientes de malla con las corrientes de rama señaladas en el circuito original (teniendo en cuenta que las corrientes que circulan por ramas con condensadores son nulas):

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_a = 2\,A \\
I_2 &= -I_a + I_b = -1\,A \\
I_3 &= -I_b = -1\,A \\
I_4 &= 0\,A \\
I_5 &= I_a = 2\,A \\
I_6 &= I_b = 1\,A \\
I_7 &= 0\,A \\
I_8 &= -I_a + I_c = -1\,A \\
I_9 &= -I_c = -1\,A \\
I_{10} &= -I_a + I_c = -1\,A \\
I_{11} &= 0\,A \\
I_{12} &= -I_b + I_c = 0\,A \\
I_{13} &= -I_b + I_c = 0\,A \\
I_{14} &= I_c = 1\,A
\end{aligned}$$

El condensador C_1 está conectado directamente a la rama compuesta por la fuente E_2 y su resistencia E_{g2} (debido a que la bobina se comporta como un cortocircuito). Por tanto, suponiendo que la polaridad positiva de este condensador corresponde a su borne superior, la tensión de este condensador es:

$$U_{C1} = E_2 - I_2 \cdot R_{g2} = 22 - (-1) \cdot 4 = 26\,V$$

siendo correcta la polaridad asignada por el signo positivo de este resultado. La energía almacenada por el condensador es:

$$E_{C1} = 1/2 \cdot V_{c1}^2 \cdot C_1 = 0{,}676\, mJ$$

El condensador C_2 está conectado directamente a la rama compuesta por la fuente E_3 y su resistencia E_{g3} (debido a que la bobina se comporta como un cortocircuito). Por tanto, suponiendo que la polaridad positiva de este condensador corresponde a su borne superior, la tensión de este condensador es:

$$U_{C2} = E_3 - I_3 \cdot R_{g3} = 20 - (-1) \cdot 4 = 24\, V$$

siendo correcta la polaridad asignada por el signo positivo de este resultado. La energía almacenada por el condensador es:

$$E_{C2} = 1/2 \cdot U_{C2}^2 \cdot C_2 = 0{,}576\, mJ$$

El condensador C_3 está en paralelo con la resistencia R_4 y la resistencia R_7 (debido a que las bobinas se comportan como un cortocircuito y a que por la resistencia R_6 no circula corriente). Por tanto, suponiendo que la polaridad positiva de este condensador corresponde a su borne superior, la tensión de este condensador es:

$$U_{C3} = I_{12} \cdot R_4 + I_{14} \cdot R_7 = 0 + 1 \cdot 1 = 1\, V$$

siendo correcta la polaridad asignada por el signo positivo de este resultado. La energía almacenada por el condensador es:

$$E_{C3} = 1/2 \cdot U_{C3}^2 \cdot C_3 = 1\, \mu J$$

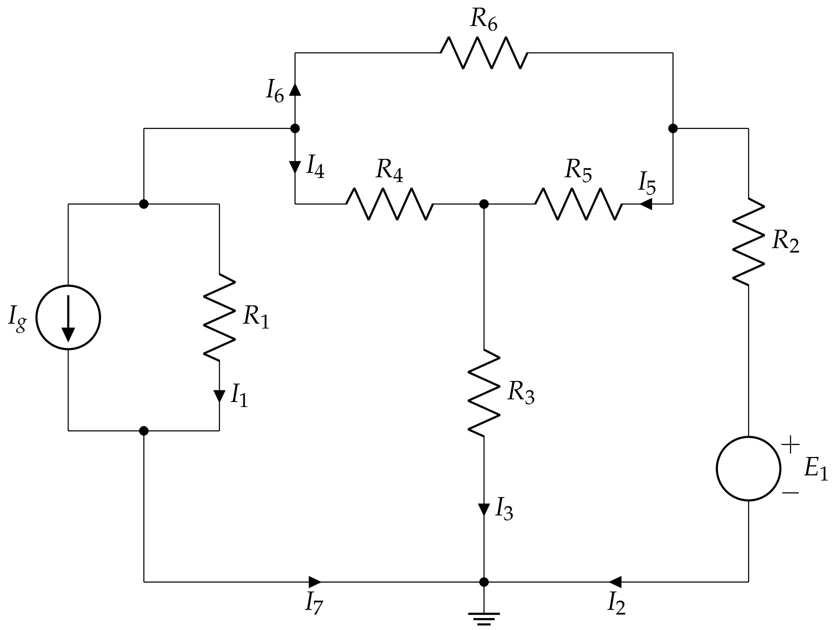
Se calcula ahora el balance de potencias, diferenciando entre elementos activos (generadores) y pasivos (receptores):

- **Potencia de los generadores:**
  - $P_{\epsilon 1} = -\epsilon_1\, I_1 = -40 \cdot 2 = -80$ W (G)
  - $P_{\epsilon 2} = -\epsilon_2\, I_2 = -22 \cdot (-1) = 22$ W (R)
  - $P_{\epsilon 3} = -\epsilon_3\, I_3 = -20 \cdot (-1) = 20$ W (R)
- **Potencia de las resistencias:**
  - $P_{Rg1} = R_{g1}\, I_1^2 = 4 \cdot 2^2 = 16$ W
  - $P_{Rg2} = R_{g2}\, I_2^2 = 4 \cdot (-1)^2 = 4$ W
  - $P_{Rg3} = R_{g3}\, I_3^2 = 4 \cdot (-1)^2 = 4$ W
  - $P_{R1} = R_1\, I_1^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$ W
  - $P_{R2} = R_2\, I_6^2 = 2 \cdot 1^2 = 2$ W
  - $P_{R3} = R_3\, I_8^2 = 2 \cdot (-1)^2 = 2$ W
  - $P_{R4} = R_4\, I_{12}^2 = 2 \cdot 0^2 = 0$ W
  - $P_{R5} = R_5\, I_9^2 = 1 \cdot (-1)^2 = 1$ W
  - $P_{R6} = R_6\, I_{11}^2 = 1 \cdot 0^2 = 0$ W
  - $P_{R7} = R_7\, I_{14}^2 = 1 \cdot 1^2 = 1$ W

cumpliéndose que $\sum P = 0$.

1.13. Enunciado

En el circuito de la figura, obtener las intensidades de corriente señaladas mediante un análisis por el método de las mallas y mediante un análisis por el método de los nudos.

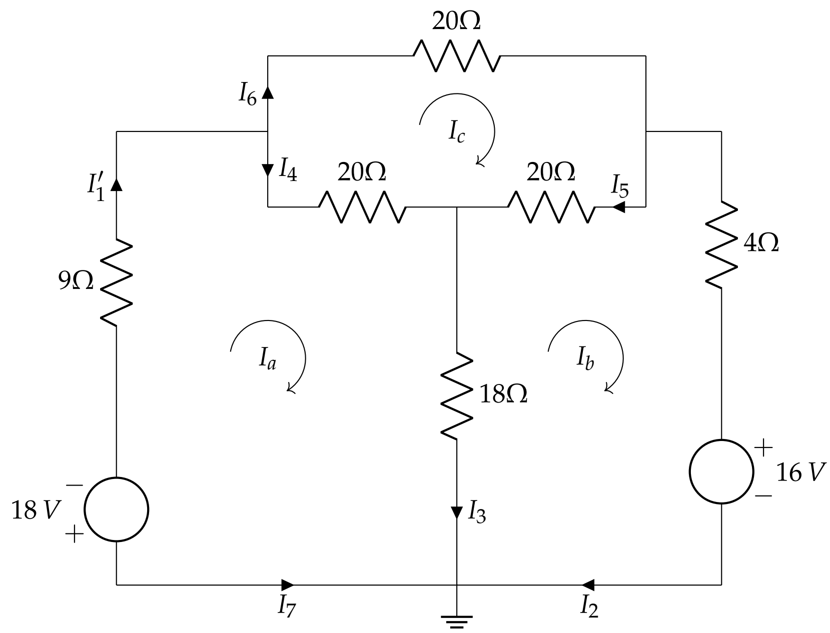


Solución

Resolución mediante mallas
Se hace la transformación de la fuente de corriente en una fuente de tensión:

$$\epsilon_{I_g} = I_g \cdot R_9 = 2 \cdot 9 = 18\,V$$

Así, el circuito está formado por 3 mallas como se muestra en la figura:



Se plantea el sistema en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 47 & -18 & -20 \\ -18 & 42 & -20 \\ -20 & -20 & 60 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 \\ -16 \\ 0 \end{bmatrix}$$

cuya solución es:

$$I_a = -1{,}26\,\mathrm{A}$$
$$I_b = -1{,}33\,\mathrm{A}$$
$$I_c = -0{,}87\,\mathrm{A}$$

Estableciendo las relaciones con las corrientes de rama indicadas:

$$\begin{aligned}
I_1' &= I_a = -1{,}26\,\mathrm{A} \\
I_2 &= I_b = -1{,}33\,\mathrm{A} \\
I_3 &= I_a - I_b = -1{,}26 - (-1{,}33) = 0{,}07\,\mathrm{A} \\
I_4 &= I_a - I_c = -1{,}26 - (-0{,}87) = -0{,}39\,\mathrm{A} \\
I_5 &= I_c - I_b = -0{,}87 - (-1{,}33) = 0{,}46\,\mathrm{A} \\
I_6 &= I_c = -0{,}87\,\mathrm{A} \\
I_7 &= -I_a = 1{,}26\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

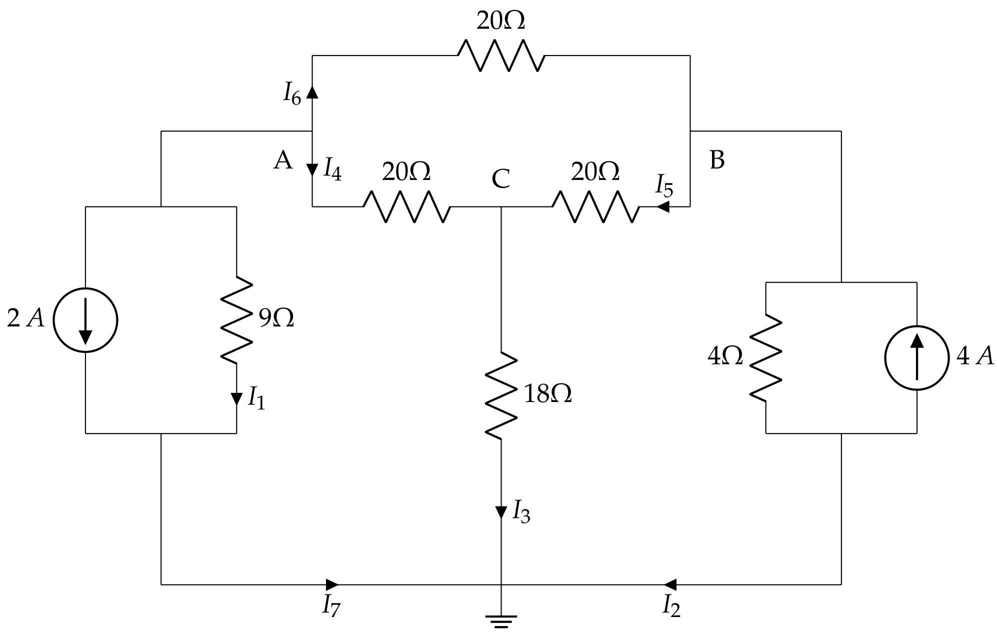
La corriente I_1 del circuito original se obtiene aplicando el 1LK:

$$I_g + I_1 = I_7 \Rightarrow I_1 = I_7 - I_g = 1{,}26 - 2 = -0{,}74\,\mathrm{A}$$

Resolución mediante nudos
Se transforma la fuente de tensión en una de corriente:

$$I_{\epsilon,g} = \frac{\epsilon_g}{R_4} = \frac{16}{4} = 4\,\mathrm{A}$$

quedando el circuito que se muestra en la figura:



Con los nudos indicados, se aplica el método de nudos en su forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{19}{90} & -\frac{1}{20} & -\frac{1}{20} \\ -\frac{1}{20} & \frac{7}{20} & -\frac{1}{20} \\ -\frac{1}{20} & -\frac{1}{20} & \frac{7}{45} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

cuya solución es:

$$U_A = -6{,}64\,V$$
$$U_B = 10{,}66\,V$$
$$U_C = 1{,}29\,V$$

A partir de 1LK, 2LK y ley de Ohm, se obtienen las corrientes indicadas:

$$I_1 = \frac{U_A}{R_9} = \frac{-6{,}64}{9} = -0{,}74\,\mathrm{A}$$

$$I_2 = I_{R_4} - I_{\epsilon,g} = \frac{U_B}{R_4} - 4 = \frac{10{,}66}{4} - 4 = -1{,}34\,\mathrm{A}$$

$$I_3 = \frac{U_C}{R_{18}} = \frac{1{,}29}{18} = 0{,}07\,\mathrm{A}$$

$$I_4 = \frac{U_{AC}}{R_{20}} = \frac{U_A - U_C}{R_{20}} = \frac{-6{,}64 - 1{,}29}{20} = -0{,}39\,\mathrm{A}$$

$$I_5 = \frac{U_{BC}}{R_{20}} = \frac{U_B - U_C}{R_{20}} = \frac{10{,}66 - 1{,}29}{20} = 0{,}47\,\mathrm{A}$$

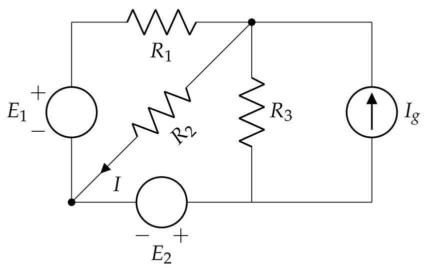
$$I_6 = \frac{U_{AB}}{R_{20}} = \frac{U_A - U_B}{R_{20}} = \frac{-6{,}64 - 10{,}66}{20} = -0{,}87\,\mathrm{A}$$

$$I_7 = I_g + I_1$$

Se observa que los valores obtenidos son idénticos con ambos métodos.

1.14. Enunciado

Calcular la intensidad que circula por la resistencia de 30 Ω del circuito de la figura aplicando el principio de superposición.



Solución

El circuito es equivalente a la suma de tres circuitos en los que únicamente aparece un generador, anulándose el resto (cortocircuitando la fuente de tensión y dejando en circuito abierto la fuente de corriente). Se analiza cada circuito por separado.

Actúa solo la fuente de tensión de 32 V

Las resistencia equivalente del paralelo es:

$$R_{paralelo} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\Omega$$

siendo la corriente total del circuito, por ley de Ohm:

$$I = \frac{32}{20 + 12} = 1\,\mathrm{A}$$

Con el concepto de divisor de corriente, la corriente I' (la que circula por la resistencia de 30 Ω en este caso) es:

$$I' = I \cdot \frac{R_{paralelo}}{R} = 1 \cdot \frac{12}{30} = 0{,}4\,\text{A}$$

Actúa solo la fuente de tensión de 64 V
Las resistencia equivalente del paralelo es:

$$R_{paralelo} = \frac{20 \cdot 30}{20+30} = 12\Omega$$

siendo la corriente total del circuito, por ley de Ohm:

$$I = \frac{64}{20+12} = 2\,\text{A}$$

Con el concepto de divisor de corriente, la corriente I'' (la que circula por la resistencia de 30 Ω en este caso) es:

$$I'' = I \cdot \frac{R_{paralelo}}{R} = 2 \cdot \frac{12}{30} = 0{,}8\,\text{A}$$

Actúa solo la fuente de corriente de 4 A
Las resistencia equivalente del circuito es (las tres están en paralelo):

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}} = 7{,}5\Omega$$

Dado que la corriente total del circuito son 4 A, con el concepto de divisor de corriente, la corriente I''' (la que circula por la resistencia de 30 Ω en este caso) es:

$$I''' = I \cdot \frac{R_{eq}}{R} = 4 \cdot \frac{7{,}5}{30} = 1\,\text{A}$$

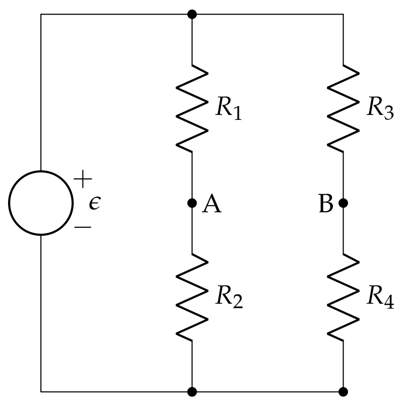
Por tanto, la corriente total que circula por la resistencia de 30Ω es:

$$I = I' + I'' + I''' = 0{,}4 + 0{,}8 + 1 = 2{,}2\,\text{A}$$

1.15. Enunciado

Obtener el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B. A partir de este generador, calcula la resistencia a colocar en AB para obtener la máxima potencia, calculando esta potencia y la potencia entregada por el generador ϵ.

Datos: $\epsilon = 54\,\text{V}$; $R_1 = R_4 = 8\,\Omega$; $R_2 = R_3 = 10\,\Omega$



Solución

Para obtener la tensión U_{AB} aplicamos divisor de tensión en ambas ramas:

$$U_A = \epsilon \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$
$$U_B = \epsilon \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$
$$U_{AB} = \epsilon \cdot (\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}) = 6\,\mathrm{V} = \epsilon_{th}$$

Para calcular la resistencia equivalente apagamos la fuente de tensión. En el circuito resultante obtenemos:

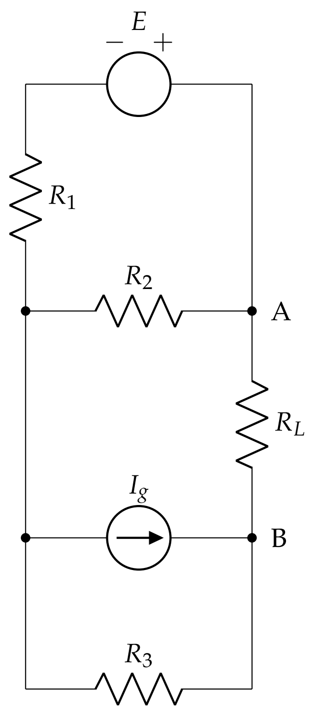
$$R_{th} = (R_1||R_2) + (R_3||R_4) = 80/9\Omega$$

Para obtener la máxima potencia hay que conectar una resistencia $R_L = R_{th}$. Con esta resistencia el balance de potencias es:

$$P_L = \frac{\epsilon_{th}^2}{4R_{th}} = 1{,}0125\,\mathrm{W}$$
$$P_\epsilon = 2 \cdot P_L = 2{,}025\,\mathrm{W}$$

1.16. Enunciado

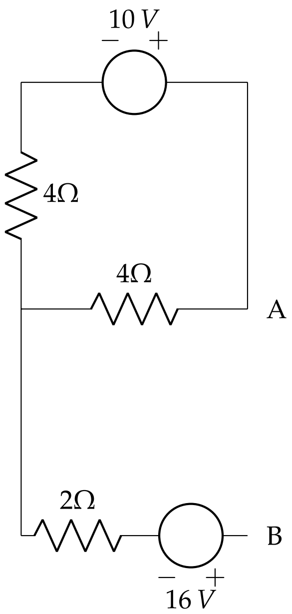
Determinar el equivalente Thévenin del circuito de la figura entre los nudos $A - B$. ¿Qué resistencia habría que conectar en dichos terminales para transferir la máxima potencia? ¿Cuál sería dicha potencia?



Solución

Se transforma la fuente de corriente en paralelo con la resistencia de 2Ω en una fuente de tensión en serie con dicha resistencia, como en la Figura **??**:

$$U_{I_g} = I_g \cdot R_2 = 8 \cdot 2 = 16\,V$$



Cálculo de ϵ_{th}

Hay que determinar la tensión U_{AB}. Considerando el nudo de la izquierda como masa, y dado que por la resistencia de 2Ω no circula corriente (circuito abierto entre $A - B$), la tensión en B es:

$$U_B = 16\,V$$

Aplicando la ley de Ohm a la malla superior:

$$I = \frac{10}{4+4} = 1{,}25\,\mathrm{A}$$

por lo que la tensión en el punto A:

$$U_A = 4 \cdot 1{,}25 = 5\,V$$

Así, la tensión $U_{AB} = \epsilon_{th}$:

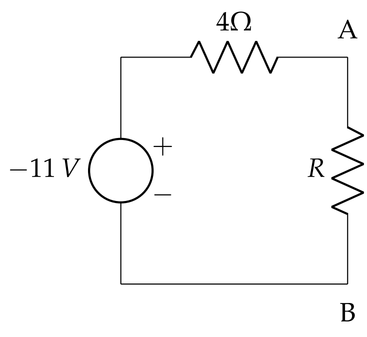
$$U_{AB} = U_A - U_B = \epsilon_{th} = 5 - 16 = -11\,V$$

Cálculo de R_{th}

Al no haber fuentes dependientes, se puede obtener esta resistencia como la R_{eq} vista desde los terminales $A - B$, anulando las fuentes:

$$R_{eq} = R_{th} = 2 + \frac{4 \cdot 4}{4+4} = 4\Omega$$

Equivalente Thévenin El equivalente de Thévenin queda como se muestra a continuación:



Aplicando el T. Máx. Trans. Potencia, la resistencia a conectar es:

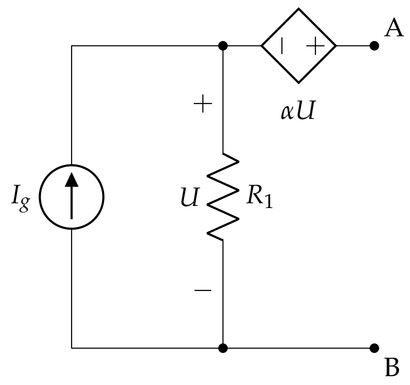
$$R_L = R_{th} = 4\Omega$$

siendo la máxima potencia transferida:

$$P_{max} = \frac{\epsilon_{th}^2}{4\,R_{th}} = \frac{(-11)^2}{4 \cdot 4} = 7{,}56\,W$$

1.17. Enunciado

Obtener el generador equivalente de Thévenin del circuito de la Figura **??** respecto de A y B.
Datos: $I_g = 10\,\mathrm{A}; R_1 = 1\Omega;\ \alpha = 5$



Solución

Por una parte:

$$U_{AB} = \alpha U + U = (1+\alpha)U = (1+5)U = 6\,U$$

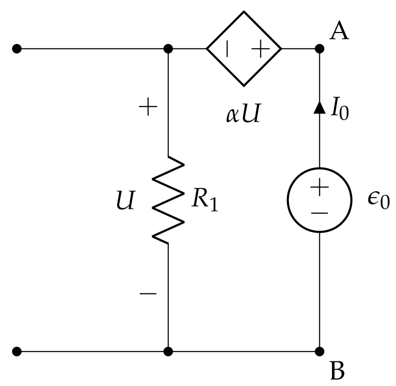
Además:

$$U = I_g \cdot R_1 = 10 \cdot 1 = 10\,V$$

Por tanto, el generador de Thévenin tiene una fem de:

$$U_{AB} = 6\,U = 6 \cdot 10 = 60V = \epsilon_{th}$$

Para calcular la impedancia, se apaga la fuente independiente. Como la fuente dependiente permanece, es necesario aplicar un generador de prueba a la salida:



$$\epsilon_0 = \alpha U + U = U(1+\alpha) = 6\,U$$
$$U = I_0\,R_1 = I_0 \cdot 1 = I_0$$

Por tanto,

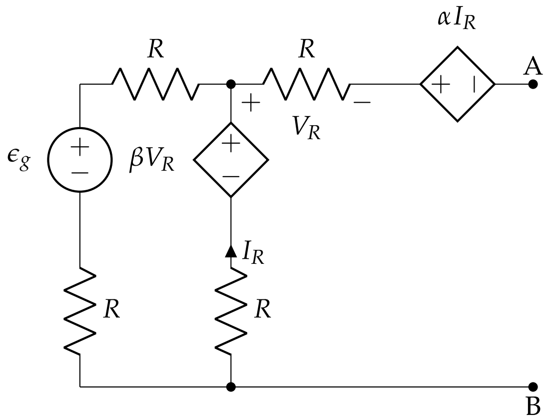
$$R_{th} = \frac{\epsilon_0}{I_0} = \frac{6\,U}{U} = 6\Omega$$

1.18. Enunciado

En el circuito de la figura, calcular:

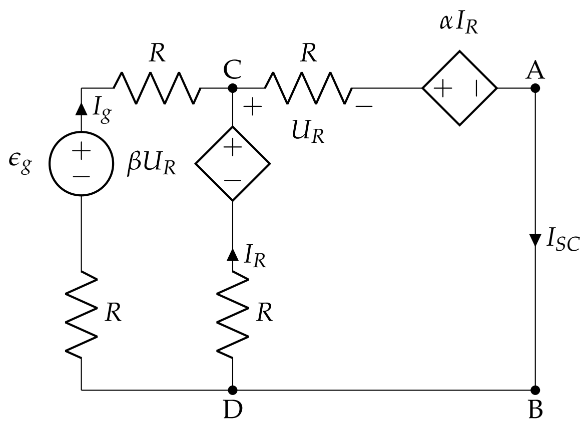
- La corriente del generador equivalente de Norton respecto de A y B, I_N.
- La resistencia del generador equivalente de Norton respecto de A y B, R_N.
- La resistencia de carga que se debe conectar entre A y B para conseguir la máxima potencia disponible, y el valor de esta potencia.

Datos: $R = 1\Omega;\ \epsilon_g = 10V;\ \alpha = \beta = 1$



Solución

Para calcular el equivalente de Norton, se cortocircuita la salida del circuito:



Aplicando el método de mallas, ambas en sentido horario:

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 - 1\,U_R \\ 1\,U_R - 1\,I_R \end{bmatrix}$$

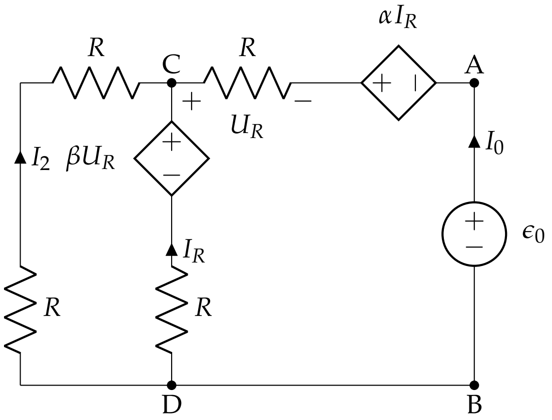
donde además se sabe que:

$$I_R = I_b - I_a$$
$$U_R = 1\,I_b$$

Combinando las ecuaciones, se obtiene que:

$$I_a = I_b = I_{sc} = \frac{10}{3}\,A$$

Para obtener la resistencia equivalente, se apaga la fuente independiente y se conecta un generador de prueba en AB:



Aplicando el método de mallas, ambas en sentido horario:

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1\,U_R \\ 1\,U_R - 1\,I_R - \epsilon_0 \end{bmatrix}$$

donde además se sabe que:

$$I_R = I_b - I_a$$
$$U_R = 1\,I_b$$

Combinando las ecuaciones, se obtiene que:

$$I_a = 0\,\mathrm{A}$$
$$I_b = -\frac{\epsilon_0}{2}$$

y, dado que:

$$I_0 = -I_b = \frac{\epsilon_0}{2}$$

la resistencia de Norton:

$$R_N = \frac{\epsilon_0}{I_0} = \frac{\epsilon_0}{\frac{\epsilon_0}{2}} = 2\Omega$$

Por tanto, habrá que conectar una resistencia de 2Ω para obtener la máxima potencia disponible, siendo entonces la potencia:

$$P_L = \frac{\epsilon_{th}^2}{4\,R_L} = \frac{(I_N\,R_N)^2}{4\,R_L} = \frac{(\frac{10}{3}\cdot 2)^2}{4\cdot 2} = 5{,}56\,W$$

Capítulo 2

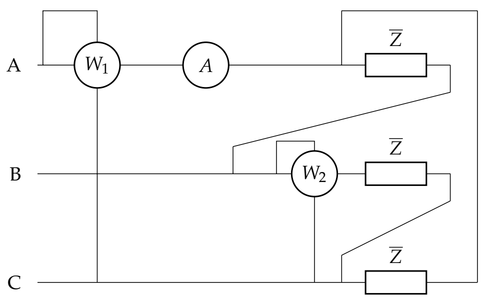
Corriente alterna monofásica

Capítulo 3

Corriente alterna trifásica

3.1. Enunciado

En el sistema de la figura de secuencia de fases directa y frecuencia $f = 60\,\text{Hz}$, se dispone de un receptor equilibrado con una potencia total $P_T = 51\,984\,\text{W}$ factor de potencia de 0,6 en retraso. Sabiendo que el amperímetro marca $76\sqrt{3}\,\text{A}$, determinar:



1. Medida delos vatímetros 1 y 2.
2. Valor de la impedancia $\overline{Z}$ en forma módulo-argumento.
3. Valor de la capacidad mínima para mejorar el factor de potencia a 0,95 en retraso.
4. Valor de la impedancia equivalente en estrella.

3.1.1. Solución

Para solucionar las preguntas en este problema, antes de calcular nada, podemos extraer la siguiente información del enunciado:

- Se tiene una sola carga trifásica equilibrada de valor Z y con $\cos\phi = 0,6 \rightarrow 53{,}13^\circ$ en retraso. Esto significa que la impedancia $\overline{Z}$ es de carácter inductivo y su potencia reactiva será positiva.
- Se tiene una secuencia de fases directa ABC. Esto significa que el sistema de alimentación tiene las siguientes tensiones de línea: $\overline{U}_{AB} = U_{AB},$V, $\overline{U}_{BC} = U_{BC},$V y $\overline{U}_{CA} = U_{CA},$V. Así pues, las tensiones de fase son: $\overline{U}_A = U_A,$V, $\overline{U}_B = U_B,$V y $\overline{U}_C = U_C,$V.
- Anotamos la frecuencia de red de valor 60 Hz por si hemos de calcular alguna reactancia inductiva y/o capacitiva.
- La potencia activa total que demanda el triángulo de impedancia $\overline{Z}$ es de valor $P_T = 51\,984\,\text{W}$. De este valor, sacamos como conclusión que cada impedancia $\overline{Z}$ del triángulo consume un tercio de dicha potencia activa al ser un receptor equilibrado.
- El vatímetro W_2 está conectado midiendo la intensidad $\overline{I}_{BC}$ y la tensión $\overline{U}_{BC}$, es decir, nos da el valor de la potencia activa que disipa la fase BC del triángulo, cuyo valor ya sabemos que es:

$$W_2 = \frac{P_T}{3} = \frac{51984}{3} = 17\,328\,\text{W}$$

- El amperímetro dispuesto en la línea A mide el valor eficaz de $76\sqrt{3}\,\text{A}$. Esto significa que, al tener un receptor equilibrado conectado en triángulo, las intensidades por las otras dos líneas B y C tienen el mismo valor de intensidad de valor eficaz de $76\sqrt{3}\,\text{A}$.

- También, al ser un receptor equilibrado conectado en triángulo, las intensidades $\overline{I}_{AB}$, $\overline{I}_{BC}$ e $\overline{I}_{CA}$ que circulan dentro del triángulo, toman por valor eficaz:

$$\frac{76\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 76\,\mathrm{A}$$

- Los argumentos de las intensidades dentro de triángulo se pueden obtener del propio enunciado. Cada intensidad $\overline{I}_{AB}$, $\overline{I}_{BC}$ e $\overline{I}_{CA}$ retrasa 53,13° a las tensiones $\overline{U}_{AB}$, $\overline{U}_{BC}$ y $\overline{U}_{CA}$ correspondientes, es decir, la intensidad $\overline{I}_{AB}$ tiene un argumento de valor $120 - 53,13 = 66{,}87°$, la intensidad $\overline{I}_{BC}$ tiene un argumento de valor $0 - 53,13 = -53{,}13°$ y la intensidad $\overline{I}_{CA}$ tiene un argumento de valor $-120 - 53,13 = -153{,}13°$.

- Los argumentos de las intensidades de línea también se pueden obtener del propio enunciado. Cada intensidad $\overline{I}_A$, $\overline{I}_B$ e $\overline{I}_C$ retrasa 53,13° a las tensiones del sistema de alimentación $\overline{U}_A$, $\overline{U}_B$ y $\overline{U}_C$ correspondientes, es decir, la intensidad $\overline{I}_A$ tiene un argumento de valor $90 - 53,13 = 36{,}87°$, la intensidad $\overline{I}_B$ tiene un argumento de valor $-30 - 53,13 = -83{,}13°$ y la intensidad $\overline{I}_C$ tiene un argumento de valor $-150 - 53,13 = -203{,}13°$.

Tras estas consideraciones, se pueden iniciar los cálculos necesarios para responder a las preguntas del problema:

1. Medida de los vatímetros 1 y 2.

   La lectura del vatímetro 1, según está conectado, es la siguiente:

   $$[W_1] = \Re(\overline{U}_{AC} \cdot \overline{I}_A) = U_{AC} \cdot I_A \cdot \cos(\langle \overline{U}_{AC}, \overline{I}_A \rangle)$$

   Se desconoce el módulo de la tensión $\overline{U}_{AC}$. Se calcula a partir del vatímetro 2 cuya lectura es de $[W_2] = 17\,328\,\mathrm{W}$:

   $$[W_2] = \Re(\overline{U}_{BC} \cdot \overline{I}_{BC}) = U_{BC} \cdot I_{BC} \cdot \cos(\langle \overline{U_{BC}}, \overline{I_{BC}} \rangle)$$
   $$17328 = U_{BC} \cdot 76 \cdot 0{,}6 \Rightarrow U_{BC} = 380\,\mathrm{V}$$

   Por tanto, al ser un sistema equilibrado ($U_{AB} = U_{BC} = U_{CA}$), y sabiendo que $\overline{U}_{AC} = -\overline{U}_{CA} = U_{CA}\underline{/-120+180} = 380\,\mathrm{V}$, la lectura del vatímetro 1:

   $$[W_1] = \Re(\overline{U}_{AC} \cdot \overline{I}_A) = U_{AC} \cdot I_A \cdot \cos(\langle \overline{U}_{AC}, \overline{I}_A \rangle) = 380 \cdot 76\sqrt{3} \cdot \cos(\langle 60; 36{,}87 \rangle) = 46\,001\,\mathrm{W}$$

2. Valor de la impedancia $\overline{Z}$ en forma módulo-argumento.

   Al conocer ya el valor de la tensión a la que está alimentada y la intensidad que circula por ella, se obtiene su valor fácilmente a partir de la ley de Ohm:

   $$\overline{Z} = \frac{\overline{U}_{AB}}{\overline{I}_{AB}} = \frac{380\underline{/120}}{76\underline{/66{,}87}} = 5\,\Omega$$

3. Valor de la capacidad mínima para mejorar el factor de potencia a 0,95 en retraso.

4. Valor de la impedancia equivalente en estrella.

3.2.

3.2.1.

Capítulo 4

Teoremas fundamentales

Capítulo 5

Análisis transitorio

Capítulo 6

Técnicas generales de análisis

Capítulo 7

Transformadores

Capítulo 8

Elementos activos