

Ejercicio 1 de la colección de problemas

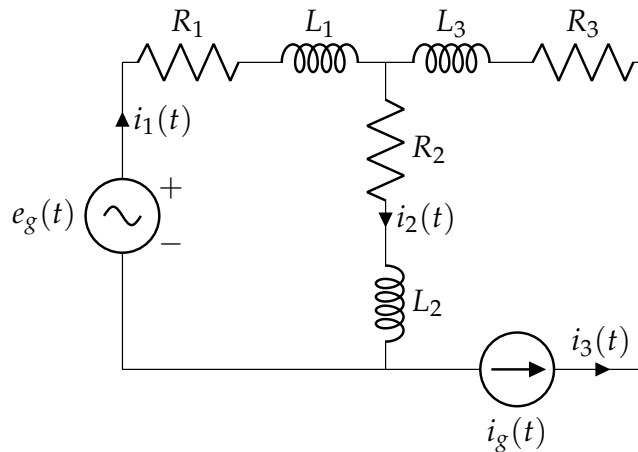
Enunciado:

Del circuito de la figura, obtener:

- Expresiones analíticas de las intensidades $i_1(t)$ e $i_2(t)$
- Potencia disipada por todas las resistencias

Datos:

$e_g(t) = 50\sqrt{2}\cos(1000t)$ V; $i_g(t) = 10$ A; $R_1 = R_2 = 2\Omega$; $R_3 = 7\Omega$; $L_1 = L_2 = 1$ mH; $L_3 = 2$ mH



Solución:

En el circuito hay dos fuentes funcionando a diferentes frecuencias. Por tanto, hay que resolver mediante el principio de superposición.

Circuito cuando solo actúa $i_g(t)$

La fuente $e_g(t)$ se cortocircuita y se deja únicamente la fuente $i_g(t)$. Al ser una fuente de continua, las bobinas se cortocircuitan. Queda un circuito de dos mallas, donde se sabe que $I'_3 = 10$ A. Resolviendo el circuito (dos opciones: 1) por nudos; 2) aplicando directamente divisor de corriente), se obtiene que:

$$I'_1 = -5 \text{ A}$$

$$I'_2 = 5 \text{ A}$$

Las potencias en este caso:

$$P'_{R1} = R_1 \cdot I'^2_1 = 2 \cdot (-5)^2 = 50 \text{ W}$$

$$P'_{R2} = R_2 \cdot I'^2_2 = 2 \cdot 5^2 = 50 \text{ W}$$

$$P'_{R3} = R_3 \cdot I'^2_3 = 7 \cdot 10^2 = 700 \text{ W}$$

Circuito cuando solo actúa $e_g(t)$

La fuente $i_g(t)$ queda como un circuito abierto; por tanto, queda un circuito de una malla e $I''_3 = 0$ A. Se calculan las reactancias de las bobinas L_1 y L_2 , sabiendo que $\omega = 1000$ rad/s:

$$\bar{X}_{L1} = \bar{X}_{L2} = j\omega L = j1000 \cdot 0,001 = j\Omega$$

Por la ley de Ohm, tomando valores eficaces, se obtiene el valor de $\bar{I}_1'' = \bar{I}_2''$:

$$\bar{I}_1'' = \bar{I}_2'' = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{50/0^\circ}{2+j+2+j} = \underbrace{5\sqrt{5}}_{11,18} / -26,57^\circ \text{ A}$$

Las potencias en este caso:

$$P_{R1}'' = R_1 \cdot I_1''^2 = 2 \cdot (5\sqrt{5})^2 = 250 \text{ W}$$

$$P_{R2}'' = R_2 \cdot I_2''^2 = 2 \cdot (5\sqrt{5})^2 = 250 \text{ W}$$

$$P_{R3}'' = R_3 \cdot I_3''^2 = 7 \cdot 0^2 = 0 \text{ W}$$

Por tanto, las expresiones de $i_1(t)$ e $i_2(t)$ son:

$$i_1(t) = -5 + 5\sqrt{10} \cos(1000t - 0,46) \text{ A}$$

$$i_2(t) = 5 + 5\sqrt{10} \cos(1000t - 0,46) \text{ A}$$

Y la potencia activa total disipada por las resistencias, debido a la ortogonalidad de las señales implicadas (continua y alterna senoidal), es:

$$\begin{aligned} P_T &= R_1 (I_1'^2 + I_1''^2) + R_2 (I_2'^2 + I_2''^2) + R_3 (I_3'^2 + I_3''^2) = \\ &= 2 \cdot ((-5)^2 + (5\sqrt{5})^2) + 2 \cdot (5^2 + (5\sqrt{5})^2) + 7 \cdot (10^2 + 0^2) = 1300 \text{ W} \end{aligned}$$

Dado que ya habíamos calculado las potencias disipadas por cada componente de la corriente, y dada la ortogonalidad de estas señales, podemos obtener el mismo valor como:

$$P_T = P_{R1}' + P_{R2}' + P_{R3}' + P_{R1}'' + P_{R2}'' + P_{R3}'' = 50 + 50 + 700 + 250 + 250 + 0 = 1300 \text{ W}$$