Ejercicio 4 de la colección de problemas

Enunciado:

Un circuito serie RLC con $R=5\,\Omega$, $L=0.02\,\mathrm{H}$ y $C=80\,\mu\mathrm{F}$, tiene aplicada una tensión senoidal de frecuencia variable. Determinar los valores de la pulsación ω para los cuales la corriente:

- 1. Adelanta 45° a la tensión
- 2. Está en fase con ella
- 3. Retrasa 45°

Solución:

La impedancia equivalente del sistema es:

$$\overline{Z} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

La tangente del ángulo es:

$$\tan \theta = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = \frac{0,02 \,\omega^2 - 12,5 \cdot 10^3}{5 \,\omega}$$

En esta ecuación, planteamos las condiciones particulares del enunciado:

1. Adelanta 45° a la tensión:

$$\theta = -\pi/4 \rightarrow \tan \theta = -1$$

$$\frac{0.02\,\omega^2 - 12.5 \cdot 10^3}{5\,\omega} = -1$$

$$\omega^2 + 250 \omega - 62.5 \cdot 10^4 = 0 \quad \rightarrow \quad \omega = 675.4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

(se descarta la solución negativa de la ecuación de 2° grado por carecer de sentido físico)

2. Está en fase con ella:

$$\theta = 0 \rightarrow \tan \theta = 0$$

$$0.02\,\omega = \frac{12.5 \cdot 10^3}{\omega}$$

$$\omega = 790,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

3. Retrasa 45°:

$$\theta = +\pi/4 \rightarrow \tan \theta = +1$$

$$\frac{0,02\,\omega^2 - 12,5\cdot 10^3}{5\omega} = 1$$

$$\omega^2 - 250 \,\omega - 62.5 \cdot 10^4 = 0 \quad \to \quad \omega = 925.4 \, \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$