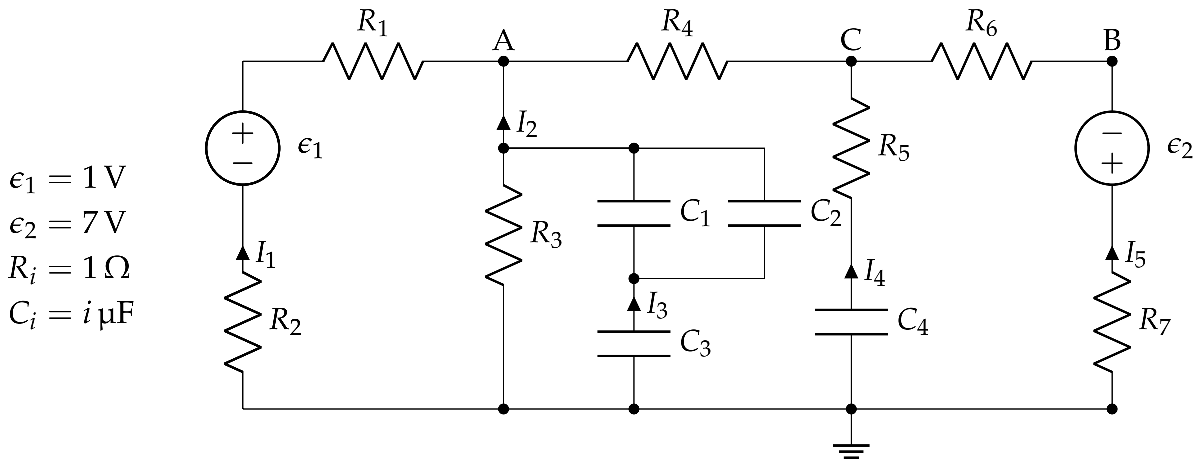
Ejercicio 11 de la colección de problemas

Enunciado:

En el circuito de la figura, determinar:

1. Las corrientes señaladas
2. El balance de potencias, diferenciando entre elementos activos y elementos pasivos
3. Los potenciales en los puntos A, B y C
4. La carga y polaridad en los condensadores, supuestos sin carga inicial



Solución:

Sustituimos los condensadores por circuitos abiertos. En consecuencia, por las ramas correspondientes no puede circular corriente:

$$I_3 = \boxed{0\,\mathrm{A}}$$
$$I_4 = \boxed{0\,\mathrm{A}}$$

Tenemos dos mallas, y definimos dos corrientes de malla dextrógiras (sentido horario):

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_4 + R_6 + R_7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{bmatrix}$$

La solución de este sistema es:

$$I_a = 1\,\mathrm{A}$$
$$I_b = 2\,\mathrm{A}$$

siendo,

$$I_1 = I_a = \boxed{1\,\mathrm{A}}$$
$$I_2 = I_b - I_a = \boxed{1\,\mathrm{A}}$$
$$I_5 = -I_b = \boxed{-2\,\mathrm{A}}$$

La potencia de los dos elementos activos es:

$$P_{\epsilon 1} = \epsilon_1 \cdot I_1 = 1\,\mathrm{W}$$
$$P_{\epsilon 2} = \epsilon_2 \cdot (-I_5) = 14\,\mathrm{W}$$

En total, $P_\epsilon = \boxed{15\,\mathrm{W}}$

Aplicando la ley de Joule en cada resistencia comprobaríamos que la potencia total disipada en las resistencias del circuito coincide con los 15 W.

Los potenciales en los puntos indicados son:

$$U_A = -I_2 \cdot R_3 = \boxed{-1\,\mathrm{V}}$$
$$U_B = -\epsilon_2 - I_5 \cdot R_7 = \boxed{-5\,\mathrm{V}}$$
$$U_C = U_{CB} + U_B = -I_5 \cdot R_6 + U_B = \boxed{-3\,\mathrm{V}}$$

La carga almacenada en el condensador C_4 se calcula con la ecuación:

$$q_4 = C_4 \cdot U_{C4} = C_4 \cdot (-U_C) = 12\,\mu\mathrm{C}$$

donde se ha asignado la polaridad positiva en la conexión a tierra.

Los condensadores C_1, C_2 y C_3 forman parte de una asociación. Los condensadores C_1 y C_2 están asociados en paralelo:

$$C_{12} = C_1 \parallel C_2 = C_1 + C_2 = 3\,\mu\mathrm{F}$$

A su vez, están conectados en serie con el condensador C_3:

$$C_T = \frac{C_{12} \cdot C_3}{C_{12} + C_3} = 1{,}5\,\mu\mathrm{F}$$

Este condensador equivalente está conectado entre A y tierra, y asignamos la polaridad positiva a la conexión a tierra. Por tanto:

$$U_{C_T} = -U_A = 1\,\mathrm{V} \quad \rightarrow \quad q_T = C_T \cdot U_{C_T} = 1{,}5\,\mu\mathrm{C}$$

Al tratarse de una conexión serie, esta carga es la misma que tienen el condensador C_3 y el condensador equivalente C_{12}.

$$q_3 = \boxed{1{,}5\,\mu\mathrm{C}}$$
$$q_{12} = 1{,}5\,\mu\mathrm{C}$$

Con estas cargas podemos calcular las diferencias de potencial en estos condensadores:

$$U_{C3} = \frac{q_3}{C_3} = 0{,}5\,\mathrm{V}$$
$$U_{C12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = 0{,}5\,\mathrm{V}$$

Por tanto:

$$q_1 = C_1 \cdot U_{C12} = \boxed{0{,}5\,\mu\mathrm{C}}$$
$$q_2 = C_2 \cdot U_{C12} = \boxed{1\,\mu\mathrm{C}}$$

Comprobamos que $q_1 + q_2 = q_{12}$.