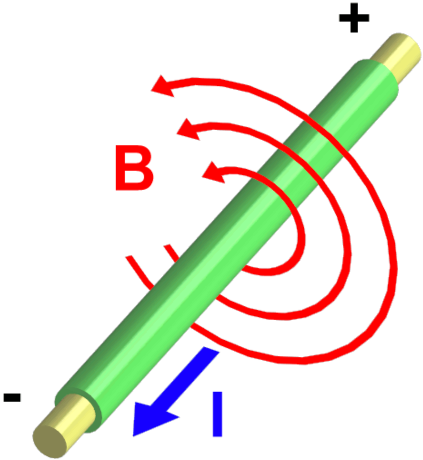
Acoplamientos Magnéticos

Teoría de Circuitos II

Oscar Perpiñán Lamigueiro

Ley de Ampere

Una corriente eléctrica circulando por un conductor crea un campo magnético en torno al conductor (*regla de la mano derecha*)



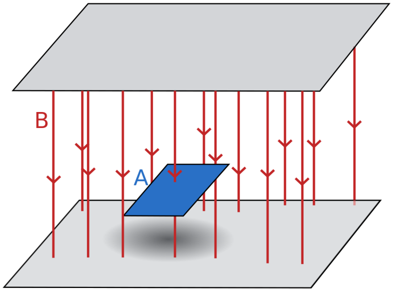
Ley de Faraday

Cuando un **campo magnético variable** atraviesa una espira **estática** aparece una **tensión inducida proporcional al flujo** y opuesta a su variación.

$$u(t) = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

El flujo magnético es la cantidad de líneas de fuerza magnética que atraviesan una superficie.

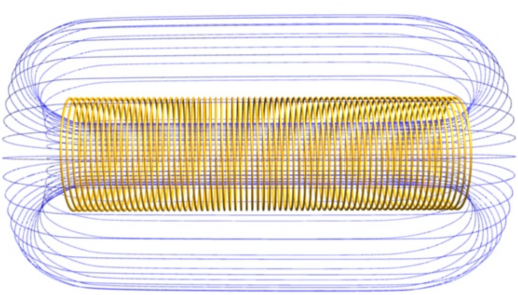
$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} \text{ [Wb]}$$



Bobina

Una bobina es un arrollamiento de un conductor (*conjunto de N espiras conectadas en serie*) alrededor de un material ferromagnético:

- Al circular corriente se produce un campo magnético.
- Este campo magnético atraviesa la propia bobina y produce una tensión (auto)inducida.



Bobina

En un circuito magnético lineal el flujo es proporcional a la corriente:

$$\phi(t) = A \cdot i(t) \rightarrow \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}i(t)} = \frac{\phi(t)}{i(t)}$$

En una bobina de N espiras la tensión autoinducida es:

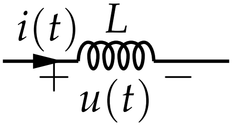
$$u(t) = N \cdot \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}$$

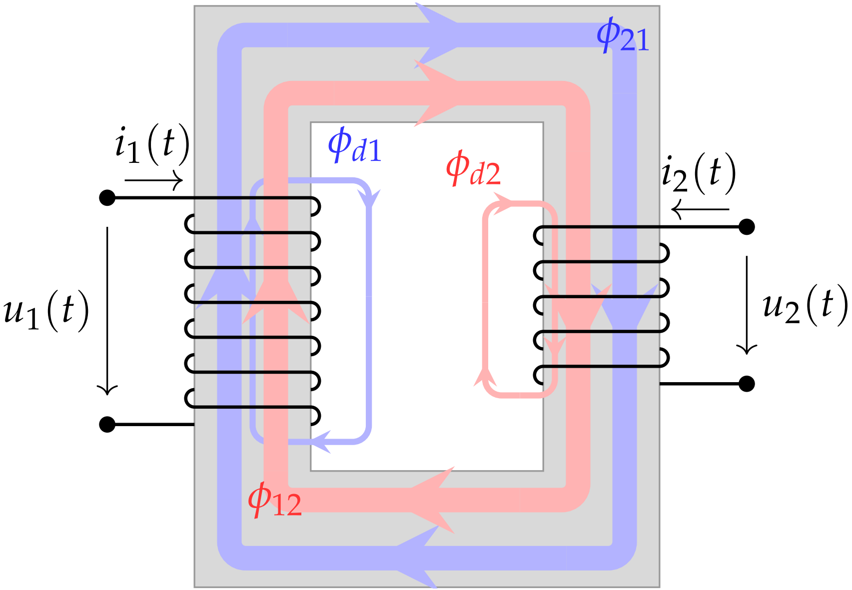
Combinando:

$$u(t) = N \cdot \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}i(t)} \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} \rightarrow u(t) = N \cdot \frac{\phi(t)}{i(t)} \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

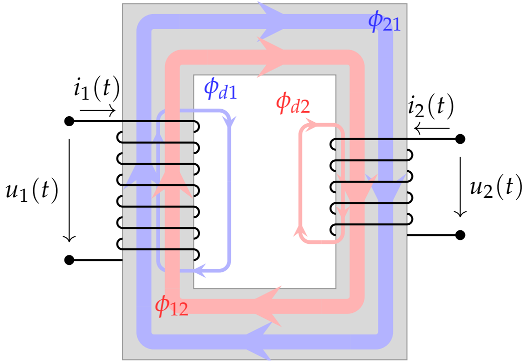
Por tanto, la ecuación de la bobina (autoinductancia L, [H]):

$$\boxed{u(t) = L \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}} \quad \boxed{L = N \cdot \frac{\phi(t)}{i(t)}}$$





ϕ_{21}
ϕ_{d1}
ϕ_{d2}
$i_1(t)$
$i_2(t)$
$u_1(t)$
$u_2(t)$
ϕ_{12}



ϕ_{ii}: flujo producido por la bobina i

ϕ_{ij}: flujo recibido en bobina i producido por bobina j

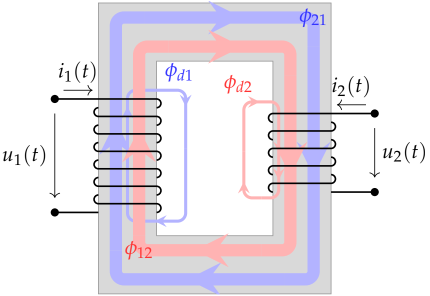
ϕ_i: flujo total que atraviesa la bobina i

$$\phi_{11} = \phi_{d1} + \phi_{21} \qquad \phi_{22} = \phi_{d2} + \phi_{12}$$

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} \qquad \phi_2 = \phi_{22} + \phi_{21}$$

$$u_1(t) = N_1 \frac{\mathrm{d}\phi_1}{\mathrm{d}t} = N_1 \frac{\mathrm{d}\phi_{11}}{\mathrm{d}t} + N_1 \frac{\mathrm{d}\phi_{12}}{\mathrm{d}t}$$

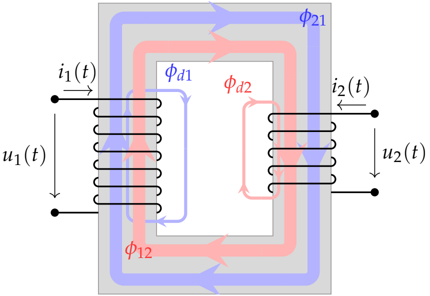
$$u_2(t) = N_2 \frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}t} = N_2 \frac{\mathrm{d}\phi_{22}}{\mathrm{d}t} + N_2 \frac{\mathrm{d}\phi_{21}}{\mathrm{d}t}$$



ϕ_{ij}: flujo recibido en bobina i producido por bobina j

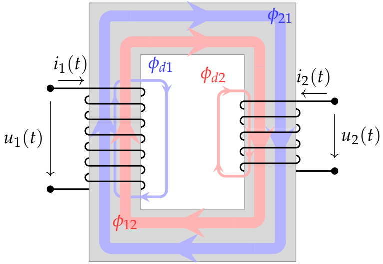
$$L_1 = N_1 \frac{\phi_{11}}{i_1} \qquad L_2 = N_2 \frac{\phi_{22}}{i_2}$$

$$M_{12} = N_1 \frac{\phi_{12}}{i_2} \qquad M_{21} = N_2 \frac{\phi_{21}}{i_1}$$



ϕ_{ij}: flujo recibido en bobina i producido por bobina j

Coeficiente de acoplamiento magnético



Coeficiente de acoplamiento de la bobina 1:

$$k_1 = \frac{\phi_{21}}{\phi_{11}} = 1 - \frac{\phi_{d1}}{\phi_{11}} \leq 1$$

Coeficiente de acoplamiento de la bobina 2:

$$k_2 = \frac{\phi_{12}}{\phi_{22}} = 1 - \frac{\phi_{d2}}{\phi_{22}} \leq 1$$

Coeficiente de inducción mutua

Cuando el circuito magnético es ideal:

$$\left.\begin{aligned} M_{12} = M_{21} &= M \\ k_1 = k_2 &= k \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \qquad k \leq 1$$

Cuando el acoplamiento entre las dos bobinas es perfecto:

$$\left.\begin{aligned} \phi_{d1} = 0 \rightarrow \phi_{11} = \phi_{21} \\ \phi_{d2} = 0 \rightarrow \phi_{22} = \phi_{12} \end{aligned}\right\} \rightarrow k = 1$$

Resumen

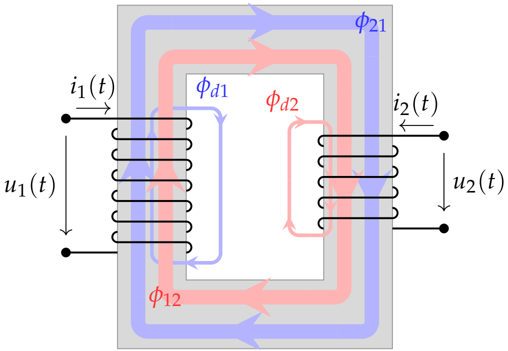
$$L_1 = N_1 \frac{\phi_{11}}{i_1}$$

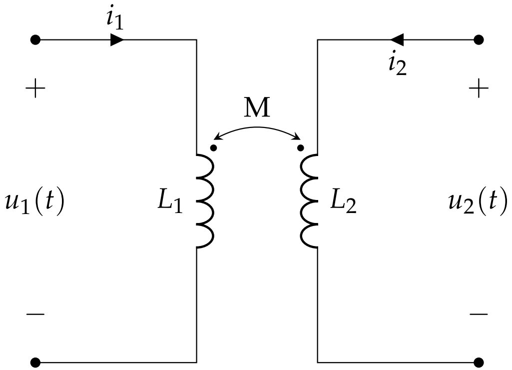
$$L_2 = N_2 \frac{\phi_{22}}{i_2}$$

$$\begin{aligned} M &= N_1 \frac{\phi_{12}}{i_2} \\ &= N_2 \frac{\phi_{21}}{i_1} \end{aligned}$$

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

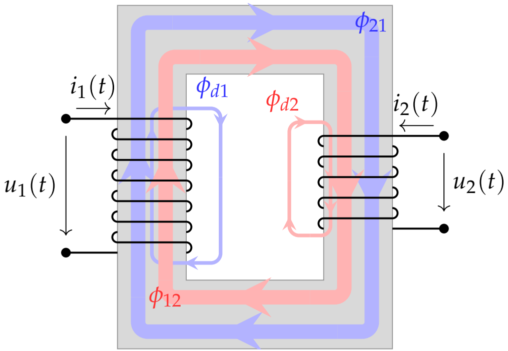
Flujos del mismo sentido

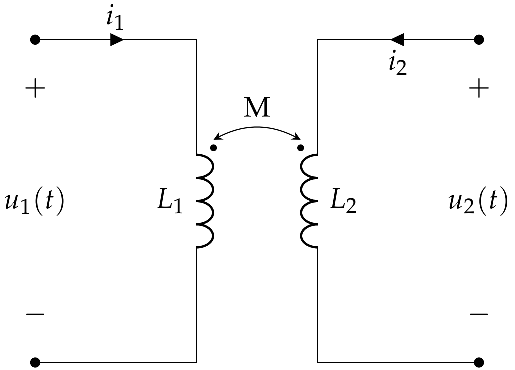




Convención del punto: se señala con un punto los terminales de las bobinas por los que hay que introducir corrientes que producen flujos del mismo sentido. Una corriente que entra por un terminal con punto induce una tensión positiva en el otro terminal con punto.

Flujos del mismo sentido

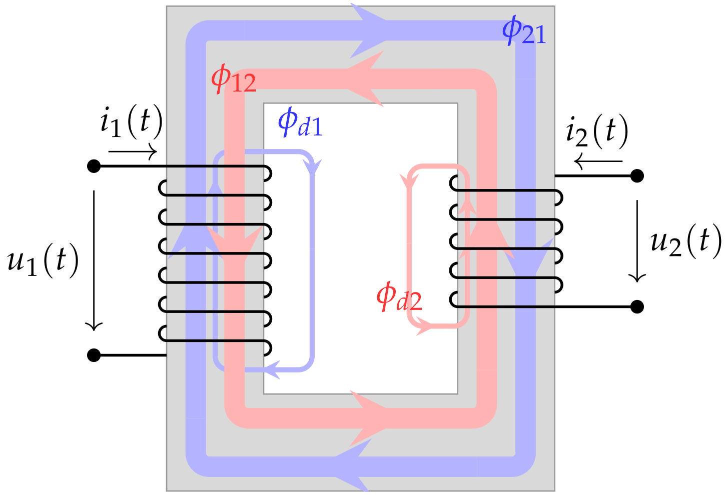




$$u_1(t) = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t}$$

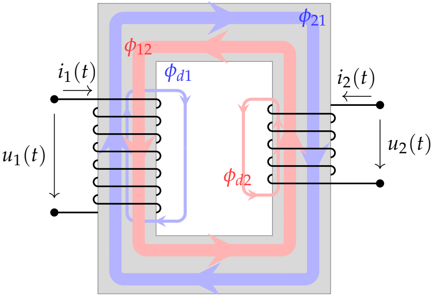
$$u_2(t) = M \frac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + L_2 \frac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t}$$

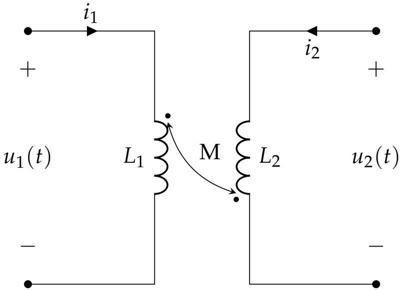
Flujos contrapuestos



Las corrientes i_1 e i_2 producen flujos de sentido contrario.

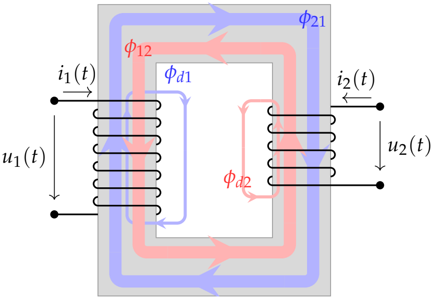
Representación Circuital

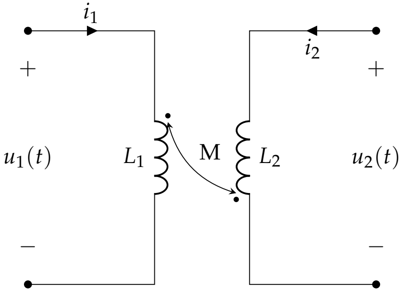




Convención del punto: se señala con un punto los terminales de las bobinas por los que hay que introducir corrientes que producen flujos del mismo sentido. Una corriente que entra por un terminal con punto induce una tensión positiva en el otro terminal con punto.

Representación Circuital

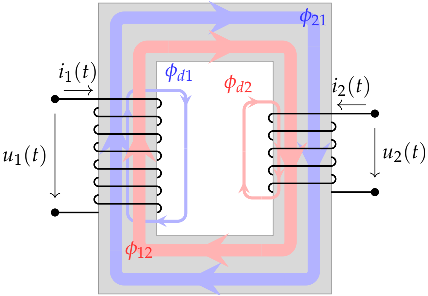


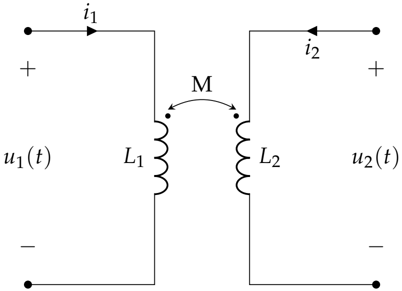


$$u_1(t) = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2(t) = -M \frac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + L_2 \frac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t}$$

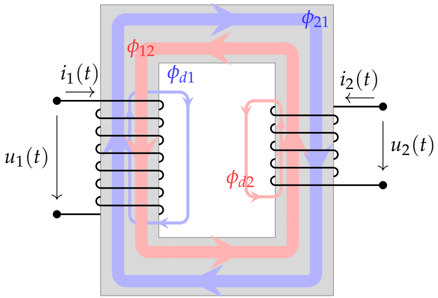
Corriente Alterna Sinusoidal

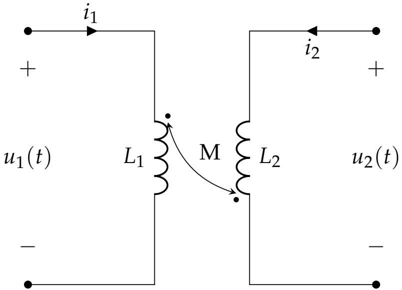




$$\overline{U}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2$$
$$\overline{U}_2 = j\omega M \bar{I}_1 + j\omega L_2 \bar{I}_2$$

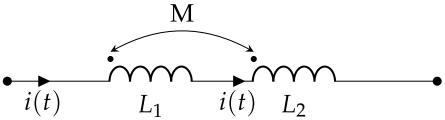
Corriente Alterna Sinusoidal





$$\overline{U}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_1 - j\omega M \bar{I}_2$$
$$\overline{U}_2 = -j\omega M \bar{I}_1 + j\omega L_2 \bar{I}_2$$

Ejemplo: acoplamiento de bobinas en serie

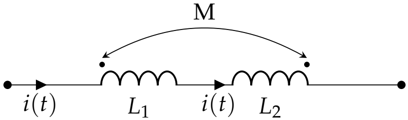


$$\overline{U}_1 = (j\omega L_1 + j\omega M)\bar{I}$$

$$\overline{U}_2 = (j\omega L_2 + j\omega M)\bar{I}$$

$$\overline{U} = \overline{U}_1 + \overline{U}_2 \rightarrow \boxed{L = L_1 + L_2 + 2M}$$

Ejemplo: acoplamiento de bobinas en serie



$$\overline{U}_1 = (j\omega L_1 - j\omega M)\bar{I}$$

$$\overline{U}_2 = (j\omega L_2 - j\omega M)\bar{I}$$

$$\boxed{L = L_1 + L_2 - 2M}$$