**Ejercicio 9 de la colección de problemas**

**Enunciado**:

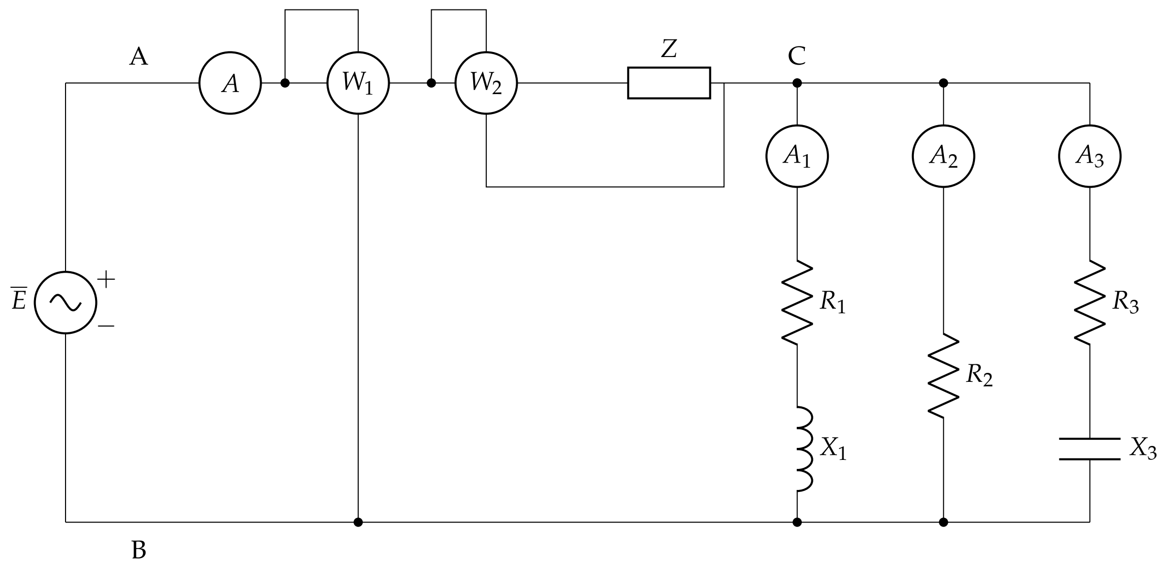
El circuito de la figura tiene carácter inductivo. La impedancia de línea es $Z = 10\sqrt{2}\,\Omega$ con f.d.p. $\sqrt{2}/2$ en retraso. Tómese como referencia de fases la intensidad total, $I$.

Se debe calcular:

1. Potencia activa y reactiva consumida por $Z$
2. Expresiones complejas de las intensidades medidas por los amperímetros, $I$, $I_1$, $I_2$ e $I_3$
3. Expresiones complejas de las tensiones $U_{AB}$, $U_{AC}$ y $U_{CB}$
4. Valores de $R_1$, $X_1$, $R_2$, $R_3$ y $X_3$

Datos:

$A = 5\sqrt{5}\,\text{A};\;\; A_1 = 5\sqrt{2}\,\text{A};\;\; A_2 = 5\,\text{A};\;\; A_3 = \sqrt{10}\,\text{A};\;\; U_{AB} = 247\,\text{V};\;\; W_1 = 2350\,\text{W};\;\; R_1 = R_3$




---

**Solución**:

Dado que conocemos tanto el módulo de $Z$ como su f.d.p., esta impedancia queda completamente caracterizada:

$$\overline{Z} = 10\sqrt{2}\underline{/+\arccos(\sqrt{2}/2)} = 10\sqrt{2}\underline{/45^\circ}\,\Omega$$

Para poder calcular su consumo de potencia activa y reactiva, es necesario conocer la tensión en bornes de $Z$. Teniendo en cuenta que la corriente total es la referencia de fases:

$$\overline{U}_{AC} = \overline{I} \cdot \overline{Z} = 5\sqrt{5}\underline{/0^\circ} \cdot 10\sqrt{2}\underline{/45^\circ} = 50\sqrt{10}\underline{/45^\circ}\,\text{V}$$

Luego:

$$\overline{S}_Z = \overline{U}_{AC} \cdot \overline{I}^* = 50\sqrt{10}\underline{/45^\circ} \cdot 5\sqrt{5}\underline{/0^\circ} = \underbrace{1250}_{P_Z} + \text{j}\underbrace{1250}_{Q_Z}\,\text{VA}$$

Para calcular la tensión total en forma compleja, disponemos de información suficiente, ya que conocemos la potencia, corriente y tensión totales:

$$\cos\phi = \frac{P_1}{U_{AB} \cdot I} = 0{,}851 \quad \text{(f.d.p. del circuito)}$$

Dado que el circuito tiene carácter inductivo, y siendo la corriente total origen de fases:

$$\overline{U}_{AB} = 247\underline{/+\arccos(0{,}851)} = 247\underline{/31{,}68^\circ}\,\mathrm{V}$$

Al conocer $\overline{U}_{AB}$ y $\overline{U}_{AC}$, podemos calcular la tensión restante aplicando 2LK:

$$\overline{U}_{CB} = \overline{U}_{AB} - \overline{U}_{AC} = 100\underline{/10{,}32^\circ}\,\mathrm{V}$$

Para calcular los valores de las impedancias en paralelo, podemos empezar hallando sus módulos:

$$R_2 = \frac{U_{CB}}{I_2} = 20\,\Omega\,, \qquad Z_1 = \frac{U_{CB}}{I_1} = 10\sqrt{2}\,\Omega\,, \qquad Z_3 = \frac{U_{CB}}{I_3} = 10\sqrt{10}\,\Omega$$

Por otra parte, la potencia activa del circuito paralelo es:

$$\begin{aligned} P_{CB} &= W_1 - W_2 = 1100\,\mathrm{W} = P_1 + P_2 + P_3 \\ P_1 &= I_1^2 \cdot R_1 = 50 \cdot R_1 \\ P_2 &= I_2^2 \cdot R_2 = 500\,\mathrm{W} \\ P_3 &= I_3^2 \cdot R_3 = 10 \cdot R_3 \end{aligned}$$

Dado que sabemos que $R_1 = R_3$:

$$P_1 + P_3 = (50 + 10) \cdot R_1 = 600\,\mathrm{W} \quad \rightarrow \quad R_1 = R_3 = 10\,\Omega$$

Con este resultado, y teniendo en cuenta el módulo de $Z_1$ y $Z_3$, podemos calcular las respectivas reactancias:

$$X_1 = \sqrt{(10\sqrt{2})^2 - 10^2} = 10\,\Omega\,, \qquad X_3 = \sqrt{(10\sqrt{10})^2 - 10^2} = 30\,\Omega$$

Finalmente, usando el valor de $\overline{U}_{CB}$ podemos calcular las corrientes de rama en forma compleja:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_{CB}}{\overline{Z}_1} = 5\sqrt{2}\underline{/-34{,}68^\circ}\,\mathrm{A}\,, \qquad \overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_{CB}}{\overline{Z}_2} = 5\underline{/10{,}32^\circ}\,\mathrm{A}\,, \qquad \overline{I}_3 = \frac{\overline{U}_{CB}}{\overline{Z}_3} = \sqrt{10}\underline{/81{,}89^\circ}\,\mathrm{A}$$

Para terminar, podemos comprobar que $\overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3$.