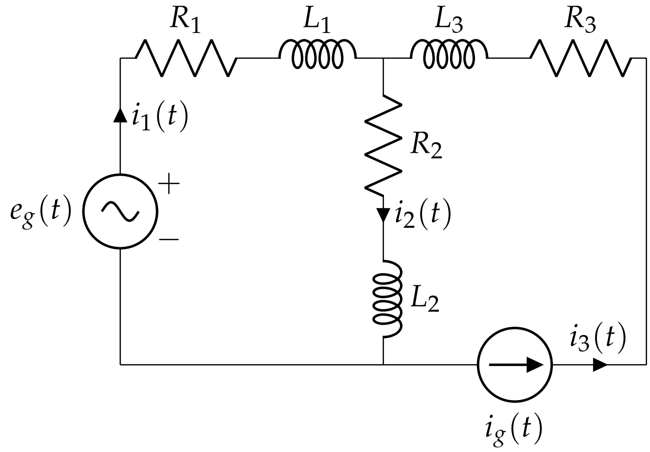
Ejercicio 16 de la colección de problemas

Enunciado:

Del circuito de la figura, obtener:

- Expresiones analíticas de las intensidades $i_1(t)$ e $i_2(t)$
- Potencia disipada por todas las resistencias

Datos:
$e_g(t) = 50\sqrt{2}\cos(1000\,t)$ V; $i_g(t) = 10$ A; $R_1 = R_2 = 2\,\Omega$; $R_3 = 7\,\Omega$; $L_1 = L_2 = 1$ mH; $L_3 = 2$ mH



Solución:

En el circuito hay dos fuentes funcionando a diferentes frecuencias. Por tanto, hay que resolver mediante el principio de superposición.

Circuito cuando solo actúa $i_g(t)$

La fuente $e_g(t)$ se cortocircuita y se deja únicamente la fuente $i_g(t)$. Al ser una fuente de continua, las bobinas se cortocircuitan. Queda un circuito de dos mallas, donde se sabe que $I'_3 = 10$ A. Resolviendo el circuito (dos opciones: 1) por nudos; 2) aplicando directamente divisor de corriente), se obtiene que:

$$I'_1 = -5\,\text{A}$$
$$I'_2 = 5\,\text{A}$$

Las potencias en este caso:

$$P'_{R1} = R_1 \cdot I'^2_1 = 2 \cdot (-5)^2 = 50\,\text{W}$$
$$P'_{R2} = R_2 \cdot I'^2_2 = 2 \cdot 5^2 = 50\,\text{W}$$
$$P'_{R3} = R_3 \cdot I'^2_3 = 7 \cdot 10^2 = 700\,\text{W}$$

Circuito cuando solo actúa $e_g(t)$

La fuente $i_g(t)$ queda como un circuito abierto; por tanto, queda un circuito de una malla e $I''_3 = 0$ A. Se calculan las reactancias de las bobinas L_1 y L_2, sabiendo que $\omega = 1000$ rad/s:

$$\overline{X}_{L1} = \overline{X}_{L2} = \mathrm{j}\omega L = \mathrm{j}\,1000 \cdot 0{,}001 = \mathrm{j}\,\Omega$$

Por la ley de Ohm, tomando valores eficaces, se obtiene el valor de $\overline{I}_1'' = \overline{I}_2''$:

$$\overline{I}_1'' = \overline{I}_2'' = \frac{\overline{U}}{\overline{Z}_{eq}} = \frac{50\underline{/0^\circ}}{2+\mathrm{j}+2+\mathrm{j}} = \underbrace{5\sqrt{5}}_{11{,}18}\underline{/-26{,}57^\circ}\ \mathrm{A}$$

Las potencias en este caso:

$$\begin{aligned}
P''_{R1} &= R_1 \cdot I_1''^2 = 2 \cdot (5\sqrt{5})^2 = 250\,\mathrm{W}\\
P''_{R2} &= R_2 \cdot I_2''^2 = 2 \cdot (5\sqrt{5})^2 = 250\,\mathrm{W}\\
P''_{R3} &= R_3 \cdot I_3''^2 = 7 \cdot 0^2 = 0\,\mathrm{W}
\end{aligned}$$

Por tanto, las expresiones de $i_1(t)$ e $i_2(t)$ son:

$$\begin{aligned}
i_1(t) &= -5 + 5\sqrt{10}\cos(1000t - 0{,}46)\ \mathrm{A}\\
i_2(t) &= 5 + 5\sqrt{10}\cos(1000t - 0{,}46)\ \mathrm{A}
\end{aligned}$$

Y la potencia activa total disipada por las resistencias, debido a la ortogonalidad de las señales implicadas (continua y alterna senoidal), es:

$$\begin{aligned}
P_T &= R_1\,(I_1'^2 + I_1''^2) + R_2\,(I_2'^2 + I_2''^2) + R_3\,(I_3'^2 + I_3''^2) =\\
&= 2 \cdot ((-5)^2 + (5\sqrt{5})^2) + 2 \cdot (5^2 + (5\sqrt{5})^2) + 7 \cdot (10^2 + 0^2) = 1300\,\mathrm{W}
\end{aligned}$$

Dado que ya habíamos calculado las potencias disipadas por cada componente de la corriente, y dada la ortogonalidad de estas señales, podemos obtener el mismo valor como:

$$P_T = P'_{R1} + P'_{R2} + P'_{R3} + P''_{R1} + P''_{R2} + P''_{R3} = 50 + 50 + 700 + 250 + 250 + 0 = 1300\,\mathrm{W}$$