

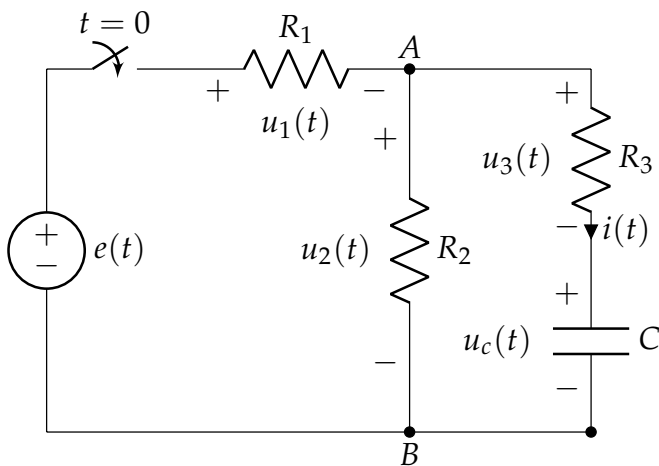
Ejercicio 9 de la colección de problemas

Enunciado:

El interruptor del circuito de la figura lleva abierto un tiempo largo. En el instante $t = 0$ se cierra este interruptor.

Hay que obtener:

1. Valores de las tensiones $u_1(0^+)$, $u_2(0^+)$, $u_3(0^+)$ y $u_c(0^+)$
2. Expresión temporal de la tensión $u_c(t)$ para $t > 0$
3. Expresiones temporales de $u_2(t)$ y $u_3(t)$ para $t > 0$



Datos:

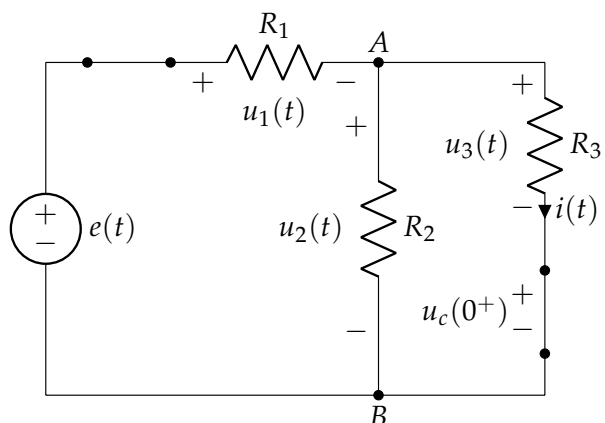
$$\begin{aligned} e(t) &= 10 \text{ V} \\ R_1 &= R_2 = 2 \Omega \\ R_3 &= 4 \Omega \\ C &= 1 \text{ F} \end{aligned}$$

Solución:

1. En $t < 0$, dado que el interruptor lleva abierto un tiempo largo, la fuente está aislada del circuito, por lo que el condensador se comporta como un circuito abierto.

En estas condiciones $u_c(0^-) = 0 \text{ V}$. Debido a la condición de continuidad, $u_c(0^+) = u_c(0^-) = 0 \text{ V}$

Con este resultado podemos determinar el resto de tensiones del circuito en $t = 0^+$, teniendo en cuenta que el interruptor está cerrado y el condensador es equivalente a un cortocircuito ($u_c(0^+) = 0 \text{ V}$).



En este circuito, R_2 y R_3 están en paralelo entre sí, siendo $R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$. Esta resistencia paralelo está en serie con R_1 , formando un divisor de tensión. Por tanto:

$$u_2(0^+) = u_3(0^+) = e(0^+) \cdot \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} = 4 \text{ V}$$

$$\text{Por 2LK: } u_1(0^+) = e(0^+) - u_2(0^+) = 6 \text{ V}$$

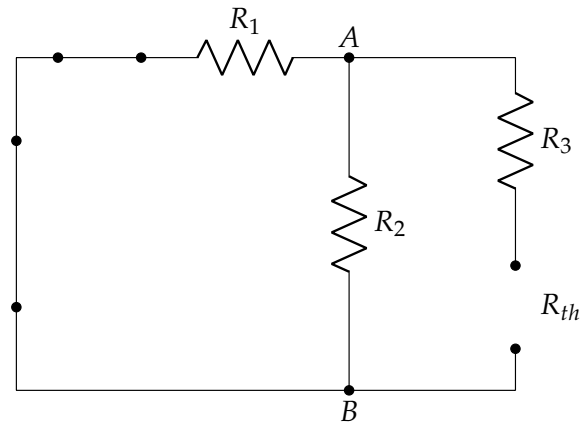
2. Analizamos ahora el circuito para $t > 0$, obteniendo la respuesta forzada y la respuesta natural:

Planteamos el equivalente de Thévenin (apagando la fuente de tensión) para calcular la resistencia vista por el condensador:

$$R_{th} = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 5 \Omega$$

Por tanto:

$$\tau = R_{th} \cdot C = 5 \text{ s}$$



Obtenemos la respuesta forzada analizando el circuito en régimen permanente, en el que el condensador se comportará como un circuito abierto:

$$u_{C,\infty}(t) = e(t) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5 \text{ V}$$

Obtenemos la respuesta natural resolviendo la ec. homogénea (apagando la fuente $e(t)$). Su solución es:

$$u_{C,n}(t) = K \cdot e^{-t/\tau} = K \cdot e^{-0,2t}$$

Para obtener la constante K , recurrimos a la condición inicial $u_C(0^+) = 0 \text{ V}$:

$$K = u_{C,n}(0^+) = u_C(0^+) - u_{C,\infty}(0^+) = 0 - 5 = -5 \text{ V}$$

Por tanto:

$$u_C(t) = u_{C,n}(t) + u_{C,\infty}(t) = 5 \cdot (1 - e^{-0,2t}) \text{ V}$$

3. Con este resultado podemos obtener la corriente que circula por el condensador:

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = (-5) \cdot (-0,2) \cdot e^{-0,2t} = e^{-0,2t} \text{ A}$$

y a partir de esta, las tensiones en las resistencias:

$$u_{R3}(t) = R_3 \cdot i_C(t) = 4 \cdot e^{-0,2t} \text{ V}$$

$$u_{R2}(t) = u_{R3}(t) + u_C(t) = 5 - e^{-0,2t} \text{ V}$$