## Problemas de Teoría de Circuitos

CURSO 2022/23

# Índice general

1	Fundamentos. Corriente continua	1
2	Corriente alterna monofásica	11
3	Sistemas trifásicos	19
4	Introducción al régimen transitorio	27

### Capítulo 1

### Fundamentos. Corriente continua

#### **Ejercicios**

1. Calcular las corrientes de malla mostradas en el circuito de la figura.

Datos: 
$$R_1 = 2\Omega$$
;  $R_2 = 5\Omega$ ;  $R_3 = 10\Omega$ ;  $R_4 = 4\Omega$ ;  $R_5 = 2\Omega$ ;  $E_1 = 25 \text{ V}$ ;  $E_2 = 50 \text{ V}$ 



Sol.: 
$$I_1 = -1.31 \,\text{A}$$
;  $I_2 = 3.17 \,\text{A}$ ;  $10.45 \,\text{A}$ 

2. Calcular el valor de E que hace que  $I_0 = 7.5\,\mathrm{mA}$  en el circuito de la figura.

Datos: 
$$R_1=8\,\Omega$$
;  $R_2=7\,\Omega$ ;  $R_3=4\,\Omega$ ;  $R_4=6\,\Omega$ ;  $R_5=6\,\Omega$ ;  $R_6=12\,\Omega$ 



Sol.: 
$$U_s = 0.705 \,\mathrm{V}$$

3. Calcular la intensidad *I* en el circuito de la figura.

Datos: 
$$R_1 = 27 \Omega$$
;  $R_2 = 47 \Omega$ ;  $R_3 = 27 \Omega$ ;  $E_1 = 460 V$ ;  $E_2 = 200 V$ 



Sol.: 
$$I = -8,77 \,\text{A}$$

4. En el circuito de la figura obtener las intensidades de corriente señaladas primero mediante un análisis por el método de las mallas y posteriormente mediante un análisis por el método de los nudos.

Datos: 
$$R_1 = 2 \Omega$$
;  $R_2 = 1 \Omega$ ;  $R_3 = 4 \Omega$ ;  $R_4 = 5 \Omega$ ;  $R_5 = 3 \Omega$ ;  $E_1 = 10 V$ ;  $E_2 = 6 V$ 



Sol.: 
$$I_1 = -3.31 \text{ A}$$
;  $I_2 = 3.37 \text{ A}$ ;  $I_3 = -0.06 \text{ A}$ ;  $I_4 = 0.73 \text{ A}$ ;  $I_5 = -0.79 \text{ A}$ ;

5. Analizar el circuito de la figura mediante el método de las mallas, obteniendo la corriente de cada una de las ramas. Con este resultado, calcular la diferencia de potencial entre A y B, y realizar un balance de potencias comparando la potencia de los elementos activos y la de los elementos pasivos.

Datos:  $R_1 = R_2 = 1 \Omega$ ;  $R_3 = 2 \Omega$ ;  $R_4 = 3 \Omega$ ;  $R_5 = 4 \Omega$ ;  $\epsilon_1 = 118 \text{ V}$ ;  $\epsilon_2 = 236 \text{ V}$ ;  $\epsilon_3 = 118 \text{ V}$ 



Sol.: 
$$I_1 = 32 \text{ A}$$
;  $I_2 = -86 \text{ A}$ ;  $I_3 = 54 \text{ A}$ ;  $I_4 = 14 \text{ A}$ ;  $I_5 = 40 \text{ A}$ ;  $U_{AB} = 150 \text{ V}$ ;  $P_g = P_R$ 

- 6. En el circuito de la figura, determinar:
  - Todas las intensidades de rama señaladas
  - Carga, polaridad y energía almacenada en los condensadores
  - Balance de potencias

Datos:  $R_i = i\Omega$ ;  $C_i = i\mu F$ ;  $E_1 = 8 V$ ;  $E_2 = 6 V$ ;  $E_3 = 4 V$ 



Sol.: 
$$I_1 = I_2 = I_3 = -I_4 = 1$$
 A;  $I_5 = I_6 = I_7 = 0$  A;  $Q_{1\mu F} = -7$  μC;  $Q_{2\mu F} = -4$  μC;  $Q_{3\mu F} = 3$  μC;  $E_{1\mu F} = 24.5$  μJ;  $E_{2\mu F} = 4$  μJ;  $E_{3\mu F} = 1.5$  μJ

- 7. Aplicar el método de los nudos en el circuito de la figura para determinar:
  - Los potenciales de los nudos A, B, C y D.
  - Las intensidades de corriente señaladas.
  - Carga, polaridad y energía almacenada en los condensadores, supuestos sin carga inicial.

Datos:  $R_i = i \Omega$ ;  $C_i = i \mu F$ ;  $E_1 = 6 V$ ;  $E_2 = 18 V$ ;  $E_3 = 6 V$ 



Sol.: 
$$U_A = 15 \text{ V}$$
;  $U_B = 11 \text{ V}$ ;  $U_C = U_D = 0 \text{ V}$ ;  $I_1 = I_6 = 0 \text{ A}$ ;  $I_2 = I_4 = -1 \text{ A}$ ;  $I_3 = I_5 = 1 \text{ A}$ ;  $q_1 = 9 \,\mu\text{C}$ ;  $q_2 = 30 \,\mu\text{C}$ ;  $q_3 = 33 \,\mu\text{C}$ ;  $E_{C1} = 40.5 \,\mu\text{J}$ ;  $E_{C2} = 225 \,\mu\text{J}$ ;  $E_{C2} = 181.5 \,\mu\text{J}$ 

- 8. En el circuito de la figura, donde se sabe que la carga inicial de los condensadores era de  $10\,\mu\text{C}$  para  $C_1$  y de  $20\,\mu\text{C}$  para  $C_2$  con las polaridades indicadas, se pide determinar:
  - Intensidades de corriente señaladas
  - Potenciales en los puntos A, B, C, D, E y F

Datos: 
$$\epsilon_1 = 90 \text{ V}$$
;  $\epsilon_2 = 60 \text{ V}$ ;  $\epsilon_3 = 30 \text{ V}$ ;  $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$ ;  $R_4 = R_5 = 30 \Omega$ ;  $C_1 = 10 \mu\text{F}$ ;  $C_2 = 20 \mu\text{F}$ ;  $L_1 = 1 \mu\text{H}$ 



Sol.: 
$$I_1 = 4 \text{ A}$$
;  $I_2 = 5 \text{ A}$ ;  $I_3 = -1 \text{ A}$ ;  $I_4 = I_6 = 1 \text{ A}$ ;  $I_5 = I_7 = 0 \text{ A}$ ;  $I_8 = 1 \text{ A}$ ;  $U_A = 30 \text{ V}$ ;  $U_B = 0 \text{ V}$ ;  $U_C = 1 \text{ V}$ ;  $U_D = 61 \text{ V}$ ;  $U_E = 101 \text{ V}$ ;  $U_F = 11 \text{ V}$ ;

- 9. En el circuito de la figura, los condensadores se conectaron sin carga. Mediante el método de las mallas, se debe determinar:
  - Intensidades de corriente señaladas
  - Potenciales en los puntos A, B, C y D
  - Polaridades, cargas, y energías de los condensadores

#### Balance de potencias

Datos:  $\epsilon_1 = 118 \text{ V}$ ;  $\epsilon_2 = 236 \text{ V}$ ;  $\epsilon_3 = 118 \text{ V}$ ;  $R_1 = 4 \Omega$ ;  $R_2 = R_3 = 1 \Omega$ ;  $R_4 = 3 \Omega$ ;  $R_5 = 2 \Omega$ ;  $C_1 = C_2 = C_3 = 2 \mu\text{F}$ ;  $L_1 = L_2 = L_3 = 1 \text{ mH}$ 



Sol.: 
$$I_1=40\,\mathrm{A};\ I_2=-86\,\mathrm{A};\ I_3=32\,\mathrm{A};\ I_4=14\,\mathrm{A};\ I_5=54\,\mathrm{A};\ U_A=U_B=0\,\mathrm{V};\ U_C=42\,\mathrm{V};\ U_D=150\,\mathrm{V};\ U_{C1}=0\,\mathrm{V};\ q_1=0\,\mathrm{C};\ E_{C1}=0\,\mathrm{J};\ U_{C2}=-42\,\mathrm{V};\ q_2=84\,\mu\mathrm{C};\ E_{C2}=1,76\,\mathrm{mJ};\ U_{C3}=-42\,\mathrm{V};\ q_3=84\,\mu\mathrm{C};\ E_{C3}=1,76\,\mathrm{mJ};\ P_g=P_R$$

#### 10. En el circuito de la figura, se debe determinar:

- Las ecuaciones para el cálculo de las intensidades
- Todas las intensidades indicadas
- Potenciales en todos los nudos
- Carga y energía almacenada en los condensadores

Datos:  $R_1 = 2\Omega$ ;  $R_2 = 4\Omega$ ;  $R_3 = 2\Omega$ ;  $R_4 = 1\Omega$ ;  $R_5 = 2\Omega$ ;  $R_6 = 1\Omega$ ;  $E_1 = 8V$ ;  $E_2 = 8V$ ;  $C_i = i \mu F$ 



Sol.:  $I_1 = I_8 = -6.5 \,\text{A}$ ;  $I_2 = -4 \,\text{A}$ ;  $I_3 = I_7 = -2.5 \,\text{A}$ ;  $I_4 = 3 \,\text{A}$ ;  $I_5 = I_6 = 0.5 \,\text{A}$ ;  $U_A = -8 \,\text{V}$ ;  $U_B = 2 \,\text{V}$ ;  $U_C = 0.5 \,\text{V}$ ;  $U_D = 0 \,\text{V}$ ;  $Q_{1\mu\text{F}} = 8 \,\mu\text{C}$ ;  $Q_{2\mu\text{F}} = Q_{3\mu\text{F}} = 0 \,\mu\text{C}$ ;  $Q_{4\mu\text{F}} = -2 \,\mu\text{C}$ ;  $E_{1\mu\text{F}} = 32 \,\mu\text{J}$ ;  $E_{2\mu\text{F}} = E_{3\mu\text{F}} = 0 \,\text{J}$ ;  $E_{4\mu\text{F}} = 0.5 \,\mu\text{J}$ 

- 11. En el circuito de la figura, se debe determinar:
  - Las corrientes señaladas.
  - El balance de potencias, diferenciando entre elementos activos y elementos pasivos.
  - Los potenciales en los puntos A, B y C.
  - La carga y polaridad en los condensadores, supuestos sin carga inicial.

Datos:  $\epsilon_1 = 1 \text{ V}$ ;  $\epsilon_2 = 7 \text{ V}$ ;  $R_i = 1 \Omega$ ;  $C_i = i \mu \text{F}$ 



Sol.: 
$$I_1 = I_2 = 1\,\text{A}$$
;  $I_3 = I_4 = 0\,\text{A}$ ;  $I_5 = -2\,\text{A}$ ;  $\sum_{\epsilon} P_{\epsilon} = \sum_{R} P_{R}$ ;  $U_A = -1\,\text{V}$ ;  $U_B = -5\,\text{V}$ ;  $U_C = -3\,\text{V}$ ;  $q_1 = 0.5\,\mu\text{C}$ ;  $q_2 = 1\,\mu\text{C}$ ;  $q_3 = 1.5\,\mu\text{C}$ ;  $q_4 = 12\,\mu\text{C}$ 

- 12. El circuito de la figura está funcionando en régimen estacionario. Los condensadores estaban inicialmente descargados. Resuelve el circuito mediante el método que consideres conveniente para obtener los siguientes resultados:
  - Las intensidades señaladas.
  - Polaridad y energía almacenada en los condensadores.
  - Balance de potencias.

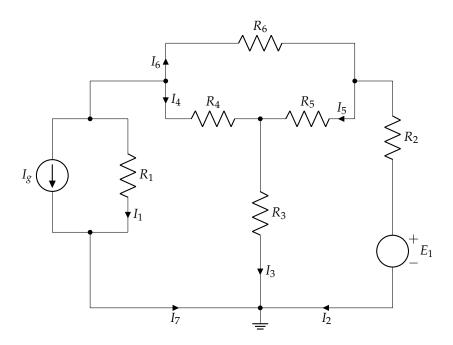
Datos: 
$$\epsilon_1=40\,\mathrm{V};\ \epsilon_2=22\,\mathrm{V};\ \epsilon_3=20\,\mathrm{V};\ C_1=C_2=C_3=2\,\mu\mathrm{F};\ R_{g1}=R_{g2}=R_{g3}=4\,\Omega;\ R_1=R_2=R_3=R_4=2\,\Omega;\ R_5=R_6=R_7=1\,\Omega$$



Sol.: 
$$I_1 = I_5 = 2 \text{ A}$$
;  $I_2 = I_3 = I_8 = I_{10} = -1 \text{ A}$ ;  $I_4 = I_7 = I_{11} = I_{12} = I_{13} = 0 \text{ A}$ ;  $I_6 = I_{14} = 1 \text{ A}$ ;  $E_{C1} = 0.676 \text{ mJ}$ ;  $E_{C2} = 0.576 \text{ mJ}$ ;  $E_{C3} = 1 \mu \text{J}$ ;  $P_g = P_R$ 

13. En el circuito de la figura, obtener las intensidades de corriente señaladas mediante un análisis por el método de las mallas y mediante un análisis por el método de los nudos.

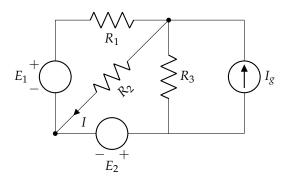
Datos: 
$$R_1 = 9 \Omega$$
;  $R_2 = 4 \Omega$ ;  $R_3 = 18 \Omega$ ;  $R_4 = R_5 = R_6 = 20 \Omega$ ;  $E_1 = 16 V$ ;  $I_g = 2 A$ 



Sol.: 
$$I_1 = -0.74 \,\text{A}$$
;  $I_2 = -1.33 \,\text{A}$ ;  $I_3 = 0.07 \,\text{A}$ ;  $I_4 = -0.39 \,\text{A}$ ;  $I_5 = 0.46 \,\text{A}$ ;  $I_6 = -0.87 \,\text{A}$ ;  $I_7 = 1.26 \,\text{A}$ 

14. Calcular la intensidad que circula por la resistencia de  $30\,\Omega$  del circuito de la figura aplicando el principio de superposición.

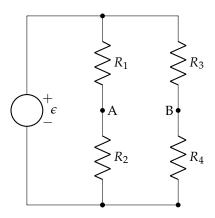
Datos: 
$$R_1 = 20 \Omega$$
;  $R_2 = 30 \Omega$ ;  $R_3 = 20 \Omega$ ;  $E_1 = 32 V$ ;  $E_2 = 64 V$ ;  $I_g = 4 A$ 



*Sol.*: 
$$I = 2,2 A$$

15. Obtener el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B. A partir de este generador, calcula la resistencia a colocar en A-B para obtener la máxima potencia, calculando esta potencia y la potencia entregada por el generador  $\epsilon$ .

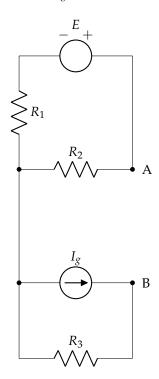
Datos: 
$$\epsilon = 54 \,\text{V}$$
;  $R_1 = R_4 = 8 \,\Omega$ ;  $R_2 = R_3 = 10 \,\Omega$ 



Sol.: 
$$R_{AB} = \frac{80}{9} \Omega$$
;  $P_R = 1,0125 \text{ W}$ ;  $P_{\epsilon} = 2,025 \text{ W}$ 

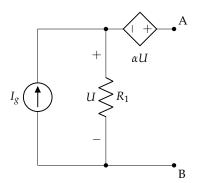
16. Determinar el equivalente Thévenin del circuito de la figura entre los nudos A-B. ¿Qué resistencia habría que conectar en dichos terminales para transferir la máxima potencia? ¿Cuál sería dicha potencia?

Datos: 
$$R_1 = R_2 = 4 \Omega$$
;  $R_3 = 2 \Omega$ ;  $E = 10 V$ ;  $I_g = 8 A$ 



Sol.: 
$$\epsilon_{th} = 5 - 16 = -11 \text{ V}$$
;  $R_{th} = 4 \Omega$ ;  $R_L = 4 \Omega$ ;  $P_{max} = 7.56 \text{ W}$ 

17. Obtener el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B. Datos:  $I_g=10\,\mathrm{A};\ R_1=1\,\Omega;\ \alpha=5$ 

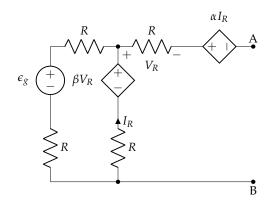


Sol.: 
$$\epsilon_{th} = 60 \,\text{V}$$
;  $R_{th} = 62 \,\Omega$ 

18. En el circuito de la figura, calcular:

- $\, \bullet \,$  La corriente del generador equivalente de Norton respecto de A y B,  $I_N$ .
- La resistencia del generador equivalente de Norton respecto de A y B, R<sub>N</sub>.
- La resistencia de carga que se debe conectar entre A y B para conseguir la máxima potencia disponible, y el valor de esta potencia.

Datos:  $R = 1 \Omega$ ;  $\epsilon_g = 10 \text{ V}$ ;  $\alpha = 2 \Omega$ ;  $\beta = 1$ 



Sol.: 
$$I_N = \frac{10}{3} \text{ A}$$
;  $R_N = 3 \Omega$ ;  $R_L = 3 \Omega$ ;  $P_L = 5.56 \text{ W}$ 

### Capítulo 2

### Corriente alterna monofásica

#### **Ejercicios**

- 1. En un circuito serie RL con  $R=5\Omega$  y L=0.06 H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  H, la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t)=0.06$  $15\sin(200\,t)$  V. Determinar:
  - La tensión total
  - Intensidad de corriente
  - Ángulo de desfase de la intensidad respecto de la tensión
  - Impedancia del circuito

Sol.: 
$$\overline{Z}_{eq} = 5 + \mathrm{j}\,12\,\Omega$$
;  $\overline{I} = 0.88 / -90^{\circ}\,\mathrm{A}$ ;  $\overline{U} = 11.48 / -22.5304^{\circ}\,\mathrm{V}$ ;  $\phi = 67.4696^{\circ}\,\mathrm{M}$ 

2. Una resistencia de  $5\Omega$  y un condensador se unen en serie. La tensión en la resistencia es  $u_R(t)=$  $25 \cdot \sin(2000t + \pi/6)$  V. Si la corriente está adelantada  $60^{\circ}$  respecto de la tensión aplicada, ¿cuál es el valor de la capacidad C del condensador?

Sol.: 
$$C = 100\sqrt{3}/3 \,\mu\text{F}$$

3. Para determinar las constantes R y L de una bobina, se conecta en serie con una resistencia de 25  $\Omega$ y al conjunto se le aplica una fuente de tensión de 120 V a 60 Hz. Se miden las tensiones en bornes de la resistencia y de la bobina, obteniendo los valores  $U_R = 70.8 \,\mathrm{V}$  y  $U_B = 86 \,\mathrm{V}$ . ¿Cuáles son las constantes de la bobina en cuestión?

Sol.: 
$$R = 5 \Omega$$
;  $L = 79.5 \,\text{mH}$ 

- 4. Un circuito serie RLC con  $R=5\,\Omega$ ,  $L=0.02\,\mathrm{H}$  y  $C=80\,\mu\mathrm{F}$ , tiene aplicada una tensión senoidal de frecuencia variable. Determinar los valores de la pulsación  $\omega$  para los cuales la corriente:
  - Adelanta 45° a la tensión
  - Está en fase con ella
  - Retrasa 45°

Sol.: 
$$\omega = 675,39 \, \text{rad/s}$$
;  $\omega = 790,57 \, \text{rad/s}$ ;  $\omega = 925,39 \, \text{rad/s}$ 

5. Determinar el triángulo de potencias de un circuito al que se le aplica una tensión u(t)=340 $\cos(\omega t - \pi/3)$  V y por el que circula una intensidad de corriente  $i(t) = 13.3 \cdot \cos(\omega t - 0.85)$  A.

Sol.: 
$$P = 2217,17 \text{ W}$$
;  $Q = -443,03 \text{ VA}_r$ ;  $S = 2261 \text{ VA}$ 

6. En el esquema de la figura, los elementos tienen los siguientes valores:

$$R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$$
  
 $X_1 = X_2 = 1 \Omega$   
 $R_L = X_L = 1 \Omega$ 

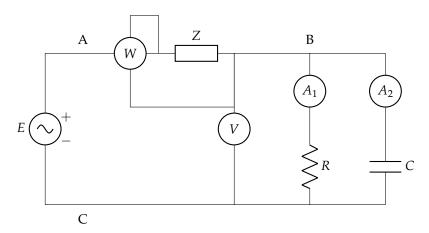
Sabiendo que  $U_{CD} = 200 \,\mathrm{V}$ , se debe calcular:

- Intensidades de corriente I,  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  en forma fasorial, tomando  $U_{CD}$  como referencia de fase
- Lectura de los vatímetros W<sub>1</sub> y W<sub>2</sub>



Sol.: 
$$\overline{I}_1 = 19.9 / -5.7106^{\circ}$$
 A;  $\overline{I}_2 = 19.9 / 5.7106^{\circ}$  A;  $\overline{I}_3 = 20 / 0^{\circ}$  A;  $\overline{I} = 59.6 / 0^{\circ}$  A;  $W_1 = 19.024.3$  W;  $W_2 = 11.920$  W

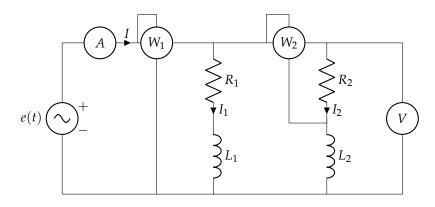
- 7. En el circuito de la figura, los amperímetros  $A_1$  y  $A_2$  marcan 4,5A y 6A, respectivamente; el voltímetro, 150V y el vatímetro 900W. Sabiendo que la frecuencia del generador es de 250Hz y el f.d.p. de la impedancia Z es de 0.8 en retraso, se pide calcular:
  - Valores de R, C y Z en forma compleja
  - La tensión del generador



Sol.: 
$$\overline{R} = 33,33\underline{/0^{\circ}}\Omega$$
;  $\overline{X_c} - j25\Omega$ ;  $\overline{Z} = 16 + j12\Omega$ ;  $\overline{U_{AC}} = 212,13\underline{/45^{\circ}}V$ 

8. En el circuito de la figura, determinar las lecturas de los aparatos de medida y el balance de potencias activas y reactivas, así como el triángulo global de potencias.

Datos: 
$$e(t) = 100\sqrt{2}\cos(\omega t)$$
;  $R_1 = 2\Omega$ ;  $R_2 = 4\Omega$ ;  $\omega L_1 = 3\Omega$ ;  $\omega L_2 = 4\Omega$ .



Sol.: 
$$V=100\,V$$
;  $A=45,20\,A$ ;  $W_1=2788,31\,W$ ;  $W_2=1250,33\,W$ ;  $P_{R1}=1539,02\,W$ ;  $P_{R2}=1250,33\,W$ ;  $Q_{L1}=2308,52\,V\,A\,r$ ;  $Q_{L2}=1250,33\,V\,A\,r$ ;  $P_{T}=2789,35\,W$ ;  $Q_{T}=3558,82\,V\,A\,r$ ;  $\overline{S_{T}}=2789,35+i3558,82\,V\,A\,r$ 

- 9. El circuito de la figura tiene carácter inductivo. La impedancia de la línea es  $Z=10\sqrt{2}\Omega$  con f.d.p.  $\sqrt{2}/2$  en retraso. Tomando como referencia de fases la intensidad total  $\overline{I}$ , se pide calcular:
  - Potencia activa y reactiva consumida por Z
  - $\blacksquare$  Expresiones complejas de las intensidades medidas por los amperímetros A,  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$
  - Expresiones complejas de las tensiones  $\overline{U_{AB}}$ ,  $\overline{U_{AC}}$  y  $\overline{U_{CB}}$
  - Valores de  $R_1$ ,  $X_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  y  $X_3$

Datos: 
$$A = 5\sqrt{5}A$$
;  $A_1 = 5\sqrt{2}A$ ;  $A_2 = 5A$ ;  $A_3 = \sqrt{10}A$ ;  $U_{AB} = 247V$ ;  $W_1 = 2350W$ ;  $R_1 = R_3$ 



$$Sol.: P_z = 1250 \ W; \ \underline{Q}_z = 1250 \ VAr; \ \overline{I} = 11,18 \underline{/0^\circ}A; \ \overline{I_1} = 7,07 \underline{/-34,6711^\circ}A; \ \overline{I_2} = 5\underline{/10,3289^\circ}A; \ \overline{I_3} = 3,16\underline{/81,8940^\circ}A; \ \overline{U_{AB}} = 247\underline{/31,6823^\circ}V; \ \overline{U_{AC}} = 158,11\underline{/45^\circ}V; \ \overline{U_{CB}} = 100\underline{/10,3289^\circ}V; \ R_1 = R_3 = 10\Omega; \ R_2 = 20\Omega; X_1 = 10\Omega; \ X_3 = -30\Omega$$

- 10. La potencia reactiva del circuito de la figura es  $80\,\mathrm{VA_r}$  de tipo capacitivo. La tensión en la impedancia Z está en fase con la intensidad  $I_1$  y las lecturas de los aparatos son  $A=4\,\mathrm{A},\,V=50\,\mathrm{V},\,W=200\,\mathrm{W}.$  Sabiendo que  $R_1=10\,\Omega$  y  $X_2=50\,\Omega$ , calcula:
  - a) Las corrientes  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  en forma fasorial.
  - *b*) Las reactancias  $X_1$ ,  $X_3$ , y la impedancia  $\overline{Z}$ .
  - *c*) La fuerza electromotriz  $\overline{\epsilon}$ .



Sol. 
$$\overline{I} = 4\underline{/0^{\circ}} A$$
;  $\overline{I}_1 = 2\sqrt{5}/-26.56^{\circ} A$ ;  $\overline{I}_2 = 1\underline{/-90^{\circ}} A$ ;  $X_1 = 5\Omega$ ;  $X_3 = \frac{50}{3}\Omega$ ;  $\overline{Z} = 10 - j5\Omega$ ;

- 11. Un motor monofásico de S=10kVA y fdp=0.8 está alimentado por una fuente de 230V a f=50Hz. Calcular:
  - El valor eficaz de la corriente absorbida por el motor
  - La potencia aparente del generador
  - La capacidad del condensador necesario para compensar el factor de potencia a la unidad
  - El valor eficaz de la corriente absorbida por el conjunto condensador-motor
  - La potencia aparente del generador necesario una vez conectado el condensador del tercer apartado
  - Compara de forma razonada los resultados de los apartados 4 y 5 con los valores calculados en los apartados 1 y 2

Sol.: 
$$I=43.5A;\ S_g=10kVA;\ C=361\mu F;\ I'=34.78A;\ S_g'=8000kVA$$

- 12. Un generador de corriente alterna monofásica ( $f=50~{\rm Hz}$ ) alimenta a dos cargas a través de una línea de cobre. Esta línea, de resistividad  $\rho=21~{\rm m}\Omega~{\rm mm}^2/{\rm m}$ , tiene una longitud de 100 m y una sección de 16 mm². Las dos cargas, cuya tensión de alimentación es de 230 V, son dos motores, uno con potencia de 7 kW y f.d.p. de 0,65, y otro con una potencia de 5 kW y f.d.p. de 0,85. Con esta información, se pide calcular:
  - Triángulo de potencias de cada carga y del conjunto de ambas
  - Valor eficaz de las corrientes en cada carga y de la corriente total
  - Triángulo de potencias del generador
  - Valor eficaz de la tensión en bornes del generador
  - Capacidad del condensador a instalar en bornes de las cargas para mejorar el factor de potencia a 0,95
  - Valor eficaz de la corriente entregada por el generador una vez instalado el condensador
  - Triángulo de potencias del generador una vez instalado el condensador

```
Sol.: P_1=7000W; Q_1=8183,91VAr; S_1=10769,23VA; P_2=5000W; Q_2=3098,72VAr; S_2=5882,35VA; P_T=12000W; Q_T=11282,63VAr; S_T=16471,12VA; I_1=46,82 A; I_2=25,58 A; I_T=71,62 A; P_g=13346,23W; Q_g=11282,63VAr; S_g=17476,26VA; U_g=244,4V; C=441,66\mu F; I'=54,92A; P'_g=12791,75W; Q'_g=3944,21VAr; S'_g=13386,02VA
```

- 13. Un generador de corriente alterna monofásica (f = 50Hz) alimenta a dos cargas a través de una línea de cobre. Esta línea, de resistividad  $\rho = 0.017\Omega mm^2/m$ , tiene una longitud de 40m y una sección de 6mm². Las dos cargas, cuya tensión de alimentación es de 200V, son:
  - a) Un motor de 7kW con f.d.p. 0,7.
  - b) Un grupo de lámparas fluorescentes con potencia total 200W y f.d.p. 0,5.

#### Se pide:

- Esquema del circuito señalando adecuadamente los elementos, corrientes y tensiones
- Potencias activa, reactiva y aparente de cada carga
- Valor eficaz de las corrientes en cada carga, y de la corriente total
- Potencia activa y reactiva entregada por el generador
- Valor eficaz de la tensión en bornes del generador
- Capacidad necesaria a instalar en bornes de las cargas para mejorar el factor de potencia de las mismas a la unidad
- Valor eficaz de la tensión en bornes del generador, y potencia aparente entregada por el mismo una vez instalada la capacidad determinada en el apartado anterior

```
Sol.: P_M=7000W; Q_M=7141,43VAr; S_M=10000VA; P_F=200W; Q_F=346,41VAr; S_F=400VA; I_M=50A; I_F=2A; I_T=51,94A; P_g=7811,50W; Q_g=7487,8VAr; U_g=208,33V; C=595,86\mu F; U_g'=207,92V; S_g'=7485,12VA
```

14. Un generador de corriente alterna ( $f=50\,\mathrm{Hz}$ ) alimenta una instalación eléctrica a través de una línea de cobre ( $\rho=0.017\,\Omega\,\mathrm{mm^2/m}$ ) de 25 mm² de sección. La instalación eléctrica está compuesta por un motor de  $S_m=10\,\mathrm{kVA}$  y fdp = 0,8, una instalación de alumbrado fluorescente de  $P_f=800\,\mathrm{W}$  y fdp = 0,9, y diversas cargas electrónicas con una potencia conjunta  $P_e=540\,\mathrm{W}$  y fdp = 0,5 en retraso.

Suponiendo que las cargas trabajan a su tensión nominal de 230 V y que están situadas a 100 m del generador, calcule:

- a) Triángulo de potencias total de las cargas  $(P_T, Q_T, S_T)$  y factor de potencia.
- b) Valor eficaz de la corriente que circula por la línea.
- c) Potencia disipada en la línea.
- d) Triángulo de potencias del generador  $(P_g, Q_g, S_g)$  y factor de potencia.
- *e*) Valor eficaz de la tensión de salida del generador.

*f*) Capacidad del banco de condensadores a instalar en bornes de la carga necesario para reducir la corriente que circula por la línea a un valor de 45 A.

Independientemente del resultado obtenido, suponga que la capacidad instalada es  $C=172\,\mu\text{F}$ . En estas condiciones, calcule:

- g) Potencia aparente de las cargas (incluyendo al banco de condensadores)
- h) Valor eficaz de la corriente que circula por la línea y potencia disipada en la misma.
- *i*) Triángulo de potencias del generador y factor de potencia.
- j) Tensión de trabajo del generador.

Sol. 
$$S_T=11\,868,4\,\mathrm{VA}; I=51,6\,\mathrm{A}; P_L=362,1\,\mathrm{W}; S_g=12\,155,4\,\mathrm{VA}; U_g=235,6\,\mathrm{V}; C=172,3\,\mathrm{\mu F}; S_T'=10\,350,1\,\mathrm{VA}; I'=45\,\mathrm{A}; S_g'=10\,599,2\,\mathrm{VA}; U_g'=235,5\,\mathrm{V}$$

15. Calcular la corriente i(t) del circuito de la figura.



Datos:  $i_g(t) = 10\sqrt{2}\sin(100t)$ A;  $R_1 = R_2 = 1\Omega$ ;  $L_1 = L_2 = 0.01$  H;  $C_1 = 0.01$  F;  $u_g(t) = 10\sqrt{2}\cos(100t)$ V

Sol.: 
$$i(t) = \sqrt{2} 10 \cos(100 t) A$$

- 16. Del circuito de la figura obtener:
  - lacktriangle Expresiones analíticas de las intensidades  $i_1(t)$  e  $i_2(t)$
  - Potencia disipada por todas las resistencias

Datos:  $e_g(t) = 50\sqrt{2}\sin(1000 t)$  V;  $i_g(t) = 10$  A;  $R_1 = R_2 = 2\Omega$ ;  $R_3 = 7\Omega$ ;  $L_1 = L_2 = 1$  mH;  $L_3 = 2$  mH

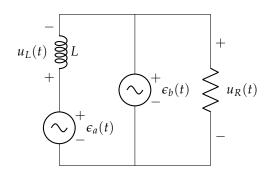


Sol.: 
$$i_1(t) = -5 + 5\sqrt{10}\sin(1000t - 0.46)A$$
;  $i_2(t) = 5 + 5\sqrt{10}\sin(1000t - 0.46)A$ ;  $i_3(t) = 10A$ ;  $P_T = 1300 \text{ W}$ 

17. En el circuito de la figura determina:

- $\blacksquare u_R(t) y u_L(t)$
- Balance de potencias

Datos:  $e_a(t) = 3\sqrt{2}\sin(10^3t)V$ ;  $e_b(t) = 30\sqrt{2}\sin(10^4t)V$ ;  $R = 30\Omega$ ; L = 3mH



Sol.: 
$$u_R(t) = 30\sqrt{2}\sin(10^4t)V$$
;  $u_L(t) = 3\sqrt{2}\sin(10^3t) - 30\sqrt{2}\sin(10^4t)V$ ;  $P_R = 30W$ ;  $P_{\epsilon} = 30W$ 

18. El circuito de la figura se encuentra en régimen permanente. Determinar analíticamente la expresión de i(t), así como las potencias entregadas por los generadores y disipadas por las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ .

Datos:  $e_1(t) = 50 \sin(1000t)V$ ;  $e_2(t) = 30V$ ;  $R_1 = 6\Omega$ ;  $R_2 = 6\Omega$ ; L = 8mH;  $C = 10\mu F$ 



Sol.: 
$$i(t) = 5 + 5\sin(1000t - 0.9273)A$$
;  $P_{R1} = 225W$ ;  $P_{R2} = 0W$ ;  $P_{\epsilon} = 225W$ 

19. Obtén el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B.



Datos:

$$\overline{\epsilon_g} = 12 - 16j \text{ V}; \overline{Z}_1 = 1 - j \Omega; \overline{Z}_2 = 1 + j \Omega; \overline{Z}_3 = 5 + 3j \Omega \alpha = 2$$

Sol. 
$$\overline{\epsilon}_{th} = 11,66/-59,04^{\circ}\text{V}; \overline{Z}_{th} = 0,64 + 0,52j\Omega$$

20. Obtén el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B. A partir de este generador, calcula la impedancia a colocar en AB para obtener la máxima potencia, calculando esta potencia.



Sol. 
$$\overline{\epsilon}_{th} = 10 - 10j$$
V;  $\overline{Z}_{th} = 4 - 3j\Omega$ 

$$\overline{\epsilon_1} = 10/0 \text{ V}$$

$$\overline{\epsilon_2} = 10j \text{ V}$$

$$\overline{Z}_1 = 4 - 3j \Omega$$

$$\overline{Z}_2 = 3 + 4j \Omega$$

$$\alpha = 2$$

### Capítulo 3

### Sistemas trifásicos

#### **Ejercicios**

- 1. El receptor trifásico de la figura tiene secuencia de fases inversa y tensión de línea  $200\sqrt{3}$  V. Su potencia activa es 12 kW y el vatímetro 2 ( $W_2$ ) indica 6 kW. Hallar:
  - Valor de la impedancia  $\overline{Z}$ , en forma compleja.
  - Fasores correspondientes a las intensidades de línea.



Sol.: 
$$\overline{Z} = 10/0^{\circ}\Omega$$
;  $\overline{I}_a = 20/-90^{\circ} A$ ;  $\overline{I}_b = 20/30^{\circ} A$ ;  $\overline{I}_c = 20/150^{\circ} A$ 

- 2. En el sistema trifásico de la figura de secuencia de fases directa y f=60 Hz, el receptor equilibrado disipa una potencia total  $P_T=51984$  W con un factor de potencia de 0,6 en retraso. Sabiendo que el amperímetro indica  $76\sqrt{3}$  A, determinar:
  - Lecturas de los vatímetros 1 y 2
  - Valor de la impedancia  $\overline{Z}$  en forma compleja
  - Capacidad mínima para mejorar el factor de potencia a 0,95



Sol.: 
$$W_1 = 46000,65 W$$
;  $W_2 = 5983,35 W$ ;  $\overline{Z} = 3 + j4 \Omega$ ;  $C_D = 319,8 \mu F$ 

- 3. En el sistema trifásico de la figura, de secuencia de fases inversa y tensión de línea  $200\sqrt{3}$  V, los dos receptores son equilibrados, con impedancias  $\overline{Z_1} = 6 + j8 \Omega$  y  $\overline{Z_2} = 8 + j6 \Omega$ . Determinar:
  - Lecturas de los amperímetros.
  - Lecturas de los vatímetros y la potencia compleja total.



Sol.: 
$$A = 79,40 A$$
;  $A_1 = 20 A$ ;  $A_2 = 60 A$ ;  $W_A = 27007,43 W$ ;  $W_B = 18013,85 W$ ;  $W_C = 8993,58 W$ ;  $\overline{S_T} = 36000 + j31200 VA$ 

- 4. El sistema trifásico de la figura es de 380 V a 50 Hz y secuencia de fases inversa.  $\overline{Z}$  es un elemento pasivo ideal, tal que el factor global de potencia es la unidad. El motor es de 1,8 CV, rendimiento 90 % y factor de potencia 0,8. Determinar:
  - Impedancia  $\overline{Z}$  en forma compleja.
  - Intensidad en el motor.
  - Fasores intensidad de línea.
  - Lectura de los aparatos de medida: V, A, W<sub>1</sub>, W<sub>2</sub> y W<sub>3</sub>.



Sol.: 
$$\overline{Z}=-j$$
 129,76  $\Omega$ /fase;  $I_{M}=2$ ,83  $A$ ;  $\overline{I_{a}}=2$ ,27/ $\underline{-90^{\circ}}$   $A$ ;  $\overline{I_{b}}=2$ ,27/ $\underline{30^{\circ}}$   $A$ ;  $\overline{I_{c}}=2$ ,27/ $\underline{150^{\circ}}$   $A$ ;  $W_{1}=0$ ;  $W_{2}=-645$ ,24 $W$ ;  $W_{3}=645$ ,24 $W$ 

- 5. Una plantación agrícola emplea dos bombas sumergibles para extraer agua de un pozo y transportarla a través de un sistema de riego por goteo. Estas dos bombas están alimentadas a 400 V por una línea trifásica en secuencia de fases directa y frecuencia 50 Hz. Una de las bombas funciona con un motor trifásico de 30 kW y factor de potencia de 0.78. La otra bomba trabaja con un motor de 7,5 kW y factor de potencia de 0.67. La línea que alimenta estas dos bombas es resistiva, con resistividad  $\rho=0.017\,\Omega\,\mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$ , longitud de 300 m y una sección de 35 mm².
  - *a*) Calcula el triángulo de potencias (potencia activa, reactiva, y aparente) de cada carga, y total de las cargas (a la salida de la línea).
  - b) Calcula el **valor eficaz** de la corriente de línea de cada carga, y total.
  - c) Determine la lectura de los siguientes aparatos de medida conectados a la entrada de las cargas:

- Un vatímetro en la fase A, midiendo tensión entre las fases A y C.
- Un vatímetro en la fase B, midiendo tensión entre las fases B y C.
- Un vatímetro en la fase C, midiendo tensión entre las fases B y A.
- d) Calcule el triángulo de potencias a la entrada de la línea.
- e) Calcule el valor eficaz de la tensión a la entrada de la línea.
- *f*) Calcule los condensadores que se deben conectar a la salida de la línea para mejorar el factor de potencia del sistema hasta la unidad. Indique el modo de conexión.

Una vez conectados los condensadores del último apartado:

- g) Calcule el valor eficaz de la corriente de línea total.
- h) Calcule el triángulo de potencias a la entrada de la línea.
- i) Calcule el valor eficaz de la tensión a la entrada de la línea.
- j) Determine la lectura de los vatímetros descritos anteriormente.

Sol.:  $P_1=30kW$ ;  $Q_1=24,07kVAr$ ;  $S_1=38,46kVA$ ;  $P_2=7,5kW$ ;  $Q_2=8,31kVAr$ ;  $S_2=11,19kVA$ ;  $P_T=37,5kW$ ;  $Q_T=32,38kVAr$ ;  $S_T=49,55kVA$ ;  $I_1=55,51A$ ;  $I_2=16,15A$ ;  $I_T=71,52A$ ;  $W_{A,AC}=28,10kW$ ;  $W_{B,BC}=9,40kW$ ;  $W_{C,BA}=-18,69kW$ ;  $P_g=39,74kW$ ;  $Q_g=32,38kVAr$ ;  $S_g=51,26kVA$ ;  $U_g=413,81V$ ;  $C=214,7\mu F/fase$ ;  $I_T'=54,13A$ ;  $P_g'=38,78kW$ ;  $Q_g'=0VAr$ ;  $S_g'=38,78kVA$ ; U'=413,66V;  $W_{A,AC}'=18,75kW$ ;  $W_{B,BC}'=18,75kW$ ;  $W_{C,BA}'=0W$ 

- 6. El circuito de la figura es de secuencia de fases directa y 50 Hz. Determinar:
  - a) Potencias activas y reactivas totales.
  - b) Capacidad mínima de los condensadores a instalar para mejorar el factor de potencia total hasta la unidad.
  - c) Intensidades de línea, en forma fasorial, una vez mejorado el factor de potencia.

Datos:

$$\overline{Z}_1 = 100/60^{\circ}\Omega$$

$$W_1 = 300 \text{ W}$$

$$W_2 = 300 \text{ W}$$

$$V = \sqrt{3} \cdot 200 \text{V}$$



Sol.: 
$$P_T=2400W;~Q_T=1800\sqrt{3}VAr;~C=27,57~\mu F;~\bar{I}_A=4/\underline{90^\circ}A;~\bar{I}_B=4/\underline{-30^\circ}A;~\bar{I}_C=4/\underline{-150^\circ}A$$

- 7. En la figura dos vatímetros miden una carga trifásica inductiva equilibrada alimentada a una tensión  $U = 400 \,\text{V}$ . El vatímetro  $W_B$  indica una lectura de 11 320 W, y el vatímetro  $W_C$  indica una lectura de 1815 W. A partir de esta información se pide:
  - a) Determinar la secuencia de fases del sistema.
  - b) Triángulo de potencias de la carga.
  - c) Impedancia equivalente de la carga en estrella y en triángulo.
  - *d*) Tensión de alimentación a la entrada de la línea  $U_1$  sabiendo que la línea de alimentación es resistiva pura con valor  $R = 0.1 \Omega$ .

e) Capacidad de los condensadores que se deben conectar en bornes de la carga para conseguir mejorar su factor de potencia a la unidad. Determinar las nuevas lecturas de los vatímetros  $W_B$  y  $W_c$ .



**Sol.: SFI;** 
$$P=20\,825\,\mathrm{W}$$
;  $Q=3143.7\,\mathrm{VA}_r$ ;  $\overline{S}=21060.9 \underline{/8.58^\circ}\mathrm{VA}$ ;  $\overline{Z}_\triangle=22.8 \underline{/8.58^\circ}\Omega$ ;  $U_1=405.21\,\mathrm{V}$ ;  $C=20.85\,\mathrm{\mu}\mathrm{F}$ ;

- 8. Del circuito de la figura se sabe que tiene una secuencia de fases directa ABC. El amperímetro indica 5 A, el voltímetro 400 V, y los vatímetros A y C muestran una lectura idéntica. Se pide:
  - a) Valor de la impedancia Z en forma compleja.
  - b) Expresión fasorial de todas las intensidades del circuito.
  - c) Lecturas de los vatímetros A y C.



Dato: 
$$\overline{Z}_L = 1 + j \Omega$$
.

**Sol.**: 
$$Z = 80\sqrt{3}\,\Omega$$
;  $I_a = 5/91,24^{\circ}$ A;  $I_b = 5/-28,75^{\circ}$ A;  $I_c = 5/-148,75^{\circ}$ A;  $W_a = W_c = 1761,04\,\mathrm{W}$ 

9. En el circuito de la figura se debe determinar:



- a) Lectura del vatímetro  $W_c$ .
- *b*) Lectura del amperímetro.
- c) Factor de potencia total de las cargas (en retraso o adelanto).
- d) Lectura de los vatímetros  $W_a$  y  $W_b$ .
- e) Lectura del voltímetro.
- f) Valor de los condensadores conectados en  $A_1B_1C_1$  para que el f.d.p. en ese punto sea la unidad.
- g) Lecturas de los cinco aparatos de medida tras el apartado anterior.

#### Datos:

- Secuencia de fases directa,  $f = 50 \,\mathrm{Hz}$ ,  $(A_1 B_1 C_1) \,U_1 = 420 \,\mathrm{V}$ .
- $Z_1$ : motor de 10 CV, con  $\eta = 0.83$ , y f.d.p. de 0'9.
- $Z_2$ : conjunto de iluminación fluorescente, con  $P = 2400 \,\mathrm{W}$ , y f.d.p. de 0'85.
- $R_L = 1 \Omega$ .

**Sol.**:  $W_c = -3338,3 \text{ W}$ ; A = 17,41 A; fdp = 0,89;  $W_A = 7757,6 \text{ W}$ ;  $W_B = 4419,27 \text{ W}$ ; U' = 447,02 V;  $C = 34,78 \,\mu\text{F}$ 

10. Una línea ideal trifásica de 4 hilos alimenta a dos cargas a una tensión de 400 V en secuencia de fases inversa (SFI) y frecuencia 50 Hz.

Las cargas tienen las siguientes características:

- Un motor trifásico de 70 kW y f.d.p. de 0.8.
- Un conjunto equilibrado de 90 lámparas fluorescentes. Las características de cada lámpara son: potencia de 12 W, f.d.p. de 0.7 en retraso, tensión 230 V.

Con esta información se pide:

- a) Conectar adecuadamente los siguientes aparatos de medida antes de las cargas.
  - Un voltímetro que mida la tensión de línea (etiquetado como  $V_L$ ) y otro voltímetro que mida la tensión de fase (etiquetado como  $V_F$ ).
  - Un vatímetro que permita calcular la potencia reactiva total del sistema (etiquetado como  $W_r$ ).
  - Dos vatímetros que, de forma conjunta, permitan calcular la potencia activa total del sistema (etiquetados como  $W_X$  y  $W_Y$ ).
- b) Calcular el valor eficaz de la corriente de línea total.
- c) Calcular la lectura de cada uno de los aparatos de medida del primer apartado.
- *d*) Calcular los condensadores necesarios para mejorar el factor de potencia hasta 0,9, indicando cómo se deben conectar.

*e*) Una vez conectados los condensadores del anterior apartado, determinar la corriente de línea y la lectura de todos los aparatos de medida del apartado 2.

**Sol.**: 
$$I = 128,5 \text{ A}$$
;  $V_L = 400 \text{ V}$ ;  $V_F = 230,9 \text{ V}$ ;  $W_r = 30.947 \text{ W}$ ;  $W_X = 20.666,5 \text{ W}$ ;  $W_Y = 51.013,5 \text{ W}$ ;  $C = 127,2 \,\mu\text{F}$ ,  $I' = 114 \,\text{A}$ ;  $W_X' = 25.602,2 \,\text{W}$ ;  $W_Y' = 45.477,8 \,\text{W}$ ;  $W_R' = 19.875,6 \,\text{W}$ 

- 11. En el sistema de la figura de secuencia de fases directa y frecuencia  $f=60\,\mathrm{Hz}$ , se dispone de un receptor equilibrado con una potencia total  $P_T=51\,984\,\mathrm{W}$  factor de potencia de 0,6 en retraso. Sabiendo que el amperímetro marca  $76\sqrt{3}\,\mathrm{A}$ , determinar:
  - a) Medida de los vatímetros 1 y 2.
  - b) Valor de la impedancia  $\overline{Z}$  en forma módulo-argumento.
  - c) Valor de la capacidad mínima para mejorar el factor de potencia a 0,95 en retraso.
  - d) Valor de la impedancia equivalente en estrella.



**Sol.**:
$$W_1 = 46\,001\,\text{W}$$
;  $W_2 = 17\,328\,\text{W}$ ;  $\overline{Z} = 5/53,13^{\circ}\Omega$ .

- 12. Un sistema trifásico a cuatro hilos de  $200\,\mathrm{V}$  a  $50\,\mathrm{Hz}$  y secuencia de fases directa está constituido por un motor a cuatro hilos de  $3200\,\mathrm{W}$  de potencia y factor de potencia de 0.9, y un triángulo de impedancia  $20/30^\circ\Omega$ . Con esta información se debe determinar:
  - a) Impedancia equivalente del motor.
  - b) Impedancia equivalente de todo el sistema.

**Sol:** 
$$\overline{Z}_{mY} = 11,25/25,84^{\circ}\Omega; \overline{Z}_{Y} = 4,19/28,45^{\circ}\Omega$$

- 13. En el circuito de la figura la tensión es  $275\sqrt{3}$ V. Los motores 1 y 2 tienen factores de potencia 0.96 y 0.8, respectivamente. El vatímetro  $W_a$  da una lectura de  $2420\sqrt{3}$ W. Al medir las intensidades de los motores se comprueba que son iguales en ambos. Con esta información se debe determinar:
  - a) Secuencia de fases del sistema.
  - b) Lectura del vatímetro  $W_h$ .
  - c) Impedancias de cada uno de los motores e impedancia equivalente del conjunto.



**Sol.: SFD;**  $W_b = 5164.2 \text{ W}; \overline{Z}_{1Y} = 27.5 / 16.26^{\circ} \Omega; \overline{Z}_{2Y} = 27.5 / 36.87^{\circ} \Omega; \overline{Z}_{Y} = 13.97 / 26.56^{\circ} \Omega$ 

### Capítulo 4

# Introducción al régimen transitorio

#### **Ejercicios**

1. En el circuito de la figura el interruptor ha estado abierto durante un tiempo prolongado, y en el instante t = 0 se cierra. Hay que determinar las respuestas del circuito en  $t = 0^+$ .



Sol.: 
$$i_1(0^+) = i_3(0^+) = 4$$
 A;  $u_1(0^+) = 12$  V;  $u_2(0^+) = 0$  V;  $u_3(0^+) = 8$  V;  $u_L(0^+) = u_3(0^+) = 8$  V.

2. El interruptor de la figura lleva cerrado un tiempo que se puede considerar infinito. En el instante t=0, se abre, permaneciendo en esta posición definitivamente. Calcular la expresión de la intensidad i(t) desde t=0 en adelante. Datos: E=1 V;  $R_1=1$   $\Omega$ ;  $R_2=R_3=2$   $\Omega$ ; C=4 mF.



Sol.: 
$$i(t) = \frac{1}{9} e^{-\frac{t}{0.012}} A$$

3. El circuito de la figura se encuentra en régimen permanente. En el instante t=0 se abre el interruptor. Calcular  $u_1$  y  $u_2$  para t>0.

Datos: 
$$E = 15 \text{ V}$$
;  $R_1 = 200 \Omega$ ;  $R_2 = 100 \Omega$ ;  $C_1 = 2 \mu\text{F}$ ;  $C_2 = 4 \mu\text{F}$ .



Sol.: 
$$u_1(t) = 15 - 10 e^{-2500 t} V$$
;  $u_2(t) = 5 e^{-2500 t} V$ 

4. El interruptor del circuito de la figura lleva cerrado un timepo que se considera infinito. En el instante t=0, se abre y permanece en dicha posición definitivamente. Hállese la expresión de u(t) e i(t) para t>0.

Datos: 
$$E = 36 \text{ V}$$
;  $R_1 = 2 \Omega$ ;  $R_2 = 4 \Omega$ ;  $R_3 = 3 \Omega$ ;  $C = 3 \text{ mF}$ ;  $L = 6 \text{ mH}$ .



Sol.: 
$$u(t) = 36 - 12e^{-166,67t}V$$
;  $i(t) = 6e^{-500t}A$ 

5. El circuito de la figura lleva en esa posición un tiempo que se puede considerar infinito. En el instante t=0, ambos interruptores cambian su posición. Calcular la expresión de u(t) para t>0. Datos:  $E_1=40\,\mathrm{V};\,R_1=20\,\Omega;\,R_2=60\,\Omega;\,R_3=3\,\Omega;\,R_4=6\,\Omega;\,C=0.5\,\mathrm{mF};\,e_2(t)=120\cos(1000t)\mathrm{V}.$ 



Sol.: 
$$u(t) = 10 e^{-1000 t} + 20\sqrt{2} \cos(1000 t - \frac{\pi}{4}) V$$

6. En el circuito de la figura se abre el interruptor después de un tiempo suficientemente grande para considerar que el circuito funcionaba en régimen permanente. Expresar las formas de onda de  $i_1$ ,  $i_2$  y  $u_L$  para t > 0.

Datos: 
$$e(t) = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)$$
V;  $L = 0.2$  H;  $R_1 = 25\Omega$ ;  $R_2 = 275\Omega$ .



Sol.: 
$$i_1(t) = 1.7 \,\mathrm{e}^{-1500\,t}\,A;\; i_2(t) = -1.7 \,\mathrm{e}^{-1500\,t}\,A;\; u_L(t) = -510 \,\mathrm{e}^{-1500\,t}\,V$$

7. En el circuito de la figura, en t=0 se cierra el interruptor. Obtener la expresión analítica de la intensidad i(t), para t>0.

Datos: 
$$E = 10$$
 V;  $L = 0.2$  H;  $I_g = 1$  A;  $R_1 = 10$  Ω;  $\alpha = 3$  Ω.



Sol.: 
$$i(t) = \frac{3}{7} e^{-35t} - \frac{3}{7}$$

8. El interruptor de la figura ha estado cerrado por un tiempo muy prolongado y en t = 0 se abre.



Con esta información se debe calcular:

- a) Valores de  $i_1(0^+)$ ,  $i_2(0^+)$ ,  $i_L(0+)$ ,  $u_L(0^+)$  y  $u_{AB}(0+)$ .
- *b*) Expresión de  $i_L(t)$  para t > 0.
- c) Expresiones de  $u_L(t)$  y  $u_{AB}(t)$  para t > 0.

Sol.: 
$$i_L(t) = 3.43 + 0.57 \cdot e^{-2000 \cdot t}$$
A;  $u_L(t) = -4 \cdot e^{-2000 \cdot t}$ V;  $u_{AB}(t) = 6.86 - 2.86 \cdot e^{-2000 \cdot t}$ V

- 9. El interruptor del circuito de la figura lleva abierto un tiempo indefinido. En el instante t=0 se cierra este interruptor. Hay que obtener:
  - a) Valores de las tensiones  $u_1(0^+)$ ,  $u_2(0^+)$ ,  $u_3(0^+)$  y  $u_c(0^+)$ .
  - b) Expresión temporal de la tensión  $u_c(t)$  para t > 0.
  - c) Expresiones temporales de  $u_2(t)$  y  $u_3(t)$  para t > 0.



$$Sol.: u_C(t) = 5 - 5 \cdot e^{-0.2t} V; u_2(t) = 5 - e^{-0.2t} V; u_3(t) = 4 \cdot e^{-0.2t} V$$

10. Calcular la corriente i(t) para t > 0.



11. Calcular la tensión en bornes del condensador para t>0.



12. Determina las corrientes  $i_L(t)$  e  $i_1(t)$  para t > 0.



13. El circuito de la figura ha alcanzado el régimen permanente con el interruptor cerrado. El interruptor se abre en t=0. Calcula las expresiones de la tensión en bornes del condensador y de la corriente por la bobina para t>0.



$$Sol.: i_L(t) = 0.689 \cdot e^{-0.354 \cdot t} + 0.311 \cdot e^{-5.645 \cdot t}; u_c(t) = 9.7275 \cdot e^{-0.354 \cdot t} + 0.275 \cdot e^{-5.645 \cdot t}.$$

14. En el circuito de la figura calcular la tensión  $u_C(t)$  para t > 0.



- 15. En el circuito de la figura el interruptor ha estado cerrado durante un tiempo elevado, y en t=0 se abre. En estas condiciones se debe determinar:
  - *a*) Tipo de transitorio presente en el circuito.
  - b) Condiciones iniciales de las siguientes variables del circuito:  $u_C(0^+)$ ,  $i_L(0^+)$ ,  $i_C(0^+)$ ,  $u_L(0^+)$ .
  - c) Valores en régimen permanente de las siguientes variables del circuito:  $u_C(\infty)$ ,  $i_L(\infty)$ ,  $i_C(\infty)$ ,  $u_L(\infty)$ .
  - *d*) Expresión de la corriente  $i_L(t)$  para t > 0.
  - *e*) Expresión de la tensión  $u_C(t)$  para t > 0.



Sol.:  $i_L(t) = e^{-4687,5t} \left[ \cos(1739,93t) + 2,69 \sin(1739,93t) \right] = 2,87 e^{-t} \sin(1739,93t + 1,215) A; u_C(t) = 500 - e^{-4687,5t} \left( 435,9 \sin(1739,9t) + 375 \cos(1739,9t) \right) A = 500 - 575,01 \cdot e^{-4687,5t} \cdot \sin(1739,9t + 0,7104) A$