Problema 1.

Un sistema trifásico de secuencia de fases inversa y tensión $200\sqrt{3}\,\mathrm{V}$, alimenta a tres impedancias iguales de valor $\overline{Z} = 10\underline{/60^\circ}\,\Omega$, conectadas en estrella. Determina la corriente de línea.

$$U = 200\sqrt{3}\,\mathrm{V} \rightarrow U_f = 200\,\mathrm{V}$$

$$\begin{aligned}
\overline{U}_A &= 200\underline{/-90^\circ}\,\mathrm{V} \\
\overline{U}_B &= 200\underline{/30^\circ}\,\mathrm{V} \\
\overline{U}_C &= 200\underline{/150^\circ}\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{I}_A &= \frac{\overline{U}_A}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/-90^\circ - 60^\circ} \\
\overline{I}_B &= \frac{\overline{U}_B}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/30^\circ - 60^\circ} \\
\overline{I}_C &= \frac{\overline{U}_C}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/150^\circ - 60^\circ}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{I}_A &= 20\underline{/-150^\circ}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_B &= 20\underline{/-30^\circ}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_C &= 20\underline{/90^\circ}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

$$\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C = 0$$

Problema 2.

Un sistema trifásico de secuencia de fases directa y tensión 200 V alimenta tres impedancias iguales de valor $\overline{Z} = 10\underline{/30^\circ}\,\Omega$, conectadas en triángulo. Determina las corrientes de fase y línea.

$$U = 200\,\mathrm{V}$$

$$\begin{aligned}
\overline{U}_{AB} &= 200\underline{/120^\circ}\,\mathrm{V} \\
\overline{U}_{BC} &= 200\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V} \\
\overline{U}_{CA} &= 200\underline{/-120^\circ}\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{I}_{AB} &= \frac{\overline{U}_{AB}}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/120^\circ - 30^\circ} \\
\overline{I}_{BC} &= \frac{\overline{U}_{BC}}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/0^\circ - 30^\circ} \\
\overline{I}_{CA} &= \frac{\overline{U}_{CA}}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/-120^\circ - 30^\circ}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{I}_{AB} &= 20\underline{/90^\circ}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_{BC} &= 20\underline{/-30^\circ}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_{CA} &= 20\underline{/-150^\circ}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{I}_{A} &= \overline{I}_{AB} - \overline{I}_{CA} = 20\sqrt{3}\underline{/90^\circ - 30^\circ}\,\mathrm{A} = 20\sqrt{3}\underline{/60^\circ}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_{B} &= \overline{I}_{BC} - \overline{I}_{AB} = 20\sqrt{3}\underline{/-30^\circ - 30^\circ}\,\mathrm{A} = 20\sqrt{3}\underline{/-60^\circ}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_{C} &= \overline{I}_{CA} - \overline{I}_{BC} = 20\sqrt{3}\underline{/-150^\circ - 30^\circ}\,\mathrm{A} = 20\sqrt{3}\underline{/-180^\circ}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

Problema 3.

Un sistema trifásico de cuatro conductores, de secuencia de fases directa y $200\sqrt{3}\,\mathrm{V}$ alimenta a tres impedancias: $\overline{Z}_A = 10\underline{/60°}\,\Omega$, $\overline{Z}_B = 10\underline{/0°}\,\Omega$ y $\overline{Z}_C = 10\underline{/-30°}\,\Omega$. Determina las corrientes de línea.

$$U = 200\sqrt{3}\,\mathrm{V} \rightarrow U_f = 200\,\mathrm{V}$$

$$\begin{aligned}
\overline{U}_A &= 200\underline{/90°}\,\mathrm{V}\\
\overline{U}_B &= 200\underline{/-30°}\,\mathrm{V}\\
\overline{U}_C &= 200\underline{/-150°}\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{I}_A &= \frac{\overline{U}_A}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/90° - 60°}\\
\overline{I}_B &= \frac{\overline{U}_B}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/-30° - 0°}\\
\overline{I}_C &= \frac{\overline{U}_C}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/-150° - (-30°)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{I}_A &= 20\underline{/30°}\,\mathrm{A}\\
\overline{I}_B &= 20\underline{/-30°}\,\mathrm{A}\\
\overline{I}_C &= 20\underline{/-120°}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

$$\overline{I}_N = -(\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C) = 30{,}12\underline{/144{,}89°}\,\mathrm{A}$$

Problema 4.

Un sistema trifásico de secuencia de fases inversa y tensión 200 V, alimenta a tres impedancias que son: $\overline{Z}_{AB} = 10\underline{/0^\circ}\,\Omega$, $\overline{Z}_{BC} = 10\underline{/30^\circ}\,\Omega$ y $\overline{Z}_{CA} = 10\underline{/-45^\circ}\,\Omega$, conectadas en triángulo. Determina las corrientes de fase y línea.

$$U = 200\,\mathrm{V}$$

$$\begin{aligned}\overline{U}_{AB} &= 200\underline{/-120^\circ}\,\mathrm{V}\\ \overline{U}_{BC} &= 200\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V}\\ \overline{U}_{CA} &= 200\underline{/120^\circ}\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{I}_{AB} &= \frac{\overline{U}_{AB}}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/-120^\circ - 0^\circ}\\ \overline{I}_{BC} &= \frac{\overline{U}_{BC}}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/0^\circ - 30^\circ}\\ \overline{I}_{CA} &= \frac{\overline{U}_{CA}}{\overline{Z}} = \frac{200}{10}\underline{/120^\circ - -45^\circ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{I}_{AB} &= 20\underline{/-120^\circ}\,\mathrm{A}\\ \overline{I}_{BC} &= 20\underline{/-30^\circ}\,\mathrm{A}\\ \overline{I}_{CA} &= 20\underline{/165^\circ}\,\mathrm{A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{I}_{A} &= \overline{I}_{AB} - \overline{I}_{CA} = 24{,}35\underline{/-67{,}5^\circ}\,\mathrm{A}\\ \overline{I}_{B} &= \overline{I}_{BC} - \overline{I}_{AB} = 28{,}28\underline{/15^\circ}\,\mathrm{A}\\ \overline{I}_{C} &= \overline{I}_{CA} - \overline{I}_{BC} = 39{,}66\underline{/157{,}5^\circ}\,\mathrm{A}\end{aligned}$$

Problema 5.

Una plantación agrícola emplea dos bombas sumergibles para extraer agua de un pozo y transportarla a través de un sistema de riego por goteo. Estas dos bombas están alimentadas a 400 V por una línea trifásica en secuencia de fases directa y frecuencia 50 Hz. Una de las bombas funciona con un motor trifásico de 30 kW y factor de potencia de 0.78. La otra bomba trabaja con un motor de 7.5 kW y factor de potencia de 0.67. La línea que alimenta estas dos bombas es resistiva, con resistividad $\rho = 0.017\,\Omega\,\mathrm{mm}^2\,\mathrm{m}^{-1}$, longitud de 300 m y una sección de $35\,\mathrm{mm}^2$.

1. Calcula el triángulo de potencias (potencia activa, reactiva, y aparente) de cada carga, y total de las cargas (a la salida de la línea).
2. Calcula el **valor eficaz** de la corriente de línea de cada carga, y total.
3. Determine la lectura de los siguientes aparatos de medida conectados a la entrada de las cargas:
   - Un vatímetro en la fase A, midiendo tensión entre las fases A y C.
   - Un vatímetro en la fase B, midiendo tensión entre las fases B y C.
   - Un vatímetro en la fase C, midiendo tensión entre las fases B y A.
4. Calcule el triángulo de potencias a la entrada de la línea.
5. Calcule el **valor eficaz** de la tensión a la entrada de la línea.
6. Calcule los condensadores que se deben conectar a la salida de la línea para mejorar el factor de potencia del sistema hasta la unidad. Indique el modo de conexión.

Una vez conectados los condensadores del último apartado:

7. Calcule el **valor eficaz** de la corriente de línea total.
8. Calcule el triángulo de potencias a la entrada de la línea.
9. Calcule el **valor eficaz** de la tensión a la entrada de la línea.
10. Determine la lectura de los vatímetros descritos anteriormente.

Las potencias de cada carga son:

$$
\begin{aligned}
P_1 &= 30\,\mathrm{kW} \\
Q_1 &= P_1 \tan\theta_1 = 24.06\,\mathrm{kVA}_r \\
S_1 &= 38.46\,\mathrm{kVA} \\
P_2 &= 7.5\,\mathrm{kW} \\
Q_2 &= P_2 \tan\theta_2 = 8.31\,\mathrm{kVA}_r \\
S_2 &= 11.19\,\mathrm{kVA}
\end{aligned}
$$

Aplicando Boucherot, el triángulo de potencias total es:

$$\begin{aligned} P_T &= 37.5\,\mathrm{kW} \\ Q_T &= 32.37\,\mathrm{kVA}_r \\ S_T &= \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 49.54\,\mathrm{kVA} \end{aligned}$$

Por tanto, el ángulo de la impedancia global es:

$$\tan(\theta) = \frac{Q_T}{P_T} = 0{,}8632 \rightarrow \theta = 40.8°$$

Las corrientes en cada carga son:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{S_1}{\sqrt{3}U} = 55.51\,\mathrm{A} \\ I_2 &= \frac{S_2}{\sqrt{3}U} = 16.15\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

La corriente total es:

$$I = S_T/\sqrt{3}U = 71.5\,\mathrm{A}$$

Denominaremos con W_1 al vatímetro conectado en la fase A midiendo tensión entre las fases A y C, y con W_2 al vatímetro conectado en la fase B midiendo tensión entre las fases B y C. Teniendo en cuenta que se trata de una SFD:

$$\begin{aligned} W_1 + W_2 &= P_T \\ W_1 - W_2 &= Q_T/\sqrt{3} \end{aligned}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} W_1 &= 1/2(P_T + Q_T/\sqrt{3}) = 28.09\,\mathrm{kW} \\ W_2 &= 1/2(P_T - Q_T/\sqrt{3}) = 9.41\,\mathrm{kW} \end{aligned}$$

También podemos obtener estos resultados con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} W_1 &= UI\cos(\theta - 30°) = 28.09\,\mathrm{kW} \\ W_2 &= UI\cos(\theta + 30°) = 9.41\,\mathrm{kW} \end{aligned}$$

Por otra parte, el vatímetro de la fase C mide:

$$W_{C,BA} = -\frac{Q_T}{\sqrt{3}} = -18.66\,\mathrm{kW}$$

La resistencia de la línea (una resistencia por cada conductor) es:

$$R_L = \rho L/S = 0.146\,\Omega$$

La potencia activa disipada en la línea es:

$$P_L = 3 \cdot I^2 R_L = 2234.8\,\mathrm{W}$$

Por tanto, la potencia a la entrada de la línea es:

$$\begin{aligned} P_g &= P_L + P_T = 39.73\,\mathrm{kW} \\ Q_g &= Q_T = 32.33\,\mathrm{kVA}_r \\ S_g &= 51.22\,\mathrm{kVA} \end{aligned}$$

Y la tensión a la salida del generador (entrada de la línea) es:

$$U_g = \frac{S_g}{\sqrt{3}I} = 413.64\,\mathrm{V}$$

Para mejorar el factor de potencia a la unidad en las cargas, se necesita una batería de condensadores conectados en triángulo en las cargas (a la salida de la línea). Cada uno de los tres condensadores debe tener una capacidad de:

$$C = \frac{Q_T}{3\omega V^2} = 214.4\,\mu\mathrm{F}$$

Una vez instalada la batería de condensadores, la corriente total a la salida de la línea es:

$$I' = \frac{P_T}{\sqrt{3}U} = 54.13\,\mathrm{A}$$

La potencia disipada en la línea es ahora:

$$P'_L = 3 \cdot I'^2 R_L = 1282.9\,\mathrm{W}$$

Por tanto, el triángulo de potencias a la entrada de la línea es:

$$\begin{aligned} P'_g &= 38.78\,\mathrm{kW} \\ Q'_g &= 0\,\mathrm{kVA}_r \\ S'_g &= 38.78\,\mathrm{kVA} \end{aligned}$$

Consecuentemente, la tensión a la entrada de la línea es:

$$U' = \frac{S'_g}{\sqrt{3}I'} = 413.63\,\mathrm{V}$$

Con la inserción de los condensadores los vatímetros miden:

$$\begin{aligned} W'_{A,AC} = W'_{B,BC} &= 1/2 \cdot P'_T = 18.75\,\mathrm{kW} \\ W'_{C,BA} &= 0\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

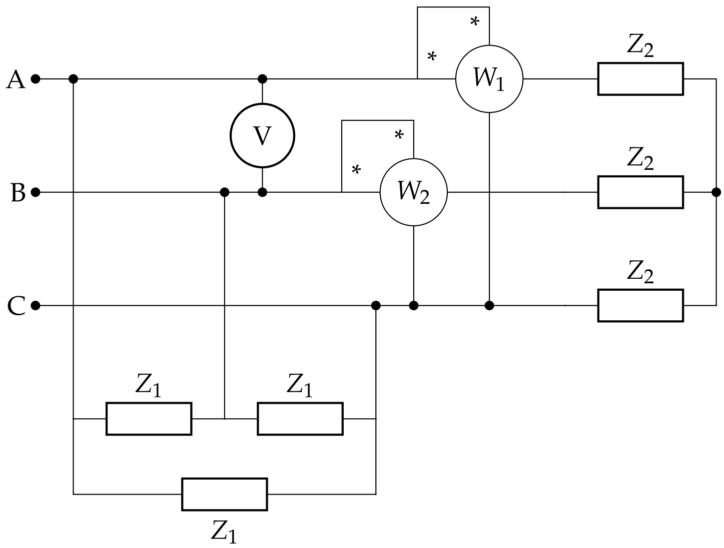
Problema 6.

El circuito de la figura es de secuencia de fases directa y 50 Hz. Determinar:

1. Potencias activas y reactivas totales.
2. Capacidad mínima de los condensadores a instalar para mejorar el factor de potencia total hasta la unidad.
3. Intensidades de línea, en forma fasorial, una vez mejorado el factor de potencia.

Datos:

$$\begin{aligned}\overline{Z}_1 &= 100\underline{/60^\circ}\,\Omega \\ W_1 &= 300\,\mathrm{W} \\ W_2 &= 300\,\mathrm{W} \\ V &= \sqrt{3}\cdot 200\,\mathrm{V}\end{aligned}$$



Los dos vatímetros miden la potencia de la impedancia Z_2:

$$\begin{aligned}P_2 &= W_1 + W_2 = 600\,\mathrm{W} \\ Q_2 &= \sqrt{3}\cdot(W_1 - W_2) = 0\,\mathrm{VA_r}\end{aligned}$$

Para calcular la potencia de Z_2 debemos obtener la corriente de fase:

$$I_{1f} = \frac{U}{Z_1} = 2\sqrt{3}\,\mathrm{A}$$

Por tanto,

$$
\begin{aligned}
P_2 &= 3 \cdot I_{1f}^2 R_1 = 3 \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot (100\cos(60°)) = 1800\,\mathrm{W} \\
Q_2 &= 3 \cdot I_{1f}^2 X_1 = 3 \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot (100\sin(60°)) = 1800\sqrt{3}\,\mathrm{VA_r}
\end{aligned}
$$

Aplicando Boucherot:

$$
\begin{aligned}
P &= P_1 + P_2 = 2400\,\mathrm{W} \\
Q &= Q_1 + Q_2 = 1800\sqrt{3}\,\mathrm{VA_r}
\end{aligned}
$$

Se deben instalar tres condensadores en triángulo con capacidad:

$$
C_{\triangle} = \frac{Q}{3 \cdot \omega U^2} = 27.57\,\mu\mathrm{F}
$$

Al instalar estos condensadores la corriente que circula por la línea es:

$$
P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I' \rightarrow I' = 4\,\mathrm{A}
$$

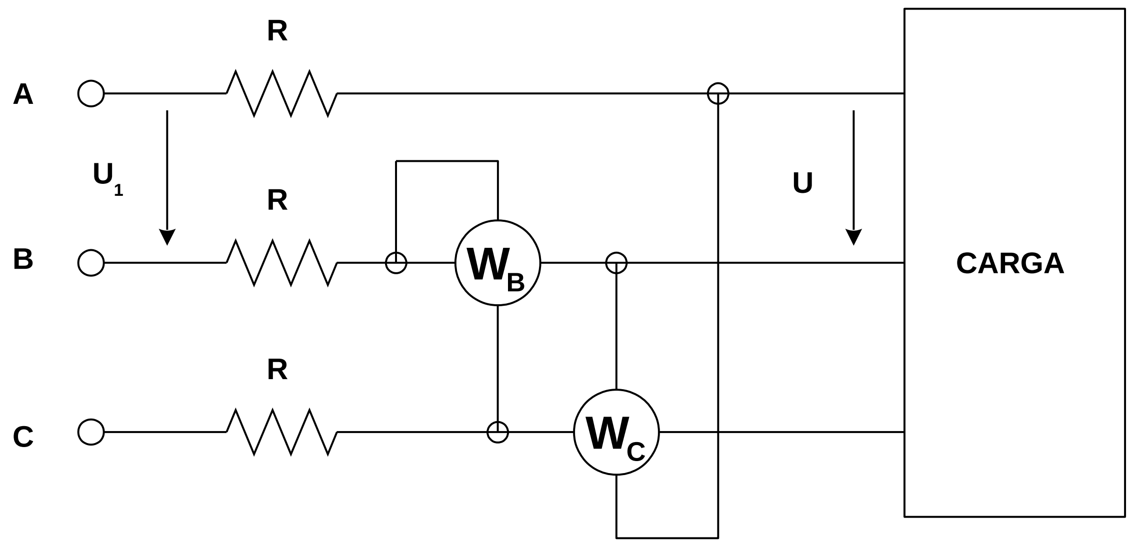
En forma fasorial, teniendo en cuenta que $\theta' = 0°$:

$$
\begin{aligned}
\overline{I}_A &= 4\underline{/90°}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_B &= 4\underline{/-30°}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_C &= 4\underline{/-150°}\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

Problema 7.

En la figura dos vatímetros miden una carga trifásica inductiva equilibrada alimentada a una tensión $U = 400\,\text{V}$. El vatímetro W_B indica una lectura de $11\,320\,\text{W}$, y el vatímetro W_C indica una lectura de $1815\,\text{W}$. A partir de esta información se pide:

1. Determinar la secuencia de fases del sistema.
2. Triángulo de potencias de la carga.
3. Impedancia equivalente de la carga en estrella y en triángulo.
4. Tensión de alimentación a la entrada de la línea U_1 sabiendo que la línea de alimentación es resistiva pura con valor $R = 0.1\,\Omega$.
5. Capacidad de los condensadores que se deben conectar en bornes de la carga para conseguir mejorar su factor de potencia a la unidad. Determinar las nuevas lecturas de los vatímetros W_B y W_c.



El vatímetro W_c está conectado de forma que mide la potencia reactiva:

$$W_c = \pm \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Dado que el vatímetro está conectado entre B y A, el signo negativo corresponde a SFD y el positivo a SFI. Dado que la carga es inductiva es $Q > 0$. Como $W_c > 0$ debemos elegir el signo positivo, lo que implica SFI.

Al vatímetro W_B podríamos añadirle un hipotético vatímetro W_A conectado en la fase A midiendo tensión entre A y C para emplear el método de los dos vatímetros:

$$\begin{aligned} W_B + W_A &= P \\ W_B - W_A &= \frac{Q}{\sqrt{3}} = W_c \end{aligned}$$

Restando ambas ecuaciones obtenemos:

$$P = 2W_B - W_c = 20\,825\,\mathrm{W}$$

La potencia reactiva se calcula directamente con el vatímetro W_c:

$$Q = \sqrt{3}W_c = 3143.7\,\mathrm{VA}_r$$

Por tanto:

$$\overline{S} = 21060{,}9\underline{/8{,}58^\circ}\,\mathrm{VA}$$

El módulo de la impedancia en triángulo se obtiene con $Z_\triangle = U/I_f$. Teniendo en cuenta que $S = \sqrt{3}UI$ y que $I = \sqrt{3}I_f$, obtenemos $I_f = S/3U$. Por tanto

$$\overline{Z}_\triangle = \frac{3U^2}{S}\underline{/8.58^\circ} = 22{,}8\underline{/8{,}58^\circ}\,\Omega$$

Para obtener la impedancia en estrella basta con usar las relaciones entre tensiones y corrientes de fase y línea:

$$Z_Y = \frac{U_f}{I} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U}{I}$$
$$Z_\triangle = \frac{U}{I_f} = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{I}$$

Por tanto, $\overline{Z}_Y = \overline{Z}_\triangle/3$.

La corriente de línea es:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = 30.4\,\mathrm{A}$$

La potencia disipada en la línea es:

$$P_L = 3 \cdot I^2 \cdot R_L = 277.23\,\mathrm{W}$$

La potencia aparente total a la entrada de la línea es:

$$S_T = \sqrt{(P + P_L)^2 + Q^2} = 21\,335.1\,\mathrm{VA}$$

Y, por tanto,

$$U_1 = \frac{S_T}{\sqrt{3}I} = 405.21\,\mathrm{V}$$

Suponiendo $f = 50\,\mathrm{Hz}$:

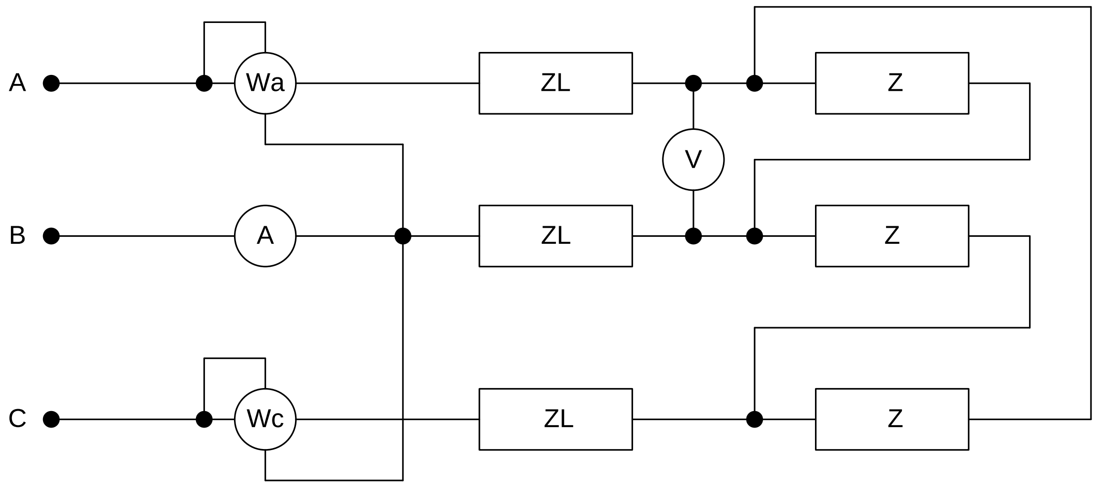
$$C = \frac{Q}{3\omega U^2} = 20.85\,\mathrm{\mu F}$$

Ahora, dado que $Q' = 0\,\mathrm{VA}_r$, será $W_C = 0\,\mathrm{W}$ y $W_B = P/2 = 10\,412.5\,\mathrm{W}$.

Problema 8.

Del circuito de la figura se sabe que tiene una secuencia de fases directa ABC. El amperímetro indica 5 A, el voltímetro 400 V, y los vatímetros A y C muestran una lectura idéntica. Se pide:

1. Valor de la impedancia Z en forma compleja.
2. Expresión fasorial de todas las intensidades del circuito.
3. Lecturas de los vatímetros A y C.



Dato: $\overline{Z}_L = 1 + \mathrm{j}\,\Omega$.

Al ser un circuito equilibrado, las intensidades de fase, que circulan por las impedancias del triángulo, tienen un valor de $5/\sqrt{3}$ V. La impedancia Z tendrá un módulo de valor:

$$Z = \frac{400}{5\sqrt{3}/3} = 80\sqrt{3}\,\Omega$$

Como los vatímetros W_a y W_c indican el mismo valor, el circuito tiene característica resistiva pura y por tanto, la potencia reactiva consumida por la reactancia inductiva de las líneas será igual pero de tipo contrario que la potencia reactiva aportada por la reactancia capacitiva de la impedancia Z. Por tanto:

$$\begin{aligned} Q_{linea} &= 3 \cdot 5^2 \cdot 1 = 75\,\mathrm{V\,A}_r \\ Q_Z &= -75\,\mathrm{V\,A}_r \\ X_Z &= 3\,\Omega \end{aligned}$$

Por tanto:

$$R_Z = \sqrt{Z^2 - X_c^2} = 138.5\,\Omega \rightarrow \overline{Z} = 138{,}5 - \mathrm{j}3\,\Omega$$

Tomando como referencia las tensiones de secuencia directa ABC en el triángulo de impedancias Z, se obtienen las siguientes intensidades:

$$
\begin{aligned}
I_{ab} &= 2{,}88\underline{/121{,}24^\circ}\ \mathrm{A}\\
I_{bc} &= 2{,}88\underline{/1{,}24^\circ}\ \mathrm{A}\\
I_{ca} &= 2{,}88\underline{/-118{,}75^\circ}\ \mathrm{A}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I_{a} &= 5\underline{/91{,}24^\circ}\ \mathrm{A}\\
I_{b} &= 5\underline{/-28{,}75^\circ}\ \mathrm{A}\\
I_{c} &= 5\underline{/-148{,}75^\circ}\ \mathrm{A}
\end{aligned}
$$

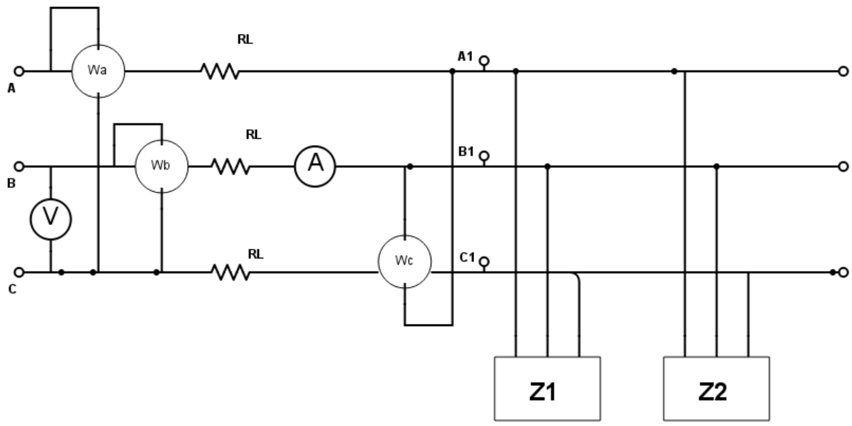
Dado que ambos vatímetros marcan el mismo valor, el circuito es resistivo. Este valor se corresponde con la mitad de la potencia activa total consumida por el circuito. Calculamos esta potencia con Boucherot:

$$
\begin{aligned}
P_{ZL} &= 3 \cdot 5^2 \cdot 1\\
P_{Z} &= 3 \cdot 2{,}88^2 \cdot 138{,}53\\
P &= P_{ZL} + P_Z = 3522.07\,\mathrm{W}
\end{aligned}
$$

$$
W_a = W_c = 1/2 \cdot P = 1761.04\,\mathrm{W}
$$

Problema 9.

En el circuito de la figura se debe determinar:



1. Lectura del vatímetro W_c.
2. Lectura del amperímetro.
3. Factor de potencia total de las cargas (en retraso o adelanto).
4. Lectura de los vatímetros W_a y W_b.
5. Lectura del voltímetro.
6. Valor de los condensadores conectados en $A_1B_1C_1$ para que el f.d.p. en ese punto sea la unidad.
7. Lecturas de los cinco aparatos de medida tras el apartado anterior.

Datos:

- Secuencia de fases directa, $f = 50\,\text{Hz}$, $(A_1B_1C_1)$ $U_1 = 420\,\text{V}$.
- Z_1: motor de 10 CV, con $\eta = 0{,}83$, y f.d.p. de 0′9.
- Z_2: conjunto de iluminación fluorescente, con $P = 2400\,\text{W}$, y f.d.p. de 0′85.
- $R_L = 1\,\Omega$.

A partir de los datos del enunciado, teniendo en cuenta que las dos cargas son inductivas, obtenemos:

$$
\begin{aligned}
P_1 &= 8867.5\,\text{W} \\
Q_1 &= 4294.7\,\text{VA}_r \\
P_2 &= 2400\,\text{W} \\
Q_2 &= 1487.4\,\text{VA}_r
\end{aligned}
$$

Por tanto, el triángulo de potencias de las cargas ($A_1B_1C_1$) es:

$$
\begin{aligned}
P &= 11\,267.5\,\mathrm{W}\\
Q &= 5782.1\,\mathrm{VA}_r\\
S &= 12\,664.5\,\mathrm{VA}
\end{aligned}
$$

Dado que se trata de un sistema de SFD, la lectura del vatímetro W_c es:

$$W_c = -\frac{Q}{\sqrt{3}} = -3338.3\,\mathrm{W}$$

La lectura del amperímetro es:

$$A = \frac{S}{\sqrt{3}U} = 17.41\,\mathrm{A}$$

El factor de potencia de las cargas es:

$$fdp = \cos\arctan\frac{Q}{P} = 0{,}89$$

La potencia disipada en la línea es:

$$P_L = 3 \cdot I^2 \cdot R_L = 909.32\,\mathrm{W}$$

Y, por tanto, el triángulo de potencias total es:

$$
\begin{aligned}
P_T = P + P_L &= 12\,176.8\,\mathrm{W}\\
Q_T = Q &= 5782.1\,\mathrm{VA}_r\\
S_T &= 13\,479.9\,\mathrm{VA}
\end{aligned}
$$

Teniendo en cuenta que:

$$
\begin{aligned}
W_A + W_B &= P_T\\
W_A - W_B &= Q_T/\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

obtenemos

$$
\begin{aligned}
W_A &= 7757.6\,\mathrm{W}\\
W_B &= 4419.27\,\mathrm{W}
\end{aligned}
$$

La tensión a la entrada de la línea es:

$$U' = \frac{S_T}{\sqrt{3}I} = 447.02\,\mathrm{V}$$

Los condensadores necesarios (conectados en triángulo) deben tener una capacidad de:

$$C = \frac{Q_T}{3U^2\omega} = 34.78\,\mu\text{F}$$

Con estos condensadores conectados, las lecturas de los aparatos de medida son:

$$\begin{aligned}
W_c &= 0 \\
A &= 15.5\,\text{A} \\
P_L &= 720.75\,\text{W} \\
P_T &= 11\,988.25\,\text{W} \\
W_A = W_B &= 5994.1\,\text{W} \\
U' &= 446.5\,\text{V}
\end{aligned}$$

Problema 10.

Una línea ideal trifásica de 4 hilos alimenta a dos cargas a una tensión de 400 V en secuencia de fases inversa (SFI) y frecuencia 50 Hz.

Las cargas tienen las siguientes características:

- Un motor trifásico de 70 kW y f.d.p. de 0.8.
- Un conjunto equilibrado de 90 lámparas fluorescentes. Las características de cada lámpara son: potencia de 12 W, f.d.p. de 0.7 en retraso, tensión 230 V.

Con esta información se pide:

1. Conectar adecuadamente los siguientes aparatos de medida antes de las cargas.
   - Un voltímetro que mida la tensión de línea (etiquetado como V_L) y otro voltímetro que mida la tensión de fase (etiquetado como V_F).
   - Un vatímetro que permita calcular la potencia reactiva total del sistema (etiquetado como W_r).
   - Dos vatímetros que, de forma conjunta, permitan calcular la potencia activa total del sistema (etiquetados como W_X y W_Y).
2. Calcular el valor eficaz de la corriente de línea total.
3. Calcular la lectura de cada uno de los aparatos de medida del primer apartado.
4. Calcular los condensadores necesarios para mejorar el factor de potencia hasta 0,9, indicando cómo se deben conectar.
5. vez conectados los condensadores del anterior apartado, determinar la corriente de línea y la lectura de todos los aparatos de medida del apartado 2.

El motor consume una potencia activa de $P_m = 70\text{kW}$. Su potencia reactiva es $Q_m = P_m \cdot \tan(\theta_m) = 52{,}5\text{kVAr}$. Las lámparas consumen una potencia activa de $P_f = 90 \cdot 12 = 1080\text{W}$. Su potencia reactiva (inductiva) es $Q_f = 1101{,}8\text{VAr}$. Aplicando Boucherot, la potencia activa total es $P = P_m + P_f = 71{,}08\text{kW}$ y la potencia reactiva total es $Q = Q_m + Q_f = 53{,}6\text{kVAr}$. Con estas magnitudes podemos calcular el factor de potencia global, $\cos(\theta) = 0{,}798$. Finalmente, la corriente de línea es:

$$I = \frac{P}{\sqrt(3) \cdot U \cdot \cos(\theta)} = 128{,}5\text{A}$$

Teniendo en cuenta que es un sistema equilibrado y que es SFI,

- Para medir la tensión de línea hay que conectar un voltímetro entre dos fases. La medida será $V_L = 400\text{V}$. Para medir la tensión de fase hay que conectar un voltímetro entre una fase y el neutro.$V_{AN} = 400/\sqrt{3} = 230{,}9\text{V}$

- Hay que conectar un vatímetro midiendo tensión entre dos fases y la corriente por la tercera. Para que la medida coincida en signo con la de la potencia reactiva, la conexión entre fases debe ser BA, CB, o AC. Así, por ejemplo, un vatímetro midiendo tensión entre A y C, y corriente por B medirá $W_R = Q/\sqrt{3} = 30947\text{W}$

- Hay que usar el método de Aron. Una posibilidad es conectar un vatímetro midiendo tensión entre las fases A y C, y corriente en A (W_X), y otro vatímetro midiendo tensión entre las fases B y C, y corriente por B (W_Y). Para obtener la potencia activa total del sistema basta con sumar las dos medidas: $W_X + W_Y = P$. Además, podemos usar la diferencia para obtener la reactiva. Teniendo en cuenta que se trata de una SFI, $W_Y - W_X = Q/\sqrt{3}$. Por tanto, $W_X = 20\,666.5\,\text{W}$, $W_Y = 51\,013.5\,\text{W}$.

Serán necesarios tres condensadores conectados en triángulo en paralelo con las cargas. Deben suministrar una potencia reactiva $Q_c = P \cdot (\tan(\theta) - \tan(\theta')) = 19\,176.2\,\text{VAr}$

Por tanto, la capacidad de cada condensador es:

$$C = \frac{Q_c}{3 \cdot \omega \cdot U^2} = 127.2\,\mu\text{F}$$

El sistema incluyendo los condensadores consume la misma potencia activa. Por tanto, la corriente es ahora:

$$I' = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot cos(\theta')} = 114\,\text{A}$$

La potencia reactiva es ahora:

$$Q' = P \cdot \tan(\theta') = 34\,425.62\,\text{VAr}$$

Los aparatos de medida descritos antes miden ahora:

- La medida de los voltímetros no cambia.
- $W_X = 25\,602.2\,\text{W}$
- $W_Y = 45\,477.8\,\text{W}$
- $W_R = 19\,875.6\,\text{W}$