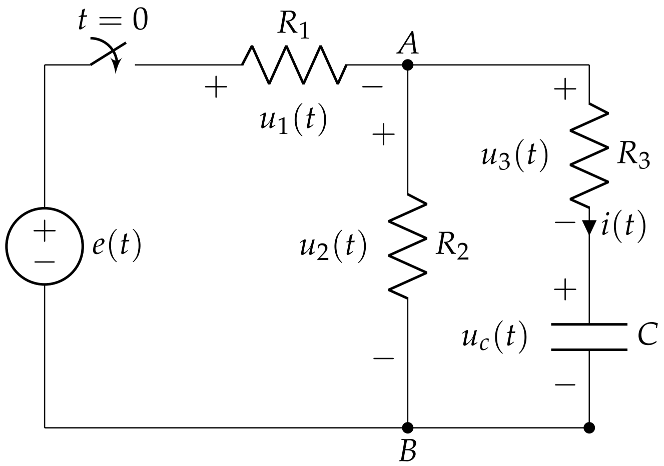
**Ejercicio 9 de la colección de problemas**

**Enunciado**:

El interruptor del circuito de la figura lleva abierto un tiempo largo. En el instante $t = 0$ se cierra este interruptor.

Hay que obtener:

1. Valores de las tensiones $u_1(0^+)$, $u_2(0^+)$, $u_3(0^+)$ y $u_c(0^+)$
2. Expresión temporal de la tensión $u_c(t)$ para $t > 0$
3. Expresiones temporales de $u_2(t)$ y $u_3(t)$ para $t > 0$




Datos:

$$
\begin{aligned}
e(t) &= 10\,\mathrm{V} \\
R_1 = R_2 &= 2\,\Omega \\
R_3 &= 4\,\Omega \\
C &= 1\,\mathrm{F}
\end{aligned}
$$

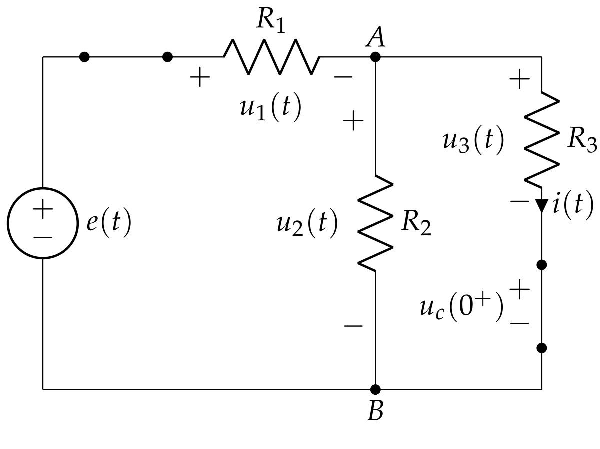
---

**Solución**:

1. En $t < 0$, dado que el interruptor lleva abierto un tiempo largo, la fuente está aislada del circuito, por lo que el condensador se comporta como un circuito abierto.

   En estas condiciones $u_c(0^-) = 0\,\mathrm{V}$. Debido a la condición de continuidad, $u_c(0^+) = u_c(0^-) = 0\,\mathrm{V}$

   Con este resultado podemos determinar el resto de tensiones del circuito en $t = 0^+$, teniendo en cuenta que el interruptor está cerrado y el condensador es equivalente a un cortocircuito ($u_c(0^+) = 0\,\mathrm{V}$).




   En este circuito, $R_2$ y $R_3$ están en paralelo entre sí, siendo $R_{23} = \dfrac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$. Esta resistencia paralelo está en serie con $R_1$, formando un divisor de tensión. Por tanto:

$$
u_2(0^+) \;=\; u_3(0^+) \;=\; e(0^+) \cdot \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} \;=\; 4\,\mathrm{V}
$$

$$
\text{Por 2LK:} \qquad u_1(0^+) \;=\; e(0^+) - u_2(0^+) \;=\; 6\,\mathrm{V}
$$

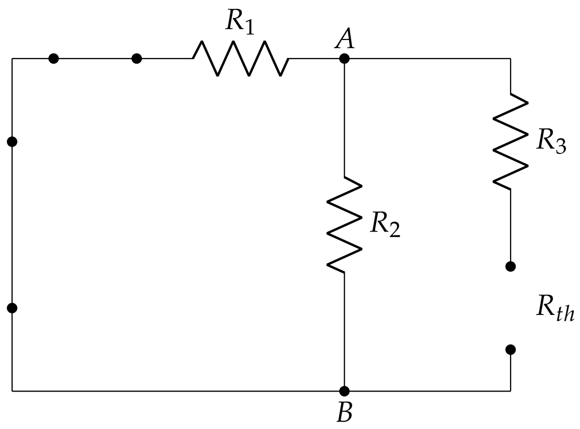
2. Analizamos ahora el circuito para $t > 0$, obteniendo la respuesta forzada y la respuesta natural:

   Planteamos el equivalente de Thévenin (apagando la fuente de tensión) para calcular la resistencia vista por el condensador:

   $$R_{th} = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 5\,\Omega$$

   Por tanto:

   $$\tau = R_{th} \cdot C = 5\,\mathrm{s}$$

   Obtenemos la respuesta forzada analizando el circuito en régimen permanente, en el que el condensador se comportará como un circuito abierto:

   $$u_{C,\infty}(t) = e(t) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5\,\mathrm{V}$$

   Obtenemos la respuesta natural resolviendo la ec. homogénea (apagando la fuente $e(t)$). Su solución es:

   $$u_{C,n}(t) = A \cdot e^{-t/\tau} = A \cdot e^{-0{,}2\,t}$$

   Para obtener la constante $A$, recurrimos a la condición inicial $u_C(0^+) = 0\,\mathrm{V}$:

   $$A \;=\; u_{C,n}(0^+) \;=\; u_C(0^+) - u_{C,\infty}(0^+) \;=\; 0 - 5 \;=\; -5\,\mathrm{V}$$

   Por tanto:

   $$u_C(t) \;=\; u_{C,n}(t) + u_{C,\infty}(t) \;=\; 5 \cdot (1 - e^{-0{,}2\,t})\ \mathrm{V}$$

3. Con este resultado podemos obtener la corriente que circula por el condensador:

   $$i_C(t) = C \cdot \frac{d\,u_C}{dt} = (-5) \cdot (-0{,}2) \cdot e^{-0{,}2\,t} = e^{-0{,}2\,t}\ \mathrm{A}$$

   y a partir de esta, las tensiones en las resistencias:

   $$u_{R3}(t) = R_3 \cdot i_C(t) = 4 \cdot e^{-0{,}2\,t}\ \mathrm{V}$$
   $$u_{R2}(t) = u_{R3}(t) + u_C(t) = 5 - e^{-0{,}2\,t}\ \mathrm{V}$$