Sistemas trifásicos

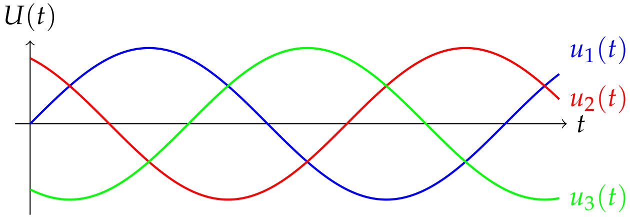
Ana Fernández-Guillamón

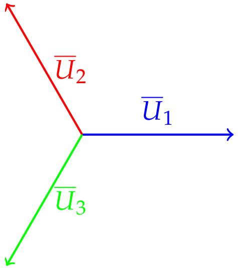
Introducción

- Generación, transporte y distribución de energía eléctrica
- Sistema polifásico de orden $n \equiv n$ fuentes desfasadas $360/n$
- Instalaciones monofásicas alimentadas por una fase de sistema trifásico
- Ventajas:
  - La potencia instantánea es constante, mientras que en uno monofásico es pulsante
  - La masa de conductor necesaria en un sistema trifásico es un 25% inferior que en un monofásico para transportar la misma potencia

Introducción

Ondas trifásicas





$$u_1(t) = \sqrt{2}\,U\sin(\omega t) \rightarrow \overline{U}_1 = U\underline{/0}$$

$$u_2(t) = \sqrt{2}\,U\sin(\omega t + 2\pi/3) \rightarrow \overline{U}_2 = U\underline{/120}$$

$$u_3(t) = \sqrt{2}\,U\sin(\omega t - 2\pi/3) \rightarrow \overline{U}_3 = U\underline{/-120}$$

Sistema equilibrado

- Igual módulo **y**
- Igual desfase

Sistema desequilibrado

- Diferente módulo **y/o**
- Diferente desfase

Introducción

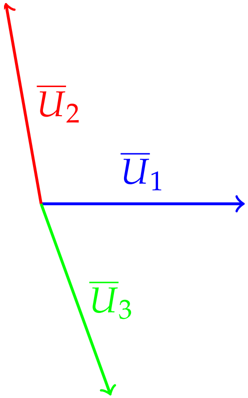
Sistemas equilibrados y desequilibrados

Sistema equilibrado

- Igual módulo **y**
- Igual desfase

Sistema desequilibrado

- Diferente módulo **y/o**
- Diferente desfase



Introducción

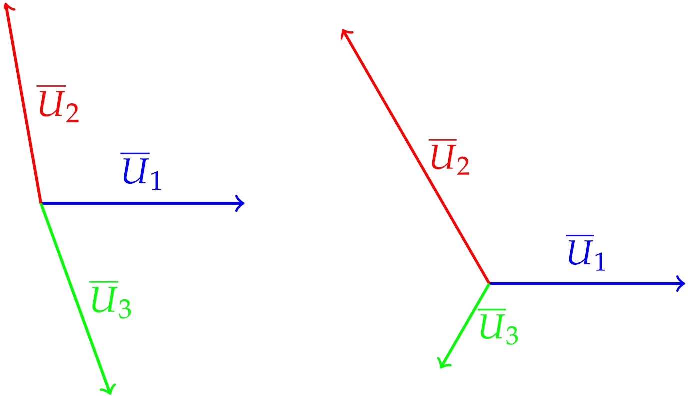
Sistemas equilibrados y desequilibrados

Sistema equilibrado

- Igual módulo **y**
- Igual desfase

Sistema desequilibrado

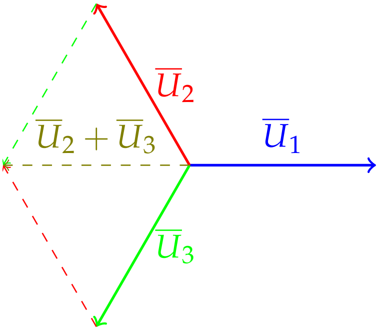
- Diferente módulo **y/o**
- Diferente desfase



Generadores trifásicos

Sistema equilibrado

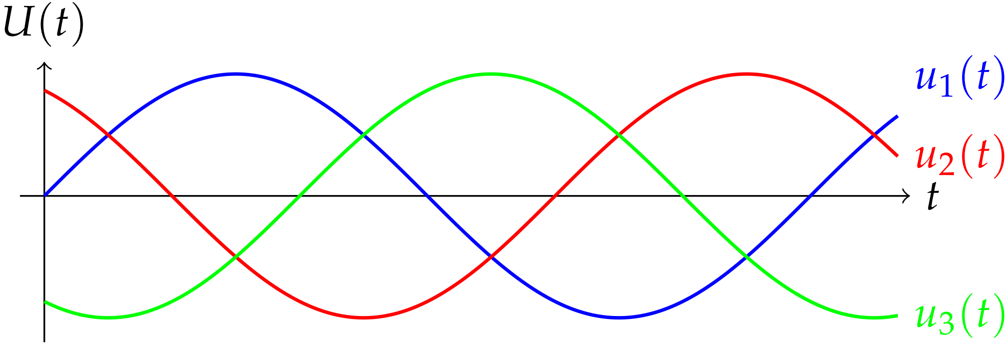
$$u_1(t) = \sqrt{2}\,U\sin(\omega t) \to \overline{U}_1 = U\underline{/0}$$
$$u_2(t) = \sqrt{2}\,U\sin(\omega t + 2\pi/3) \to \overline{U}_2 = U\underline{/120}$$
$$u_3(t) = \sqrt{2}\,U\sin(\omega t - 2\pi/3) \to \overline{U}_3 = U\underline{/-120}$$



$$\boxed{\overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3 = 0}$$

Generadores trifásicos

Equilibrados



$$\boxed{u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0}$$

Tensión de fase y de línea

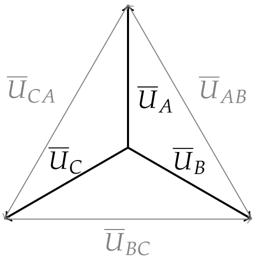
Sistema equilibrado

Tensiones de **fase**: entre fase–neutro (generador), en la impedancia (receptor)

- $\overline{U_A}, \overline{U_B}, \overline{U_C} \equiv U_F$

Tensiones de **línea**: entre conductores de la línea

- $\overline{U_{AB}}, \overline{U_{BC}}, \overline{U_{CA}} \equiv U_L$

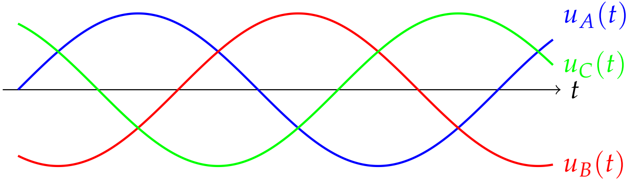


$$\overline{U}_{AB} = \overline{U}_A - \overline{U}_B$$
$$\overline{U}_{BC} = \overline{U}_B - \overline{U}_C$$
$$\overline{U}_{CA} = \overline{U}_C - \overline{U}_A$$

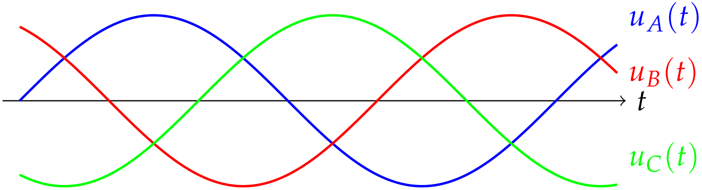
$$\overline{U}_{AB} + \overline{U}_{BC} + \overline{U}_{CA} = 0$$

Secuencia de fases

- Orden en que suceden las tensiones de cada fase (p. ej., valor máximo)
- Secuencia de Fases Directa (**SFD**): ABC

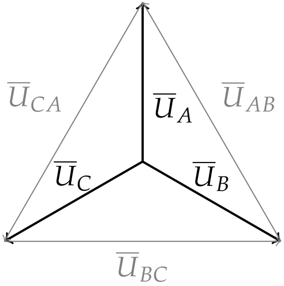


- Secuencia de Fases Inversa (**SFI**): ACB



Secuencia de fases

Secuencia de fases directa (SFD)



$$\overline{U}_A = U_F\underline{/90^\circ}$$
$$\overline{U}_B = U_F\underline{/-30^\circ}$$
$$\overline{U}_C = U_F\underline{/-150^\circ}$$

$$\overline{U}_{AB} = \overline{U}_A - \overline{U}_B =$$
$$= (0 + \mathrm{j}\,U_F) - \left(\frac{\sqrt{3}\,U_F}{2} - \mathrm{j}\,\frac{U_F}{2}\right) =$$
$$= -\frac{\sqrt{3}\cdot U_F}{2} + \mathrm{j}\,\frac{3\,U_F}{2} = \sqrt{3}\,U_F\underline{/120^\circ}$$

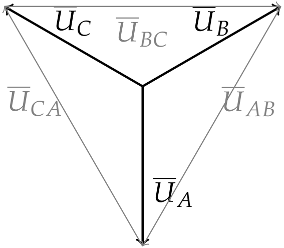
$$\overline{U}_A = U_F\underline{/90^\circ} \qquad \overline{U}_{AB} = \sqrt{3}\,U_F\underline{/120^\circ}$$
$$\overline{U}_B = U_F\underline{/-30^\circ} \qquad \overline{U}_{BC} = \sqrt{3}\,U_F\underline{/0^\circ}$$
$$\overline{U}_C = U_F\underline{/-150^\circ} \qquad \overline{U}_{CA} = \sqrt{3}\,U_F\underline{/-120^\circ}$$

Relación tensión fase-línea SFD

$$\boxed{\begin{array}{l} U_L = \sqrt{3}\cdot U_F \\ \theta_L = \theta_F + 30^\circ \end{array}}$$

Secuencia de fases

Secuencia de fases inversa (SFI)



$$\overline{U}_A = U_F\angle{-90^\circ}$$
$$\overline{U}_B = U_F\angle{30^\circ}$$
$$\overline{U}_C = U_F\angle{150^\circ}$$

$$\overline{U}_{AB} = \overline{U}_A - \overline{U}_B =$$
$$= (0 - \mathrm{j}\,U_F) - \left(\frac{\sqrt{3}\,U_F}{2} + \mathrm{j}\,\frac{U_F}{2}\right) =$$
$$= -\frac{\sqrt{3}\cdot U_F}{2} - \mathrm{j}\,\frac{3\,U_F}{2} = \sqrt{3}\,U_F\angle{-120^\circ}$$

$$\overline{U}_A = U_F\angle{-90^\circ}$$
$$\overline{U}_B = U_F\angle{30^\circ}$$
$$\overline{U}_C = U_F\angle{150^\circ}$$

$$\overline{U}_{AB} = \sqrt{3}\,U_F\angle{-120^\circ}$$
$$\overline{U}_{BC} = \sqrt{3}\,U_F\angle{0^\circ}$$
$$\overline{U}_{CA} = \sqrt{3}\,U_F\angle{120^\circ}$$

Relación tensión fase-línea SFI

$$\boxed{\begin{aligned} U_L &= \sqrt{3}\cdot U_F \\ \theta_L &= \theta_F - 30^\circ \end{aligned}}$$

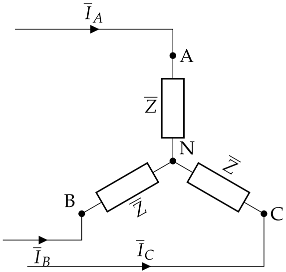
Conexiones en estrella y triángulo

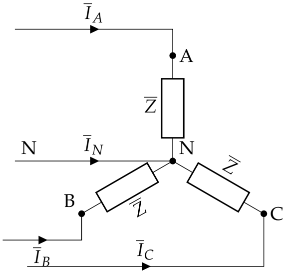
Conexión en estrella

Estrella

Se unen los terminales A', B' y C' en un punto común (**neutro**, N), quedando libres los terminales A, B y C:

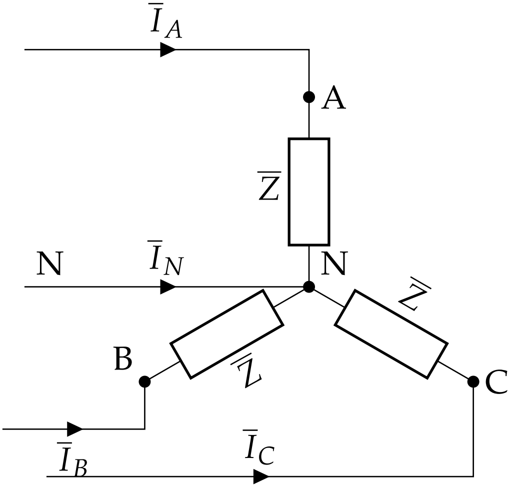
- Sistema a cuatro hilos
- Sistema a tres hilos





Conexiones en estrella y triángulo

Receptor en estrella equilibrado



$$\overline{I}_A = \frac{\overline{U}_A}{\overline{Z}} = \frac{U_F}{Z}\underline{/\pm 90^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_B = \frac{\overline{U}_B}{\overline{Z}} = \frac{U_F}{Z}\underline{/\mp 30^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_C = \frac{\overline{U}_C}{\overline{Z}} = \frac{U_F}{Z}\underline{/\mp 150^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C + \overline{I}_N = 0 \rightarrow \boxed{\overline{I}_N = 0}$$

Corriente de Fase (**igual a la de línea**):

$$\boxed{I_F = I_A = I_B = I_C = \frac{U_F}{Z}}$$

Un sistema a cuatro hilos y SFI alimenta tres impedancias $\overline{Z} = 10\underline{/60^\circ}\ \Omega$, conectadas en estrella a la tensión $200\sqrt{3}$ V. Determinar las corrientes de línea y el diagrama fasorial.

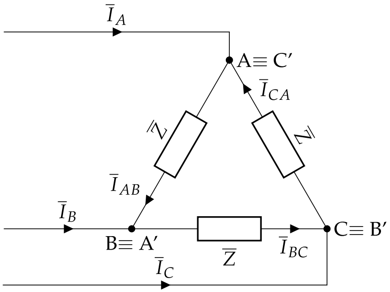
Conexiones en estrella y triángulo

Conexión en triángulo

Triángulo

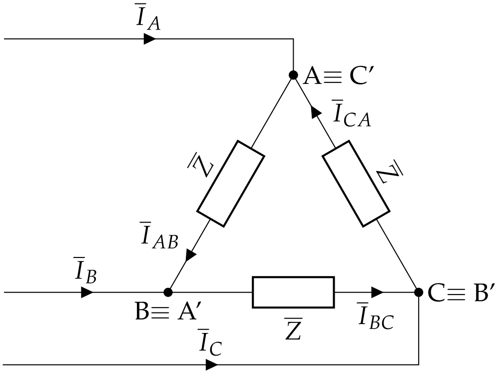
Se conecta el terminal de polaridad negativa de una fase, con el de referencia positiva de otra fase (A' con B, B' con C y C' con A):

- Sistema a tres hilos



Conexiones en estrella y triángulo

Receptor en triángulo equilibrado



$$\overline{I}_{AB} = \frac{\overline{U}_{AB}}{\overline{Z}} = \frac{U_F}{Z}\underline{/\pm 120^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_{BC} = \frac{\overline{U}_{BC}}{\overline{Z}} = \frac{U_F}{Z}\underline{/0 - \theta}$$

$$\overline{I}_{CA} = \frac{\overline{U}_{CA}}{\overline{Z}} = \frac{U_F}{Z}\underline{/\mp 120^\circ - \theta}$$

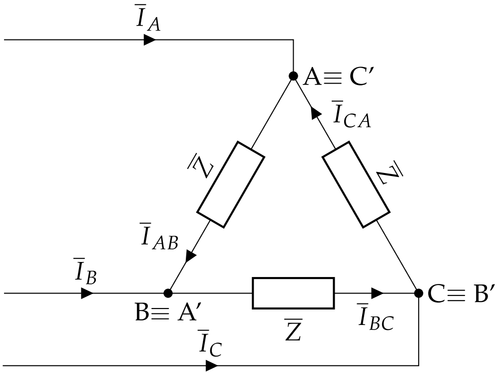
$$\overline{I}_{AB} + \overline{I}_{BC} + \overline{I}_{CA} = 0$$

Corriente de Fase:

$$\boxed{I_F = I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = \frac{U_F}{Z}}$$

Conexiones en estrella y triángulo

Receptor en triángulo equilibrado



$$\overline{I}_A = \overline{I}_{AB} - \overline{I}_{CA} = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{Z} \underline{/\pm 90^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_B = \overline{I}_{BC} - \overline{I}_{AB} = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{Z} \underline{/\mp 30^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_C = \overline{I}_{CA} - \overline{I}_{BC} = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{Z} \underline{/\mp 150^\circ - \theta}$$

Corriente de Línea:

$$\boxed{I_L = I_A = I_B = I_C = \sqrt{3} \cdot \frac{U_F}{Z}}$$

$$\boxed{I = \sqrt{3} \cdot I_F}$$

Un sistema trifásico de secuencia directa y tensión 200 V alimenta tres impedancias iguales $\overline{Z} = 10\underline{/30^\circ}$ Ω conectadas en triángulo. Determinar las corrientes de fase y línea y dibujar el diagrama fasorial.

Supongamos un receptor equilibrado en estrella con SFD:

$$u_A(t) = \sqrt{2}U_F \cos(\omega t + 90^\circ)$$
$$u_B(t) = \sqrt{2}U_F \cos(\omega t - 30^\circ)$$
$$u_C(t) = \sqrt{2}U_F \cos(\omega t - 150^\circ)$$

$$i_A(t) = \sqrt{2}I_F \cos(\omega t + 90^\circ - \theta)$$
$$i_B(t) = \sqrt{2}I_F \cos(\omega t - 30^\circ - \theta)$$
$$i_C(t) = \sqrt{2}I_F \cos(\omega t - 150^\circ - \theta)$$

$$p_A(t) = u_A(t) \cdot i_A(t)$$
$$p_B(t) = u_C(t) \cdot i_B(t)$$
$$p_C(t) = u_C(t) \cdot i_C(t)$$

$$p(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t)$$

Potencia en sistemas trifásicos

Potencia instantánea

$$
\begin{aligned}
p(t) = {} & \sqrt{2}U_F \cos(\omega t + 90^\circ) \cdot \sqrt{2}I_F \cos(\omega t + 90^\circ - \theta) + \\
& + \sqrt{2}U_F \cos(\omega t - 30^\circ) \cdot \sqrt{2}I_F \cos(\omega t - 30^\circ - \theta) + \\
& + \sqrt{2}U_F \cos(\omega t - 150^\circ) \cdot \sqrt{2}I_F \cos(\omega t - 150^\circ - \theta)
\end{aligned}
$$

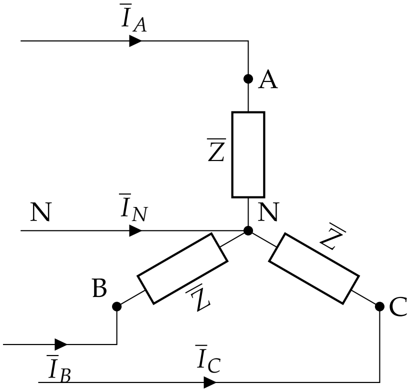
$$
\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))
$$

$$
\begin{aligned}
p(t) = {} & U_F I_F [\cos(2\omega t + 180^\circ - \theta) + \cos(\theta)] + \\
& + U_F I_F [\cos(2\omega t - 60^\circ - \theta) + \cos(\theta)] + \\
& + U_F I_F [\cos(2\omega t - 300^\circ - \theta) + \cos(\theta)]
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{p(t) = 3 \cdot U_F \cdot I_F \cdot \cos(\theta)}
$$

Potencia en sistemas trifásicos

Receptor en estrella equilibrado



$$P_F = U_F \cdot I_F \cdot \cos(\theta)$$
$$P_T = 3 \cdot P_F = 3 \cdot U_F \cdot I_F \cdot \cos(\theta)$$

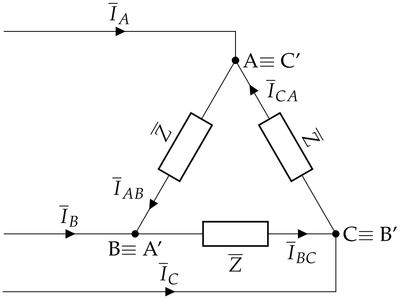
$$I_F = I_L$$
$$U_F = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$$

$$P_T = 3 \cdot U_F \cdot I_F \cos(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta)$$
$$Q_T = 3 \cdot U_F \cdot I_F \sin(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta)$$
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 3 \cdot U_F \cdot I_F = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

Potencia en sistemas trifásicos

Receptor en triángulo equilibrado

$$P_F = U_F \cdot I_F \cdot \cos(\theta)$$
$$P_T = 3 \cdot P_F = 3 \cdot U_F \cdot I_F \cdot \cos(\theta)$$



$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$
$$U_F = U_L$$

$$P_T = 3 \cdot U_F \cdot I_F \cos(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta)$$
$$Q_T = 3 \cdot U_F \cdot I_F \sin(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta)$$
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 3 \cdot U_F \cdot I_F = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

Potencia en sistemas trifásicos

Ejemplo

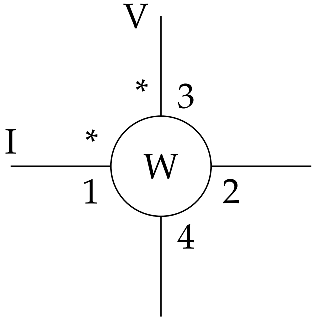
Una red trifásica de 20 kV de tensión de línea alimenta a una instalación que dispone de dos cargas:

- **Carga 1: conexión triángulo, potencia nominal aparente de 300 kVA y fdp 0.85 inductivo**
- **Carga 2: conexión estrella, potencia nominal aparente de 100 kVA y fdp 0.95 capacitivo**

Se pide calcular las potencias totales P, Q y S, el módulo de la corriente de línea absorbida y el factor de potencia del conjunto.

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Recordatorio: vatímetro

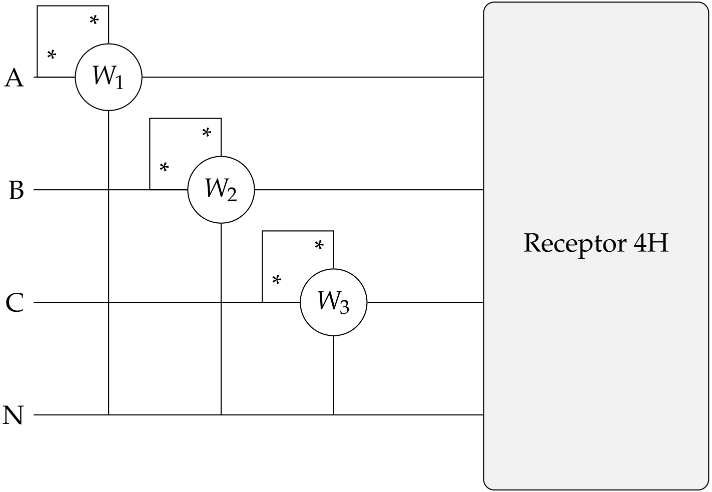


Vatímetro: equipo de medida de 4 terminales (1 par para tensión, 1 par para corriente):

$$W = \overline{I_{1,2}} \circ \overline{U_{3,4}} = I_{1,2} \cdot U_{3,4} \cdot (\widehat{I_{1,2}, U_{3,4}})$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Sistema a cuatro hilos — caso general

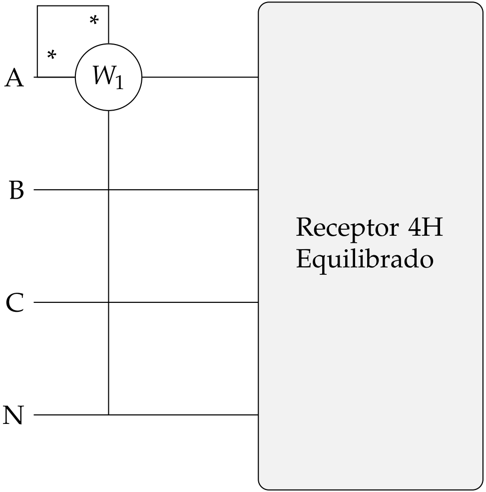


$$W_1 = \Re(\overline{U}_A \cdot \overline{I}_A^*) = P_A$$
$$W_2 = \Re(\overline{U}_B \cdot \overline{I}_B^*) = P_B$$
$$W_3 = \Re(\overline{U}_C \cdot \overline{I}_C^*) = P_C$$

$$\boxed{P = W_1 + W_2 + W_3}$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Sistema a cuatro hilos equilibrado



$$P_A = P_B = P_C$$

$$\boxed{P = 3 \cdot W_1}$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Sistema a tres hilos — Estrella

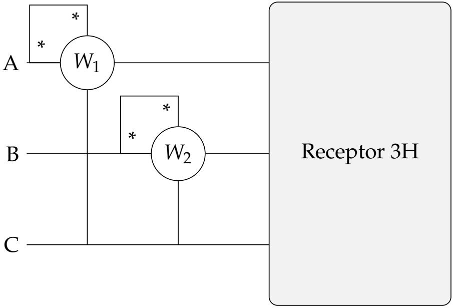
$$P_T = P_A + P_B + P_C$$

Teniendo en cuenta que debe cumplirse la 1LK en N:

$$\overline{I_A} + \overline{I_B} + \overline{I_C} \Rightarrow \overline{I_C} = -(\overline{I_A} + \overline{I_B})$$

y, sustituyendo en la potencia total:

$$\begin{aligned} P_T &= P_A + P_B + P_C = \overline{U_A} \circ \overline{I_A} + \overline{U_B} \circ \overline{I_B} + \overline{U_C} \circ \overline{I_C} = \\ &= \overline{U_A} \circ \overline{I_A} + \overline{U_B} \circ \overline{I_B} + \overline{U_C} \circ (-(\overline{I_A} + \overline{I_B})) = \\ &= (\overline{U_A} - \overline{U_C}) \circ \overline{I_A} + (\overline{U_B} - \overline{U_C}) \circ \overline{I_B} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{P_T = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A} + \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}} \end{aligned}$$



Medida de potencia en sistemas trifásicos

Sistema a tres hilos — Triángulo

$$P_{AB} = U_{AB} \cdot I_{AB} \cdot \cos(\theta_{AB}); \qquad P_{BC} = U_{BC} \cdot I_{BC} \cdot \cos(\theta_{BC}); \qquad P_{CA} = U_{CA} \cdot I_{CA} \cdot \cos(\theta_{CA})$$

$$P_T = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA}$$

Teniendo en cuenta que debe cumplirse la 1LK en los nudos A y B:

$$\overline{I_A} = \overline{I_{AB}} - \overline{I_{CA}} \Rightarrow \overline{I_{CA}} = \overline{I_{AB}} - \overline{I_A}$$

$$\overline{I_B} = \overline{I_{BC}} - \overline{I_{AB}} \Rightarrow \overline{I_{BC}} = \overline{I_B} + \overline{I_{AB}}$$

y, sustituyendo en la potencia total:

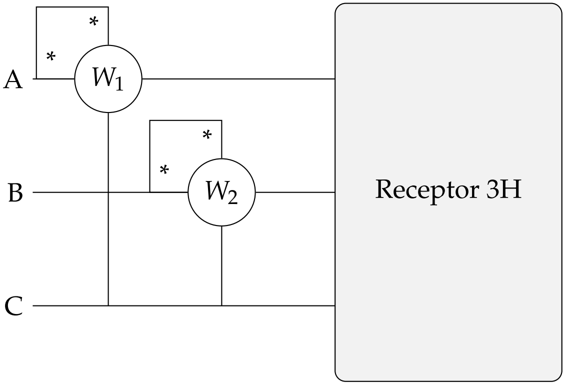
$$P_T = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = \overline{U_{AB}} \circ \overline{I_{AB}} + \overline{U_{BC}} \circ \left(\overline{I_B} + \overline{I_{AB}}\right) + \overline{U_{CA}} \circ \left(\overline{I_{AB}} - \overline{I_A}\right) =$$

$$= \underbrace{\left(\overline{U_{AB}} + \overline{U_{BC}} + \overline{U_{CA}}\right)}_{0} \circ \overline{I_{AB}} + \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B} \underbrace{-\overline{U_{CA}}}_{\overline{U_{AC}}} \circ \overline{I_A} \Rightarrow \boxed{P_T = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A} + \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}}$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Método de los dos vatímetros

Se eligen **dos líneas cualesquiera** a las que se conectan las **bobinas de intensidad** del vatímetro. Las **entradas de las bobinas de tensión** se conectan a las **mismas líneas** que las de intensidad y, las **salidas**, a la **línea no usada**. Si alguno de los vatímetros da una lectura negativa, en la suma se considerará con el signo $-$.

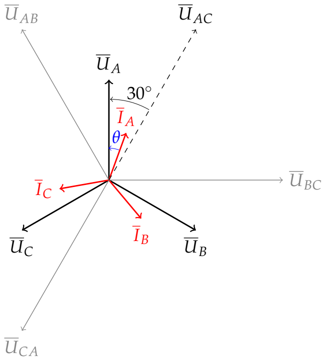


$$P_T = W_1 + W_2$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

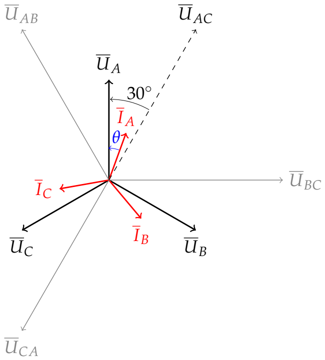
Método de los dos vatímetros — SFD

Supóngase un receptor en estrella de carácter inductivo con vatímetros en A y B:



$$W_1 = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A}$$
$$W_2 = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}$$

Supóngase un receptor en estrella de carácter inductivo con vatímetros en A y B:



$$W_1 = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A}$$
$$W_2 = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}$$

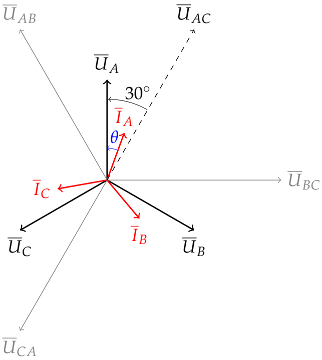
Se sabe que:

$$\overline{U_{AC}} = -\overline{U_{CA}} =$$
$$= U_L\underline{/-120^\circ - 180^\circ} =$$
$$= U_L\underline{/60^\circ}$$
$$\overline{U_{BC}} = U_L\underline{/0^\circ}$$
$$\overline{I_A} = I_L\underline{/90^\circ - \theta}$$
$$\overline{I_B} = I_L\underline{/-30^\circ - \theta}$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Método de los dos vatímetros — SFD

Supóngase un receptor en estrella de carácter inductivo con vatímetros en A y B:



$$W_1 = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A}$$
$$W_2 = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}$$

Se sabe que:

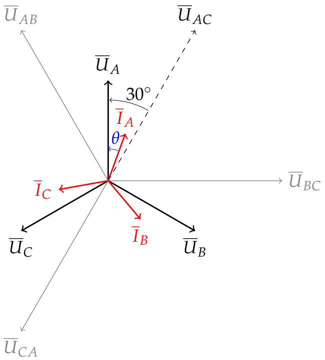
$$\overline{U_{AC}} = -\overline{U_{CA}} =$$
$$= U_L \underline{/-120^\circ - 180^\circ} =$$
$$= U_L \underline{/60^\circ}$$
$$\overline{U_{BC}} = U_L \underline{/0^\circ}$$
$$\overline{I_A} = I_L \underline{/90^\circ - \theta}$$
$$\overline{I_B} = I_L \underline{/-30^\circ - \theta}$$

Por tanto:

$$W_1 = U_L\, I_L\, \cos\left(\theta - 30^\circ\right)$$
$$W_2 = U_L\, I_L\, \cos\left(\theta + 30^\circ\right)$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Método de los dos vatímetros — SFD



$$W_1 = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A}$$
$$W_2 = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}$$

Desarrollando los cosenos:

$$\cos(\theta - 30^\circ) = \cos(\theta)\ \cos(30^\circ) + \sin(\theta)\ \sin(30^\circ)$$
$$\cos(\theta + 30^\circ) = \cos(\theta)\ \cos(30^\circ) - \sin(\theta)\ \sin(30^\circ)$$

Si se suman las medidas de los dos vatímetros:

$$\boxed{W_1 + W_2 = \sqrt{3}\, U_L\, I_L\ \cos(\theta) = P_T}$$

Si se restan las medidas de los dos vatímetros:

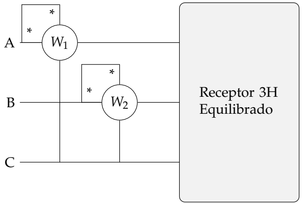
$$\boxed{W_1 - W_2 = U_L\, I_L\ \sin(\theta) = \frac{Q_T}{\sqrt{3}}}$$

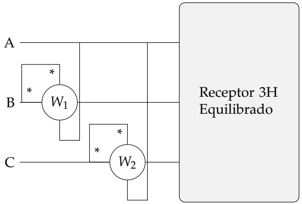
Medida de potencia en sistemas trifásicos

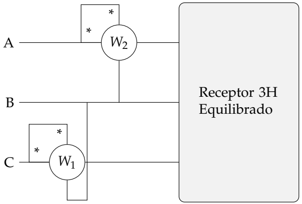
Método de los dos vatímetros — SFD — Otras conexiones

$$\boxed{(ABC) : A \triangleright B \triangleright C \Longrightarrow \{AB, BC, CA\}}$$

$$P = W_1 + W_2 \qquad Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)$$







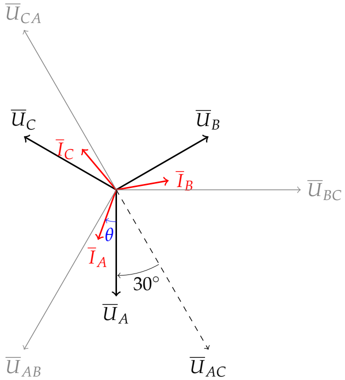
$$W_1 : AC \notin SFD \qquad W_1 : BA \notin SFD \qquad W_1 : CB \notin SFD$$

$$W_2 : BC \in SFD \qquad W_2 : CA \in SFD \qquad W_2 : AB \in SFD$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Método de los dos vatímetros — SFI

Supóngase un receptor en estrella de carácter inductivo con vatímetros en B y A:

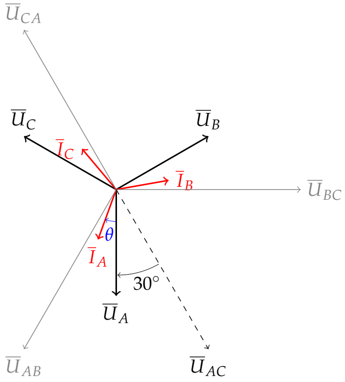


$$W_1 = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}$$
$$W_2 = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A}$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Método de los dos vatímetros — SFI

Supóngase un receptor en estrella de carácter inductivo con vatímetros en B y A:



$$W_1 = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}$$
$$W_2 = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A}$$

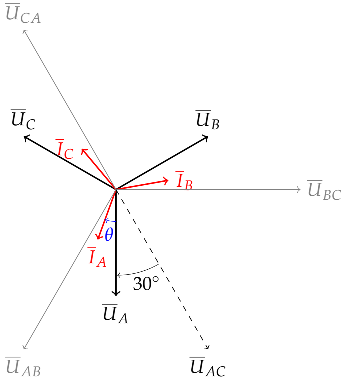
Se sabe que:

$$\overline{U_{BC}} = U_L \underline{/0^\circ}$$
$$\overline{U_{AC}} = -\overline{U_{CA}} =$$
$$= U_L \underline{/120^\circ + 180^\circ} =$$
$$= U_L \underline{/-60^\circ}$$
$$\overline{I_B} = I_L \underline{/30^\circ - \theta}$$
$$\overline{I_A} = I_L \underline{/-90^\circ - \theta}$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Método de los dos vatímetros — SFI

Supóngase un receptor en estrella de carácter inductivo con vatímetros en B y A:



$$W_1 = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}$$
$$W_2 = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A}$$

Se sabe que:

$$\overline{U_{BC}} = U_L\underline{/0^\circ}$$
$$\overline{U_{AC}} = -\overline{U_{CA}} =$$
$$= U_L\underline{/120^\circ + 180^\circ} =$$
$$= U_L\underline{/-60^\circ}$$
$$\overline{I_B} = I_L\underline{/30^\circ - \theta}$$
$$\overline{I_A} = I_L\underline{/-90^\circ - \theta}$$

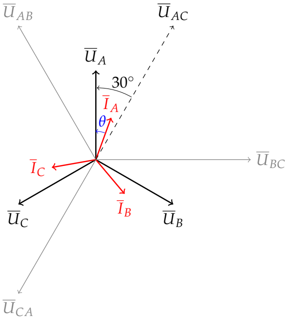
Por tanto:

$$W_1 = U_L\ I_L\ \cos\left(\theta - 30^\circ\right)$$
$$W_2 = U_L\ I_L\ \cos\left(\theta + 30^\circ\right)$$

Idénticos a SFD

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Método de los dos vatímetros — SFI



$$W_1 = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_B}$$
$$W_2 = \overline{U_{AC}} \circ \overline{I_A}$$

Desarrollando los cosenos:

$$\cos(\theta - 30^\circ) = \cos(\theta)\ \cos(30^\circ) + \sin(\theta)\ \sin(30^\circ)$$
$$\cos(\theta + 30^\circ) = \cos(\theta)\ \cos(30^\circ) - \sin(\theta)\ \sin(30^\circ)$$

Si se suman las medidas de los dos vatímetros:

$$\boxed{W_1 + W_2 = \sqrt{3}\, U_L\, I_L\ \cos(\theta) = P_T}$$

Si se restan las medidas de los dos vatímetros:

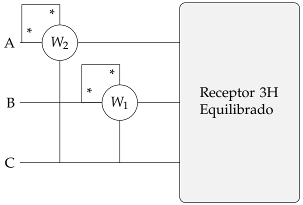
$$\boxed{W_1 - W_2 = U_L\, I_L\ \sin(\theta) = \frac{Q_T}{\sqrt{3}}}$$

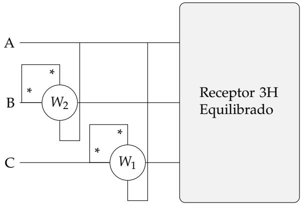
Medida de potencia en sistemas trifásicos

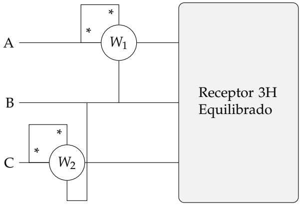
Método de los dos vatímetros — SFI — Otras conexiones

$$\boxed{(ACB) : A \triangleright C \triangleright B \Longrightarrow \{AC, CB, BA\}}$$

$$P = W_1 + W_2 \qquad Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)$$





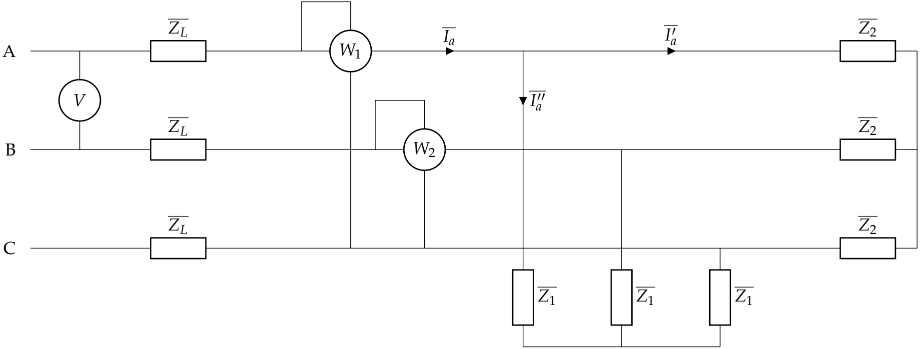


$$W_1 : BC \notin SFI$$
$$W_2 : AC \in SFI$$

$$W_1 : CA \notin SFI$$
$$W_2 : BA \in SFI$$

$$W_1 : AB \notin SFI$$
$$W_2 : CB \in SFI$$

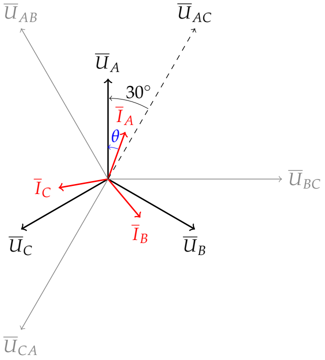
Hallar la indicación del voltímetro en el sistema trifásico equilibrado de SFD de la figura, sabiendo que: $W_1 = 700$ **W;** $W_2 = 400$ **W;** $\overline{Z_L} = 1 + \mathrm{j}2\Omega$**;** $\overline{Z_1} = 100\Omega$**;** $\overline{Z_2} = 47\underline{/37^\circ}\Omega$**.**



Medida de potencia en sistemas trifásicos

Medida de reactiva con un vatímetro

Supóngase un receptor en estrella de carácter inductivo y SFD:

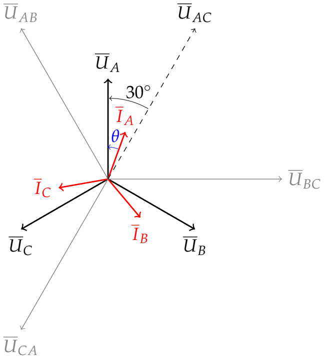


$$W = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_A}$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Medida de reactiva con un vatímetro

Supóngase un receptor en estrella de carácter inductivo y SFD:



$$W = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_A}$$

Se sabe que:

$$\overline{U}_{BC} = U_L\underline{/0}$$
$$\overline{I}_A = I_L\underline{/90^\circ - \theta}$$

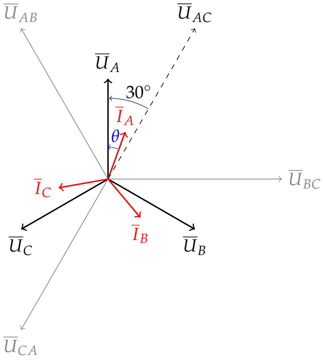
Por tanto:

$$W = U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta - 90^\circ) =$$
$$= U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{Q_T}{\sqrt{3}}}$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Medida de reactiva con un vatímetro

Supóngase un receptor en estrella de carácter inductivo y SFD:



$$W = \overline{U_{BC}} \circ \overline{I_A}$$

Se sabe que:

$$\overline{U}_{BC} = U_L\underline{/0}$$

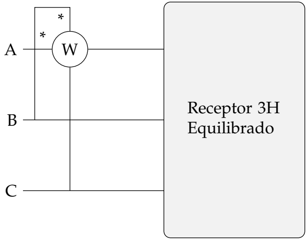
$$\overline{I}_A = I_L\underline{/90^\circ - \theta}$$

Por tanto:

$$W = U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta - 90^\circ) =$$

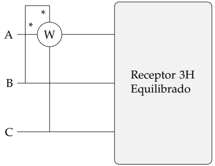
$$= U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta) \Rightarrow$$

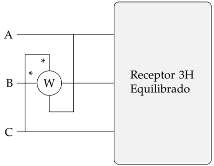
$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{Q_T}{\sqrt{3}}}$$

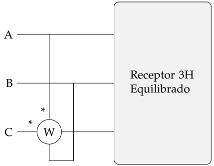


Medida de potencia en sistemas trifásicos

Medida de reactiva con un vatímetro — Otras conexiones







$$BC \in SFD$$
$$BC \notin SFI$$

$$CA \in SFD$$
$$CA \notin SFI$$

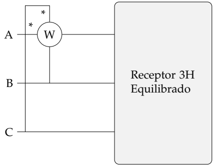
$$AB \in SFD$$
$$AB \notin SFI$$

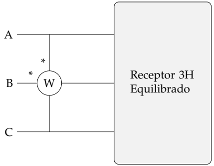
$$SFD \rightarrow \boxed{W = \frac{Q_T}{\sqrt{3}}}$$

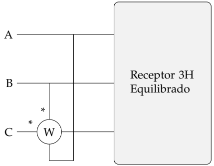
$$SFI \rightarrow \boxed{W = -\frac{Q_T}{\sqrt{3}}}$$

Medida de potencia en sistemas trifásicos

Medida de reactiva con un vatímetro — Otras conexiones







$$CB \notin SFD$$
$$CB \in SFI$$

$$AC \notin SFD$$
$$AC \in SFI$$

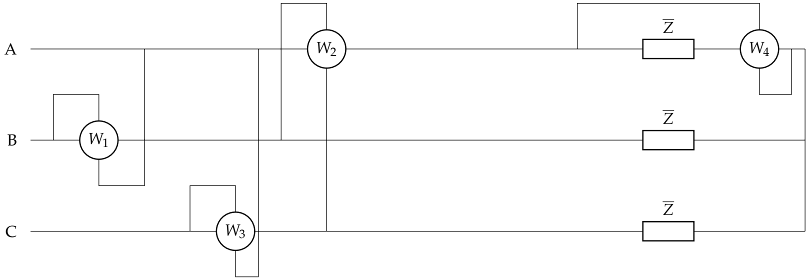
$$BA \notin SFD$$
$$BA \in SFI$$

$$SFD \rightarrow \boxed{W = -\frac{Q_T}{\sqrt{3}}}$$

$$SFI \rightarrow \boxed{W = \frac{Q_T}{\sqrt{3}}}$$

El sistema trifásico de la figura es de 380 V, 50 Hz. Sabiendo que la carga es equilibrada y consume 24 kW con un factor de potencia de 0,8 (inductivo), que las tensiones de línea son equilibradas y que se tiene una SFD, se pide calcular:

- **Valor de las intensidades de línea en forma fasorial**
- **Lectura de los vatímetros**



Mejora del factor de potencia

- En trifásica existen dos posibilidades:
  - Conexión en triángulo (C_D)
  - Conexión en estrella (C_Y)

Mejora del factor de potencia

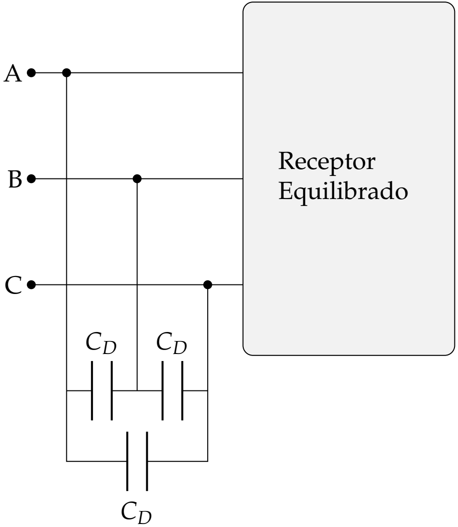
Conexión en triángulo

- En trifásica existen dos posibilidades:
  - Conexión en triángulo (C_D)

$$
\begin{aligned}
Q &= P \tan\theta \\
Q' &= P \tan\theta' = Q - Q_c \\
Q_c &= 3 \cdot \omega C_D \cdot U_L^2
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{C_D = \frac{P(\tan\theta - \tan\theta')}{3\omega U_L^2}}
$$

  - Conexión en estrella (C_Y)



Mejora del factor de potencia

Conexión en estrella

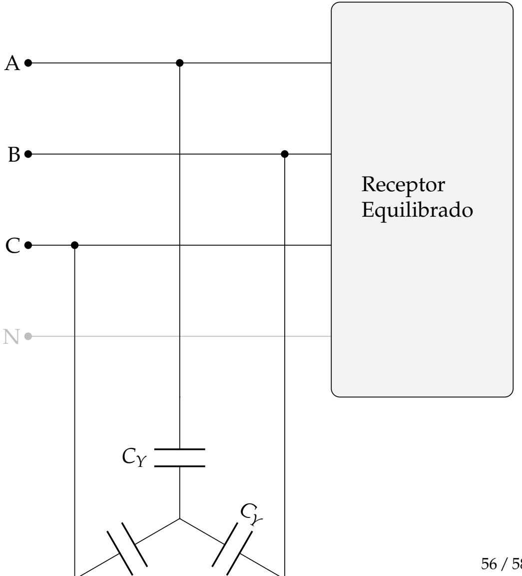
- En trifásica existen dos posibilidades:
  - Conexión en triángulo (C_D)
  - Conexión en estrella (C_Y)

$$Q = P\tan\theta$$

$$Q' = P\tan\theta' = Q - Q_c$$

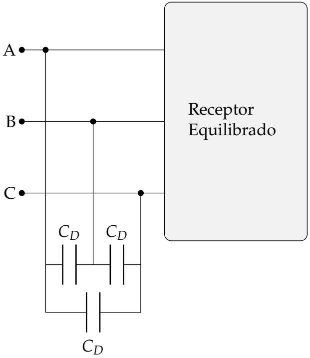
$$Q_c = 3\,\omega C_Y\,U_F^2 = 3\omega\,C_Y\left(\frac{U_L}{\sqrt{3}}\right)^2 = \omega C_Y\,U_L^2$$

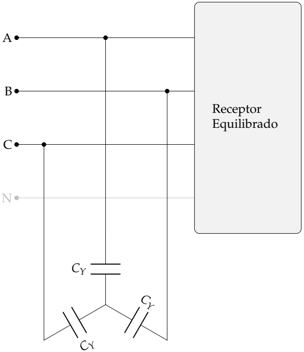
$$\boxed{C_Y = \frac{P(\tan\theta - \tan\theta')}{\omega U_L^2}}$$



Mejora del factor de potencia

Comparación Estrella-Triángulo





$$\boxed{C_D = \frac{P(\tan\theta - \tan\theta')}{3\omega U^2}}$$

$$\boxed{C_Y = \frac{P(\tan\theta - \tan\theta')}{\omega U^2}}$$

Dado que $C_Y = 3 \cdot C_D$ la **configuración recomendada** es **triángulo**

Mejora del factor de potencia

Ejemplo

Una red trifásica de 380 V, 50 Hz y secuencia SFD alimenta a dos cargas equilibradas: (i) 30 kW y factor de potencia 0.7 inductivo; (ii) 24 kW y factor de potencia 0.6 inductivo. Determinar la capacidad de cada uno de los condensadores a conectar a la red para que el factor de potencia global mejore hasta 0.95.