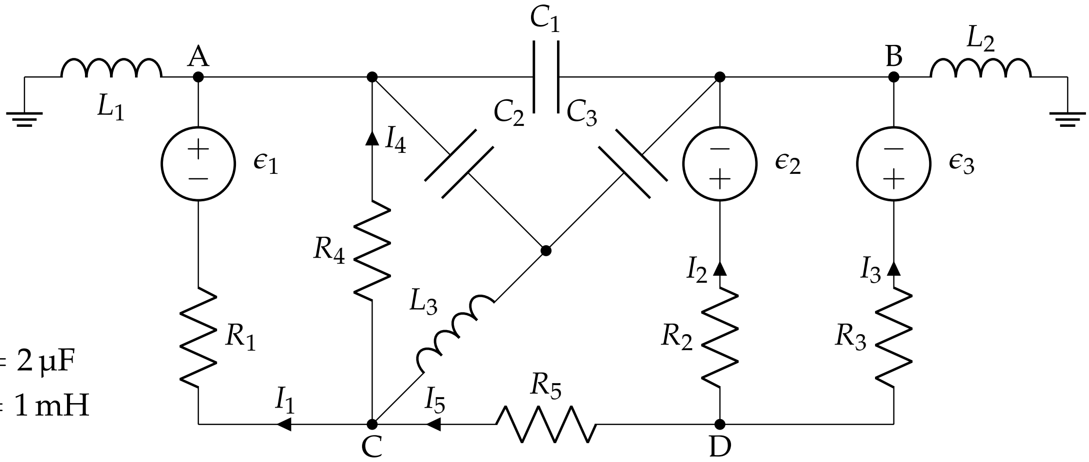
Ejercicio 9 de la colección de problemas

Enunciado:

En el circuito de la figura, los condensadores se conectaron sin carga. Mediante el método de las mallas, se pide determinar:

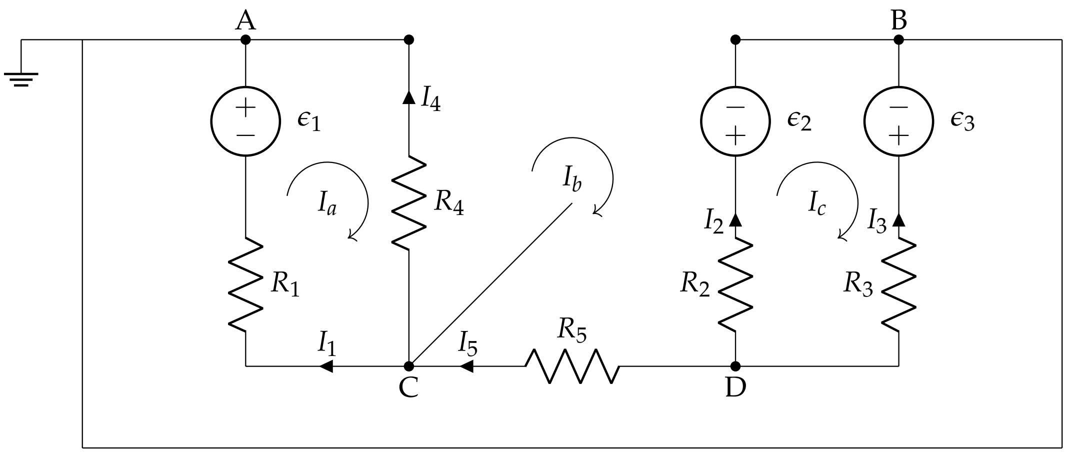
1. Intensidades de corriente señaladas
2. Potenciales en los puntos A, B, C y D
3. Polaridades, cargas y energía almacenada en los condensadores
4. Balance de potencias

$\epsilon_1 = 118\,\mathrm{V}$
$\epsilon_2 = 236\,\mathrm{V}$
$\epsilon_3 = 118\,\mathrm{V}$
$R_1 = 4\,\Omega$
$R_2 = R_3 = 1\,\Omega$
$R_4 = 3\,\Omega$
$R_5 = 2\,\Omega$
$C_1 = C_2 = C_3 = 2\,\mu\mathrm{F}$
$L_1 = L_2 = L_3 = 1\,\mathrm{mH}$



Solución:

Se sustituyen los condensadores y las bobinas por sus equivalentes en un circuito de corriente continua (circuito abierto y cortocircuito, respectivamente). Por otro lado, dado que hay dos tomas de tierra en el esquema, esto no implica que haya dos referencias de potencial distintas: simplemente indica que esos dos puntos están cortocircuitados. En el circuito resultante, se definen tres corrientes de malla, como se muestra en el circuito de la figura:



(la malla b puede definirse de esta forma porque los puntos A y B están cortocircuitados)

Usamos la ecuación general del método de mallas:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_4 & -R_4 & 0 \\ -R_4 & R_4 + R_5 + R_2 & -R_2 \\ 0 & -R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 - \epsilon_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 118 \\ 236 \\ -118 \end{bmatrix}$$

Cuya solución es:

$$I_a = 40\,\mathrm{A}\,, \qquad I_b = 54\,\mathrm{A}\,, \qquad I_c = -32\,\mathrm{A}$$

Por tanto, las corrientes indicadas en el circuito son:

$$\boxed{I_1 = 40\,\mathrm{A}}\,, \quad \boxed{I_2 = -86\,\mathrm{A}}\,, \quad \boxed{I_3 = 32\,\mathrm{A}}\,, \quad \boxed{I_4 = 14\,\mathrm{A}}\,, \quad \boxed{I_5 = 54\,\mathrm{A}}$$

Los potenciales en los puntos indicados son:

$$\boxed{U_A = 0\,\mathrm{V}}\,, \quad \boxed{U_B = 0\,\mathrm{V}}\,, \quad U_C = I_4 \cdot R_4 = \boxed{42\,\mathrm{V}}\,, \quad U_D = I_5 \cdot R_5 + U_C = \boxed{150\,\mathrm{V}}$$

Por tanto, las polaridades de los condensadores y sus valores de tensión son los siguientes:

$$\begin{aligned} U_{C_1} = U_{BA} &= 0\,\mathrm{V} \\ q_1 = C_1 \cdot U_{C_1} &= \boxed{0\,\mathrm{C}} \\ E_{C_1} = \frac{1}{2} C_1 \cdot (U_{C_1})^2 &= \boxed{0\,\mathrm{J}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{C_2} = U_{CA} &= 42\,\mathrm{V} \\ q_2 = C_2 \cdot U_{C_2} &= \boxed{84\,\mathrm{\mu C}} \\ E_{C_2} = \frac{1}{2} C_2 \cdot (U_{C_2})^2 &= \boxed{1{,}76\,\mathrm{mJ}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{C_3} = U_{CB} &= 42\,\mathrm{V} \\ q_3 = C_3 \cdot U_{C_3} &= \boxed{84\,\mathrm{\mu C}} \\ E_{C_3} = \frac{1}{2} C_3 \cdot (U_{C_3})^2 &= \boxed{1{,}76\,\mathrm{mJ}} \end{aligned}$$

Finalmente, podemos formular el balance de potencias como potencia entregada por los elementos activos frente a potencia consumida por los elementos pasivos:

- La potencia total entregada por los elementos activos es 21 240 W:

$$\begin{aligned} P_{\epsilon_1} = \epsilon_1 \cdot I_1 &= 4720\,\mathrm{W} \\ P_{\epsilon_2} = \epsilon_2 \cdot (-I_2) &= 20\,296\,\mathrm{W} \\ P_{\epsilon_3} = \epsilon_3 \cdot (-I_3) &= -3776\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

- La potencia total consumida por los elementos pasivos también es 21 240 W:

$$\begin{aligned} P_{R_1} = R_1 \cdot (I_1)^2 &= 6400\,\mathrm{W} \\ P_{R_2} = R_2 \cdot (I_2)^2 &= 7396\,\mathrm{W} \\ P_{R_3} = R_3 \cdot (I_3)^2 &= 1024\,\mathrm{W} \\ P_{R_4} = R_4 \cdot (I_4)^2 &= 588\,\mathrm{W} \\ P_{R_5} = R_5 \cdot (I_5)^2 &= 5832\,\mathrm{W} \end{aligned}$$