Teoría de Circuitos III
Prueba BT4

20 de diciembre de 2018

Los resultados se publicarán el 28 de diciembre.

La revisión del examen se realizará el ~~8~~ **9 y 10** de enero de 2019 de 11:30 a 14:30.

Este examen se compone de dos ejercicios. El primer ejercicio aporta el 70 % de la calificación, y el segundo ejercicio aporta el 30 %.

Ejercicio 1

En este ejercicio se analizará la respuesta en frecuencia del circuito de la figura:

1. (**5p.**) Determina la función de transferencia en el dominio de Laplace

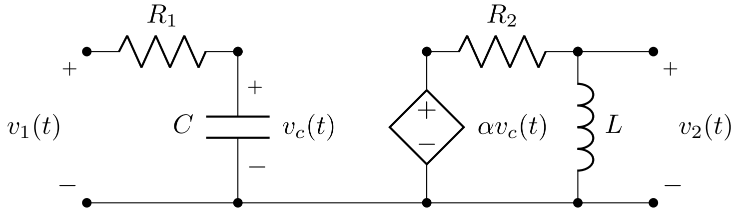
$$\mathbf{H(s)} = \frac{\mathbf{V_2(s)}}{\mathbf{V_1(s)}}$$

   A partir de la expresión anterior, obtén la expresión normalizada de la función de transferencia en el dominio de la frecuencia, $\mathbf{H}(\omega)$, y determina la pulsación a la que se encuentran los polos y ceros del sistema.

2. (**5p.**) Dibuja el diagrama de Bode de **amplitud** y determina el tipo de filtro de este circuito.

Datos:

$$R_1 = 1\,\Omega$$
$$C = 2\,\text{mF}$$
$$R_2 = 1\,\Omega$$
$$L = 10\,\text{mH}$$
$$\alpha = 200$$



Solución

1. Función de Transferencia

   Del circuito RC podemos extraer la siguiente expresión, teniendo en cuenta que se trata de un divisor de tensión:

$$\frac{\mathbf{V_c(s)}}{\mathbf{V_1(s)}} = \frac{1}{1 + \mathbf{s}CR_1}$$

   A su vez, del circuito RL:

$$\frac{\mathbf{V_2(s)}}{\alpha\mathbf{V_c(s)}} = \frac{\mathbf{s}L}{R_2 + \mathbf{s}L}$$

   Por tanto,

$$\mathbf{H(s)} = \frac{\mathbf{V_2(s)}}{\mathbf{V_1(s)}} = \alpha\frac{\mathbf{s}L/R_2}{(1 + \mathbf{s}L/R_2)(1 + \mathbf{s}CR_1)}$$

   Sustituyendo valores obtenemos:

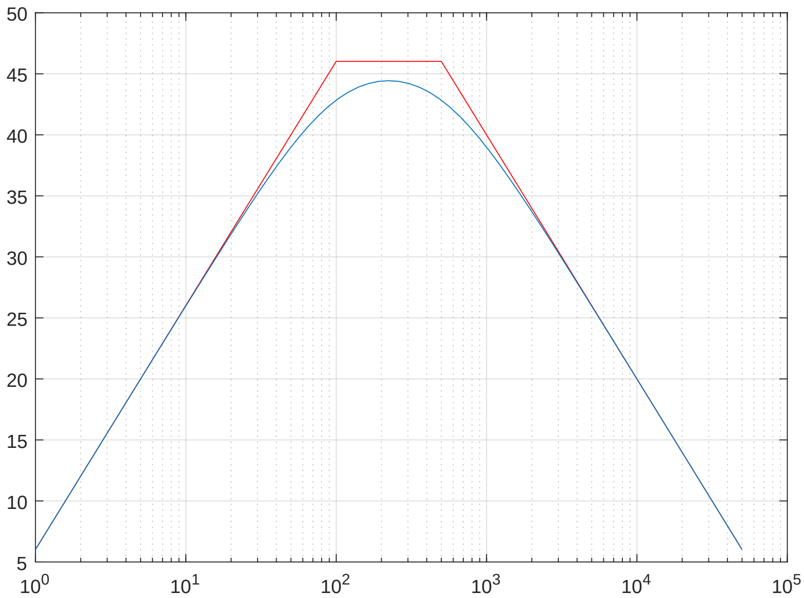
$$\mathbf{H(s)} = \frac{2\mathbf{s}}{(1 + \mathbf{s}/100)(1 + \mathbf{s}/500)}$$

   Evaluando en el eje imaginario:

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{2j\omega}{(1 + j\omega/100)(1 + j\omega/500)}$$

   Se trata, por tanto, de un sistema con un cero en el origen, un polo en $\omega_1 = 100\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, y otro polo en $\omega_2 = 500\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

2. La siguiente figura representa el diagrama de Bode, en el que se puede ver que se trata de un filtro paso banda.



Ejercicio 2

Este ejercicio analiza el comportamiento en resonancia del circuito de la figura. Realizando y justificando las transformaciones y aproximaciones que sean necesarias, debes calcular los siguientes parámetros:

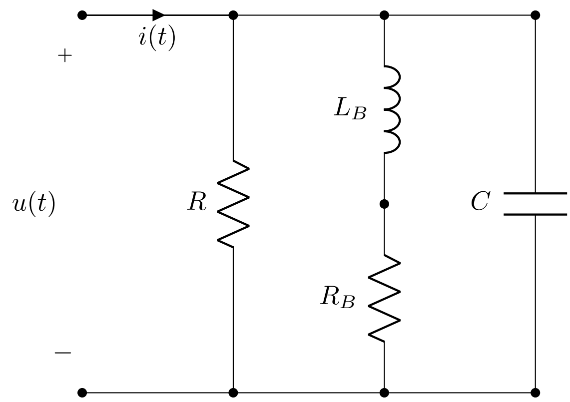
1. (**6p.**) Factor de calidad de la bobina ($L_B - R_B$), factor de calidad del circuito en resonancia, y ancho de banda del circuito.

2. (**1p.**) Tensión en bornes del circuito a la pulsación de resonancia si es alimentado con una fuente de corriente ideal alterna sinusoidal, de valor eficaz 1 A, y cuya frecuencia coincide con la de resonancia del circuito.

3. (**3p.**) Empleando la curva universal de resonancia, tensión en bornes del circuito si la frecuencia de la fuente del apartado anterior varía un 2 %.

Datos:

$$R = 2\,\mathrm{k\Omega}$$
$$R_B = 1\,\Omega$$
$$L_B = 40\,\mathrm{mH}$$
$$C = 100\,\mathrm{\mu F}$$



Solución

1. Suponiendo que el factor de calidad de la bobina es alto, podemos transformar a una asociación en paralelo. En ese caso, el circuito sería un RLC paralelo. Por tanto:

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 500\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$$

A esa pulsación, el factor de calidad de la bobina es:

$$Q_B = \frac{\omega_o L_B}{R_B} = 20$$

Dado que $Q_B > 10$, la transformación es válida. La resistencia paralelo que acompaña a la inductancia es $R'_B = Q_B^2 R_B = 400\,\Omega$. Esta resistencia está, a su vez, en paralelo con R, de forma que la resistencia equivalente es $R_p = 1/3\,\mathrm{k\Omega} \simeq 333{,}3\,\Omega$.

El factor de calidad del circuito es, por tanto:

$$Q_o = \omega_o C R_p = 50/3 \simeq 16{,}67$$

El ancho de banda del circuito es:

$$B = \frac{\omega_o}{Q_o} = 30\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$$

2. A la pulsación de resonancia el circuito es resistivo. Por tanto,

$$V_o = I_g \cdot R_p = 2000/3\,\mathrm{V} \simeq 333{,}3\,\mathrm{V}$$

3. Si $\epsilon = 0{,}02$, obtenemos $x = Q_o\epsilon = 0{,}33$. Con la curva universal de resonancia:

$$Z(x) = \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}} = 0{,}8346$$

Por tanto, el módulo de la impedancia del circuito es ahora $R_p \cdot Z(x) = 278{,}2\,\Omega$. De esta forma, la tensión del circuito es $V(\epsilon = 0{,}02) = 278{,}2\,\mathrm{V}$