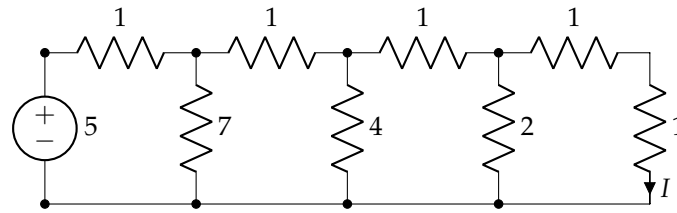


## Problema 1.

En el circuito de la figura los valores se dan en voltios y ohmios, según corresponda. Determinar el valor de la intensidad  $I$  aplicando la propiedad de proporcionalidad.



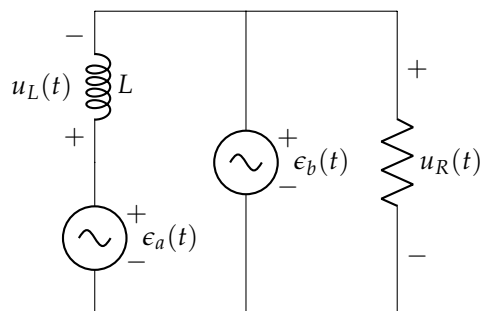
---

Suponiendo que  $I = 1$  A, resolvemos el circuito hacia el generador. Obtenemos  $\epsilon = 11$  V. Por tanto, con un generador de 5 V la corriente será  $I = 5/11$  A (regla de tres simple).

## Problema 2.

En el circuito de la figura determina:

- $u_R(t)$  y  $u_L(t)$ .
- Balance de potencias.



Datos:

$$e_a(t) = 3\sqrt{2} \sin(10^3 t) \text{ V}$$

$$e_b(t) = 30\sqrt{2} \sin(10^4 t) \text{ V}$$

$$R = 30 \Omega$$

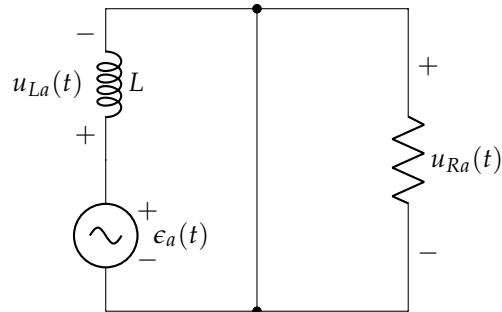
$$L = 3 \text{ mH}$$

---

## Solución

Dado que las fuentes trabajan a frecuencias diferentes, hay que resolver mediante superposición.

Activamos una de las fuentes:

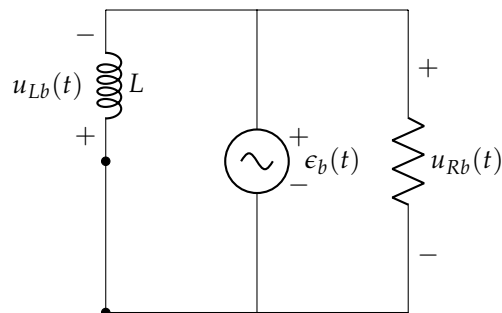


La resistencia está cortocircuitada. Por tanto:

$$\begin{aligned}u_{Ra}(t) &= 0 \text{ V} \\ u_{La}(t) &= \epsilon_a(t)\end{aligned}$$

En este circuito la potencia disipada por la resistencia es  $P_{Ra} = 0 \text{ W}$  y, en consecuencia, la potencia entregada por el generador es  $P_{\epsilon_a} = 0 \text{ W}$ .

Hacemos el análisis con la otra fuente:



En este circuito:

$$\begin{aligned}u_{Rb}(t) &= \epsilon_b(t) \\ u_{Lb}(t) &= -\epsilon_b(t)\end{aligned}$$

El balance de potencias es:

$$P_{Rb} = \frac{\epsilon_b^2}{R_b} = 30 \text{ W} = P_{\epsilon_b}$$

Por tanto:

$$u_R(t) = u_{Ra}(t) + u_{Rb}(t) = 30\sqrt{2} \sin(10^4 t)$$

$$u_L(t) = u_{La}(t) + u_{Lb}(t) = 3\sqrt{2} \sin(10^3 t) - 30\sqrt{2} \sin(10^4 t)$$

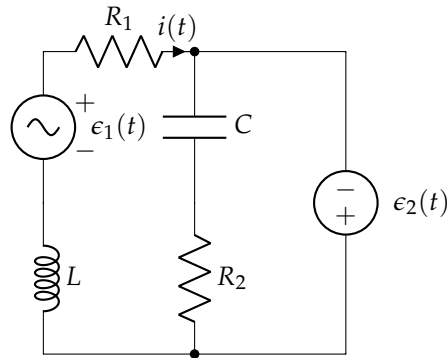
Además, dado que las dos señales de los generadores son ortogonales, podemos sumar las potencias calculadas en cada circuito:

$$P_R = P_{Ra} + P_{Rb} = 30 \text{ W}$$

$$P_\epsilon = P_{\epsilon_a} + P_{\epsilon_b} = 30 \text{ W}$$

### Problema 3.

El circuito de la figura se encuentra en régimen permanente. Determina analíticamente la expresión de  $i(t)$ , así como las potencias entregadas por los generadores y disipadas por las resistencias  $R_1$ , y  $R_2$ .



Datos:

$$e_1(t) = 50 \sin(1000t) \text{ V}$$

$$e_2(t) = 30 \text{ V}$$

$$R_1 = 6 \Omega$$

$$R_2 = 6 \Omega$$

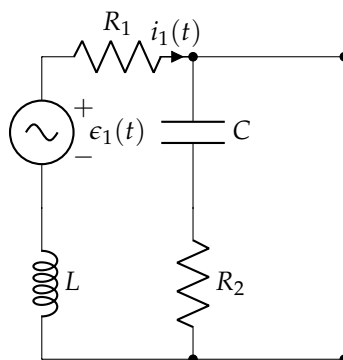
$$L = 8 \text{ mH}$$

$$C = 10 \mu\text{F}$$

### Solución

Aplicamos superposición.

Analizamos con la fuente de corriente alterna:



La rama  $R_2 - C$  está cortocircuitada y, por tanto, podemos prescindir de ella:

$$\bar{Z}_1 = R_1 + jX_L = 6 + 8j \Omega$$

$$\bar{I}_1 = \bar{e}_1 / \bar{Z}_1 = 5\sqrt{2}/2 \angle -53,13^\circ \text{ A}$$

En el dominio del tiempo obtenemos:

$$i_1(t) = 5 \sin(1000t - 0,9273)A$$

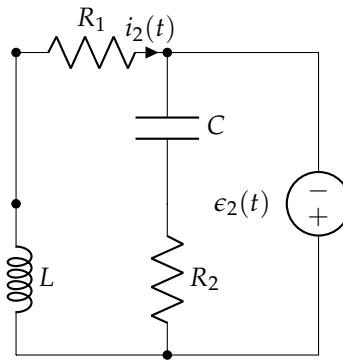
En cuanto al balance de potencias:

$$P_{R11} = I_1^2 R_1 = 75 \text{ W}$$

$$P_{R21} = 0 \text{ W}$$

$$P_{\epsilon_1} = \Re(\bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{I}_1^*) = 75 \text{ W}$$

Analizamos con la fuente de corriente continua:



En este circuito sustituimos la bobina por un cortocircuito y el condensador por un circuito abierto. En consecuencia:

$$i_2(t) = \epsilon_2(t) / R_1 = 5 \text{ A}$$

En cuanto al balance de potencias:

$$P_{R12} = I_2^2 \cdot R_1 = 150 \text{ W}$$

$$P_{R22} = 0 \text{ W}$$

$$P_{\epsilon_2} = \epsilon_2 \cdot I_2 = 150 \text{ W}$$

Por tanto:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = 5 + 5 \sin(1000t - 0,9273)A$$

Además, como las señales son ortogonales, podemos hacer el balance de potencias conjunto con los dos circuitos:

$$P_{R1} = P_{R11} + P_{R12} = 225 \text{ W}$$

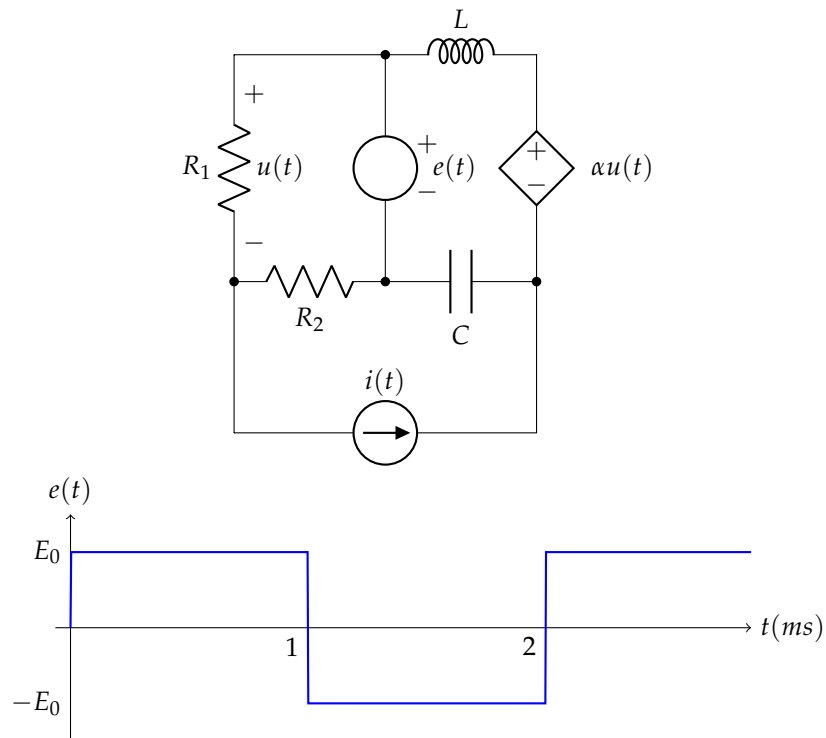
$$P_{R2} = P_{R21} + P_{R22} = 0 \text{ W}$$

$$P_{\epsilon} = P_{\epsilon_1} + P_{\epsilon_2} = 225 \text{ W}$$

## Problema 4.

En el circuito de la figura el generador de tensión  $e(t)$  es de onda cuadrada simétrica, tal y como se muestra en la figura. La potencia total disipada por las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  es de 40 W. Determina:

- Valor máximo  $E_0$  de la onda cuadrada.
- Forma de onda de la tensión  $u(t)$  y su valor eficaz.
- Potencias disipadas en  $R_1$  y  $R_2$  si la frecuencia de la onda  $e(t)$  aumenta al doble.



Datos:

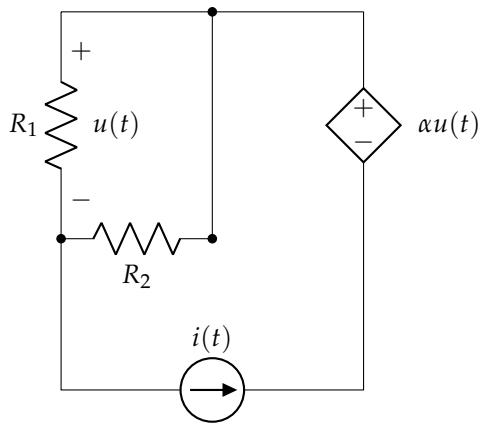
$$\begin{aligned} i(t) &= 1 \text{ A} \\ R_1 &= 60 \, \Omega \\ R_2 &= 40 \, \Omega \\ L &= 10 \text{ mH} \\ C &= 1 \, \mu\text{F} \end{aligned}$$

---

## Solución

Aplicamos superposición.

Activamos en primer lugar la fuente de corriente porque es de la que tenemos información completa para resolver.



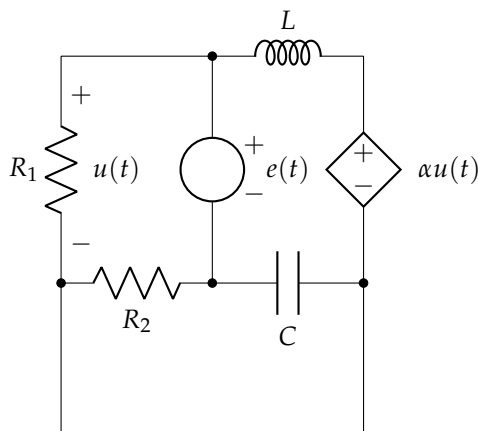
Podemos sustituir las dos resistencias por su equivalente paralelo,  $R_p = 24 \Omega$ , y calcular la potencia y la tensión:

$$U_{I_g} = I_g R_p = 24 \text{ V}$$

$$P_{R_1 R_2 I_g} = I_g^2 \cdot R_p = 24 \text{ W}$$

Este último resultado podemos utilizarlo en el circuito de la otra fuente, porque las señales son ortogonales. Por tanto:

$$P_{R_1 R_2} = P_{R_1 R_2 e} + P_{R_1 R_2 I_g} \rightarrow P_{R_1 R_2 e} = 16 \text{ W}$$



En este circuito la fuente está conectada en paralelo con la conexión serie de las dos resistencias. Así, la potencia disipada por las dos resistencias en este circuito es:

$$P_{R_1 R_2 e} = \frac{E^2}{R_1 + R_2} = \frac{E^2}{100} = 16 \text{ W} \rightarrow E = 40 \text{ V}$$

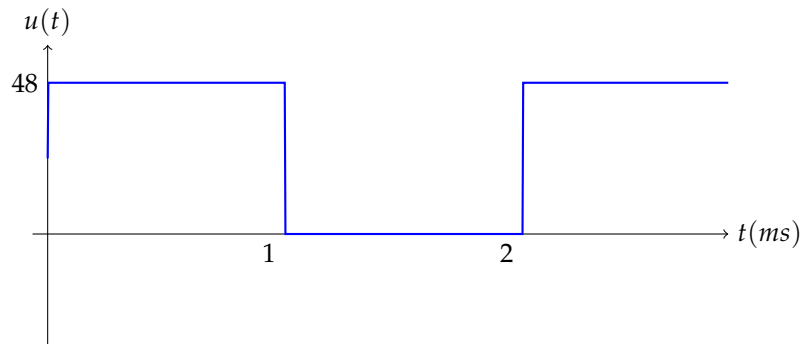
Teniendo en cuenta que en un tren de pulsos simétrico el valor eficaz,  $E$ , coincide con el valor máximo,  $E_0$ , obtenemos  $E_0 = 40 \text{ V}$ .

Por otra parte, en este circuito podemos obtener la tensión en la resistencia  $R_1$  mediante un divisor de tensión:

$$u_e(t) = e(t) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0,6 \cdot e(t)$$

El resultado es un tren de pulsos simétrico con valor máximo  $U_{e0} = 24 \text{ V}$ .  
Combinando los dos circuitos obtenemos:

$$u(t) = u_{Ig}(t) + u_e(t) = 24 + 0,6 \cdot e(t)$$



Para calcular el valor eficaz de esta señal podemos aplicar la definición:

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \\ &= \sqrt{500 \int_0^{10^{-3}} 48^2 dt} = \\ &= 24\sqrt{2} \text{ V} \end{aligned}$$

También podemos aprovechar el hecho de que sean señales ortogonales:

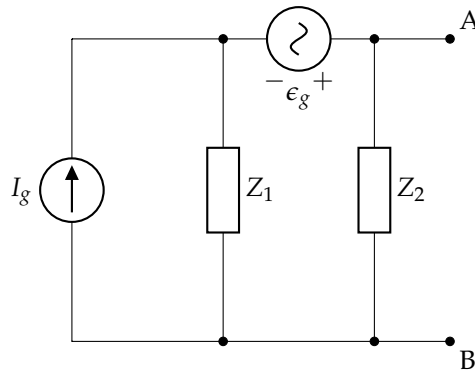
$$P_{R1} = \frac{U^2}{R_1} = \frac{U_{Ig}^2}{R_1} + \frac{U_e^2}{R_1} \rightarrow U^2 = U_{Ig}^2 + U_e^2$$

Por tanto,  $U = 24\sqrt{2} \text{ V}$ .



## Problema 5.

Obtén los generadores equivalentes de Thévenin y Norton del circuito de la figura respecto de A y B.



Datos:

$$\bar{\epsilon}_g = 32 + 12j \text{ V}$$

$$\bar{I} = 2 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_1 = 8 - 6j \Omega$$

$$\bar{Z}_2 = 8 + 6j \Omega$$

---

## Solución

Para obtener el generador dejamos el circuito en abierto y transformamos el generador de corriente en fuente de tensión. En el circuito resultante calculamos la corriente:

$$\bar{I} = \frac{\bar{\epsilon}_g + \bar{\epsilon}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = 3 \angle 0^\circ \text{ A}$$

Con esta corriente podemos calcular la tensión en la impedancia  $Z_2$ :

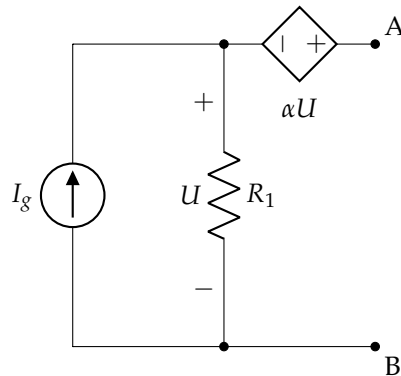
$$\bar{U}_{AB} = \bar{I} \cdot \bar{Z}_2 = 24 + 18j = 30 \angle 36,87^\circ \text{ V} = \bar{\epsilon}_{th}$$

Para obtener la impedancia apagamos las fuentes independientes. La impedancia vista desde AB es:

$$\bar{Z}_{AB} = \bar{Z}_1 || \bar{Z}_2 = 6,25 \angle 0^\circ \Omega = \bar{Z}_{th}$$

## Problema 6.

Obtén el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B.



---

## Solución

Por una parte:

$$U_{AB} = \alpha U + U = (1 + \alpha)U$$

Además,

$$U = I_g \cdot R_1$$

Por tanto:

$$U_{AB} = (1 + \alpha)I_g R_1 = \epsilon_{th}$$

Para calcular la impedancia apagamos la fuente independiente. Como la fuente dependiente permanece, es necesario aplicar un generador de prueba a la salida.

$$\epsilon_0 = (1 + \alpha)U$$

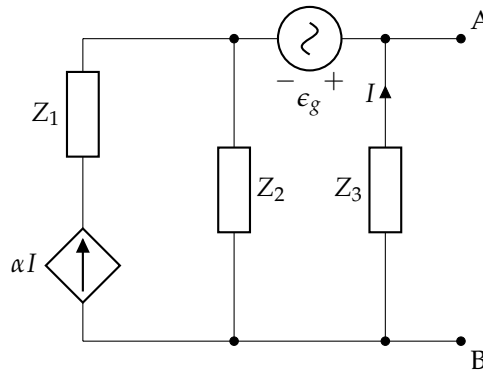
$$U = I_0 R_1$$

Por tanto,

$$Z_{th} = \frac{\epsilon_0}{I_0} = (1 + \alpha)R_1$$

## Problema 7.

Obtén el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B.



Datos:

$$\bar{\epsilon}_g = 12 - 16j \text{ V}$$

$$\bar{Z}_1 = 1 - j \Omega$$

$$\bar{Z}_2 = 1 + j \Omega$$

$$\bar{Z}_3 = 5 + 3j \Omega$$

$$\alpha = 2$$

## Solución

Dejamos el circuito en abierto y calculamos la tensión en AB:

$$\bar{U}_{AB} = \bar{\epsilon}_g + (1 + \alpha)\bar{I} \cdot \bar{Z}_2$$

$$\bar{U}_{AB} = -\bar{I} \cdot \bar{Z}_3$$

Combinando estas ecuaciones obtenemos la tensión:

$$\bar{\epsilon}_{th} = \bar{U}_{AB} = \frac{\bar{\epsilon}_g}{1 + (1 + \alpha)\frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_3}} = 6 - 10j = 11,66 / -59,04^\circ \text{ V}$$

Para obtener la impedancia apagamos las fuentes independientes. Como hay fuentes dependientes debemos aplicar una fuente de prueba a la salida del circuito, con fuerza electromotriz  $\bar{\epsilon}_0$  y corriente inyectada  $\bar{I}_0$ .

$$\bar{\epsilon}_0 = ((1 + \alpha)\bar{I} + \bar{I}_0) \cdot \bar{Z}_2$$

$$\bar{\epsilon}_0 = -\bar{I} \cdot \bar{Z}_3$$

Combinando ambas expresiones obtenemos:

$$\bar{Z}_{th} = \frac{\bar{\epsilon}_0}{\bar{I}_0} = \frac{\bar{Z}_2 \cdot \bar{Z}_3}{(1 + \alpha)\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} = 0,64 + 0,52j\Omega$$

Para obtener la máxima potencia disponible hay que conectar una impedancia:

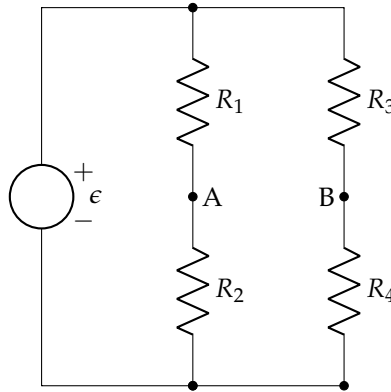
$$\bar{Z}_L = \bar{Z}_{th}^* = 0,64 - 0,52j\Omega$$

Esta impedancia disipará una potencia:

$$P_L = \frac{\epsilon_{th}^2}{4 \cdot R_{th}} = 53,11 \text{ W}$$

## Problema 8.

Obtén el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B. A partir de este generador, calcula la resistencia a colocar en AB para obtener la máxima potencia, calculando esta potencia y la potencia entregada por el generador  $\epsilon$ .



Datos:

$$\begin{aligned}\epsilon &= 54 \text{ V} \\ R_1 &= R_4 = 8 \Omega \\ R_2 &= R_3 = 10 \Omega\end{aligned}$$

---

## Solución

Para obtener la tensión  $U_{AB}$  aplicamos divisor de tensión en ambas ramas:

$$\begin{aligned}U_A &= \epsilon \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\ U_B &= \epsilon \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \\ U_{AB} &= \epsilon \cdot \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = 6 \text{ V} = \epsilon_{th}\end{aligned}$$

Para calcular la resistencia equivalente apagamos la fuente de tensión. En el circuito resultante obtenemos:

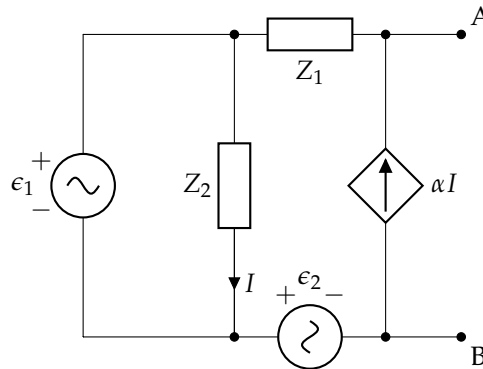
$$R_{th} = (R_1 || R_2) + (R_3 || R_4) = 80/9 \Omega$$

Para obtener la máxima potencia hay que conectar una resistencia  $R_L = R_{th}$ . Con esta resistencia el balance de potencias es:

$$\begin{aligned}P_L &= \frac{\epsilon_{th}^2}{4R_{th}} = 1,0125 \text{ W} \\ P_\epsilon &= 2 \cdot P_L = 2,025 \text{ W}\end{aligned}$$

## Problema 9.

Obtén el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B. A partir de este generador, calcula la impedancia a colocar en AB para obtener la máxima potencia, calculando esta potencia.



Datos:

$$\bar{\epsilon}_1 = 10\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{\epsilon}_2 = 10j \text{ V}$$

$$\bar{Z}_1 = 4 - 3j \, \Omega$$

$$\bar{Z}_2 = 3 + 4j \, \Omega$$

$$\alpha = 2$$

## Solución

La tensión en circuito abierto es:

$$\bar{U}_{AB} = \alpha \bar{I} \cdot \bar{Z}_1 + \bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2$$

siendo  $\epsilon_1 = \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}$ . Por tanto,

$$\epsilon_{th} = \alpha \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} + \bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2 = 10 - 10j \text{ V}$$

Para obtener la impedancia apagamos las fuentes independientes. Al apagar la fuente  $\epsilon_1$ , la impedancia  $Z_2$  queda cortocircuitada y, por tanto,  $I = 0$ . En consecuencia, la fuente dependiente también queda apagada y obtenemos:

$$\bar{Z}_{th} = \bar{Z}_1 = 4 - 3j \text{ V}$$

Para obtener la máxima potencia debemos conectar la impedancia:

$$\bar{Z}_L = \bar{Z}_{th}^* = 4 + 3j \text{ V}$$

El balance de potencias es:

$$P_L = \frac{\epsilon_{th}^2}{4 \cdot R_{th}} = 12,5 \text{ W}$$

$$P_\epsilon = 2 \cdot P_L = 25 \text{ W}$$

## Problema 10.

En el circuito de la figura calcula:

1. La fuerza electromotriz del generador equivalente de Thévenin respecto de A y B,  $\overline{\epsilon}_{th}$ .
2. La impedancia del generador equivalente de Thévenin respecto de A y B,  $\overline{Z}_{th}$ .
3. La impedancia de carga que se debe conectar entre A y B para conseguir la máxima potencia disponible.
4. La potencia activa entregada entre A y B cuando se conecta cada una de las siguientes impedancias de carga. Comenta los resultados obtenidos.
  - $\overline{Z}_L = \overline{Z}_{th}$ .
  - $\overline{Z}_L = R_{th}$  (parte resistiva de  $\overline{Z}_{th}$ ).
  - $\overline{Z}_L = jX_{th}$  (parte reactiva de  $\overline{Z}_{th}$ ).
  - Impedancia calculada en el apartado 3.

Datos:

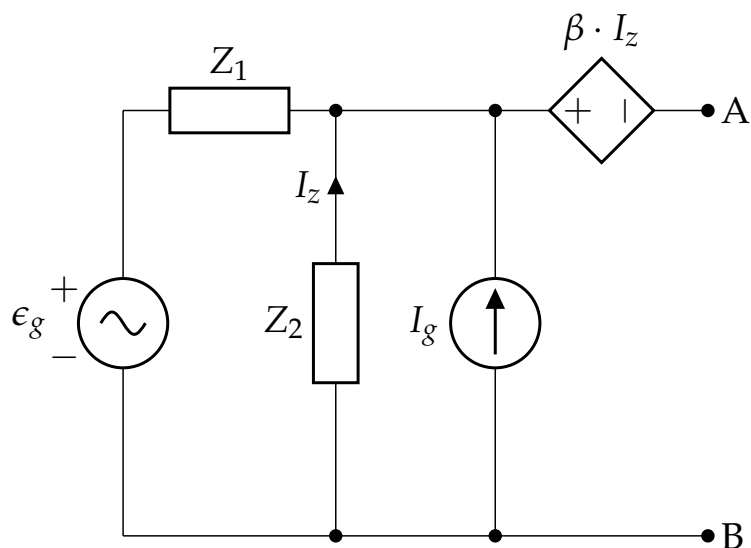
$$\overline{Z}_1 = 3 + j4\Omega$$

$$\overline{Z}_2 = 2 + j\Omega$$

$$\overline{\epsilon}_g = 10\angle 30^\circ V$$

$$\overline{I}_g = 2\angle 15^\circ A$$

$$\beta = 5\Omega$$





## Problema 11.

En el circuito de la figura calcula:

1. La corriente del generador equivalente de Norton respecto de A y B,  $I_N$ .
2. La resistencia del generador equivalente de Norton respecto de A y B,  $R_N$ .
3. La resistencia de carga que se debe conectar entre A y B para conseguir la máxima potencia disponible, y el valor de esta potencia.

Datos:

$$R = 1\ \Omega$$

$$\epsilon_g = 10\text{ V}$$

$$\alpha = \beta = 1$$

