

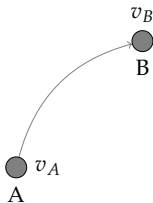
# Fundamentos de Electrotecnia

Oscar Perpiñán Lamigueiro

- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal
- 5 Corriente Alterna Trifásica

## Tensión Eléctrica

El **potencial eléctrico en un punto**,  $v(t)$ , es la energía potencial que tiene una carga unitaria en ese punto debida al campo eléctrico.



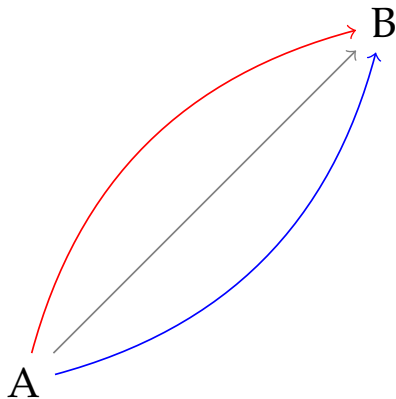
La **tensión o diferencia de potencial entre dos puntos** A y B,  $u_{AB}(t)$ , es el trabajo realizado por el campo eléctrico al desplazar una carga unitaria entre esos puntos.

$$u_{AB}(t) = v_A(t) - v_B(t) = \frac{dW_e}{dq}$$

La **unidad** de la tensión eléctrica es el **voltio** (V).

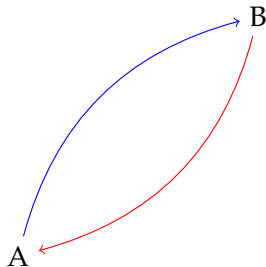
## La trayectoria no importa

Dado que el campo eléctrico es **conservativo**, la diferencia de potencial entre A y B **no depende de la trayectoria** seguida para realizar el desplazamiento, sino únicamente del potencial existente en cada uno de los puntos.



## El signo depende del sentido

Aunque la trayectoria no sea relevante para el cálculo de la tensión, siempre hay que tener en cuenta el **sentido del desplazamiento**.



Así, si el movimiento se produce desde B hasta A obtenemos el signo contrario al anterior resultado:

$$u_{BA} = v_B - v_A = -u_{AB}$$

# Corriente Eléctrica

Se define la **intensidad de la corriente eléctrica** como la variación de la carga  $q(t)$  que atraviesa la sección transversal de un conductor por unidad de tiempo:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$



La corriente eléctrica se produce por el **movimiento de los electrones libres** que fluyen por el conductor. Sin embargo, por razones históricas, el **convenio** que se se emplea considera como sentido de la corriente el debido al **movimiento de las cargas positivas**.

La **unidad** de la corriente es el **amperio** (A).

# Potencia Eléctrica

La **potencia eléctrica** es la variación del trabajo del campo eléctrico por unidad de tiempo:

$$p(t) = \frac{dW_e}{dt}$$

Esta definición genérica puede relacionarse con las anteriores variables:

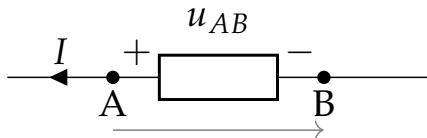
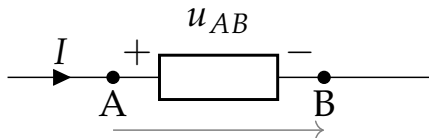
$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{dW_e}{dq} \cdot \frac{dq(t)}{dt} \\ &= v(t) \cdot i(t) \end{aligned}$$

La **unidad** de la potencia eléctrica es el **vatio** (W).

# Signo de la potencia eléctrica

Para determinar el **signo de la potencia eléctrica** hay que tener en consideración los signos de las variables de las que depende, la tensión y la corriente.

- ▶ Cuando las flechas de ambas variables tienen el **mismo sentido** la potencia eléctrica es **positiva**
- ▶ Cuando las flechas tienen **sentidos opuestos** la potencia eléctrica es **negativa**.

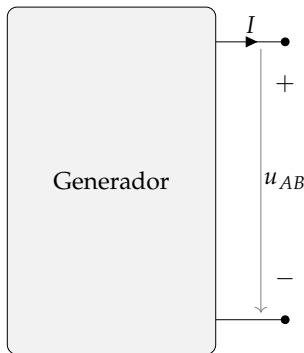
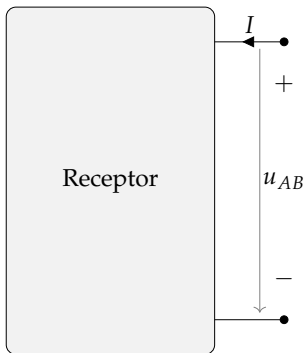




# Receptores y Generadores

Es habitual **interpretar** este resultado en términos de potencia absorbida o potencia entregada.

- ▶ Un **circuito receptor absorbe potencia** y la corriente *entra* por el terminal de mayor potencial,
- ▶ Un **circuito generador entrega potencia** y la corriente *sale* por el terminal de mayor potencial.



# Potencia y Energía

**Energía** es la capacidad para realizar un trabajo.

Unidades Wh, kWh

1 kWh = 3.6 MJ

**Potencia** es la cantidad de trabajo efectuado *por unidad de tiempo*.

Unidades W, kW

# Rendimiento/Eficiencia

Cuadripolo (entrada/salida)

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}}$$

Receptor

$$\eta_m = \frac{P_{util}}{P_{absorbida}}$$

Generador

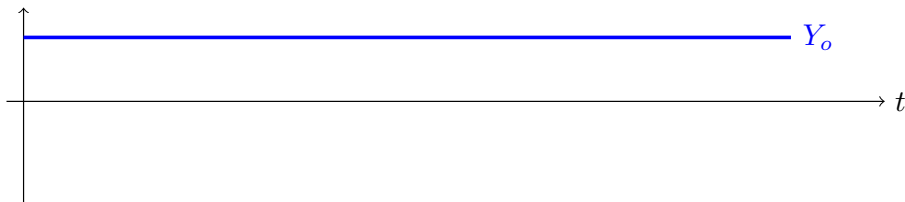
$$\eta_g = \frac{P_{entregada}}{P_{producida}}$$

Cualquier máquina tiene pérdidas:

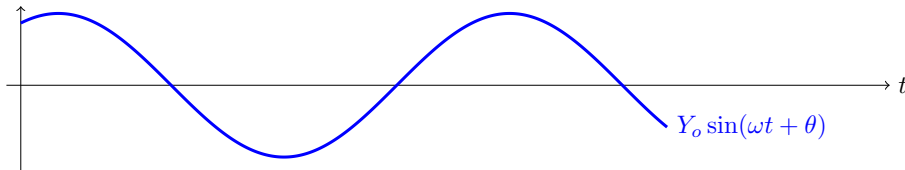
$$\boxed{\eta < 1}$$

# Corriente Continua y Corriente Alterna

- ▶ Corriente Continua ( $\frac{d}{dt} = 0$ )



- ▶ Corriente Alterna ( $\frac{d}{dt} \neq 0$ )



- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal
- 5 Corriente Alterna Trifásica

## ① Conceptos Fundamentales

## ② Elementos circuitales

Elementos Pasivos Lineales

Elementos Pasivos No Lineales

Elementos Activos

## ③ Leyes de Kirchhoff

## ④ Corriente Alterna Sinusoidal

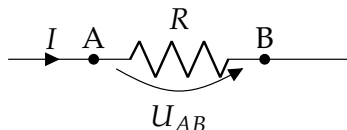
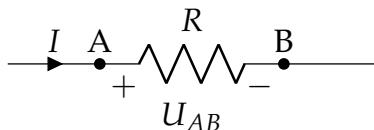
## ⑤ Corriente Alterna Trifásica

# Resistencia

- **Ley de Ohm:** una resistencia provoca una **diferencia de potencial** entre sus terminales **directamente proporcional** a su corriente: **resistencia** (Ohmios,  $[\Omega]$ )

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

- **Criterio de Signos:** la tensión es positiva en el terminal por el que entra la corriente (las flechas de tensión y corriente tienen el mismo sentido).



# Resistividad

- ▶ El valor de la resistencia depende de la **resistividad del material** ( $\rho$ ), de la **sección** ( $S$ ), y de la longitud ( $l$ ):

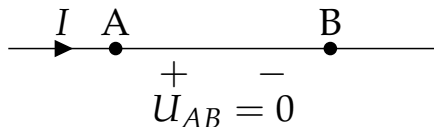
$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

- ▶ La **sección** se expresa en  $\text{mm}^2$ .
- ▶ La **resistividad** depende del material conductor y de la temperatura ambiente:
  - ▶ Cobre a  $20^\circ\text{C}$ :  $17,24 \text{ m}\Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$ .

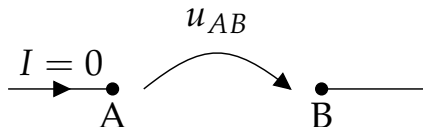


# Cortocircuito y Circuito Abierto

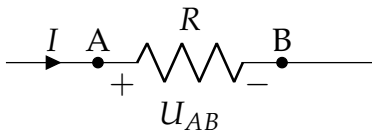
- ▶ Cortocircuito: resistencia nula (tensión nula)



- ▶ Circuito abierto: resistencia infinita (corriente nula).



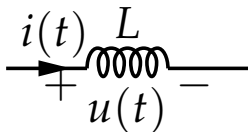
# Ley de Joule



- **Ley de Joule:** una resistencia disipa energía eléctrica produciendo calor.

$$p(t) = R \cdot i^2(t)$$

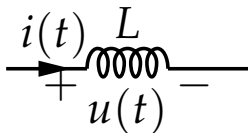
## Bobina o inductancia



- ▶ Cuando una corriente oscilante atraviesa un conductor arrollado alrededor de un núcleo, se produce una **tensión inducida que se opone a esta corriente** (ley de Faraday y Lenz)
- ▶ La tensión en sus terminales es directamente proporcional al cambio de la corriente: coeficiente de autoinducción o **inductancia** (Henrios [H]).

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

## Bobina o inductancia



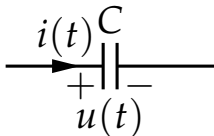
- ▶ Almacena **energía magnética**.

$$E_L(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) \cdot i(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2(t)$$

- ▶ En circuitos de corriente continua es un cortocircuito.

$$\frac{di(t)}{dt} = 0 \Rightarrow U_L = 0$$

# Condensador



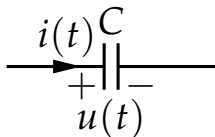
- ▶ Un **condensador** está formado por dos placas metálicas separadas por una capa dieléctrica. Al aplicar tensión se produce una **separación de cargas opuestas** que se **acumulan** en cada placa.
- ▶ La **carga acumulada** en un instante es **proporcional** a la **diferencia de potencial** en ese instante: **capacidad** (Faradios [F]).

$$q(t) = C \cdot u(t)$$

- ▶ En el proceso de carga se produce una corriente eléctrica entre las dos placas.

$$i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$$

# Condensador



- Un condensador almacena **energía eléctrica**

$$E_c(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) \cdot i(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2(t)$$

- En un circuito de corriente continua se comporta como un circuito abierto.

$$\frac{du(t)}{dt} = 0 \Rightarrow I_c = 0$$

## ① Conceptos Fundamentales

## ② Elementos circuitales

Elementos Pasivos Lineales

Elementos Pasivos No Lineales

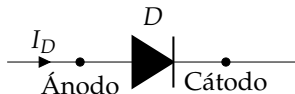
Elementos Activos

## ③ Leyes de Kirchhoff

## ④ Corriente Alterna Sinusoidal

## ⑤ Corriente Alterna Trifásica

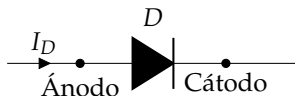
# Diodo



- ▶ Un diodo es un dispositivo electrónico que permite el paso de corriente a través de él a partir de una tensión de polarización.
- ▶ Cuando **no conduce** se comporta (idealmente) como un **circuito abierto**.
- ▶ Cuando **conduce** se comporta (idealmente) como un **cortocircuito**.

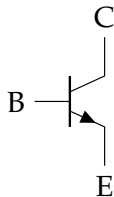


# Diodo



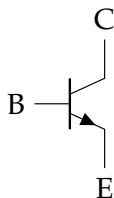
- ▶ Por tanto, puede ser utilizado como
  - ▶ **Elemento de bloqueo** (evitar que circule corriente por una parte del circuito en ciertas condiciones)
  - ▶ **Elemento de protección** (obligar a que la corriente circule por él, evitando que circule por otra rama paralela).

# Transistor



- ▶ Un transistor es un dispositivo electrónico con tres terminales que permite el paso de corriente entre dos de sus terminales cuando en el tercer terminal está polarizado adecuadamente.
- ▶ Cuando **no conduce** se comporta (idealmente) como un **circuito abierto**.
- ▶ Cuando **conduce** se comporta (idealmente) como un **cortocircuito**.

# Transistor



Por tanto, puede ser utilizado como:

- ▶ **Elemento de conmutación** (dirigir la circulación de corriente entre dos terminales controlando la señal en el tercer terminal)
- ▶ **Elemento de amplificación** (la señal entregada en el terminal de control es reproducida en la salida con mayor amplitud)

## ① Conceptos Fundamentales

## ② Elementos circuitales

Elementos Pasivos Lineales

Elementos Pasivos No Lineales

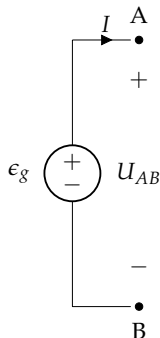
**Elementos Activos**

## ③ Leyes de Kirchhoff

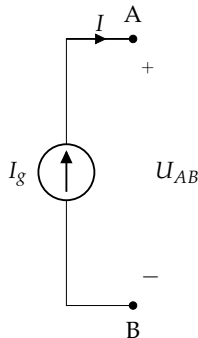
## ④ Corriente Alterna Sinusoidal

## ⑤ Corriente Alterna Trifásica

# Generadores de Tensión y Corriente



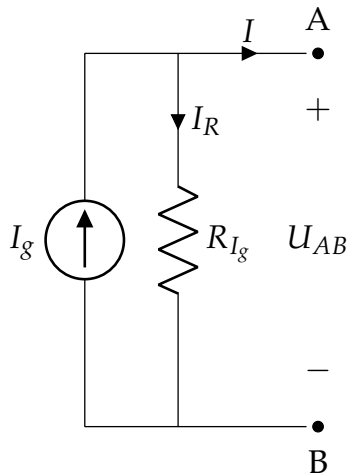
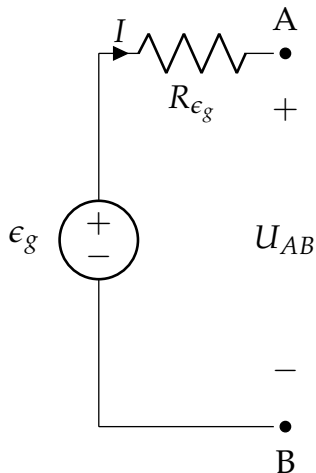
Un **generador de tensión ideal** impone la tensión a la salida (*la corriente depende del circuito*). Se caracteriza por su **fuerza electromotriz** (voltios [V]).



Un **generador de corriente ideal** impone la corriente a la salida (*la tensión depende del circuito*). Se caracteriza por su corriente de generador.

## Generador Real

Los generadores reales tienen pérdidas que se modelan con una resistencia en **serie** (generador de tensión) o en **paralelo** (generador de corriente)



- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal
- 5 Corriente Alterna Trifásica

① Conceptos Fundamentales

② Elementos circuitales

③ Leyes de Kirchhoff

Definiciones

Asociación de Elementos

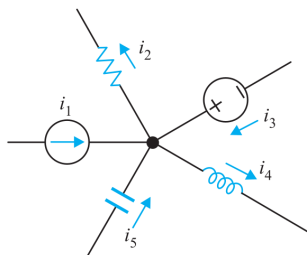
④ Corriente Alterna Sinusoidal

⑤ Corriente Alterna Trifásica



# Ley de Kirchhoff de las Corrientes (LKC)

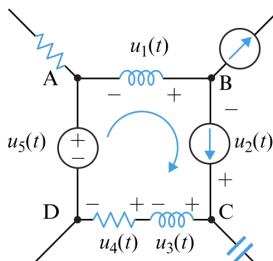
- ▶ La **LKC** es el principio de conservación de la carga aplicado a los circuitos eléctricos.
- ▶ **LKC**: la suma de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las que salen.
  - ▶ Las líneas de corriente son cerradas (o solenoidales).



$$i_1(t) - i_2(t) + i_3(t) - i_4(t) + i_5(t) = 0$$

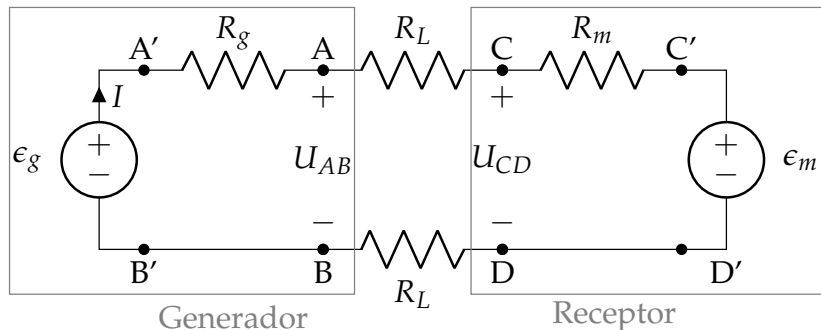
# Ley de Kirchhoff de los Voltajes (LKV)

- ▶ La **LKV** es el principio de conservación de la energía aplicado a los circuitos eléctricos.
- ▶ **LKV**: la suma (con signo) de las tensiones a lo largo de un camino cerrado (circuito) es cero.
  - ▶ La energía producida por un generador es consumida por los receptores del circuito para producir trabajo (mecánico, químico, etc.) o calor.



$$u_3(t) + u_4(t) - u_5(t) - u_1(t) - u_2(t) = 0$$

# Balance de Tensiones

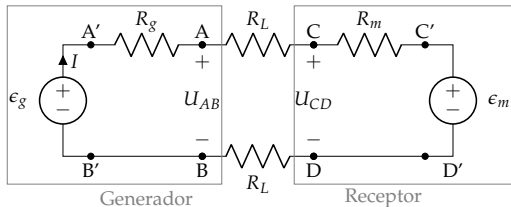


$$U_{A'A} + U_{AC} + U_{CC'} + U_{C'D'} + U_{D'D} + U_{DB} + U_{BB'} + U_{B'A'} = 0$$

$$U_{AB} = U_{AA'} + U_{A'B'} + U_{B'B}$$

$$U_{CD} = U_{CC'} + U_{C'D'} + U_{DD'}$$

# Balance de Tensiones



$$U_{A'A} + U_{AC} + U_{CC'} + U_{C'D'} + U_{D'D} + U_{DB} + U_{BB'} + U_{B'A'} = 0$$

$$U_{A'A} = I \cdot R_g$$

$$U_{AC} = I \cdot R_L$$

$$U_{CC'} = I \cdot R_m$$

$$U_{C'D'} = \epsilon_m$$

$$U_{D'D} = 0 = U_{BB'}$$

$$U_{DB} = I \cdot R_L$$

$$U_{B'A'} = -\epsilon_g$$

$$I \cdot (R_g + 2 \cdot R_L + R_m) + \epsilon_m = \epsilon_g$$

$$U_{AB} = \epsilon_g - I \cdot R_g$$

$$U_{CD} = I \cdot R_m + \epsilon_m$$

① Conceptos Fundamentales

② Elementos circuitales

③ Leyes de Kirchhoff

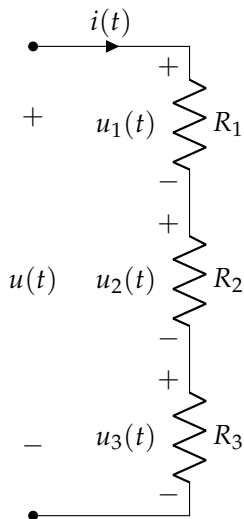
Definiciones

Asociación de Elementos

④ Corriente Alterna Sinusoidal

⑤ Corriente Alterna Trifásica

## Conexión en serie



Un conjunto de elementos están asociados en serie cuando circula la misma corriente por todos ellos.

$$u_1(t) = R_1 \cdot i(t)$$

$$u_2(t) = R_2 \cdot i(t)$$

$$u_3(t) = R_3 \cdot i(t)$$

## Conexión en serie

Aplicando LKV:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) + u_3(t)$$

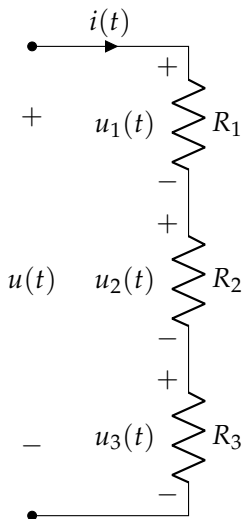
Sacando  $i(t)$  como factor común:

$$u(t) = i(t) \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

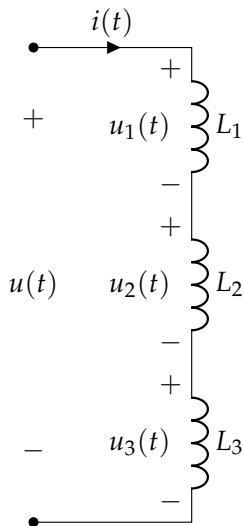
Definimos la resistencia equivalente de la conexión serie:

$$R_s = \sum_{i=1}^n R_i$$

$$u(t) = R_s \cdot i(t)$$



## Conexión en serie de inductancias



$$u_1(t) = L_1 \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = L_2 \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

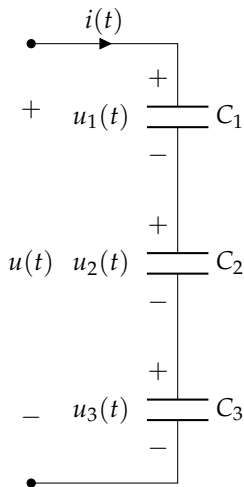
$$u_3(t) = L_3 \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$L_s = \sum_{i=1}^n L_i$$

$$u(t) = L_s \cdot \frac{di(t)}{dt}$$



# Conexión en serie de condensadores



$$i(t) = C_1 \cdot \frac{du_1(t)}{dt}$$

$$i(t) = C_2 \cdot \frac{du_2(t)}{dt}$$

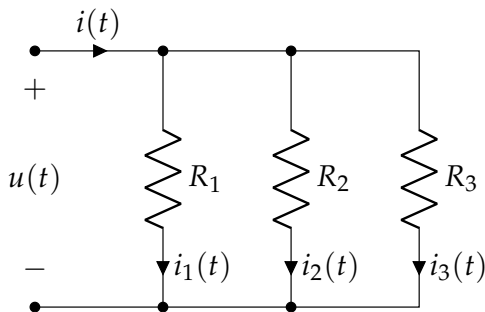
$$i(t) = C_3 \cdot \frac{du_3(t)}{dt}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}}$$

$$i(t) = C_s \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

## Conexión en paralelo

Un conjunto de elementos están asociados en paralelo cuando están sometidos a la misma diferencia de potencial.



$$i_1(t) = u(t) / R_1$$

$$i_2(t) = u(t) / R_2$$

$$i_3(t) = u(t) / R_3$$

# Conexión en paralelo

Aplicando LKC:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)$$

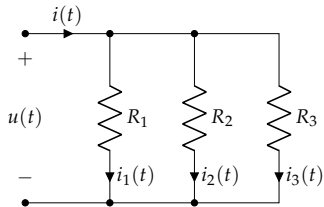
Sacando  $u(t)$  como factor común:

$$i(t) = u(t) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Definimos la resistencia equivalente de la conexión paralelo:

$$\boxed{\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

$$u(t) = R_p \cdot i(t)$$



# Dos resistencias en paralelo

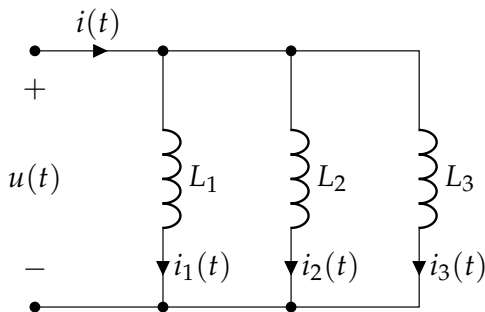
En el caso concreto de **dos** resistencias en paralelo ...

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

... la expresión es:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

## Conexión en paralelo de inductancias



$$u(t) = L_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

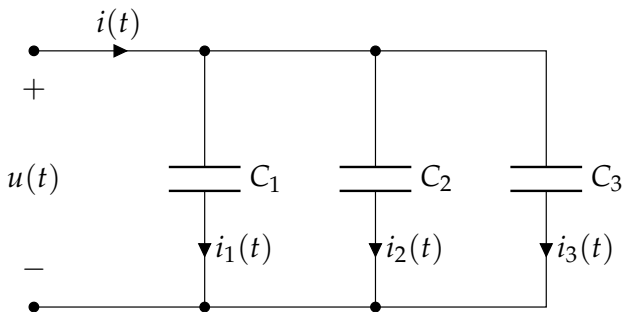
$$u(t) = L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u(t) = L_3 \cdot \frac{di_3(t)}{dt}$$

$$\boxed{\frac{1}{L_p} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}}$$

$$u(t) = L_p \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

# Conexión en paralelo de condensadores



$$i_1(t) = C_1 \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$i_2(t) = C_2 \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$i_3(t) = C_3 \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$C_p = \sum_{i=1}^n C_i$$

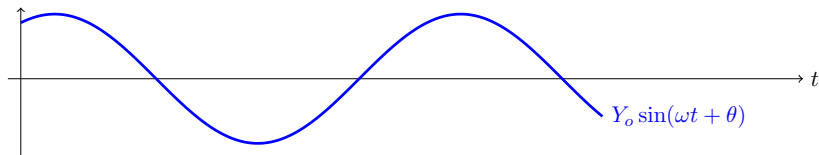
$$i(t) = C_p \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal**
- 5 Corriente Alterna Trifásica

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
  - Conceptos Fundamentales
  - Cálculo Fasorial
  - Potencia
  - Compensación de reactiva
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica



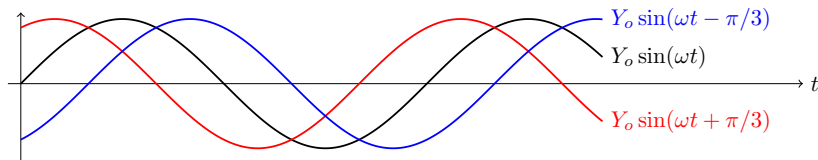
# Onda sinusoidal



$$y(t) = Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta)$$

- ▶  $Y_o$  valor máximo de la onda.
- ▶  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ : pulsación (radianes/segundo)
- ▶  $T$ : periodo de la onda (segundos)
- ▶  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$ : frecuencia (Hz)

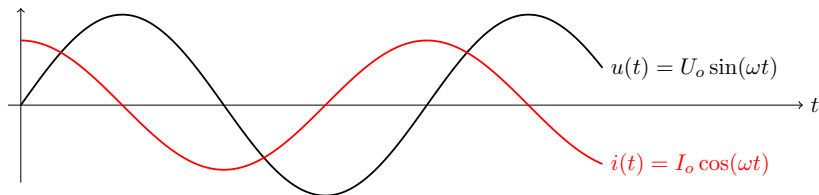
# Fase



$$y(t) = Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta)$$

- ▶  $\theta$ : fase (radianes o grados)
  - ▶ Es el argumento de la onda para  $t=0$
  - ▶ Tomando una onda como referencia, si la fase es  $0^\circ$ , se dice que están en fase con la onda de referencia.
  - ▶ Si la fase es positiva, se dice que la onda adelanta respecto a la referencia.

# Señales en Cuadratura



- ▶ Cuando el desfase entre dos señales es de  $90^\circ$  ( $\theta_I - \theta_U = \pi/2$ ), se dice que están en cuadratura.
- ▶ El paso por cero de una señal coincide con el paso por el máximo/mínimo de la otra señal.

# Valor medio y valor eficaz

## Valor medio

$$Y_m = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt$$

$$Y_m = \frac{1}{T} \int_0^T Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) dt = 0$$

## Valor eficaz

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T y^2(t) dt}$$

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta))^2 dt} = \boxed{\frac{Y_o}{\sqrt{2}}}$$

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
  - Conceptos Fundamentales
  - Cálculo Fasorial
  - Potencia
  - Compensación de reactiva
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

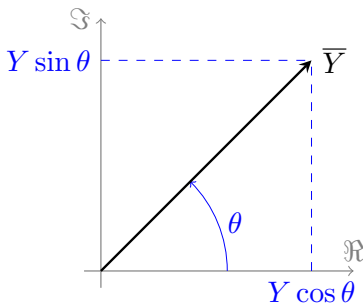
# Representación fasorial

- Un fasor es un **número complejo** que representa una señal sinusoidal para simplificar cálculos.
- El **módulo** del fasor es el **valor eficaz**. El **argumento** es la **fase**.
- Descartamos pulsación: No se puede emplear cuando hay frecuencias diferentes en un mismo circuito.

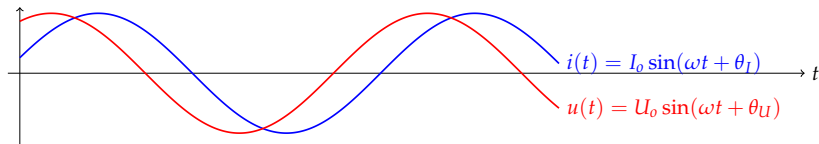
$$\bar{Y} = Y \cdot e^{j\theta}$$

$$\bar{Y} = Y \angle \theta$$

$$\bar{Y} = Y \cdot (\cos(\theta) + j \cdot \sin(\theta))$$

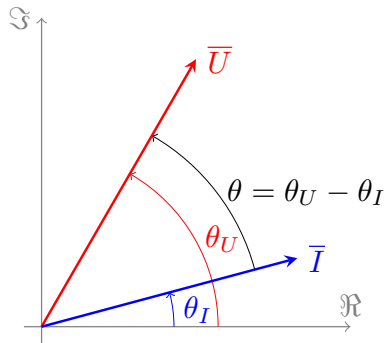


# Tensión y corriente en notación fasorial



$$\bar{U} = U/\theta_U$$

$$\bar{I} = I/\theta_I$$

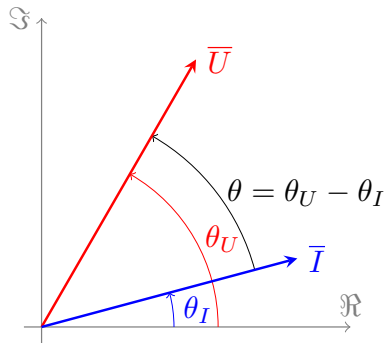


# Impedancia: relación entre fasores de tensión y corriente

$$\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}}$$

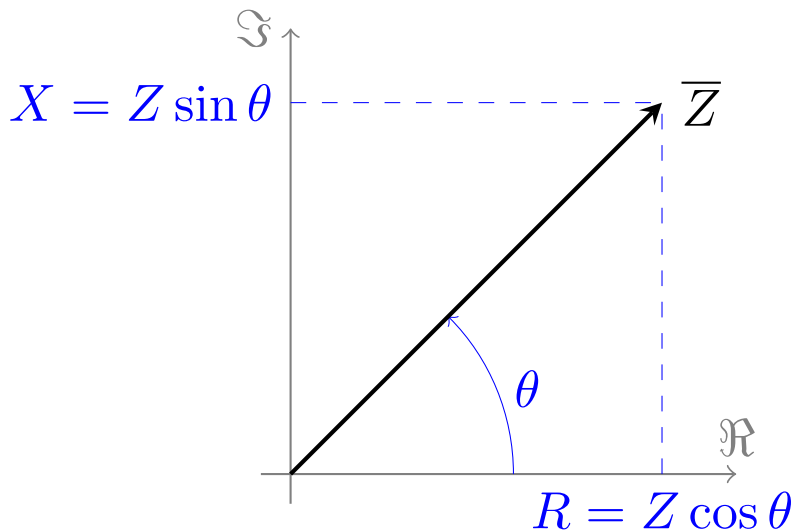
$$\bar{Z} = \frac{U}{I} \angle \theta_U - \theta_I \Rightarrow \begin{cases} Z = \frac{U}{I} \\ \theta = \theta_U - \theta_I \end{cases}$$





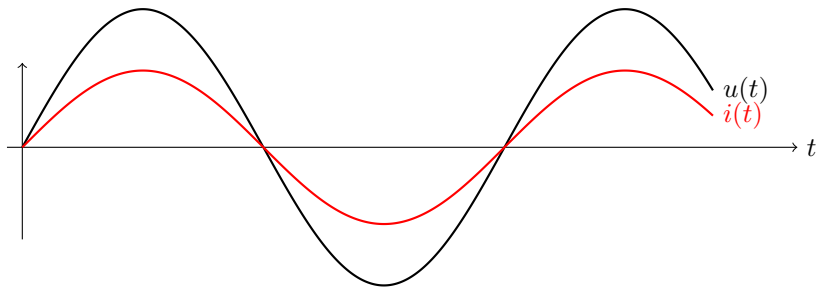
# Impedancia Genérica

$$\bar{Z} = R + jX$$

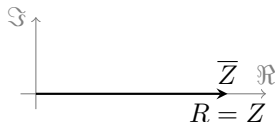
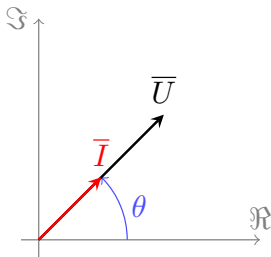


# Circuito Resistivo

Un circuito resistivo no desfasa (**tensión y corriente en fase**).

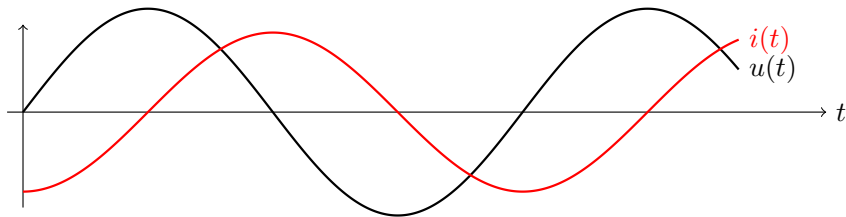


$$\bar{Z}_R = R = R \angle 0$$

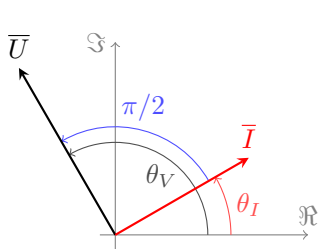


# Circuito Inductivo puro

Un circuito inductivo puro genera **señales en cuadratura** y **retrasa la corriente**.



$$\bar{Z}_L = j\omega L = \omega L \angle 90^\circ$$

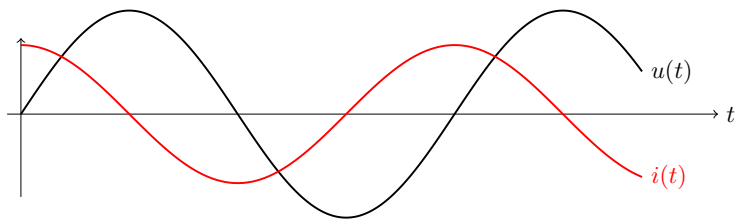


$$X = Z \bar{Z}$$

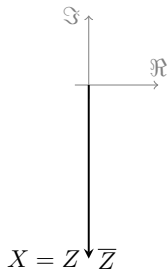
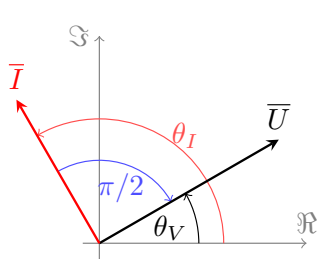
A diagram of the complex plane with the real axis labeled  $\Re$  and the imaginary axis labeled  $\Im$ . A vertical black arrow points upwards from the origin, representing the result of the complex multiplication  $X = Z \bar{Z}$ , which is a real number.

## Circuito Capacitivo puro

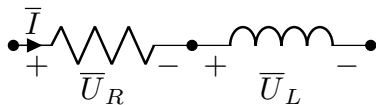
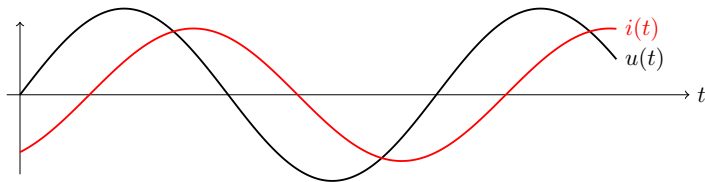
Un circuito capacitivo puro genera **señales en cuadratura y adelanta la corriente**.



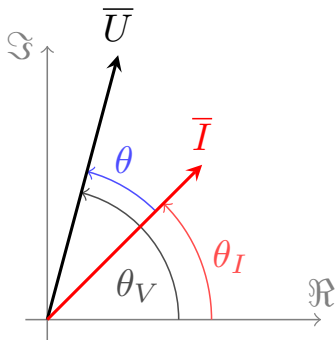
$$\bar{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ$$



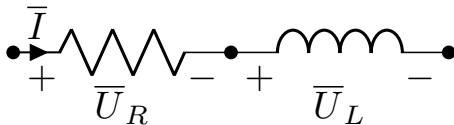
## Circuito RL (inductivo con pérdidas)



$$\begin{aligned}\bar{U} &= \bar{U}_R + \bar{U}_L = \\ &= (R + j\omega L)\bar{I}\end{aligned}$$



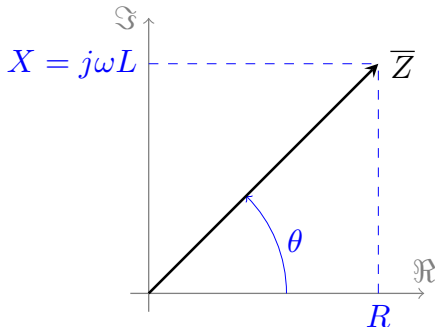
## Circuito RL (inductivo con pérdidas)



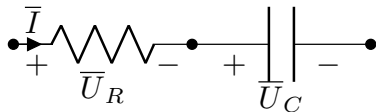
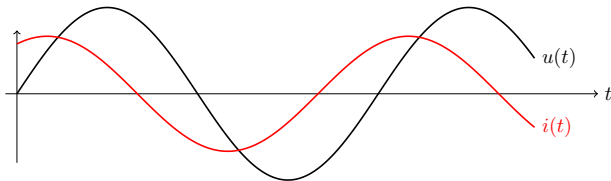
$$\bar{Z} = R + j\omega L \Rightarrow \boxed{\theta > 0}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

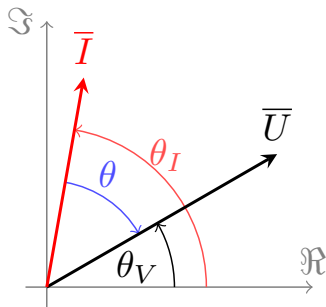
$$\theta = \operatorname{atan} \frac{\omega L}{R}$$



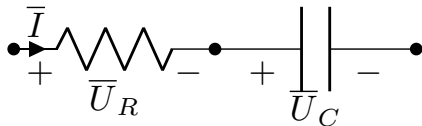
## Circuito RC (capacitivo con pérdidas)



$$\begin{aligned}\bar{U} &= \bar{U}_R + \bar{U}_C = \\ &= (R - j\frac{1}{\omega C})\bar{I}\end{aligned}$$



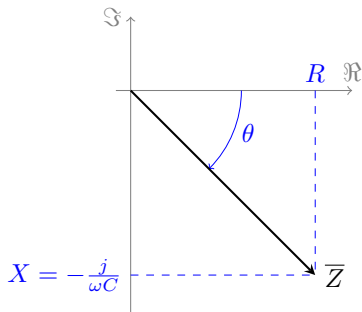
## Circuito RC (capacitivo con pérdidas)



$$\bar{Z} = R - \frac{j}{\omega C} \Rightarrow \boxed{\theta < 0}$$

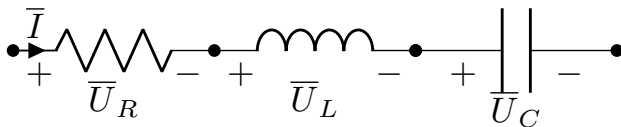
$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$$

$$\theta = -\text{atan} \frac{1}{\omega RC}$$





## Circuito RLC serie



$$\bar{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\theta = \text{atan} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

►  $\theta > 0 \Rightarrow \omega L > \frac{1}{\omega C}$ : inductivo

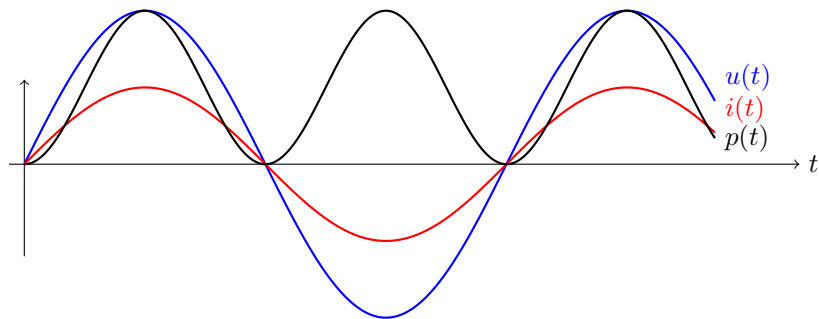
►  $\theta < 0 \Rightarrow \omega L < \frac{1}{\omega C}$ : capacitivo

►  $\theta = 0 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$ : resistivo  
(resonancia)

$$u(t) = Z \cdot I_o \sin(\omega t + \theta_I + \theta)$$

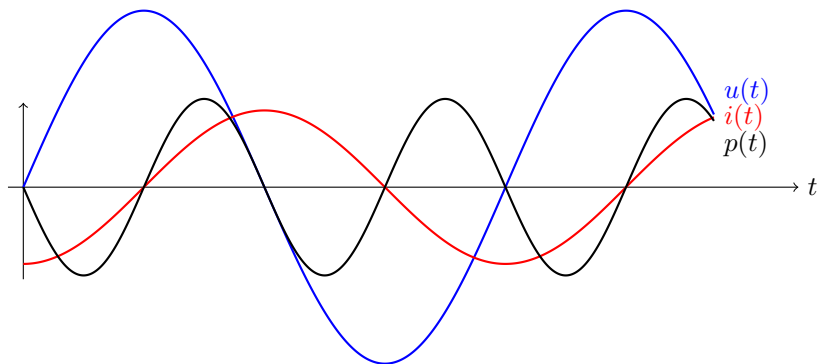
- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
  - Conceptos Fundamentales
  - Cálculo Fasorial
  - Potencia
  - Compensación de reactiva
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

## Circuito Resistivo



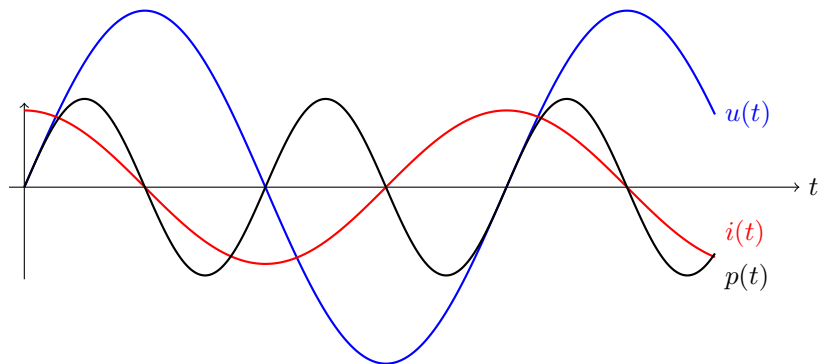
- ▶ Fluctúa al doble de frecuencia.
- ▶ Es siempre positiva.

## Circuito Inductivo puro



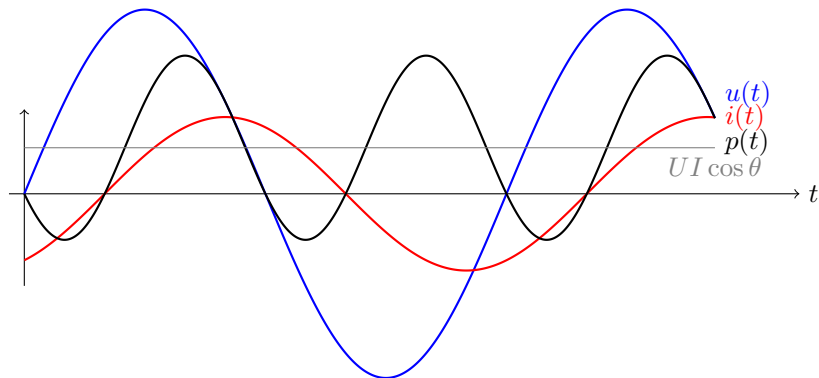
- ▶ Fluctúa al doble de frecuencia.
- ▶ Pasa por los ceros de tensión y corriente.
- ▶ Su valor medio es nulo.

## Circuito Capacitivo puro



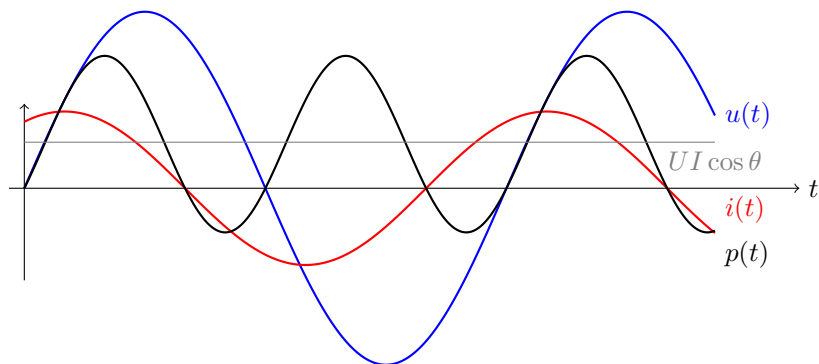
- Fluctúa al doble de frecuencia.
- Pasa por los ceros de tensión y corriente.
- Su valor medio es nulo.

# Circuito Inductivo con pérdidas



Valor medio positivo,  $P = UI \cos \theta$

## Circuito Capacitivo con pérdidas



Valor medio positivo,  $P = UI \cos \theta$

# Triângulo de Potências

## ► Potencia Activa [W]

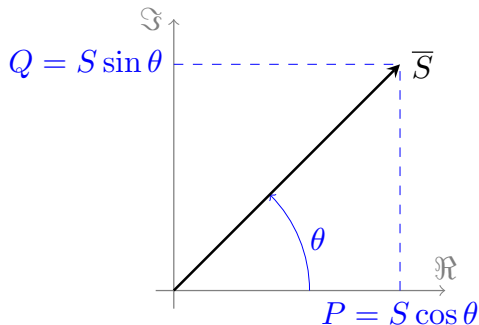
$$P = U \cdot I \cdot \cos(\theta) = R \cdot I^2$$

## ► Potencia Reactiva [VA<sub>r</sub>]

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\theta) = X \cdot I^2$$

## ► Potencia Aparente [VA]

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{U} \cdot \bar{I}^*$$



$$|S| = U \cdot I$$

$$\theta_S = \theta_Z = \theta$$

$$f.d.p. \equiv \cos(\theta)$$



## Potencia de elementos: Resistencia

$$\theta = 0 \Rightarrow \begin{cases} P_R = RI^2 \\ Q_R = 0 \\ S_R = P_R \end{cases}$$

- ▶ Consume potencia activa
- ▶ No consume potencia reactiva

## Potencia de elementos: Inductancia

$$\theta = \pi/2 \Rightarrow \begin{cases} P_L = 0 \\ Q_L = \omega LI^2 \\ \bar{S}_L = \omega LI^2 / \underline{\pi/2} \end{cases}$$

- ▶ No consume potencia activa
- ▶ Consume potencia reactiva ( $Q > 0$ )

## Potencia de elementos: Condensador

$$\theta = -\pi/2 \Rightarrow \begin{cases} P_L = 0 \\ Q_C = -\omega CU^2 \\ \bar{S}_C = \omega CU^2 \underline{-\pi/2} \end{cases}$$

- ▶ No consume potencia activa
- ▶ Genera potencia reactiva ( $Q < 0$ )

## Teorema de Boucherot

- ▶ En un circuito con múltiples elementos, la potencia aparente total es la suma de las potencias aparentes individuales.

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^n \bar{S}_i$$

$$P + jQ = \sum_{i=1}^n (P_i + jQ_i)$$

- ▶ La potencia activa (reactiva) total es la suma de las potencias activas (reactivas) individuales.

$$P = \sum_{i=1}^n P_i$$

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$$

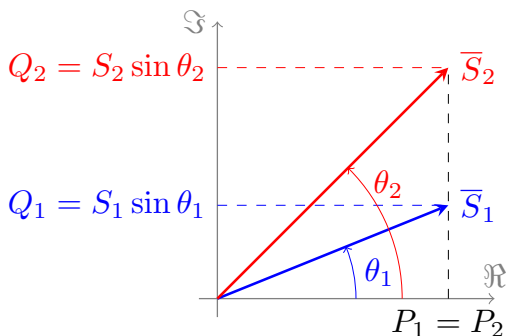
- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
  - Conceptos Fundamentales
  - Cálculo Fasorial
  - Potencia
  - Compensación de reactiva
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

## Factor de potencia

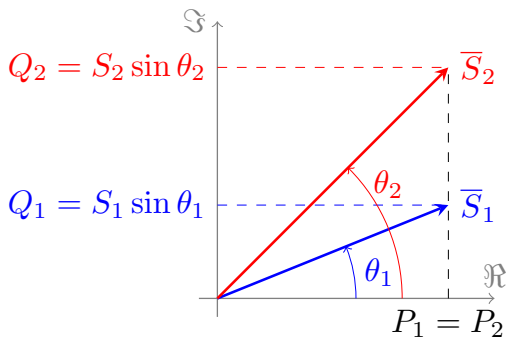
El factor de potencia,  $\cos(\theta)$ , representa la aportación de potencia activa dentro de la potencia aparente.

$$P = S \cos \theta$$

Sean dos sistemas con **misma tensión y potencia activa**, y factores de potencia  $\cos \theta_2 < \cos \theta_1$  ( $Q_2 > Q_1$ )



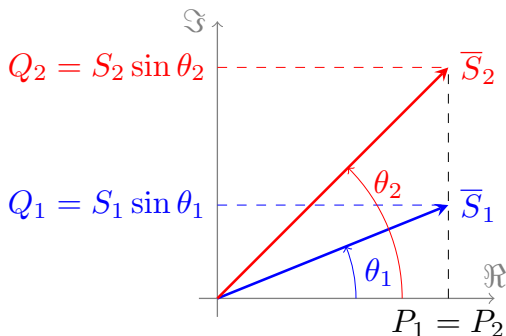
# Potencia Aparente



El sistema 2 requiere **mayor potencia aparente** (generador mayor) para alimentar la misma potencia activa.

$$\left( \frac{P}{\cos \theta_1} = S_1 \right) < \left( S_2 = \frac{P}{\cos \theta_2} \right)$$

## Sección de Conductores



El sistema 2 requiere **mayor sección** de cable para transportar la misma potencia activa.

$$\left( \frac{P}{U \cos \theta_1} = I_1 \right) < \left( I_2 = \frac{P}{U \cos \theta_2} \right)$$

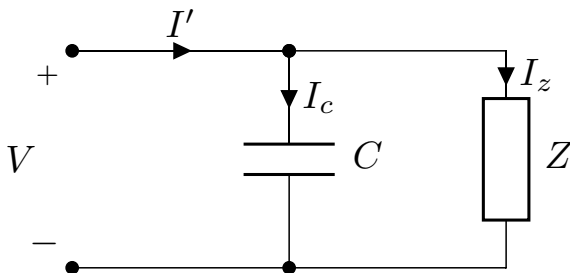


# Generación Local de Reactiva

- ▶ Comúnmente, el factor de potencia es **inductivo** (máquinas eléctricas industriales).
- ▶ La red debe suministrar potencia reactiva inductiva (influye en secciones de líneas y tamaños de generadores)
- ▶ Es necesario mejorar **localmente** el factor de potencia. Solución común: utilizar **bancos de condensadores** como suministradores de potencia reactiva.

## Compensación de Reactiva con Condensadores

Sea una carga de potencia activa  $P_z$ , potencia reactiva  $Q_z$ , factor de potencia  $\cos \theta$ . Se desea **mejorar el factor de potencia** a  $\cos \theta' > \cos \theta$ .

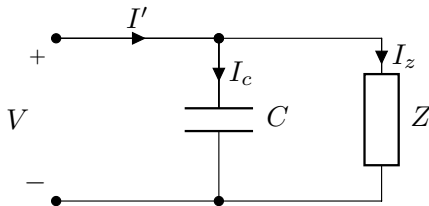


$$P' = P_z$$

$$Q' = Q_c + Q_z \quad (Q' < Q_z)$$

$$\bar{I}' = \bar{I}_c + \bar{I}_z \quad (I' < I_z)$$

# Cálculo de la Capacidad



$$Q_z = P_z \tan \theta$$

$$Q' = P_z \tan \theta'$$

$$|Q_c| = Q_z - Q' = P_z (\tan \theta - \tan \theta')$$

$$|Q_c| = \omega C U^2 \rightarrow \boxed{C = \frac{P_z (\tan \theta - \tan \theta')}{\omega U^2}}$$

- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal
- 5 Corriente Alterna Trifásica

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

Introducción

Receptores

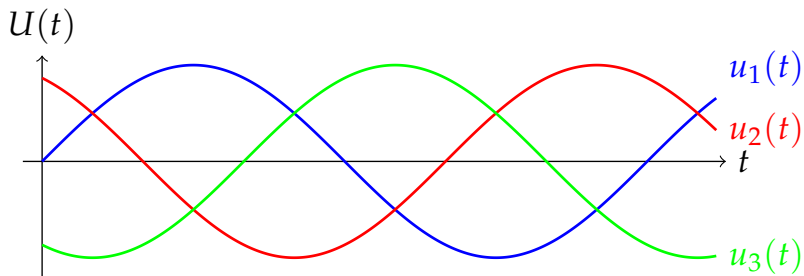
Potencia en Sistemas Trifásicos

Compensación de Reactiva

# Motivación de los sistemas trifásicos

- ▶ En un sistema trifásico la potencia instantánea es constante, evitando vibraciones y esfuerzos en las máquinas. (*La potencia instantánea de un sistema monofásico es pulsante.*)
- ▶ La masa de conductor necesaria en un sistema trifásico es un 25% inferior que en un monofásico para transportar la misma potencia.

# Ondas Trifásicas

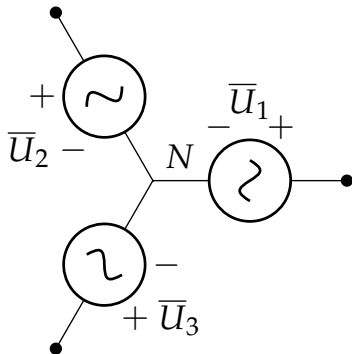


$$u_1(t) = U_0 \cos(\omega t)$$

$$u_2(t) = U_0 \cos(\omega t + 2\pi/3)$$

$$u_3(t) = U_0 \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

# Generadores



$$u_1(t) = U_0 \cos(\omega t)$$

$$u_2(t) = U_0 \cos(\omega t + 2\pi/3)$$

$$u_3(t) = U_0 \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

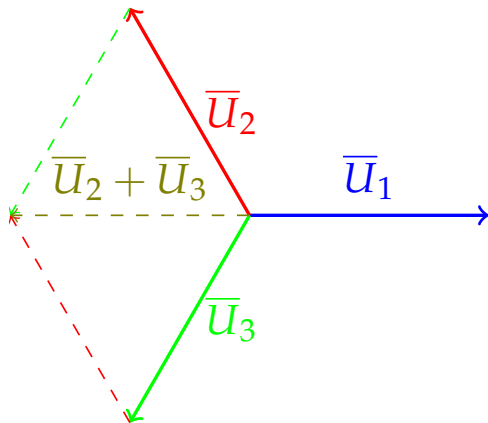
$$\bar{U}_1 = U/\underline{0}$$

$$\bar{U}_2 = U/\underline{2\pi/3}$$

$$\bar{U}_3 = U/\underline{-2\pi/3}$$

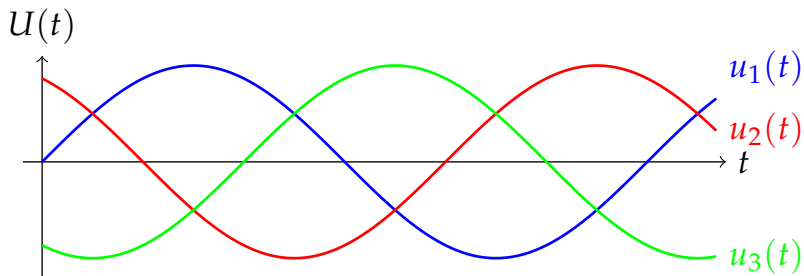


Las tensiones suman 0



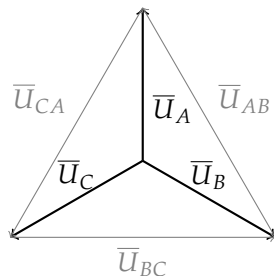
$$\overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3 = 0$$

## Las tensiones suman 0



$$u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$$

# Tensiones de Fase y Línea



Tensiones de **Fase**:  $U_A, U_B, U_C$

Tensiones de **Línea**:  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$

$$\bar{U}_{AB} = \bar{U}_A - \bar{U}_B$$

$$\bar{U}_{BC} = \bar{U}_B - \bar{U}_C$$

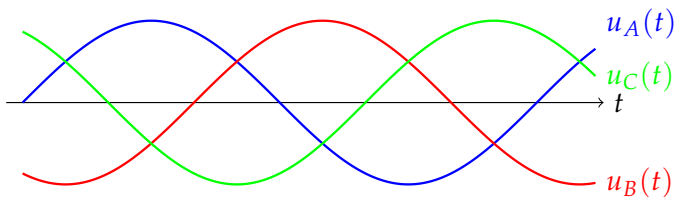
$$\bar{U}_{CA} = \bar{U}_C - \bar{U}_A$$

---

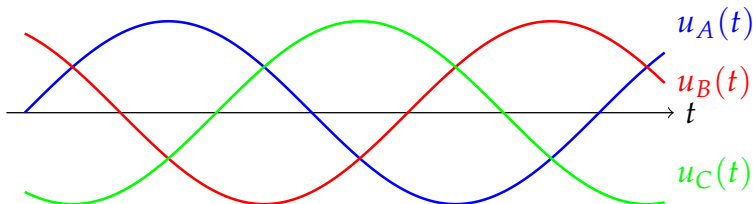
$$\bar{U}_{AB} + \bar{U}_{BC} + \bar{U}_{CA} = 0$$

## Secuencia de Fases

- Sentido en el que ocurren los máximos de cada fase.
- Secuencia de Fases Directa (**SFD**): ABC



- Secuencia de Fases Inversa (**SFI**): ACB



- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica**

Introducción

**Receptores**

Potencia en Sistemas Trifásicos

Compensación de Reactiva

# Tipos de Receptores

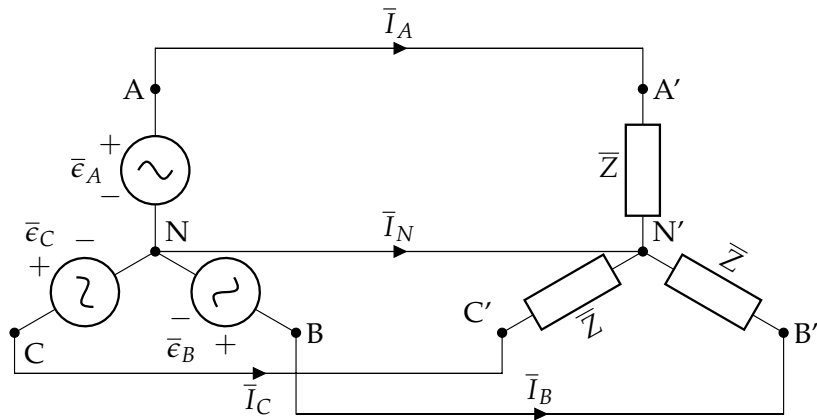
## Conexión

- ▶ **Estrella** (punto común) Y
- ▶ **Triángulo**  $\triangle$

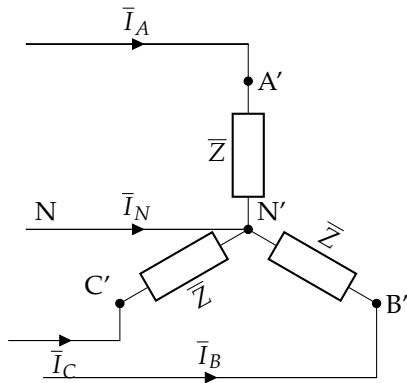
## Impedancias

- ▶ **Equilibrado** (las tres impedancias son idénticas en módulo **y** fase).
- ▶ **Desequilibrado**

## Receptor en Estrella Equilibrado



# Receptor en Estrella Equilibrado



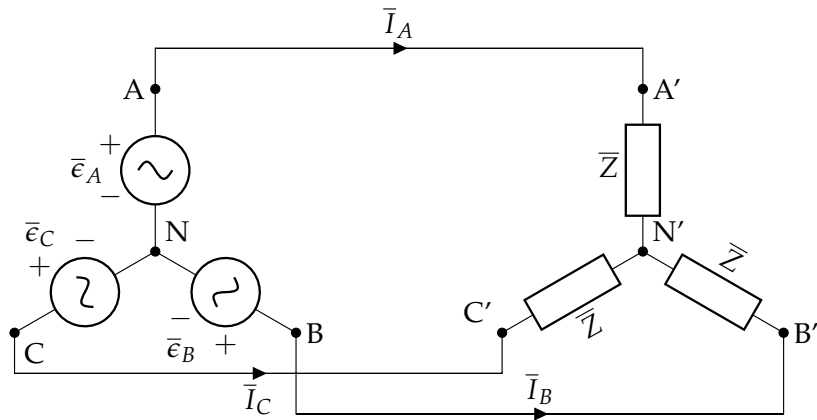
$$|\bar{I}_A| = |\bar{I}_B| = |\bar{I}_C| = \frac{U_f}{Z}$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C + \bar{I}_N = 0$$

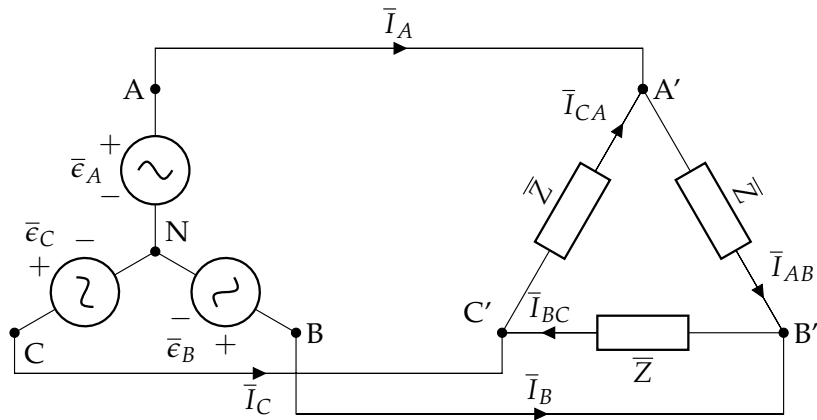
$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0 \rightarrow \bar{I}_N = 0$$



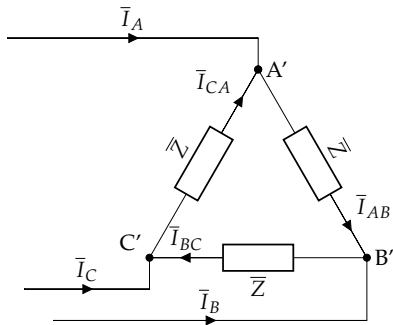
## Receptor en Estrella Equilibrado



## Receptor en Triángulo Equilibrado



# Receptor en Triángulo Equilibrado



Corriente de Fase:

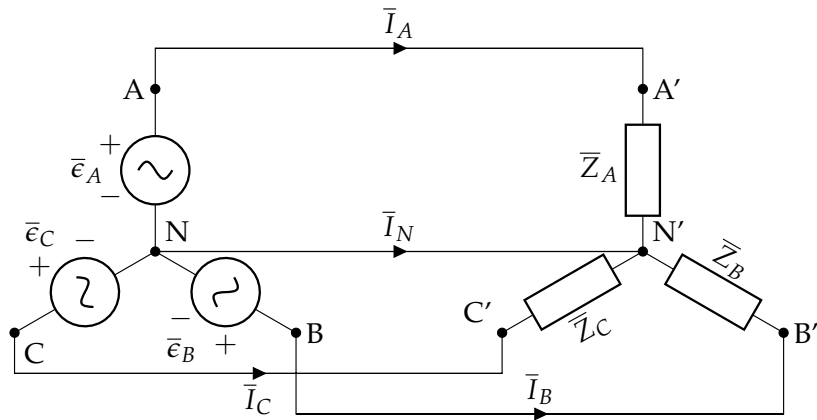
$$I_f = |\bar{I}_{AB}| = |\bar{I}_{BC}| = |\bar{I}_{CA}| = \frac{U}{Z}$$

Corriente de Línea:

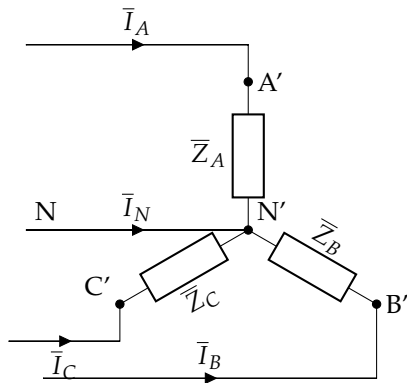
$$I = |\bar{I}_A| = |\bar{I}_B| = |\bar{I}_C| = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{Z}$$

$$I = \sqrt{3} \cdot I_f$$

## Receptor en Estrella Desequilibrado con Neutro



# Receptor en Estrella Desequilibrado con Neutro



$$\bar{I}_A = \frac{\bar{U}_A}{\bar{Z}_A}$$

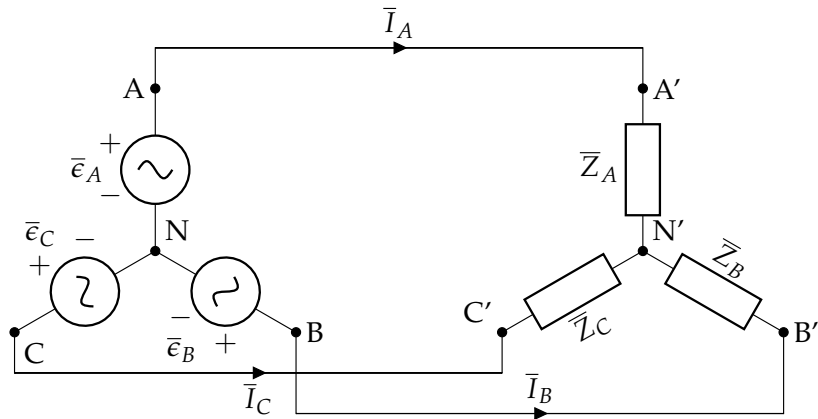
$$\bar{I}_B = \frac{\bar{U}_B}{\bar{Z}_B}$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{U}_C}{\bar{Z}_C}$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C + \bar{I}_N = 0$$

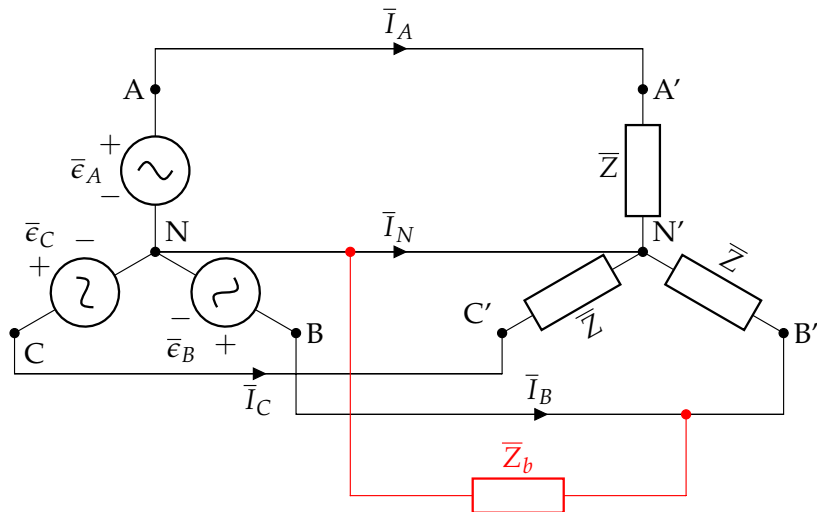
$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C \neq 0 \rightarrow \boxed{\bar{I}_N \neq 0}$$

## Receptor en Estrella Desequilibrado sin Neutro

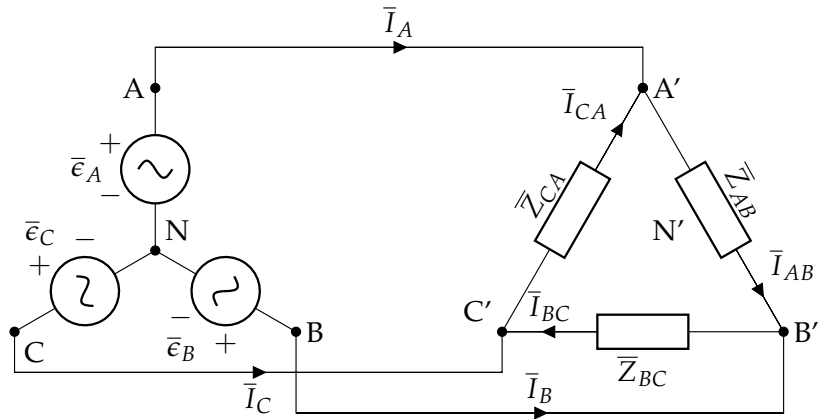


$$\bar{U}_N \neq \bar{U}_{N'}$$

## Receptor en Estrella con Carga Monofásica

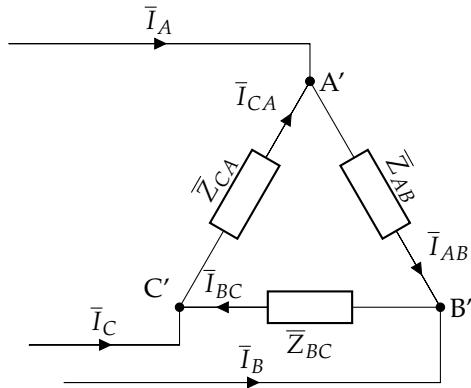


## Receptor en Triángulo Desequilibrado





# Receptor en Triángulo Desequilibrado



$$\bar{I}_{AB} = \frac{\bar{U}_{AB}}{\bar{Z}_{AB}}$$

$$\bar{I}_{BC} = \frac{\bar{U}_{BC}}{\bar{Z}_{BC}}$$

$$\bar{I}_{CA} = \frac{\bar{U}_{CA}}{\bar{Z}_{CA}}$$

$$\bar{I}_A = \bar{I}_{AB} - \bar{I}_{CA}$$

$$\bar{I}_B = \bar{I}_{BC} - \bar{I}_{AB}$$

$$\bar{I}_C = \bar{I}_{CA} - \bar{I}_{BC}$$

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

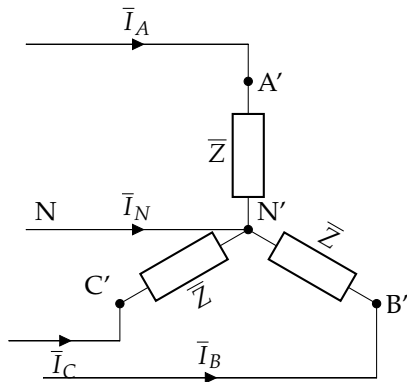
Introducción

Receptores

Potencia en Sistemas Trifásicos

Compensación de Reactiva

# Receptor en Estrella Equilibrado



$$P = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_Z I_Z \cos(\theta)$$

$$Q = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_Z I_Z \sin(\theta)$$

$$I_Z = I$$

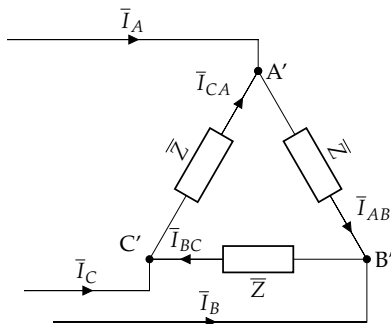
$$U_Z = U_F$$

$$P = 3U_F I \cos(\theta) = \sqrt{3}UI \cos(\theta)$$

$$Q = 3U_F I \sin(\theta) = \sqrt{3}UI \sin(\theta)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}UI$$

# Receptor en Triángulo Equilibrado



$$P = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_Z I_Z \cos(\theta)$$

$$Q = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_Z I_Z \sin(\theta)$$

$$I_Z = I_F$$

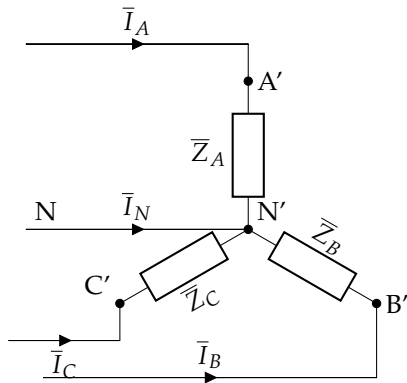
$$U_Z = U$$

$$P = 3UI_F \cos(\theta) = \sqrt{3}UI \cos(\theta)$$

$$Q = 3UI_F \sin(\theta) = \sqrt{3}UI \sin(\theta)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}UI$$

## Receptor en Estrella Desequilibrado

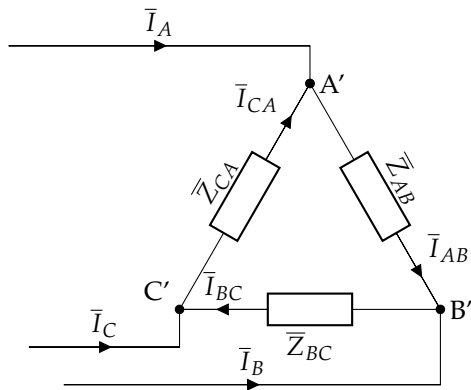


$$P = P_A + P_B + P_C$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C$$

$$\bar{S} = P + jQ$$

# Receptor en Triángulo Desequilibrado



$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA}$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$$

$$\bar{S} = P + jQ$$

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

Introducción

Receptores

Potencia en Sistemas Trifásicos

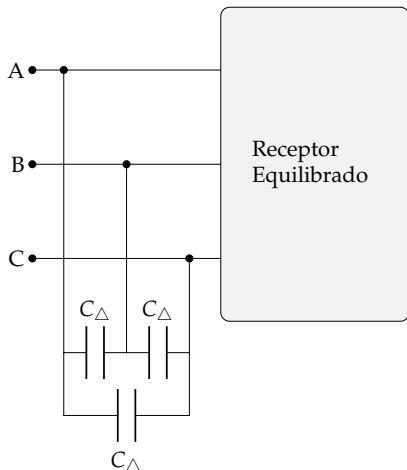
Compensación de Reactiva

# Objetivo

- ▶ Sea un receptor **equilibrado inductivo** del que conocemos  $P$ ,  $Q$  y, por tanto, su factor de potencia  $\cos \theta$ .
- ▶ Para reducir la potencia reactiva del sistema debemos instalar un **banco de condensadores** que suministrarán una potencia reactiva  $Q_c$ .
- ▶ Como **resultado**, la potencia reactiva y el factor de potencia del sistema serán  $Q' = Q - Q_c$  y  $\cos \theta' > \cos \theta$ .
- ▶ En trifásica existen dos posibilidades:
  - ▶ Conexión en triángulo:  $C_\Delta$
  - ▶ Conexión en estrella:  $C_Y$ .



# Conexión en Triángulo



$$Q = P \tan \theta$$

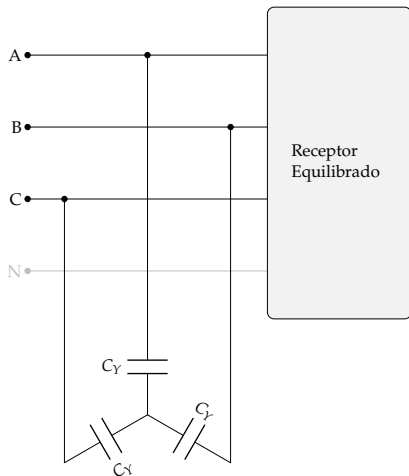
$$Q' = P \tan \theta' =$$

$$= Q - Q_c$$

$$Q_c = 3 \cdot \omega C_{\Delta} \cdot U^2$$

$$C_{\Delta} = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{3\omega U^2}$$

# Conexión en Estrella



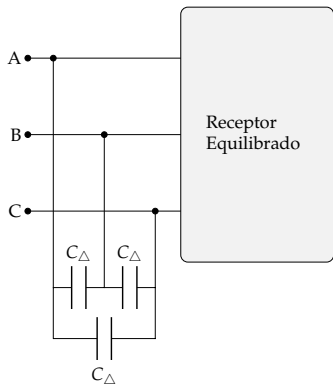
$$Q = P \tan \theta$$

$$Q' = P \tan \theta' =$$
$$= Q - Q_c$$

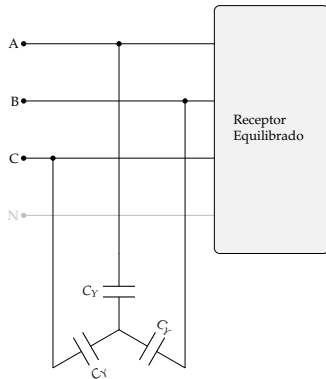
$$Q_c = 3 \cdot \omega C_Y \cdot U_f^2$$

$$C_Y = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{\omega U^2}$$

# Comparación Estrella-Triángulo



$$C_{\Delta} = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{3\omega U^2}$$



$$C_Y = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{\omega U^2}$$

Dado que  $C_Y = 3 \cdot C_{\Delta}$  la **configuración recomendada** es **triángulo**.