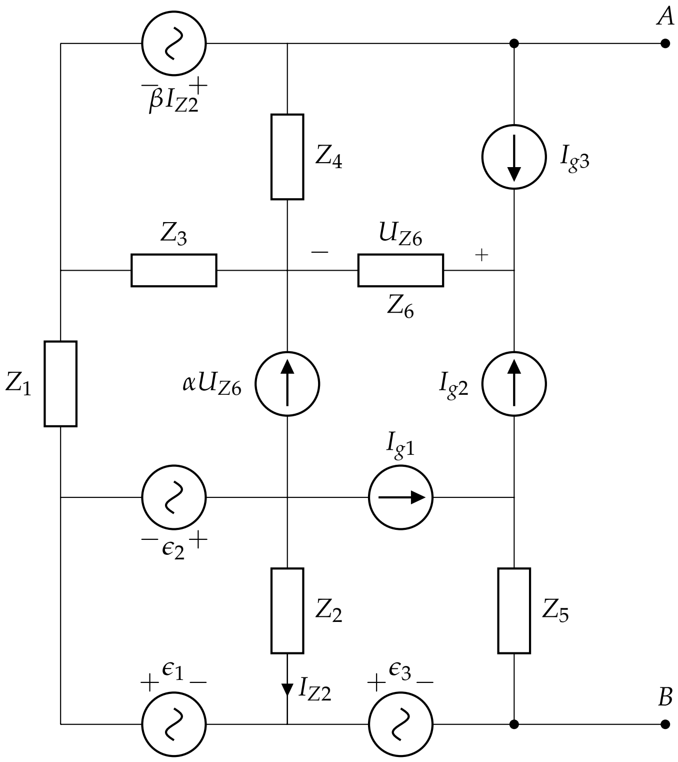
# TEORÍA DE CIRCUITOS II
# Convocatoria Extraordinaria

## Equivalente de Thévenin

Determina el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura entre los terminales A y B, y calcula la impedancia que hay que conectar entre estos terminales para conseguir que el circuito entregue la máxima potencia disponible, siguiendo estos pasos:

1. **(1p.)** Determina la tensión $U_{Z6}$ y la corriente $I_{Z2}$ para los generadores dependientes.
2. **(4p.)** Aplica movilidad a las fuentes de corriente para simplificar el circuito.
3. **(4p.)** En el circuito obtenido en el apartado anterior, aplica dominancia de fuentes, y nuevamente movilidad si fuese necesario.
4. **(1p.)** Con el circuito obtenido determina el generador equivalente de Thévenin, y calcula la impedancia que se debe conectar entre A y B.



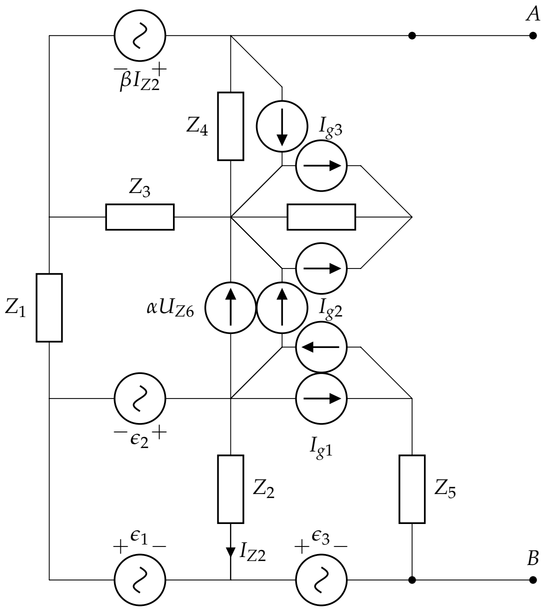

$$\overline{I}_{gi} = 10\underline{/0^\circ}\,\mathrm{A} \quad \forall i$$
$$\overline{\epsilon}_i = 3\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V} \quad \forall i$$
$$\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = 2\underline{/0^\circ}\,\Omega$$
$$\overline{Z}_4 = \overline{Z}_5 = \overline{Z}_6 = 2\underline{/90^\circ}\,\Omega$$
$$\alpha = 2$$
$$\beta = 3$$

## Solución

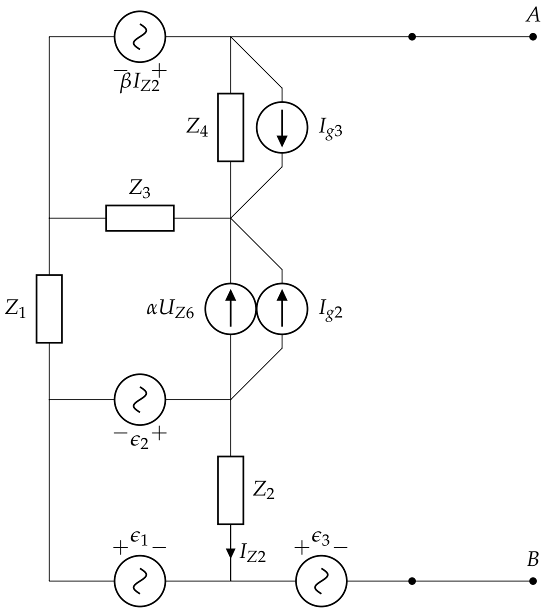
1.

$$\overline{U}_{Z6} = \overline{Z}_6(\overline{I}_{g2} + \overline{I}_{g3}) = 40\mathrm{j}\,\mathrm{V}$$
$$\overline{I}_{Z2} = \frac{\overline{\epsilon}_2 + \overline{\epsilon}_1}{\overline{Z}_2} = 3\underline{/0}\,\mathrm{A}$$

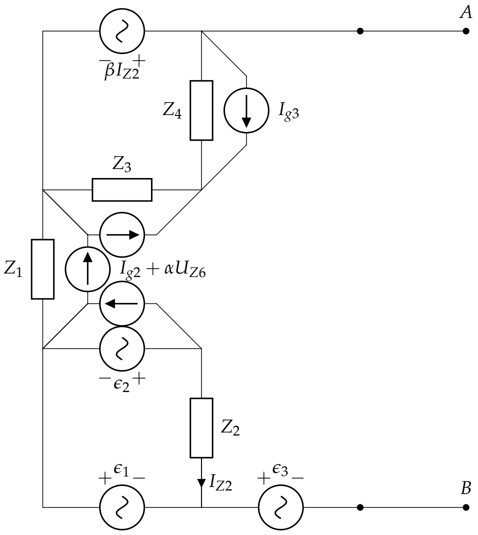
2. En primer lugar movemos las fuentes $I_{g3}$ e $I_{g2}$.



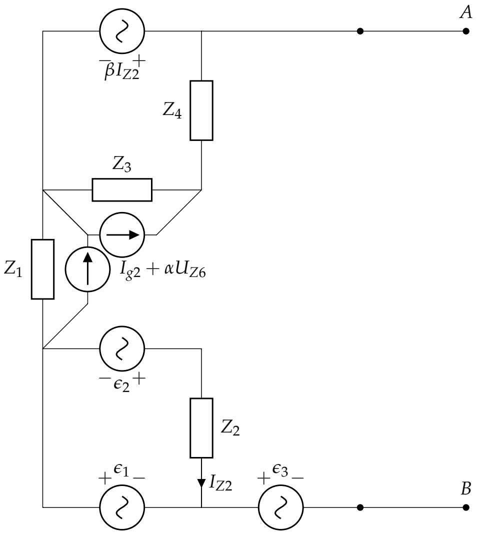

Esta transformación permite eliminar la rama de $Z_6$, dado que queda aislada. También permite cancelar las fuentes $I_{g1}$ e $I_{g2}$. Finalmente, $Z_5$ también queda aislada y puede eliminarse.



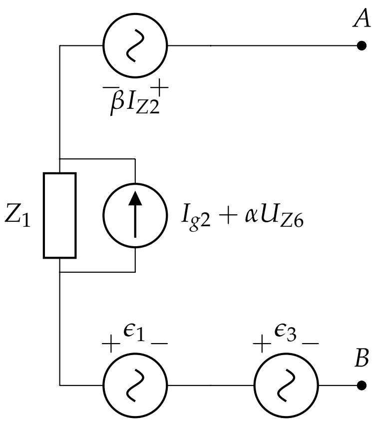
A continuación, movemos la fuente $I_{g2}$ y la fuente dependiente.




3. La fuente $\epsilon_2$ es dominante sobre las fuentes de corriente.




En este circuito, la fuente $\epsilon_1$ es dominante sobre la asociación de $\epsilon_2$ y $Z_2$. Asimismo, la fuente dependiente de tensión es dominante sobre la asociación de $Z_3$ (y la fuente de corriente) y $Z_4$.



4. El circuito resultante permite calcular el generador equivalente de Thévenin:

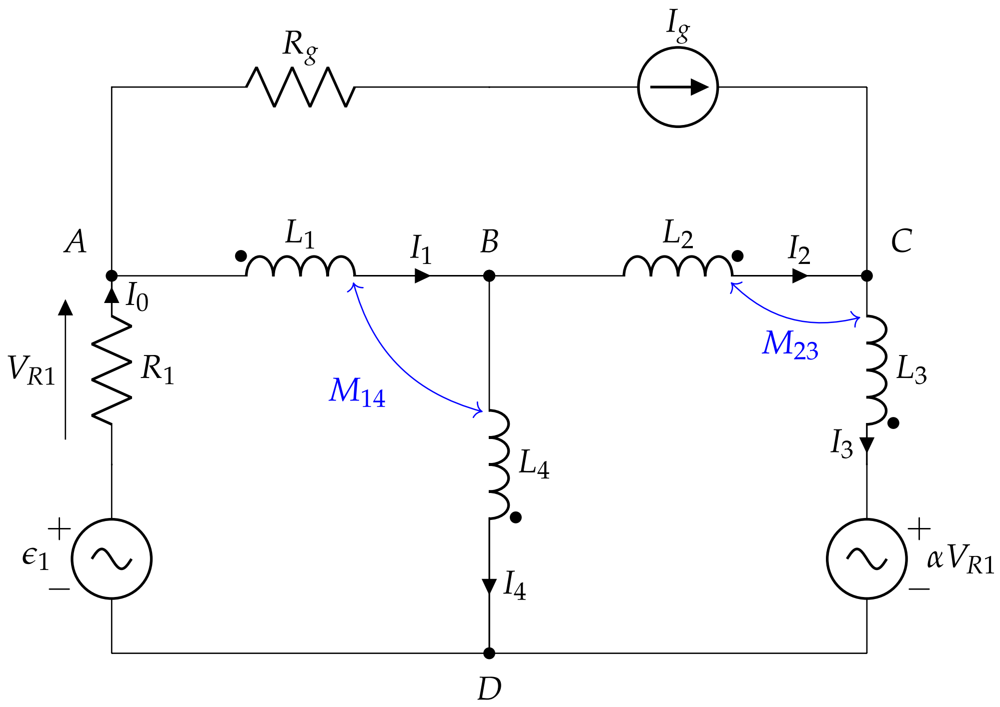
$$\begin{aligned}\overline{\epsilon}_{th} &= \beta\overline{I}_{Z2} + \overline{Z}_1(\overline{I}_{g2} + \alpha\overline{U}_{Z6}) + \overline{\epsilon}_1 + \overline{\epsilon}_3 = 35 + 160\mathrm{j}\,\mathrm{V} \\ \overline{Z}_{th} &= \overline{Z}_1 = 2\,\Omega\end{aligned}$$

Por tanto, entre A y B se debe conectar una impedancia de $2\,\Omega$.

# Acoplamientos

En el circuito de la figura:

1. **(5p.)** Escribe las ecuaciones de mallas sin realizar la sustitución numérica.
2. **(2,5p.)** Tras realizar la sustitución numérica, resuelve las ecuaciones anteriores, y obtén las corrientes de rama indicadas.
3. **(2,5p.)** Realiza un balance de potencias activas.




Datos:

$$\begin{aligned}
\overline{I}_g &= 10\underline{/0^\circ}\,\mathrm{A}\\
\overline{\epsilon}_1 &= 10\underline{/0^\circ}\,\mathrm{A}\\
R_i &= 10\,\Omega \quad \forall i\\
X_{Li} &= 10\,\Omega \quad \forall i\\
\alpha &= 2
\end{aligned}$$

Todos los acoplamientos magnéticos del circuito son perfectos.

## Solución

Tomando las tres corrientes de malla en sentido dextrógiro, siendo $I_a$ la corriente de la malla inferior izquierda, $I_b$ la corriente de la malla inferior derecha, e $I_c$ la corriente de la malla superior, las ecuaciones de las dos mallas inferiores son:

$$\begin{aligned}\bar{\epsilon}_1 = &\bar{I}_a(R_1 + j\omega L_1 + j\omega L_4 - 2j\omega M_{14}) + \\ &+ \bar{I}_b(-j\omega L_4 + j\omega M_{14}) + \\ &+ \bar{I}_c(-j\omega L_1 + j\omega M_{14})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\alpha\overline{U}_{R1} = &\bar{I}_a(-j\omega L_4 + j\omega M_{14}) + \\ &+ \bar{I}_b(j\omega L_4 + j\omega L_2 + j\omega L_3 + 2j\omega M_{23}) + \\ &+ \bar{I}_c(-j\omega L_2 - j\omega M_{23} - j\omega M_{14})\end{aligned}$$

Además,

$$\begin{aligned}\bar{I}_c &= \bar{I}_g \\ \overline{U}_{R1} &= R_1\bar{I}_a\end{aligned}$$

Reagrupando obtenemos:

$$\begin{aligned}\bar{\epsilon}_1 + \bar{I}_g(j\omega L_1 - j\omega M_{14}) &= \bar{I}_a(R_1 + j\omega L_1 + j\omega L_4 - 2j\omega M_{14}) + \bar{I}_b(-j\omega L_4 + j\omega M_{14}) \\ \bar{I}_g(j\omega L_2 + j\omega M_{23} + j\omega M_o 14) &= \bar{I}_a(\alpha R_1 - j\omega L_4 + j\omega M_{14}) + \bar{I}_b(j\omega L_4 + j\omega L_2 + j\omega L_3 + 2j\omega M_{23})\end{aligned}$$

Realizamos la sustitución numérica,

$$\begin{aligned}10 + 10(j10 - j10) &= \bar{I}_a(10 + j10 + j10 - j20) + \bar{I}_b(-j10 + j10) \\ 10(j10 + j10 + j10) &= \bar{I}_a(20 - j10 + j10) + \bar{I}_b(j10 + j10 + j10 + j20)\end{aligned}$$

donde se ha tenido en cuenta que:

$$\begin{aligned}\omega M_{14} &= \sqrt{\omega L_1 \cdot \omega L_4} = 10\,\Omega \\ \omega M_{23} &= \sqrt{\omega L_2 \cdot \omega L_3} = 10\,\Omega\end{aligned}$$

Simplificamos:

$$\begin{aligned}10 &= 10\bar{I}_a \\ 300j &= \bar{I}_a(20) + \bar{I}_b(j50)\end{aligned}$$

La solución de este sistema es:

$$\begin{aligned}\bar{I}_a &= 1\underline{/0^\circ}\,\mathrm{A} \\ \bar{I}_b &= 6{,}01\underline{/3{,}81^\circ}\,\mathrm{A} = 6 + 0{,}4\mathrm{j}\,\mathrm{A}\end{aligned}$$

Las corrientes de rama indicadas son:

$$\begin{aligned}
\overline{I}_0 &= 1\underline{/0}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_1 &= 9\underline{/\pi}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_2 &= -4 + 0{,}4\mathrm{j}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_3 &= 6 + 0{,}4\mathrm{j}\,\mathrm{A} \\
\overline{I}_4 &= -5 - 0{,}4\mathrm{j}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

Finalmente, las potencias activas de los generadores son:

$$\begin{aligned}
P_{\epsilon 1} &= Re(\overline{\epsilon}_1 \cdot \overline{I}_0^*) = 10\,\mathrm{W} \\
P_{\alpha} &= Re(\alpha R_1 \overline{I}_0 \cdot (-\overline{I}_3)^*) = -120\,\mathrm{W} \\
P_{Ig} &= Re(\overline{U}_{Ig} \cdot \overline{I}_g^*) = 1120\,\mathrm{W}
\end{aligned}$$

y por tanto, la potencia total de los generadores es 1010 W. La tensión $U_{Ig}$ se calcula con:

$$\begin{aligned}
\overline{U}_{AC} &= \overline{U}_{Rg} - \overline{U}_{Ig} \\
\overline{U}_{AC} &= -R_1\overline{I}_0 + \overline{\epsilon}_1 - \alpha\overline{I}_0 R_1 - j\omega L_3 \overline{I}_3 - j\omega M_{23}\overline{I}_2 \\
\overline{U_{Ig}} &= 112 + 20\mathrm{j}\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

Las potencias de las resistencias son:

$$\begin{aligned}
P_{R1} &= R_1 I_0^2 = 10\,\mathrm{W} \\
P_{Rg} &= R_g I_g^2 = 1000\,\mathrm{W}
\end{aligned}$$

Comprobamos que la potencia activa total entregada por las fuentes coincide con la potencia activa total consumida en las resistencias.