Ejercicio 12 de la colección de problemas

Enunciado:

Un sistema trifásico a cuatro hilos de 200 V, 50 Hz y secuencia de fases directa está constituido por un motor a cuatro hilos de 3200 W de potencia y factor de potencia de 0,9, y un triángulo de impedancias $20\underline{/30^\circ}\,\Omega$

Con esta información, se debe determinar:

1. Impedancia equivalente del motor
2. Impedancia equivalente de todo el sistema

Solución:

Para calcular la impedancia del motor, necesitamos obtener la corriente que lo alimenta.

Dado que tenemos la potencia activa y su factor de potencia, el cálculo es inmediato:

$$P_m = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_m \cdot \cos(\theta_m) \quad \rightarrow \quad I_m = 10{,}26\,\mathrm{A}$$

Donde el ángulo se ha obtenido del factor de potencia: $\theta_m = \arccos(0{,}9) = 25{,}84^\circ$

Con estos valores podemos calcular la impedancia equivalente en triángulo:

$$\overline{Z}_{m\triangle} = \frac{U_L}{I_{m,f}}\underline{/\theta_m} = \frac{200}{10{,}26/\sqrt{3}}\underline{/25{,}84^\circ} = 33{,}76\underline{/25{,}84^\circ}\,\Omega$$

O en estrella:

$$\overline{Z}_{m\curlywedge} = \frac{U_f}{I_m}\underline{/\theta_m} = \frac{200/\sqrt{3}}{10{,}26}\underline{/25{,}84^\circ} = 11{,}25\underline{/25{,}84^\circ}\,\Omega$$

Para calcular la impedancia equivalente del conjunto, necesitamos obtener la corriente total del sistema y, por tanto, el triángulo de potencias total.

En primer lugar, el motor:

$$P_m = 3200\,\mathrm{W}$$
$$Q_m = P_m \tan(25{,}84^\circ) = 1549{,}83\,\mathrm{VAr}$$

A continuación, la impedancia. Primer debemos obtener la corriente de esta impedancia:

$$I_{Z,f} = \frac{U_L}{Z_\triangle} = \frac{200}{20} = 10\,\mathrm{A}$$

$$I_{Z,L} = \sqrt{3} \cdot I_{Z,f} = 10\sqrt{3}\,\mathrm{A}$$

Con la cual podemos obtener las potencias de esta impedancia:

$$P_Z = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_{Z,L} \cdot \cos(30^\circ) = 5196{,}2\,\mathrm{W}$$
$$Q_Z = P_m \tan(30^\circ) = 3000\,\mathrm{VAr}$$

Aplicando Boucherot:

$$P = P_m + P_Z = 8396{,}2\,\mathrm{W}$$

$$Q = Q_m + Q_Z = 4549{,}8\,\mathrm{VAr}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 9549{,}7\,\mathrm{VA}$$

Con estos resultados obtenemos la corriente total y el ángulo de la impedancia equivalente:

$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3}\,U_L} = \frac{9549{,}7}{\sqrt{3}\cdot 200} = 27{,}6\,\mathrm{A}$$

$$\theta = \arctan\frac{Q}{P} = 28{,}45^\circ$$

Por tanto:

$$\overline{Z}_{\triangle} = \frac{U_L}{I_f}\underline{/\theta} = 12{,}6\underline{/28{,}45^\circ}\,\Omega$$

$$\overline{Z}_{\curlywedge} = \frac{U_f}{I_L}\underline{/\theta} = 4{,}2\underline{/28{,}45^\circ}\,\Omega$$

Otra opción para resolver este segundo aparto consiste simplemente en calcular la asociación paralelo de $\overline{Z}_{m\triangle}$ con el receptor de $20\underline{/30^\circ}\,\Omega$ en triángulo:

$$\overline{Z}_{\triangle} = \frac{\overline{Z}_{m\triangle}\cdot 20\underline{/30^\circ}}{\overline{Z}_{m\triangle} + 20\underline{/30^\circ}} = 12{,}6\underline{/28{,}45^\circ}\,\Omega$$