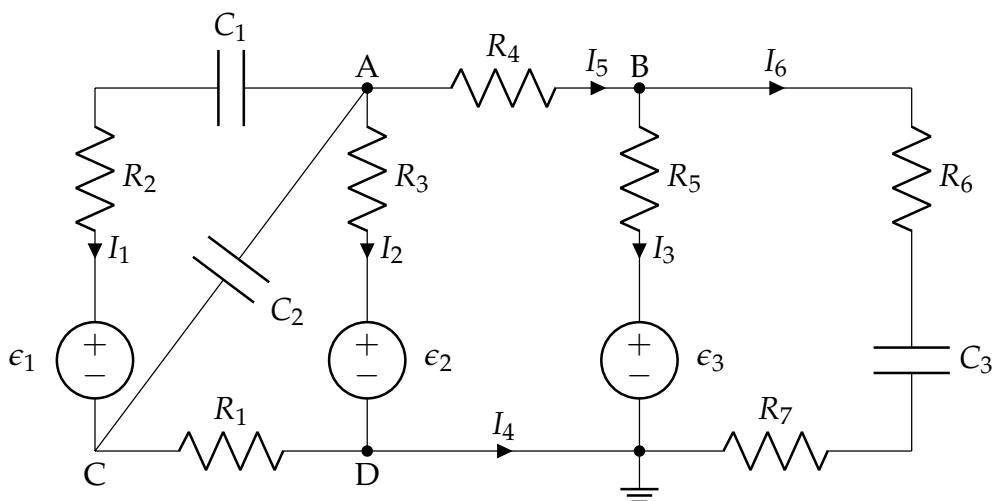


Ejercicio 7 de la colección de problemas

Enunciado:

Aplicar el método de los nudos en el circuito de la figura para determinar:

1. Los potenciales de los nudos A, B, C y D.
2. Las intensidades de corriente señaladas.
3. Carga, polaridad y energía almacenada en los condensadores, supuestos sin carga inicial.

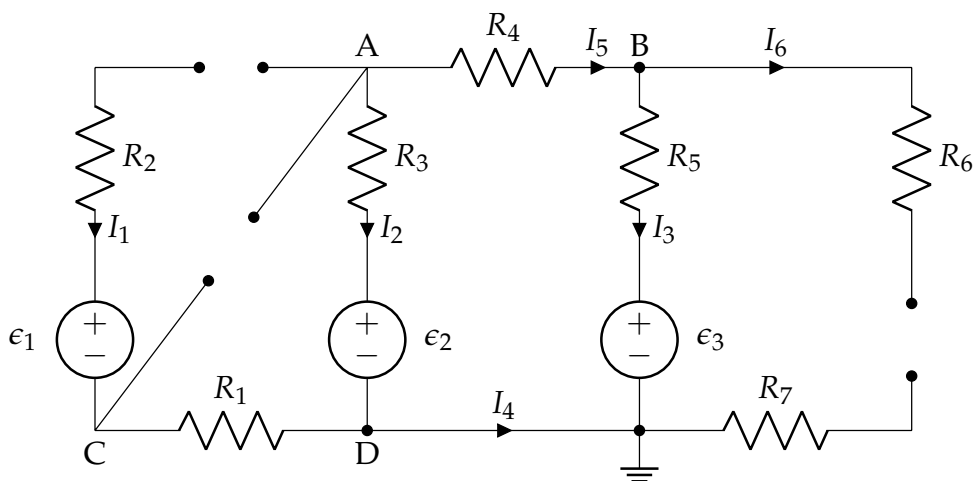


Datos:

$$\begin{aligned} R_i &= i \, \Omega \\ C_i &= i \, \mu\text{F} \\ \epsilon_1 &= 6 \, \text{V} \\ \epsilon_2 &= 18 \, \text{V} \\ \epsilon_3 &= 6 \, \text{V} \end{aligned}$$

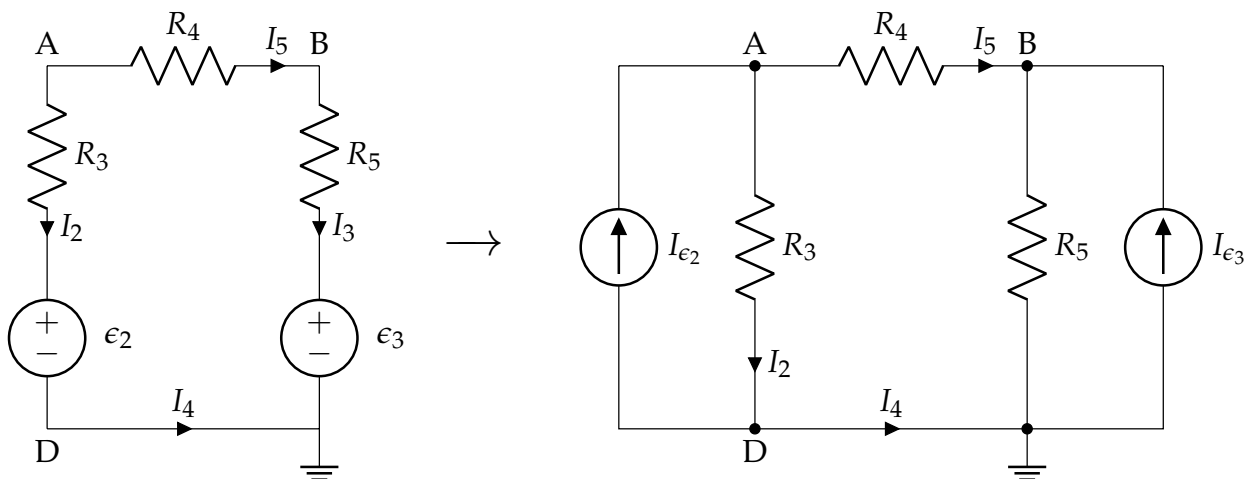
Solución:

Sustituimos los condensadores por circuitos abiertos. En consecuencia, por las ramas correspondientes no puede circular corriente:



$$\begin{aligned} I_1 &= 0 \, \text{A} \\ I_6 &= 0 \, \text{A} \end{aligned}$$

Luego el circuito equivalente es:



Donde hemos transformado las fuentes de tensión en fuentes de corriente, para poder aplicar el método de los nudos.

Formulando la ecuación general del método de los nudos:

$$\begin{bmatrix} G_3 + G_4 & -G_4 \\ -G_4 & G_5 + G_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_2 / R_3 \\ \epsilon_3 / R_5 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo valores y resolviendo:

$$U_A = 15 \text{ V}$$

$$U_B = 11 \text{ V}$$

Además, $U_D = 0 \text{ V}$, dado que está conectado a tierra. Por otra parte, la caída de tensión en la resistencia R_1 es de 0 V , dado que $I_1 = 0 \text{ A}$, luego $U_C = U_D = 0 \text{ V}$.

Con estos resultados podemos obtener los valores de las corrientes de rama. Volvemos al circuito original para plantear las ecuaciones de rama:

$$U_A = I_2 \cdot R_3 + \epsilon_2$$

$$U_B = I_3 \cdot R_5 + \epsilon_3$$

De estas ecuaciones despejamos I_2 e I_3 . Además, teniendo en cuenta que $I_1 = I_6 = 0 \text{ A}$, tenemos:

$$I_2 = I_4 = -I_3 = -I_5$$

Luego:

$$I_1 = 0 \text{ A}, \quad I_2 = -1 \text{ A}, \quad I_3 = 1 \text{ A}, \quad I_4 = -1 \text{ A}, \quad I_5 = 1 \text{ A}, \quad I_6 = 0 \text{ A}$$

Finalmente, calculamos las diferencias de potencial en los condensadores. En C_1 asignamos la polaridad positiva en A, y tenemos:

$$U_{AC} = U_{C_1} + \epsilon_1 \rightarrow U_{C_1} = 9 \text{ V}$$

Para C_2 y C_3 , el cálculo es directo. Asignando polaridad positiva en A y B, respectivamente:

$$U_{C_2} = U_{AC} = 15 \text{ V}$$

$$U_{C_3} = U_{BD} = 11 \text{ V}$$

En consecuencia, las cargas almacenadas en cada condensador son:

$$q_1 = C_1 \cdot U_{C_1} = \boxed{9 \mu\text{C}}$$

$$q_2 = C_2 \cdot U_{C_2} = \boxed{30 \mu\text{C}}$$

$$q_3 = C_3 \cdot U_{C_3} = \boxed{33 \mu\text{C}}$$

Y las energías almacenadas:

$$E_{C_1} = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot (U_{C_1})^2 = \boxed{40,5 \mu\text{J}}$$

$$E_{C_2} = \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot (U_{C_2})^2 = \boxed{225 \mu\text{J}}$$

$$E_{C_3} = \frac{1}{2} \cdot C_3 \cdot (U_{C_3})^2 = \boxed{181,5 \mu\text{J}}$$