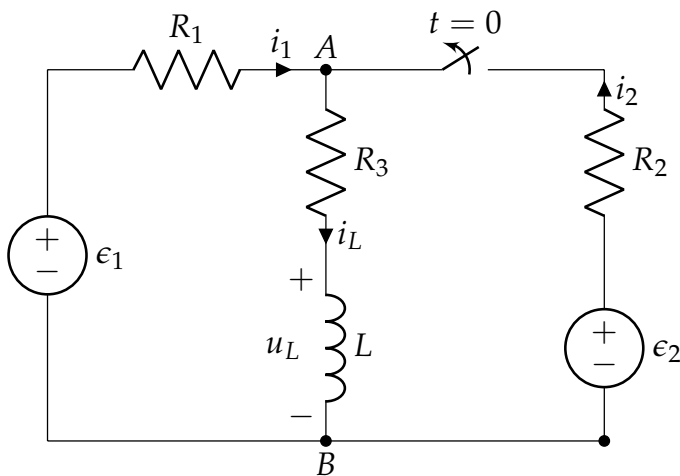


Ejercicio 8 de la colección de problemas

Enunciado:

El interruptor de la figura ha estado cerrado por un tiempo prolongado y en $t = 0$ se abre



Datos:

$$\begin{aligned} R_1 &= 5 \, \Omega \\ R_2 &= 5 \, \Omega \\ R_3 &= 2 \, \Omega \\ L &= 3,5 \, \text{mH} \\ \epsilon_1 &= 24 \, \text{V} \\ \epsilon_2 &= 12 \, \text{V} \end{aligned}$$

Con esta información, se debe calcular:

1. Valores de $i_1(0^+)$, $i_2(0^+)$, $i_L(0^+)$, $u_L(0^+)$ y $u_{AB}(0^+)$
2. Expresión de $i_L(t)$ para $t > 0$
3. Expresiones de $u_L(t)$ y $u_{AB}(t)$ para $t > 0$

Solución:

En el circuito en $t < 0$, la bobina se comporta como un cortocircuito. Resolviendo por mallas el circuito resultante, obtenemos los valores para $t = 0^-$:

$$\begin{aligned} i_L(0^-) &= 4 \, \text{A} \\ i_1(0^-) &= 3,2 \, \text{A} \\ i_2(0^-) &= 0,8 \, \text{A} \end{aligned}$$

En la bobina podemos plantear la condición de continuidad, $i_L(0^-) = i_L(0^+)$, que nos permite obtener los valores para $t = 0^+$, una vez abierto el interruptor:

$$\begin{aligned} i_L(0^+) &= 4 \, \text{A} \\ i_1(0^+) &= i_L(0^+) \\ i_2(0^+) &= 0 \, \text{A} \\ u_L(0^+) &= \epsilon_1 - i_1(0^+) \cdot R_1 - i_L(0^+) \cdot R_3 = -4 \, \text{V} \\ u_{AB}(0^+) &= \epsilon_1 - i_1(0^+) \cdot R_1 = 4 \, \text{V} \end{aligned}$$

Analizamos ahora el circuito para $t > 0$, en el que el interruptor está abierto. La resistencia vista por la bobina es $R_{th} = R_1 + R_3 = 7 \, \Omega$. Por tanto:

$$\tau = \frac{L}{R_{th}} = 500 \, \mu\text{s}$$

Obtenemos la respuesta forzada analizando el circuito en régimen permanente, en el que la bobina se comportará como un cortocircuito:

$$i_{L,\infty}(t) = \frac{\epsilon_1}{R_1 + R_3} = 3,43 \text{ A}$$

Obtenemos la respuesta natural apagando la fuente ϵ_1 . La ec. diferencial correspondiente a este circuito es:

$$R_1 \cdot i_{L,n}(t) + L \frac{di_{L,n}(t)}{dt} = 0$$

Cuya solución es de la forma:

$$i_{L,n}(t) = K \cdot e^{-t/\tau} = K \cdot e^{-2000 \cdot t}$$

Para obtener la constante K , recurrimos a la condición inicial $i_L(0^+) = 4 \text{ A}$:

$$K = i_L(0^+) - i_{L,\infty}(0^+) = 4 - 3,43 = 0,57 \text{ A}$$

Por tanto:

$$i_L(t) = i_{L,n}(t) + i_{L,\infty}(t) = 3,43 + 0,57 \cdot e^{-2000 \cdot t} \text{ A}$$

Con este resultado podemos obtener las tensiones en el circuito:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L}{dt} = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,57 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot e^{-2000 \cdot t} = -4 \cdot e^{-2000 \cdot t} \text{ V}$$

$$u_{AB}(t) = u_L(t) + R_3 \cdot i_L(t) = 6,86 - 2,86 \cdot e^{-2000 \cdot t} \text{ V}$$

Comprobamos que estas expresiones concuerdan con los resultados obtenidos para $u_L(0^+)$ y $u_{AB}(0^+)$.