

Ejercicio 5 de la colección de problemas

Enunciado:

Una plantación agrícola emplea dos bombas sumergibles para extraer agua de un pozo y transportarla a través de un sistema de riego por goteo.

Estas dos bombas están alimentadas a 400 V por una línea trifásica en secuencia de fases directa y frecuencia 50 Hz.

Una de las bombas funciona con un motor trifásico de 30 kW y factor de potencia de 0,78.

La otra bomba trabaja con un motor de 7,5 kW y factor de potencia de 0,67.

La línea que alimenta estas dos bombas es resistiva, con resistividad $\rho = 0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, longitud de 300 m y una sección de 35 mm^2 .

1. Calcula el triángulo de potencias (potencia activa, reactiva, y aparente) de cada carga, y total de las cargas (a la salida de la línea)
2. Calcula el valor eficaz de la corriente de línea de cada carga y de la corriente total
3. Determina la lectura de los siguientes aparatos de medida conectados a la entrada de las cargas:
 - Un vatímetro en la fase A, midiendo tensión entre las fases A y C
 - Un vatímetro en la fase B, midiendo tensión entre las fases B y C
 - Un vatímetro en la fase C, midiendo tensión entre las fases B y A
4. Calcula el triángulo de potencias a la entrada de la línea
5. Calcula el valor eficaz de la tensión a la entrada de la línea
6. Calcula los condensadores que se deben conectar a la salida de la línea para mejorar el factor de potencia del sistema hasta la unidad
Indica el modo de conexión más eficiente

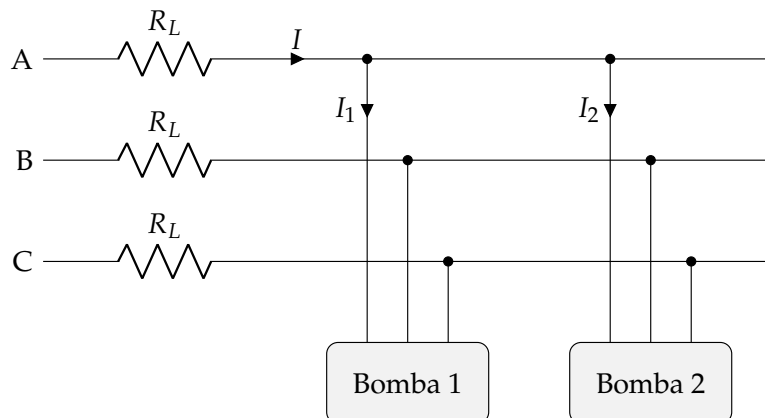
Una vez conectados los condensadores del último apartado:

7. Calcula el valor eficaz de la corriente de línea total
8. Calcula el triángulo de potencias a la entrada de la línea
9. Calcula el valor eficaz de la tensión a la entrada de la línea
10. Determina la lectura de los vatímetros descritos anteriormente

Solución:

El esquema del circuito que nos plantean es:

(donde desconocemos si los motores de las bombas están conectados en Δ o Δ)



Las potencias de cada carga son:

$$P_1 = 30 \text{ kW}$$

$$P_2 = 7,5 \text{ kW}$$

$$Q_1 = P_1 \tan \theta_1 = 24,06 \text{ kVAr}$$

$$Q_2 = P_2 \tan \theta_2 = 8,31 \text{ kVAr}$$

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 38,46 \text{ kVA}$$

$$S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = 11,19 \text{ kVA}$$

Aplicando Boucherot, el triángulo de potencias total es:

$$P_T = P_1 + P_2 = 37,5 \text{ kW}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 32,37 \text{ kVAr}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 49,54 \text{ kVA}$$

Por tanto, el ángulo de la impedancia global es:

$$\tan(\theta) = \frac{Q_T}{P_T} = 0,8632 \rightarrow \theta = 40,8^\circ$$

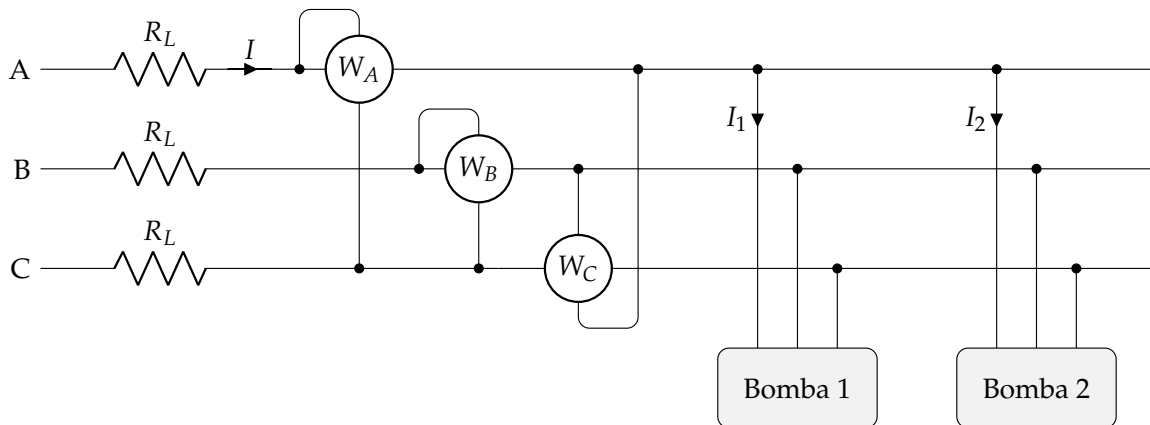
Las corrientes en cada carga son:

$$I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3} U} = 55,51 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3} U} = 16,15 \text{ A}$$

La corriente total es:

$$I = \frac{S_T}{\sqrt{3} U} = 71,5 \text{ A}$$



Denominaremos W_1 al vatímetro conectado en la fase A midiendo tensión entre las fases A y C, y W_2 al vatímetro conectado en la fase B midiendo tensión entre las fases B y C.

La conexión de estos 2 vatímetros corresponde al montaje de Aron.

Teniendo en cuenta que se trata de una SFD:

$$W_1 + W_2 = P_T \quad W_1 - W_2 = \frac{Q_T}{\sqrt{3}}$$

Sumando y restando las dos expresiones anteriores se obtiene, respectivamente:

$$W_1 = \frac{1}{2} \left(P_T + \frac{Q_T}{\sqrt{3}} \right) = 28,09 \text{ kW} \quad W_2 = \frac{1}{2} \left(P_T - \frac{Q_T}{\sqrt{3}} \right) = 9,41 \text{ kW}$$

También podemos obtener estos resultados con las siguientes ecuaciones:

$$W_1 = UI \cos(30^\circ - \theta) = 28,09 \text{ kW} \quad W_2 = UI \cos(30^\circ + \theta) = 9,41 \text{ kW}$$

Por otra parte, el vatímetro de la fase C mide:

$$W_{C,BA} = -\frac{Q_T}{\sqrt{3}} = -18,66 \text{ kW}$$

La resistencia de la línea (una resistencia por cada conductor) es:

$$R_L = \rho \frac{l}{A} = 0,146 \Omega$$

donde se ha usado A para la sección o *área*, para evitar confusiones con potencia aparente S .

La potencia activa disipada en la línea es:

$$P_L = 3 \cdot I^2 R_L = 2234,8 \text{ W}$$

Por tanto, la potencia a la entrada de la línea es:

$$P_g = P_L + P_T = 39,73 \text{ kW}$$

$$Q_g = Q_T = 32,33 \text{ kVAr}$$

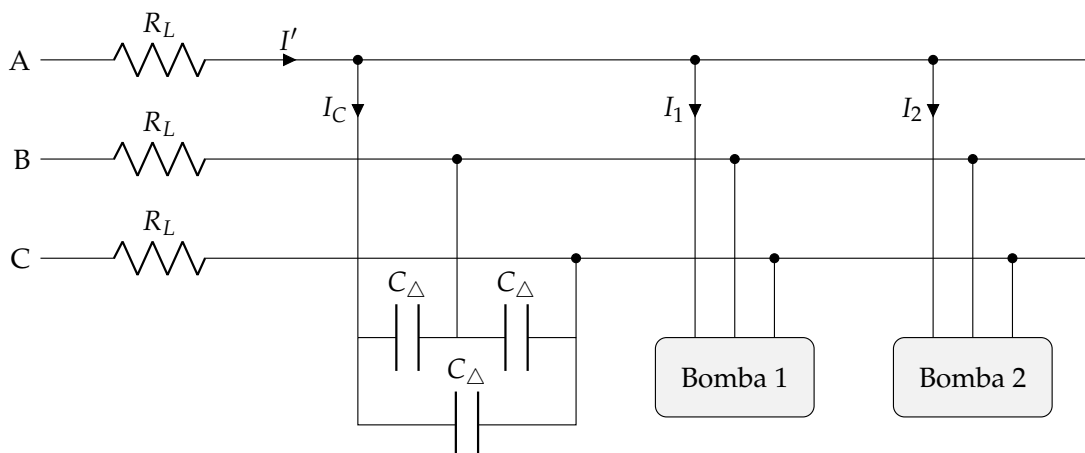
$$S_g = \sqrt{P_g^2 + Q_g^2} = 51,22 \text{ kVA}$$

Y la tensión a la salida del generador (entrada de la línea) es:

$$U_g = \frac{S_g}{\sqrt{3} I} = 413,64 \text{ V}$$

Para mejorar el factor de potencia a la unidad en las cargas, se necesita una batería de condensadores conectados en triángulo en las cargas (a la salida de la línea). Cada uno de los tres condensadores debe tener una capacidad de:

$$C_\Delta = \frac{Q_T}{3 \omega U^2} = 214,4 \mu\text{F}$$



Una vez instalada la batería de condensadores, la corriente total a la salida de la línea es:

$$I' = \frac{P_T}{\sqrt{3} U} = 54,13 \text{ A}$$

La potencia disipada en la línea es ahora:

$$P'_L = 3 \cdot I'^2 R_L = 1282,9 \text{ W}$$

Por tanto, el triángulo de potencias a la entrada de la línea es:

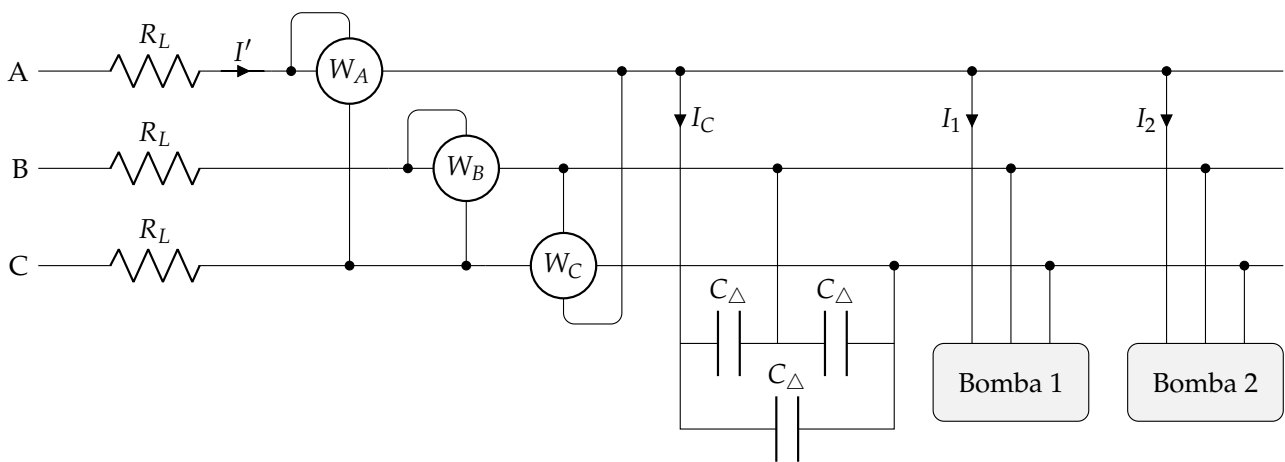
$$P'_g = P'_L + P_T = 38,78 \text{ kW}$$

$$Q'_g = Q'_T = 0 \text{ kVAr}$$

$$S'_g = 38,78 \text{ kVA}$$

Consecuentemente, la tensión a la entrada de la línea es:

$$U'_g = \frac{S'_g}{\sqrt{3} I'} = 413,63 \text{ V}$$



Con la inserción de los condensadores, los vatímetros miden:

$$W'_{C,BA} = -\frac{Q'_T}{\sqrt{3}} = 0 \text{ W}$$

Y dado que $W'_1 - W'_2 = \frac{Q'_T}{\sqrt{3}} = 0$:

$$W'_1 + W'_2 = P_T \quad \rightarrow \quad W'_1 = W'_2 = \frac{1}{2} P_T = 18,75 \text{ kW}$$