

Tema 1: Teoría de Circuitos

Eficiencia Energética Eléctrica (e^{3+})

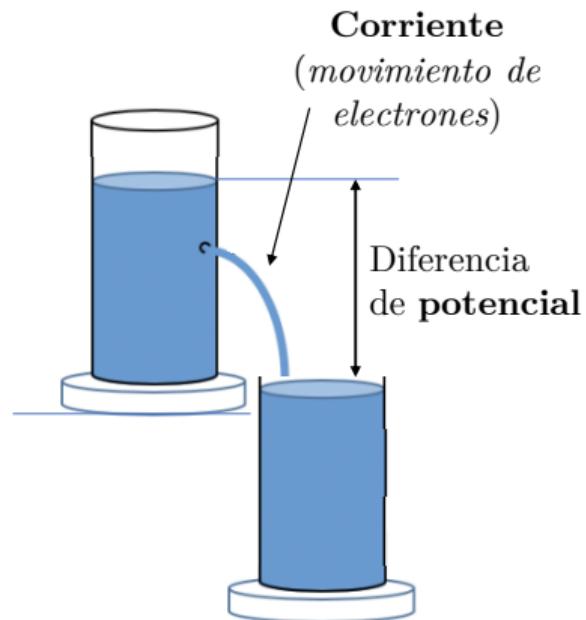
Autor: Luis Badesa Bernardo

¿Qué es la electricidad?

- ▶ La electricidad es el conjunto de fenómenos físicos relacionados con la **presencia y flujo de cargas eléctricas**
- ▶ Un fenómeno de particular interés es la **corriente eléctrica**: es el movimiento de electrones de los átomos a través de un material conductor (por ejemplo, un cable de cobre)

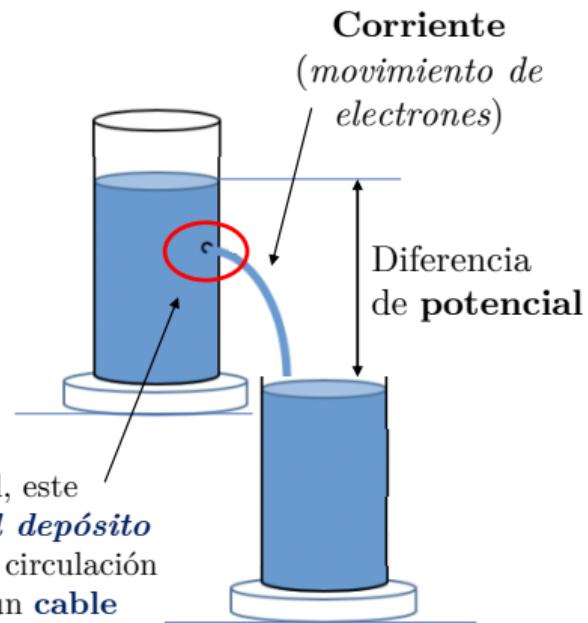
Potencial eléctrico y corriente eléctrica: analogía con la gravedad

- ▶ Las dos magnitudes principales en esta asignatura son la diferencia de **potencial eléctrico** (o *tensión*) y la **corriente eléctrica** (o *intensidad*)
- ▶ Para entender estas magnitudes de forma visual, podemos establecer un **paralelismo con la gravedad**:



Potencial eléctrico y corriente eléctrica: analogía con la gravedad

- ▶ Las dos magnitudes principales en esta asignatura son la diferencia de **potencial eléctrico** (o *tensión*) y la **corriente eléctrica** (o *intensidad*)
- ▶ Para entender estas magnitudes de forma visual, podemos establecer un **paralelismo con la gravedad**:



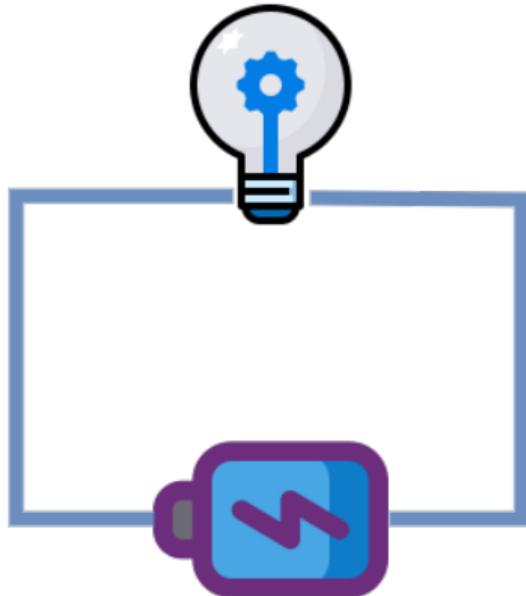
En electricidad, este **orificio en el depósito** que permite la circulación de agua sería un **cable que forme un circuito cerrado** (que entonces permite la circulación de corriente)

Circuito eléctrico

Un **circuito eléctrico** es un conjunto de componentes eléctricos interconectados que crean un **camino cerrado** por el que puede circular corriente eléctrica

Incluye:

- ▶ **Elementos activos** (generadores): motivan la circulación de corriente
- ▶ **Elementos pasivos** (receptores): transforman o almacenan la energía eléctrica



① Conceptos básicos

② Corriente alterna

③ Sistemas trifásicos

Variables fundamentales

Las principales **variables** con las que se trabaja en los circuitos eléctricos son:

- ▶ Corriente eléctrica (o *intensidad*, o *amperaje*)
- ▶ Tensión eléctrica (o *diferencia de potencial*, o *voltaje*)
- ▶ Potencia eléctrica
- ▶ Energía eléctrica

Corriente eléctrica

La **intensidad de la corriente eléctrica** es la variación de la carga $q(t)$ que atraviesa la sección transversal de un conductor por unidad de tiempo:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$



Se produce por el **movimiento de electrones** (de - a +)

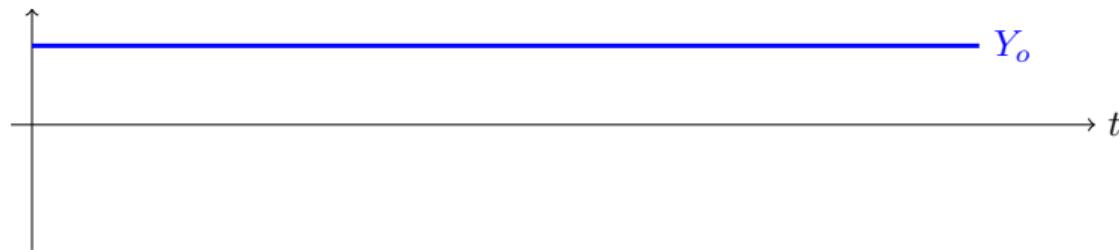
Sin embargo, por razones históricas, el convenio es considerar el **movimiento de cargas positivas** (de + a -)

La **unidad** de la corriente es el **amperio** [A] (culombios/segundo)

Corriente Continua (CC) y Corriente Alterna (CA)

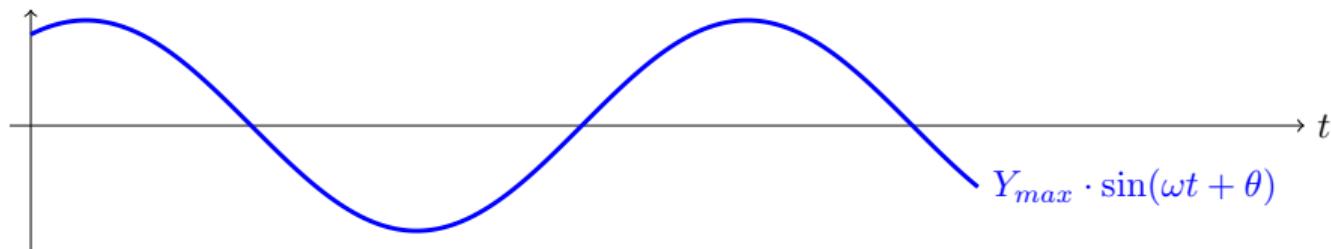
- **Corriente Continua:** siempre en el mismo sentido

Caso particular, corriente constante ($\frac{d}{dt} = 0$):



- **Corriente Alterna:** sentido cambiante

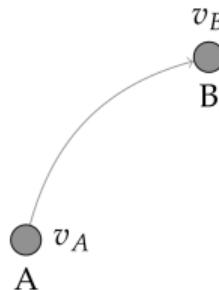
Caso particular, corriente senoidal:



Tensión eléctrica

La **tensión o diferencia de potencial entre dos puntos** A y B, $u_{AB}(t)$, es el trabajo realizado por el campo eléctrico al desplazar una carga unitaria entre esos puntos

$$u_{AB}(t) = v_A(t) - v_B(t) = \frac{dW_e}{dq}$$



La **unidad** de tensión eléctrica es el **voltio** [V]

Potencia eléctrica

La **potencia eléctrica** es la variación del trabajo del campo eléctrico por unidad de tiempo:

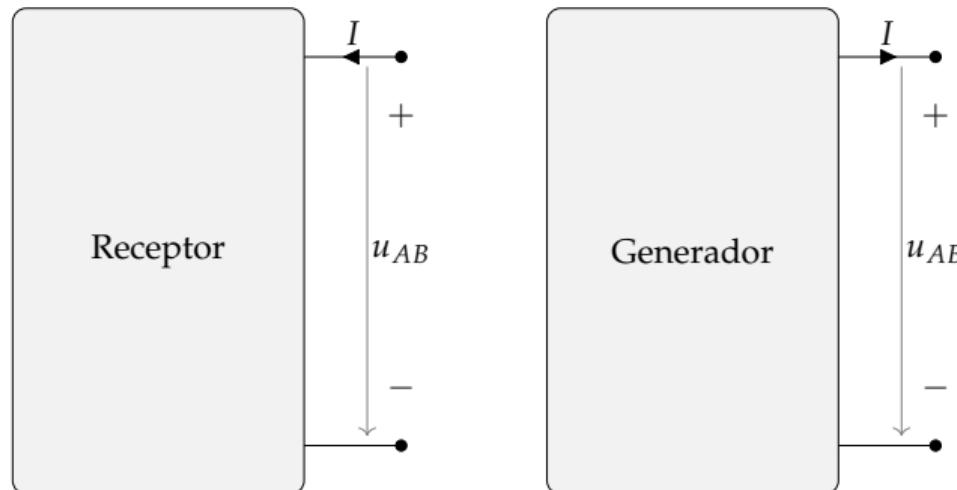
$$p(t) = \frac{dW_e}{dt} = \underbrace{\frac{dW_e}{dq(t)}}_{u(t)} \cdot \underbrace{\frac{dq(t)}{dt}}_{i(t)} = \boxed{u(t) \cdot i(t)}$$

La **unidad** de la potencia eléctrica es el **vatio** [W]

Receptores y generadores

Es habitual **interpretar** el signo de la potencia en términos de potencia absorbida o potencia entregada

- ▶ Un **circuito receptor absorbe potencia** y la corriente *entra* por el terminal de mayor potencial
- ▶ Un **circuito generador entrega potencia** y la corriente *sale* por el terminal de mayor potencial



Potencia y energía

Energía: capacidad de un sistema para realizar un trabajo

$$E = P \cdot t$$

Unidades: [J], [Wh], [kWh]

Potencia: trabajo realizado por unidad de tiempo

Unidades: [W], [kW]

① Conceptos básicos

Elementos de los circuitos

Leyes de Kirchhoff

② Corriente alterna

③ Sistemas trifásicos

Elementos pasivos en Teoría de Circuitos

Tres tipos de elementos pasivos en esta asignatura:

- ▶ Resistencias, R
- ▶ Bobinas, L
- ▶ Condensadores, C

Las cargas reales como lámparas, bombillas, motores y electrodomésticos **no están compuestas por resistencias ideales**

- ▶ Por ejemplo, un **motor eléctrico** está compuesto por bobinas, pero como estas bobinas se fabrican a partir del arrollamiento de cables, un motor **será una carga RL**

Resistencia

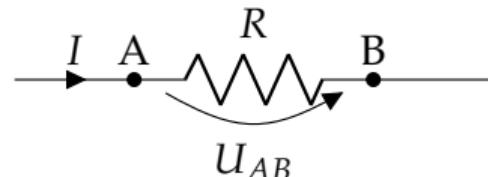
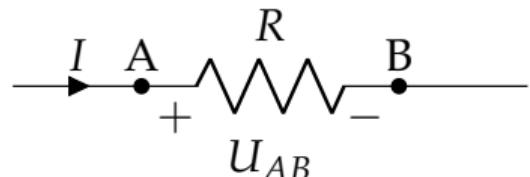
- Elemento que cumple la **Ley de Ohm**:

Una resistencia R provoca una **diferencia de potencial** entre sus terminales **directamente proporcional** a la corriente que la atraviesa

Unidades de resistencia: ohmios $[\Omega]$

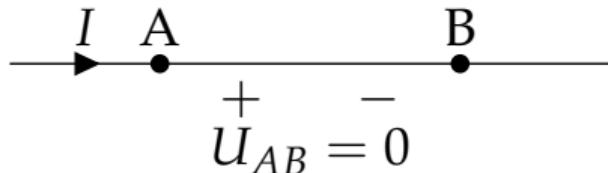
$$u(t) = R \cdot i(t)$$

- **Criterio de signos**: la tensión es positiva en el terminal por el que entra la corriente (las flechas de tensión y corriente tienen el mismo sentido)

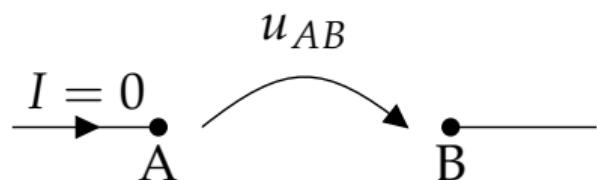


Cortocircuito y circuito abierto

- **Cortocircuito:** resistencia nula (tensión nula)

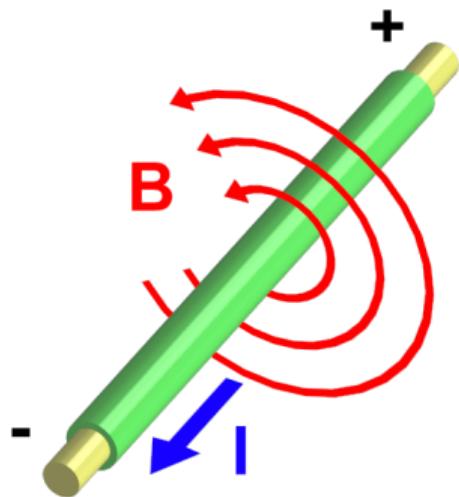


- **Circuito abierto:** resistencia infinita (corriente nula)

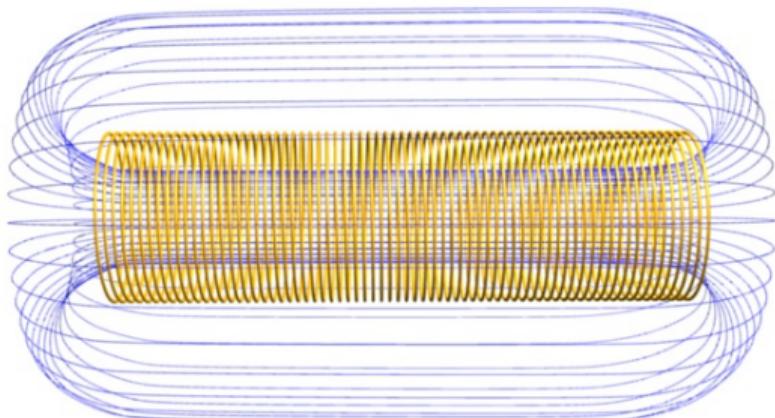


Bobina o inductancia

Cualquier **corriente** (ya sea constante o variable) **crea un campo magnético** a su alrededor (ley de Ampère)

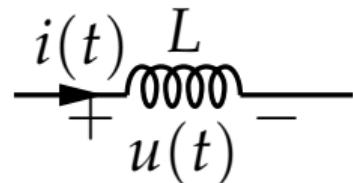


Un **conductor arrollado** crea una campo magnético más intenso: **electroimán**



Bobina o inductancia

Bobina: conductor arrollado alrededor de un núcleo

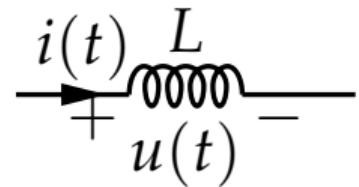


Cuando una corriente oscilante atraviesa una bobina, se produce una **tensión inducida que se opone a dicha corriente** (ley de Faraday-Lenz)

- La tensión inducida es directamente **proporcional al cambio de la corriente**: la constante de proporcionalidad es el coeficiente de autoinducción o **inductancia** ' L ' (unidades: henrios [H])

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Bobina o inductancia



- ▶ Almacena **energía magnética**
- ▶ En circuitos de CC es un **cortocircuito**:

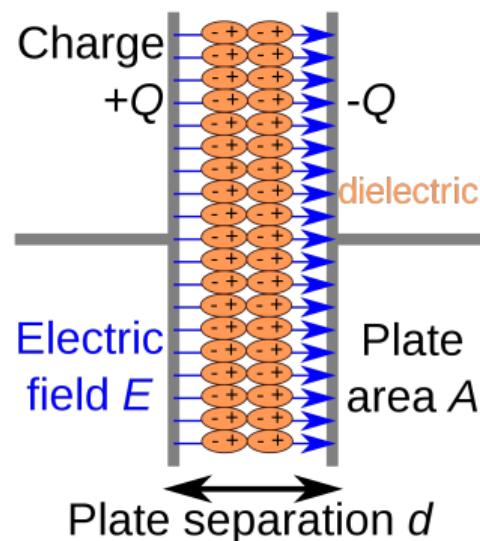
$$\frac{di(t)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad U_L = 0$$

Condensador

Material **dieléctrico**:

- Aislante eléctrico (material con baja conductividad), pero con una propiedad particular: sus **moléculas se polarizan** en presencia de un campo eléctrico

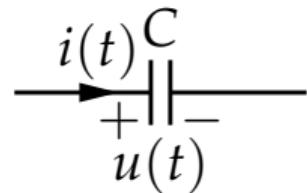
Ejemplos de dieléctricos: aire, vidrio, papel



Condensador

Condensador: dos placas metálicas separadas por un material dieléctrico

Al aplicar tensión se produce una **separación de cargas opuestas** que se **acumulan** en cada placa



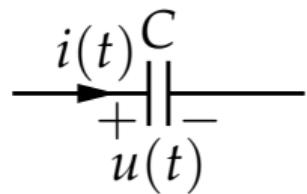
La **carga acumulada** en un instante es **proporcional** a la **diferencia de potencial** en ese instante: la constante de proporcionalidad es la **capacidad** (unidades: faradios [F])

$$q(t) = C \cdot u(t)$$

- En el proceso de carga se produce una corriente eléctrica entre las dos placas:

$$i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \boxed{C \cdot \frac{du(t)}{dt}}$$

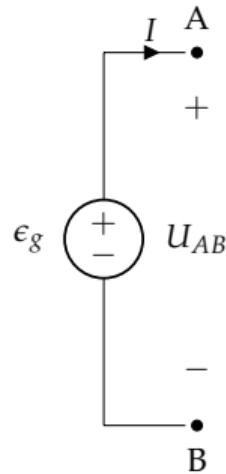
Condensador



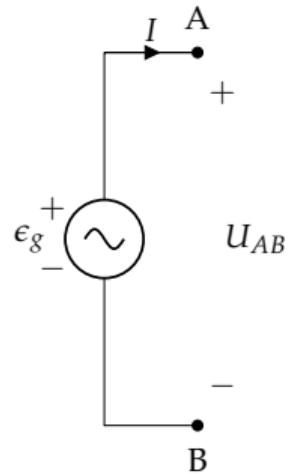
- Un condensador almacena **energía eléctrica**
- En un circuito de corriente continua se comporta como un **circuito abierto**:

$$\frac{du(t)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad I_c = 0$$

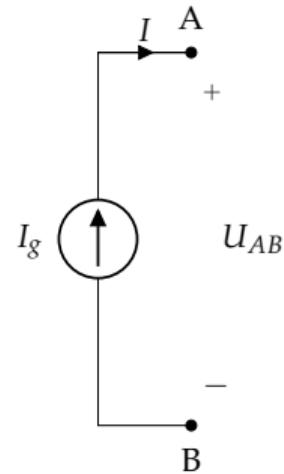
Elementos activos: generadores



Fuente de
tensión
(corriente
continua)



Fuente de
tensión
(corriente
alterna)



Fuente de
corriente
(continua
o alterna)

① Conceptos básicos

Elementos de los circuitos

Leyes de Kirchhoff

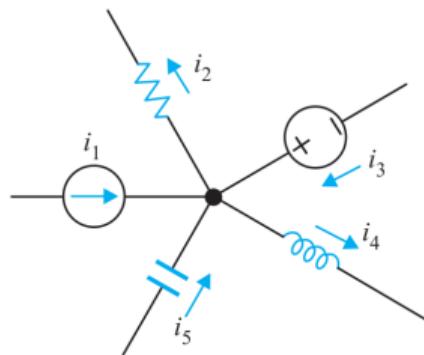
② Corriente alterna

③ Sistemas trifásicos

Primera Ley de Kirchhoff (1LK)

- La **1LK** es el principio de **conservación de la carga** aplicado a los circuitos eléctricos:
La suma de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las que salen

$$\sum_{j=1}^n i_j(t) = 0$$

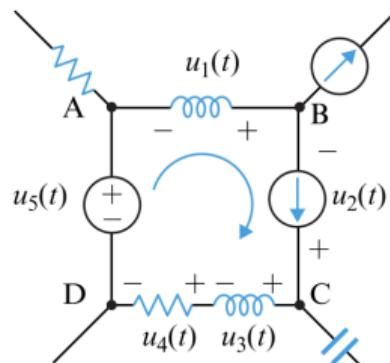


$$i_1(t) - i_2(t) + i_3(t) - i_4(t) + i_5(t) = 0$$

Segunda Ley de Kirchhoff (2LK)

- La **2LK** es el principio de **conservación de la energía** aplicado a los circuitos:
La suma (con signo) de las tensiones a lo largo de un camino cerrado es cero

$$\sum_{j=1}^m u_j(t) = 0$$



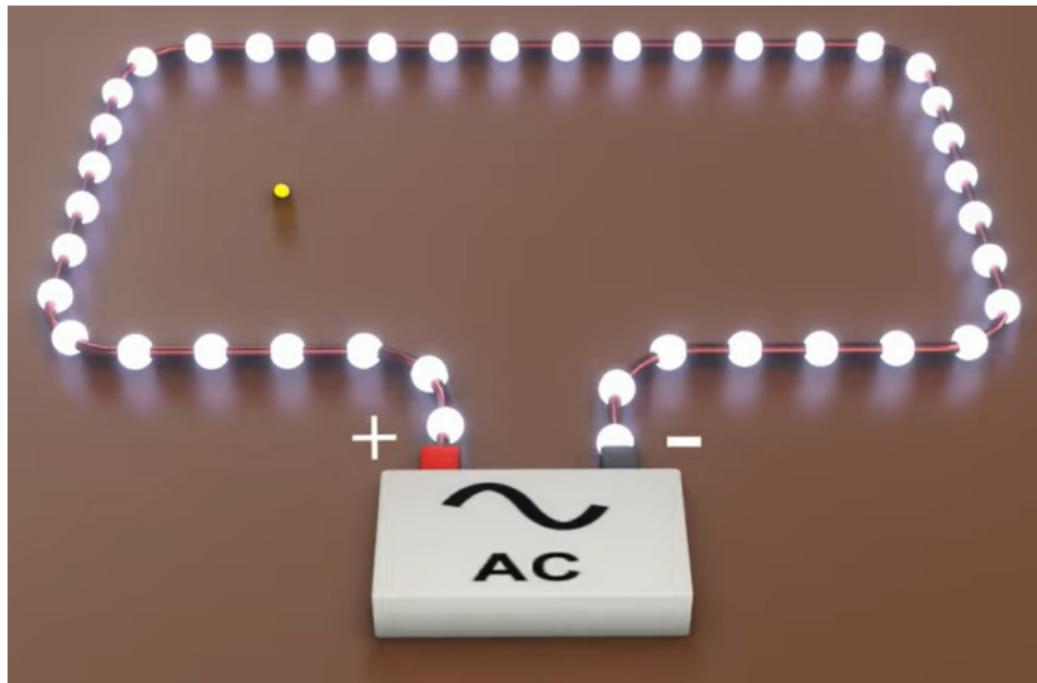
$$-u_1(t) - u_2(t) + u_3(t) + u_4(t) - u_5(t) = 0$$

① Conceptos básicos

② Corriente alterna

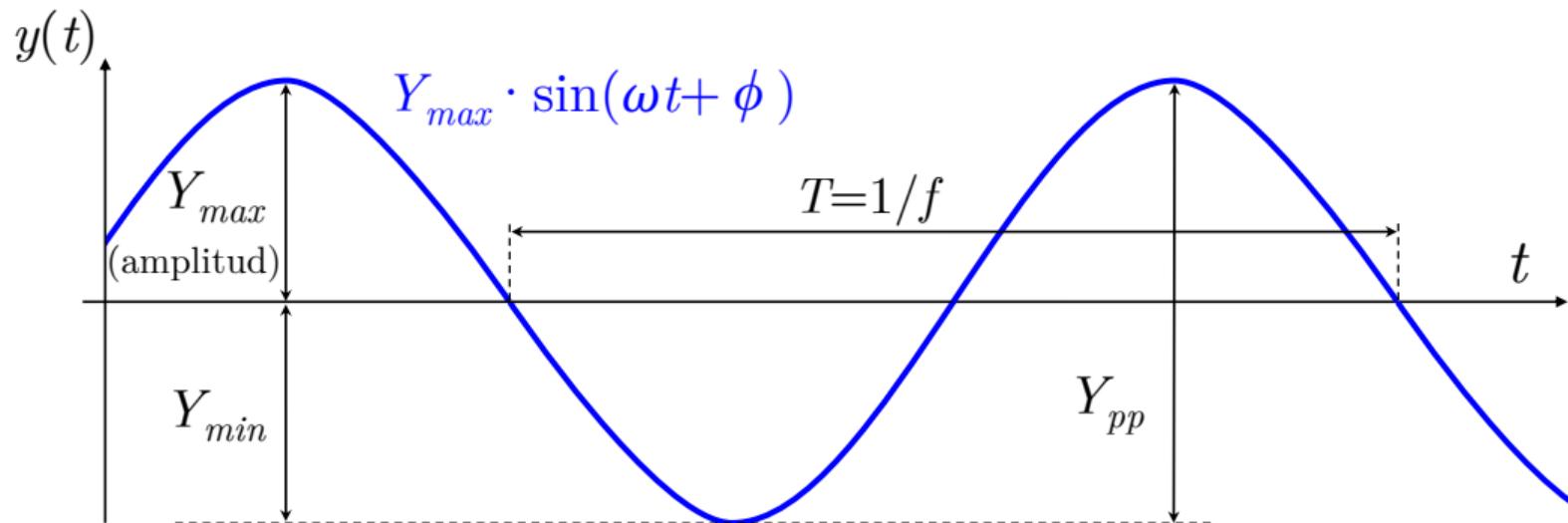
③ Sistemas trifásicos

(clica en la imagen)

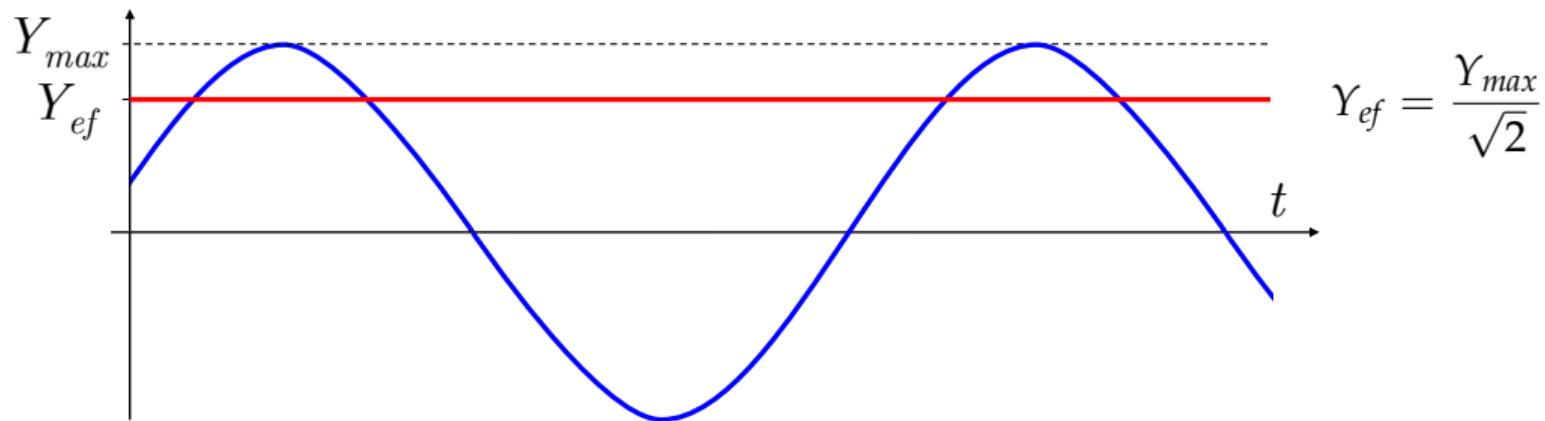


Corriente alterna senoidal

- ▶ La tensión y la corriente son **señales senoidales**

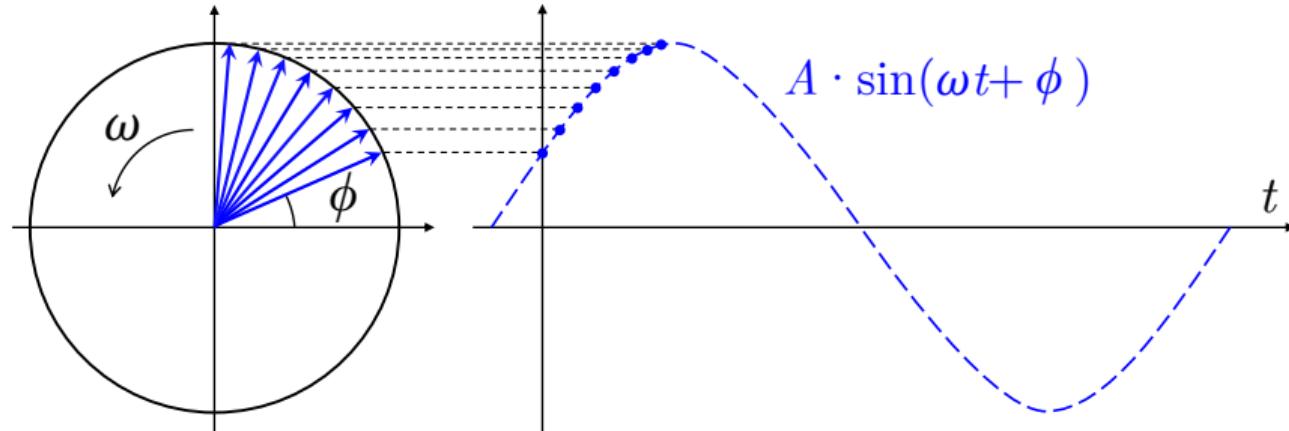


Concepto importante: valor eficaz



- ▶ ¿Por qué usamos el valor eficaz en corriente alterna? Porque establece un **paralelismo con la corriente continua**, que nos permitirá simplificar cálculos:
El valor eficaz es igual al valor de una corriente continua constante que, al circular por una determinada resistencia, produciría la misma disipación de potencia que la corriente alterna que estamos considerando

Representación fasorial

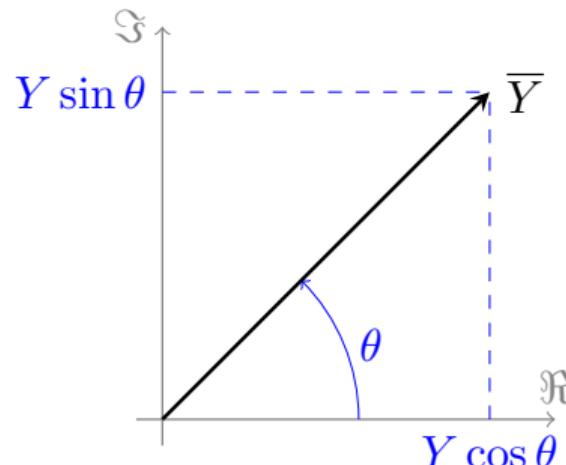


- ▶ Un **fasor** es un artefacto matemático **útil para simplificar cálculos** con señales senoidales
- ▶ El término “fasor” viene del inglés *phasor*, forma corta de *phase vector* (vector de fase)
- ▶ Al **rotar en sentido antihorario** con velocidad angular ω , la proyección del fasor sobre el eje vertical es igual al valor de la señal senoidal en cada instante

Representación fasorial

- Un fasor se representa matemáticamente mediante un **número complejo** (**repaso** de complejos y trigonometría):

$$\overline{Y} = \underbrace{Y_{ef}/\theta}_{\text{forma polar}} = \underbrace{Y_{ef} \cdot [\cos(\theta) + j \cdot \sin(\theta)]}_{\text{forma binómica}} \stackrel{\text{fórmula de Euler}}{\downarrow} \underbrace{Y_{ef} \cdot e^{j\theta}}_{\text{forma exponencial}}$$



Usamos ***j*** para la constante imaginaria, en lugar de *i*, ya que en el análisis de circuitos *i* se usa para intensidad

- El **argumento** del fasor es la **fase** de la onda. El **módulo** es el valor eficaz de la onda, **NO su amplitud**

Operaciones con fasores

Suma gráfica de dos fasores \bar{Y}_1 e \bar{Y}_2 , y sus correspondientes señales temporales:
(clica en la imagen)

Operaciones con fasores

- Un fasor **captura la información clave de una onda senoidal** para los propósitos del análisis de circuitos: su valor eficaz y su fase
- Nos permite **operar con ondas senoidales como si fueran vectores/números complejos**

$$\begin{aligned}\bar{Y}_1 &= \underbrace{Y_{ef_1} \cos(\theta_1)}^{a_1} + j \underbrace{Y_{ef_1} \sin(\theta_1)}^{b_1} = Y_{ef_1} / \underline{\theta_1} \\ \bar{Y}_2 &= \underbrace{Y_{ef_2} \cos(\theta_2)}_{a_2} + j \underbrace{Y_{ef_2} \sin(\theta_2)}_{b_2} = Y_{ef_2} / \underline{\theta_2}\end{aligned}$$

Forma binómica:

- Suma: $\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$
- Resta: $\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$

Forma polar:

- Multiplicación: $\bar{Y}_1 \cdot \bar{Y}_2 = (Y_{ef_1} \cdot Y_{ef_2}) / \underline{\theta_1 + \theta_2}$
- División: $\frac{\bar{Y}_1}{\bar{Y}_2} = \frac{Y_{ef_1}}{Y_{ef_2}} / \underline{\theta_1 - \theta_2}$

① Conceptos básicos

② Corriente alterna

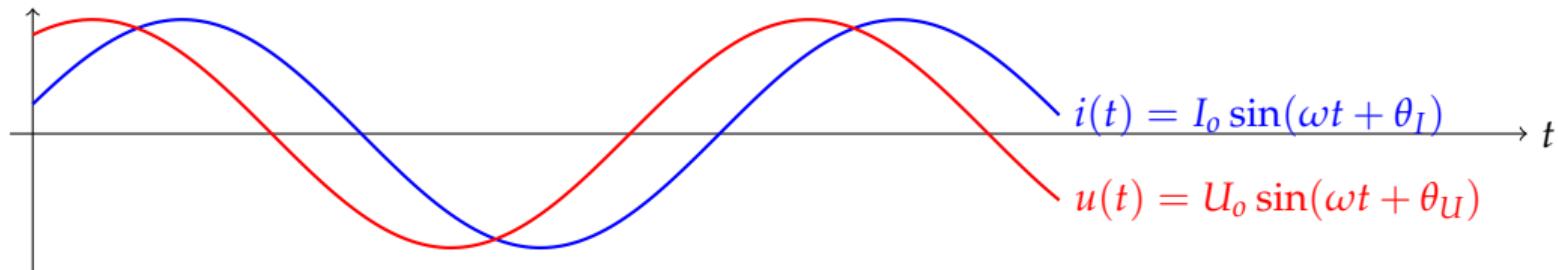
Respuesta de elementos pasivos a excitación senoidal

Potencia en corriente alterna

Factor de potencia: importancia y mejora

③ Sistemas trifásicos

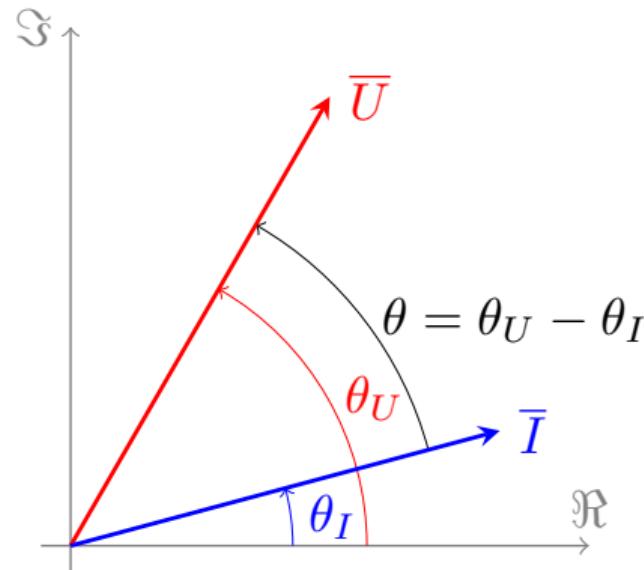
Impedancia: relación entre fasores de tensión y corriente



$$\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I} \quad (\text{equiv. a ley de Ohm})$$

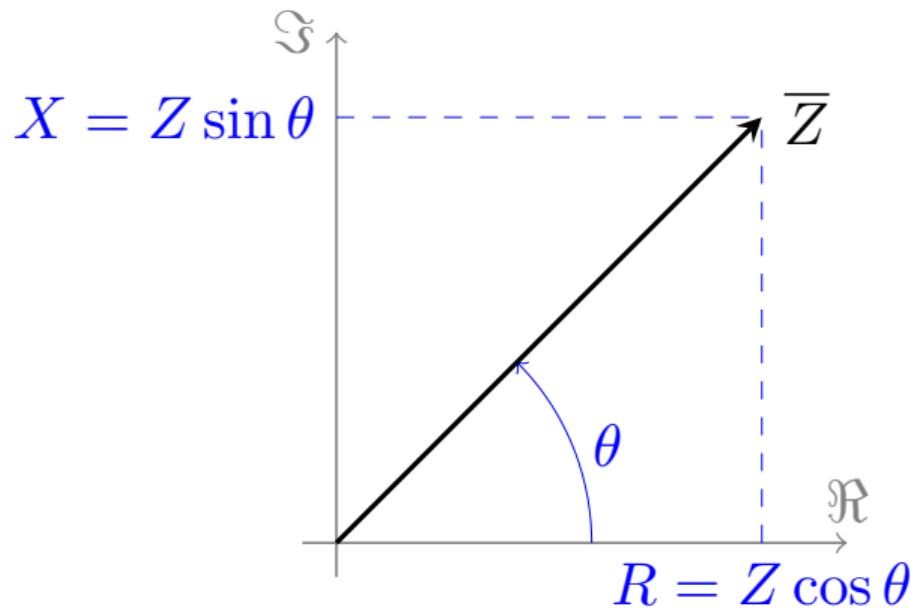
$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}}$$

$$\boxed{\bar{Z} = \frac{U}{I} / \underline{\theta_U - \theta_I} \Rightarrow \begin{cases} Z = \frac{U}{I} \\ \theta = \theta_U - \theta_I \end{cases}}$$



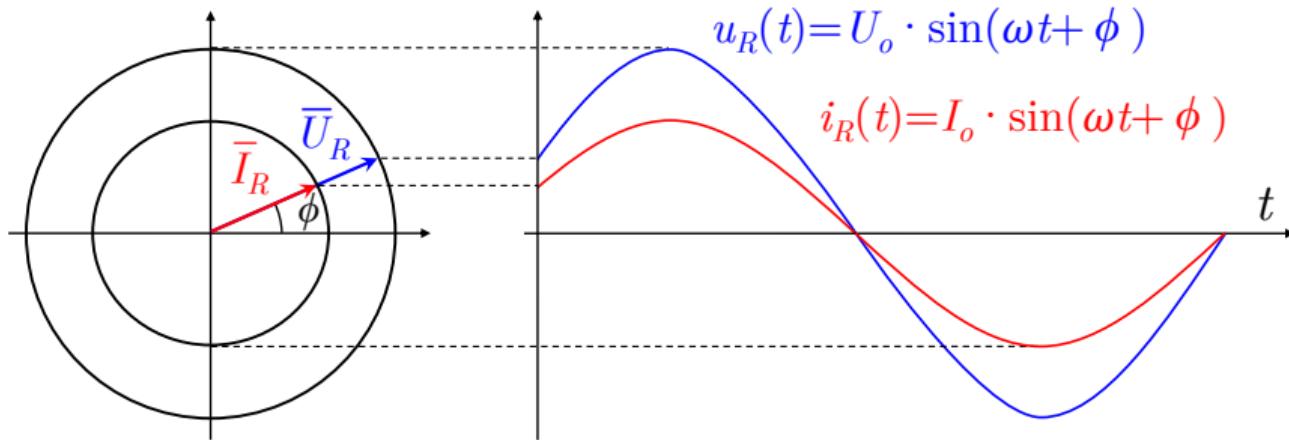
Impedancia genérica

$$\bar{Z} = Z \cdot \cos(\theta) + j Z \cdot \sin(\theta) = \underbrace{R}_{\text{resistencia}} + j \underbrace{X}_{\text{reactancia}}$$



Circuito resistivo

Un circuito resistivo no introduce desfase entre señales (**tensión y corriente en fase**)



ley de Ohm

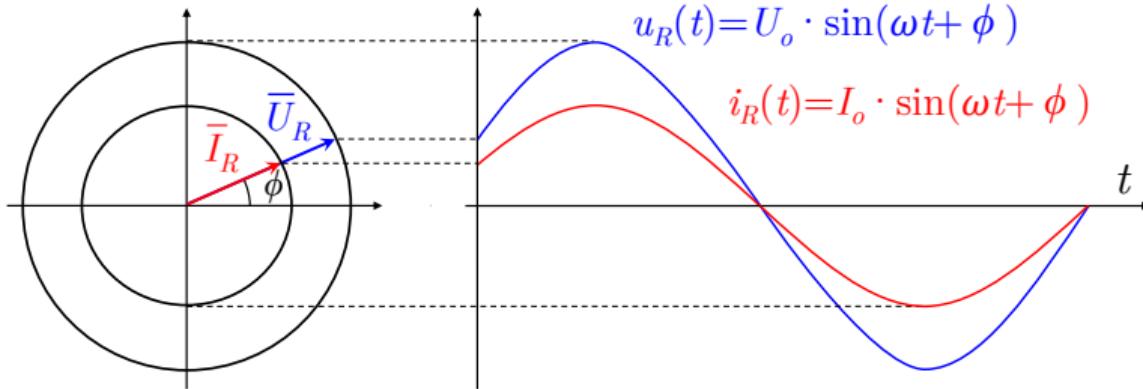
$$i(t) = I\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \theta_I)$$

$$\downarrow \\ u(t) = R \cdot i(t) = R \cdot I\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \theta_I) = U\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \theta_I)$$

(a partir de ahora, la notación U e I se refiere directamente a **valores eficaces**)

Circuito resistivo

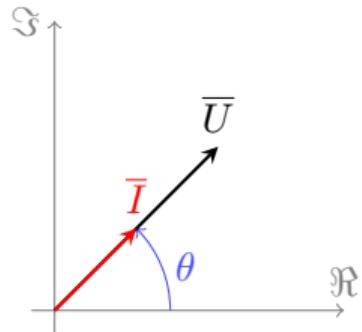
Un circuito resistivo no introduce desfase entre señales (**tensión y corriente en fase**)



$$Z = \frac{U}{I} = R$$

$$\theta = \theta_U - \theta_I = 0^\circ$$

$$\boxed{\bar{Z}_R = R \angle 0^\circ}$$



Carga y descarga de una bobina

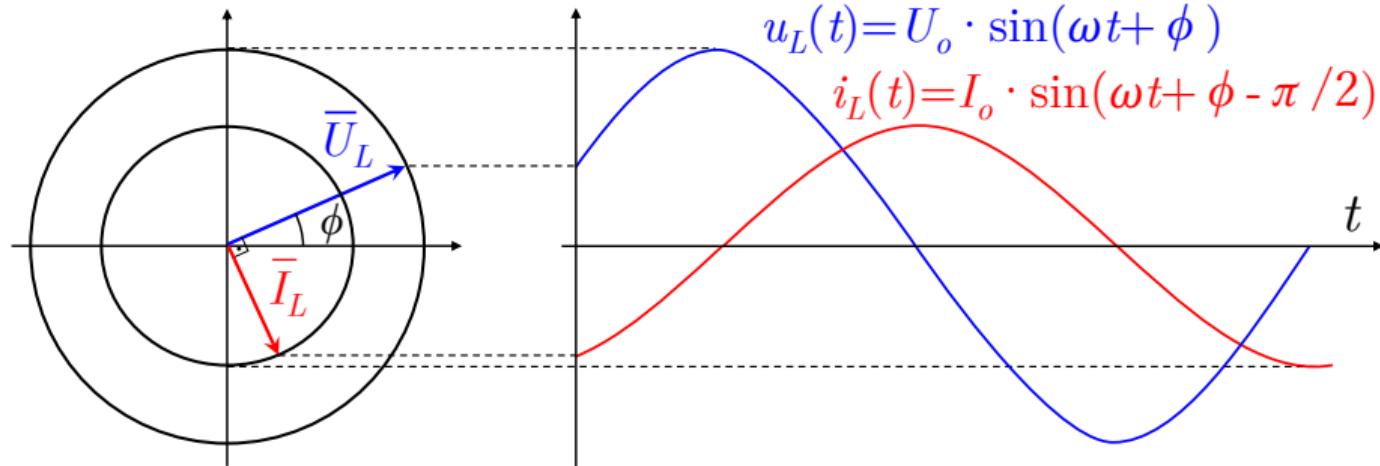
- La bobina **almacena energía magnética** cuando circula por ella una corriente

$$E_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i_L^2(t)$$

Cuando el módulo de la corriente que circula por la bobina disminuye, **devuelve su energía almacenada** al circuito **(clica en la imagen)**

Circuito inductivo puro

Un circuito inductivo puro genera **señales en cuadratura** y retrasa la corriente



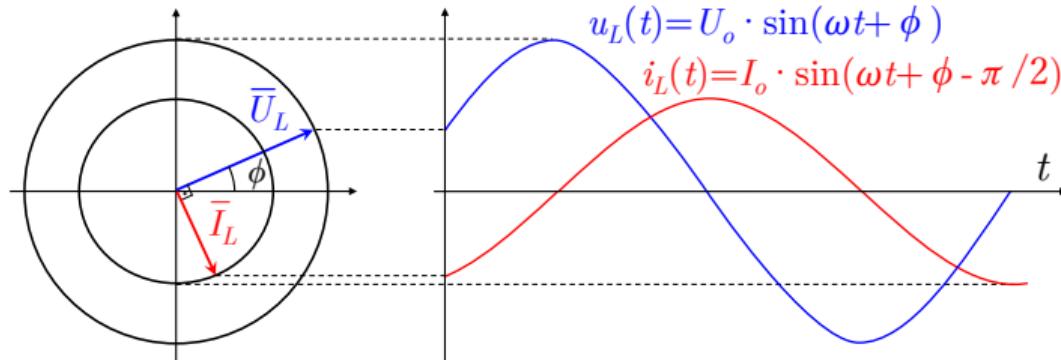
ley de
Faraday

$$i(t) = I \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \theta_I)$$

$$u(t) \stackrel{\downarrow}{=} L \cdot \frac{di(t)}{dt} = \omega L \cdot I \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \theta_I) = U \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \theta_I + \pi/2)$$

Circuito inductivo puro

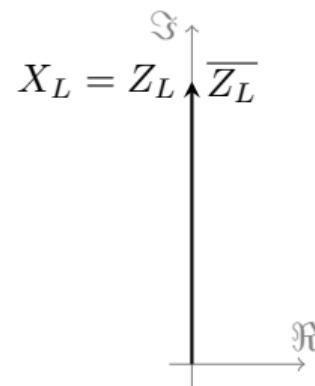
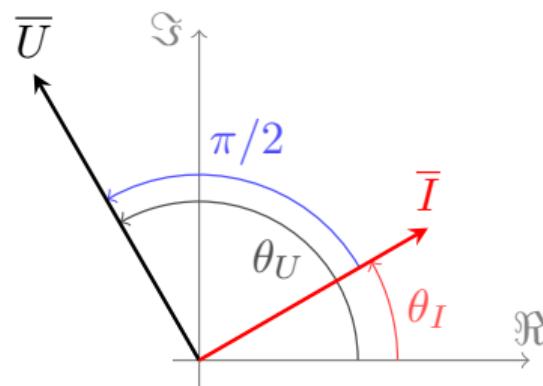
Un circuito inductivo puro genera **señales en cuadratura** y retrasa la corriente



$$Z = \frac{U}{I} = \omega L$$

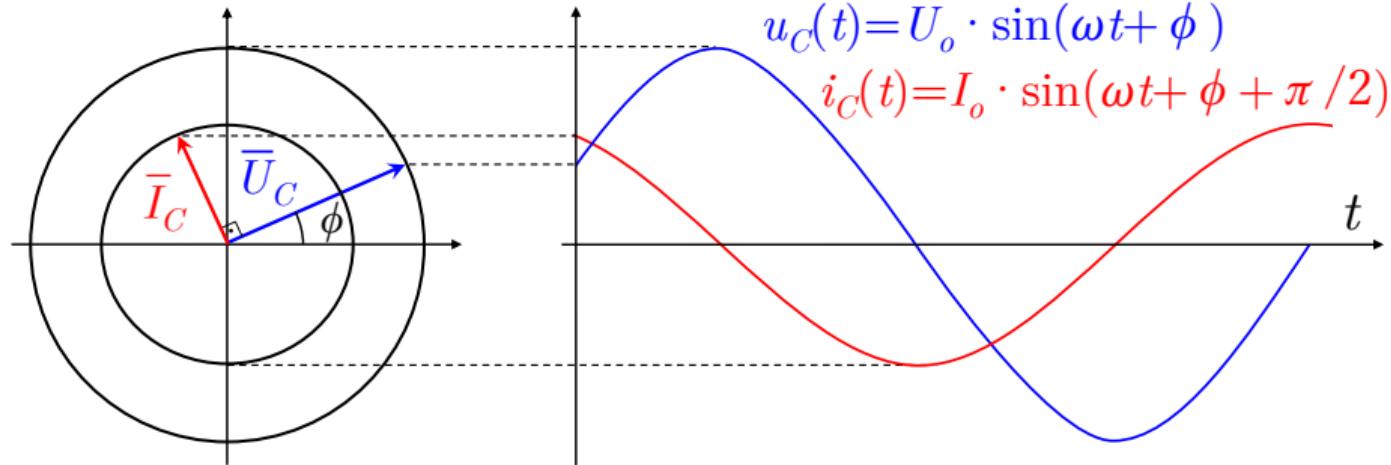
$$\theta = \theta_U - \theta_I = \frac{\pi}{2}$$

$$\bar{Z}_L = j\omega L = \omega L / 90^\circ$$



Circuito capacitivo puro

Un circuito capacitivo puro genera **señales en cuadratura** y adelanta la corriente



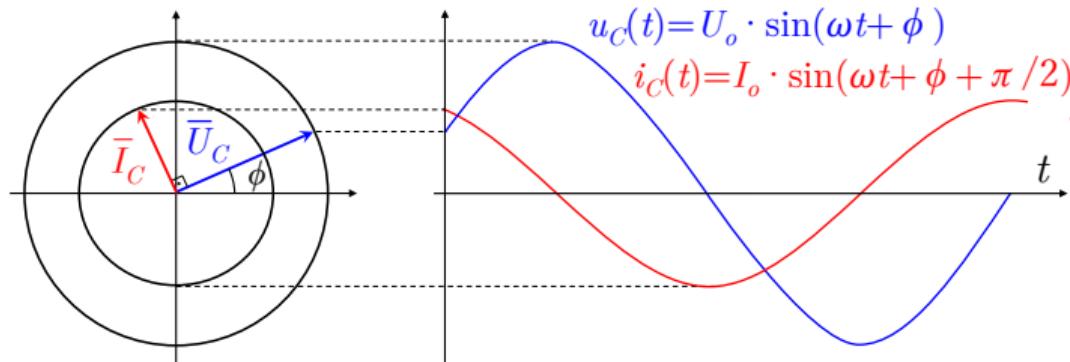
definición
de condensador

$$i(t) = I \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \theta_I)$$

$$u(t) \stackrel{\downarrow}{=} \frac{1}{C} \cdot \int_{-\infty}^t i(\tau) \cdot d\tau = \frac{I}{\omega C} \sqrt{2} \cdot [-\cos(\omega t + \theta_I)] = U \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \theta_I - \pi/2)$$

Circuito capacitivo puro

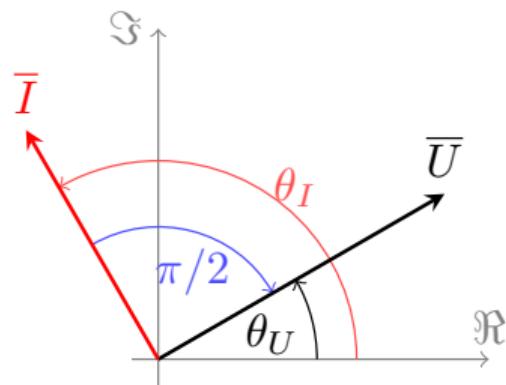
Un circuito capacitivo puro genera **señales en cuadratura** y adelanta la corriente



$$Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C}$$

$$\theta = \theta_U - \theta_I = -\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{\bar{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} / -90^\circ}$$



$$X = Z_C \sqrt{Z_C}$$

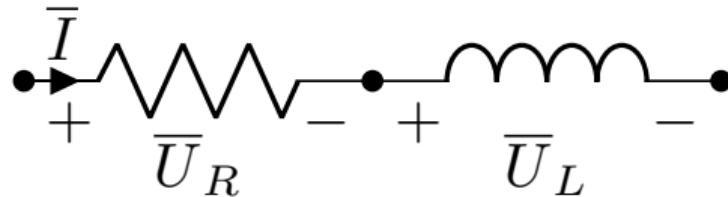
Resumen

Elemento	Impedancia	Módulo	Ángulo
Resistencia	R	R	0°
Bobina ideal	$j\omega L$	ωL	90°
Condensador	$1/(j\omega C)$	$1/(\omega C)$	-90°

- ▶ La impedancia de una **bobina ideal** $X_L = \omega L$ se denomina “reactancia inductiva”
- ▶ La impedancia de un **condensador** $X_C = \frac{1}{\omega C}$ se denomina “reactancia capacitiva”

Circuito RL (inductivo con pérdidas)

Recordatorio: por elementos asociados en **serie**, circula la **misma corriente**



$$\bar{I} = I / \underline{\theta_I}$$

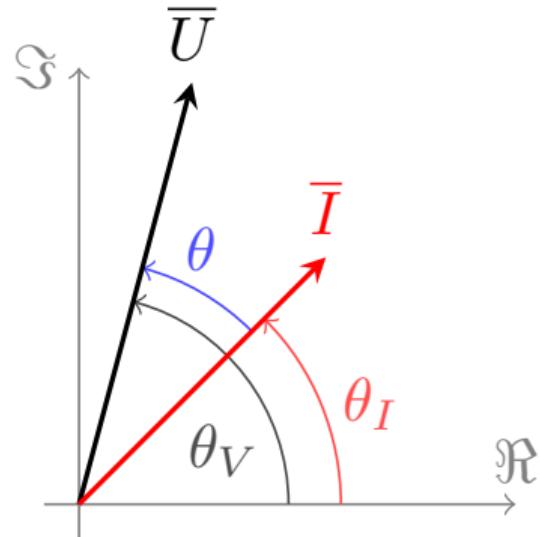
$$\bar{U}_R = R \cdot \bar{I} = R \cdot I / \underline{\theta_I}$$

$$\bar{U}_L = \bar{X}_L \cdot \bar{I} = \omega L I / \underline{\theta_I} + 90^\circ$$

2LK

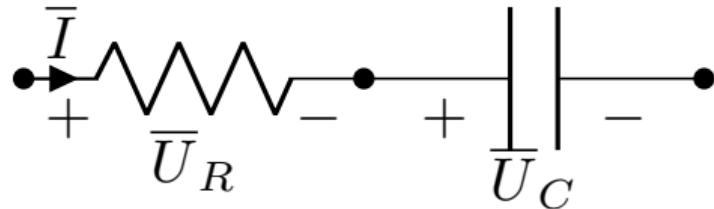
$$\bar{U} \downarrow = \bar{U}_R + \bar{U}_L = (\underbrace{(R + j\omega L)}_{\bar{Z}_{eq}}) \bar{I} \quad \leftarrow$$

Importante: sumar módulos en lugar de fasores es un **error grave**



Circuito RC (capacitivo con pérdidas)

Recordatorio: por elementos asociados en **serie**, circula la **misma corriente**



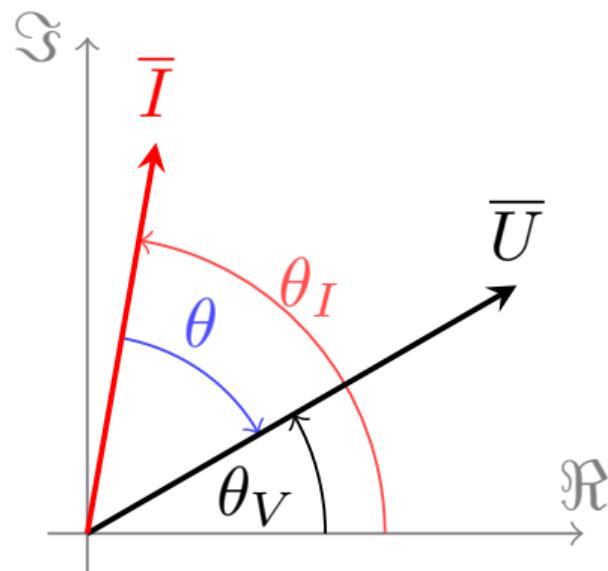
$$\bar{I} = \underline{I}/\theta_I$$

$$\bar{U}_R = R \cdot \bar{I} = R \cdot \underline{I}/\theta_I$$

$$\bar{U}_C = \bar{X}_C \cdot \bar{I} = \frac{I}{\omega C} / \underline{\theta_I - 90^\circ}$$

2LK

$$\bar{U} \stackrel{\downarrow}{=} \bar{U}_R + \bar{U}_C = \left(R - j \frac{1}{\omega C} \right) \bar{I}$$



Ejercicio

Un circuito serie formado por $R = 10 \Omega$, $L = 20 \text{ mH}$ y $C = 100 \mu\text{F}$ es alimentado con una tensión $u(t) = 200 \cdot \sin(1000t + \frac{\pi}{4}) \text{ V}$

Calcular \bar{I} , $u_R(t)$, $u_L(t)$ y $u_C(t)$, y dibujar el diagrama fasorial de tensiones y corrientes

Solución: $\bar{I} = 10/0^\circ \text{ A}$

$$u_R(t) = 100\sqrt{2} \cdot \sin(1000t) \text{ V}$$

$$u_L(t) = 200\sqrt{2} \cdot \sin(1000t + \frac{\pi}{2}) \text{ V}$$

$$u_C(t) = 100\sqrt{2} \cdot \sin(1000t - \frac{\pi}{2}) \text{ V}$$

① Conceptos básicos

② Corriente alterna

Respuesta de elementos pasivos a excitación senoidal

Potencia en corriente alterna

Factor de potencia: importancia y mejora

③ Sistemas trifásicos

Potencia en CA, expresión general

$$\begin{aligned} p(t) &= \underbrace{U_o \cos(\omega t)}_{u(t)} \cdot \underbrace{I_o \cos(\omega t - \theta)}_{i(t)} = \dots \\ &= U \cdot I \cos(\theta) + U \cdot I \cos(\theta) \cos(2\omega t) + U \cdot I \sin(\theta) \sin(2\omega t) \end{aligned}$$

Definimos dos términos: **potencia activa 'P'** y **potencia reactiva 'Q'**

$$p(t) = U \cdot I \cos(\theta) + U \cdot I \cos(\theta) \cos(2\omega t) + U \cdot I \sin(\theta) \sin(2\omega t)$$

$$P = U \cdot I \cos \theta \quad Q = U \cdot I \sin \theta$$

$$p(t) = P \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q \cdot \sin(2\omega t)$$

Pero, ¿qué significa que la potencia sea *activa* o *reactiva*? → Siguiente diapositiva

Potencia en CA: potencia disipada y potencia entretenida

Dado que $p(t)$ varía en el tiempo, sus **efectos netos** en el circuito tras cada ciclo pueden calcularse con el **valor medio** en un periodo:

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \left[P \int_0^T dt + P \int_0^T \cos(2\omega t) dt + Q \int_0^T \sin(2\omega t) dt \right] = \boxed{P}$$

- $P = UI \cos(\theta)$ es la **potencia neta que se disipa en la carga**, dado que el resto de la potencia $p(t)$ es fluctuante
(Unidades de P : W)
- $Q = UI \sin(\theta)$ es **potencia únicamente entretenida**, ya que es potencia almacenada y sucesivamente devuelta por las bobinas y condensadores (para los que $\sin(\theta) \neq 0$)
(Unidades de Q : VAr)

Potencia en CA, circuito resistivo

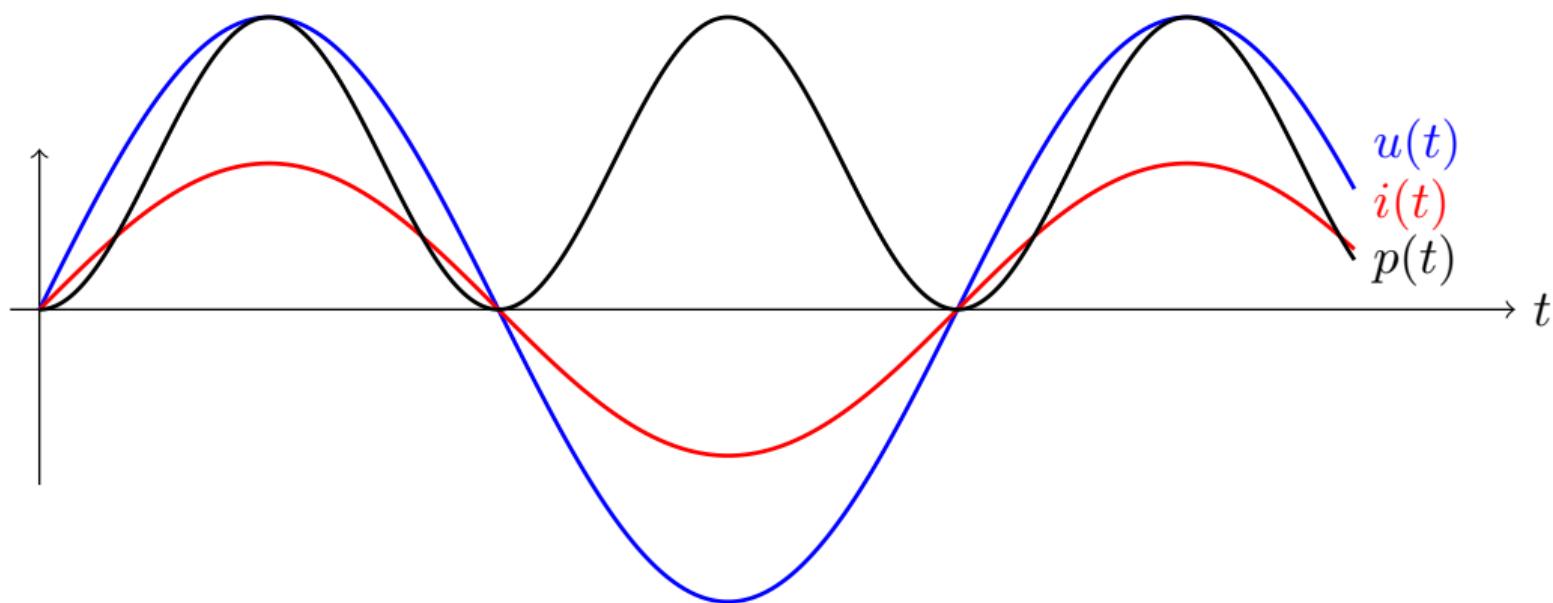
$$P = UI \underbrace{\cos \theta}_{=1} \quad Q = UI \sin \theta \rightarrow 0$$

$$p(t) = P \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q \cdot \sin(2\omega t)$$

$$\bar{Z}_R = R / 0^\circ \rightarrow \theta = 0 \rightarrow \begin{cases} P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R \\ Q = 0 \end{cases}$$

$$p(t) = P \cdot [1 + \cos(2\omega t)]$$

Potencia en CA, circuito resistivo



- ▶ Fluctúa al **doble de frecuencia** que la tensión y corriente
- ▶ Es siempre **positiva**
- ▶ Su **valor medio** es $P = UI \cos \theta = UI$

Potencia en CA, circuito inductivo puro

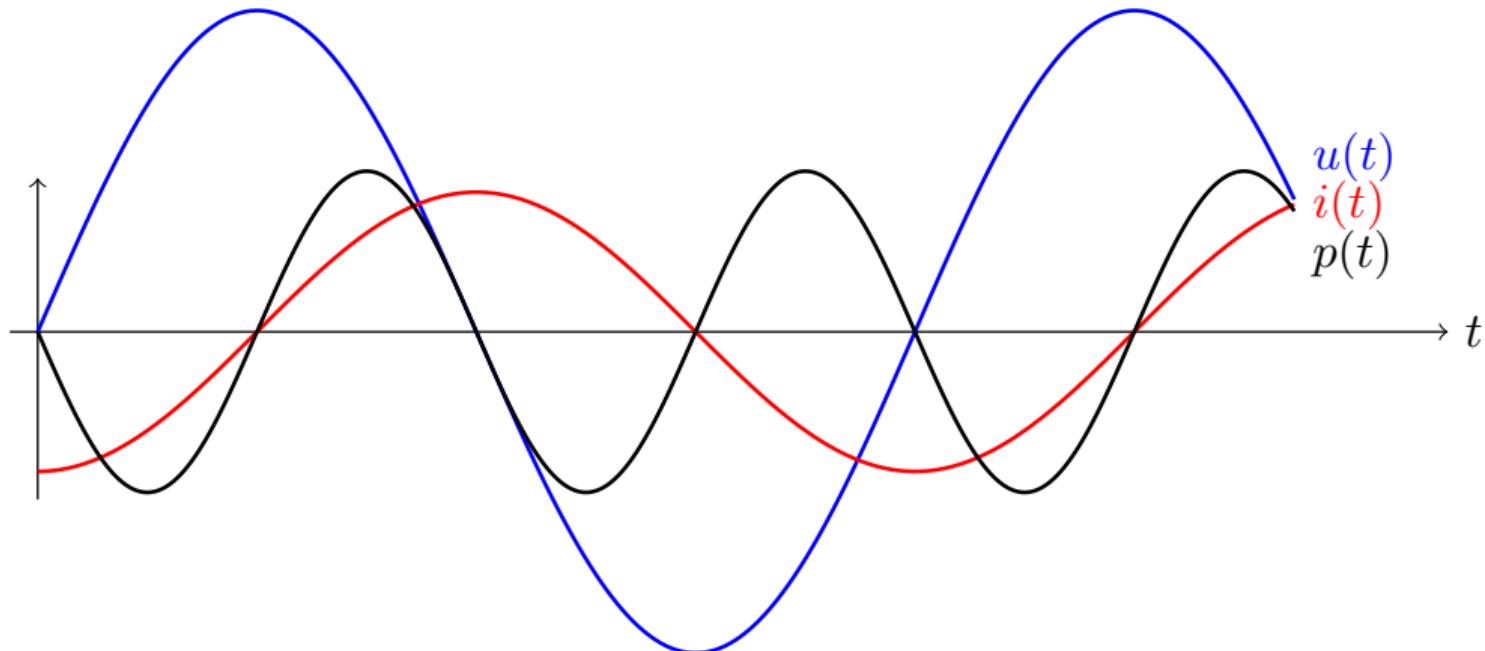
$$P = UI \cos \theta \xrightarrow{\theta=0} 0 \quad Q = UI \underbrace{\sin \theta}_{=1}$$

$$p(t) = P \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q \cdot \sin(2\omega t)$$

$$\bar{Z}_L = \underline{\omega L / 90^\circ} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} P = 0 \\ Q = UI = \frac{U^2}{\omega L} = I^2 \omega L \end{cases}$$

$$p(t) = Q \cdot \sin(2\omega t)$$

Potencia en CA, circuito inductivo puro



- ▶ Fluctúa al **doble de frecuencia** que la tensión y corriente
- ▶ Pasa por los ceros de tensión y corriente
- ▶ Su valor medio es **nulo**

Potencia en CA, circuito capacitivo puro

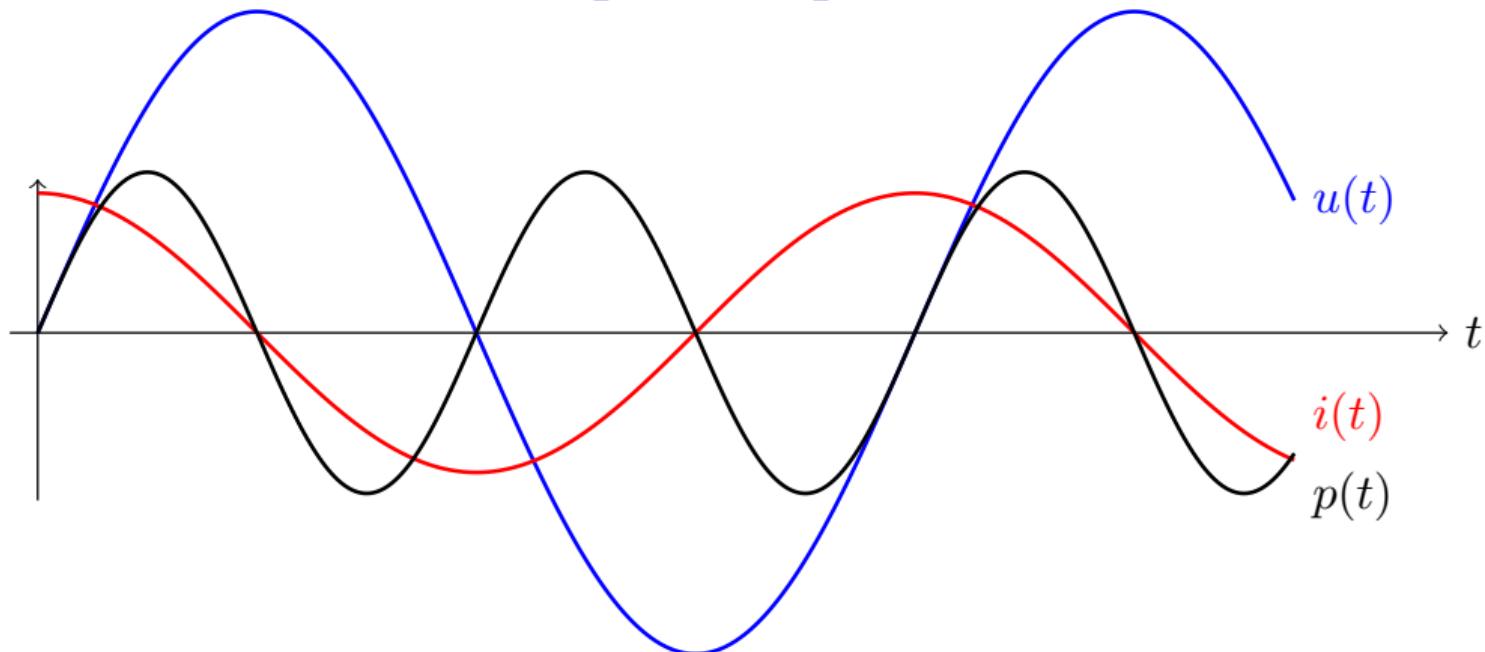
$$P = UI \cos \theta \xrightarrow{\theta=0} 0 \quad Q = UI \underbrace{\sin \theta}_{=-1}$$

$$p(t) = P \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q \cdot \sin(2\omega t)$$

$$\bar{Z}_C = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ \rightarrow \theta = -\frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} P = 0 \\ Q = -UI = -U^2\omega C = -\frac{I^2}{\omega C} \end{cases}$$

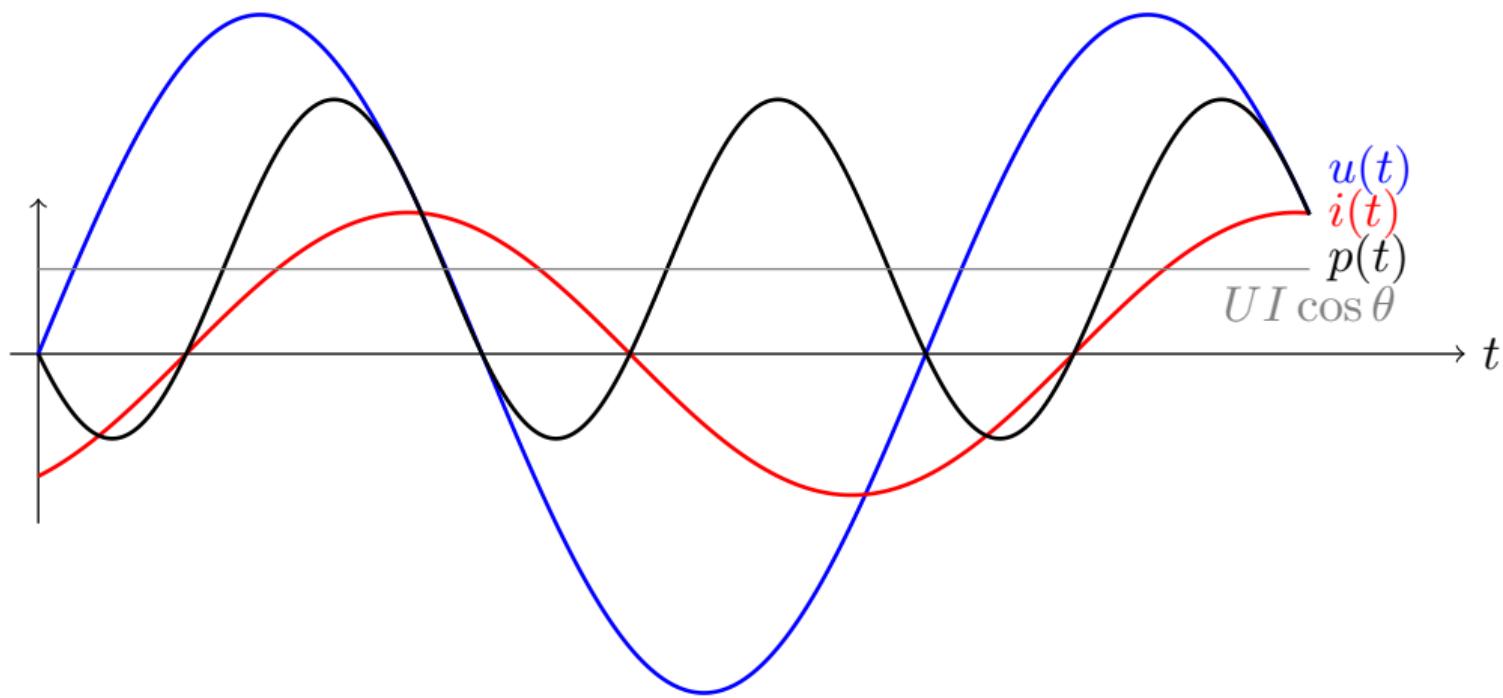
$$p(t) = Q \cdot \sin(2\omega t)$$

Potencia en CA, circuito capacitivo puro



- ▶ Fluctúa al **doble de frecuencia** que la tensión y corriente
- ▶ Pasa por los ceros de tensión y corriente
- ▶ Su valor medio es **nulo**

Potencia en CA, circuito inductivo con pérdidas (RL)



Triángulo de potencias

- ▶ Potencia **activa** [W]

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\theta) = R \cdot I^2$$

- ▶ Potencia **reactiva** [VAr]

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\theta) = X \cdot I^2$$

- ▶ Potencia **aparente** [VA]

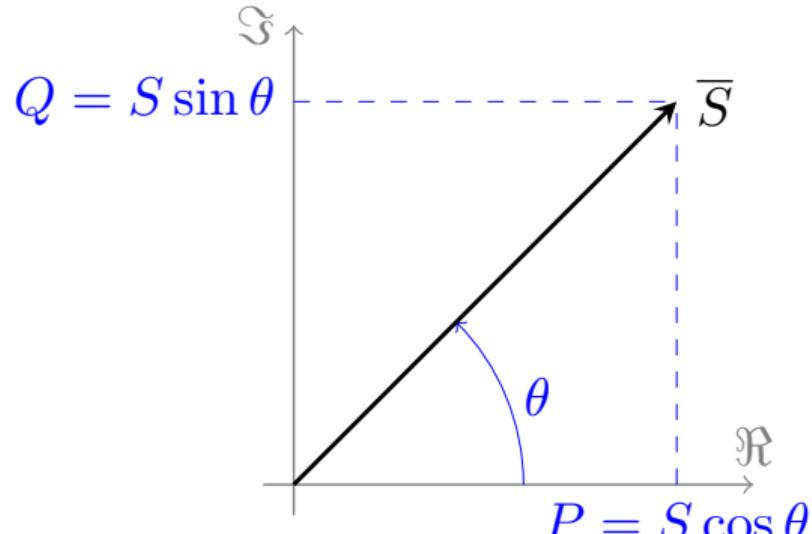
$$\bar{S} = P + jQ = \bar{U} \cdot \bar{I}^*$$

Demostración de la expresión para \bar{S} :

$$\bar{U} = U/\underline{0}$$

$$\bar{I} = I/\underline{-\theta} \quad (\text{circuito en retraso})$$

$$\begin{aligned}\bar{U} \cdot \bar{I}^* &= U/\underline{0} \cdot I/\underline{\theta} = UI/\underline{\theta} = \\ &= UI(\cos \theta + j \sin \theta) = P + jQ\end{aligned}$$



$$S = U \cdot I$$

$$\theta_S = \theta_Z = \theta$$

Triángulo de potencias

- ▶ Potencia **activa** [W]

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\theta) = R \cdot I^2$$

- ▶ Potencia **reactiva** [VAr]

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\theta) = X \cdot I^2$$

- ▶ Potencia **aparente** [VA]

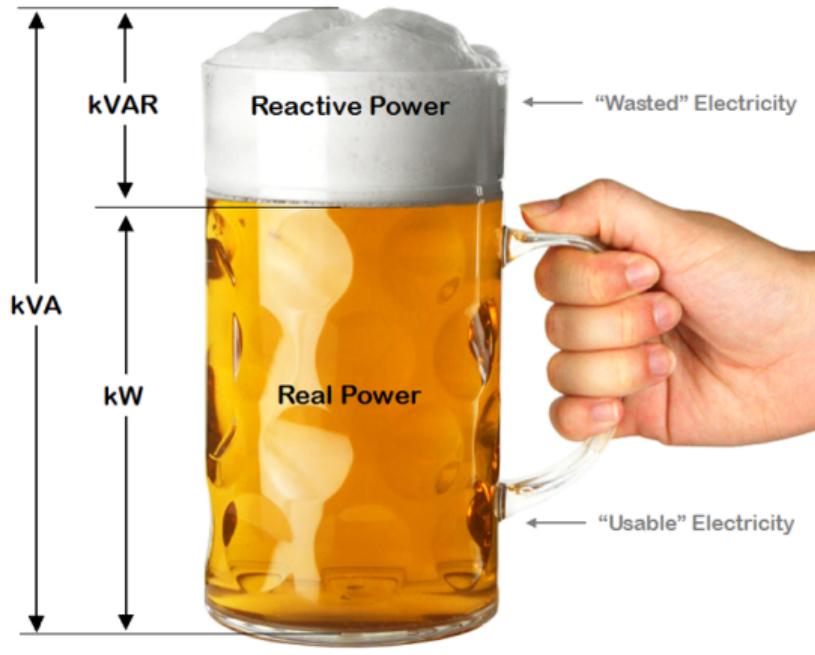
$$\bar{S} = P + jQ = \bar{U} \cdot \bar{I}^*$$

Demostración de la expresión para \bar{S} :

$$\bar{U} = U/\underline{0}$$

$$\bar{I} = I/\underline{-\theta} \quad (\text{circuito en retraso})$$

$$\begin{aligned}\bar{U} \cdot \bar{I}^* &= U/\underline{0} \cdot I/\underline{\theta} = UI/\underline{\theta} = \\ &= UI(\cos \theta + j \sin \theta) = P + jQ\end{aligned}$$



Teorema de Boucherot

En un circuito con múltiples elementos, la potencia aparente total es la **suma de las potencias aparentes individuales**

(la potencia activa/reactiva total es la **suma de las potencias activas/reactivas individuales**)

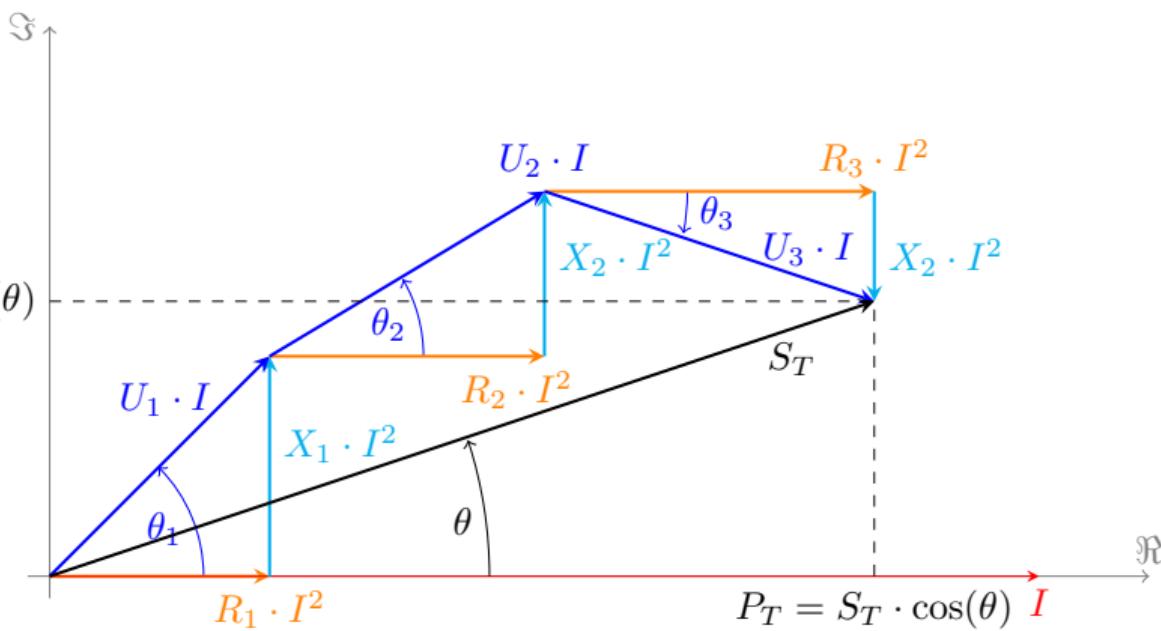
$$P_T + jQ_T = \sum_{i=1}^n (P_i + jQ_i)$$

$$\bar{S}_T = \sum_{i=1}^n \bar{S}_i$$

$$Q_T = S_T \cdot \sin(\theta)$$

$$P_T = \sum_{i=1}^n P_i$$

$$Q_T = \sum_{i=1}^n Q_i$$



$$P_T = S_T \cdot \cos(\theta) I$$

① Conceptos básicos

② Corriente alterna

Respuesta de elementos pasivos a excitación senoidal

Potencia en corriente alterna

Factor de potencia: importancia y mejora

③ Sistemas trifásicos

Factor de potencia

El factor de potencia (*f.d.p.*), $\cos(\theta)$, representa la aportación de potencia activa dentro de la potencia aparente:

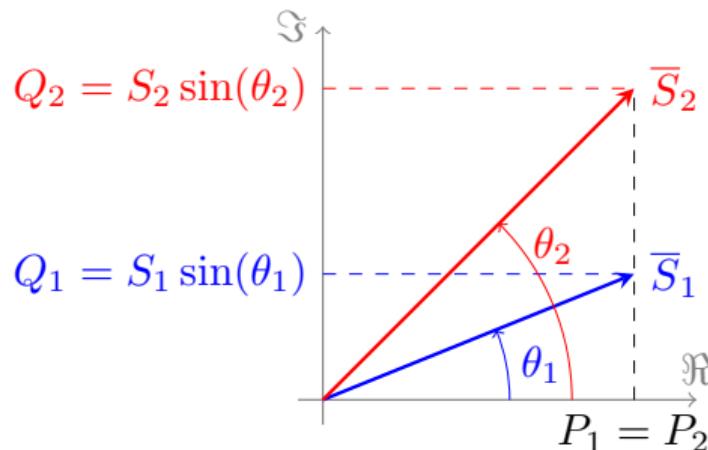
$$\cos(\theta) = \frac{P}{S}$$

Se dice que:

- ▶ *fdp en retraso* cuando el circuito tiene carácter inductivo (la intensidad va retrasada respecto a la tensión)
- ▶ *fdp en adelanto* cuando el circuito tiene carácter capacitivo (la intensidad va adelantada respecto a la tensión)

Factor de potencia: importancia y mejora

Sean dos sistemas con **misma tensión y potencia activa**, y factores de potencia $\cos \theta_2 < \cos \theta_1$ ($Q_2 > Q_1$)



- ▶ El sistema 2 requiere **mayor potencia aparente** (generador mayor) para alimentar la misma potencia activa:

$$\left(\frac{P}{\cos \theta_1} = S_1 \right) < \left(S_2 = \frac{P}{\cos \theta_2} \right)$$

- ▶ El sistema 2 requiere **mayor sección de cable** para transportar la misma potencia activa:

$$\left(\frac{P}{U \cos \theta_1} = I_1 \right) < \left(I_2 = \frac{P}{U \cos \theta_2} \right)$$

“Generación” local de reactiva

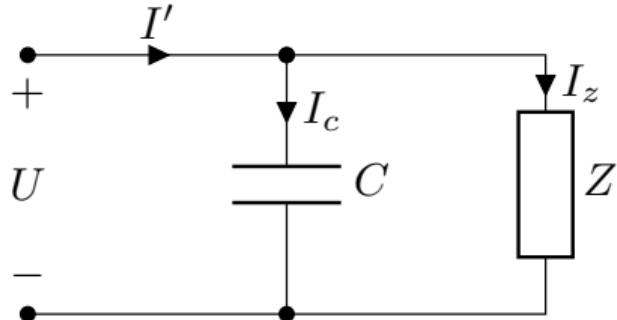
- ▶ Comúnmente, el factor de potencia es **inductivo** (máquinas eléctricas industriales)
- ▶ La red debe suministrar potencia reactiva inductiva (influye en secciones de líneas y tamaños de generadores → **mayor coste**)
- ▶ Es necesario mejorar **localmente** el factor de potencia

Solución común: utilizar **bancos de condensadores** como suministradores de Q

Cálculo de la capacidad para compensación de reactiva

Sea una carga de potencia activa P_z , potencia reactiva Q_z , factor de potencia $\cos \theta$

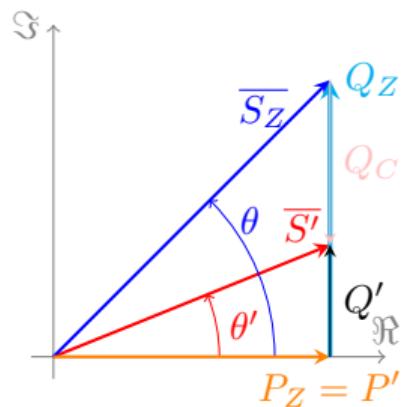
Se desea **mejorar el factor de potencia** a $\cos \theta' > \cos \theta$, manteniendo la potencia P_z



$$P' = P_z$$

$$Q' = Q_c + Q_z \quad (Q' < Q_z)$$

$$\bar{I}' = \bar{I}_c + \bar{I}_z \quad (I' < I_z)$$



$$Q_z = P_z \tan \theta$$

$$Q' = P_z \tan \theta'$$

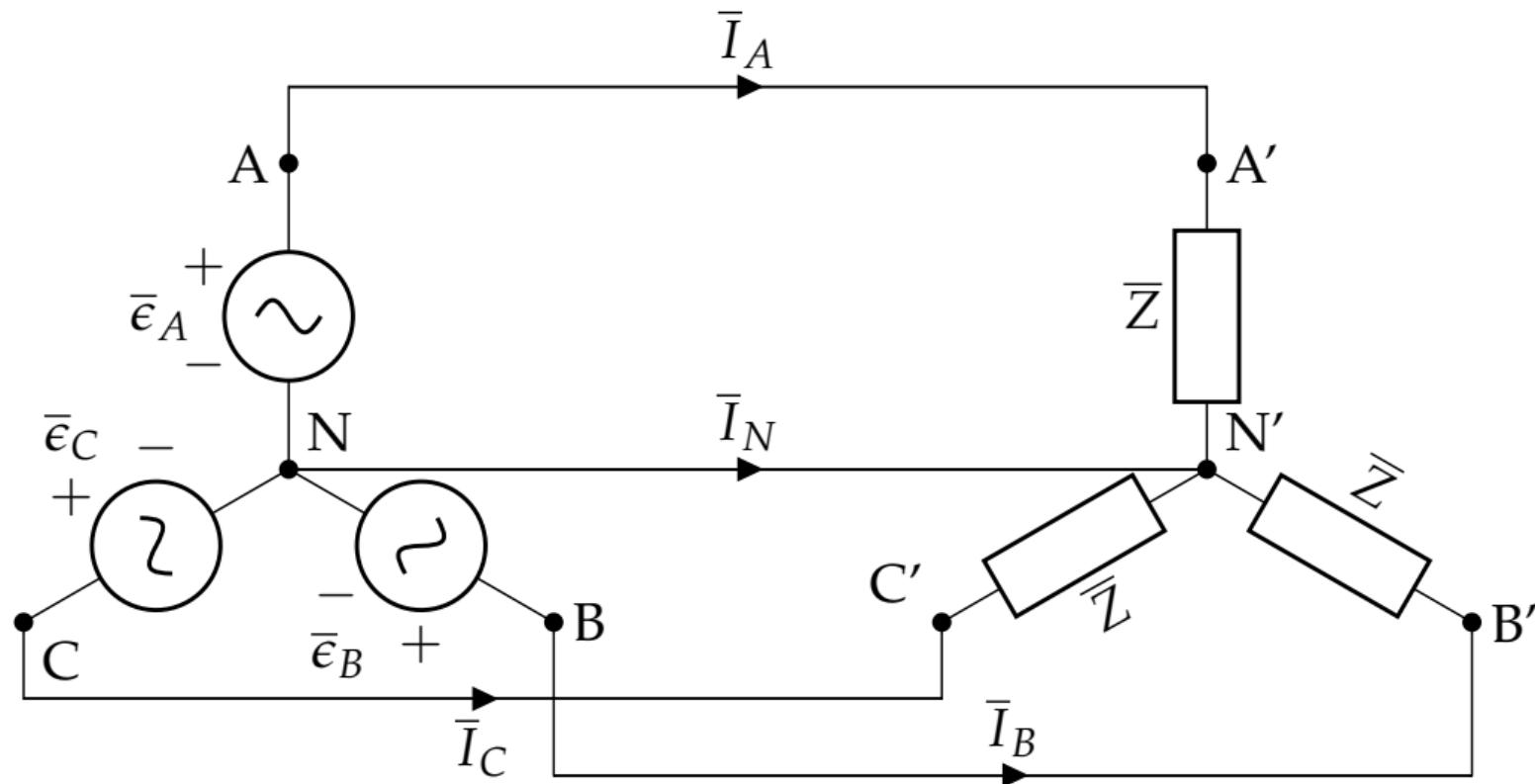
$$|Q_c| = Q_z - Q' = P_z(\tan \theta - \tan \theta')$$

$$|Q_c| = \underbrace{X_c \cdot I_c^2}_{= \frac{1}{\omega C}} = \omega C U^2 \rightarrow C = \boxed{\frac{P_z(\tan \theta - \tan \theta')}{\omega U^2}}$$

① Conceptos básicos

② Corriente alterna

③ Sistemas trifásicos



Motivación de los sistemas trifásicos

- ▶ En un sistema trifásico la **potencia instantánea es constante**, evitando vibraciones y esfuerzos en las máquinas
 - ▶ **Recordatorio:** en un sistema monofásico, la potencia instantánea es pulsante
 - ▶ La **masa de conductor necesaria** en un sistema trifásico **es un 25% inferior** que en un sistema monofásico para transportar la misma potencia
-

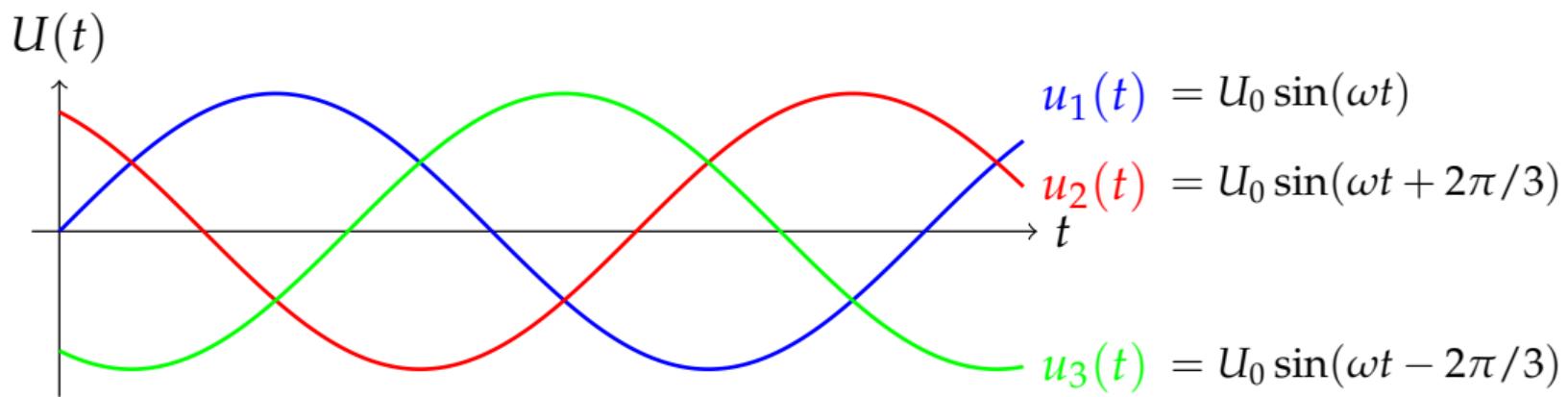
Por estas razones, se usan sistemas trifásicos en **generación, transporte y distribución de energía eléctrica**

(los sistemas monofásicos se utilizan en cargas domésticas y de baja potencia)

Ondas trifásicas

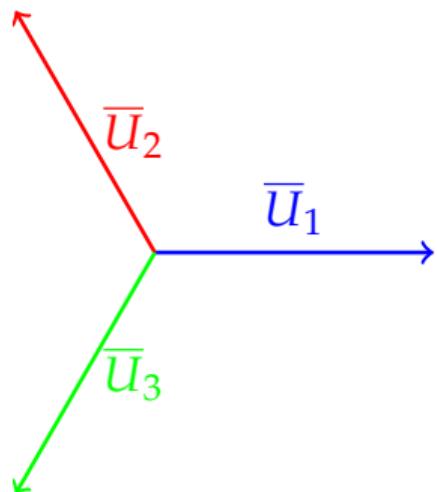
Para conseguir potencia constante, las ondas trifásicas deben cumplir:

- Mismo **desfase entre ellas** → el desfase debe ser de **120°**
- Igual **amplitud**



Fasores de un sistema trifásico

Usamos las mismas herramientas matemáticas que antes → **cálculo fasorial**



$$\bar{U}_1 = U \angle 0^\circ$$

$$\bar{U}_2 = U \angle 2\pi/3^\circ$$

$$\bar{U}_3 = U \angle -2\pi/3^\circ$$

① Conceptos básicos

② Corriente alterna

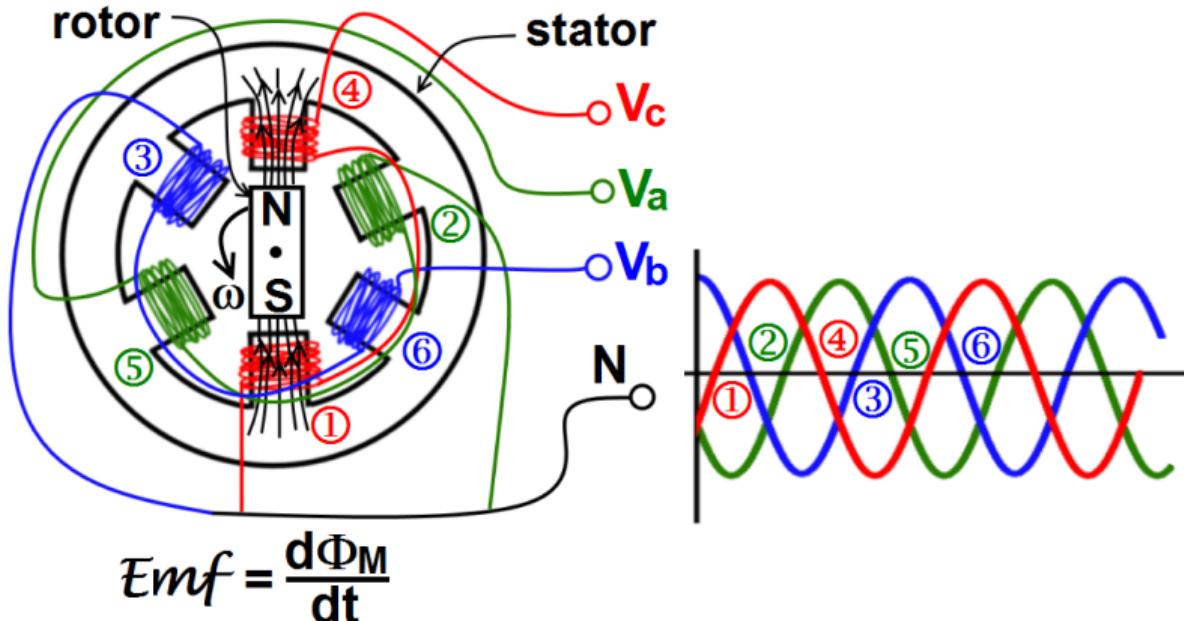
③ Sistemas trifásicos

Generador trifásico

Receptores trifásicos

Potencia en sistemas trifásicos

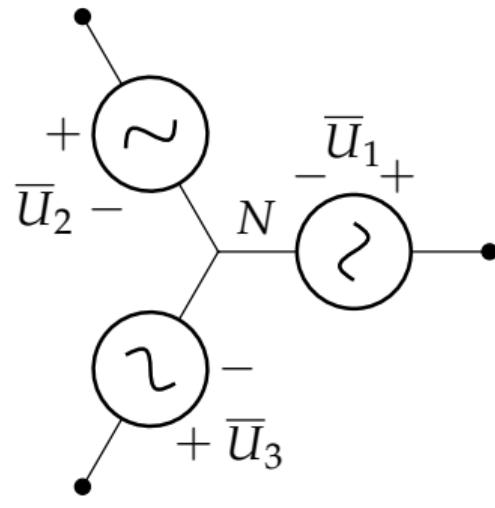
Generador trifásico



(clica en la imagen)

Conexión en estrella

- Punto común de la conexión estrella → **neutro, N**
- Potencial de N se toma como **referencia**



$$u_1(t) = U_0 \sin(\omega t)$$

$$\bar{U}_1 = U_0$$

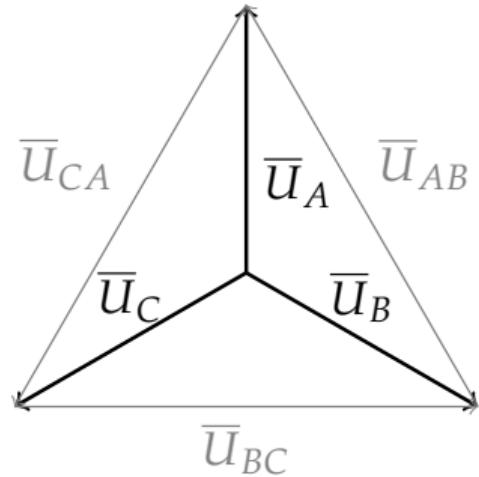
$$u_2(t) = U_0 \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

$$\bar{U}_2 = U_0/2\pi/3$$

$$u_3(t) = U_0 \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

$$\bar{U}_3 = U_0/-2\pi/3$$

Tensiones de fase y de línea



$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_f$$
$$\theta_L = \theta_f + 30^\circ$$

- ▶ Tensiones de **fase**: $U_A, U_B, U_C \equiv U_f$
(o tensiones **simples**, entre fase y neutro)
- ▶ Tensiones de **línea**: $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} \equiv U_L$
(o tensiones **compuestas**, entre dos conductores de línea)

$$\bar{U}_{AB} = \bar{U}_A - \bar{U}_B$$

$$\bar{U}_{BC} = \bar{U}_B - \bar{U}_C$$

$$\bar{U}_{CA} = \bar{U}_C - \bar{U}_A$$

$$\bar{U}_{AB} + \bar{U}_{BC} + \bar{U}_{CA} = 0$$

① Conceptos básicos

② Corriente alterna

③ Sistemas trifásicos

Generador trifásico

Receptores trifásicos

Potencia en sistemas trifásicos

Tipos de receptor

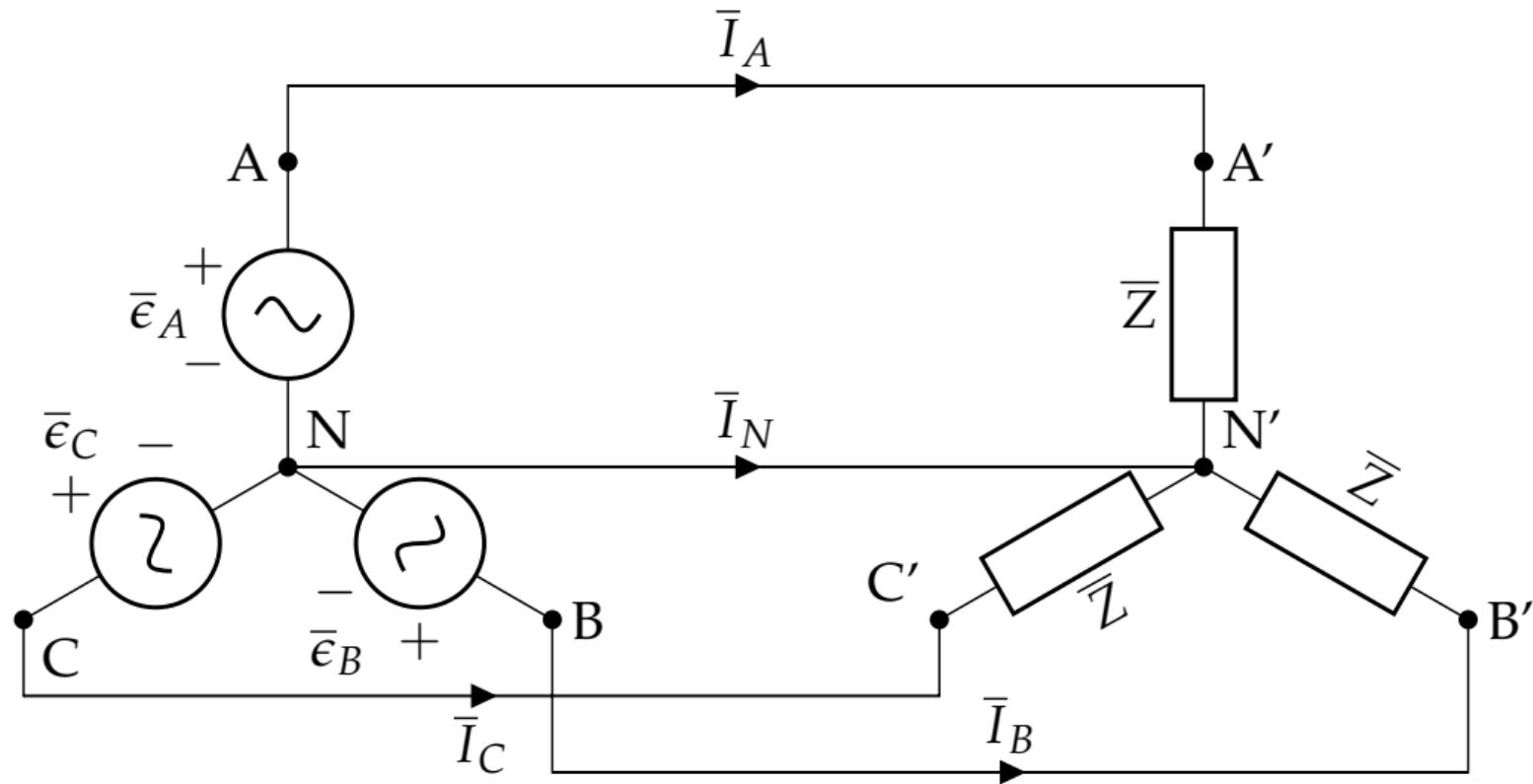
Según su **conexión**:

- ▶ **Estrella** (punto común)
- ▶ **Triángulo**

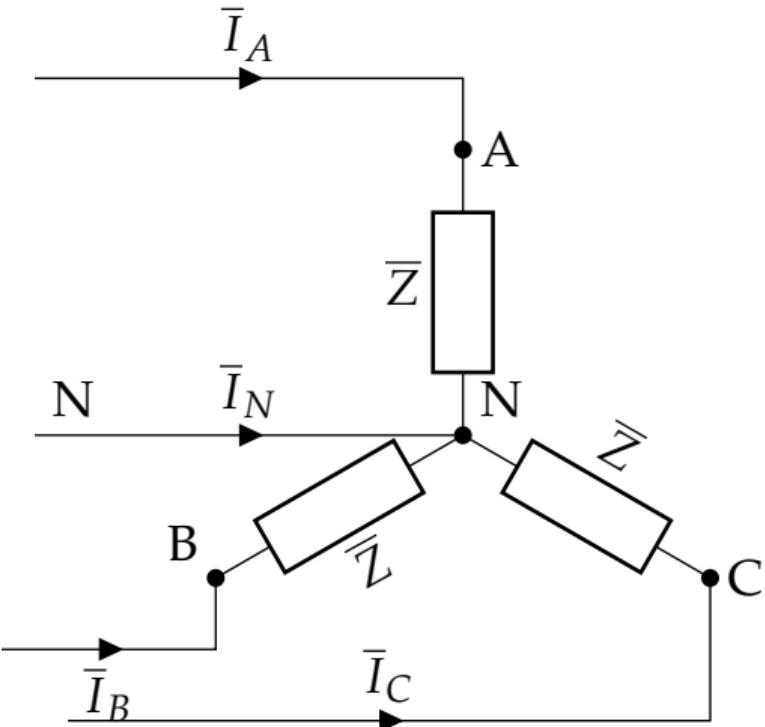
Según sus **impedancias**:

- ▶ **Equilibrado** (las tres impedancias son idénticas en módulo y fase)
- ▶ **Desequilibrado**

Receptor en estrella equilibrado, con neutro



Receptor en estrella equilibrado, con neutro



$$\bar{I}_A = \frac{\bar{U}_A}{\bar{Z}} = \frac{U_f}{Z} / 90^\circ - \theta$$

$$\bar{I}_B = \frac{\bar{U}_B}{\bar{Z}} = \frac{U_f}{Z} / -30^\circ - \theta$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{U}_C}{\bar{Z}} = \frac{U_f}{Z} / -150^\circ - \theta$$

$$I_A = I_B = I_C = \frac{U_f}{Z}$$

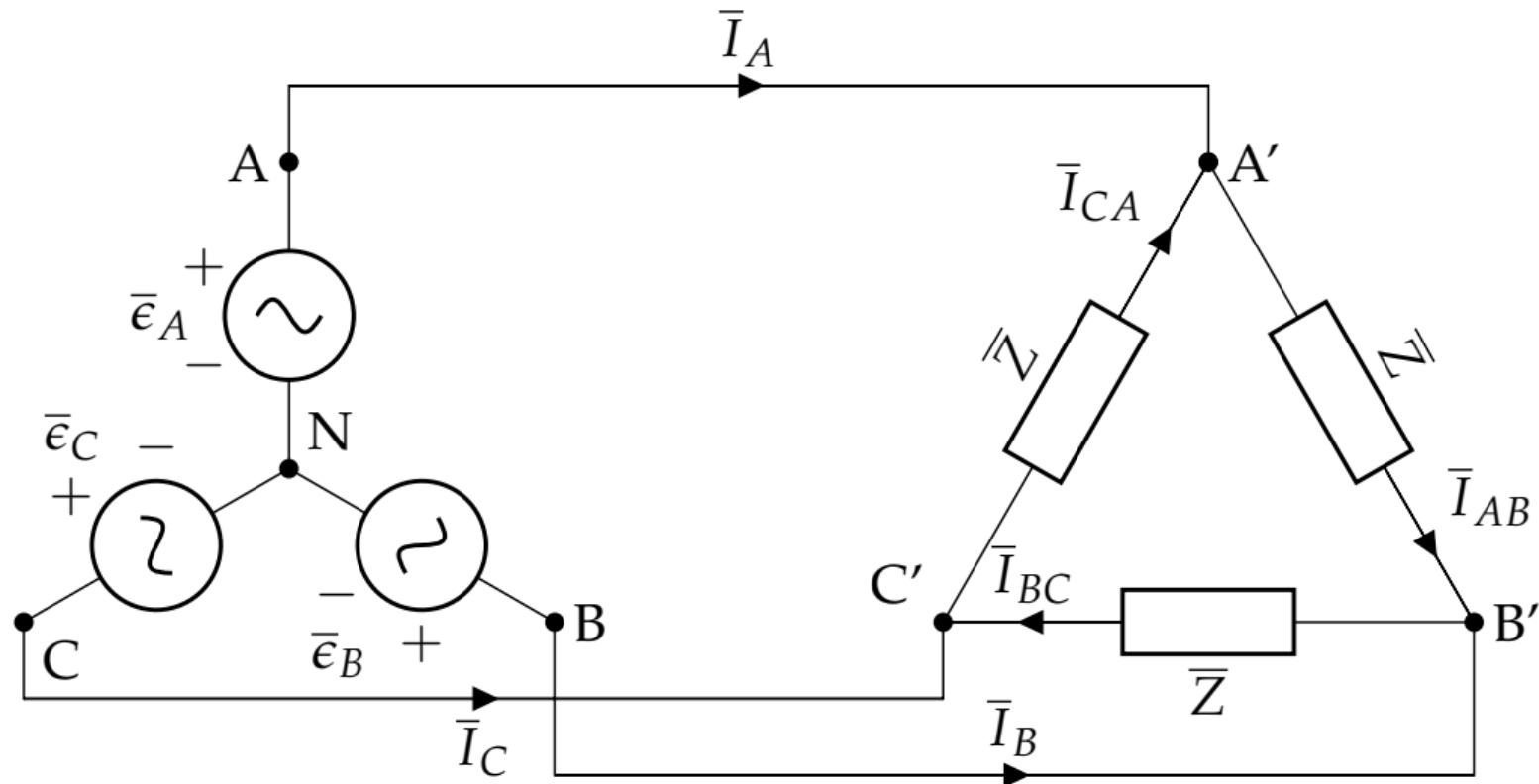
(en \prec , corriente de línea igual a la de fase)

Aplicando **1LK** en el punto común del receptor:

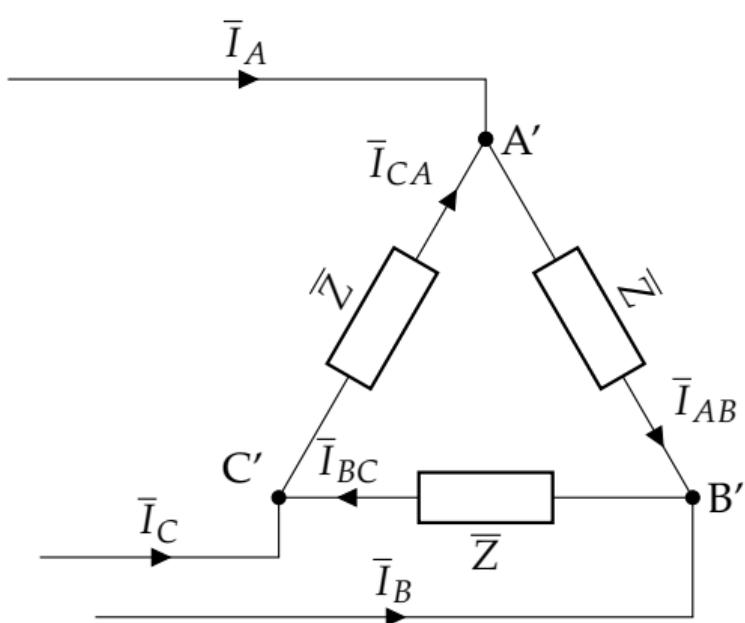
$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C + \bar{I}_N = 0$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\bar{I}_N = 0}$$

Receptor en triángulo equilibrado



Receptor en triángulo equilibrado



$$\bar{I}_{AB} = \frac{\bar{U}_{AB}}{\bar{Z}} = \frac{U_L}{Z} \angle 120^\circ - \theta$$

$$\bar{I}_{BC} = \frac{\bar{U}_{BC}}{\bar{Z}} = \frac{U_L}{Z} \angle 0^\circ - \theta$$

$$\bar{I}_{CA} = \frac{\bar{U}_{CA}}{\bar{Z}} = \frac{U_L}{Z} \angle -120^\circ - \theta$$

(en Δ , tensión de línea igual a la de fase)

Corriente de **fase**:

$$I_f = I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = \frac{U_L}{Z}$$

① Conceptos básicos

② Corriente alterna

③ Sistemas trifásicos

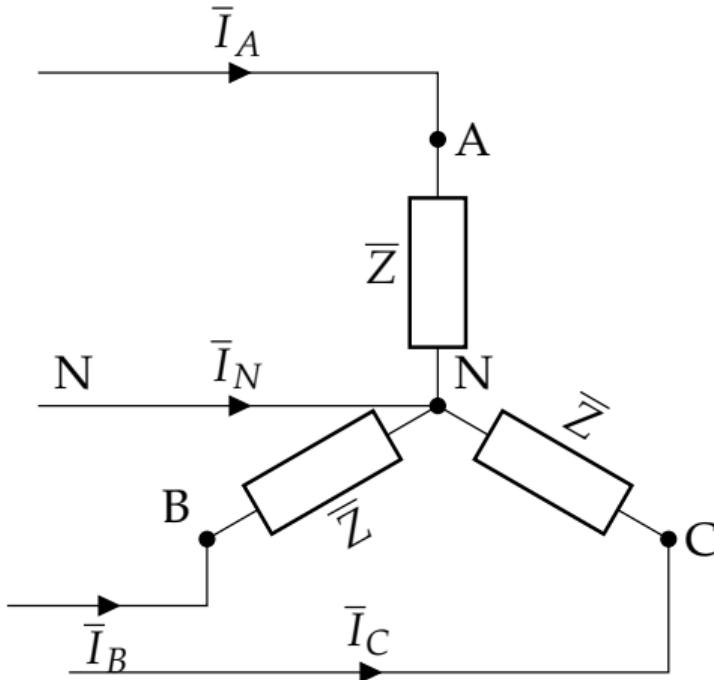
Generador trifásico

Receptores trifásicos

Potencia en sistemas trifásicos

Potencia: receptor en estrella equilibrado

Por el T^a de **Boucherot**:



$$P = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta)$$

$$Q = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta)$$

Relaciones en conexión \prec :

$$I_f = I_L$$

$$U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$$

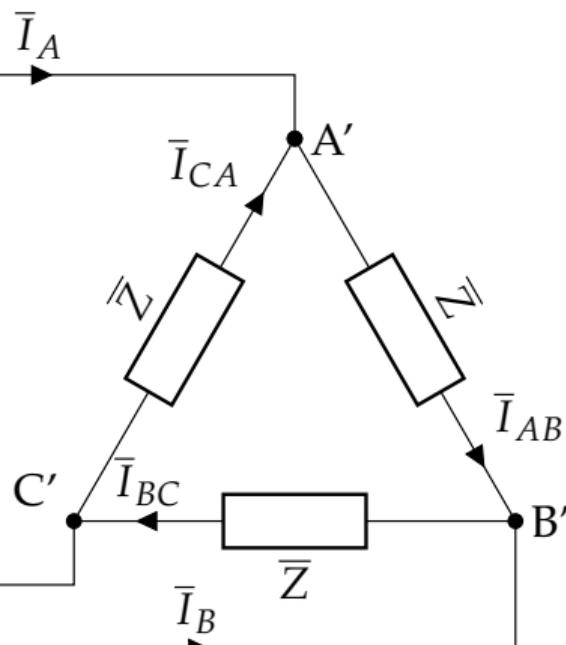
$$\textcolor{blue}{P} = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta)$$

$$\textcolor{blue}{Q} = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta)$$

$$\textcolor{blue}{S} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

Potencia: receptor en triángulo equilibrado

Por el T^a de **Boucherot**:



$$P = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta)$$

$$Q = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta)$$

Relaciones en conexión \triangle :

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

$$U_f = U_L$$

$$\textcolor{blue}{P} = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta)$$

$$\textcolor{blue}{Q} = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta)$$

$$\textcolor{blue}{S} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

(mismas expresiones que para λ equilibrado)