

Problema 1.

Una resistencia de $5\ \Omega$ y un condensador se unen en serie. La tensión en la resistencia es : $u_R(t) = 25 \cdot \sin(2000t + \pi/6)$. Si la corriente está adelantada 60° respecto de la tensión aplicada, ¿cuál es el valor de la capacidad C del condensador?.

$$\theta = \theta_V - \theta_I \rightarrow \theta = -\pi/3$$

$$\bar{Z} = R - j\frac{1}{\omega CR}$$

$$\tan \theta = -\frac{1}{\omega CR} \rightarrow \sqrt{3} = \frac{1}{10000C}$$

$$C = 100\sqrt{3}/3\ \mu\text{F}$$

Problema 2.

Para determinar las constantes R y L de una bobina, se conecta en serie con una resistencia de $25\ \Omega$ y al conjunto se le aplica una fuente de tensión de 120 V a 60 Hz , se miden las tensiones en bornes de la resistencia y de la bobina, dando los valores $U_R = 70.8\text{ V}$ y $U_B = 86\text{ V}$. ¿Cuáles son las constantes de la bobina en cuestión?

$$\bar{U} = \bar{U}_B + \bar{U}_R$$

$$\bar{U}_R = 25\bar{I} \rightarrow I = \frac{U_R}{25} = 2.83\text{ A}$$

$$\bar{Z}_B = R_B + j\omega L_B$$

$$\bar{U}_B = \bar{I} \cdot \bar{Z}_B \rightarrow 86 = 2,83Z_B \rightarrow Z_B = 30.37\ \Omega$$

$$\bar{Z} = (25 + R_B) + j\omega L_B$$

$$\bar{U} = \bar{I} \cdot \bar{Z} \rightarrow 120 = 2,83Z \rightarrow Z = 42.37\ \Omega$$

$$30,37 = \sqrt{R_B^2 + (\omega L_B)^2}$$

$$42,37 = \sqrt{(25 + R_B)^2 + (\omega L_B)^2}$$

$$R = 5\ \Omega$$

$$L = 79.5\text{ mH}$$

Problema 3.

Un circuito serie RLC con $R = 5\ \Omega$, $L = 0.02\text{ H}$ y $C = 80\ \mu\text{F}$, tiene aplicada una tensión senoidal de frecuencia variable. Determinar los valores de la pulsación ω para los cuales la corriente:

1. Adelanta 45° a la tensión.
2. Está en fase con ella.
3. Retrasa 45° .

$$\bar{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$\tan \theta = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = \frac{0,02\omega^2 - 12500}{5\omega}$$

1. Adelanta 45° a la tensión.

$$\theta = -\pi/4 \rightarrow \tan \theta = -1$$

$$\frac{0,02\omega^2 - 12500}{5\omega} = -1$$

$$\omega^2 + 250\omega - 625000 = 0 \rightarrow \boxed{\omega = 675\text{ rad s}^{-1}}$$

2. Está en fase con ella.

$$\theta = 0 \rightarrow \tan \theta = 0$$

$$0,02\omega = \frac{12500}{\omega}$$

$$\omega = 790.6\text{ rad s}^{-1}$$

3. Retrasa 45° .

$$\theta = +\pi/4 \rightarrow \tan \theta = +1$$

$$\frac{0,02\omega^2 - 12500}{5\omega} = 1$$

$$\omega^2 - 250\omega - 625000 = 0 \rightarrow \boxed{\omega = 925.4\text{ rad s}^{-1}}$$

Problema 4.

Determinar el triángulo de potencias de un circuito al que se le aplica una tensión $u(t) = 340 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$ V y circula una intensidad de corriente $i(t) = 13,3 \cdot \sin(\omega t - 48,7^\circ)$.

$$\bar{U} = 170\sqrt{2}/\underline{-60^\circ}$$

$$\bar{I} = 6,65\sqrt{2}/\underline{-48,7^\circ}$$

$$\bar{S} = \bar{U} \cdot \bar{I}^* = 2261/\underline{-11,3^\circ} \text{ VA}$$

$$P = S \cos \theta = 2217.17 \text{ W}$$

$$Q = S \sin \theta = -443.03 \text{ VA}_r$$

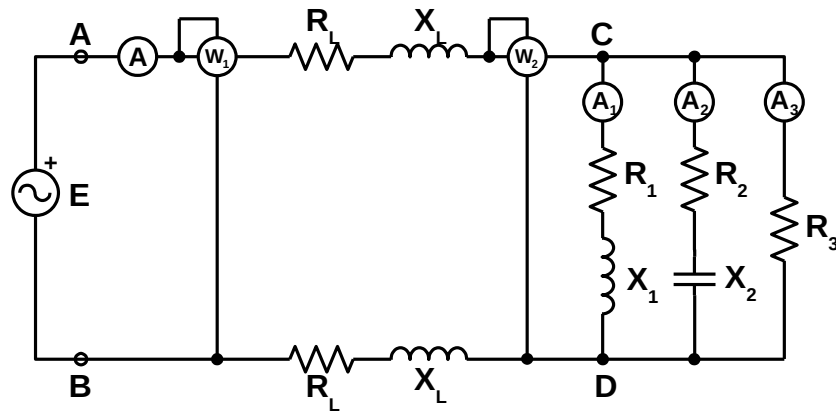
Problema 5.

En el esquema de la figura los elementos tienen los siguientes valores:

$$R_1 = R_2 = R_3 = 10 \, \Omega$$

$$X_1 = X_2 = 1 \, \Omega$$

$$R_L = X_L = 1 \, \Omega$$



Sabiendo que $V_{CD} = 200 \text{ V}$ se debe calcular:

1. Intensidades de corriente I , I_1 , I_2 e I_3 **en forma fasorial**, tomando V_{CD} como referencia de fase.

$$\bar{V}_{CD} = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{Z}_1 = 10 + j \, \Omega$$

$$\bar{Z}_2 = 10 - j \, \Omega$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{CD}}{\bar{Z}_1} = 19,8 - 1,98j \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{CD}}{\bar{Z}_2} = 19,8 + 1,98j \text{ A}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{V}_{CD}}{R_3} = 20 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 59,6 \angle 0^\circ \text{ A}$$

2. Lectura de los vatímetros W_1 y W_2 .

Calculamos con tensión y corriente:

$$\bar{S}_2 = \bar{V}_{CD} \cdot \bar{I}^* = 11920 \angle 0^\circ \text{ VA}$$

$$W_2 = \text{Re}\{\bar{S}_2\} = 11\,920 \text{ W}$$

O mediante teorema de Boucherot:

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 3959.6 \text{ W}$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 3959.6 \text{ W}$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = 4000 \text{ W}$$

$$W_2 = P = P_1 + P_2 + P_3 = 11\,919.2 \text{ W}$$

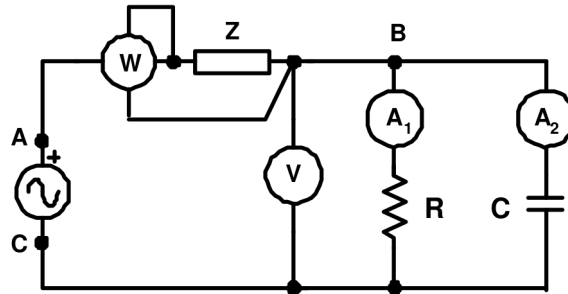
Para el vatímetro 1 hay que tener en cuenta la potencia disipada en la línea, y aplicar nuevamente el teorema de Boucherot.

$$P_l = 2 \cdot I^2 \cdot R_L = 7105.3 \text{ W}$$

$$W_1 = W_2 + P_l = 19\,026 \text{ W}$$

Problema 6.

En el circuito los amperímetros A_1 y A_2 marcan 4.5 A y 6 A, respectivamente; el voltímetro, 150 V y el vatímetro 900 W.



Sabiendo que la frecuencia del generador es de 250 Hz y el f.d.p. de la impedancia Z es de 0.8 en retraso, calcula:

1. Valores de R , C y Z en forma compleja.

$$R = \frac{U_{BC}}{A_1} = \frac{150}{4,5} = 33.3 \, \Omega$$

$$X_c = \frac{U_{BC}}{A_2} = \frac{150}{6} = 25 \, \Omega$$

$$C = \frac{1}{X_c \omega} = \frac{1}{25 \cdot 2\pi \cdot 250} = 25.46 \, \mu\text{F}$$

Tomando \bar{U}_{BC} como origen de fases, $\bar{U}_{BC} = 150 \angle 0 \, \text{V}$, obtenemos:

$$\bar{I}_1 = 4,5 \angle 0 \, \text{A}$$

$$\bar{I}_2 = 6 \angle \pi/2 \, \text{A}$$

Por tanto,

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = 4,5 + 6j \, \text{A} = 7,5 \angle 53,13^\circ \, \text{A}$$

El vatímetro está midiendo $P_Z = U_Z \cdot I \cos \theta_Z$, y por tanto:

$$U_Z = \frac{900}{7,5 \cdot 0,8} = 150 \, \text{V}$$

$$Z = \frac{U_Z}{I} = 20 \, \Omega$$

También puede obtenerse este resultado calculando primero la parte resistiva de la impedancia:

$$R_Z = \frac{P_Z}{I^2} = 16 \Omega$$

y a continuación el módulo teniendo en cuenta que $R = Z \cdot \cos \theta$:

$$Z = \frac{R}{\cos \theta} = \frac{16}{0,8} = 20 \Omega$$

Con su factor de potencia obtenemos el ángulo (teniendo en cuenta que es inductiva al ser en retraso), $\theta_Z = \arccos(0,8) = 36.87^\circ$:

$$\bar{Z} = 16 + 12j = 20 \angle 36,87^\circ \Omega$$

2. Tensión del generador.

$$\bar{U}_{AC} = \bar{U}_{AB} + \bar{U}_{BC}$$

$$\bar{U}_{AB} = \bar{Z} \cdot \bar{I} = 150 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$\bar{U}_{AC} = 150 + 150j = 150\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ V}$$

3. Triángulo de potencias totales en forma compleja.

Podemos calcular a partir de la tensión y la corriente:

$$\begin{aligned} \bar{S}_T &= \bar{U}_{AC} \bar{I}^* = \\ &= 150\sqrt{2} \angle 45^\circ \cdot 7,5 \angle -53.13^\circ = \\ &= 1591 \angle -8,13^\circ \text{ VA} = \\ &= 1575 - j225 \text{ VA} \end{aligned}$$

o mediante el teorema de Boucherot:

$$\begin{aligned} P_Z &= 900 \text{ W} \\ P_R &= 4,5^2 \cdot 33,3 = 675 \text{ W} \\ P &= P_Z + P_R = 1575 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_Z &= 7,5^2 \cdot 12 = 675 \text{ VA}_r \\ Q_c &= -6^2 \cdot 25 = -900 \text{ VA}_r \\ Q &= Q_Z + Q_c = -225 \text{ VA}_r \end{aligned}$$

Por tanto:

$$\bar{S} = P + jQ = 1575 - j225 \text{ VA}$$

Problema 7.

Un motor monofásico de $S = 10 \text{ kVA}$ y $\text{fdp} = 0,8$ está alimentado por una fuente de 230 V a $f = 50 \text{ Hz}$. Calcula:

1. El valor eficaz de la corriente absorbida por el motor.

$$\begin{aligned}\bar{S}_m &= \bar{V} \cdot \bar{I}^* \\ I &= \frac{10\,000}{230} = 43.5 \text{ A}\end{aligned}$$

2. La potencia aparente del generador. Suponemos línea ideal (sin pérdidas):

$$S_g = S_m = 10 \text{ kVA}$$

3. La capacidad del condensador necesario para compensar el factor de potencia a la unidad.

$$\begin{aligned}Q_m &= S \cdot \sin(\theta_m) = 6 \text{ kVA}_r \\ Q_c &= Q_m \\ C &= \frac{Q_m}{\omega \cdot V^2} = 361 \mu\text{F}\end{aligned}$$

4. El valor eficaz de la corriente absorbida por el conjunto condensador-motor.

$$\begin{aligned}Q' &= 0 \text{ VA}_r \\ S' &= P_m = 8 \text{ kVA} \\ I' &= \frac{S'}{\bar{V}} = 34.8 \text{ A}\end{aligned}$$

5. La potencia aparente del generador necesario una vez conectado el condensador del tercer apartado.

$$S'_g = S' = 8 \text{ kVA}$$

6. Compara de forma razonada los resultados de los apartados 4 y 5 con los valores calculados en los apartados 1 y 2.

La compensación de reactiva mediante la inserción del condensador ha reducido la corriente que circula por la línea y la potencia del generador en un 20 %.

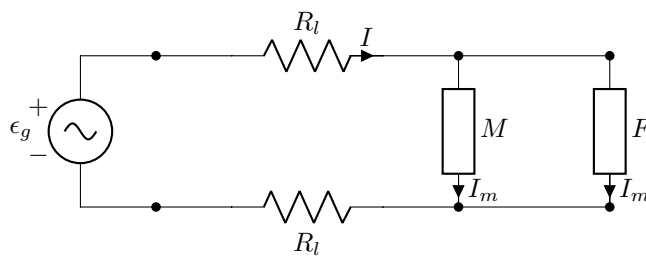
Problema 8.

Un generador de corriente alterna monofásica ($f = 50 \text{ Hz}$) alimenta a dos cargas a través de una línea de cobre. Esta línea, de resistividad $\rho = 0.017 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$, tiene una longitud de 40 m y una sección de 6 mm^2 . Las dos cargas, cuya tensión de alimentación es de 200 V, son:

1. Un motor de 7 kW con f.d.p. 0,7.
2. Un grupo de lámparas fluorescentes con potencia total 200 W y f.d.p. 0,5.

La resolución de este problema incluye:

1. Esquema del circuito señalando adecuadamente los elementos, corrientes y tensiones.



2. Potencias activa, reactiva y aparente de cada carga.

$$P_M = 7000 \text{ W}$$

$$Q_M = 7141.4 \text{ VA}_r$$

$$S_M = 10\,000 \text{ VA}$$

$$P_F = 200 \text{ W}$$

$$Q_F = 346.4 \text{ VA}_r$$

$$S_F = 400 \text{ VA}$$

3. Valor eficaz de las corrientes en cada carga, y de la corriente total.

$$I_M = S_M / V = 50 \text{ A}$$

$$I_F = S_F / V = 2 \text{ A}$$

Por teorema de Boucherot la potencia total en cargas es:

$$P_T = 7200 \text{ W}$$

$$Q_T = 7487.8 \text{ VA}_r$$

$$S_T = 10\,387.9 \text{ VA}$$

Y, por tanto, la corriente total es:

$$I = S_T / V = 51.9 \text{ A}$$

4. Potencia activa y reactiva entregada por el generador. La resistencia de la línea (una resistencia por cada conductor) es:

$$R_L = \rho L / S = 0.113 \Omega$$

La potencia activa disipada en la línea es:

$$P_L = 2 \cdot I^2 R_L = 611.48 \text{ W}$$

Por tanto, la potencia entregada por el generador es:

$$P_g = P_L + P_T = 7811.5 \text{ W}$$

$$Q_g = Q_T = 7487.8 \text{ VA}_r$$

$$S_g = 10\,820.7 \text{ VA}$$

5. Valor eficaz de la tensión en bornes del generador.

$$V_g = S_g / I = 208.3 \text{ V}$$

6. Capacidad necesaria a instalar en bornes de las cargas para mejorar el factor de potencia de las mismas a la unidad.

$$C = \frac{Q_t}{\omega V^2} = 595.9 \mu\text{F}$$

7. Valor eficaz de la tensión en bornes del generador, y potencia aparente entregada por el mismo una vez instalada la capacidad determinada en el apartado anterior.

Una vez instalado este condensador, la corriente total en las cargas es:

$$I' = P_T / V = 36 \text{ A}$$

La potencia disipada en la línea es ahora:

$$P'_L = 2 \cdot I'^2 R_L = 293.8 \text{ W}$$

Y la potencia entregada por el generador es:

$$P'_g = 7493.8 \text{ W}$$

$$Q'_g = 0 \text{ VA}_r$$

$$S'_g = 7493.8 \text{ VA}$$

Por tanto, la tensión en bornes del generador es:

$$V'_g = S'_g / I' = 208.2 \text{ V}$$

Problema 9.

Un generador de corriente alterna ($f = 50 \text{ Hz}$) alimenta una instalación eléctrica a través de una línea de cobre ($\rho = 0.017 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$) de 25 mm^2 de sección. La instalación eléctrica está compuesta por un motor de $S_m = 10 \text{ kVA}$ y $\text{fdp} = 0,8$, una instalación de alumbrado fluorescente de $P_f = 800 \text{ W}$ y $\text{fdp} = 0,9$, y diversas cargas electrónicas con una potencia conjunta $P_e = 540 \text{ W}$ y $\text{fdp} = 0,5$ en retraso.

Suponiendo que las cargas trabajan a su tensión nominal de 230 V y que están situadas a 100 m del generador, calcule:

1. Triángulo de potencias total de las cargas (P_T , Q_T , S_T) y factor de potencia.

Motor:

$$P_m = 8000 \text{ W}$$
$$Q_m = 6000 \text{ VA}_r$$

Alumbrado

$$P_f = 800 \text{ W}$$
$$Q_f = 387.5 \text{ VA}_r$$

Cargas Electrónicas

$$P_e = 540 \text{ W}$$
$$Q_e = 935.3 \text{ VA}_r$$

Total (Teorema de Boucherot)

$$P_T = P_m + P_f + P_e = 9340 \text{ W}$$
$$Q_T = Q_m + Q_f + Q_e = 7322.8 \text{ VA}_r$$

Por tanto, $S_T = 11\,868.4 \text{ VA}$ y $\text{fdp}_T = 0,787$.

2. Valor eficaz de la corriente que circula por la línea.

$$I = \frac{S_T}{U} = \frac{11868,4}{230} = 51.6 \text{ A}$$

3. Potencia disipada en la línea.

$$R = 0.068 \Omega$$
$$P_L = 2 \cdot I^2 \cdot R = 362.1 \text{ W}$$

4. Triángulo de potencias del generador (P_g , Q_g , S_g) y factor de potencia.

$$\begin{aligned}P_g &= P_T + P_L = 9702.1 \text{ W} \\Q_g &= Q_T = 7322.8 \text{ VA}_r \\S_g &= 12\,155.4 \text{ VA} \\f_{dp} &= 0.798\end{aligned}$$

5. Valor eficaz de la tensión de salida del generador.

$$U_g = \frac{S_g}{I} = 235.6 \text{ V}$$

6. Capacidad del banco de condensadores a instalar en bornes de la carga necesario para reducir la corriente que circula por la línea a un valor de 45 A.

Si la corriente en línea se reduce a 45 A la potencia aparente resultante en cargas (incluyendo al condensador) es $S'_T = 230 \cdot 45 = 10\,350 \text{ VA}$. Por tanto, $Q'_T = 4459.5 \text{ VA}_r$. Así, es necesario instalar un banco de condensadores que aporte $Q_c = Q_T - Q'_T = 2863.3 \text{ VA}_r$.

$$C = \frac{Q_c}{\omega U^2} = 172.3 \mu\text{F}$$

Independientemente del resultado obtenido, suponga que la capacidad instalada es $C = 172 \mu\text{F}$. En estas condiciones, calcule:

7. Potencia aparente de las cargas (incluyendo al banco de condensadores)

$$S'_T = \sqrt{P_T^2 + Q'^2_T} = 10\,350.1 \text{ VA}$$

8. Valor eficaz de la corriente que circula por la línea y potencia disipada en la misma.

$$I' = \frac{S'_T}{U} = 45 \text{ A}$$

$$P'_L = 2 \cdot I'^2 \cdot R = 275.4 \text{ W}$$

9. Triángulo de potencias del generador y factor de potencia.

$$\begin{aligned}P'_g &= P_T + P'_L = 9615.4 \text{ W} \\Q'_g &= Q'_T = 4459.5 \text{ VA}_r \\S'_g &= 10\,599.2 \text{ VA}\end{aligned}$$

10. Tensión de trabajo del generador.

$$U'_g = \frac{S'_g}{I'} = 235.5 \text{ V}$$

Problema 10.

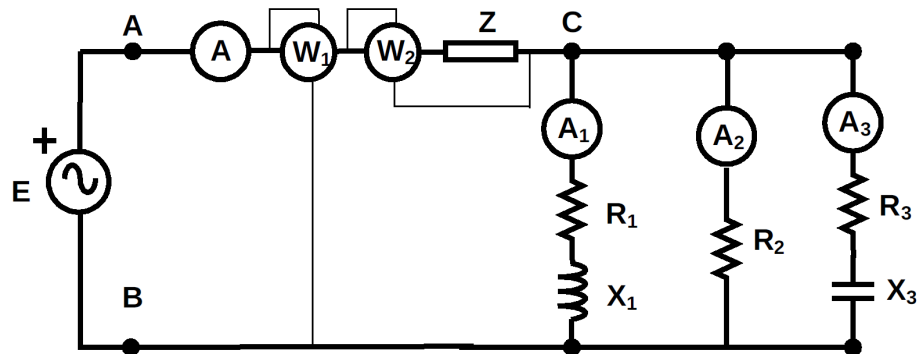
El circuito de la figura tiene carácter inductivo. La impedancia de línea es $Z = 10\sqrt{2}\Omega$ con f.d.p. $\sqrt{2}/2$ en retraso.

Se debe calcular:

- (1p.) Potencia activa y reactiva consumida por Z .
- (3p.) Expresiones complejas de las intensidades medidas por los amperímetros, I , I_1 , I_2 e I_3 .
- (3p.) Expresiones complejas de las tensiones U_{AB} , U_{AC} y U_{CB} .
- (3p.) Valores de R_1 , X_1 , R_2 , R_3 y X_3 .

Datos:

- Tómesese como referencia de fases la intensidad total, I .
- $A = 5\sqrt{5}\text{ A}$.
- $A_1 = 5\sqrt{2}\text{ A}$.
- $A_2 = 5\text{ A}$.
- $A_3 = \sqrt{10}\text{ A}$.
- $U_{AB} = 247\text{ V}$
- $W_1 = 2350\text{ W}$
- $R_1 = R_3$



Dado que disponemos de la potencia y corriente total y la tensión a la entrada, podemos calcular el factor de potencia del circuito:

$$\cos \phi = \frac{P_1}{U_{AB}I} = 0,851$$

Teniendo en cuenta que la corriente total es la referencia de fases,

$$\bar{U}_{AB} = 247/\underline{31,68^\circ}\text{ V}$$

También podemos calcular la potencia reactiva del circuito (positiva dado que el circuito es inductivo):

$$Q = P \tan \phi = 1450.4 \text{ VAr}$$

En cuanto a la impedancia Z , sabemos que la tensión en sus bornes es:

$$\bar{U}_{AC} = \bar{I} \cdot \bar{Z} = 5\sqrt{5}/0^\circ \cdot 10\sqrt{2}/45^\circ = 50\sqrt{10}/45^\circ \text{ V}$$

Se cumple que $\bar{U}_{AB} = \bar{U}_{AC} + \bar{U}_{CB}$, y por tanto:

$$\bar{U}_{CB} = 100/10,3^\circ \text{ V}$$

Por otra parte, podemos descomponer esta impedancia en:

$$R = Z \cdot \cos \phi_Z = 10 \Omega$$

$$X = Z \cdot \sin \phi_Z = 10 \Omega$$

y por tanto,

$$P_z = I^2 \cdot R_z = 1250 \text{ W}$$

$$Q_z = I^2 \cdot X_z = 1250 \text{ VAr}$$

Aplicando el teorema de Boucherot podemos calcular la potencia activa y la potencia reactiva del circuito paralelo:

$$P_{CB} = P - P_z = 1100 \text{ W}$$

$$Q_{CB} = Q - Q_z = 200 \text{ VAr}$$

$$\bar{S}_{CB} = P_{CB} + iQ_{CB} = 1118,03/10,3^\circ \text{ VA}$$

Podemos comprobar que estos resultados son coherentes con los resultados anteriores usando $\bar{S}_{CB} = \bar{U}_{CB} \cdot \bar{I}^*$.

Ahora podemos obtener R_2 , Z_1 y Z_3 :

$$R_2 = \frac{U_{CB}}{I_2} = 20 \Omega$$

$$Z_1 = \frac{U_{CB}}{I_1} = 10\sqrt{2} \Omega$$

$$Z_3 = \frac{U_{CB}}{I_3} = 10\sqrt{10} \Omega$$

Con los valores de Z_1 y Z_3 podemos escribir:

$$Z_1^2 = R_1^2 + X_1^2 = 200$$

$$Z_3^2 = R_3^2 + X_3^2 = 1000$$

Por otra parte, la potencia activa del circuito paralelo es:

$$P_{CB} = P_1 + P_2 + P_2 = 1100 \text{ W}$$

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 50 \cdot R_1$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 500 \text{ W}$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = 10 \cdot R_3$$

Por tanto,

$$R_1 = R_3 = 10 \Omega$$

Con este resultado, teniendo en cuenta el módulo de Z_1 y Z_3 , podemos calcular las reactancias respectivas.

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$X_1 = 10 \Omega$$

$$\bar{Z}_1 = 10 + 10i = 10\sqrt{2}/\underline{45^\circ} \Omega$$

$$R_3 = 10 \Omega$$

$$X_3 = 30 \Omega$$

$$\bar{Z}_3 = 10 - 30i = 10\sqrt{10}/\underline{-71,56^\circ} \Omega$$

Podemos comprobar que estas soluciones concuerdan con la potencia reactiva de cada impedancia y con la total.

$$Q_1 = I_1^2 \cdot X_1 = 500 \text{ VAR}$$

$$Q_3 = -I_3^2 \cdot X_3 = -300 \text{ VAR}$$

$$Q_{CB} = Q_1 + Q_3 = 200 \text{ VAR}$$

Con estos resultados, recordando que $\bar{U}_{CB} = 100/\underline{10,3^\circ}$ podemos calcular las corrientes en forma compleja:

$$\bar{I}_1 = 5\sqrt{2}/\underline{-34,7^\circ} \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = 5/\underline{10,3^\circ} \text{ A}$$

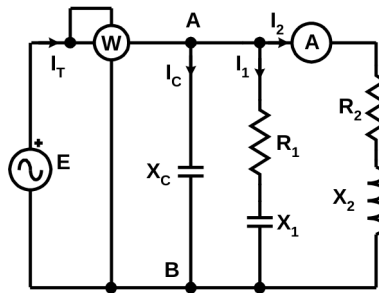
$$\bar{I}_3 = \sqrt{10}/\underline{81,9^\circ} \text{ A}$$

Para terminar, podemos comprobar que $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$.

Problema 11.

En el circuito de la figura, el vatímetro marca 300 W y el amperímetro $\sqrt{2}$ A. Se sabe que $X_C = 400 \Omega$, y $X_1 = R_1 = 2 \cdot X_2$. La fuente que alimenta el circuito es $e(t) = 200\sqrt{2} \sin(\omega t)$. Sabiendo que el factor de potencia del circuito es la unidad, calcula:

1. Valores de R_1 , R_2 , X_1 , X_2 .
2. Corrientes I , I_c , I_1 , e I_2 en forma fasorial.



Pasamos a fasores:

$$\bar{E} = 200\angle 0^\circ \text{ V}$$

Además de la tensión a la entrada, conocemos la lectura del vatímetro, y el factor de potencia del circuito. Podemos, por tanto, calcular la corriente total:

$$I = \frac{P}{E \cos \theta} = \frac{300}{200} = 1.5 \text{ A}$$

Dado que $\cos \theta = 1$ y $\theta_V = 0^\circ$, $\bar{I} = 1.5\angle 0^\circ \text{ A}$.

Con la tensión del generador podemos calcular la corriente del condensador:

$$I_c = \frac{V_{AB}}{X_c} = 0.5 \text{ A} \rightarrow \bar{I}_c = 0.5\angle \pi/2 \text{ A}$$

Para las dos ramas siguientes podemos plantear las siguientes ecuaciones:

$$\bar{V}_{AB} = \bar{Z}_1 \cdot \bar{I}_1 = (R_1 - jX_1) \cdot \bar{I}_1$$

$$\bar{V}_{AB} = \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_2 = (R_2 + jX_2) \cdot \bar{I}_2$$

Empleando la equivalencia del enunciado, $X_1 = R_1 = 2 \cdot X_2$:

$$200\angle 0^\circ \text{ V} = 2X_2 \cdot (1 - j) \cdot \bar{I}_1$$

$$200\angle 0^\circ \text{ V} = (R_2 + jX_2) \cdot \bar{I}_2$$

El módulo de la primera ecuación nos proporciona una primera relación útil:

$$200 = 2\sqrt{2}X_2I_1$$

Por otra parte, mediante el teorema de Boucherot podemos escribir:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$$
$$Q = -I_c^2 X_c - I_1^2 X_1 + I_2^2 X_2$$

Sustituyendo valores y empleando la relación $X_1 = R_1 = 2X_2$:

$$300 = 2I_1^2 X_2 + 2R_2$$
$$0 = -1/4 \cdot 400 - 2I_1^2 X_2 + 2X_2$$

La última ecuación podemos reescribirla como:

$$50 = X_2 \cdot (1 - I_1^2)$$

Teniendo en cuenta la relación entre X_2 e I_1 que hemos obtenido antes:

$$50 = X_2 \cdot (1 - I_1^2)$$
$$200 = 2\sqrt{2}X_2 I_1$$

que desemboca en la ecuación:

$$\sqrt{2}I_1^2 + I_1 - \sqrt{2} = 0 \rightarrow I_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ A}$$

y, por tanto:

$$X_2 = 100 \Omega$$
$$X_1 = 200 \Omega$$
$$R_1 = 200 \Omega$$

Para obtener el valor de R_2 recuperamos la ecuación de la potencia activa:

$$300 = 2I_1^2 X_2 + 2R_2 \rightarrow R_2 = 100 \Omega$$

Finalmente, para obtener los fasores de las corrientes I_1 e I_2 recuperamos las ecuaciones de las dos ramas sustituyendo los valores obtenidos:

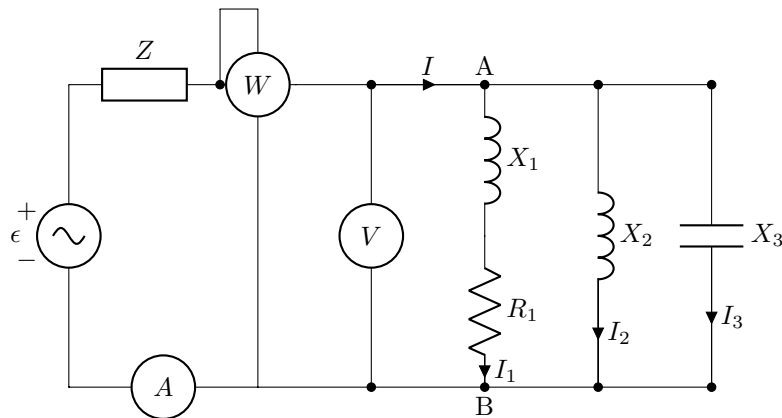
$$200\angle 0^\circ \text{ V} = (200 - j200) \cdot \bar{I}_1$$
$$200\angle 0^\circ \text{ V} = (100 + j100) \cdot \bar{I}_2$$

$$\bar{I}_1 = \sqrt{2}/2\angle 45^\circ \text{ A}$$
$$\bar{I}_2 = \sqrt{2}/\angle -45^\circ \text{ A}$$

Problema 12.

La potencia reactiva del circuito de la figura es 80 VA_r de tipo capacitivo. La tensión en la impedancia Z está en fase con la intensidad I_1 y las lecturas de los aparatos son $A = 4 \text{ A}$, $V = 50 \text{ V}$, $W = 200 \text{ W}$. Sabiendo que $R_1 = 10 \Omega$ y $X_2 = 50 \Omega$, calcula:

1. Las corrientes I_1 , I_2 , I_3 en forma fasorial.
2. Las reactancias X_1 , X_3 , y la impedancia \bar{Z} .
3. La fuerza electromotriz \bar{E} .



El vatímetro está midiendo la potencia activa del circuito paralelo conectado entre A y B. El único elemento que consume potencia activa en ese circuito es la resistencia R_1 . Por tanto,

$$P_{R1} = 200 = I_1^2 R_1 \rightarrow I_1 = 2\sqrt{5} \text{ A}$$

Dado que conocemos la tensión entre A y B, podemos determinar la impedancia de la rama 1:

$$Z_1 = \frac{V_{AB}}{I_1} = 5\sqrt{5} \Omega$$

y, por tanto, obtenemos X_1 :

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} \rightarrow X_1 = 5 \Omega$$

$$\bar{Z}_1 = 10 + j5 = 5\sqrt{5} / \underline{26,56^\circ} \Omega$$

Usando la tensión V_{AB} como referencia de fases podemos calcular el ángulo de la corriente I_1 :

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{AB}}{\bar{Z}_1} = 2\sqrt{5} / \underline{-26,56^\circ} \text{ A}$$

De la misma forma podemos calcular la corriente I_2 :

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{AB}}{jX_2} = 1/\underline{-90^\circ} \text{ A}$$

De la rama 3 no tenemos información directa, luego debemos obtener información del conjunto para aplicarla a esta rama. En particular, del circuito AB conocemos la tensión, la corriente y la potencia, luego podemos obtener su factor de potencia:

$$\cos \theta_{AB} = \frac{P_{AB}}{I \cdot V_{AB}} = 1$$

Por tanto,

$$\begin{aligned} Q_{AB} &= 0 \\ \bar{I} &= 4/\underline{0^\circ} \text{ A} \end{aligned}$$

Gracias a este último resultado podemos obtener la corriente en la rama 3:

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 \rightarrow \bar{I}_3 = 3/\underline{\pi/2} \text{ A}$$

Aplicamos el teorema de Boucherot para obtener reactancia de la rama 3:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \\ Q_1 &= I_1^2 X_1 = 100 \text{ VA}_r \\ Q_2 &= I_2^2 X_2 = 50 \text{ VA}_r \\ Q_3 &= -I_3^2 X_3 \end{aligned}$$

Por tanto,

$$Q_3 = -150 \text{ VA}_r \rightarrow X_3 = \frac{50}{3} \Omega$$

Para determinar \bar{Z} tenemos en cuenta que la potencia reactiva total es 80 VA_r de tipo capacitivo y que $Q_{AB} = 0 \text{ VA}_r$:

$$Q = Q_Z + Q_{AB} \rightarrow Q_Z = -80 \text{ VA}_r$$

Por tanto:

$$X_Z = \frac{|Q_Z|}{I^2} = 5 \Omega$$

Por otra parte, el enunciado indica que la tensión en esta impedancia está en fase con la intensidad I_1 . Por tanto, $\theta_{VZ} = -26.56^\circ$, y $\theta_Z = \theta_{VZ} - \theta_I = -25.56^\circ$. Con este ángulo podemos calcular el valor de la resistencia:

$$R_Z = \frac{X_Z}{|\tan \theta_Z|} = 10 \Omega$$

$$\bar{Z} = 10 - j5 \Omega$$

Finalmente, para calcular la fuerza electromotriz podemos hacerlo de dos formas, mediante potencias o mediante tensiones:

Mediante el teorema de Boucherot calculamos la potencia activa:

$$P = P_Z + P_{AB} = I^2 R_Z + 200 = 360 \text{ W}$$

Y con la potencia reactiva Q obtenemos la potencia aparente:

$$\bar{S} = P + jQ = 360 - j80 \text{ VA}$$

y la tensión:

$$\bar{E} = \frac{\bar{E}}{\bar{I}^*} = 90 - j20 = 10\sqrt{85} \angle -12,53^\circ \text{ V}$$

Podemos llegar a este mismo resultado con un balance de tensiones:

$$\bar{E} = \bar{V}_Z + \bar{V}_{AB} = \bar{Z} \cdot \bar{I} + \bar{V}_{AB}$$