

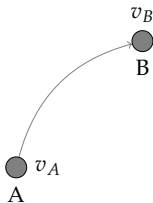
Fundamentos de Electrotecnia

Oscar Perpiñán Lamigueiro

- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal
- 5 Corriente Alterna Trifásica

Tensión Eléctrica

El **potencial eléctrico en un punto**, $v(t)$, es la energía potencial que tiene una carga unitaria en ese punto debida al campo eléctrico.



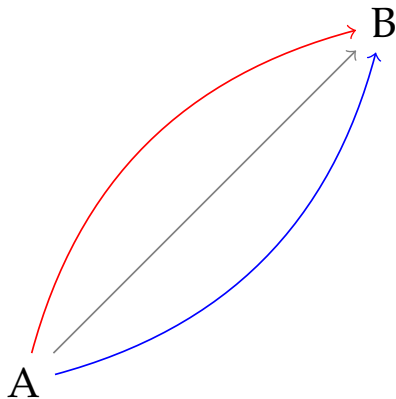
La **tensión o diferencia de potencial entre dos puntos** A y B, $u_{AB}(t)$, es el trabajo realizado por el campo eléctrico al desplazar una carga unitaria entre esos puntos.

$$u_{AB}(t) = v_A(t) - v_B(t) = \frac{dW_e}{dq}$$

La **unidad** de la tensión eléctrica es el **voltio** (V).

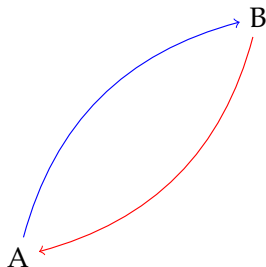
La trayectoria no importa

Dado que el campo eléctrico es **conservativo**, la diferencia de potencial entre A y B **no depende de la trayectoria** seguida para realizar el desplazamiento, sino únicamente del potencial existente en cada uno de los puntos.



El signo depende del sentido

Aunque la trayectoria no sea relevante para el cálculo de la tensión, siempre hay que tener en cuenta el **sentido del desplazamiento**.



Así, si el movimiento se produce desde B hasta A obtenemos el signo contrario al anterior resultado:

$$u_{BA} = v_B - v_A = -u_{AB}$$

Corriente Eléctrica

Se define la **intensidad de la corriente eléctrica** como la variación de la carga $q(t)$ que atraviesa la sección transversal de un conductor por unidad de tiempo:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$



La corriente eléctrica se produce por el **movimiento de los electrones libres** que fluyen por el conductor. Sin embargo, por razones históricas, el **convenio** que se se emplea considera como sentido de la corriente el debido al **movimiento de las cargas positivas**.

La **unidad** de la corriente es el **amperio** (A).

Potencia Eléctrica

La **potencia eléctrica** es la variación del trabajo del campo eléctrico por unidad de tiempo:

$$p(t) = \frac{dW_e}{dt}$$

Esta definición genérica puede relacionarse con las anteriores variables:

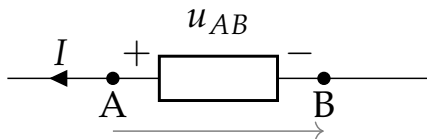
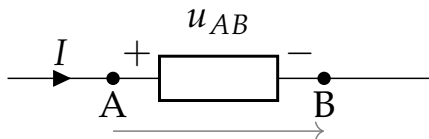
$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{dW_e}{dq} \cdot \frac{dq(t)}{dt} \\ &= v(t) \cdot i(t) \end{aligned}$$

La **unidad** de la potencia eléctrica es el **vatio** (W).

Signo de la potencia eléctrica

Para determinar el **signo de la potencia eléctrica** hay que tener en consideración los signos de las variables de las que depende, la tensión y la corriente.

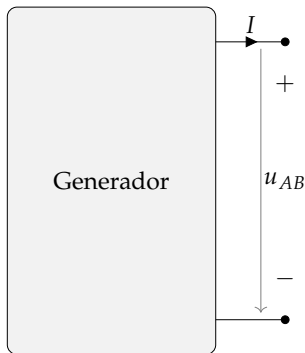
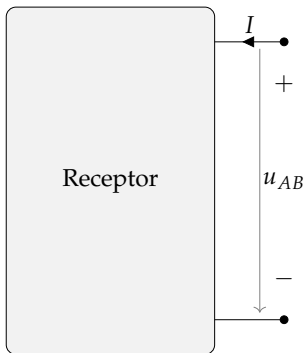
- ▶ Cuando las flechas de ambas variables tienen el **mismo sentido** la potencia eléctrica es **positiva**
- ▶ Cuando las flechas tienen **sentidos opuestos** la potencia eléctrica es **negativa**.



Receptores y Generadores

Es habitual **interpretar** este resultado en términos de potencia absorbida o potencia entregada.

- ▶ Un **circuito receptor absorbe potencia** y la corriente *entra* por el terminal de mayor potencial,
- ▶ Un **circuito generador entrega potencia** y la corriente *sale* por el terminal de mayor potencial.



Potencia y Energía

Energía es la capacidad para realizar un trabajo.

Unidades Wh, kWh

1 kWh = 3.6 MJ

Potencia es la cantidad de trabajo efectuado *por unidad de tiempo*.

Unidades W, kW

Rendimiento/Eficiencia

Cuadripolo (entrada/salida)

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}}$$

Receptor

$$\eta_m = \frac{P_{util}}{P_{absorbida}}$$

Generador

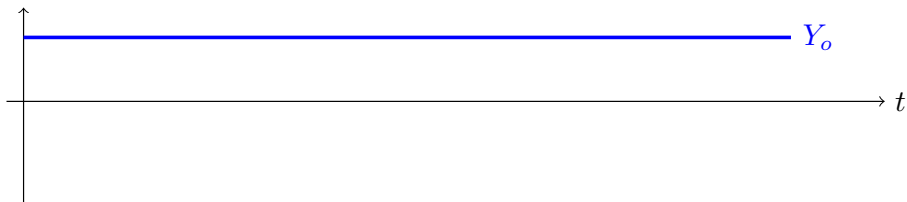
$$\eta_g = \frac{P_{entregada}}{P_{producida}}$$

Cualquier máquina tiene pérdidas:

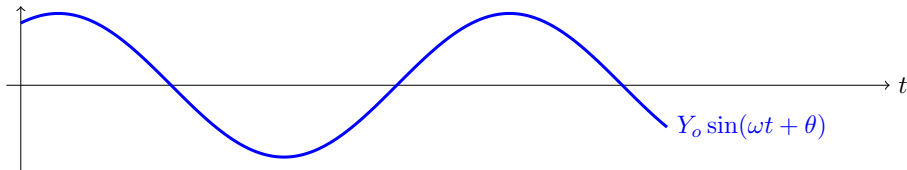
$$\boxed{\eta < 1}$$

Corriente Continua y Corriente Alterna

- ▶ Corriente Continua ($\frac{d}{dt} = 0$)



- ▶ Corriente Alterna ($\frac{d}{dt} \neq 0$)



- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal
- 5 Corriente Alterna Trifásica

① Conceptos Fundamentales

② Elementos circuitales

Elementos Pasivos Lineales

Elementos Pasivos No Lineales

Elementos Activos

③ Leyes de Kirchhoff

④ Corriente Alterna Sinusoidal

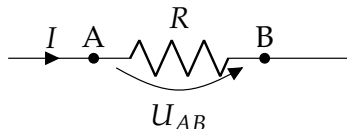
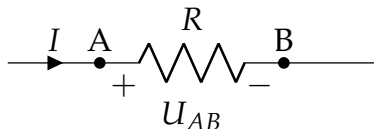
⑤ Corriente Alterna Trifásica

Resistencia

- **Ley de Ohm:** una resistencia provoca una **diferencia de potencial** entre sus terminales **directamente proporcional** a su corriente: **resistencia** (Ohmios, $[\Omega]$)

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

- **Criterio de Signos:** la tensión es positiva en el terminal por el que entra la corriente (las flechas de tensión y corriente tienen el mismo sentido).



Resistividad

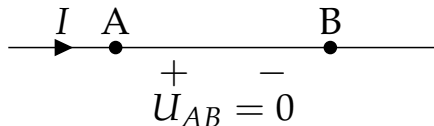
- ▶ El valor de la resistencia depende de la **resistividad del material** (ρ), de la **sección** (S), y de la longitud (l):

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

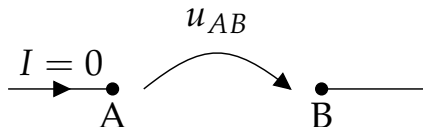
- ▶ La **sección** se expresa en mm^2 .
- ▶ La **resistividad** depende del material conductor y de la temperatura ambiente:
 - ▶ Cobre a 20°C : $17,24 \text{ m}\Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$.

Cortocircuito y Circuito Abierto

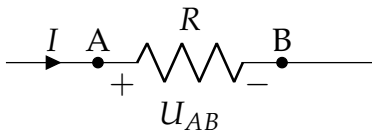
- ▶ Cortocircuito: resistencia nula (tensión nula)



- ▶ Circuito abierto: resistencia infinita (corriente nula).



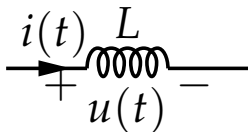
Ley de Joule



- **Ley de Joule:** una resistencia disipa energía eléctrica produciendo calor.

$$p(t) = R \cdot i^2(t)$$

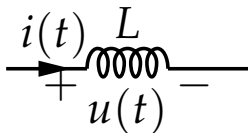
Bobina o inductancia



- ▶ Cuando una corriente oscilante atraviesa un conductor arrollado alrededor de un núcleo, se produce una **tensión inducida que se opone a esta corriente** (ley de Faraday y Lenz)
- ▶ La tensión en sus terminales es directamente proporcional al cambio de la corriente: coeficiente de autoinducción o **inductancia** (Henrios [H]).

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Bobina o inductancia



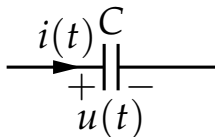
- ▶ Almacena **energía magnética**.

$$E_L(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) \cdot i(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2(t)$$

- ▶ En circuitos de corriente continua es un cortocircuito.

$$\frac{di(t)}{dt} = 0 \Rightarrow U_L = 0$$

Condensador



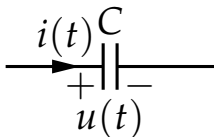
- ▶ Un **condensador** está formado por dos placas metálicas separadas por una capa dieléctrica. Al aplicar tensión se produce una **separación de cargas opuestas** que se **acumulan** en cada placa.
- ▶ La **carga acumulada** en un instante es **proporcional** a la **diferencia de potencial** en ese instante: **capacidad** (Faradios [F]).

$$q(t) = C \cdot u(t)$$

- ▶ En el proceso de carga se produce una corriente eléctrica entre las dos placas.

$$i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$$

Condensador



- Un condensador almacena **energía eléctrica**

$$E_c(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) \cdot i(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2(t)$$

- En un circuito de corriente continua se comporta como un circuito abierto.

$$\frac{du(t)}{dt} = 0 \Rightarrow I_c = 0$$

① Conceptos Fundamentales

② Elementos circuitales

Elementos Pasivos Lineales

Elementos Pasivos No Lineales

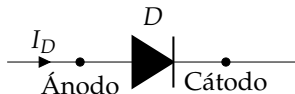
Elementos Activos

③ Leyes de Kirchhoff

④ Corriente Alterna Sinusoidal

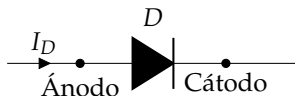
⑤ Corriente Alterna Trifásica

Diodo



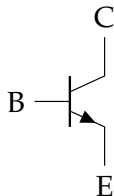
- ▶ Un diodo es un dispositivo electrónico que permite el paso de corriente a través de él a partir de una tensión de polarización.
- ▶ Cuando **no conduce** se comporta (idealmente) como un **circuito abierto**.
- ▶ Cuando **conduce** se comporta (idealmente) como un **cortocircuito**.

Diodo



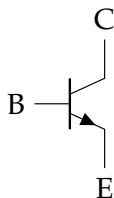
- ▶ Por tanto, puede ser utilizado como
 - ▶ **Elemento de bloqueo** (evitar que circule corriente por una parte del circuito en ciertas condiciones)
 - ▶ **Elemento de protección** (obligar a que la corriente circule por él, evitando que circule por otra rama paralela).

Transistor



- ▶ Un transistor es un dispositivo electrónico con tres terminales que permite el paso de corriente entre dos de sus terminales cuando en el tercer terminal está polarizado adecuadamente.
- ▶ Cuando **no conduce** se comporta (idealmente) como un **circuito abierto**.
- ▶ Cuando **conduce** se comporta (idealmente) como un **cortocircuito**.

Transistor



Por tanto, puede ser utilizado como:

- ▶ **Elemento de conmutación** (dirigir la circulación de corriente entre dos terminales controlando la señal en el tercer terminal)
- ▶ **Elemento de amplificación** (la señal entregada en el terminal de control es reproducida en la salida con mayor amplitud)

① Conceptos Fundamentales

② Elementos circuitales

Elementos Pasivos Lineales

Elementos Pasivos No Lineales

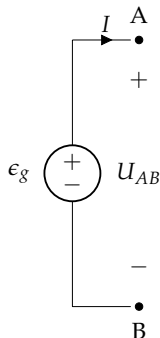
Elementos Activos

③ Leyes de Kirchhoff

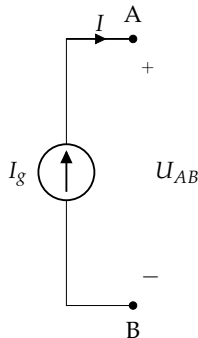
④ Corriente Alterna Sinusoidal

⑤ Corriente Alterna Trifásica

Generadores de Tensión y Corriente



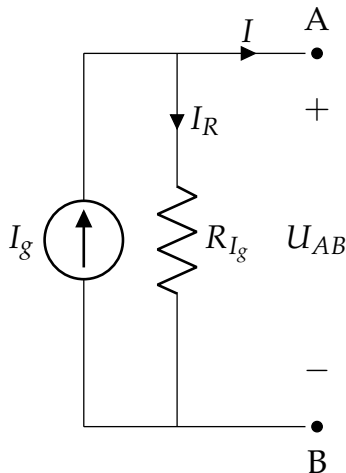
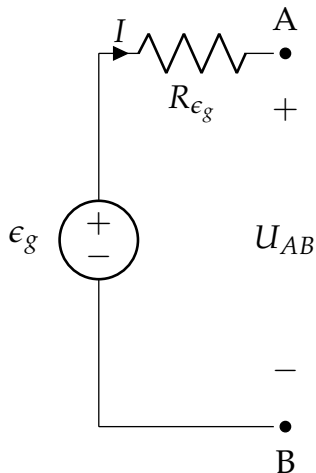
Un **generador de tensión ideal** impone la tensión a la salida (*la corriente depende del circuito*). Se caracteriza por su **fuerza electromotriz** (voltios [V]).



Un **generador de corriente ideal** impone la corriente a la salida (*la tensión depende del circuito*). Se caracteriza por su corriente de generador.

Generador Real

Los generadores reales tienen pérdidas que se modelan con una resistencia en **serie** (generador de tensión) o en **paralelo** (generador de corriente)



- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal
- 5 Corriente Alterna Trifásica

① Conceptos Fundamentales

② Elementos circuitales

③ Leyes de Kirchhoff

Definiciones

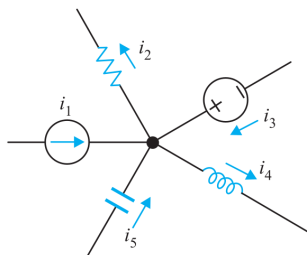
Asociación de Elementos

④ Corriente Alterna Sinusoidal

⑤ Corriente Alterna Trifásica

Ley de Kirchhoff de las Corrientes (LKC)

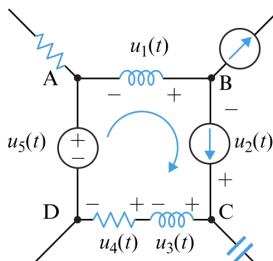
- ▶ La **LKC** es el principio de conservación de la carga aplicado a los circuitos eléctricos.
- ▶ **LKC**: la suma de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las que salen.
 - ▶ Las líneas de corriente son cerradas (o solenoidales).



$$i_1(t) - i_2(t) + i_3(t) - i_4(t) + i_5(t) = 0$$

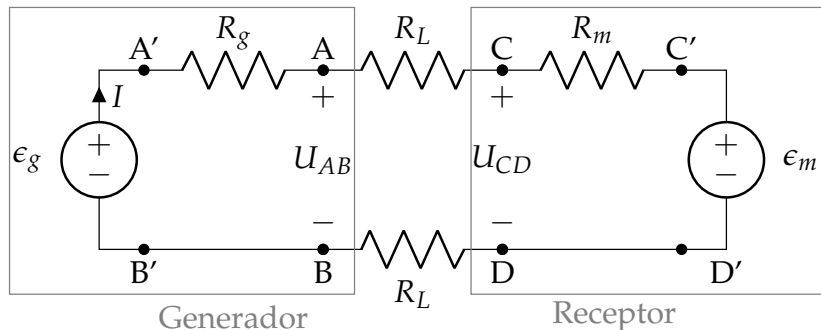
Ley de Kirchhoff de los Voltajes (LKV)

- ▶ La **LKV** es el principio de conservación de la energía aplicado a los circuitos eléctricos.
- ▶ **LKV**: la suma (con signo) de las tensiones a lo largo de un camino cerrado (circuito) es cero.
 - ▶ La energía producida por un generador es consumida por los receptores del circuito para producir trabajo (mecánico, químico, etc.) o calor.



$$u_3(t) + u_4(t) - u_5(t) - u_1(t) - u_2(t) = 0$$

Balance de Tensiones

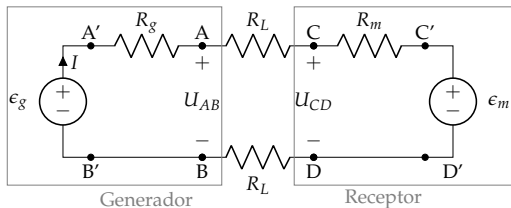


$$U_{A'A} + U_{AC} + U_{CC'} + U_{C'D'} + U_{D'D} + U_{DB} + U_{BB'} + U_{B'A'} = 0$$

$$U_{AB} = U_{AA'} + U_{A'B'} + U_{B'B}$$

$$U_{CD} = U_{CC'} + U_{C'D'} + U_{DD'}$$

Balance de Tensiones



$$U_{A'A} + U_{AC} + U_{CC'} + U_{C'D'} + U_{D'D} + U_{DB} + U_{BB'} + U_{B'A'} = 0$$

$$U_{A'A} = I \cdot R_g$$

$$U_{AC} = I \cdot R_L$$

$$U_{CC'} = I \cdot R_m$$

$$U_{C'D'} = \epsilon_m$$

$$U_{D'D} = 0 = U_{BB'}$$

$$U_{DB} = I \cdot R_L$$

$$U_{B'A'} = -\epsilon_g$$

$$I \cdot (R_g + 2 \cdot R_L + R_m) + \epsilon_m = \epsilon_g$$

$$U_{AB} = \epsilon_g - I \cdot R_g$$

$$U_{CD} = I \cdot R_m + \epsilon_m$$

① Conceptos Fundamentales

② Elementos circuitales

③ Leyes de Kirchhoff

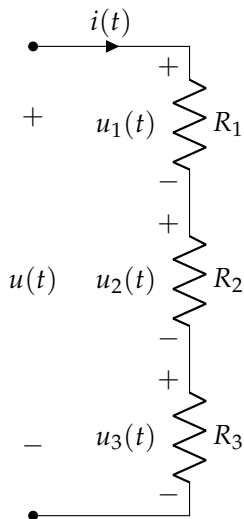
Definiciones

Asociación de Elementos

④ Corriente Alterna Sinusoidal

⑤ Corriente Alterna Trifásica

Conexión en serie



Un conjunto de elementos están asociados en serie cuando circula la misma corriente por todos ellos.

$$u_1(t) = R_1 \cdot i(t)$$

$$u_2(t) = R_2 \cdot i(t)$$

$$u_3(t) = R_3 \cdot i(t)$$

Conexión en serie

Aplicando LKV:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) + u_3(t)$$

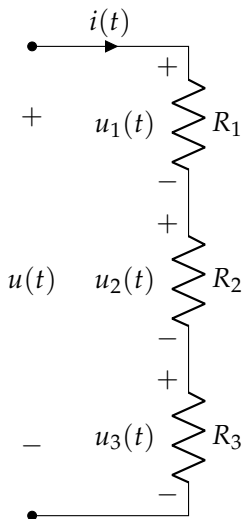
Sacando $i(t)$ como factor común:

$$u(t) = i(t) \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

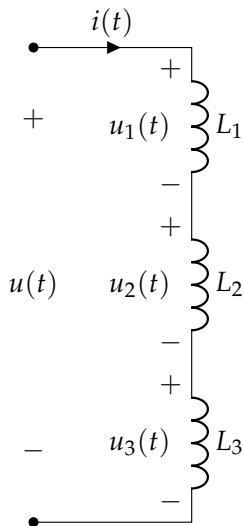
Definimos la resistencia equivalente de la conexión serie:

$$R_s = \sum_{i=1}^n R_i$$

$$u(t) = R_s \cdot i(t)$$



Conexión en serie de inductancias



$$u_1(t) = L_1 \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

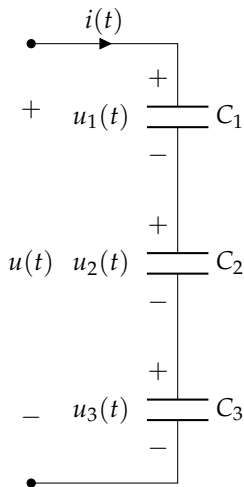
$$u_2(t) = L_2 \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$u_3(t) = L_3 \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$L_s = \sum_{i=1}^n L_i$$

$$u(t) = L_s \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Conexión en serie de condensadores



$$i(t) = C_1 \cdot \frac{du_1(t)}{dt}$$

$$i(t) = C_2 \cdot \frac{du_2(t)}{dt}$$

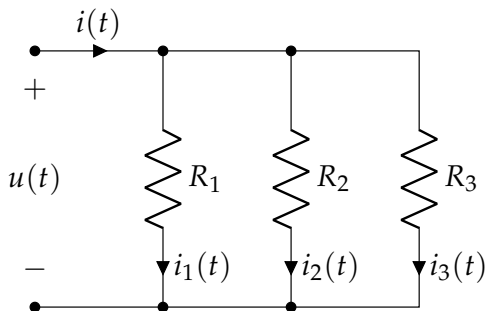
$$i(t) = C_3 \cdot \frac{du_3(t)}{dt}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}}$$

$$i(t) = C_s \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

Conexión en paralelo

Un conjunto de elementos están asociados en paralelo cuando están sometidos a la misma diferencia de potencial.



$$i_1(t) = u(t) / R_1$$

$$i_2(t) = u(t) / R_2$$

$$i_3(t) = u(t) / R_3$$

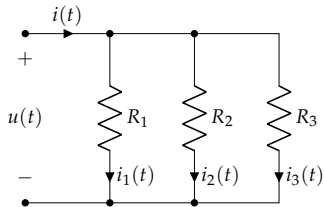
Conexión en paralelo

Aplicando LKC:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)$$

Sacando $u(t)$ como factor común:

$$i(t) = u(t) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$



Definimos la resistencia equivalente de la conexión paralelo:

$$\boxed{\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

$$u(t) = R_p \cdot i(t)$$

Dos resistencias en paralelo

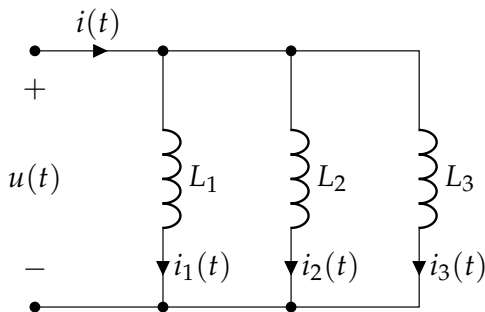
En el caso concreto de **dos** resistencias en paralelo ...

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

... la expresión es:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Conexión en paralelo de inductancias



$$u(t) = L_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

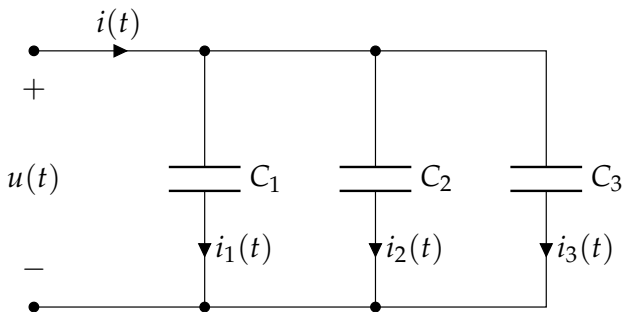
$$u(t) = L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u(t) = L_3 \cdot \frac{di_3(t)}{dt}$$

$$\boxed{\frac{1}{L_p} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}}$$

$$u(t) = L_p \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Conexión en paralelo de condensadores



$$i_1(t) = C_1 \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$i_2(t) = C_2 \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$i_3(t) = C_3 \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

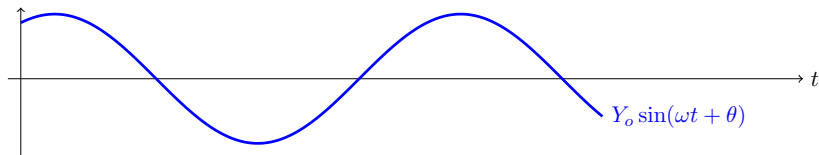
$$C_p = \sum_{i=1}^n C_i$$

$$i(t) = C_p \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal**
- 5 Corriente Alterna Trifásica

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
 - Conceptos Fundamentales
 - Cálculo Fasorial
 - Potencia
 - Compensación de reactiva
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

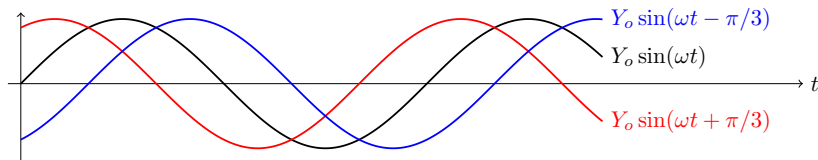
Onda sinusoidal



$$y(t) = Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta)$$

- ▶ Y_o valor máximo de la onda.
- ▶ $\omega = \frac{2\pi}{T}$: pulsación (radianes/segundo)
- ▶ T : periodo de la onda (segundos)
- ▶ $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$: frecuencia (Hz)

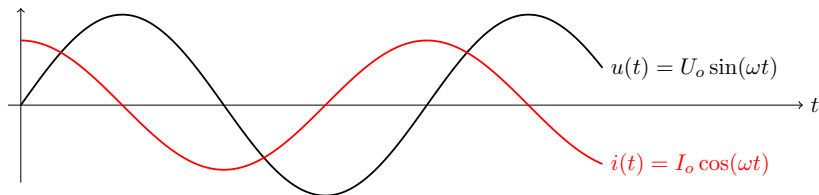
Fase



$$y(t) = Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta)$$

- ▶ θ : fase (radianes o grados)
 - ▶ Es el argumento de la onda para $t=0$
 - ▶ Tomando una onda como referencia, si la fase es 0° , se dice que están en fase con la onda de referencia.
 - ▶ Si la fase es positiva, se dice que la onda adelanta respecto a la referencia.

Señales en Cuadratura



- ▶ Cuando el desfase entre dos señales es de 90° ($\theta_I - \theta_U = \pi/2$), se dice que están en cuadratura.
- ▶ El paso por cero de una señal coincide con el paso por el máximo/mínimo de la otra señal.

Valor medio y valor eficaz

Valor medio

$$Y_m = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt$$

$$Y_m = \frac{1}{T} \int_0^T Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) dt = 0$$

Valor eficaz

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T y^2(t) dt}$$

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta))^2 dt} = \boxed{\frac{Y_o}{\sqrt{2}}}$$

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
 - Conceptos Fundamentales
 - Cálculo Fasorial
 - Potencia
 - Compensación de reactiva
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

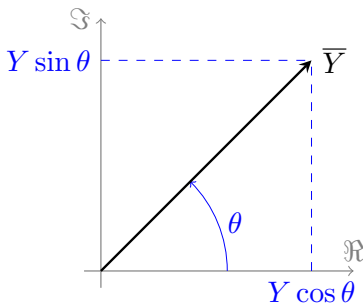
Representación fasorial

- Un fasor es un **número complejo** que representa una señal sinusoidal para simplificar cálculos.
- El **módulo** del fasor es el **valor eficaz**. El **argumento** es la **fase**.
- Descartamos pulsación: No se puede emplear cuando hay frecuencias diferentes en un mismo circuito.

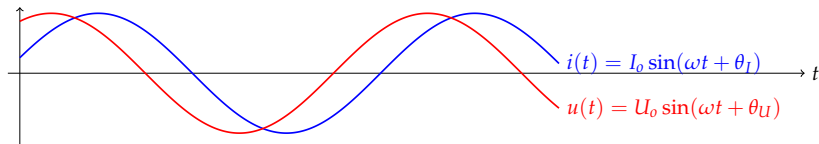
$$\bar{Y} = Y \cdot e^{j\theta}$$

$$\bar{Y} = Y \angle \theta$$

$$\bar{Y} = Y \cdot (\cos(\theta) + j \cdot \sin(\theta))$$

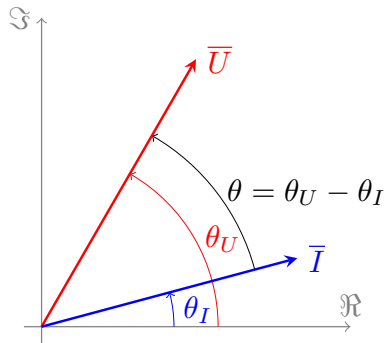


Tensión y corriente en notación fasorial



$$\bar{U} = U/\theta_U$$

$$\bar{I} = I/\theta_I$$

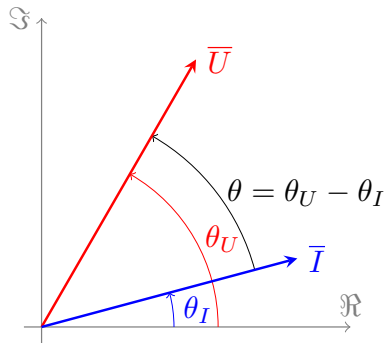


Impedancia: relación entre fasores de tensión y corriente

$$\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$$

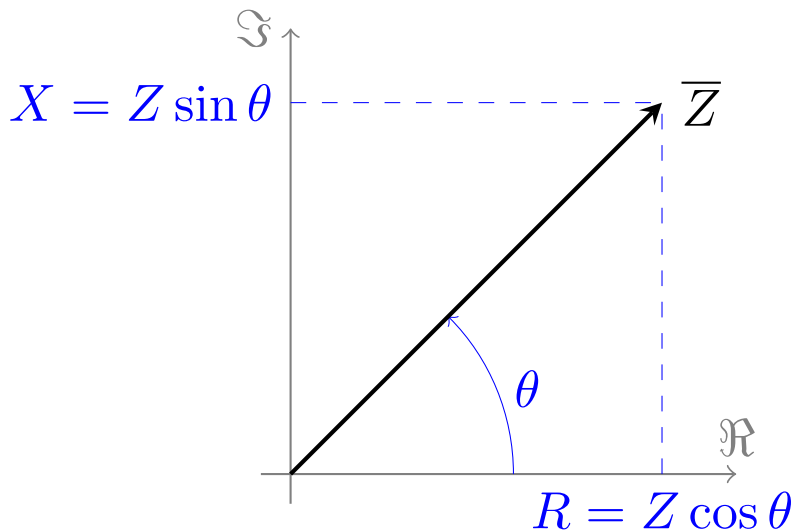
$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}}$$

$$\bar{Z} = \frac{U}{I} \angle \theta_U - \theta_I \Rightarrow \begin{cases} Z = \frac{U}{I} \\ \theta = \theta_U - \theta_I \end{cases}$$



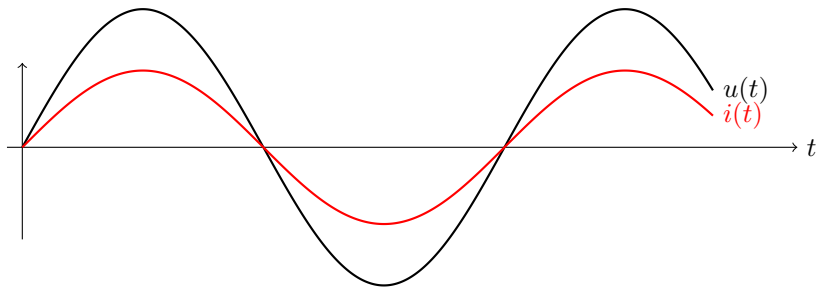
Impedancia Genérica

$$\bar{Z} = R + jX$$

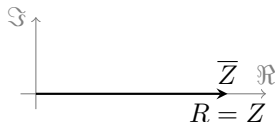
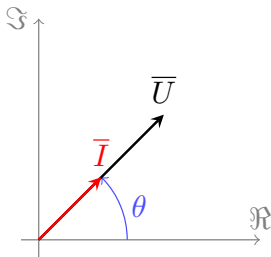


Circuito Resistivo

Un circuito resistivo no desfasa (**tensión y corriente en fase**).

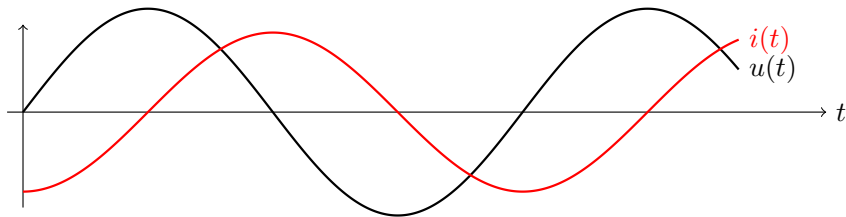


$$\bar{Z}_R = R = R \angle 0$$

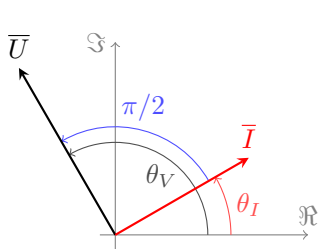


Circuito Inductivo puro

Un circuito inductivo puro genera **señales en cuadratura** y **retrasa la corriente**.



$$\bar{Z}_L = j\omega L = \omega L \underline{90^\circ}$$

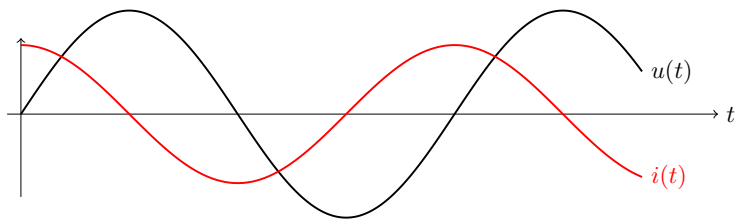


$$X = Z \bar{Z}$$

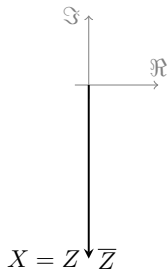
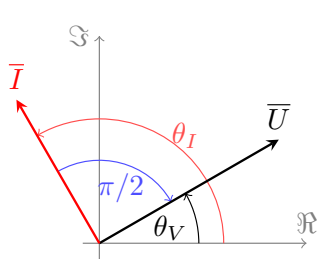
A diagram of the complex plane with the real axis labeled \Re and the imaginary axis labeled \Im . A vertical black vector points upwards along the imaginary axis, representing the result of the complex multiplication $X = Z \bar{Z}$.

Circuito Capacitivo puro

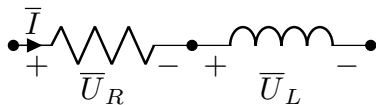
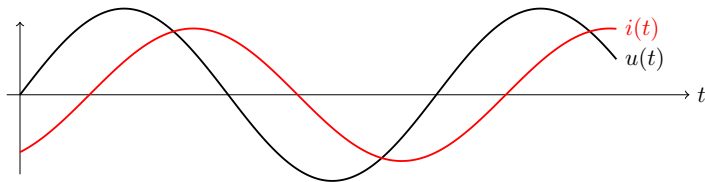
Un circuito capacitivo puro genera **señales en cuadratura y adelanta la corriente**.



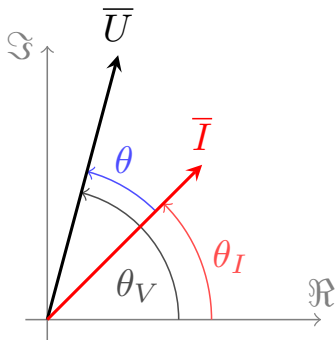
$$\bar{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ$$



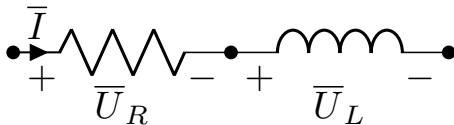
Circuito RL (inductivo con pérdidas)



$$\begin{aligned}\bar{U} &= \bar{U}_R + \bar{U}_L = \\ &= (R + j\omega L)\bar{I}\end{aligned}$$



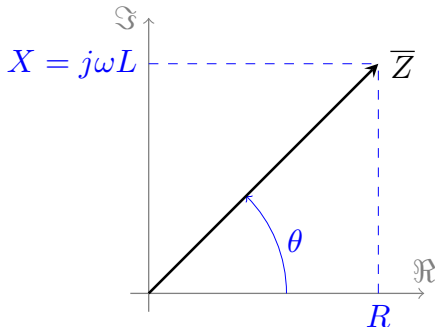
Circuito RL (inductivo con pérdidas)



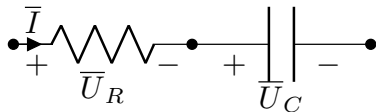
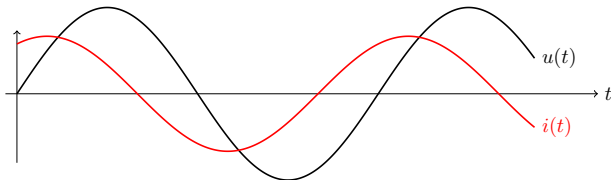
$$\bar{Z} = R + j\omega L \Rightarrow \boxed{\theta > 0}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

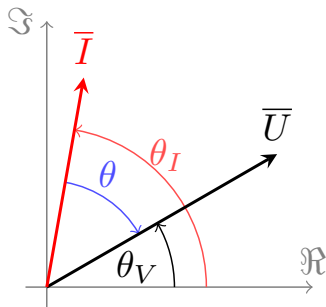
$$\theta = \operatorname{atan} \frac{\omega L}{R}$$



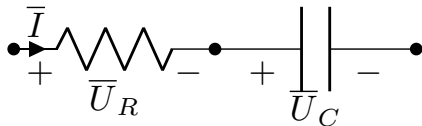
Circuito RC (capacitivo con pérdidas)



$$\begin{aligned}\bar{U} &= \bar{U}_R + \bar{U}_C = \\ &= (R - j\frac{1}{\omega C})\bar{I}\end{aligned}$$



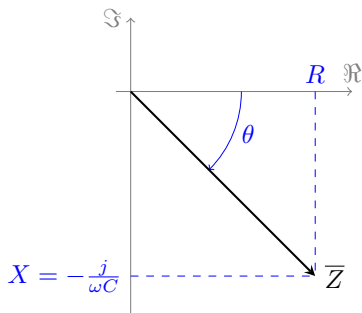
Circuito RC (capacitivo con pérdidas)



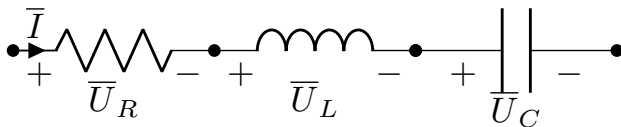
$$\bar{Z} = R - \frac{j}{\omega C} \Rightarrow \boxed{\theta < 0}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$$

$$\theta = -\operatorname{atan} \frac{1}{\omega RC}$$



Circuito RLC serie



$$\bar{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\theta = \text{atan} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

► $\theta > 0 \Rightarrow \omega L > \frac{1}{\omega C}$: inductivo

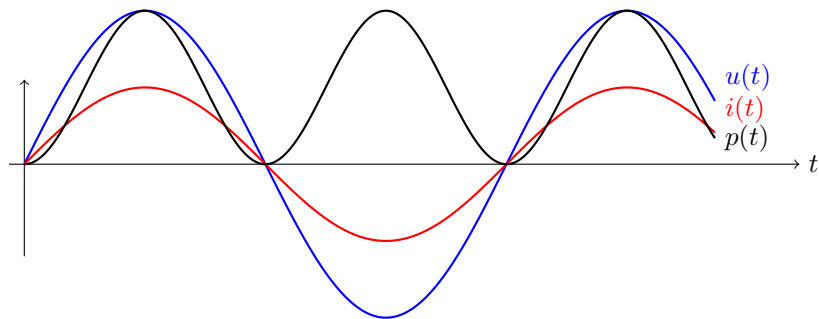
► $\theta < 0 \Rightarrow \omega L < \frac{1}{\omega C}$: capacitivo

► $\theta = 0 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$: resistivo
(resonancia)

$$u(t) = Z \cdot I_o \sin(\omega t + \theta_I + \theta)$$

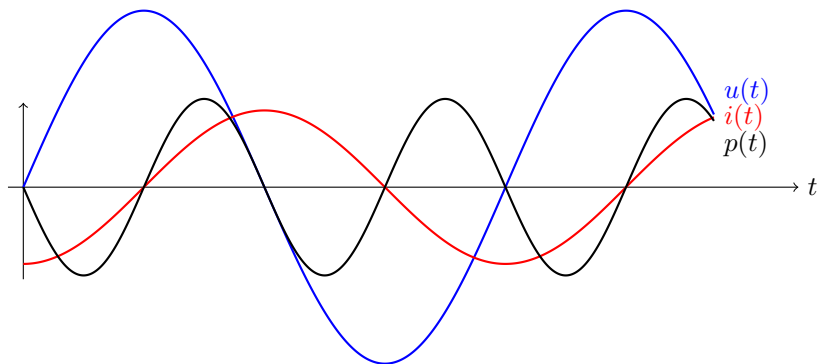
- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
 - Conceptos Fundamentales
 - Cálculo Fasorial
 - Potencia
 - Compensación de reactiva
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

Circuito Resistivo



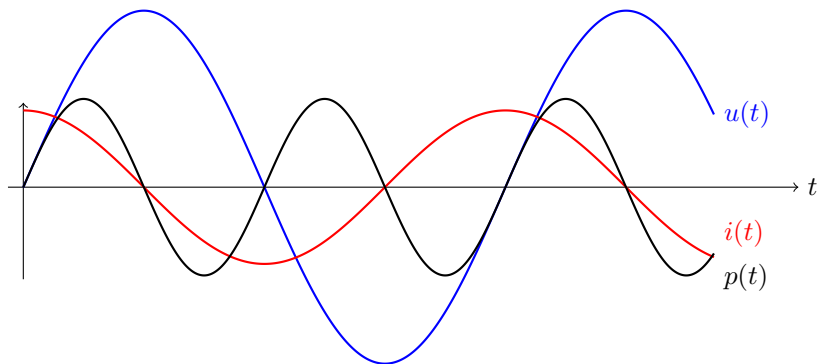
- ▶ Fluctúa al doble de frecuencia.
- ▶ Es siempre positiva.

Circuito Inductivo puro



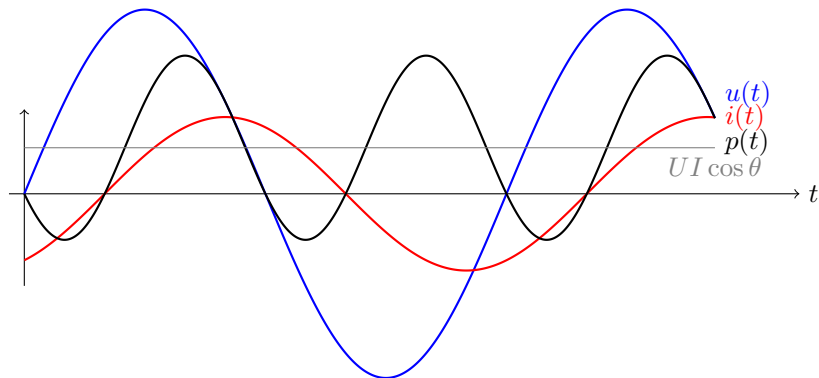
- ▶ Fluctúa al doble de frecuencia.
- ▶ Pasa por los ceros de tensión y corriente.
- ▶ Su valor medio es nulo.

Circuito Capacitivo puro



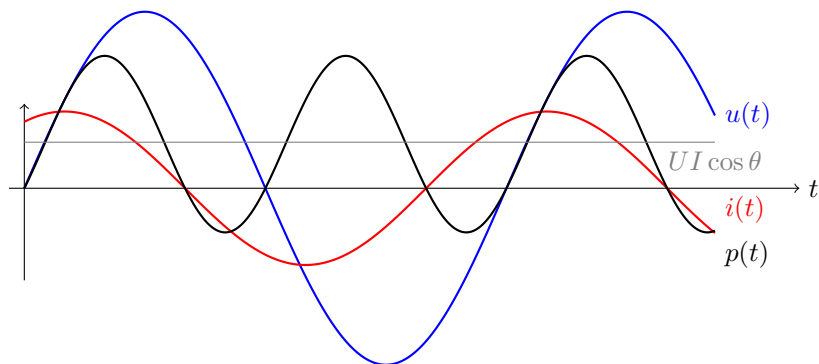
- Fluctúa al doble de frecuencia.
- Pasa por los ceros de tensión y corriente.
- Su valor medio es nulo.

Circuito Inductivo con pérdidas



Valor medio positivo, $P = UI \cos \theta$

Circuito Capacitivo con pérdidas



Valor medio positivo, $P = UI \cos \theta$

Triângulo de Potências

- Potencia Activa [W]

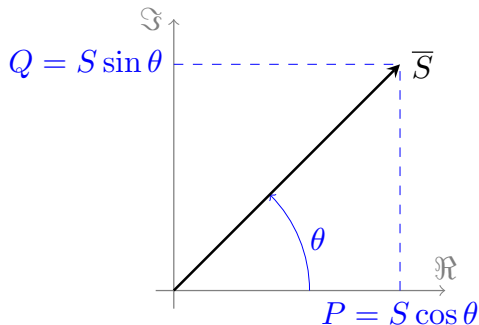
$$P = U \cdot I \cdot \cos(\theta) = R \cdot I^2$$

- Potencia Reactiva [VA_r]

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\theta) = X \cdot I^2$$

- Potencia Aparente [VA]

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{U} \cdot \bar{I}^*$$



$$|S| = U \cdot I$$

$$\theta_S = \theta_Z = \theta$$

$$f.d.p. \equiv \cos(\theta)$$

Potencia de elementos: Resistencia

$$\theta = 0 \Rightarrow \begin{cases} P_R = RI^2 \\ Q_R = 0 \\ S_R = P_R \end{cases}$$

- ▶ Consume potencia activa
- ▶ No consume potencia reactiva

Potencia de elementos: Inductancia

$$\theta = \pi/2 \Rightarrow \begin{cases} P_L = 0 \\ Q_L = \omega LI^2 \\ \bar{S}_L = \omega LI^2 / \underline{\pi/2} \end{cases}$$

- ▶ No consume potencia activa
- ▶ Consume potencia reactiva ($Q > 0$)

Potencia de elementos: Condensador

$$\theta = -\pi/2 \Rightarrow \begin{cases} P_L = 0 \\ Q_C = -\omega CU^2 \\ \bar{S}_C = \omega CU^2 \underline{-\pi/2} \end{cases}$$

- ▶ No consume potencia activa
- ▶ Genera potencia reactiva ($Q < 0$)

Teorema de Boucherot

- ▶ En un circuito con múltiples elementos, la potencia aparente total es la suma de las potencias aparentes individuales.

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^n \bar{S}_i$$

$$P + jQ = \sum_{i=1}^n (P_i + jQ_i)$$

- ▶ La potencia activa (reactiva) total es la suma de las potencias activas (reactivas) individuales.

$$P = \sum_{i=1}^n P_i$$

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$$

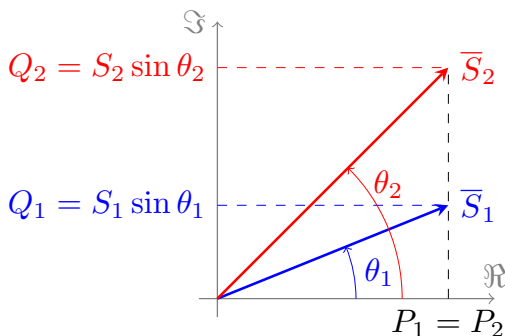
- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
 - Conceptos Fundamentales
 - Cálculo Fasorial
 - Potencia
 - Compensación de reactiva
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

Factor de potencia

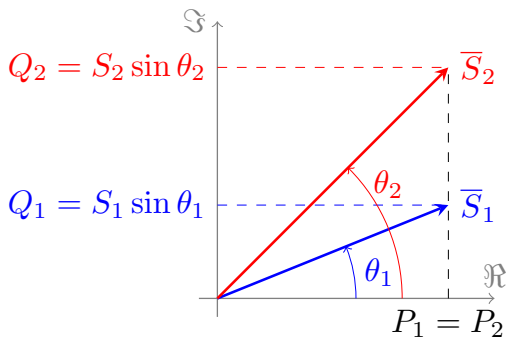
El factor de potencia, $\cos(\theta)$, representa la aportación de potencia activa dentro de la potencia aparente.

$$P = S \cos \theta$$

Sean dos sistemas con **misma tensión y potencia activa**, y factores de potencia $\cos \theta_2 < \cos \theta_1$ ($Q_2 > Q_1$)



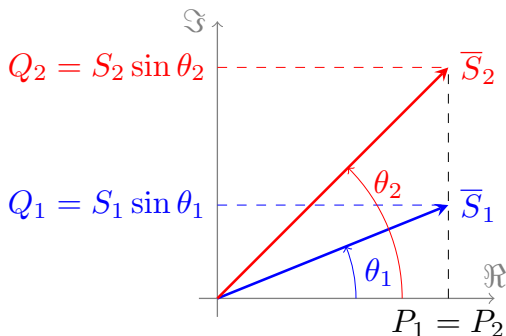
Potencia Aparente



El sistema 2 requiere **mayor potencia aparente** (generador mayor) para alimentar la misma potencia activa.

$$\left(\frac{P}{\cos \theta_1} = S_1 \right) < \left(S_2 = \frac{P}{\cos \theta_2} \right)$$

Sección de Conductores



El sistema 2 requiere **mayor sección** de cable para transportar la misma potencia activa.

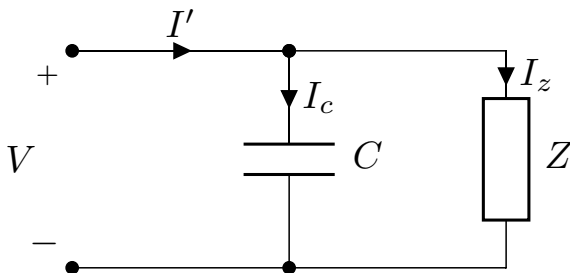
$$\left(\frac{P}{U \cos \theta_1} = I_1 \right) < \left(I_2 = \frac{P}{U \cos \theta_2} \right)$$

Generación Local de Reactiva

- ▶ Comúnmente, el factor de potencia es **inductivo** (máquinas eléctricas industriales).
- ▶ La red debe suministrar potencia reactiva inductiva (influye en secciones de líneas y tamaños de generadores)
- ▶ Es necesario mejorar **localmente** el factor de potencia. Solución común: utilizar **bancos de condensadores** como suministradores de potencia reactiva.

Compensación de Reactiva con Condensadores

Sea una carga de potencia activa P_z , potencia reactiva Q_z , factor de potencia $\cos \theta$. Se desea **mejorar el factor de potencia** a $\cos \theta' > \cos \theta$.

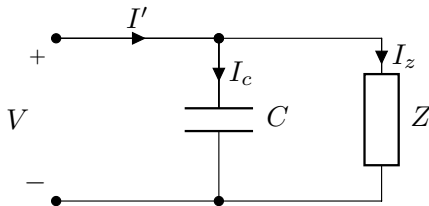


$$P' = P_z$$

$$Q' = Q_c + Q_z \quad (Q' < Q_z)$$

$$\bar{I}' = \bar{I}_c + \bar{I}_z \quad (I' < I_z)$$

Cálculo de la Capacidad



$$Q_z = P_z \tan \theta$$

$$Q' = P_z \tan \theta'$$

$$|Q_c| = Q_z - Q' = P_z (\tan \theta - \tan \theta')$$

$$|Q_c| = \omega C U^2 \rightarrow \boxed{C = \frac{P_z (\tan \theta - \tan \theta')}{\omega U^2}}$$

- 1 Conceptos Fundamentales
- 2 Elementos circuitales
- 3 Leyes de Kirchhoff
- 4 Corriente Alterna Sinusoidal
- 5 Corriente Alterna Trifásica

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

Introducción

Receptores

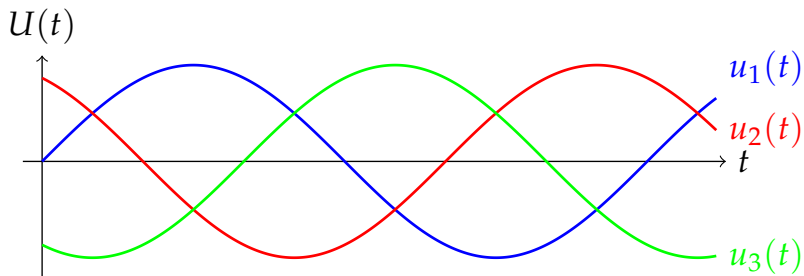
Potencia en Sistemas Trifásicos

Compensación de Reactiva

Motivación de los sistemas trifásicos

- ▶ En un sistema trifásico la potencia instantánea es constante, evitando vibraciones y esfuerzos en las máquinas. (*La potencia instantánea de un sistema monofásico es pulsante.*)
- ▶ La masa de conductor necesaria en un sistema trifásico es un 25% inferior que en un monofásico para transportar la misma potencia.

Ondas Trifásicas

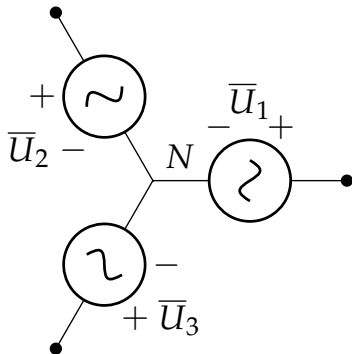


$$u_1(t) = U_0 \cos(\omega t)$$

$$u_2(t) = U_0 \cos(\omega t + 2\pi/3)$$

$$u_3(t) = U_0 \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

Generadores



$$u_1(t) = U_0 \cos(\omega t)$$

$$u_2(t) = U_0 \cos(\omega t + 2\pi/3)$$

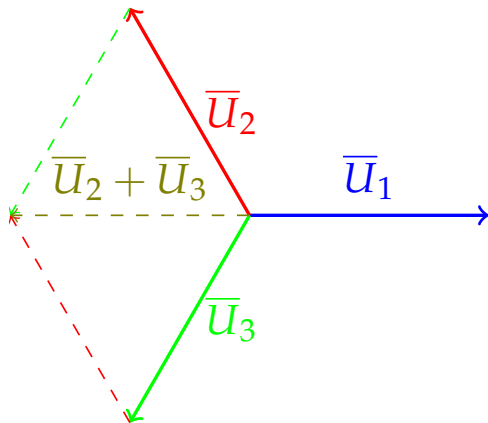
$$u_3(t) = U_0 \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

$$\bar{U}_1 = U/\underline{0}$$

$$\bar{U}_2 = U/\underline{2\pi/3}$$

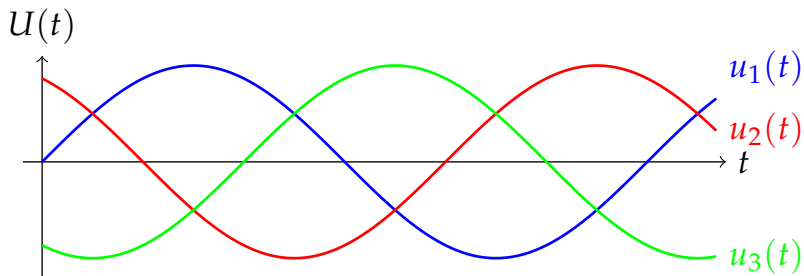
$$\bar{U}_3 = U/\underline{-2\pi/3}$$

Las tensiones suman 0



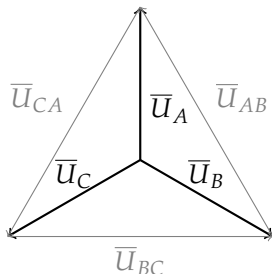
$$\boxed{\overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3 = 0}$$

Las tensiones suman 0



$$u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$$

Tensiones de Fase y Línea



Tensiones de **Fase**: U_A, U_B, U_C
Tensiones de **Línea**: U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}

$$\bar{U}_{AB} = \bar{U}_A - \bar{U}_B$$

$$\bar{U}_{BC} = \bar{U}_B - \bar{U}_C$$

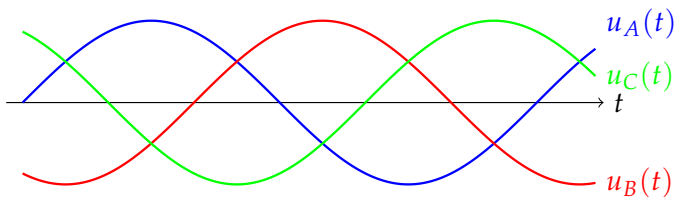
$$\bar{U}_{CA} = \bar{U}_C - \bar{U}_A$$

$$\bar{U}_{AB} + \bar{U}_{BC} + \bar{U}_{CA} = 0$$

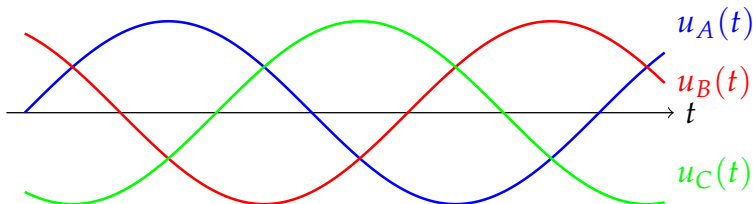
$$U = \sqrt{3} \cdot U_f$$
$$\theta_l = \theta_f + 30^\circ$$

Secuencia de Fases

- Sentido en el que ocurren los máximos de cada fase.
- Secuencia de Fases Directa (**SFD**): ABC



- Secuencia de Fases Inversa (**SFI**): ACB



- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica**

Introducción

Receptores

Potencia en Sistemas Trifásicos

Compensación de Reactiva

Tipos de Receptores

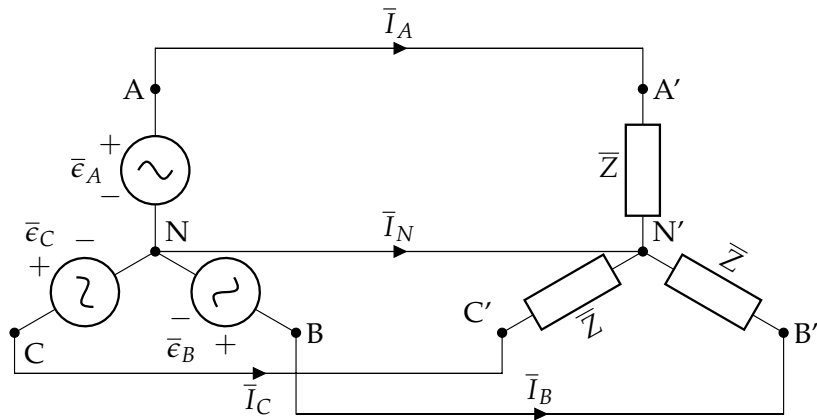
Conexión

- ▶ **Estrella** (punto común) Y
- ▶ **Triángulo** \triangle

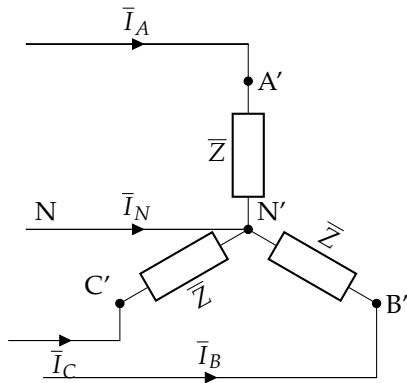
Impedancias

- ▶ **Equilibrado** (las tres impedancias son idénticas en módulo **y** fase).
- ▶ **Desequilibrado**

Receptor en Estrella Equilibrado



Receptor en Estrella Equilibrado

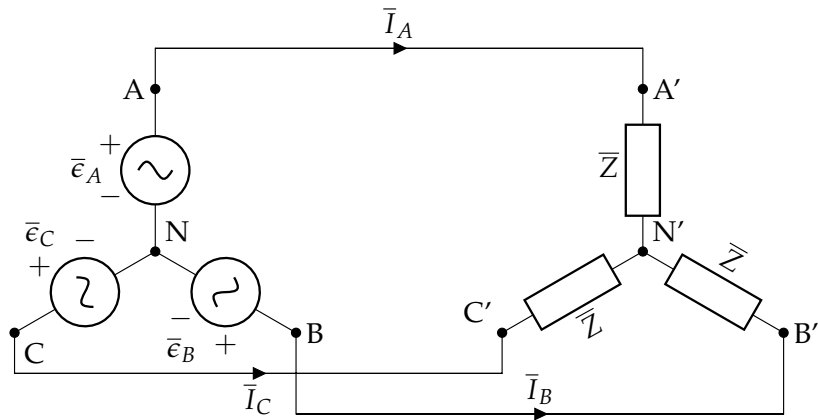


$$|\bar{I}_A| = |\bar{I}_B| = |\bar{I}_C| = \frac{U_f}{Z}$$

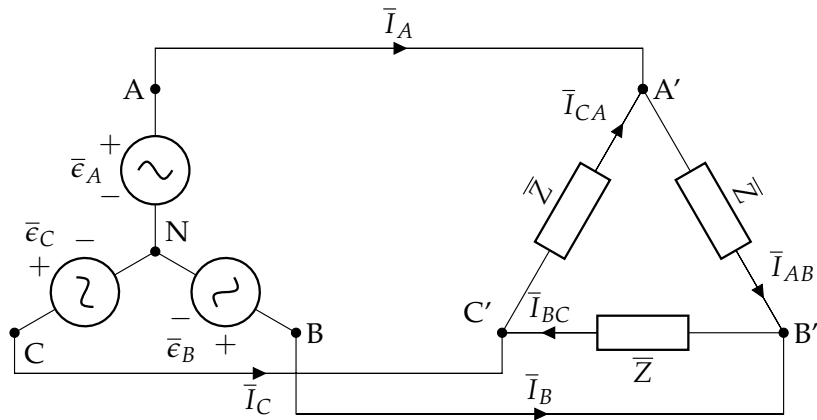
$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C + \bar{I}_N = 0$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0 \rightarrow \boxed{\bar{I}_N = 0}$$

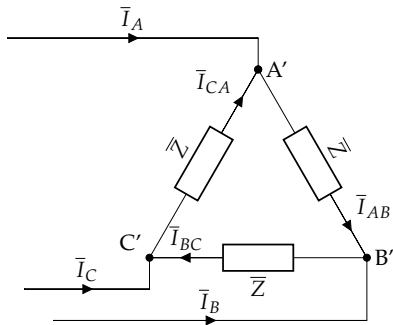
Receptor en Estrella Equilibrado



Receptor en Triángulo Equilibrado



Receptor en Triángulo Equilibrado



Corriente de Fase:

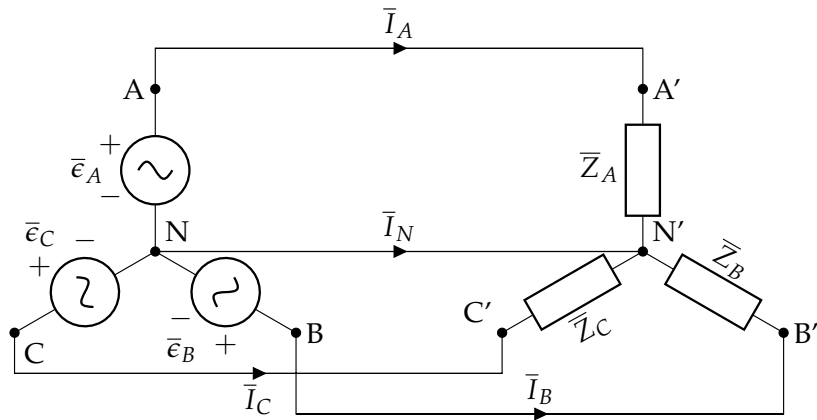
$$I_f = |\bar{I}_{AB}| = |\bar{I}_{BC}| = |\bar{I}_{CA}| = \frac{U}{Z}$$

Corriente de Línea:

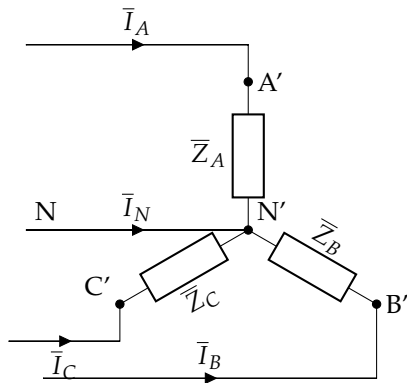
$$I = |\bar{I}_A| = |\bar{I}_B| = |\bar{I}_C| = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{Z}$$

$$I = \sqrt{3} \cdot I_f$$

Receptor en Estrella Desequilibrado con Neutro



Receptor en Estrella Desequilibrado con Neutro



$$\bar{I}_A = \frac{\bar{U}_A}{\bar{Z}_A}$$

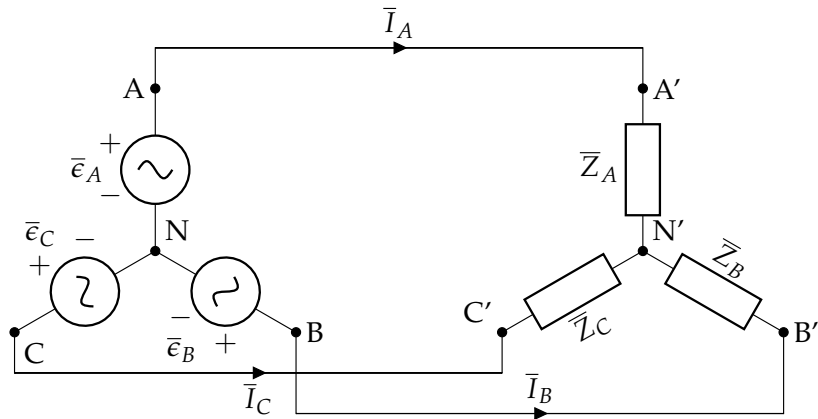
$$\bar{I}_B = \frac{\bar{U}_B}{\bar{Z}_B}$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{U}_C}{\bar{Z}_C}$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C + \bar{I}_N = 0$$

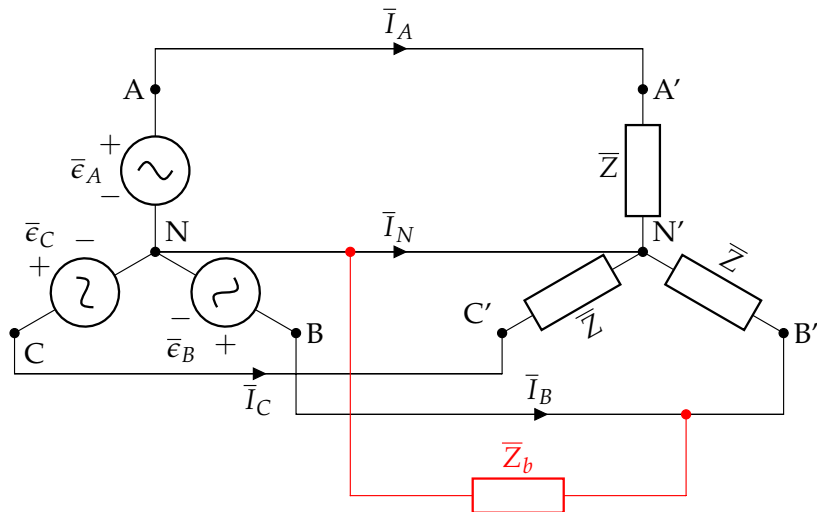
$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C \neq 0 \rightarrow \boxed{\bar{I}_N \neq 0}$$

Receptor en Estrella Desequilibrado sin Neutro

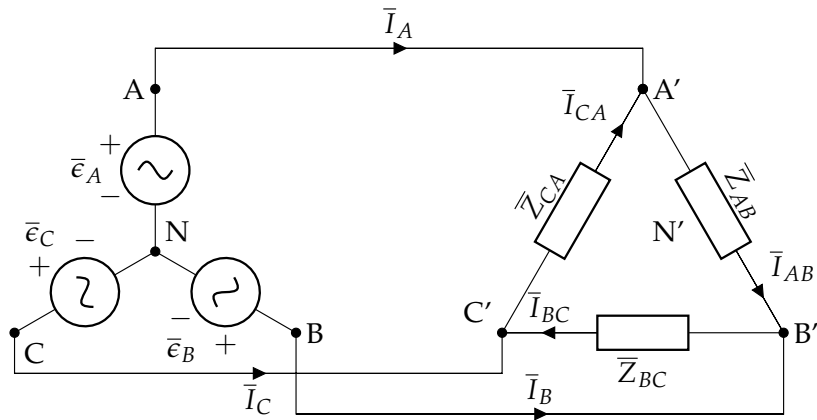


$$\bar{U}_N \neq \bar{U}_{N'}$$

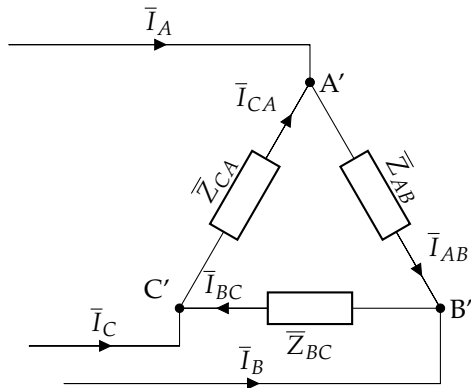
Receptor en Estrella con Carga Monofásica



Receptor en Triángulo Desequilibrado



Receptor en Triángulo Desequilibrado



$$\bar{I}_{AB} = \frac{\bar{U}_{AB}}{\bar{Z}_{AB}}$$

$$\bar{I}_{BC} = \frac{\bar{U}_{BC}}{\bar{Z}_{BC}}$$

$$\bar{I}_{CA} = \frac{\bar{U}_{CA}}{\bar{Z}_{CA}}$$

$$\bar{I}_A = \bar{I}_{AB} - \bar{I}_{CA}$$

$$\bar{I}_B = \bar{I}_{BC} - \bar{I}_{AB}$$

$$\bar{I}_C = \bar{I}_{CA} - \bar{I}_{BC}$$

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

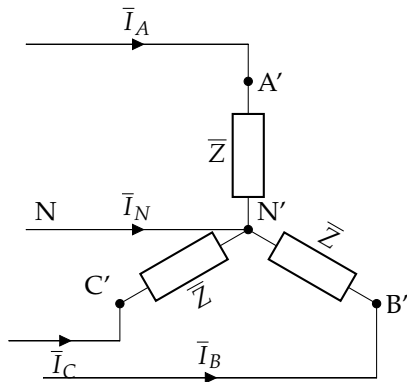
Introducción

Receptores

Potencia en Sistemas Trifásicos

Compensación de Reactiva

Receptor en Estrella Equilibrado



$$P = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_Z I_Z \cos(\theta)$$

$$Q = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_Z I_Z \sin(\theta)$$

$$I_Z = I$$

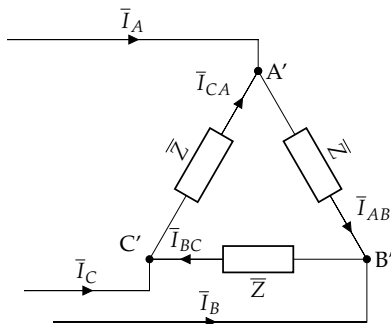
$$U_Z = U_F$$

$$P = 3U_F I \cos(\theta) = \sqrt{3}UI \cos(\theta)$$

$$Q = 3U_F I \sin(\theta) = \sqrt{3}UI \sin(\theta)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}UI$$

Receptor en Triángulo Equilibrado



$$P = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_Z I_Z \cos(\theta)$$

$$Q = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_Z I_Z \sin(\theta)$$

$$I_Z = I_F$$

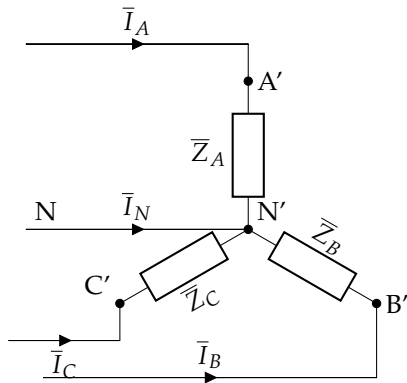
$$U_Z = U$$

$$P = 3UI_F \cos(\theta) = \sqrt{3}UI \cos(\theta)$$

$$Q = 3UI_F \sin(\theta) = \sqrt{3}UI \sin(\theta)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}UI$$

Receptor en Estrella Desequilibrado

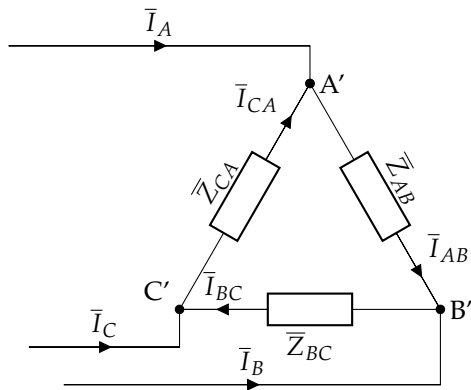


$$P = P_A + P_B + P_C$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C$$

$$\bar{S} = P + jQ$$

Receptor en Triángulo Desequilibrado



$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA}$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$$

$$\bar{S} = P + jQ$$

- ① Conceptos Fundamentales
- ② Elementos circuitales
- ③ Leyes de Kirchhoff
- ④ Corriente Alterna Sinusoidal
- ⑤ Corriente Alterna Trifásica

Introducción

Receptores

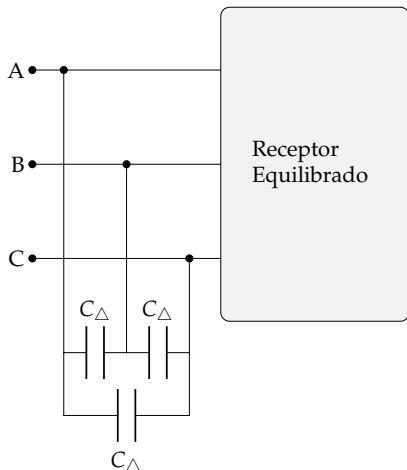
Potencia en Sistemas Trifásicos

Compensación de Reactiva

Objetivo

- ▶ Sea un receptor **equilibrado inductivo** del que conocemos P , Q y, por tanto, su factor de potencia $\cos \theta$.
- ▶ Para reducir la potencia reactiva del sistema debemos instalar un **banco de condensadores** que suministrarán una potencia reactiva Q_c .
- ▶ Como **resultado**, la potencia reactiva y el factor de potencia del sistema serán $Q' = Q - Q_c$ y $\cos \theta' > \cos \theta$.
- ▶ En trifásica existen dos posibilidades:
 - ▶ Conexión en triángulo: C_Δ
 - ▶ Conexión en estrella: C_Y .

Conexión en Triángulo



$$Q = P \tan \theta$$

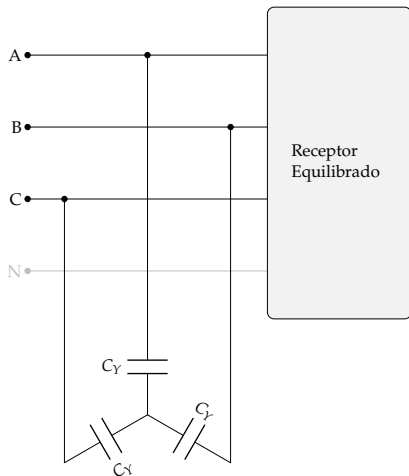
$$Q' = P \tan \theta' =$$

$$= Q - Q_c$$

$$Q_c = 3 \cdot \omega C_{\Delta} \cdot U^2$$

$$C_{\Delta} = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{3\omega U^2}$$

Conexión en Estrella



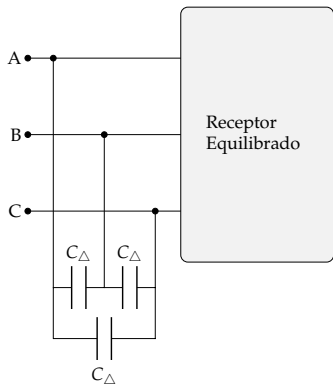
$$Q = P \tan \theta$$

$$Q' = P \tan \theta' =$$
$$= Q - Q_c$$

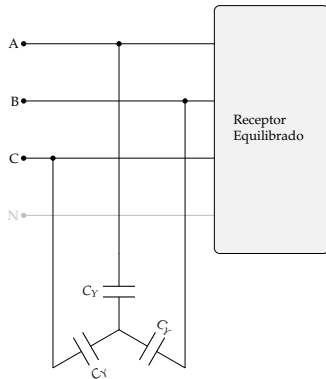
$$Q_c = 3 \cdot \omega C_Y \cdot U_f^2$$

$$C_Y = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{\omega U^2}$$

Comparación Estrella-Triángulo



$$C_{\Delta} = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{3\omega U^2}$$



$$C_Y = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{\omega U^2}$$

Dado que $C_Y = 3 \cdot C_{\Delta}$ la **configuración recomendada** es **triángulo**.