

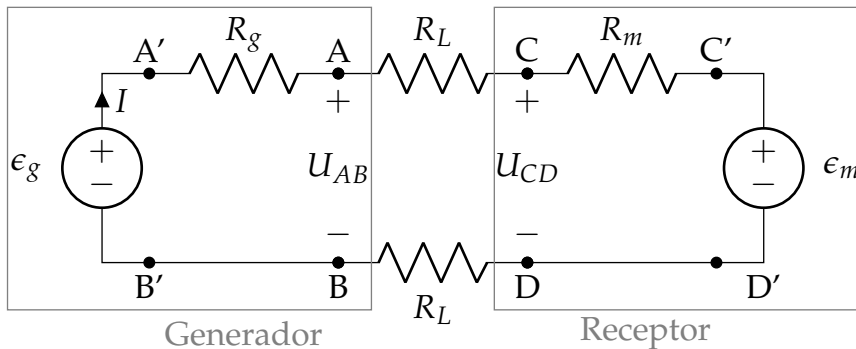
Enunciado:

Un generador cuya fem es de 120 V y resistencia de $0,2\ \Omega$, da una corriente de 20 A a un motor situado a 300 m de distancia y de resistencia $0,5\ \Omega$. La línea que los conecta es de cobre, de resistividad $17,24\text{ m}\Omega\text{ mm}^2\text{ m}^{-1}$. Sabiendo que el motor absorbe $10,2\text{ kWh}$ en 5 h , se debe hallar:

1. La fuerza contraelectromotriz (f_{cem}) del motor
2. La sección de los conductores de la línea
3. Los rendimientos de: motor, generador, línea y rendimiento total
4. El balance general de potencias

Solución:

Empezamos dibujando el esquema del circuito y organizando los datos disponibles:



Datos:

$\epsilon_g = 120\text{ V}$
 $R_g = 0,2\ \Omega$
 $I = 20\text{ A}$
 $R_m = 0,5\ \Omega$
 $E_m = 10,2\text{ kWh (en 5 h)}$
 $l = 300\text{ m}$
 $\rho = 17,24\text{ m}\Omega\text{ mm}^2\text{ m}^{-1}$

Donde la resistencia de la línea se divide en dos elementos, para distinguir entre el conductor de aporte y el de retorno de corriente.

Apartado 1

Para calcular ϵ_m , podemos formular el balance de tensiones (2LK) en la parte del motor:

$$U_{CD} = \underbrace{I \cdot R_m}_{=20 \cdot 0,5} + \epsilon_m$$

Pero para despejar ϵ_m en la expresión anterior, necesitamos calcular U_{CD} .

- Opción 1: aplicar el balance de tensiones en la “parte izquierda” del circuito (a la izquierda de U_{CD} en el diagrama).

Problema: no conocemos el valor de R_L (y no podemos calcularlo usando la resistividad, porque desconocemos la sección de los conductores), luego no podemos calcular la caída de tensión en la línea.

- Opción 2: leyendo de nuevo la información que tenemos sobre el punto de operación del motor, vemos que es conocida la potencia absorbida por este.

$$P_{CD} = \frac{10,2 \cdot 10^{-3}\text{ kWh}}{5\text{ h}} = 2040\text{ W}$$

Luego:

$$P_{CD} = U_{CD} \cdot I \rightarrow U_{CD} = \frac{2040}{20} = 102 \text{ V}$$

Sustituyendo en la primera expresión:

$$\epsilon_m = U_{CD} - 10 = \boxed{92 \text{ V}}$$

- Opción 3 (forma alternativa de llegar al resultado anterior): aplicar balance de potencias en el motor.

$$P_{\text{útil}} = P_{\text{absorbida}} - P_{\text{pérdidas}} \rightarrow P_{\epsilon_m} = P_{CD} - \underbrace{P_{R_m}}_{=R_m \cdot I^2 \text{ (ley de Joule)}}$$

P_{CD} se calcula de la forma descrita en la Opción 2, luego P_{ϵ_m} se obtiene como:

$$P_{\epsilon_m} = 2040 - 0,5 \cdot 20^2 = 1840 \text{ W}$$

Finalmente:

$$P_{\epsilon_m} = \epsilon_m \cdot I \rightarrow \epsilon_m = \frac{1840}{20} = \boxed{92 \text{ V}}$$

Apartado 2

Para calcular la sección de la línea:

$$R_L = \rho \cdot \frac{l}{S} = 17,24 \cdot 10^{-3} \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1} \cdot \frac{300 \text{ m}}{S}$$

(dado que ambos conductores, tanto el de aporte como el de retorno de corriente, tienen una $l = 300 \text{ m}$ cada uno)

Luego debemos calcular el valor de R_L para poder despejar S .

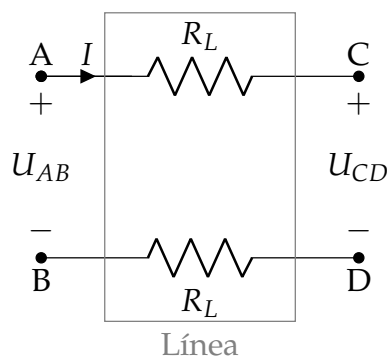
- Opción 1: aplicar el balance de tensiones en todo el circuito (2LK). Comenzando en el punto A, y retornando al mismo punto:

$$R_L \cdot I + U_{CD} + R_L \cdot I - \epsilon_g + R_g \cdot I = 0$$

Despejando R_L :

$$2R_L \cdot I = \underbrace{\epsilon_g}_{=120 \text{ V}} - \underbrace{R_g \cdot I}_{=0,2 \cdot 20} - \underbrace{U_{CD}}_{=102 \text{ V}} \rightarrow \boxed{R_L = \frac{7}{20} \Omega}$$

- Opción 2: aplicar balance de potencias en la línea.



$$P_{\text{entrada}} = P_{\text{pérdidas línea}} + P_{\text{salida}}$$

$$U_{AB} \cdot I = 2 \cdot R_L \cdot I^2 + U_{CD} \cdot I$$

$$R_L = \frac{U_{AB} - U_{CD}}{2 \cdot I} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2LK para } U_{AB}}}{=} \frac{\epsilon_g - I \cdot R_g - 102}{2 \cdot 20} = \boxed{\frac{7}{20} \Omega}$$

Una vez conocemos el valor de R_L , despejamos S en la primera expresión:

$$S = \rho \cdot \frac{l}{R_L} = \boxed{14,78 \text{ mm}^2}$$

Dado que este valor no corresponde a una sección normalizada de cable, en la práctica este circuito contendría un cable de sección normalizada inmediatamente superior a este valor, es decir, de $S = 16 \text{ mm}^2$.

Apartado 3

Los rendimientos pedidos se calculan de la siguiente forma:

$$\eta_m = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{absorbida}}} = \frac{\epsilon_m \cdot I}{U_{CD} \cdot I} = \frac{92 \text{ V}}{102 \text{ V}} = \boxed{0,902}$$

$$\eta_g = \frac{P_{\text{entregada}}}{P_{\text{producida}}} = \frac{U_{AB}}{\epsilon_g} = \frac{116 \text{ V}}{120 \text{ V}} = \boxed{0,967}$$

$$\eta_{\text{línea}} = \frac{P_{\text{salida}}}{P_{\text{entrada}}} = \frac{U_{CD}}{U_{AB}} = \frac{102 \text{ V}}{116 \text{ V}} = \boxed{0,879}$$

$$\eta_{\text{total}} = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{producida}}} = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_g} = \frac{92 \text{ V}}{120 \text{ V}} = \eta_g \cdot \eta_{\text{línea}} \cdot \eta_m = \boxed{0,767}$$

Apartado 4

El balance de potencias del circuito es:

$$P_g = P_{\text{línea}} + P_m$$

Donde:

$$P_g = P_{\text{útil},g} + P_{\text{pérdidas},g} \quad \rightarrow \quad \epsilon_g \cdot I = U_{AB} \cdot I + R_g \cdot I^2$$

$$P_{\text{línea}} = P_{\text{útil}, \text{línea}} + P_{\text{pérdidas}, \text{línea}} \quad \rightarrow \quad U_{AB} \cdot I = U_{CD} \cdot I + 2R_L \cdot I^2$$

$$P_m = P_{\text{útil},m} + P_{\text{pérdidas},m} \quad \rightarrow \quad U_{CD} \cdot I = \epsilon_m \cdot I + R_m \cdot I^2$$