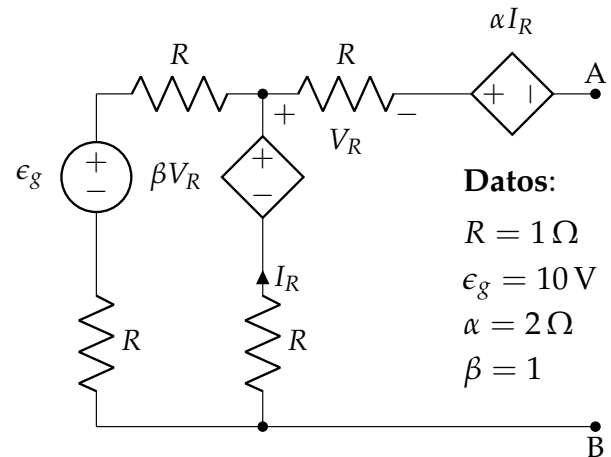


Ejercicio 18 de la colección de problemas

Enunciado:

En el circuito de la figura, determinar:

1. La corriente del generador equivalente de Norton respecto de A y B, I_N
2. La resistencia del generador equivalente de Norton respecto de A y B, R_N
3. La resistencia de carga que se debe conectar entre A y B para conseguir la máxima potencia disponible, y el valor de esta potencia



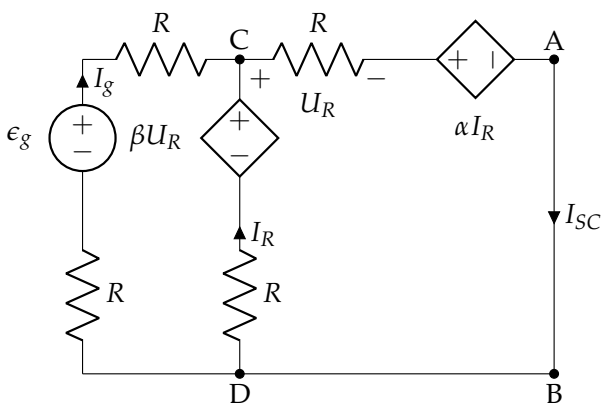
Datos:

$$\begin{aligned} R &= 1 \, \Omega \\ \epsilon_g &= 10 \, \text{V} \\ \alpha &= 2 \, \Omega \\ \beta &= 1 \end{aligned}$$

Solución:

Para calcular el equivalente de Norton, cortocircuitamos la salida del circuito.

Para calcular I_{SC} , podríamos aplicar el método de las mallas, pero la presencia de fuentes dependientes hace que su aplicación no sea directa. Es más sencillo aplicar 1LK y 2LK para obtener las siguientes ecuaciones:



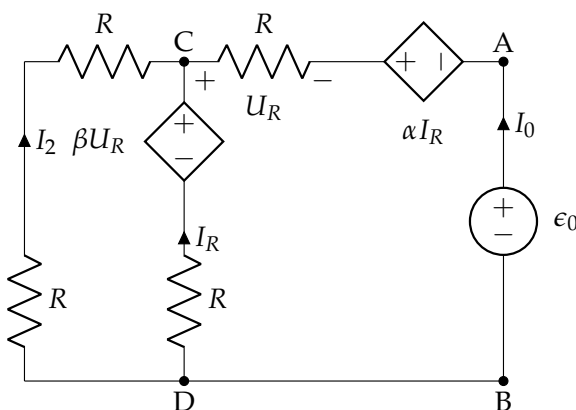
$$\begin{aligned} I_g + I_R &= I_{SC} \\ U_{CD} &= \epsilon_g - 2 \cdot R \cdot I_g \\ U_{CD} &= \beta \cdot U_R - I_R \cdot R \\ U_{CD} &= U_R + \alpha \cdot I_R \\ U_R &= R \cdot I_{SC} \end{aligned}$$

(5 ecs. y 5 incógnitas)

Combinando estas ecuaciones obtenemos:

$$I_{SC} = \frac{10}{3} \, \text{A} = I_N$$

Para obtener la resistencia equivalente Norton, apagamos la fuente independiente (la cortocircuitamos) y conectamos un generador de prueba en AB:



$$\begin{aligned} I_2 + I_R + I_0 &= 0 \\ U_{CD} &= U_R + \alpha \cdot I_R + \epsilon_0 \\ U_{CD} &= \beta \cdot U_R - I_R \cdot R \\ U_{CD} &= -2R \cdot I_2 \\ U_R &= -I_0 \cdot R \end{aligned}$$

(5 ecs. y 5 incógnitas)

Combinando estas ecuaciones obtenemos:

$$R_{th} = \frac{\epsilon_0}{I_0} = 3 \, \Omega$$

Por tanto, hay que conectar una $R_L = 3 \, \Omega$ para obtener la máxima potencia disponible.

Una opción alternativa para resolver el problema es aplicar el método de las mallas dos veces. Definiendo corrientes de malla en sentido horario en el primer circuito de la página anterior, tenemos:

$$\begin{bmatrix} 3R & -R \\ -R & 2R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_g - \beta \cdot U_R \\ \beta \cdot U_R - \alpha \cdot I_R \end{bmatrix}$$

Dado que aparecen incógnitas en el lado derecho del sistema de ecuaciones, expresamos los términos de los generadores dependientes en función de las corrientes de malla:

$$\begin{aligned} U_R &= I_b \cdot R \\ I_R &= I_b - I_a \end{aligned}$$

Reorganizando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 3R & -R + \beta \cdot R \\ -R - \alpha & 2R + \alpha - \beta \cdot R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

(observación: todos los elementos de la matriz de coeficientes tienen unidades de resistencia)

Resolviendo, se obtiene la misma solución que en la página anterior:

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{10}{3} \text{ A} \\ I_b &= \frac{10}{3} \text{ A} = I_{SC} \end{aligned}$$

Para obtener la resistencia Norton, podemos aplicar mallas en el segundo circuito de la página anterior. Definiendo corrientes de malla en sentido horario:

$$\begin{bmatrix} 3R & -R \\ -R & 2R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I'_a \\ I'_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta \cdot U_R \\ \beta \cdot U_R - \alpha \cdot I_R - \epsilon_0 \end{bmatrix}$$

Reorganizando términos, de la misma forma que hemos hecho en el sistema anterior:

$$\begin{bmatrix} 3R & -R + \beta \cdot R \\ -R - \alpha & 2R + \alpha - \beta \cdot R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I'_a \\ I'_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\epsilon_0 \end{bmatrix}$$

Para poder resolver el sistema de ecs., es necesario asignar un valor a ϵ_0 . En la práctica, esto equivale a elegir un valor de fuente de tensión que se conectaría en terminales A-B del circuito, tras lo cual mediríamos la corriente I_0 que esta aportaría.

Por ejemplo, elegimos $\epsilon_0 = 1 \text{ V}$ y resolvemos:

$$\begin{aligned} I'_a &= 0 \\ I'_b &= -\frac{1}{3} \text{ A} = -I_0 \end{aligned}$$

Luego $R_{th} = \frac{\epsilon_0}{I_0} = \boxed{3 \Omega}$, mismo resultado que en la página anterior.