

Ejercicio 8 de la colección de problemas

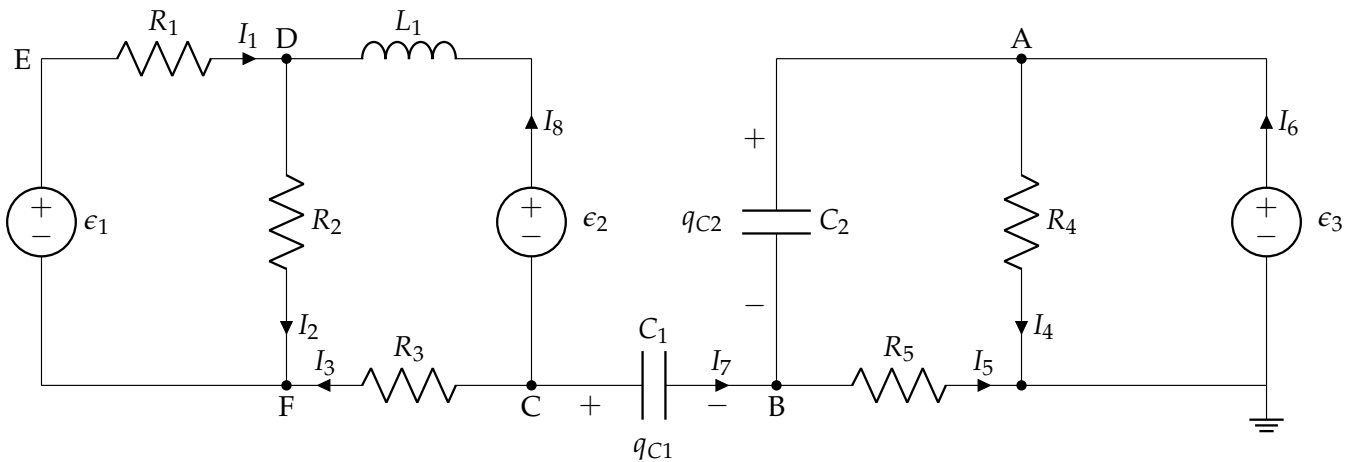
Enunciado:

En el circuito de la figura, donde se sabe que la carga inicial de los condensadores era de $10\ \mu\text{C}$ para C_1 y de $20\ \mu\text{C}$ para C_2 , con las polaridades indicadas, se pide determinar:

1. Intensidades de corriente señaladas
2. Potenciales en los puntos A, B, C, D, E y F

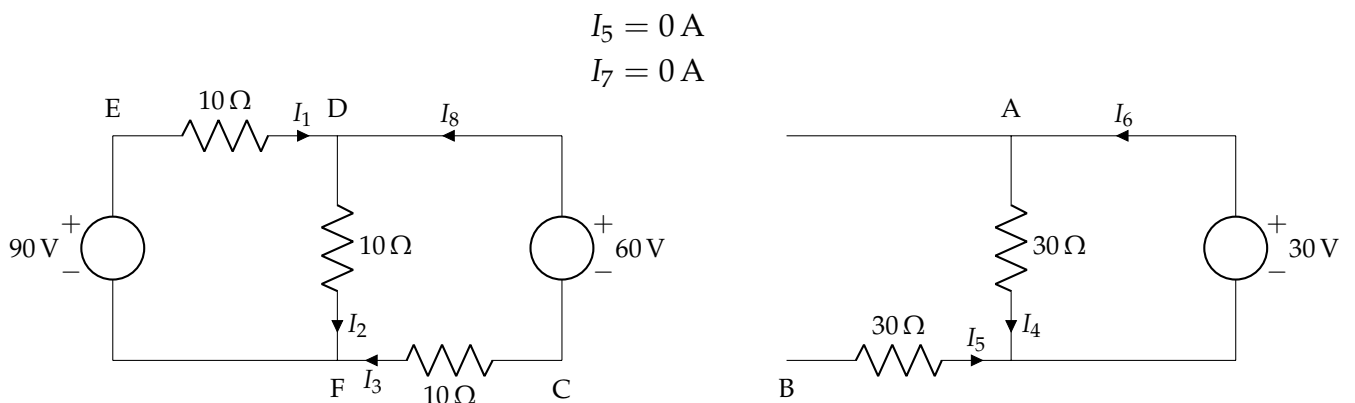
Datos:

$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = R_3 = 10\ \Omega \\ R_4 &= R_5 = 30\ \Omega \\ C_1 &= 10\ \mu\text{F} \\ C_2 &= 20\ \mu\text{F} \\ q_{C_1,0} &= 10\ \mu\text{C} \\ q_{C_2,0} &= 20\ \mu\text{C} \\ L_1 &= 1\ \mu\text{H} \\ \epsilon_1 &= 90\ \text{V} \\ \epsilon_2 &= 60\ \text{V} \\ \epsilon_3 &= 30\ \text{V} \end{aligned}$$



Solución:

Sustituimos los condensadores por circuitos abiertos, lo que implica que por las ramas correspondientes no puede circular corriente:



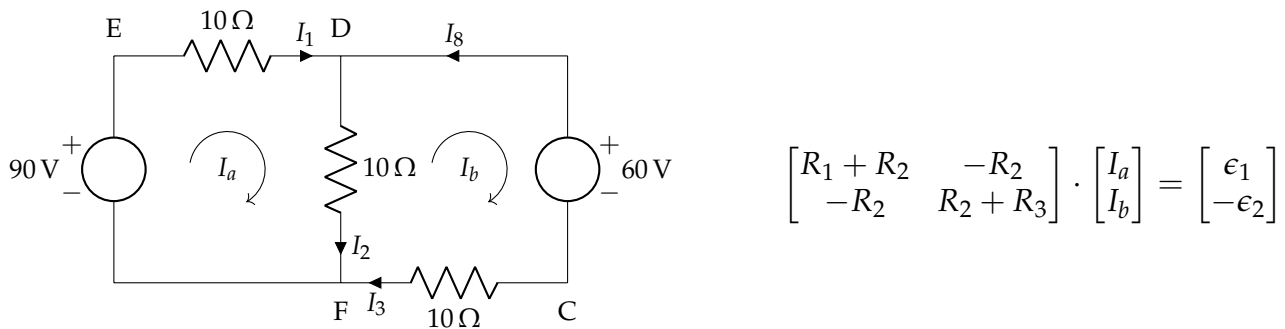
En consecuencia:

$$\begin{aligned} I_3 &= -I_8 \\ I_4 &= I_6 \end{aligned}$$

Además, la bobina L_1 se sustituye por un cortocircuito.

Dado que el circuito original está “partido” en dos porciones inconexas, podemos analizar de manera independiente cada una de las dos porciones. Si aplicáramos la ecuación general de mallas al circuito en su conjunto, obtendríamos una matriz con ceros en los elementos comunes entre la malla 3 (malla en la que se incluye el generador 3), y las mallas 1 y 2, por lo que el sistema de ecuaciones 3×3 sería separable en dos partes (de dimensiones 2×2 y 1×1).

Por lo tanto, en el circuito de la izquierda se tienen dos mallas, considerando las corrientes de malla mostradas en la siguiente figura:



La solución de este sistema es:

$$\begin{aligned} I_a &= 4 \text{ A} \\ I_b &= -1 \text{ A} \end{aligned}$$

siendo:

$$I_1 = I_a, \quad I_2 = I_a - I_b, \quad I_3 = I_b, \quad I_8 = -I_b$$

En el circuito de la derecha tenemos una única malla:

$$\epsilon_3 = I_4 \cdot R_4 \rightarrow I_4 = 1 \text{ A}$$

Por tanto:

$$I_1 = 4 \text{ A}, \quad I_2 = 5 \text{ A}, \quad I_3 = -1 \text{ A}, \quad I_4 = 1 \text{ A}, \quad I_5 = 0 \text{ A}, \quad I_6 = 1 \text{ A}, \quad I_7 = 0 \text{ A}, \quad I_8 = 1 \text{ A}$$

Para calcular los potenciales en los puntos A y B:

$$\begin{aligned} U_A &= \epsilon_3 = 30 \text{ V} \\ U_B &= R_5 \cdot I_5 = 0 \text{ V} \end{aligned}$$

Para calcular el potencial en el punto C, debemos tener en cuenta que el condensador C_1 conserva su carga inicial, porque el circuito no está cerrado en la parte superior. Por tanto:

$$U_{CB} = U_{C_1} = \frac{q_{C_1,0}}{C_1} = 1 \text{ V}$$

Luego:

$$U_C = U_{CB} + U_B = 1 \text{ V}$$

A partir de este resultado, podemos calcular el resto de potenciales:

$$\begin{aligned} U_D &= U_{DC} + U_C = \epsilon_2 + U_C = 61 \text{ V} \\ U_E &= U_{ED} + U_D = I_1 \cdot R_1 + U_D = 101 \text{ V} \\ U_F &= U_{FC} + U_C = -I_3 \cdot R_3 + U_C = 11 \text{ V} \end{aligned}$$