

# PROBLEMAS DE TEORÍA DE CIRCUITOS

CURSO 2022/23



---

# Índice general

---

<b>1</b>	<b>Fundamentos. Corriente continua</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Corriente alterna monofásica</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>Sistemas trifásicos</b>	<b>19</b>



---

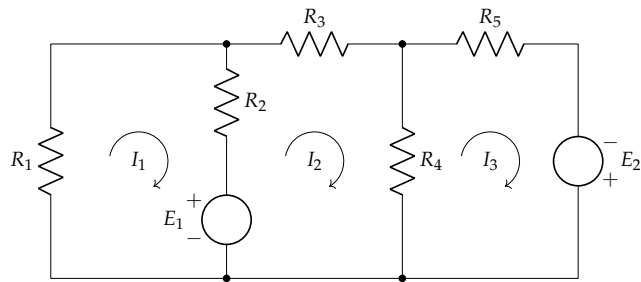
## Capítulo 1

# Fundamentos. Corriente continua

---

## Ejercicios

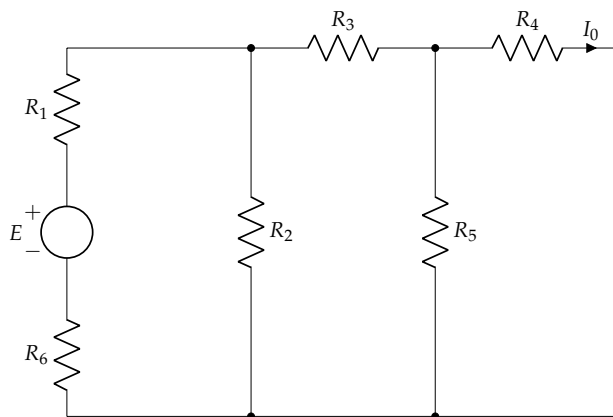
1. Calcular las corrientes de malla mostradas en el circuito de la figura.



Datos:  $R_1 = 2\ \Omega$ ;  $R_2 = 5\ \Omega$ ;  $R_3 = 10\ \Omega$ ;  $R_4 = 4\ \Omega$ ;  $R_5 = 2\ \Omega$ ;  $E_1 = 25\text{ V}$ ;  $E_2 = 50\text{ V}$

Sol.:  $I_1 = -1,31\text{ A}$ ;  $I_2 = 3,17\text{ A}$ ;  $I_3 = 10,45\text{ A}$

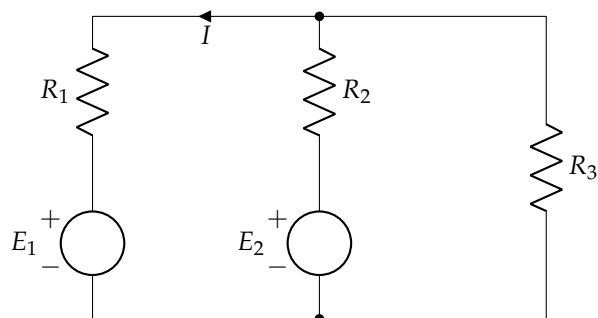
2. Calcular el valor de  $E$  que hace que  $I_0 = 7,5\text{ mA}$  en el circuito de la figura.



Datos:  $R_1 = 8\ \Omega$ ;  $R_2 = 7\ \Omega$ ;  $R_3 = 4\ \Omega$ ;  $R_4 = 6\ \Omega$ ;  $R_5 = 6\ \Omega$ ;  $R_6 = 12\ \Omega$ ;

Sol.:  $U_s = 0,705\text{ V}$

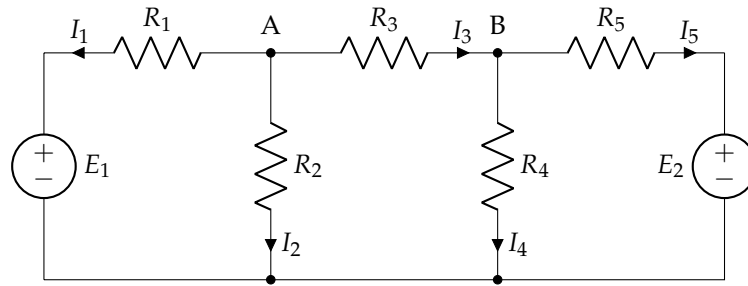
3. Calcular la intensidad  $I$  en el circuito de la figura.



Datos:  $R_1 = 27\ \Omega$ ;  $R_2 = 47\ \Omega$ ;  $R_3 = 27\ \Omega$ ;  $E_1 = 460\text{ V}$ ;  $E_2 = 200\text{ V}$

Sol.:  $I = -8,77\text{ A}$

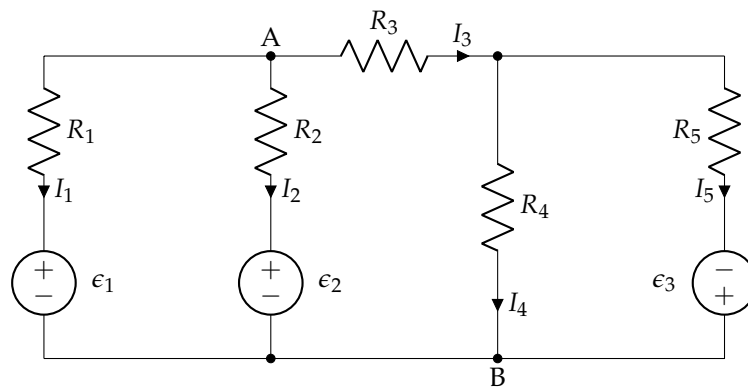
4. En el circuito de la figura obtener las intensidades de corriente señaladas primero mediante un análisis por el método de las mallas y posteriormente mediante un análisis por el método de los nudos.



Datos:  $R_1 = 2\ \Omega$ ;  $R_2 = 1\ \Omega$ ;  $R_3 = 4\ \Omega$ ;  $R_4 = 5\ \Omega$ ;  $R_5 = 3\ \Omega$ ;  $E_1 = 10\text{ V}$ ;  $E_2 = 6\text{ V}$

Sol.:  $I_1 = -3,31\text{ A}$ ;  $I_2 = 3,37\text{ A}$ ;  $I_3 = -0,06\text{ A}$ ;  $I_4 = 0,73\text{ A}$ ;  $I_5 = -0,79\text{ A}$

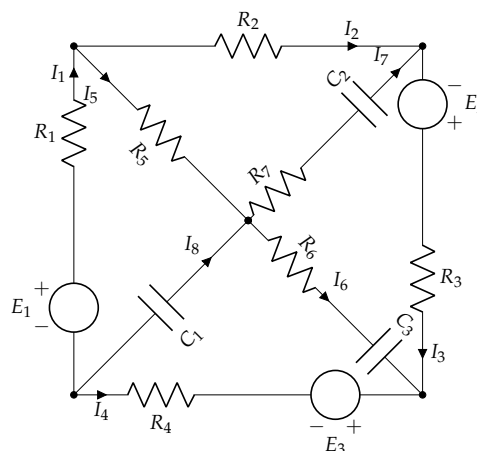
5. Analizar el circuito de la figura mediante el método de las mallas, obteniendo la corriente de cada una de las ramas. Con este resultado, calcular la diferencia de potencial entre A y B, y realizar un balance de potencias comparando la potencia de los elementos activos y la de los elementos pasivos. Datos:  $R_1 = R_2 = 1\ \Omega$ ;  $R_3 = 2\ \Omega$ ;  $R_4 = 3\ \Omega$ ;  $R_5 = 4\ \Omega$ ;  $\epsilon_1 = 118\text{ V}$ ;  $\epsilon_2 = 236\text{ V}$ ;  $\epsilon_3 = 118\text{ V}$ .



Sol.  $I_1 = 32\text{ A}$ ;  $I_2 = -86\text{ A}$ ;  $I_3 = 54\text{ A}$ ;  $I_4 = 14\text{ A}$ ;  $I_5 = 40\text{ A}$ ;  $U_{AB} = 150\text{ V}$ ;  $P_g = P_R$

6. En el circuito de la figura, determinar:

- Todas las intensidades de rama señaladas
- Carga, polaridad y energía almacenada en los condensadores
- Balance de potencias



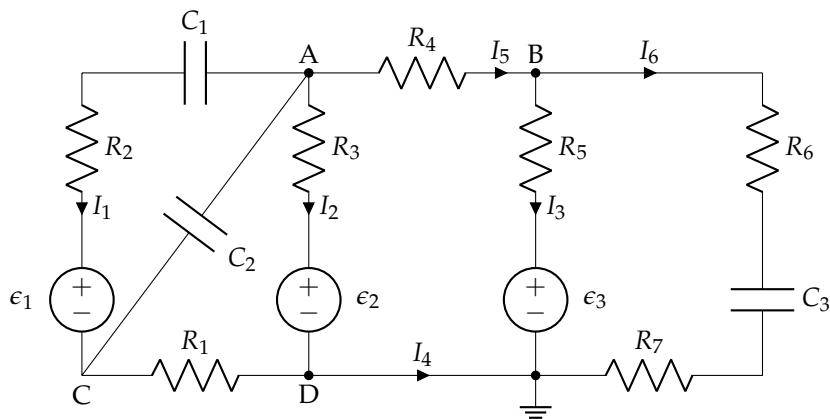
Datos:  $R_i = i\ \Omega$ ;  $C_i = i\ \mu\text{F}$ ;  $E_1 = 8\text{ V}$ ;  $E_2 = 6\text{ V}$ ;  $E_3 = 4\text{ V}$

Sol.:  $I_1 = I_2 = I_3 = -I_4 = 1\text{ A}$ ;  $I_5 = I_6 = I_7 = 0\text{ A}$ ;  $Q_{1\mu\text{F}} = -7\ \mu\text{C}$ ;  $Q_{2\mu\text{F}} = -4\ \mu\text{C}$ ;  $Q_{3\mu\text{F}} = 3\ \mu\text{C}$ ;  $E_{1\mu\text{F}} = 24,5\ \mu\text{J}$ ;  $E_{2\mu\text{F}} = 4\ \mu\text{J}$ ;  $E_{3\mu\text{F}} = 1,5\ \mu\text{J}$

7. Aplicar el método de los nudos en el circuito de la figura para determinar:

- Los potenciales de los nudos A, B, C y D.
- Las intensidades de corriente señaladas.
- Carga, polaridad y energía almacenada en los condensadores, supuestos sin carga inicial.

Datos:  $R_i = i \Omega$ ;  $C_i = i \mu F$ ;  $E_1 = 6V$ ;  $E_2 = 18V$ ;  $E_3 = 6V$

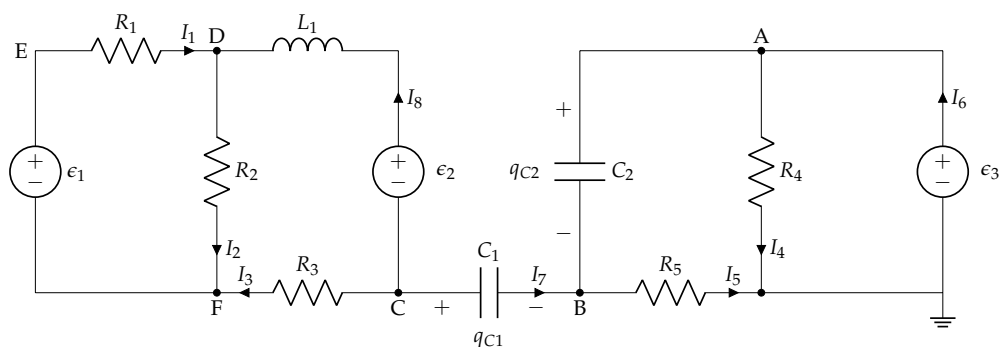


Sol.:  $U_A = 15V$ ;  $U_B = 11V$ ;  $U_C = U_D = 0V$ ;  $I_1 = I_6 = 0A$ ;  $I_2 = I_4 = -1A$ ;  $I_3 = I_5 = 1A$ ;  $q_1 = 9\mu C$ ;  $q_2 = 30\mu C$ ;  $q_3 = 33\mu C$ ;  $E_{C1} = 40,5\mu J$ ;  $E_{C2} = 225\mu J$ ;  $E_{C3} = 181,5\mu J$

8. En el circuito de la figura, donde se sabe que la carga inicial de los condensadores era de  $10\mu C$  para  $C_1$  y de  $20\mu C$  para  $C_2$  con las polaridades indicadas, se pide determinar:

- Intensidades de corriente señaladas
- Potenciales en los puntos A, B, C, D, E y F

Datos:  $\epsilon_1 = 90V$ ;  $\epsilon_2 = 60V$ ;  $\epsilon_3 = 30V$ ;  $R_1 = R_2 = R_3 = 10\Omega$ ;  $R_4 = R_5 = 30\Omega$ ;  $C_1 = 10\mu F$ ;  $C_2 = 20\mu F$ ;  $L_1 = 1\mu H$



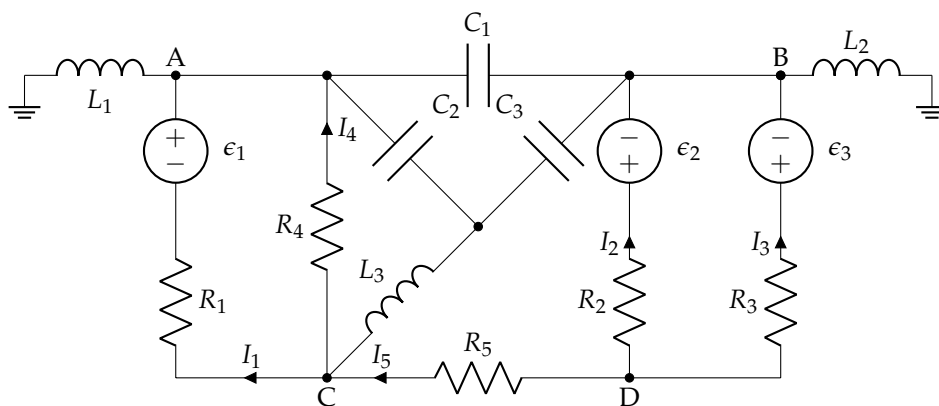
Sol.  $I_1 = 4A$ ;  $I_2 = 5A$ ;  $I_3 = -1A$ ;  $I_4 = I_8 = 1A$ ;  $I_5 = I_7 = 0A$ ;  $U_A = 30V$ ;  $U_B = 0V$ ;  $U_C = 1V$ ;  $U_D = 61V$ ;  $U_E = 101V$ ;  $U_F = 11V$

9. En el circuito de la figura, los condensadores se conectaron sin carga. Mediante el método de las mallas determina:

- Intensidades de corriente señaladas
- Potenciales en los puntos A, B, C y D
- Polaridades, cargas, y energías de los condensadores
- Balance de potencias

Datos:  $\epsilon_1 = 118V$ ;  $\epsilon_2 = 236V$ ;  $\epsilon_3 = 118V$ ;  $R_1 = 4\Omega$ ;  $R_2 = R_3 = 1\Omega$ ;  $R_4 = 3\Omega$ ;  $R_5 = 2\Omega$ ;  $C_1 = C_2 = C_3 = 2\mu F$ ;  $L_1 = L_2 = L_3 = 1mH$

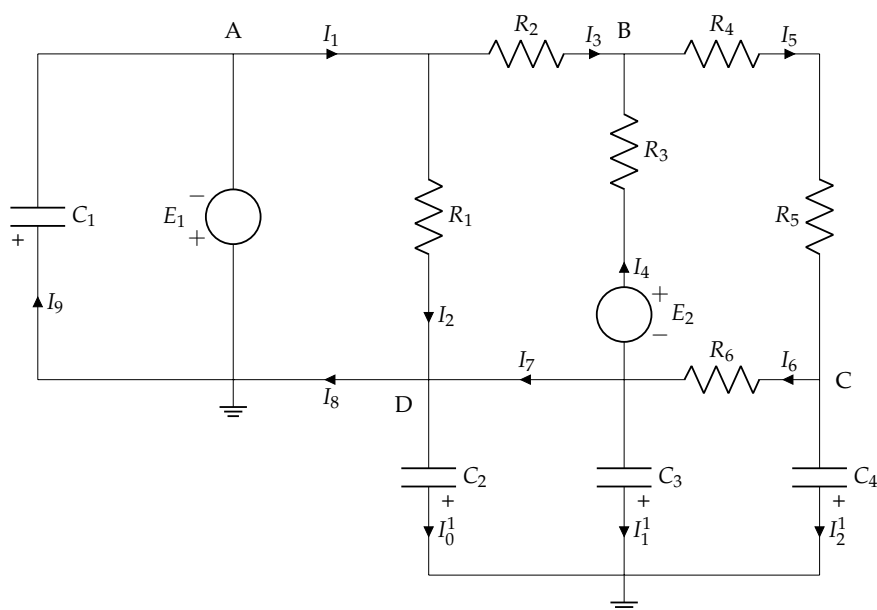




Sol.:  $I_1 = 40A$ ;  $I_2 = -86A$ ;  $I_3 = 32A$ ;  $I_4 = 14A$ ;  $I_5 = 54A$ ;  $U_A = U_B = 0V$ ;  $U_C = 41V$ ;  $U_D = 150V$ ;  $U_{C1} = 0V$ ;  $q_1 = 0\mu F$ ;  $E_{C1} = 0J$ ;  $U_{C2} = -42V$ ;  $q_2 = 84\mu F$ ;  $E_{C2} = 1,76mJ$ ;  $U_{C3} = -42V$ ;  $q_3 = 84\mu F$ ;  $E_{C3} = 1,76mJ$ ;  $P_g = P_R$

10. En el circuito de la figura, determinar:

- Las ecuaciones para el cálculo de las intensidades
- Todas las intensidades indicadas
- Potenciales en todos los nudos
- Carga y energía almacenada en los condensadores

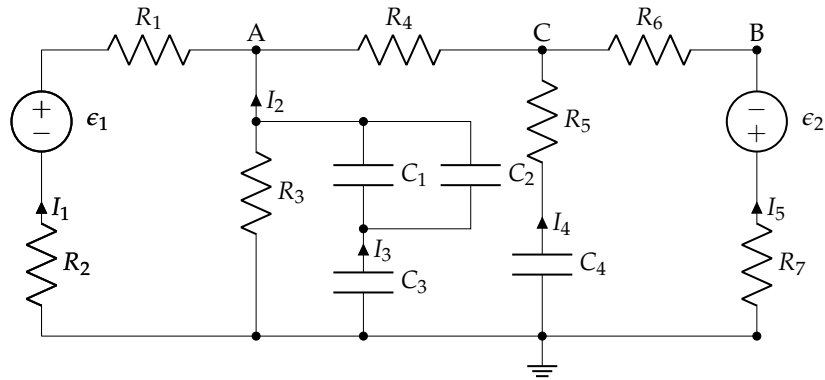


Datos:  $R_1 = 2\Omega$ ;  $R_2 = 4\Omega$ ;  $R_3 = 2\Omega$ ;  $R_4 = 1\Omega$ ;  $R_5 = 2\Omega$ ;  $R_6 = 1\Omega$ ;  $E_1 = 8V$ ;  $E_2 = 8V$ ;  $C_i = i\mu F$   
 Sol.:  $I_1 = I_6 = -6,5A$ ;  $I_2 = -4A$ ;  $I_3 = -2,5A$ ;  $I_4 = 3A$ ;  $I_5 = 0,5A$ ;  $U_A = -8V$ ;  $U_B = 2V$ ;  $U_C = 0,5V$ ;  $U_D = 0V$ ;  $Q_{1\mu F} = 8\mu C$ ;  $Q_{2\mu F} = Q_{3\mu F} = 0\mu C$ ;  $Q_{4\mu F} = -2\mu C$ ;  $E_{1\mu F} = 32\mu F$ ;  $E_{2\mu F} = E_{3\mu F} = 0J$ ;  $E_{4\mu F} = 0,5\mu C$

11. En el circuito de la figura se debe determinar:

- Las corrientes señaladas.
- El balance de potencias, diferenciando entre elementos activos y elementos pasivos.
- Los potenciales en los puntos A, B y C.
- La carga y polaridad en los condensadores, supuestos sin carga inicial.

Datos:  $\epsilon_1 = 1V$ ;  $\epsilon_2 = 7V$ ;  $R_i = 1\Omega$ ;  $C_i = i\mu F$

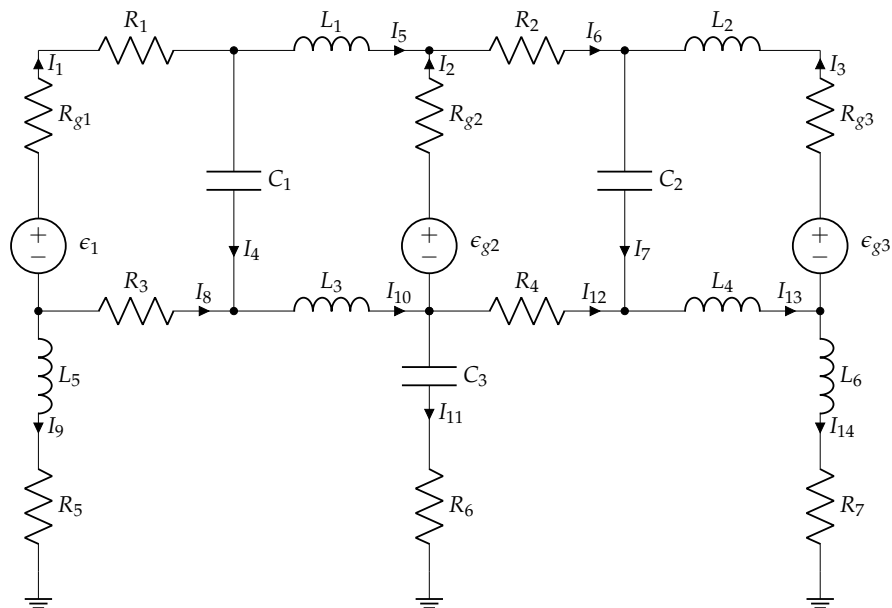


Sol.:  $I_1 = I_2 = 1A$ ;  $I_3 = I_4 = 0A$ ;  $I_5 = -2A$ ;  $\sum P = 0$ ;  $U_A = -1V$ ;  $U_B = -5V$ ;  $U_C = -3V$ ;  $q_1 = 0,5\mu C$ ;  $q_2 = 1\mu F$ ;  $q_3 = 1,5\mu F$ ;  $q_4 = 12\mu C$

12. El circuito de la figura está funcionando en régimen estacionario. Los condensadores estaban inicialmente descargados. Resuelve el circuito mediante el método que consideres conveniente para obtener los siguientes resultados:

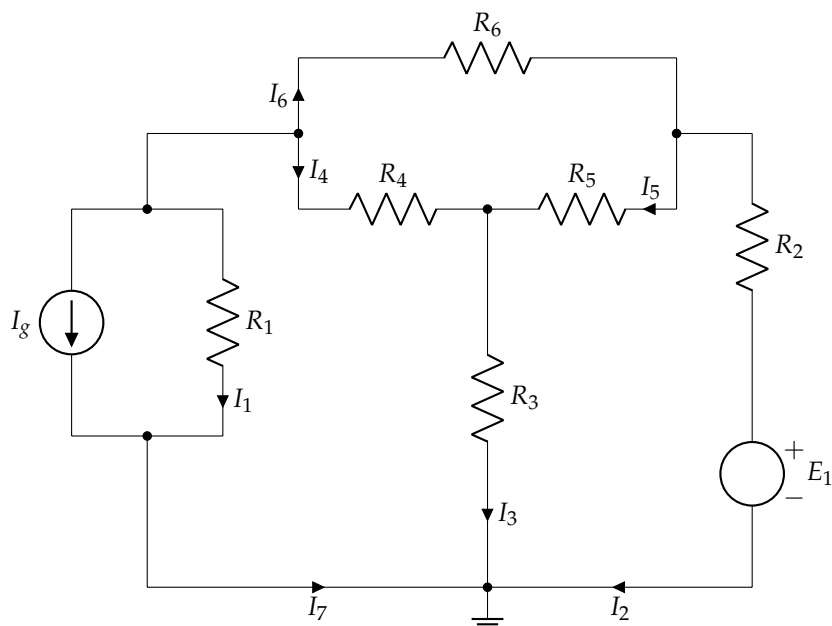
- Las intensidades señaladas.
- Polaridad y energía almacenada en los condensadores.
- Balance de potencias.

Datos:  $\epsilon_1 = 40V$ ;  $\epsilon_2 = 22V$ ;  $\epsilon_3 = 20V$ ;  $C_1 = C_2 = C_3 = 2\mu F$ ;  $R_{g1} = R_{g2} = R_{g3} = 4\Omega$ ;  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2\Omega$ ;  $R_5 = R_6 = R_7 = 1\Omega$



Sol.:  $I_1 = I_5 = 2A$ ;  $I_2 = I_3 = I_8 = I_{10} = -1A$ ;  $I_4 = I_7 = I_{11} = I_{12} = I_{13} = 0A$ ;  $I_6 = I_{14} = 1A$ ;  $E_{C1} = 0,676mJ$ ;  $E_{C2} = 0,576mJ$ ;  $E_{C3} = 1\mu J$ ;  $P_g = P_R$

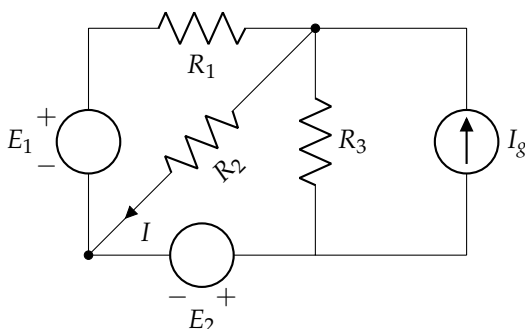
13. En el circuito de la figura, obtener las intensidades de corriente señaladas mediante un análisis por el método de las mallas y mediante un análisis por el método de los nudos.



Datos:  $R_1 = 9\ \Omega$ ;  $R_2 = 4\ \Omega$ ;  $R_3 = 18\ \Omega$ ;  $R_4 = R_5 = R_6 = 20\ \Omega$ ;  $E_1 = 16\text{ V}$ ;  $I_g = 2\text{ A}$

Sol.:  $I_1 = -0,74\text{ A}$ ;  $I_2 = -1,33\text{ A}$ ;  $I_3 = 0,07\text{ A}$ ;  $I_4 = -0,39\text{ A}$ ;  $I_5 = 0,46\text{ A}$ ;  $I_6 = -0,87\text{ A}$ ;  $I_7 = 1,26\text{ A}$

14. Calcular la intensidad que circula por la resistencia de  $30\ \Omega$  del circuito de la figura aplicando el principio de superposición.

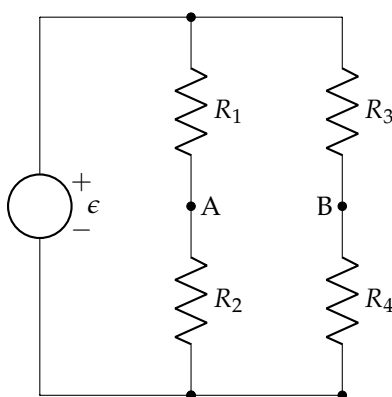


Datos:  $R_1 = 20\ \Omega$ ;  $R_2 = 30\ \Omega$ ;  $R_3 = 20\ \Omega$ ;  $E_1 = 32\text{ V}$ ;  $E_2 = 64\text{ V}$ ;  $I_g = 4\text{ A}$

Sol.:  $I = 2,2\text{ A}$

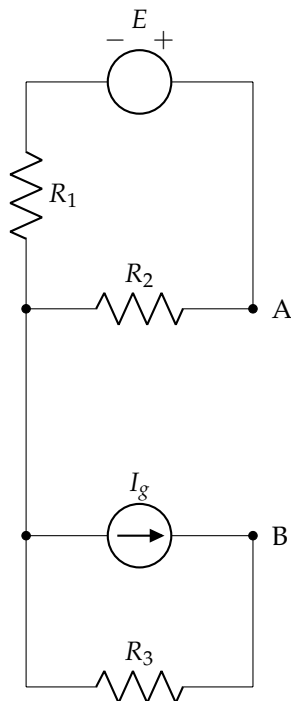
15. Obtener el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B. A partir de este generador, calcula la resistencia a colocar en AB para obtener la máxima potencia, calculando esta potencia y la potencia entregada por el generador  $\epsilon$ .

Datos:  $\epsilon = 54\text{ V}$ ;  $R_1 = R_4 = 8\ \Omega$ ;  $R_2 = R_3 = 10\ \Omega$



*Sol.:*  $R_{AB} = 80/9\Omega$ ;  $P_R = 1,0125\text{ W}$ ;  $P_e = 2,025\text{ W}$

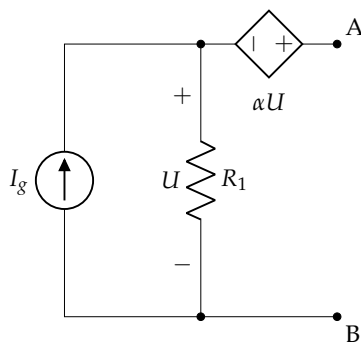
16. Determinar el equivalente Thévenin del circuito de la figura entre los nudos A – B. ¿Qué resistencia habría que conectar en dichos terminales para transferir la máxima potencia? ¿Cuál sería dicha potencia?



Datos:  $R_1 = R_2 = 4\Omega$ ;  $R_3 = 2\Omega$ ;  $E = 10\text{ V}$ ;  $I_g = 8\text{ A}$

*Sol.:*  $\epsilon_{th} = 5 - 16 = -11\text{ V}$ ;  $R_{th} = 4\Omega$ ;  $R_L = 4\Omega$ ;  $P_{max} = 7,56\text{ W}$

17. Obtener el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B.  
Datos:  $I_g = 10\text{ A}$ ;  $R_1 = 1\Omega$ ;  $\alpha = 5$

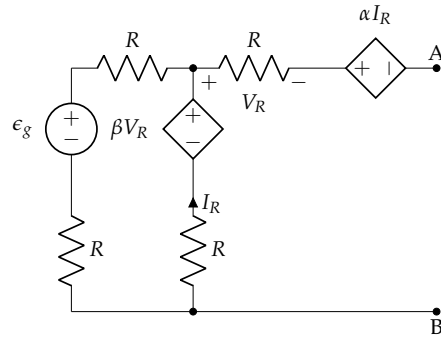


*Sol.:*  $\epsilon_{th} = 60\text{ V}$ ;  $R_{th} = 6\Omega$

18. En el circuito de la figura, calcular:

- La corriente del generador equivalente de Norton respecto de A y B,  $I_N$ .
- La resistencia del generador equivalente de Norton respecto de A y B,  $R_N$ .
- La resistencia de carga que se debe conectar entre A y B para conseguir la máxima potencia disponible, y el valor de esta potencia.

Datos:  $R = 1\Omega$ ;  $\epsilon_g = 10\text{ V}$ ;  $\alpha = 1\Omega$ ;  $\beta = 1$



Sol.:  $I_N = \frac{10}{3} \text{ A}$ ;  $R_N = 2 \Omega$ ;  $R_L = 2 \Omega$ ;  $P_L = 5,56 \text{ W}$



---

## **Capítulo 2**

# **Corriente alterna monofásica**

---

## Ejercicios

1. En un circuito serie  $RL$  con  $R = 5\Omega$  y  $L = 0,06H$ , la tensión en bornes de la bobina es  $u_L(t) = 15 \sin(200t)$  V. Determinar:

- La tensión total
- Intensidad de corriente
- Ángulo de desfase de la intensidad respecto de la tensión
- Impedancia del circuito

Sol.:  $\overline{Z}_{eq} = 5 + j12\Omega$ ;  $\overline{I} = 0,88 \angle -90^\circ A$ ;  $\overline{U} = 11,48 \angle -22,5304^\circ V$ ;  $\phi = 67,4696^\circ$

2. Una resistencia de  $5\Omega$  y un condensador se unen en serie. La tensión en la resistencia es :  $u_R(t) = 25 \cdot \sin(2000t + \pi/6)$ . Si la corriente está adelantada  $60^\circ$  respecto de la tensión aplicada, ¿cuál es el valor de la capacidad  $C$  del condensador?. Sol.:  $C = 100\sqrt{3}/3 \mu F$

3. Para determinar las constantes  $R$  y  $L$  de una bobina, se conecta en serie con una resistencia de  $25\Omega$  y al conjunto se le aplica una fuente de tensión de  $120V$  a  $60Hz$ , se miden las tensiones en bornes de la resistencia y de la bobina, dando los valores  $U_R = 70,8V$  y  $U_B = 86V$ . ¿Cuáles son las constantes de la bobina en cuestión?.

Sol.:  $R = 5\Omega$ ;  $L = 79,5mH$

4. Un circuito serie RLC con  $R = 5\Omega$ ,  $L = 0,02H$  y  $C = 80\mu F$ , tiene aplicada una tensión senoidal de frecuencia variable. Determinar los valores de la pulsación  $\omega$  para los cuales la corriente:

- Adelanta  $45^\circ$  a la tensión
- Está en fase con ella
- Retrasa  $45^\circ$

Sol.:  $\omega = 675,39 \text{ rad/s}$ ;  $\omega = 790,57 \text{ rad/s}$ ;  $\omega = 925,39 \text{ rad/s}$

5. Determinar el triángulo de potencias de un circuito al que se le aplica una tensión  $u(t) = 340 \cdot \cos(\omega t - 60^\circ)$  V y circula una intensidad de corriente  $i(t) = 13,3 \cdot \cos(\omega t - 48,7^\circ)$ . Sol.  $P = 2217,17 W$ ;  $Q = -443,03 \text{ VA}_r$ ;  $S = 2261 \text{ VA}$

6. En el esquema de la figura los elementos tienen los siguientes valores:

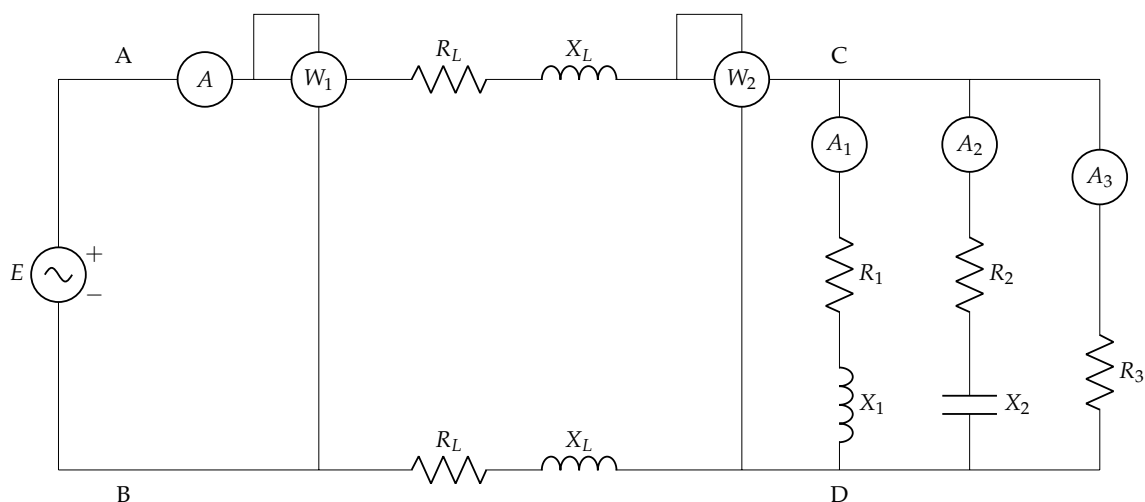
$$R_1 = R_2 = R_3 = 10\Omega$$

$$X_1 = X_2 = 1\Omega$$

$$R_L = X_L = 1\Omega$$

Sabiendo que  $U_{CD} = 200V$  se debe calcular:

- Intensidades de corriente  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  en forma fasorial, tomando  $U_{CD}$  como referencia de fase
- Lectura de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$

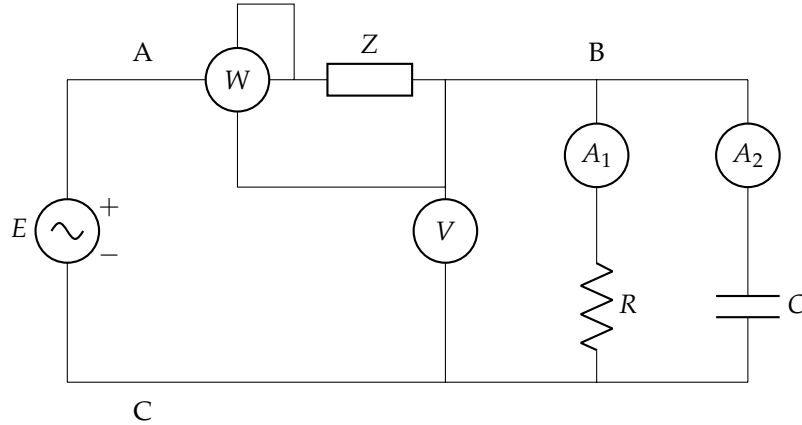




Sol.:  $\bar{I}_1 = 19,90/-5,7106^\circ A$ ;  $\bar{I}_2 = 19,90/5,7106^\circ A$ ;  $\bar{I}_3 = 20/0^\circ A$ ;  $\bar{I} = 59,60/0^\circ A$ ;  $W_1 = 19024,32 W$ ;  $W_2 = 11920 W$

7. En el circuito de la figura, los amperímetros  $A_1$  y  $A_2$  marcan  $4,5A$  y  $6A$ , respectivamente; el voltímetro,  $150V$  y el vatímetro  $900W$ . Sabiendo que la frecuencia del generador es de  $250Hz$  y el f.d.p. de la impedancia  $Z$  es de  $0.8$  en retraso, se pide calcular:

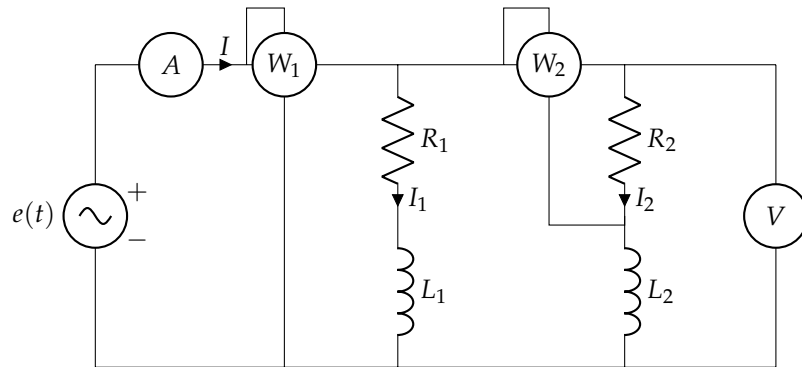
- Valores de  $R$ ,  $C$  y  $Z$  en forma compleja
- La tensión del generador



Sol.:  $\bar{R} = 33,33/0^\circ \Omega$ ;  $\bar{X}_C = -j25 \Omega$ ;  $\bar{Z} = 16 + j12 \Omega$ ;  $\bar{U}_{AC} = 212,13/45^\circ V$

8. En el circuito de la figura, determinar las lecturas de los aparatos de medida y el balance de potencias activas y reactivas, así como el triángulo global de potencias.

Datos:  $e(t) = 100\sqrt{2} \cos(\omega t)$ ;  $R_1 = 2\Omega$ ;  $R_2 = 4\Omega$ ;  $\omega L_1 = 3\Omega$ ;  $\omega L_2 = 4\Omega$ .

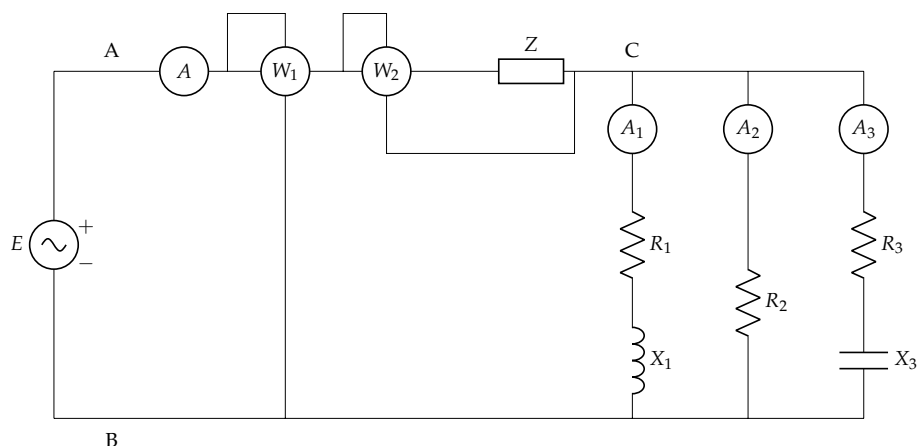


Sol.:  $V = 100 V$ ;  $A = 45,20 A$ ;  $W_1 = 2788,31 W$ ;  $W_2 = 1250,33 W$ ;  $P_{R1} = 1539,02 W$ ;  $P_{R2} = 1250,33 W$ ;  $Q_{L1} = 2308,52 VAr$ ;  $Q_{L2} = 1250,33 VAr$ ;  $P_T = 2789,35 W$ ;  $Q_T = 3558,82 VAr$ ;  $\bar{S}_T = 2789,35 + j3558,82 VA$

9. El circuito de la figura tiene carácter inductivo. La impedancia de la línea es  $Z = 10\sqrt{2}\Omega$  con f.d.p.  $\sqrt{2}/2$  en retraso. Tomando como referencia de fases la intensidad total  $\bar{I}$ , se pide calcular:

- Potencia activa y reactiva consumida por  $Z$
- Expresiones complejas de las intensidades medidas por los amperímetros  $A$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$
- Expresiones complejas de las tensiones  $\bar{U}_{AB}$ ,  $\bar{U}_{AC}$  y  $\bar{U}_{CB}$
- Valores de  $R_1$ ,  $X_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  y  $X_3$

Datos:  $A = 5\sqrt{5}A$ ;  $A_1 = 5\sqrt{2}A$ ;  $A_2 = 5A$ ;  $A_3 = \sqrt{10}A$ ;  $U_{AB} = 247V$ ;  $W_1 = 2350W$ ;  $R_1 = R_3$



Sol.:  $P_z = 1250 \text{ W}$ ;  $Q_z = 1250 \text{ VAR}$ ;  $\bar{I} = 11,18/0^\circ \text{ A}$ ;  $\bar{I}_1 = 7,07/-34,6711^\circ \text{ A}$ ;  $\bar{I}_2 = 5/10,3289^\circ \text{ A}$ ;  $\bar{I}_3 = 3,16/81,8940^\circ \text{ A}$ ;  $\bar{U}_{AB} = 247/31,6823^\circ \text{ V}$ ;  $\bar{U}_{AC} = 158,11/45^\circ \text{ V}$ ;  $\bar{U}_{CB} = 100/10,3289^\circ \text{ V}$ ;  $R_1 = R_3 = 10\Omega$ ;  $R_2 = 20\Omega$ ;  $X_1 = 10\Omega$ ;  $X_3 = -30\Omega$

10. La potencia reactiva del circuito de la figura es  $80 \text{ VAR}$  de tipo capacitivo. La tensión en la impedancia  $Z$  está en fase con la intensidad  $I_1$  y las lecturas de los aparatos son  $A = 4 \text{ A}$ ,  $V = 50 \text{ V}$ ,  $W = 200 \text{ W}$ . Sabiendo que  $R_1 = 10\Omega$  y  $X_2 = 50\Omega$ , calcula:

- Las corrientes  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  en forma fasorial.
- Las reactancias  $X_1$ ,  $X_3$ , y la impedancia  $\bar{Z}$ .
- La fuerza electromotriz  $\bar{e}$ .



Sol.  $\bar{I} = 4/0^\circ \text{ A}$ ;  $\bar{I}_1 = 2\sqrt{5}/-26,56^\circ \text{ A}$ ;  $\bar{I}_2 = 1/-90^\circ \text{ A}$ ;  $X_1 = 5\Omega$ ;  $X_3 = \frac{50}{3}\Omega$ ;  $\bar{Z} = 10 - j5\Omega$ ;

11. Un motor monofásico de  $S = 10 \text{ kVA}$  y  $fdp = 0,8$  está alimentado por una fuente de  $230 \text{ V}$  a  $f = 50 \text{ Hz}$ . Calcular:

- El valor eficaz de la corriente absorbida por el motor
- La potencia aparente del generador
- La capacidad del condensador necesario para compensar el factor de potencia a la unidad
- El valor eficaz de la corriente absorbida por el conjunto condensador-motor
- La potencia aparente del generador necesario una vez conectado el condensador del tercer apartado
- Compara de forma razonada los resultados de los apartados 4 y 5 con los valores calculados en los apartados 1 y 2

Sol.:  $I = 43,5 \text{ A}$ ;  $S_g = 10 \text{ kVA}$ ;  $C = 361 \mu\text{F}$ ;  $I' = 34,78 \text{ A}$ ;  $S'_g = 8000 \text{ kVA}$

12. Un generador de corriente alterna monofásica ( $f = 50 \text{ Hz}$ ) alimenta a dos cargas a través de una línea de cobre. Esta línea, de resistividad  $\rho = 21 \text{ m}\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ , tiene una longitud de 100 m y una sección de  $16 \text{ mm}^2$ . Las dos cargas, cuya tensión de alimentación es de 230 V, son dos motores, uno con potencia de 7 kW y f.d.p. de 0,65, y otro con una potencia de 5 kW y f.d.p. de 0,85. Con esta información, se pide calcular:

- Triángulo de potencias de cada carga y del conjunto de ambas
- Valor eficaz de las corrientes en cada carga y de la corriente total
- Triángulo de potencias del generador
- Valor eficaz de la tensión en bornes del generador
- Capacidad del condensador a instalar en bornes de las cargas para mejorar el factor de potencia a 0,95
- Valor eficaz de la corriente entregada por el generador una vez instalado el condensador
- Triángulo de potencias del generador una vez instalado el condensador

Sol.:  $P_1 = 7000\text{W}$ ;  $Q_1 = 8183,91\text{VAr}$ ;  $S_1 = 10769,23\text{VA}$ ;  $P_2 = 5000\text{W}$ ;  $Q_2 = 3098,72\text{VAr}$ ;  $S_2 = 5882,35\text{VA}$ ;  $P_T = 12000\text{W}$ ;  $Q_T = 11282,63\text{VAr}$ ;  $S_T = 16471,12\text{VA}$ ;  $I_1 = 46,82 \text{ A}$ ;  $I_2 = 25,58 \text{ A}$ ;  $I_T = 71,62 \text{ A}$ ;  $P_g = 13346,23\text{W}$ ;  $Q_g = 11282,63\text{VAr}$ ;  $S_g = 17476,26\text{VA}$ ;  $U_g = 244,4\text{V}$ ;  $C = 441,66\mu\text{F}$ ;  $I' = 54,92\text{A}$ ;  $P'_g = 12791,75\text{W}$ ;  $Q'_g = 3944,21\text{VAr}$ ;  $S'_g = 13386,02\text{VA}$

13. Un generador de corriente alterna monofásica ( $f = 50\text{Hz}$ ) alimenta a dos cargas a través de una línea de cobre. Esta línea, de resistividad  $\rho = 0,017\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ , tiene una longitud de 40m y una sección de  $6\text{mm}^2$ . Las dos cargas, cuya tensión de alimentación es de 200V, son:

- a) Un motor de 7kW con f.d.p. 0,7.
- b) Un grupo de lámparas fluorescentes con potencia total 200W y f.d.p. 0,5.

Se pide:

- Esquema del circuito señalando adecuadamente los elementos, corrientes y tensiones
- Potencias activa, reactiva y aparente de cada carga
- Valor eficaz de las corrientes en cada carga, y de la corriente total
- Potencia activa y reactiva entregada por el generador
- Valor eficaz de la tensión en bornes del generador
- Capacidad necesaria a instalar en bornes de las cargas para mejorar el factor de potencia de las mismas a la unidad
- Valor eficaz de la tensión en bornes del generador, y potencia aparente entregada por el mismo una vez instalada la capacidad determinada en el apartado anterior

Sol.:  $P_M = 7000\text{W}$ ;  $Q_M = 7141,43\text{VAr}$ ;  $S_M = 10000\text{VA}$ ;  $P_F = 200\text{W}$ ;  $Q_F = 346,41\text{VAr}$ ;  $S_F = 400\text{VA}$ ;  $I_M = 50\text{A}$ ;  $I_F = 2\text{A}$ ;  $I_T = 51,94\text{A}$ ;  $P_g = 7811,50\text{W}$ ;  $Q_g = 7487,8\text{VAr}$ ;  $U_g = 208,33\text{V}$ ;  $C = 595,86\mu\text{F}$ ;  $U'_g = 207,92\text{V}$ ;  $S'_g = 7485,12\text{VA}$

14. Un generador de corriente alterna ( $f = 50 \text{ Hz}$ ) alimenta una instalación eléctrica a través de una línea de cobre ( $\rho = 0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ) de  $25 \text{ mm}^2$  de sección. La instalación eléctrica está compuesta por un motor de  $S_m = 10 \text{ kVA}$  y  $\text{fdp} = 0,8$ , una instalación de alumbrado fluorescente de  $P_f = 800 \text{ W}$  y  $\text{fdp} = 0,9$ , y diversas cargas electrónicas con una potencia conjunta  $P_e = 540 \text{ W}$  y  $\text{fdp} = 0,5$  en retraso.

Suponiendo que las cargas trabajan a su tensión nominal de 230 V y que están situadas a 100 m del generador, calcule:

- a) Triángulo de potencias total de las cargas ( $P_T$ ,  $Q_T$ ,  $S_T$ ) y factor de potencia.
- b) Valor eficaz de la corriente que circula por la línea.
- c) Potencia disipada en la línea.
- d) Triángulo de potencias del generador ( $P_g$ ,  $Q_g$ ,  $S_g$ ) y factor de potencia.
- e) Valor eficaz de la tensión de salida del generador.

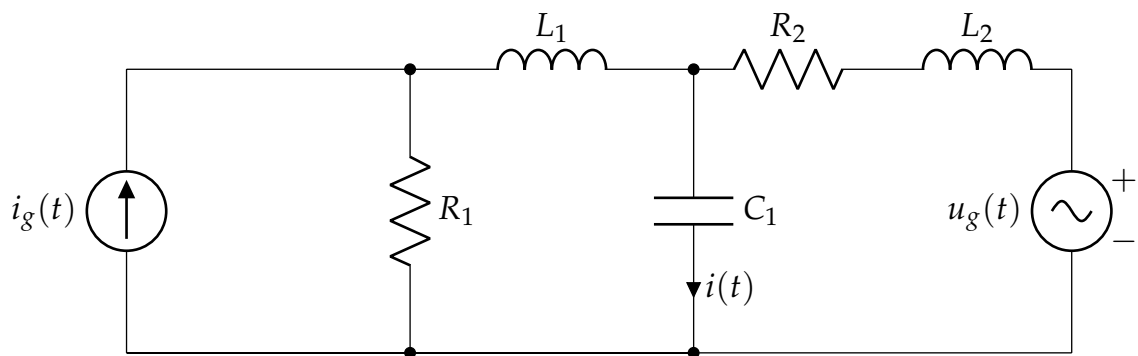
- f) Capacidad del banco de condensadores a instalar en bornes de la carga necesario para reducir la corriente que circula por la línea a un valor de 45 A.

Independientemente del resultado obtenido, suponga que la capacidad instalada es  $C = 172 \mu\text{F}$ . En estas condiciones, calcule:

- g) Potencia aparente de las cargas (incluyendo al banco de condensadores)  
h) Valor eficaz de la corriente que circula por la línea y potencia disipada en la misma.  
i) Triángulo de potencias del generador y factor de potencia.  
j) Tensión de trabajo del generador.

Sol.  $S_T = 11\,868,4 \text{ VA}$ ;  $I = 51,6 \text{ A}$ ;  $P_L = 362,1 \text{ W}$ ;  $S_g = 12\,155,4 \text{ VA}$ ;  $U_g = 235,6 \text{ V}$ ;  $C = 172,3 \mu\text{F}$ ;  $S'_T = 10\,350,1 \text{ VA}$ ;  $I' = 45 \text{ A}$ ;  $S'_g = 10\,599,2 \text{ VA}$ ;  $U'_g = 235,5 \text{ V}$

15. Calcular la corriente  $i(t)$  del circuito de la figura.



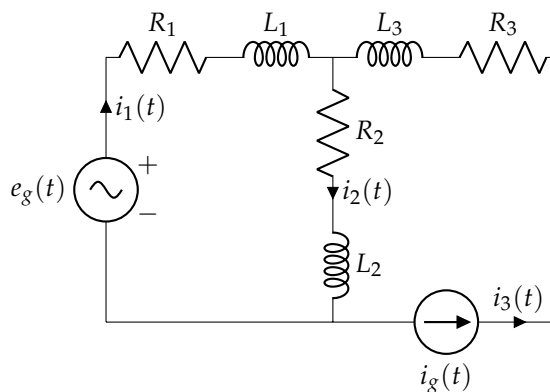
Datos:  $i_g(t) = 10\sqrt{2} \sin(100t) \text{ A}$ ;  $R_1 = R_2 = 1 \Omega$ ;  $L_1 = L_2 = 0,01 \text{ H}$ ;  $C_1 = 0,01 \text{ F}$ ;  $u_g(t) = 10\sqrt{2} \cos(100t) \text{ V}$

Sol.:  $i(t) = \sqrt{2} 10 \cos(100t) \text{ A}$

16. Del circuito de la figura obtener:

- Expresiones analíticas de las intensidades  $i_1(t)$  e  $i_2(t)$
- Potencia disipada por todas las resistencias

Datos:  $e_g(t) = 50\sqrt{2} \sin(1000t) \text{ V}$ ;  $i_g(t) = 10 \text{ A}$ ;  $R_1 = R_2 = 2 \Omega$ ;  $R_3 = 7 \Omega$ ;  $L_1 = L_2 = 1 \text{ mH}$ ;  $L_3 = 2 \text{ mH}$

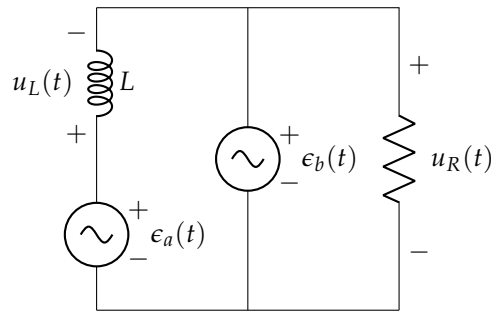


Sol.:  $i_1(t) = -5 + 5\sqrt{10} \sin(1000t - 0,46) \text{ A}$ ;  $i_2(t) = 5 + 5\sqrt{10} \sin(1000t - 0,46) \text{ A}$ ;  $i_3(t) = 10 \text{ A}$ ;  $P_T = 1300 \text{ W}$

17. En el circuito de la figura determina:

- $u_R(t)$  y  $u_L(t)$
- Balance de potencias

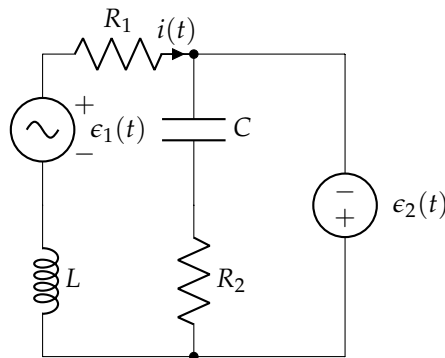
Datos:  $e_a(t) = 3\sqrt{2}\sin(10^3t)V$ ;  $e_b(t) = 30\sqrt{2}\sin(10^4t)V$ ;  $R = 30\Omega$ ;  $L = 3mH$



Sol.:  $u_R(t) = 30\sqrt{2}\sin(10^4t)V$ ;  $u_L(t) = 3\sqrt{2}\sin(10^3t) - 30\sqrt{2}\sin(10^4t)V$ ;  $P_R = 30W$ ;  $P_e = 30W$

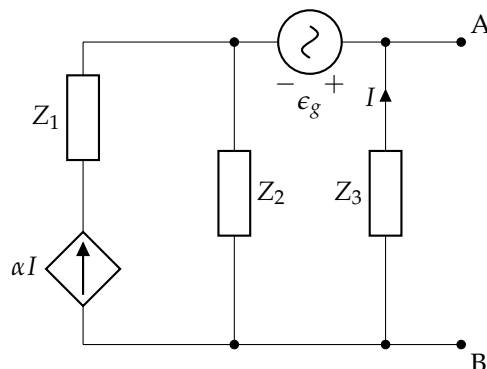
18. El circuito de la figura se encuentra en régimen permanente. Determinar analíticamente la expresión de  $i(t)$ , así como las potencias entregadas por los generadores y disipadas por las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ .

Datos:  $e_1(t) = 50\sin(1000t)V$ ;  $e_2(t) = 30V$ ;  $R_1 = 6\Omega$ ;  $R_2 = 6\Omega$ ;  $L = 8mH$ ;  $C = 10\mu F$



Sol.:  $i(t) = 5 + 5\sin(1000t - 0,9273)A$ ;  $P_{R1} = 225W$ ;  $P_{R2} = 0W$ ;  $P_e = 225W$

19. Obtén el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B.

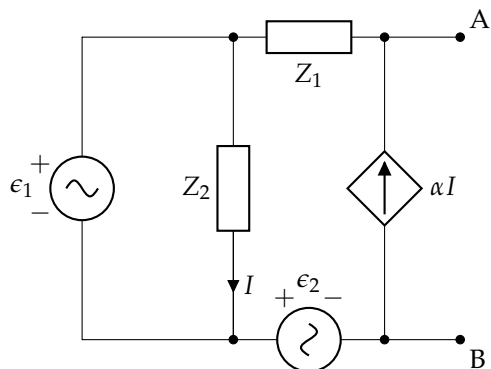


Datos:

$$\bar{e}_g = 12 - 16jV; \bar{Z}_1 = 1 - j\Omega; \bar{Z}_2 = 1 + j\Omega; \bar{Z}_3 = 5 + 3j\Omega; \alpha = 2$$

Sol.:  $\bar{e}_{th} = 11,66\angle -59,04^\circ V$ ;  $\bar{Z}_{th} = 0,64 + 0,52j\Omega$

20. Obtén el generador equivalente de Thévenin del circuito de la figura respecto de A y B. A partir de este generador, calcula la impedancia a colocar en AB para obtener la máxima potencia, calculando esta potencia.



$$\begin{aligned}\bar{\epsilon}_1 &= 10\angle 0^\circ \text{ V} \\ \bar{\epsilon}_2 &= 10j \text{ V} \\ \bar{Z}_1 &= 4 - 3j \, \Omega \\ \bar{Z}_2 &= 3 + 4j \, \Omega \\ \alpha &= 2\end{aligned}$$

Sol.  $\bar{\epsilon}_{th} = 10 - 10j \text{ V}; \bar{Z}_{th} = 4 - 3j \, \Omega$

---

## **Capítulo 3**

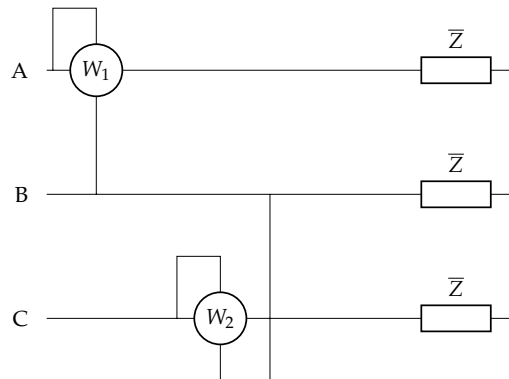
# **Sistemas trifásicos**

---

## Ejercicios

1. El receptor trifásico de la figura tiene secuencia de fases inversa y tensión de línea  $200\sqrt{3}$  V. Su potencia activa es 12 kW y el vatímetro 2 ( $W_2$ ) indica 6 kW. Hallar:

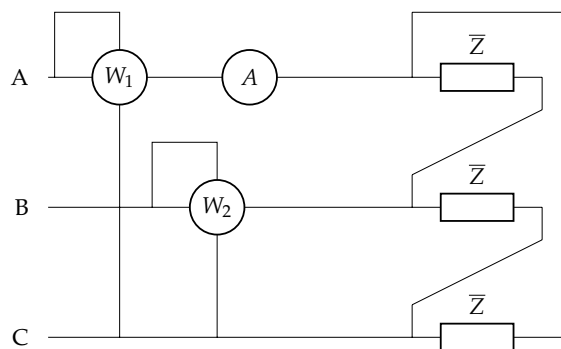
- Valor de la impedancia  $\bar{Z}$ , en forma compleja.
- Fasores correspondientes a las intensidades de línea.



Sol.:  $\bar{Z} = 10/\underline{0^\circ} \Omega$ ;  $\bar{I}_a = 20/\underline{-90^\circ} \text{ A}$ ;  $\bar{I}_b = 20/\underline{30^\circ} \text{ A}$ ;  $\bar{I}_c = 20/\underline{150^\circ} \text{ A}$

2. En el sistema trifásico de la figura de secuencia de fases directa y  $f = 60$  Hz, el receptor equilibrado disipa una potencia total  $P_T = 51984$  W con un factor de potencia de 0,6 en retraso. Sabiendo que el amperímetro indica  $76\sqrt{3}$  A, determinar:

- Lecturas de los vatímetros 1 y 2
- Valor de la impedancia  $\bar{Z}$  en forma compleja
- Capacidad mínima para mejorar el factor de potencia a 0,95

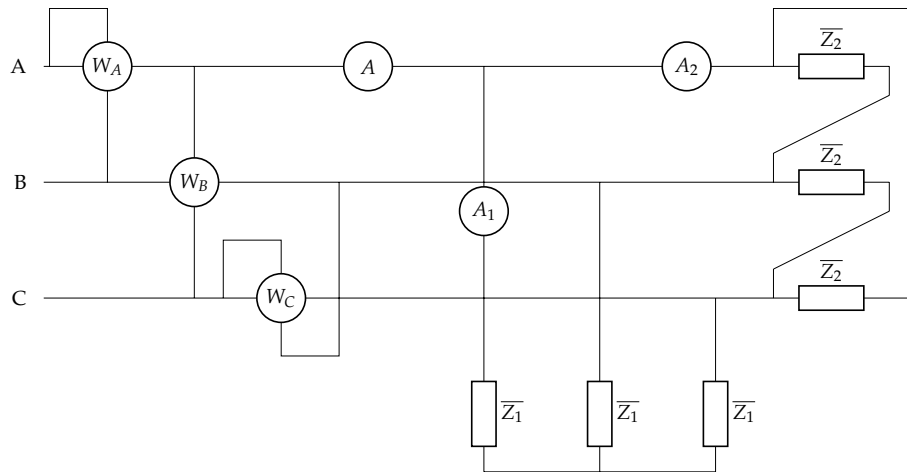


Sol.:  $W_1 = 46000,65 \text{ W}$ ;  $W_2 = 5983,35 \text{ W}$ ;  $\bar{Z} = 3 + j4 \Omega$ ;  $C_D = 51,31 \text{ mF/fase}$

3. En el sistema trifásico de la figura, de secuencia de fases inversa y tensión de línea  $200\sqrt{3}$  V, los dos receptores son equilibrados, con impedancias  $\bar{Z}_1 = 6 + j8 \Omega$  y  $\bar{Z}_2 = 8 + j6 \Omega$ . Determinar:

- Lecturas de los amperímetros.
- Lecturas de los vatímetros y la potencia compleja total.





Sol.:  $A = 79,40 \text{ A}$ ;  $A_1 = 20 \text{ A}$ ;  $A_2 = 60 \text{ A}$ ;  $W_A = 27007,43 \text{ W}$ ;  $W_B = 18013,85 \text{ W}$ ;  $W_C = 8993,58 \text{ W}$ ;  $\bar{S}_T = 36000 + j31200 \text{ VA}$

4. El sistema trifásico de la figura es de 380 V a 50 Hz y secuencia de fases inversa.  $\bar{Z}$  es un elemento pasivo ideal, tal que el factor global de potencia es la unidad. El motor es de 1,8 CV, rendimiento 90 % y factor de potencia 0,8. Determinar:

- Impedancia  $\bar{Z}$  en forma compleja.
- Intensidad en el motor.
- Fasores intensidad de línea.
- Lectura de los aparatos de medida: V, A,  $W_1$ ,  $W_2$  y  $W_3$ .



Sol.:  $\bar{Z} = -j129,76 \Omega/\text{fase}$ ;  $I_M = 2,83 \text{ A}$ ;  $\bar{I}_a = 2,27/\underline{-90^\circ} \text{ A}$ ;  $\bar{I}_b = 2,27/\underline{30^\circ} \text{ A}$ ;  $\bar{I}_c = 2,27/\underline{150^\circ} \text{ A}$ ;  $W_1 = 0$ ;  $W_2 = -645,24 \text{ W}$ ;  $W_3 = 645,24 \text{ W}$

5. Una plantación agrícola emplea dos bombas sumergibles para extraer agua de un pozo y transportarla a través de un sistema de riego por goteo. Estas dos bombas están alimentadas a 400 V por una línea trifásica en secuencia de fases directa y frecuencia 50 Hz. Una de las bombas funciona con un motor trifásico de 30 kW y factor de potencia de 0.78. La otra bomba trabaja con un motor de 7,5 kW y factor de potencia de 0.67. La línea que alimenta estas dos bombas es resistiva, con resistividad  $\rho = 0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ , longitud de 300 m y una sección de  $35 \text{ mm}^2$ .

- a) Calcula el triángulo de potencias (potencia activa, reactiva, y aparente) de cada carga, y total de las cargas (a la salida de la línea).
- b) Calcula el **valor eficaz** de la corriente de línea de cada carga, y total.
- c) Determine la lectura de los siguientes aparatos de medida conectados a la entrada de las cargas:

- Un vatímetro en la fase A, midiendo tensión entre las fases A y C.
  - Un vatímetro en la fase B, midiendo tensión entre las fases B y C.
  - Un vatímetro en la fase C, midiendo tensión entre las fases B y A.
- d) Calcule el triángulo de potencias a la entrada de la línea.
- e) Calcule el **valor eficaz** de la tensión a la entrada de la línea.
- f) Calcule los condensadores que se deben conectar a la salida de la línea para mejorar el factor de potencia del sistema hasta la unidad. Indique el modo de conexión.

Una vez conectados los condensadores del último apartado:

- g) Calcule el **valor eficaz** de la corriente de línea total.
- h) Calcule el triángulo de potencias a la entrada de la línea.
- i) Calcule el **valor eficaz** de la tensión a la entrada de la línea.
- j) Determine la lectura de los vatímetros descritos anteriormente.

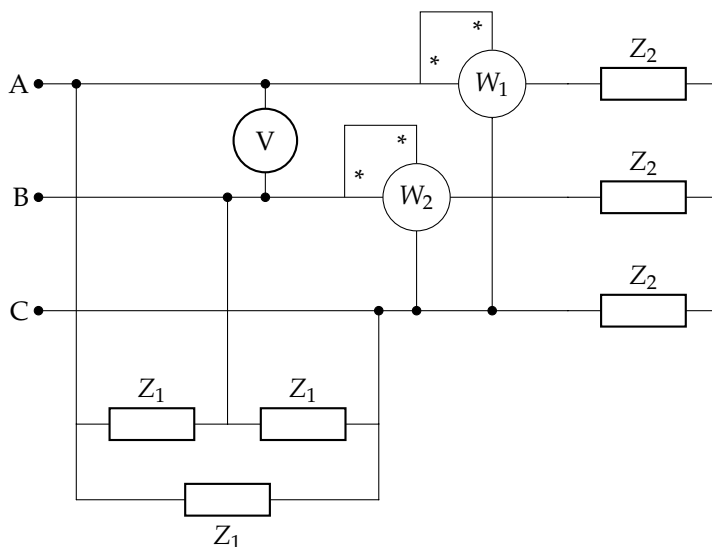
Sol.:  $P_1 = 30\text{kW}$ ;  $Q_1 = 24,07\text{kVar}$ ;  $S_1 = 38,46\text{kVA}$ ;  $P_2 = 7,5\text{kW}$ ;  $Q_2 = 8,31\text{kVar}$ ;  $S_2 = 11,19\text{kVA}$ ;  $P_T = 37,5\text{kW}$ ;  $Q_T = 32,38\text{kVar}$ ;  $S_T = 49,55\text{kVA}$ ;  $I_1 = 55,51\text{A}$ ;  $I_2 = 16,15\text{A}$ ;  $I_T = 71,52\text{A}$ ;  $W_{A,AC} = 28,10\text{kW}$ ;  $W_{B,BC} = 9,40\text{kW}$ ;  $W_{C,BA} = -18,69\text{kW}$ ;  $P_g = 39,74\text{kW}$ ;  $Q_g = 32,38\text{kVar}$ ;  $S_g = 51,26\text{kVA}$ ;  $U_g = 413,81\text{V}$ ;  $C = 214,7\mu\text{F}/\text{fase}$ ;  $I'_T = 54,13\text{A}$ ;  $P'_g = 38,78\text{kW}$ ;  $Q'_g = 0\text{Var}$ ;  $S'_g = 38,78\text{kVA}$ ;  $U' = 413,66\text{V}$ ;  $W'_{A,AC} = 18,75\text{kW}$ ;  $W'_{B,BC} = 18,75\text{kW}$ ;  $W'_{C,BA} = 0\text{W}$

6. El circuito de la figura es de secuencia de fases directa y 50 Hz. Determinar:

- a) Potencias activas y reactivas totales.
- b) Capacidad mínima de los condensadores a instalar para mejorar el factor de potencia total hasta la unidad.
- c) Intensidades de línea, en forma fasorial, una vez mejorado el factor de potencia.

Datos:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_1 &= 100/\underline{60^\circ}\Omega \\ W_1 &= 300\text{ W} \\ W_2 &= 300\text{ W} \\ V &= \sqrt{3} \cdot 200\text{ V}\end{aligned}$$



Sol.:  $P_T = 2400\text{W}$ ;  $Q_T = 1800\sqrt{3}\text{Var}$ ;  $C = 27,57\mu\text{F}$ ;  $\bar{I}_A = 4/\underline{90^\circ}\text{A}$ ;  $\bar{I}_B = 4/\underline{-30^\circ}\text{A}$ ;  $\bar{I}_C = 4/\underline{-150^\circ}\text{A}$

7. En la figura dos vatímetros miden una carga trifásica inductiva equilibrada alimentada a una tensión  $U = 400\text{ V}$ . El vatímetro  $W_B$  indica una lectura de  $11\,320\text{ W}$ , y el vatímetro  $W_C$  indica una lectura de  $1815\text{ W}$ . A partir de esta información se pide:

- a) Determinar la secuencia de fases del sistema.
- b) Triángulo de potencias de la carga.
- c) Impedancia equivalente de la carga en estrella y en triángulo.
- d) Tensión de alimentación a la entrada de la línea  $U_1$  sabiendo que la línea de alimentación es resistiva pura con valor  $R = 0,1\Omega$ .

- e) Capacidad de los condensadores que se deben conectar en bornes de la carga para conseguir mejorar su factor de potencia a la unidad. Determinar las nuevas lecturas de los vatímetros  $W_B$  y  $W_C$ .



**Sol.:**  $SFI$ ;  $P = 20\,825\text{ W}$ ;  $Q = 3143,7\text{ VA}_r$ ;  $\bar{S} = 21060,9/\underline{8,58^\circ}\text{ VA}$ ;  $\bar{Z}_\Delta = 22,8/\underline{8,58^\circ}\Omega$ ;  $U_1 = 405,21\text{ V}$ ;  $C = 20,85\text{ }\mu\text{F}$ ;

8. Del circuito de la figura se sabe que tiene una secuencia de fases directa ABC. El amperímetro indica 5 A, el voltímetro 400 V, y los vatímetros A y C muestran una lectura idéntica. Se pide:
- Valor de la impedancia  $Z$  en forma compleja.
  - Expresión fasorial de todas las intensidades del circuito.
  - Lecturas de los vatímetros A y C.



Dato:  $\bar{Z}_L = 1 + j\Omega$ .

**Sol.:**  $Z = 80\sqrt{3}\Omega$ ;  $I_a = 5/\underline{91,24^\circ}\text{ A}$ ;  $I_b = 5/\underline{-28,75^\circ}\text{ A}$ ;  $I_c = 5/\underline{-148,75^\circ}\text{ A}$ ;  $W_a = W_c = 1761,04\text{ W}$

9. En el circuito de la figura se debe determinar:



- Lectura del vatímetro  $W_c$ .
- Lectura del amperímetro.
- Factor de potencia total de las cargas (en retraso o adelanto).
- Lectura de los vatímetros  $W_a$  y  $W_b$ .
- Lectura del voltímetro.
- Valor de los condensadores conectados en  $A_1B_1C_1$  para que el f.d.p. en ese punto sea la unidad.
- Lecturas de los cinco aparatos de medida tras el apartado anterior.

Datos:

- Secuencia de fases directa,  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $(A_1B_1C_1)$   $U_1 = 420 \text{ V}$ .
- $Z_1$ : motor de 10 CV, con  $\eta = 0,83$ , y f.d.p. de 0'9.
- $Z_2$ : conjunto de iluminación fluorescente, con  $P = 2400 \text{ W}$ , y f.d.p. de 0'85.
- $R_L = 1 \Omega$ .

**Sol.:**  $W_c = -3338,3 \text{ W}$ ;  $A = 17,41 \text{ A}$ ;  $fdp = 0,89$ ;  $W_A = 7757,6 \text{ W}$ ;  $W_B = 4419,27 \text{ W}$ ;  $U' = 447,02 \text{ V}$ ;  $C = 34,78 \mu\text{F}$

10. Una línea ideal trifásica de 4 hilos alimenta a dos cargas a una tensión de 400 V en secuencia de fases inversa (SFI) y frecuencia 50 Hz.

Las cargas tienen las siguientes características:

- Un motor trifásico de 70 kW y f.d.p. de 0.8.
- Un conjunto equilibrado de 90 lámparas fluorescentes. Las características de cada lámpara son: potencia de 12 W, f.d.p. de 0.7 en retraso, tensión 230 V.

Con esta información se pide:

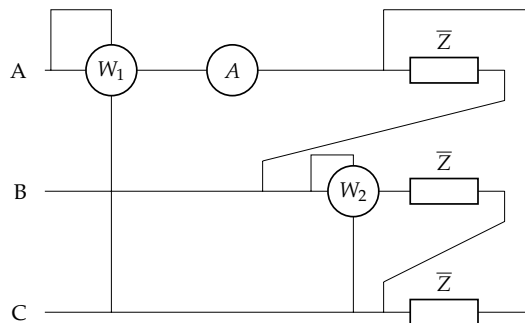
- Conectar adecuadamente los siguientes aparatos de medida antes de las cargas.
  - Un voltímetro que mida la tensión de línea (etiquetado como  $V_L$ ) y otro voltímetro que mida la tensión de fase (etiquetado como  $V_F$ ).
  - Un vatímetro que permita calcular la potencia reactiva total del sistema (etiquetado como  $W_r$ ).
  - Dos vatímetros que, de forma conjunta, permitan calcular la potencia activa total del sistema (etiquetados como  $W_X$  y  $W_Y$ ).
- Calcular el valor eficaz de la corriente de línea total.
- Calcular la lectura de cada uno de los aparatos de medida del primer apartado.
- Calcular los condensadores necesarios para mejorar el factor de potencia hasta 0,9, indicando cómo se deben conectar.

- e) Una vez conectados los condensadores del anterior apartado, determinar la corriente de línea y la lectura de todos los aparatos de medida del apartado 2.

**Sol.:**  $I = 128,5 \text{ A}$ ;  $V_L = 400 \text{ V}$ ;  $V_F = 230,9 \text{ V}$ ;  $W_r = 30\,947 \text{ W}$ ;  $W_X = 20\,666,5 \text{ W}$ ;  $W_Y = 51\,013,5 \text{ W}$ ;  $C = 127,2 \mu\text{F}$ ,  $I' = 114 \text{ A}$ ;  $W'_X = 25\,602,2 \text{ W}$ ;  $W'_Y = 45\,477,8 \text{ W}$ ;  $W'_R = 19\,875,6 \text{ W}$

11. En el sistema de la figura de secuencia de fases directa y frecuencia  $f = 60 \text{ Hz}$ , se dispone de un receptor equilibrado con una potencia total  $P_T = 51\,984 \text{ W}$  factor de potencia de 0,6 en retraso. Sabiendo que el amperímetro marca  $76\sqrt{3} \text{ A}$ , determinar:

- Medida de los vatímetros 1 y 2.
- Valor de la impedancia  $\bar{Z}$  en forma módulo-argumento.
- Valor de la capacidad mínima para mejorar el factor de potencia a 0,95 en retraso.
- Valor de la impedancia equivalente en estrella.



**Sol.:**  $W_1 = 46\,001 \text{ W}$ ;  $W_2 = 17\,328 \text{ W}$ ;  $\bar{Z} = 5/\underline{53,13^\circ} \Omega$ .

