

Ejercicio 12 de la colección de problemas

Enunciado:

Un generador de corriente alterna monofásica ($f = 50 \text{ Hz}$) alimenta a dos cargas a través de una línea de cobre. Esta línea, de resistividad $\rho = 21 \text{ m}\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, tiene una longitud de 100 m y una sección de 16 mm^2 . Las dos cargas, cuya tensión de alimentación es de 230 V, son dos motores, uno con potencia de 7 kW y f.d.p. de 0,65, y otro con una potencia de 5 kW y f.d.p. de 0,85. Con esta información, se pide calcular:

- Triángulo de potencias de cada carga y del conjunto de ambas
 - Valor eficaz de las corrientes en cada carga y de la corriente total
 - Triángulo de potencias del generador
 - Valor eficaz de la tensión en bornes del generador
 - Capacidad del condensador a instalar en bornes de las cargas para mejorar el factor de potencia a 0,95
 - Valor eficaz de la corriente entregada por el generador una vez instalado el condensador
 - Triángulo de potencias del generador una vez instalado el condensador
-

Solución:

Las potencias del motor 1 son:

$$\begin{aligned}P_1 &= 7000 \text{ W} \\Q_1 &= P_1 \tan(\phi_1) = 7000 \cdot \tan(\arccos(0,65)) = 8183,91 \text{ VA}_r \\S_1 &= \frac{P_1}{\cos(\phi_1)} = \frac{7000}{0,65} = 10769,23 \text{ VA}\end{aligned}$$

y las del motor 2:

$$\begin{aligned}P_2 &= 5000 \text{ W} \\Q_2 &= P_2 \tan(\phi_2) = 5000 \cdot \tan(\arccos(0,85)) = 3098,72 \text{ VA}_r \\S_2 &= \frac{P_2}{\cos(\phi_2)} = \frac{5000}{0,85} = 5882,53 \text{ VA}\end{aligned}$$

Por el teorema de Boucherot, la potencia total de las cargas es:

$$\begin{aligned}P_T &= P_1 + P_2 = 12000 \text{ W} \\Q_T &= Q_1 + Q_2 = 11282,63 \text{ VA}_r \\S_T &= \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 16471,12 \text{ VA} \neq S_1 + S_2 \text{ (la suma debe ser fasorial)}\end{aligned}$$

por lo que la instalación conjunta tiene un f.d.p. de:

$$\text{f.d.p.}_{total} = \frac{P_T}{S_T} = \frac{12000}{16471,12} = 0,7285$$

Usando la definición de potencia activa, se obtienen los valores eficaces de las corrientes:

$$I_1 = \frac{P_1}{U \cos(\phi_1)} = \frac{7000}{230 \cdot 0,65} = 46,82 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{U \cos(\phi_2)} = \frac{5000}{230 \cdot 0,85} = 25,58 \text{ A}$$

$$I_T = \frac{P_T}{U \cos(\phi_T)} = \frac{12000}{230 \cdot 0,7285} = 71,62 \text{ A}$$

La resistencia de cada conductor de la línea es:

$$R_l = \rho \frac{l}{S} = 21 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{100}{16} = 0,13 \Omega$$

Así, las pérdidas en la línea son:

$$P_l = 2 \cdot R_l \cdot I^2 = 1346,2 \text{ W}$$

y el triángulo de potencias del generador, por el teorema de Boucherot:

$$P_g = P_l + P_T = 13\,346,23 \text{ W}$$

$$Q_g = Q_T = 11\,282,63 \text{ VA}_r$$

$$S_g = \sqrt{P_g^2 + Q_g^2} = 17\,476,26 \text{ VA}$$

por lo que la tensión a la salida del generador es:

$$U_g = \frac{S_g}{I} = 244,4 \text{ V}$$

Para mejorar el factor de potencia, se sabe que la potencia reactiva inicial es 11 282,63 VA_r. Puesto que se quiere un f.d.p.' de 0,95, la potencia reactiva final será:

$$Q'_T = P_T \tan(\phi') = 12000 \cdot \tan(\arccos(0,95)) = 3944,21 \text{ VA}_r$$

siendo la potencia reactiva restante la generada por la batería de condensadores ($Q_C = Q'_T - Q_T = 3944,21 - 11282,63 = -7338,42 \text{ VA}_r$). Por tanto, la capacidad del condensador equivalente a instalar es:

$$Q_C = X_C I^2 = \frac{U^2}{X_C} \Rightarrow C = \frac{Q}{\omega U^2} = \frac{7338,42}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 230^2} = 441,57 \mu\text{F}$$

A este mismo resultado se llegaría a partir de la expresión:

$$C = \frac{P_T [\tan(\phi) - \tan(\phi')]}{\omega U^2} = \frac{12000 [\tan(\arccos(0,7285)) - \tan(\arccos(0,95))]}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 230^2} = 441,66 \mu\text{F}$$

Una vez instalado el condensador, la potencia aparente es:

$$S'_T = \sqrt{P_T^2 + Q'^2_T} = \sqrt{12000^2 + 3944,21^2} = 12\,631,58 \text{ VA}$$

siendo la corriente total en las cargas (entregada por el generador):

$$I' = \frac{S'}{U} = \frac{12631,58}{230} = 54,92 \text{ A}$$

Con esta corriente, las pérdidas en la línea se reducen a:

$$P'_l = 2 \cdot R_l \cdot I'^2 = 791,76 \text{ W}$$

y el triángulo de potencias del generador, por el teorema de Boucherot:

$$P'_g = P'_l + P_T = 12\,791,75 \text{ W}$$

$$Q'_g = Q'_T = 3944,21 \text{ VA}_r$$

$$S'_g = \sqrt{P'^2_g + Q'^2_g} = 13\,386,02 \text{ VA}$$