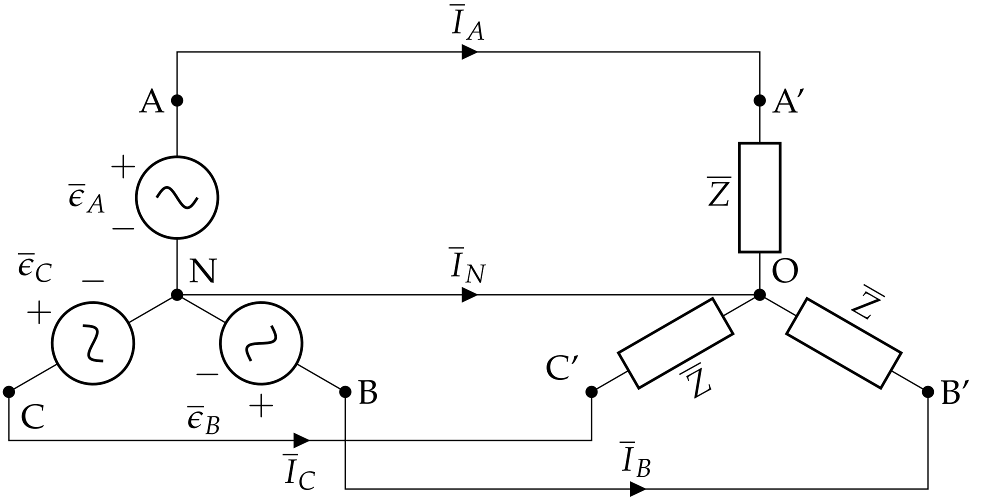
Sistemas trifásicos

Teoría de Circuitos II

Autor: Luis Badesa Bernardo

(basado en las diapositivas de Óscar Perpiñán Lamigueiro)



$\overline{I}_A$
A
A′
$\overline{\epsilon}_A$
+
−
$\overline{Z}$
$\overline{\epsilon}_C$
−
N
$\overline{I}_N$
O
$\overline{Z}$
+
C′
$\overline{Z}$
−
C
B
B′
$\overline{\epsilon}_B$
+
$\overline{I}_B$
$\overline{I}_C$

Motivación de los sistemas trifásicos

- En un sistema trifásico la **potencia instantánea** es constante, evitando vibraciones y esfuerzos en las máquinas
  - **Recordatorio**: en un sistema monofásico, la potencia instantánea es pulsante

- La **masa de conductor necesaria** en un sistema trifásico 25% inferior que en un sistema monofásico para transportar la misma potencia

---

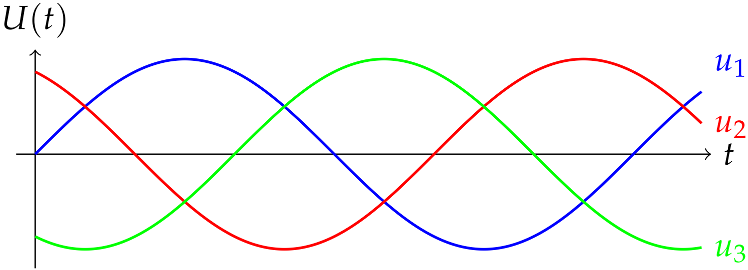
Por estas razones, se usan sistemas trifásicos en **generación, transporte y distribución de energía eléctrica**

(los sistemas monofásicos se utilizan en cargas domésticas y de baja potencia)

Ondas trifásicas

Para conseguir potencia constante, las ondas trifásicas deben cumplir:

- Mismo **desfase entre ellas** $\rightarrow$ el desfase debe ser de **120°**
- Igual **amplitud**

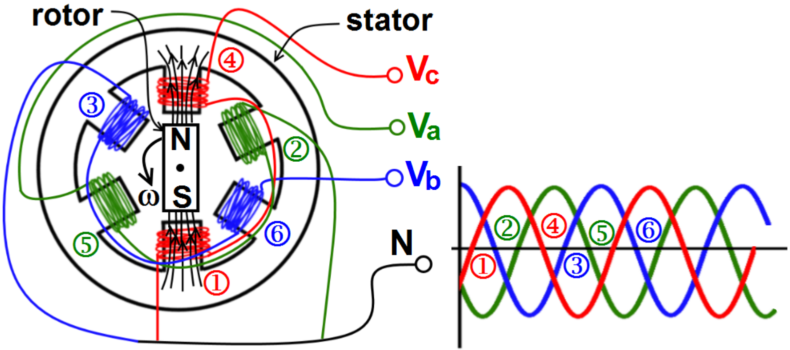


$$u_1(t) = U_0 \sin(\omega t)$$

$$u_2(t) = U_0 \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

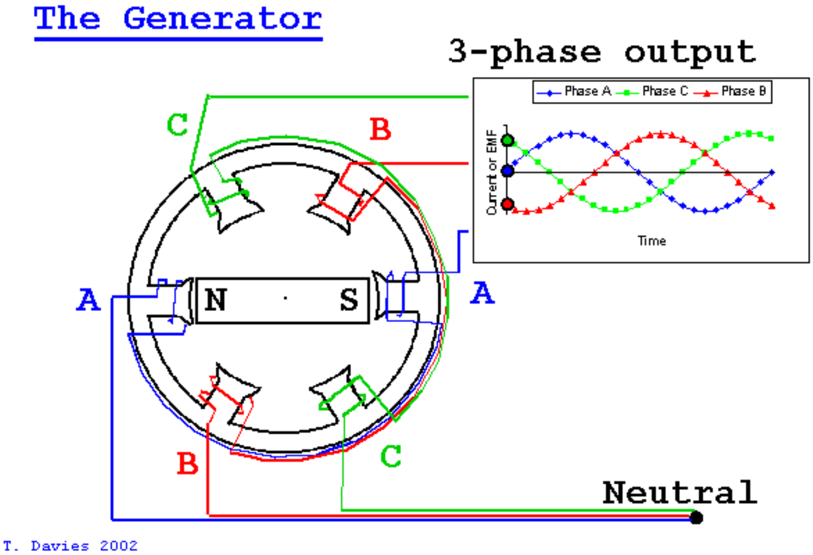
$$u_3(t) = U_0 \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

Generador trifásico



$$Emf = \frac{d\Phi_M}{dt}$$

(clica en la imagen)



¿Por qué 3 fases?

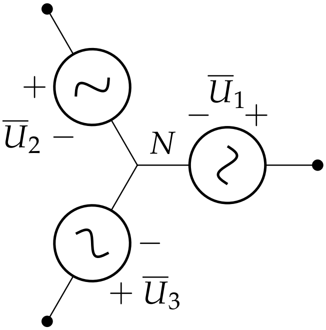
¿Por qué no 2, 5 o 17?

- 2 fases
  - Requiere **mayor masa de conductor** que un sistema trifásico
- Más de 3 fases
  - El rendimiento de un motor o generador aumenta ligeramente con el nº de fases

    Pero la leve mejoría para más de 3 fases **no justifica la mayor complejidad** del sistema (por ejemplo, las protecciones eléctricas serían bastante más complejas)

Conexión

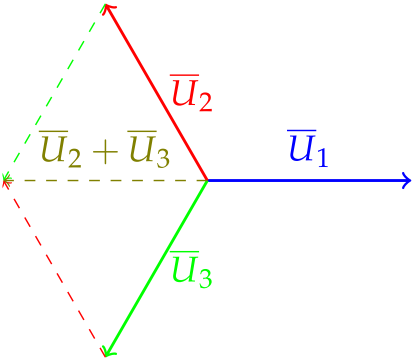
- Punto común de la conexión estrella $\rightarrow$ **neutro**, N
- Potencial de N se toma como **referencia**



$$u_1(t) = U_0 \sin(\omega t)$$
$$u_2(t) = U_0 \sin(\omega t + 2\pi/3)$$
$$u_3(t) = U_0 \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

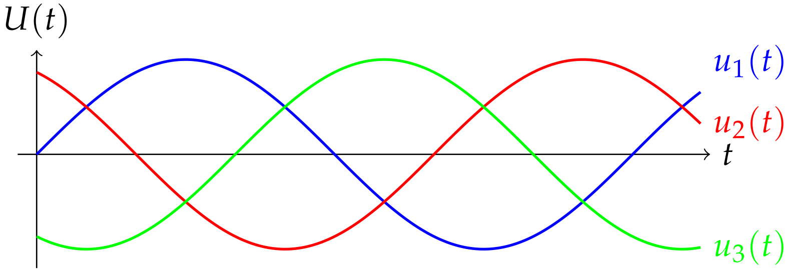
$$\overline{U}_1 = U\underline{/0}$$
$$\overline{U}_2 = U\underline{/2\pi/3}$$
$$\overline{U}_3 = U\underline{/-2\pi/3}$$

Las tensiones suman 0



$$\boxed{\overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3 = 0}$$

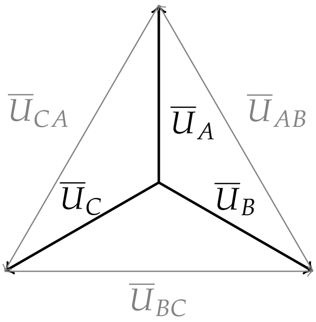
Las tensiones suman 0



$$\boxed{u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0}$$

(esto no quiere decir que una carga vaya a estar sometida constantemente a 0 V, porque **ninguna carga** va a estar **sometida a las 3 tensiones** de fase a la vez)

Tensiones de fase y de línea



- Tensiones de **fase**: $U_A, U_B, U_C \equiv U_f$
  (o tensiones **simples**, entre fase y neutro)

- Tensiones de **línea**: $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} \equiv U_L$
  (o tensiones **compuestas**, entre dos conductores de línea)

$$\overline{U}_{AB} = \overline{U}_A - \overline{U}_B$$
$$\overline{U}_{BC} = \overline{U}_B - \overline{U}_C$$
$$\overline{U}_{CA} = \overline{U}_C - \overline{U}_A$$

$$\overline{U}_{AB} + \overline{U}_{BC} + \overline{U}_{CA} = 0$$

Relación entre tensiones de fase y de línea

$$\overline{U}_A = U_f \underline{/\theta_f}$$
$$\overline{U}_B = U_f \underline{/\theta_f - 120^\circ}$$

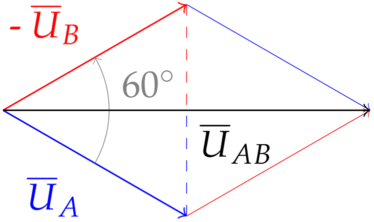
$$\overline{U}_{AB} = \overline{U}_A - \overline{U}_B =$$

$$= U_f \underline{/\theta_f} - U_f \underline{/\theta_f - 120^\circ} \overset{-\overline{A} = A\underline{/\theta + 180^\circ}}{\overset{\downarrow}{=}}$$

$$= U_f \underline{/\theta_f} + U_f \underline{/\theta_f + 60^\circ} \overset{\text{ver gráfico}}{\overset{\downarrow}{=}}$$

$$= 2 \cdot U_f \cdot \cos(30^\circ) \underline{/\theta_f + 30^\circ} \overset{\cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2}{\overset{\downarrow}{=}}$$

$$= \sqrt{3}\, U_f \underline{/\theta_f + 30^\circ}$$

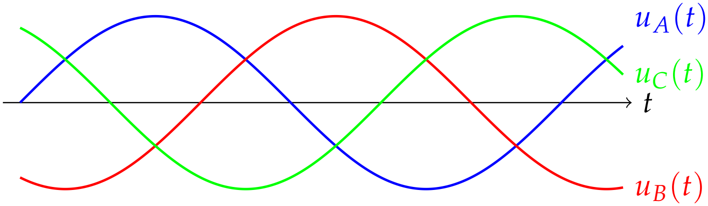


$$\boxed{\begin{aligned} U_L &= \sqrt{3} \cdot U_f \\ \theta_L &= \theta_f + 30^\circ \end{aligned}}$$

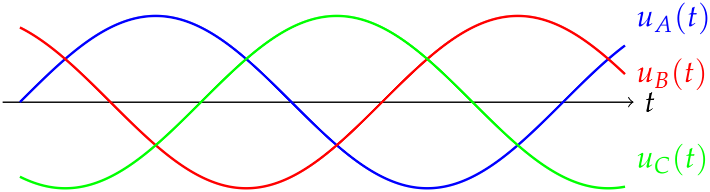
Secuencia de fases

Orden en que ocurren los máximos de cada fase

- Secuencia de Fases Directa (**SFD**): ABC

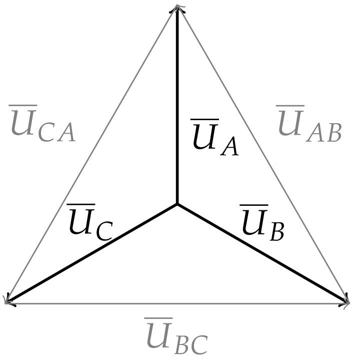


- Secuencia de Fases Inversa (**SFI**): ACB



Secuencia de Fases Directa (SFD)

Por **convenio**, se usa siempre esta **referencia** de fases (memorizad este triángulo):



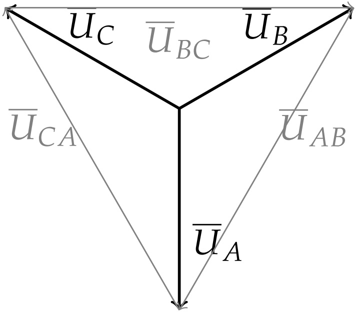
$$\overline{U}_A = U_f \underline{/90^\circ} \qquad \overline{U}_{AB} = U_L \underline{/120^\circ}$$

$$\overline{U}_B = U_f \underline{/-30^\circ} \qquad \overline{U}_{BC} = U_L \underline{/0^\circ}$$

$$\overline{U}_C = U_f \underline{/-150^\circ} \qquad \overline{U}_{CA} = U_L \underline{/-120^\circ}$$

Secuencia de Fases Inversa (SFI)

Por **convenio**, se usa siempre esta **referencia** de fases (<u>memorizad</u> este triángulo):



$$\overline{U}_A = U_f \,\underline{/-90^\circ}$$

$$\overline{U}_B = U_f \,\underline{/30^\circ}$$

$$\overline{U}_C = U_f \,\underline{/150^\circ}$$

$$\overline{U}_{AB} = U_L \,\underline{/-120^\circ}$$

$$\overline{U}_{BC} = U_L \,\underline{/0^\circ}$$

$$\overline{U}_{CA} = U_L \,\underline{/120^\circ}$$

Tipos de receptor

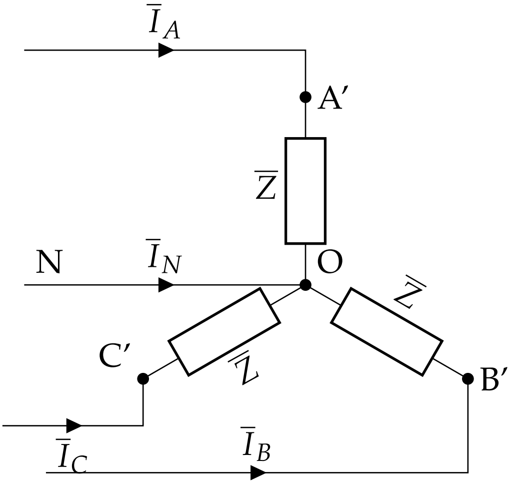
Según su **conexión**

- **Estrella** (punto común)
- **Triángulo**

Según sus **impedancias**

- **Equilibrado** (las tres impedancias son idénticas en <u>módulo</u> y <u>fase</u>)
- **Desequilibrado**

Receptor en estrella equilibrado, con neutro



$$\overline{I}_A = \frac{\overline{U}_A}{\overline{Z}} = \frac{U_f}{Z}\underline{/\pm 90^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_B = \frac{\overline{U}_B}{\overline{Z}} = \frac{U_f}{Z}\underline{/\mp 30^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_C = \frac{\overline{U}_C}{\overline{Z}} = \frac{U_f}{Z}\underline{/\mp 150^\circ - \theta}$$

(signo de arriba para **SFD**, signo de abajo para **SFI**)

$$\boxed{I_A = I_B = I_C = \frac{U_f}{Z}}$$

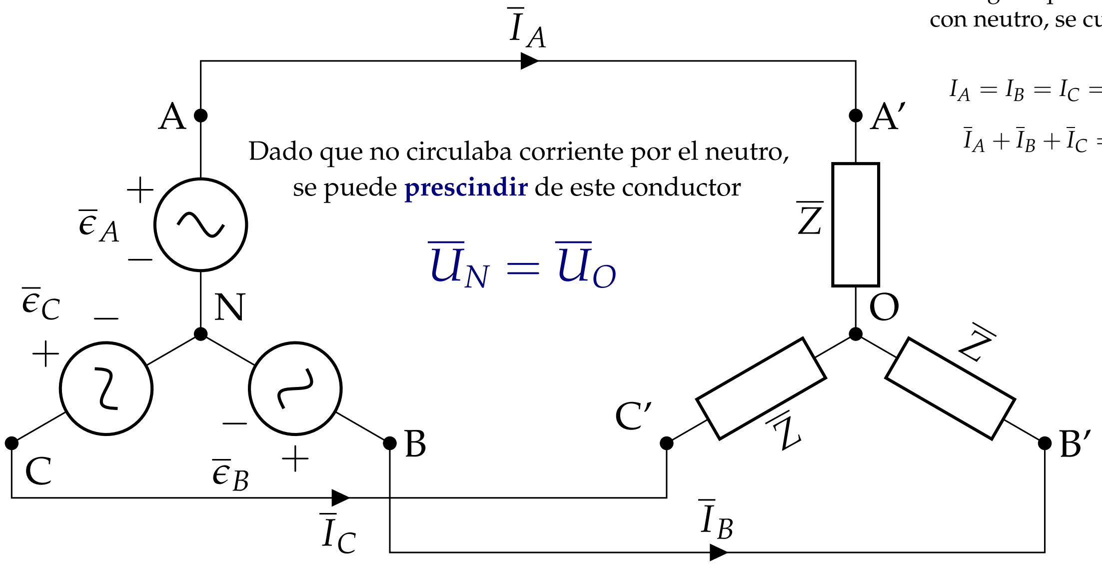
(en ⅄, corriente de línea igual a la de fase)

Aplicando **1LK** en el punto común del receptor:

$$\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C + \overline{I}_N = 0$$

$$\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\overline{I}_N = 0}$$

Receptor en estrella equilibrado, sin neutro



Dado que no circulaba corriente por el neutro, se puede **prescindir** de este conductor

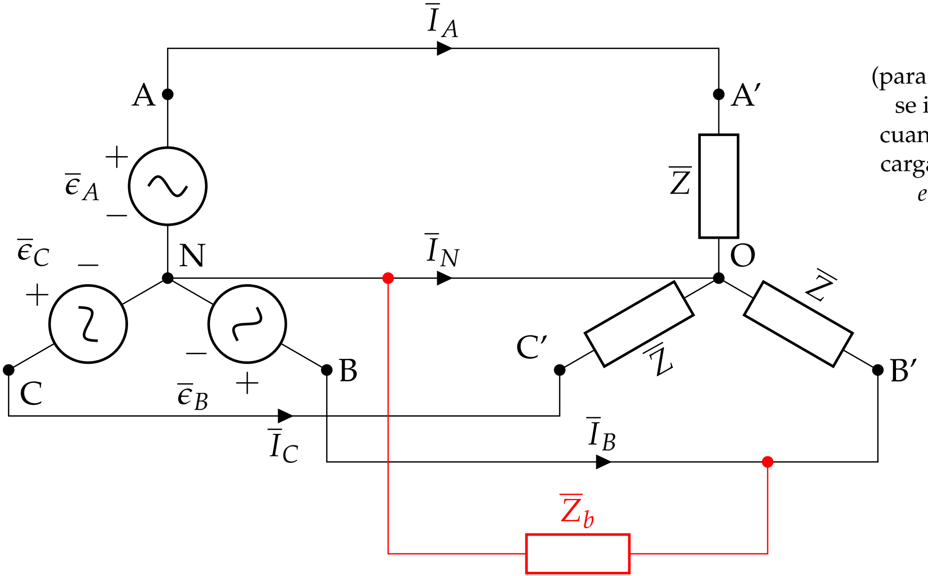
$$\overline{U}_N = \overline{U}_O$$

Al igual que en $Z_{\curlywedge}$ con neutro, se cumple:

$$I_A = I_B = I_C = \frac{U_f}{Z}$$

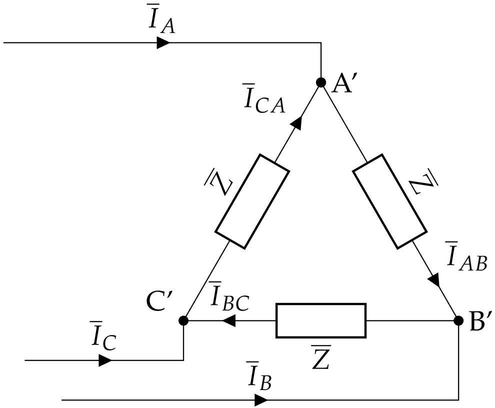
$$\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C = 0$$

Receptor en estrella equilibrado, con carga monofásica



(para $Z_\curlywedge$ equilibrado, se incluye neutro cuando convive con cargas monofásicas, *e.g.* edificios)

Receptor en triángulo equilibrado



$$\overline{I}_{AB} = \frac{\overline{U}_{AB}}{\overline{Z}} = \frac{U_L}{Z}\underline{/\pm 120^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_{BC} = \frac{\overline{U}_{BC}}{\overline{Z}} = \frac{U_L}{Z}\underline{/0 - \theta}$$

$$\overline{I}_{CA} = \frac{\overline{U}_{CA}}{\overline{Z}} = \frac{U_L}{Z}\underline{/\mp 120^\circ - \theta}$$

(signo de arriba para **SFD**, signo de abajo para **SFI**)

(en $\triangle$, tensión de línea igual a la de fase)

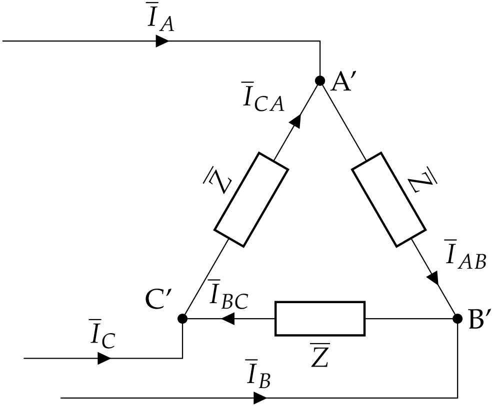
Por la misma razón que en la diapositiva 10:

$$\overline{I}_{AB} + \overline{I}_{BC} + \overline{I}_{CA} = 0$$

Corriente de **fase**:

$$\boxed{I_f = I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = \frac{U_L}{Z}}$$

Receptor en triángulo equilibrado



Para calcular las corrientes de línea, aplicamos **1LK** en cada nudo:

$$\bar{I}_A = \bar{I}_{AB} - \bar{I}_{CA} = \sqrt{3} \cdot \frac{U_L}{Z} \underline{/\pm 90^\circ - \theta}$$

$$\bar{I}_B = \bar{I}_{BC} - \bar{I}_{AB} = \sqrt{3} \cdot \frac{U_L}{Z} \underline{/\mp 30^\circ - \theta}$$

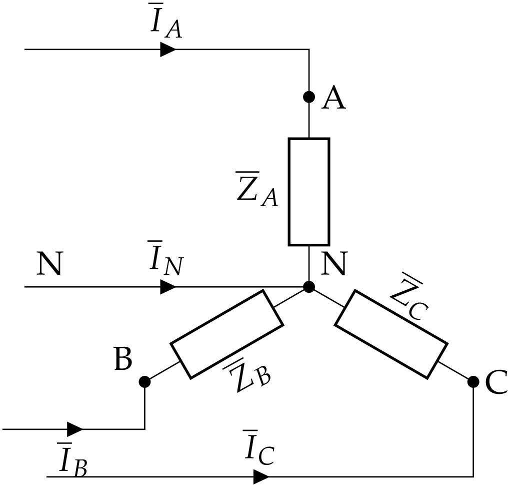
$$\bar{I}_C = \bar{I}_{CA} - \bar{I}_{BC} = \sqrt{3} \cdot \frac{U_L}{Z} \underline{/\mp 150^\circ - \theta}$$

Corriente de **línea**:

$$\boxed{I_L = I_A = I_B = I_C = \sqrt{3} \cdot \frac{U_L}{Z}}$$

$$\boxed{I_L = \sqrt{3} \cdot I_f}$$

Receptor en estrella desequilibrado, con neutro



$$\overline{I}_A = \frac{\overline{U}_A}{\overline{Z}_A}$$

$$\overline{I}_B = \frac{\overline{U}_B}{\overline{Z}_B}$$

$$\overline{I}_C = \frac{\overline{U}_C}{\overline{Z}_C}$$

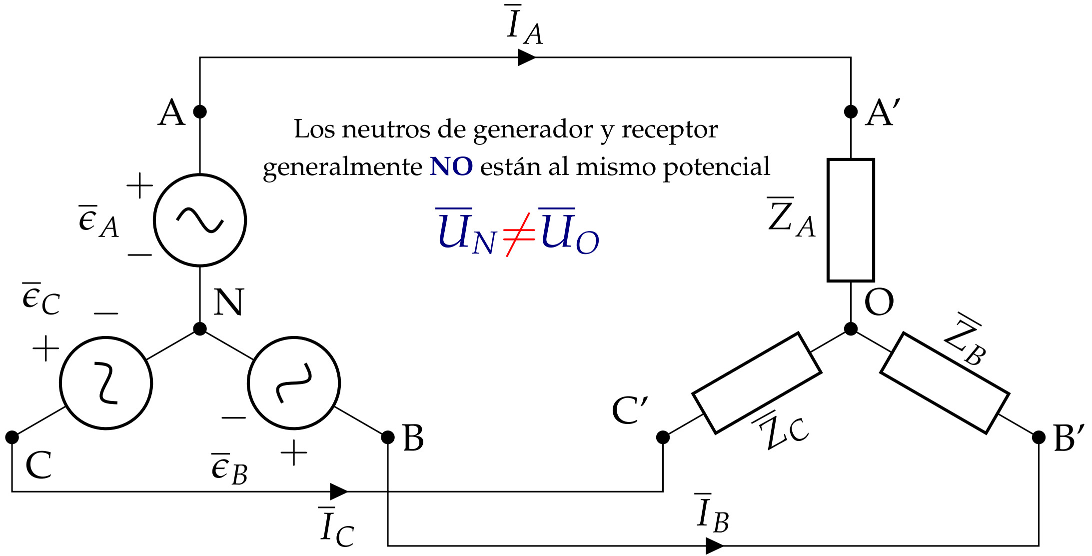
(cada corriente de fase/línea es **distinta**)

Aplicando **1LK** en el punto común del receptor:

$$\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C + \overline{I}_N = 0$$

$$\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C \neq 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\overline{I}_N \neq 0}$$

Receptor en estrella desequilibrado, sin neutro



Los neutros de generador y receptor generalmente **NO** están al mismo potencial

$$\overline{U}_N \neq \overline{U}_O$$

Método del desplazamiento del neutro

Ecuaciones del receptor:

$$\overline{U}_{A'O} = \overline{I}_A \cdot \overline{Z}_A$$
$$\overline{U}_{B'O} = \overline{I}_B \cdot \overline{Z}_B$$
$$\overline{U}_{C'O} = \overline{I}_C \cdot \overline{Z}_C$$

Ecuación del nudo O:

$$\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C = 0$$

Método del desplazamiento del neutro

Relacionamos las tensiones en el receptor con las tensiones del generador:

$$\overline{U}_{A'O} = \overline{U}_{AN} - \overline{U}_{ON}$$
$$\overline{U}_{B'O} = \overline{U}_{BN} - \overline{U}_{ON}$$
$$\overline{U}_{C'O} = \overline{U}_{CN} - \overline{U}_{ON}$$

Despejamos las corrientes teniendo en cuenta estas relaciones:

$$\bar{I}_A = \frac{\overline{U}_{AN} - \overline{U}_{ON}}{\overline{Z}_A}$$
$$\bar{I}_B = \frac{\overline{U}_{BN} - \overline{U}_{ON}}{\overline{Z}_B}$$
$$\bar{I}_C = \frac{\overline{U}_{CN} - \overline{U}_{ON}}{\overline{Z}_C}$$

Método del desplazamiento del neutro

Finalmente, usando la ecuación del nudo O despejamos la tensión U_{ON} (tensión de desplazamiento del neutro)*:

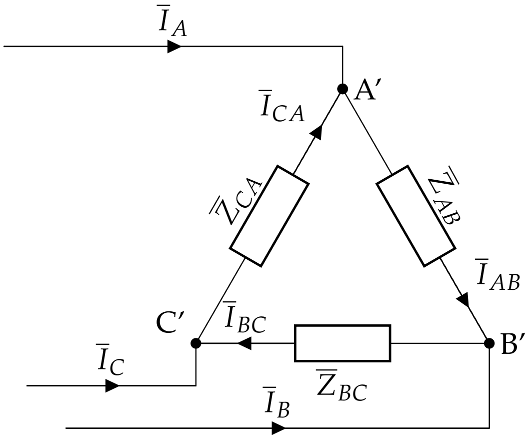
$$\boxed{\overline{U}_{ON} = \frac{\overline{U}_{AN} \cdot \overline{Y}_A + \overline{U}_{BN} \cdot \overline{Y}_B + \overline{U}_{CN} \cdot \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C}}$$

Una vez calculada esta tensión $\overline{U}_{ON}$ se pueden calcular las corrientes de línea:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_A &= (\overline{U}_{AN} - \overline{U}_{ON}) \cdot \overline{Y}_A \\
\bar{I}_B &= (\overline{U}_{BN} - \overline{U}_{ON}) \cdot \overline{Y}_B \\
\bar{I}_C &= (\overline{U}_{CN} - \overline{U}_{ON}) \cdot \overline{Y}_C
\end{aligned}$$

*Se puede llegar a este mismo resultado aplicando el teorema de Millman.

Receptor en triángulo desequilibrado



$$\overline{I}_{AB} = \frac{\overline{U}_{AB}}{\overline{Z}_{AB}}$$

$$\overline{I}_{BC} = \frac{\overline{U}_{BC}}{\overline{Z}_{BC}}$$

$$\overline{I}_{CA} = \frac{\overline{U}_{CA}}{\overline{Z}_{CA}}$$

(cada corriente de fase es **distinta**)

$$\overline{I}_A = \overline{I}_{AB} - \overline{I}_{CA}$$
$$\overline{I}_B = \overline{I}_{BC} - \overline{I}_{AB}$$
$$\overline{I}_C = \overline{I}_{CA} - \overline{I}_{BC}$$

(luego cada corriente de línea es **distinta**)

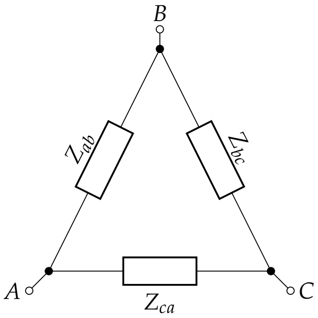
Resumen

Conexión del receptor	Tensiones	Corrientes
$\perp$ equilibrado	$\sqrt{3}\,U_f = U_L$	$I_f = I_L$
$\triangle$ equilibrado	$U_f = U_L$	$\sqrt{3}\,I_f = I_L$
$\perp$ desequilibrado, con neutro	$\sqrt{3}\,U_f = U_L$	Deben calcularse para cada impedancia
$\perp$ desequilibrado, sin neutro	Método del desplazamiento del neutro	
$\triangle$ desequilibrado	$U_f = U_L$	Deben calcularse para cada impedancia

Nota: U_f en esta diapositiva se refiere a la tensión en cada fase del receptor (tensión en cada impedancia), **NO** a U_f del generador en estrella

Transformación de receptores

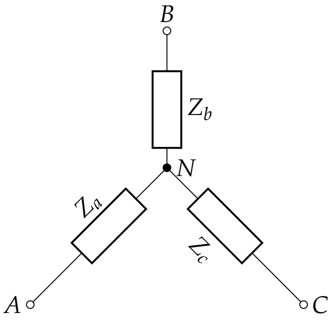
Triángulo a Estrella



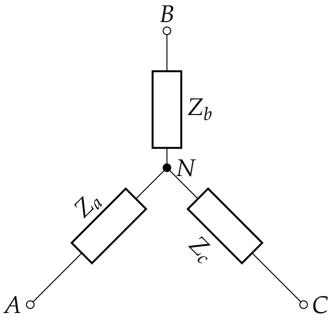
$$\overline{Z}_a = \frac{\overline{Z}_{ab} \cdot \overline{Z}_{ca}}{\overline{Z}_{ab} + \overline{Z}_{bc} + \overline{Z}_{ca}}$$

$$\overline{Z}_b = \frac{\overline{Z}_{bc} \cdot \overline{Z}_{ab}}{\overline{Z}_{ab} + \overline{Z}_{bc} + \overline{Z}_{ca}}$$

$$\overline{Z}_c = \frac{\overline{Z}_{ca} \cdot \overline{Z}_{bc}}{\overline{Z}_{ab} + \overline{Z}_{bc} + \overline{Z}_{ca}}$$



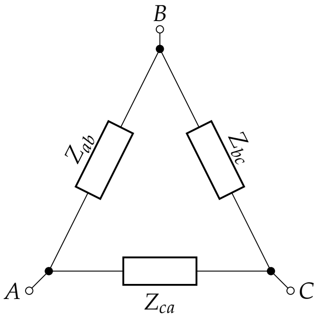
Transformación de receptores
Estrella a Triángulo



$$\overline{Y}_{ab} = \frac{\overline{Y}_a \overline{Y}_b}{\overline{Y}_a + \overline{Y}_b + \overline{Y}_c}$$

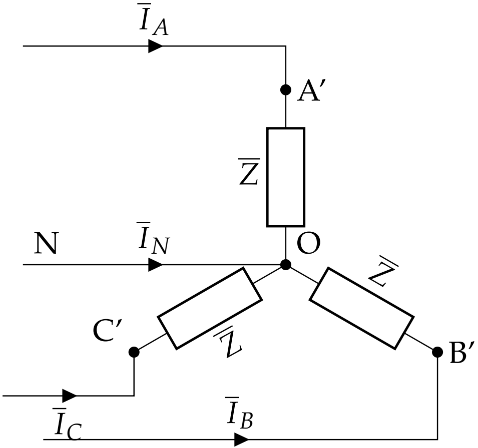
$$\overline{Y}_{bc} = \frac{\overline{Y}_b \overline{Y}_c}{\overline{Y}_a + \overline{Y}_b + \overline{Y}_c}$$

$$\overline{Y}_{ca} = \frac{\overline{Y}_c \overline{Y}_a}{\overline{Y}_a + \overline{Y}_b + \overline{Y}_c}$$



1. Generadores
2. Receptores
3. Potencia en sistemas trifásicos
4. Conversión de fuentes reales
5. Estudio generalizado de los sistemas trifásicos

Receptor en estrella equilibrado



Por el Tª de **Boucherot**:

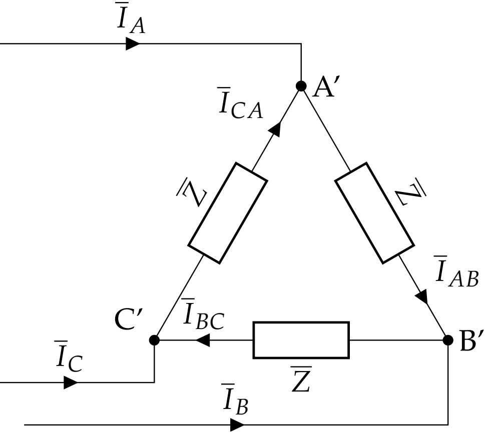
$$P = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta)$$
$$Q = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta)$$

Relaciones en conexión ⅄:

$$I_f = I_L$$
$$U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \boldsymbol{P} &= 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta) \\ \boldsymbol{Q} &= 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta) \\ \boldsymbol{S} &= \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \end{aligned}}$$

Receptor en triángulo equilibrado



Por el Tª de **Boucherot**:

$$P = 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta)$$
$$Q = 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta)$$

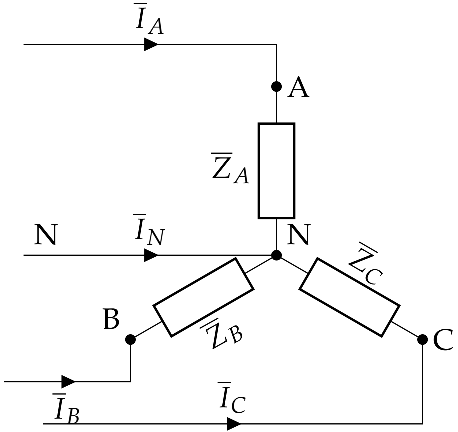
Relaciones en conexión $\triangle$:

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$
$$U_f = U_L$$

$$\boxed{\begin{aligned} \boldsymbol{P} &= 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta) \\ \boldsymbol{Q} &= 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta) \\ \boldsymbol{S} &= \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \end{aligned}}$$

(**mismas expresiones** que para $\curlywedge$ equilibrado)

Receptor en estrella desequilibrado



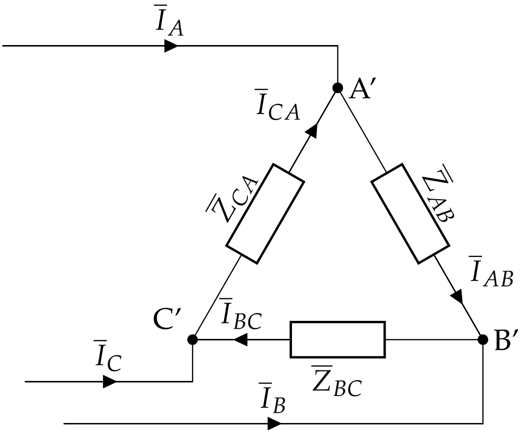
La **potencia** en cada fase puede ser **distinta**, luego hay que calcular cada una y aplicar el Tª de Boucherot:

$$P = P_A + P_B + P_C$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C$$

$$\overline{S} = P + jQ$$

Receptor en triángulo desequilibrado



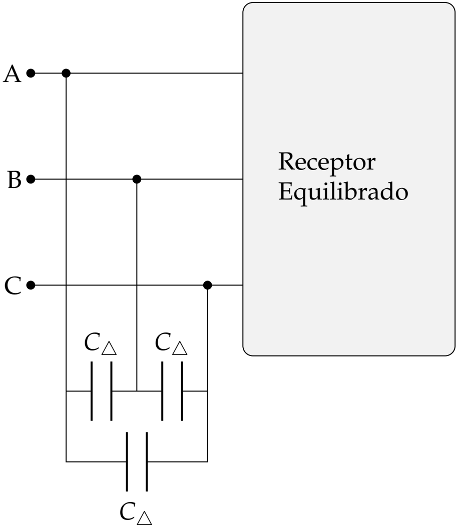
La **potencia** en cada fase puede ser **distinta**, luego hay que calcular cada una y aplicar el Tª de Boucherot:

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA}$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$$

$$\overline{S} = P + jQ$$

Conexión de condensadores en triángulo



Independientemente de si el receptor está conectado en $\perp$ o en $\triangle$:

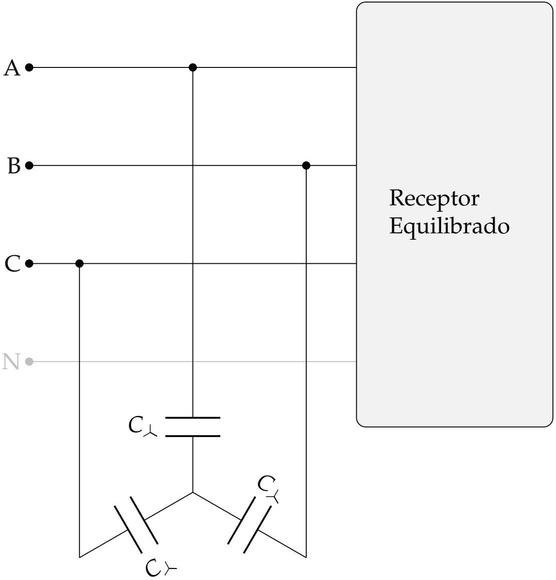
$$Q = P \cdot \tan\theta$$

$$Q' = P \cdot \tan\theta' = Q - Q_c$$

$$Q_c = \underbrace{3}_{\text{Boucherot}} \cdot \omega\, C_\triangle \cdot \boldsymbol{U_L}^2$$

$$\boxed{C_\triangle = \frac{P \cdot (\tan\theta - \tan\theta')}{\mathbf{3} \cdot \omega\, U_L^2}}$$

Conexión de condensadores en estrella



Independientemente de si el receptor está conectado en $\curlywedge$ o en $\triangle$:

$$Q = P \cdot \tan\theta$$

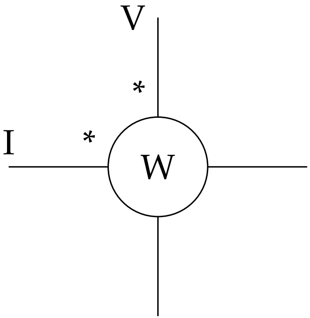
$$Q' = P \cdot \tan\theta' = Q - Q_c$$

$$Q_c = \underbrace{3}_{\text{Boucherot}} \cdot \omega\, C_\curlywedge \cdot \boldsymbol{U_f}^2 = \cancel{3} \cdot \omega\, C_\curlywedge \cdot \left(\frac{U_L}{\cancel{\sqrt{3}}}\right)^2$$

$$\boxed{C_\curlywedge = \frac{P\cdot(\tan\theta - \tan\theta')}{\omega\, U_L^2}}$$

(la **capacidad necesaria** en $\curlywedge$ es 3 veces mayor que en $\triangle$)

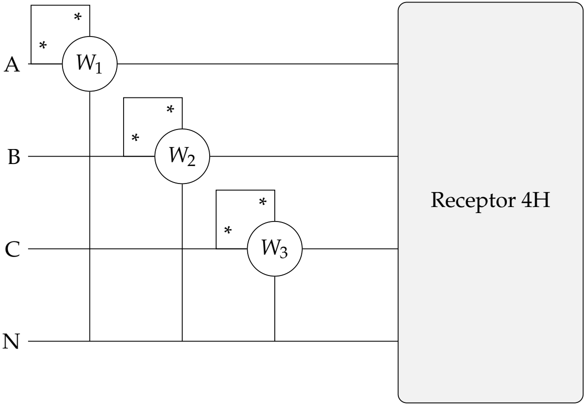
Recordatorio: vatímetro



Equipo de medida de **4 terminales** (un par para tensión, un par para corriente)

$$W = \underbrace{\overline{I} \bullet \overline{U}}_{\text{producto escalar}} = I \cdot U \cdot \cos(\widehat{\overline{I}, \overline{U}}) = \Re(\underbrace{\overline{U} \cdot \overline{I}^{*}}_{\text{potencia aparente}})$$

Sistema a 4 hilos (4H), caso general



En el caso general, el receptor puede ser **desequilibrado** $\rightarrow$ **potencia distinta** en cada fase

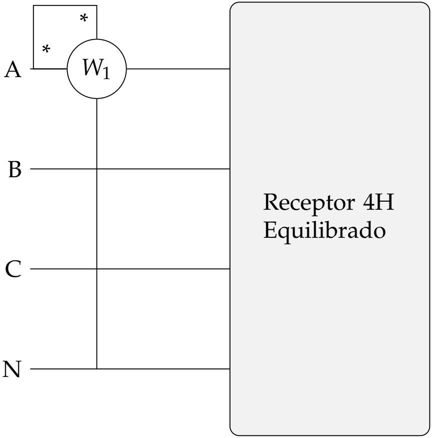
Necesarios **3 vatímetros**, uno por fase:

$$W_1 = \Re(\overline{U}_A \cdot \overline{I}_A^*) = P_A$$
$$W_2 = \Re(\overline{U}_B \cdot \overline{I}_B^*) = P_B$$
$$W_3 = \Re(\overline{U}_C \cdot \overline{I}_C^*) = P_C$$

Por el Tª de **Boucherot**:

$$\boxed{P = W_1 + W_2 + W_3}$$

Sistema a 4 hilos (4H), caso equilibrado



En el caso de un receptor **equilibrado** $\rightarrow$ **misma potencia** en todas las fases

Basta con **1 vatímetro**:

$$P_A = P_B = P_C$$

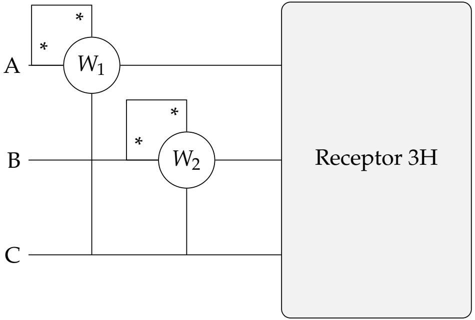
Por el Tª de **Boucherot**:

$$\boxed{P = 3 \cdot W_1}$$

Sistema a 3 hilos (3H)

NO es posible usar 3 vatímetros, porque no es posible medir P en cada Z **por separado**:

- Si el **receptor** está conectado en $\curlywedge$: no es posible medir la **tensión de fase**
- Si el **receptor** está conectado en $\triangle$: no es posible medir la **corriente de fase**



Pero **existe un método** para medida de potencia en sistemas a 3 hilos

- Válido tanto para receptores en $\curlywedge$ como en $\triangle$, equilibrados o desequilibrados

El "método de los **2 vatímetros**", o "montaje de **Aron**"

$$\boxed{P = W_1 + W_2}$$

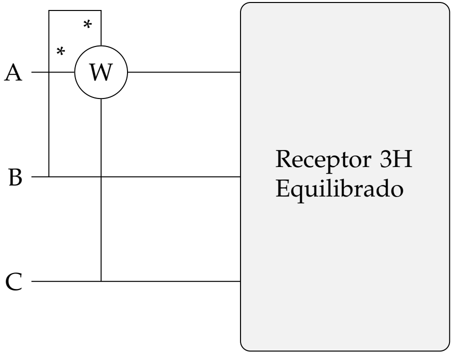
(demostración en TC I)

Resumen, medida de potencia en sistemas trifásicos

Conexión del receptor	N° de vatímetros necesarios
$\perp$ a 4 hilos (**con** neutro), equilibrado	1
$\perp$ a 4 hilos (**con** neutro), **des**equilibrado	3
$\perp$ a 3 hilos (**sin** neutro), equilibrado o **des**equilibrado	2 (montaje de Aron)
$\triangle$ equilibrado o **des**equilibrado, ($\triangle$ implica 3 hilos)	2 (montaje de Aron)

Medida de reactiva con 1 vatímetro (sistemas equilibrados)

- En el caso particular de un **receptor equilibrado** a 3 hilos, también es posible medir **potencia reactiva** con un único vatímetro
- Demostración en TC I



Resumen, potencia en receptores equilibrados a 3 hilos

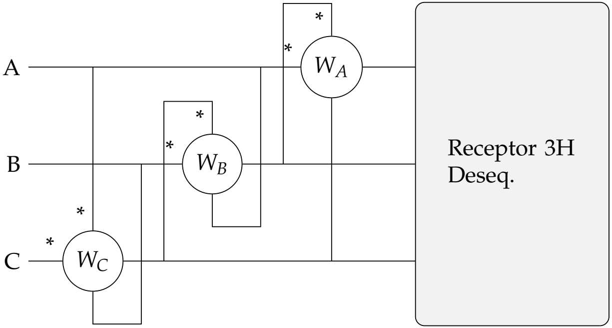
Método de los **2 vatímetros** (o "montaje de Aron")

- Permite medir P y $\dfrac{Q}{\sqrt{3}}$ (importante recordar el factor $\sqrt{3}$ en Q)
- Cuidado con el **signo** de Q:
  depende de la **conexión** de los vatímetros y de la **secuencia de fases** (SFD o SFI)
  (regla mnemotécnica en TC I)

Medida de **reactiva** con **1 vatímetro**

- Debe medir **una corriente de línea** y la **tensión entre las otras dos** líneas
- Importante recordar el factor $\sqrt{3}$ en Q
- Cuidado con el **signo** de Q:
  depende de la **conexión** y de la **secuencia de fases** (regla en TC I)

Medida de la reactiva con receptor desequilibrado



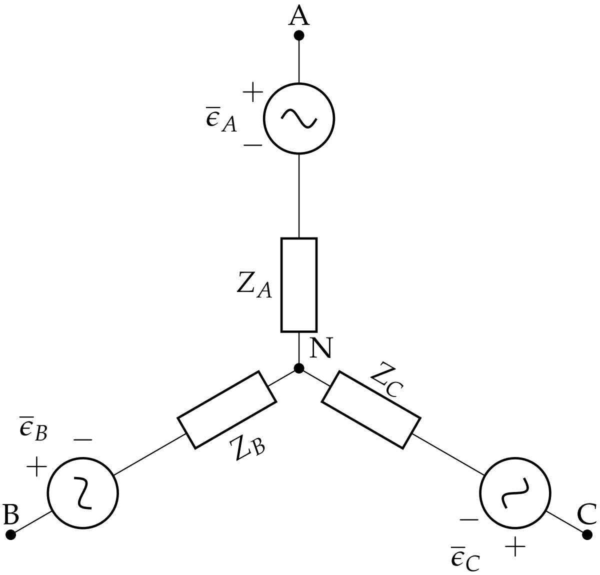
$$W_A = \Re(\overline{U}_{BC} \cdot \overline{I}_A^*)$$
$$W_B = \Re(\overline{U}_{CA} \cdot \overline{I}_B^*)$$
$$W_C = \Re(\overline{U}_{AB} \cdot \overline{I}_C^*)$$

$$\overline{U}_{AB} = \pm\sqrt{3} \cdot \overline{U}_C \cdot e^{j\pi/2}$$
$$\overline{U}_{BC} = \pm\sqrt{3} \cdot \overline{U}_A \cdot e^{j\pi/2}$$
$$\overline{U}_{CA} = \pm\sqrt{3} \cdot \overline{U}_B \cdot e^{j\pi/2}$$

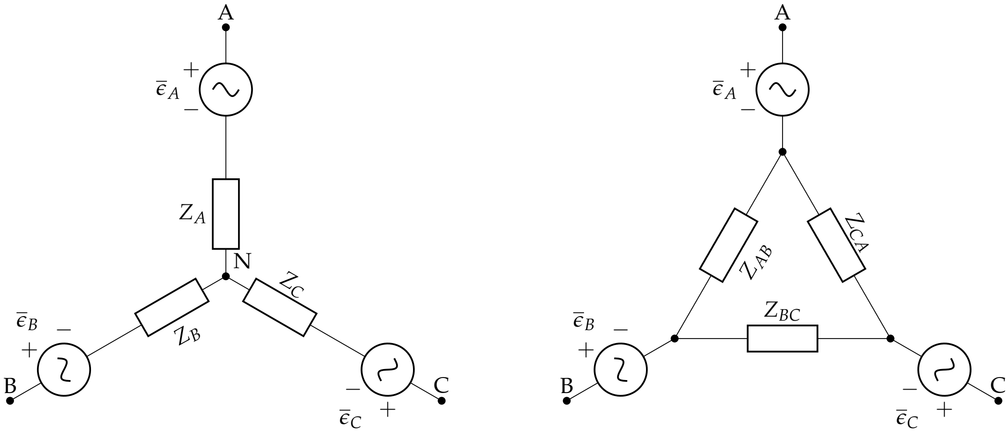
$$\boxed{W_A + W_B + W_C = \pm Q/\sqrt{3}}$$

1. Generadores
2. Receptores
3. Potencia en sistemas trifásicos
4. **Conversión de fuentes reales**
5. Estudio generalizado de los sistemas trifásicos

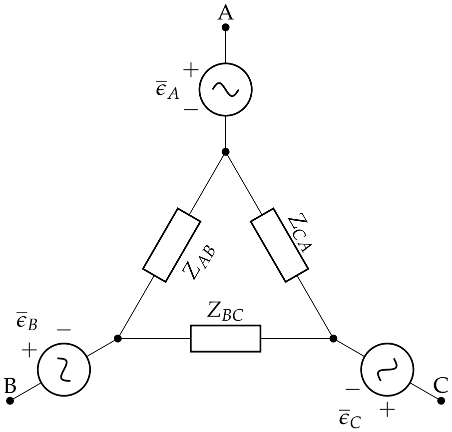
Estrella a Triángulo

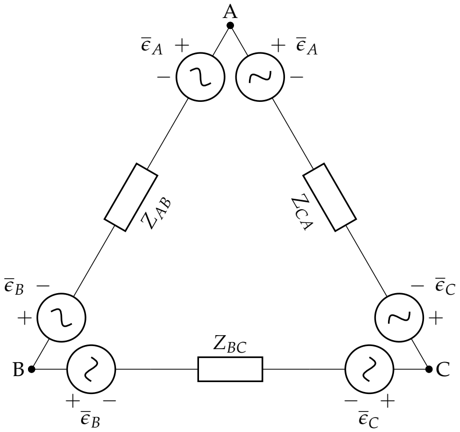


Transformamos impedancia

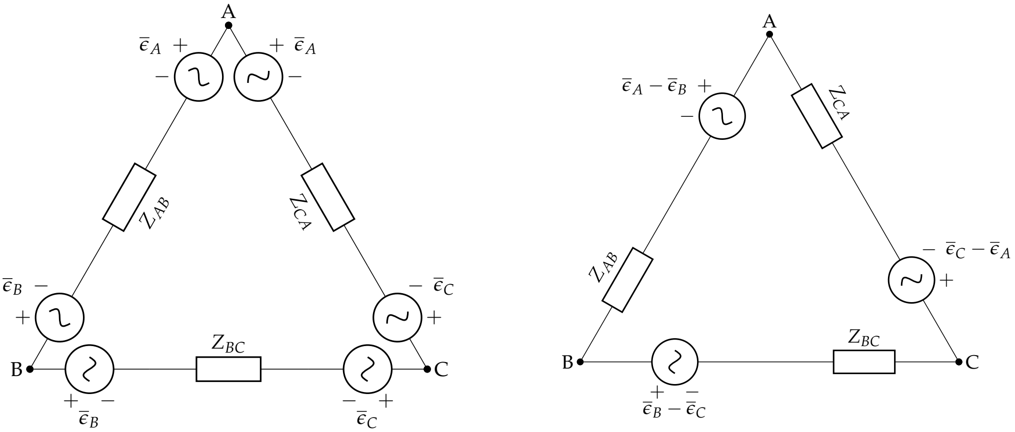


Aplicamos movilidad de fuentes

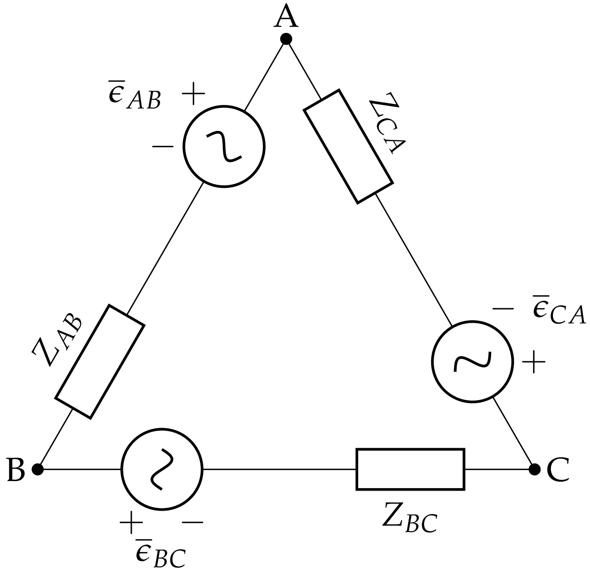




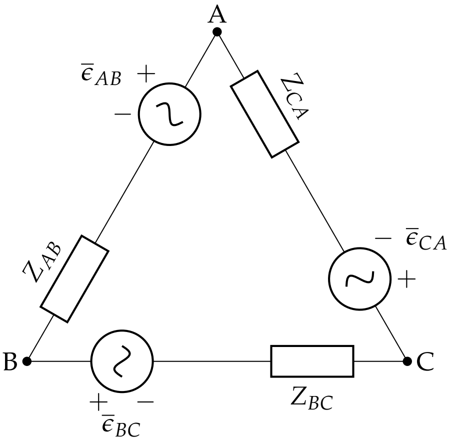
Asociamos fuentes

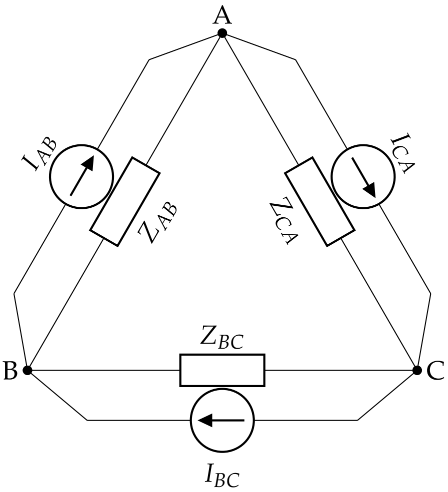


Triángulo a Estrella

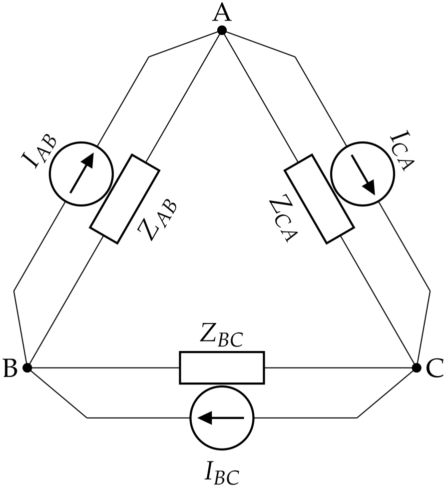


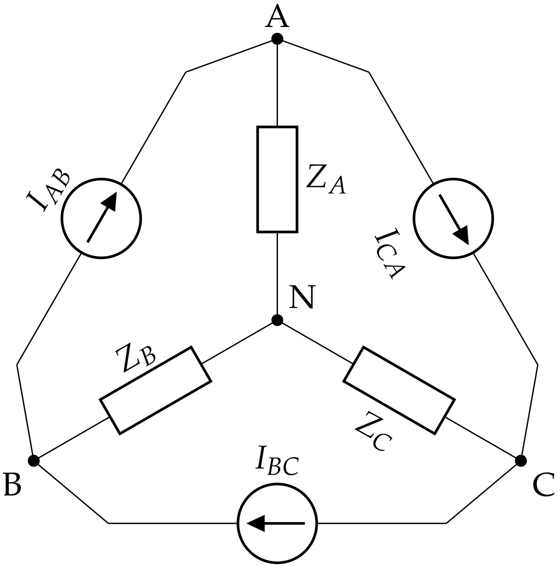
Transformamos fuentes



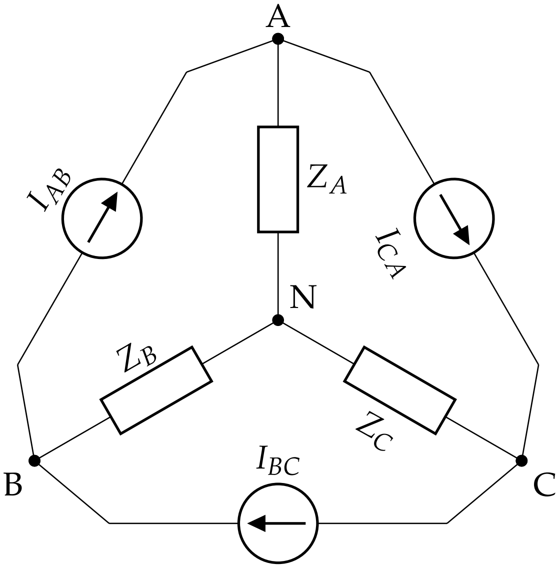


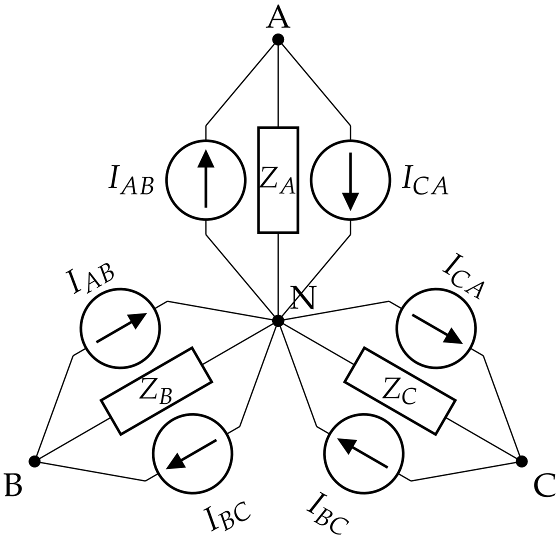
Transformamos impedancias



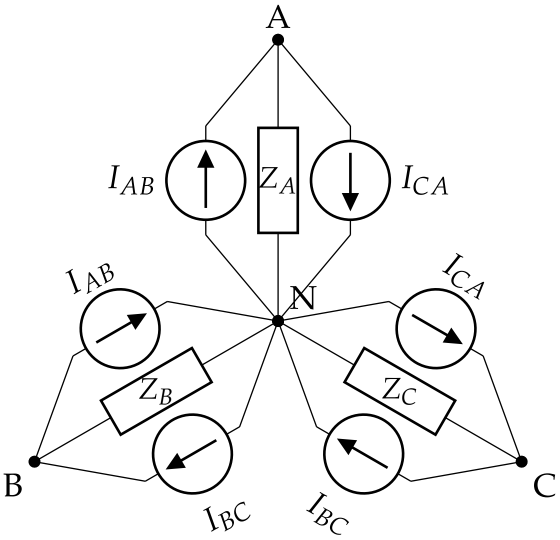


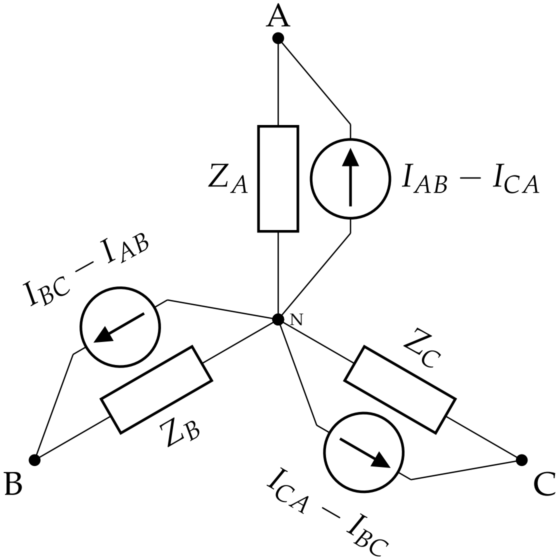
Aplicamos movilidad de fuentes



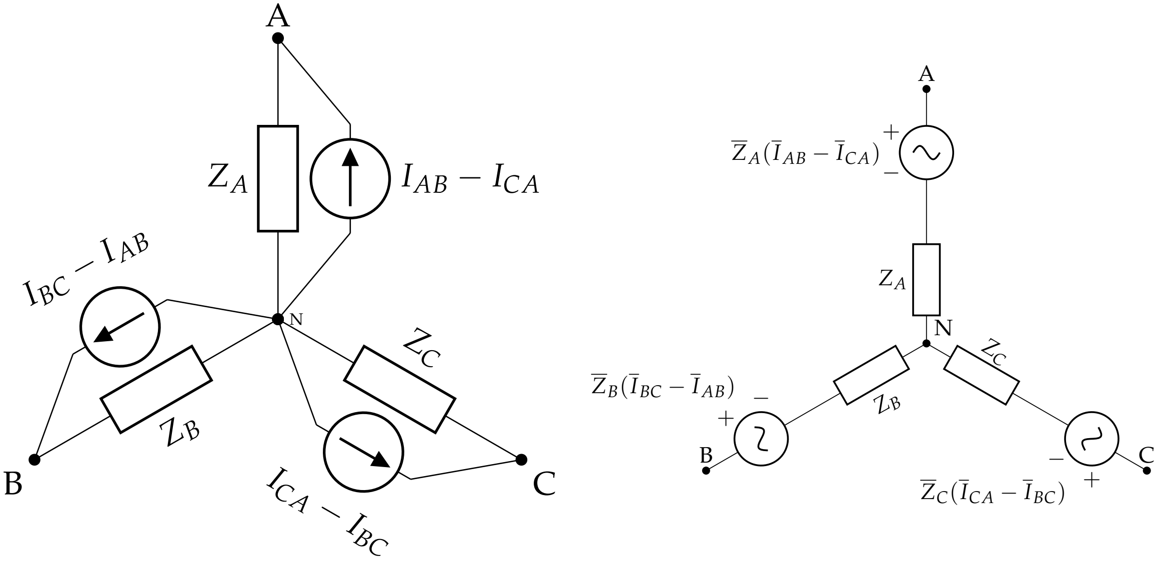


Asociamos fuentes

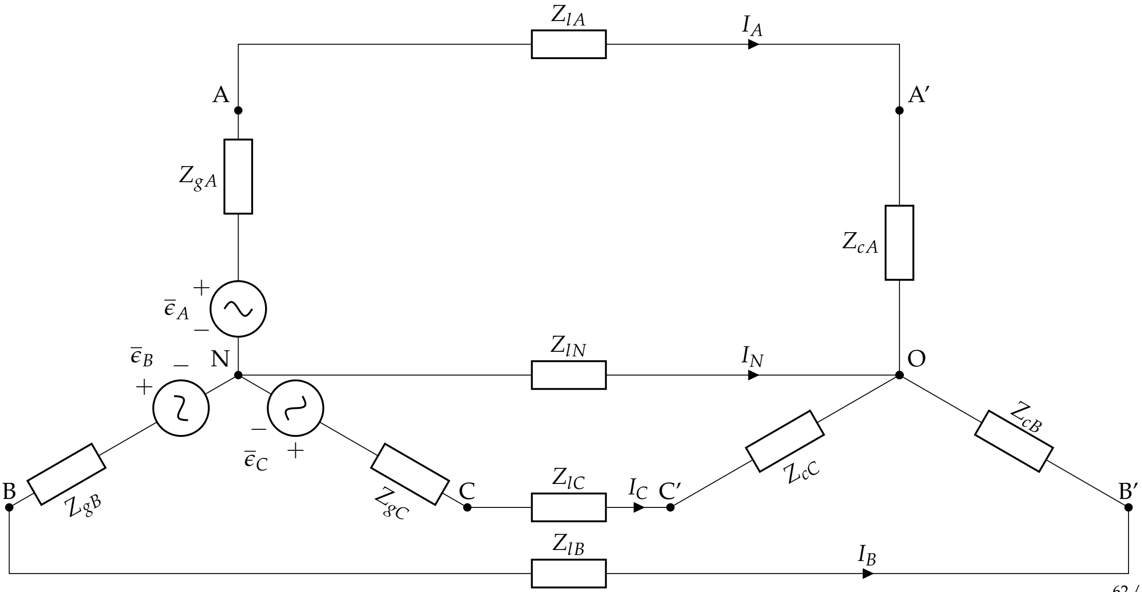




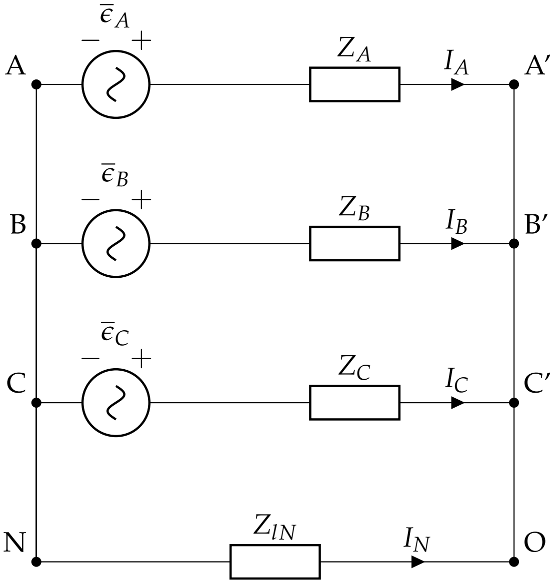
Transformamos fuentes



Planteamiento del sistema

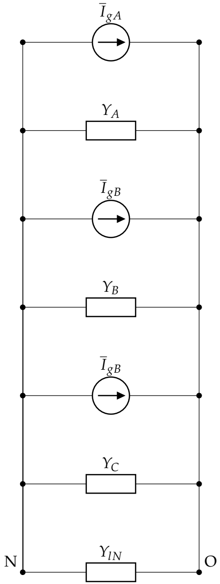


Agrupamos impedancias de generador, línea y receptor



$$\overline{Z}_A = \overline{Z}_{gA} + \overline{Z}_{lA} + \overline{Z}_{cA}$$
$$\overline{Z}_B = \overline{Z}_{gB} + \overline{Z}_{lB} + \overline{Z}_{cB}$$
$$\overline{Z}_C = \overline{Z}_{gC} + \overline{Z}_{lC} + \overline{Z}_{cC}$$

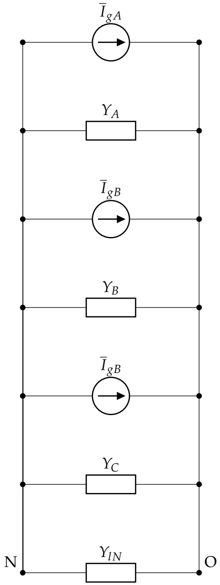
Conversión de fuentes



$$\bar{I}_{gA} = \bar{\epsilon}_A \cdot \overline{Y}_A$$
$$\bar{I}_{gB} = \bar{\epsilon}_B \cdot \overline{Y}_B$$
$$\bar{I}_{gC} = \bar{\epsilon}_C \cdot \overline{Y}_C$$

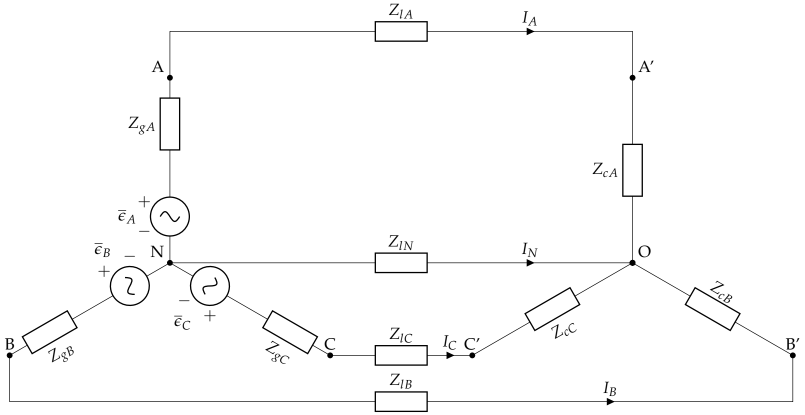
$$\overline{U}_{ON} = \frac{\bar{I}_{gA} + \bar{I}_{gB} + \bar{I}_{gC}}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C + \overline{Y}_{lN}}$$

Tensión de desplazamiento del neutro



$$\overline{U}_{ON} = \frac{\overline{\epsilon}_{gA} \cdot \overline{Y}_A + \overline{\epsilon}_{gB} \cdot \overline{Y}_B + \overline{\epsilon}_{gC} \cdot \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C + \overline{Y}_{lN}}$$

Cálculo de corrientes



$$\bar{I}_A = \frac{\bar{\epsilon}_A - \overline{U}_{ON}}{\overline{Z}_{gA} + \overline{Z}_{lA} + \overline{Z}_{cA}}$$

$$\bar{I}_B = \frac{\bar{\epsilon}_B - \overline{U}_{ON}}{\overline{Z}_{gB} + \overline{Z}_{lB} + \overline{Z}_{cB}}$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{\epsilon}_C - \overline{U}_{ON}}{\overline{Z}_{gC} + \overline{Z}_{lC} + \overline{Z}_{cC}}$$

$$\bar{I}_N = -\bar{I}_A - \bar{I}_B - \bar{I}_C$$

Aplicación a sistemas equilibrados

La suma de las fuerzas electromotrices es 0

$$\overline{\epsilon}_{gA} + \overline{\epsilon}_{gB} + \overline{\epsilon}_{gC} = 0$$

Las tres impedancias son iguales

$$\overline{Y}_A = \overline{Y}_B = \overline{Y}_C$$

Por tanto,

$$\overline{U}_{ON} = \frac{3 \cdot \overline{Y} \cdot \left(\overline{\epsilon}_{gA} + \overline{\epsilon}_{gB} + \overline{\epsilon}_{gC}\right)}{3 \cdot \overline{Y} + \overline{Y}_{lN}} = 0$$

Este resultado es independiente de la existencia del neutro y de su impedancia.

Aplicación a sistemas desequilibrados

- Sistemas con neutro de impedancia no nula

$$\overline{U}_{ON} = \frac{\overline{\epsilon}_{gA} \cdot \overline{Y}_A + \overline{\epsilon}_{gB} \cdot \overline{Y}_B + \overline{\epsilon}_{gC} \cdot \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C + \overline{Y}_{lN}}$$

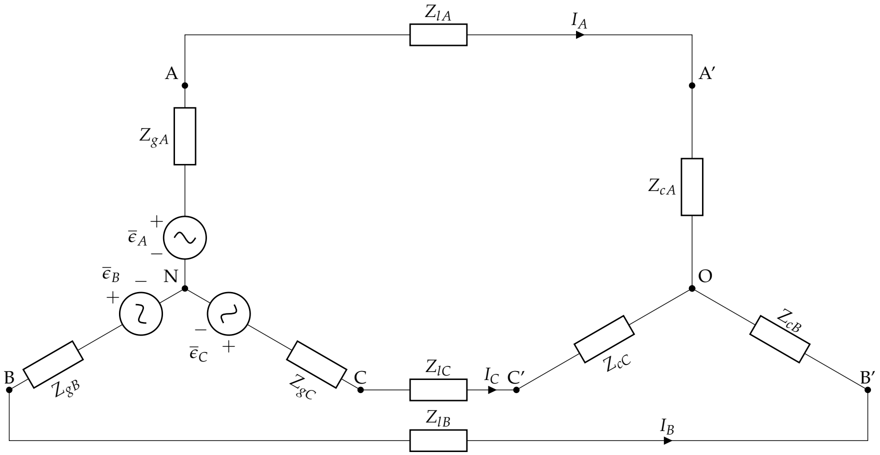
- Sistemas con neutro de impedancia nula ($\overline{Z}_{lN} = 0, \quad \overline{Y}_{lN} \to \infty$)

$$\overline{U}_{ON} = \frac{\overline{\epsilon}_{gA} \cdot \overline{Y}_A + \overline{\epsilon}_{gB} \cdot \overline{Y}_B + \overline{\epsilon}_{gC} \cdot \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C + \overline{Y}_{lN}} = 0$$

- Sistemas sin neutro ($\overline{Z}_{lN} \to \infty, \quad \overline{Y}_{lN} = 0$)

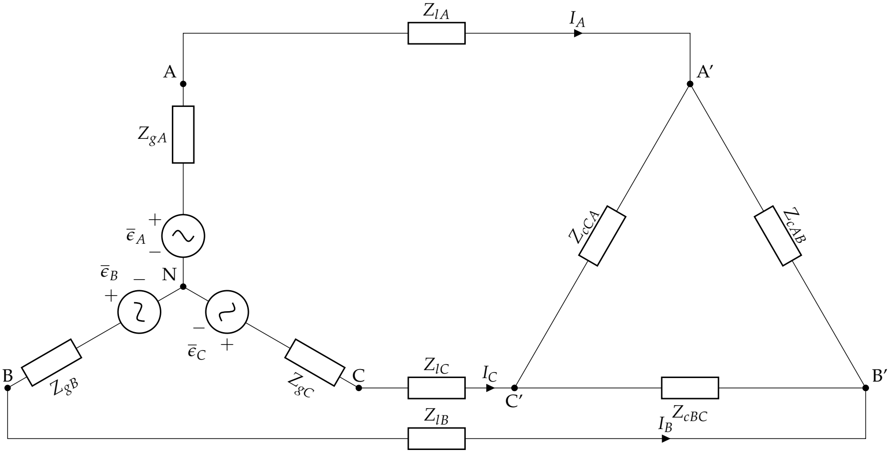
$$\overline{U}_{ON} = \frac{\overline{\epsilon}_{gA} \cdot \overline{Y}_A + \overline{\epsilon}_{gB} \cdot \overline{Y}_B + \overline{\epsilon}_{gC} \cdot \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C}$$

Sistema sin neutro



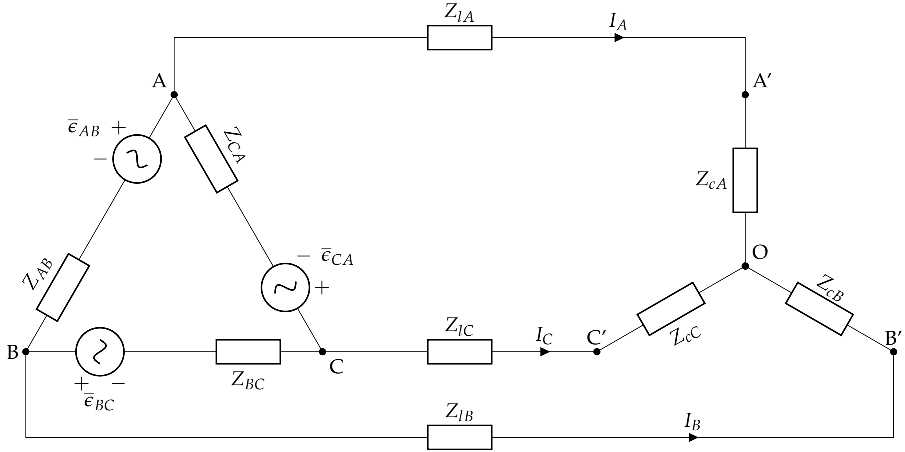
$$Z_{lN} \to \infty\} \longrightarrow \overline{U}_{ON} = \frac{\overline{\epsilon}_{gA} \cdot \overline{Y}_A + \overline{\epsilon}_{gB} \cdot \overline{Y}_B + \overline{\epsilon}_{gC} \cdot \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C}$$

Receptor en triángulo



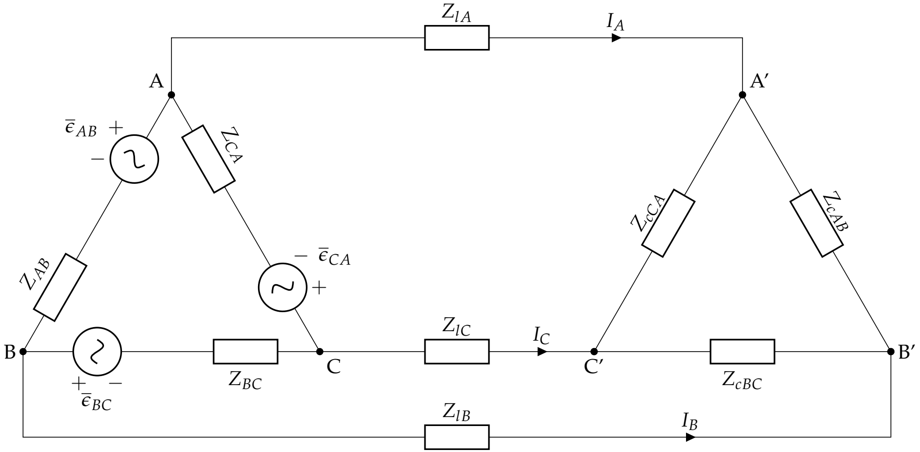
$$\left.\begin{array}{l}\text{Transformación de Receptor}\\ Z_{lN} \to \infty\end{array}\right\} \longrightarrow \overline{U}_{ON} = \frac{\overline{\epsilon}_{gA} \cdot \overline{Y}_A + \overline{\epsilon}_{gB} \cdot \overline{Y}_B + \overline{\epsilon}_{gC} \cdot \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C}$$

Generador en triángulo



$$\left.\begin{array}{l}\text{Transformación de Generador}\\ Z_{lN} \to \infty\end{array}\right\} \longrightarrow \overline{U}_{ON} = \frac{\overline{\epsilon}_{gA} \cdot \overline{Y}_A + \overline{\epsilon}_{gB} \cdot \overline{Y}_B + \overline{\epsilon}_{gC} \cdot \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C}$$

Generador y Receptor en triángulo



$$\left.\begin{array}{l}\text{Transformación de Generador}\\ \text{Transformación de Receptor}\\ Z_{lN} \to \infty\end{array}\right\} \longrightarrow \overline{U}_{ON} = \frac{\overline{\epsilon}_{gA} \cdot \overline{Y}_A + \overline{\epsilon}_{gB} \cdot \overline{Y}_B + \overline{\epsilon}_{gC} \cdot \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C}$$