

Problemas de Electrotecnia

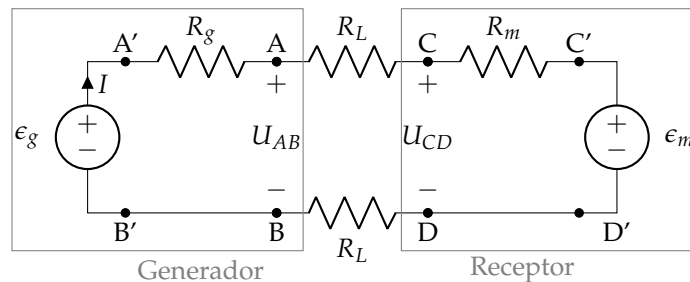
Oscar Perpiñán Lamigueiro

Corriente Continua

Un generador cuya fuerza electromotriz es de 120 V y resistencia interna 0.2Ω , entrega una corriente de 20 A a un motor situado a 300 m de distancia y de resistencia interna 0.5Ω . La línea es de cobre de resistividad $17.24 \text{ m}\Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$. Sabiendo que el motor absorbe 10.2 kWh en 5 horas, hallar:

1. Fuerza contraelectromotriz del motor.
2. Sección de los conductores.
3. Balance general de potencias.
4. Rendimiento del motor, del generador, de la línea y rendimiento total.

Solución



La energía absorbida por el motor nos permite calcular la potencia del mismo, teniendo en cuenta el período de cálculo de la energía:

$$E_{motor} = 10.2 \text{ kWh} \rightarrow P_{Tm} = \frac{10.2}{5} = 2.04 \text{ kW}$$

Este resultado es la potencia absorbida, es decir, incluye las pérdidas del motor (modeladas por la resistencia interna)

$$P_{Tm} = P_m + I^2 \cdot R_m \rightarrow P_m = 2040 - 20^2 \cdot 0.5 = 1840 \text{ W}$$

Por tanto,

$$P_m = \epsilon_m \cdot I \rightarrow \epsilon_m = 92 \text{ V}$$

Para calcular la sección de los conductores, dado que sabemos la resistividad, la longitud, y la corriente que circula, necesitamos obtener la caída de tensión en la línea.

La tensión a la entrada del motor es:

$$U_{CD} = I \cdot R_m + \epsilon_m = 102 \text{ V}$$

La tensión a la salida del generador es:

$$U_{AB} = \epsilon_g - I \cdot R_g = 116 \text{ V}$$

Por tanto, en la línea hay una caída de $U_{AB} - U_{CD} = 14 \text{ V}$ debida al paso de la corriente. Dado que los dos conductores son iguales, la caída de tensión es la misma en cada uno de ellos:

$$U_{AC} = 7 \text{ V} = I \cdot R_L \rightarrow R_L = 0.35 \Omega$$

Con la fórmula de la resistencia obtenemos la sección de los conductores:

$$R_L = \rho \cdot \frac{L}{S} \rightarrow S = 14.77 \text{ mm}^2$$

Habría que elegir el valor normalizado inmediatamente superior que, en este caso, es $S = 16 \text{ mm}^2$. El balance de potencias es:

- El generador produce $\epsilon_g \cdot I = 2400 \text{ W}$, de los que entrega $U_{AB} \cdot I = 2320 \text{ W}$ al circuito, y disipa $R_g \cdot I^2 = 80 \text{ W}$ internamente.
- La línea recibe $U_{AB} \cdot I = 2320 \text{ W}$, disipa $2 \cdot R_L \cdot I^2 = 280 \text{ W}$ y entrega $U_{CD} \cdot I = 2040 \text{ W}$ al motor.
- El motor recibe $U_{CD} \cdot I = 2040 \text{ W}$, disipa $R_m \cdot I^2 = 200 \text{ W}$ y utiliza $\epsilon_m \cdot I = 1840 \text{ W}$.

Por tanto, los rendimientos de cada parte del circuito son:

$$\eta_m = \frac{P_{\text{util}}}{P_{\text{absorbida}}} = \frac{\epsilon_m \cdot I}{U_{CD} \cdot I} = 0.902$$

$$\eta_g = \frac{P_{\text{entregada}}}{P_{\text{generada}}} = \frac{U_{AB} \cdot I}{\epsilon_g \cdot I} = 0.97$$

$$\eta_{\text{linea}} = \frac{P_{\text{salida}}}{P_{\text{entrada}}} = \frac{U_{CD} \cdot I}{U_{AB} \cdot I} = 0.88$$

$$\eta_t = \frac{P_{\text{util}}}{P_{\text{generada}}} = \frac{\epsilon_m \cdot I}{\epsilon_g \cdot I} = 0.77$$

Corriente Alterna Monofásica

Un generador de corriente alterna ($f = 50 \text{ Hz}$) alimenta una instalación eléctrica a través de una línea de cobre ($\rho = 0.017 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$) de 25 mm^2 de sección. La instalación eléctrica está compuesta por un motor de $S_m = 10 \text{ kVA}$ y $\text{fdp} = 0,8$, una instalación de alumbrado fluorescente de $P_f = 800 \text{ W}$ y $\text{fdp} = 0,9$, y diversas cargas electrónicas con una potencia conjunta $P_e = 540 \text{ W}$ y $\text{fdp} = 0,5$ en retraso.

Suponiendo que las cargas trabajan a su tensión nominal de 230 V y que están situadas a 100 m del generador, calcule:

1. Triángulo de potencias total de las cargas (P_T, Q_T, S_T) y factor de potencia.
2. Valor eficaz de la corriente que circula por la línea.
3. Potencia disipada en la línea.
4. Triángulo de potencias del generador (P_g, Q_g, S_g) y factor de potencia.
5. Valor eficaz de la tensión de salida del generador.
6. Capacidad del banco de condensadores a instalar en bornes de la carga necesario para reducir la corriente que circula por la línea a un valor de 45 A .

Independientemente del resultado obtenido, suponga que la capacidad instalada es $C = 172 \mu\text{F}$. En estas condiciones, calcule:

7. Potencia aparente de las cargas (incluyendo al banco de condensadores)
8. Valor eficaz de la corriente que circula por la línea y potencia disipada en la misma.
9. Triángulo de potencias del generador y factor de potencia.
10. Tensión de trabajo del generador.

Solución

1. Triángulo de potencias total de las cargas (P_T, Q_T, S_T) y factor de potencia.

Motor:

$$\begin{aligned}P_m &= 8000 \text{ W} \\Q_m &= 6000 \text{ VA}_r\end{aligned}$$

Alumbrado

$$\begin{aligned}P_f &= 800 \text{ W} \\Q_f &= 387.5 \text{ VA}_r\end{aligned}$$

Cargas Electrónicas

$$\begin{aligned}P_e &= 540 \text{ W} \\Q_e &= 935.3 \text{ VA}_r\end{aligned}$$

Total (Teorema de Boucherot)

$$\begin{aligned}P_T &= P_m + P_f + P_e = 9340 \text{ W} \\Q_T &= Q_m + Q_f + Q_e = 7322.8 \text{ VA}_r\end{aligned}$$

Por tanto, $S_T = 11\,868.4 \text{ VA}$ y $\text{fdp}_T = 0,787$.

2. Valor eficaz de la corriente que circula por la línea.

$$I = \frac{S_T}{U} = \frac{11868,4}{230} = 51.6 \text{ A}$$

3. Potencia disipada en la línea.

$$R = 0.068 \Omega$$

$$P_L = 2 \cdot I^2 \cdot R = 362.1 \text{ W}$$

4. Triángulo de potencias del generador (P_g , Q_g , S_g) y factor de potencia.

$$P_g = P_T + P_L = 9702.1 \text{ W}$$

$$Q_g = Q_T = 7322.8 \text{ VA}_r$$

$$S_g = 12\,155.4 \text{ VA}$$

$$\text{fdp} = 0,798$$

5. Valor eficaz de la tensión de salida del generador.

$$U_g = \frac{S_g}{I} = 235.6 \text{ V}$$

6. Capacidad del banco de condensadores a instalar en bornes de la carga necesario para reducir la corriente que circula por la línea a un valor de 45 A.

Si la corriente en línea se reduce a 45 A la potencia aparente resultante en cargas (incluyendo al condensador) es $S'_T = 230 \cdot 45 = 10\,350 \text{ VA}$. Por tanto, $Q'_T = 4459.5 \text{ VA}_r$. Así, es necesario instalar un banco de condensadores que aporte $Q_c = Q_T - Q'_T = 2863.3 \text{ VA}_r$.

$$C = \frac{Q_c}{\omega U^2} = 172.3 \mu\text{F}$$

Independientemente del resultado obtenido, suponga que la capacidad instalada es $C = 172 \mu\text{F}$. En estas condiciones, calcule:

7. Potencia aparente de las cargas (incluyendo al banco de condensadores)

$$S'_T = \sqrt{P_T^2 + Q'^2_T} = 10\,350.1 \text{ VA}$$

8. Valor eficaz de la corriente que circula por la línea y potencia disipada en la misma.

$$I' = \frac{S'_T}{U} = 45 \text{ A}$$

$$P'_L = 2 \cdot I'^2 \cdot R = 275.4 \text{ W}$$

9. Triángulo de potencias del generador y factor de potencia.

$$P'_g = P_T + P'_L = 9615.4 \text{ W}$$

$$Q'_g = Q'_T = 4459.5 \text{ VA}_r$$

$$S'_g = 10\,599.2 \text{ VA}$$

10. Tensión de trabajo del generador.

$$U'_g = \frac{S'_g}{I'} = 235.5 \text{ V}$$

Corriente Alterna Trifásica

Una plantación agrícola emplea dos bombas sumergibles para extraer agua de un pozo y transportarla a través de un sistema de riego por goteo. Estas dos bombas están alimentadas a 400 V por una línea trifásica en secuencia de fases directa y frecuencia 50 Hz. Una de las bombas funciona con un motor trifásico de 30 kW y factor de potencia de 0.78. La otra bomba trabaja con un motor de 7.5 kW y factor de potencia de 0.67. La línea que alimenta estas dos bombas es resistiva, con resistividad $\rho = 0.017 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$, longitud de 300 m y una sección de 35 mm².

1. Calcula el triángulo de potencias (potencia activa, reactiva, y aparente) de cada carga, y total de las cargas (a la salida de la línea).
2. Calcula el **valor eficaz** de la corriente de línea de cada carga, y total.
3. Calcule el triángulo de potencias a la entrada de la línea.
4. Calcule el **valor eficaz** de la tensión a la entrada de la línea.
5. Calcule los condensadores que se deben conectar a la salida de la línea para mejorar el factor de potencia del sistema hasta la unidad. Indique el modo de conexión.

Una vez conectados los condensadores del último apartado:

6. Calcule el **valor eficaz** de la corriente de línea total.
7. Calcule el triángulo de potencias a la entrada de la línea.
8. Calcule el **valor eficaz** de la tensión a la entrada de la línea.

Solución

Las potencias de cada carga son:

$$P_1 = 30 \text{ kW}$$

$$Q_1 = P_1 \tan \theta_1 = 24.06 \text{ kVA}_r$$

$$S_1 = 38.46 \text{ kVA}$$

$$P_2 = 7.5 \text{ kW}$$

$$Q_2 = P_2 \tan \theta_2 = 8.31 \text{ kVA}_r$$

$$S_2 = 11.19 \text{ kVA}$$

Aplicando Boucherot, el triángulo de potencias total es:

$$P_T = 37.5 \text{ kW}$$

$$Q_T = 32.37 \text{ kVA}_r$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 49.54 \text{ kVA}$$

Por tanto, el ángulo de la impedancia global es:

$$\tan(\theta) = \frac{Q_T}{P_T} = 0.8632 \rightarrow \theta = 40.8^\circ$$

Las corrientes en cada carga son:

$$I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3}U} = 55.51 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3}U} = 16.15 \text{ A}$$

La corriente total es:

$$I = S_T / \sqrt{3}U = 71.5 \text{ A}$$

La resistencia de la línea (una resistencia por cada conductor) es:

$$R_L = \rho L / S = 0.146 \Omega$$

La potencia activa disipada en la línea es:

$$P_L = 3 \cdot I^2 R_L = 2234.8 \text{ W}$$

Por tanto, la potencia a la entrada de la línea es:

$$P_g = P_L + P_T = 39.73 \text{ kW}$$

$$Q_g = Q_T = 32.33 \text{ kVA}_r$$

$$S_g = 51.22 \text{ kVA}$$

Y la tensión a la salida del generador (entrada de la línea) es:

$$U_g = \frac{S_g}{\sqrt{3}I} = 413.64 \text{ V}$$

Para mejorar el factor de potencia a la unidad en las cargas, se necesita una batería de condensadores conectados en triángulo en las cargas (a la salida de la línea). Cada uno de los tres condensadores debe tener una capacidad de:

$$C = \frac{Q_T}{3\omega U^2} = 214.4 \mu\text{F}$$

Una vez instalada la batería de condensadores, la corriente total a la salida de la línea es:

$$I' = \frac{P_T}{\sqrt{3}U} = 54.13 \text{ A}$$

La potencia disipada en la línea es ahora:

$$P'_L = 3 \cdot I'^2 R_L = 1282.9 \text{ W}$$

Por tanto, el triángulo de potencias a la entrada de la línea es:

$$P'_g = 38.78 \text{ kW}$$

$$Q'_g = 0 \text{ kVA}_r$$

$$S'_g = 38.78 \text{ kVA}$$

Consecuentemente, la tensión a la entrada de la línea es:

$$U' = \frac{S'_g}{\sqrt{3}I'} = 413.63 \text{ V}$$