Tema 1: Teoría de Circuitos

Eficiencia Energética Eléctrica (e^{3+})

Autor: Luis Badesa Bernardo

¿Qué es la electricidad?

- La electricidad es el conjunto de fenómenos físicos relacionados con la **presencia y flujo** de **cargas eléctricas**

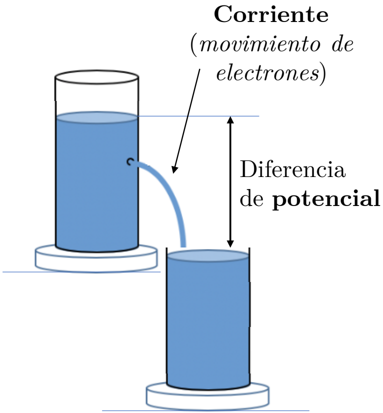
- Un fenómeno de particular interés es la **corriente eléctrica**:

  Movimiento de electrones de los átomos a través de un material conductor (por ejemplo, un cable de cobre)

Potencial eléctrico y corriente eléctrica: analogía con la gravedad

- Las dos magnitudes principales en esta asignatura son la diferencia de **potencial eléctrico** (o *tensión*) y la **corriente eléctrica** (o *intensidad*)

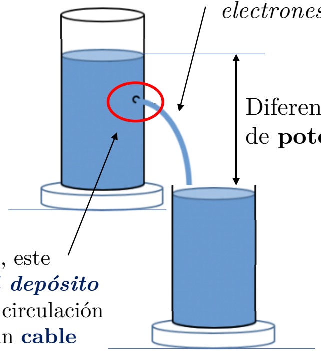
- Para entender estas magnitudes de forma visual, podemos establecer un **paralelismo con la gravedad** $\rightarrow$



Potencial eléctrico y corriente eléctrica: analogía con la gravedad

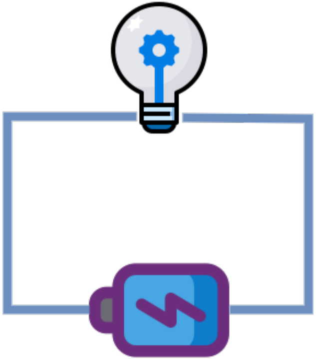
- Las dos magnitudes principales en esta asignatura son la diferencia de **potencial eléctrico** (o *tensión*) y la **corriente eléctrica** (o *intensidad*)

- Para entender estas magnitudes de forma visual, podemos establecer un **paralelismo con la gravedad** $\rightarrow$



Circuito eléctrico

Un **circuito eléctrico** es un conjunto de componentes eléctricos interconectados que crean un **camino cerrado** por el que puede circular corriente eléctrica



Incluye:

- **Elementos activos** (generadores): motivan la circulación de corriente
- **Elementos pasivos** (receptores): transforman o almacenan la energía eléctrica

1 Conceptos básicos

2 Corriente alterna

3 Sistemas trifásicos

Variables fundamentales

Las principales **variables** con las que se trabaja en los circuitos eléctricos son:

- Corriente eléctrica (o *intensidad*, o *amperaje*)
- Tensión eléctrica (o *diferencia de potencial*, o *voltaje*)
- Potencia eléctrica
- Energía eléctrica

Corriente eléctrica

La **intensidad de la corriente eléctrica** es la variación de la carga $q(t)$ que atraviesa la sección transversal de un conductor por unidad de tiempo:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

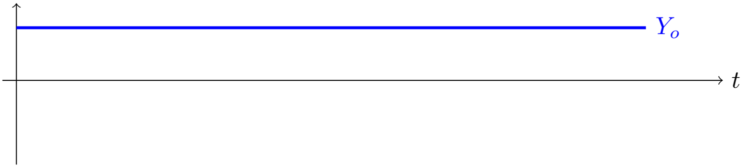
Se produce por el **movimiento de electrones** (de $-$ a $+$)

Sin embargo, por razones históricas, el convenio es considerar el **movimiento de cargas positivas** (de $+$ a $-$)

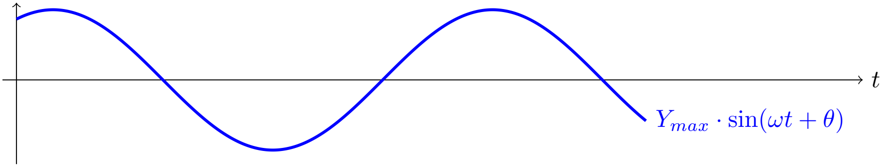
La **unidad** de la corriente es el **amperio** [A] (culombios/segundo)

Corriente Continua (CC) y Corriente Alterna (CA)

- **Corriente Continua**: siempre en el mismo sentido
  Caso particular, corriente constante $\left(\frac{d}{dt} = 0\right)$:



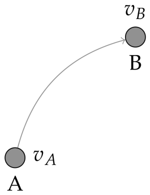
- **Corriente Alterna**: sentido cambiante
  Caso particular, corriente senoidal:



Tensión eléctrica

La **tensión** o **diferencia de potencial entre dos puntos** A y B, $u_{AB}(t)$, es el trabajo realizado por el campo eléctrico al desplazar una carga unitaria entre esos puntos

$$u_{AB}(t) = v_A(t) - v_B(t) = \frac{dW_e}{dq}$$



La **unidad** de tensión eléctrica es el **voltio** [V]

Potencia eléctrica

La **potencia eléctrica** es la variación del trabajo del campo eléctrico por unidad de tiempo:

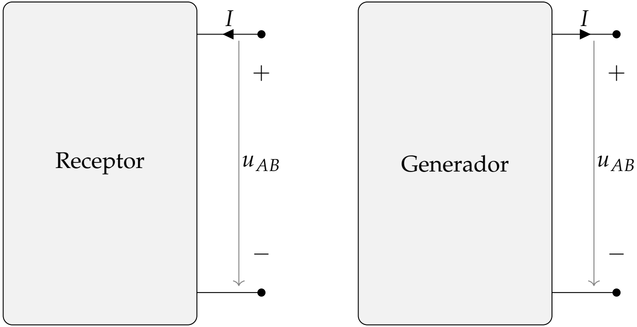
$$p(t) = \frac{dW_e}{dt} = \underbrace{\frac{dW_e}{dq(t)}}_{u(t)} \cdot \underbrace{\frac{dq(t)}{dt}}_{i(t)} = \boxed{u(t) \cdot i(t)}$$

La **unidad** de la potencia eléctrica es el **vatio** [W]

Receptores y generadores

Es habitual **interpretar** el signo de la potencia en términos de potencia absorbida o potencia entregada

- Un **circuito receptor** **absorbe** **potencia** y la corriente *entra* por el terminal de mayor potencial
- Un **circuito generador** **entrega** **potencia** y la corriente *sale* por el terminal de mayor potencial



Potencia y energía

Energía: capacidad de un sistema para realizar un trabajo

$E = P \cdot t$

Unidades: [J], [Wh], [kWh]

Potencia: trabajo realizado por unidad de tiempo

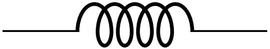
Unidades: [W], [kW]

1. Conceptos básicos
    - Elementos de los circuitos
    - Leyes de Kirchhoff
2. Corriente alterna
3. Sistemas trifásicos

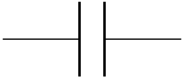
Elementos pasivos ideales

Resistencias

Bobinas



Condensadores



Las cargas reales como lámparas, bombillas, motores y electrodomésticos **no están compuestas por resistencias ideales**

- Por ejemplo, un **motor eléctrico** está compuesto por bobinas, pero como estas bobinas se fabrican a partir del arrollamiento de cables, un motor **será una carga** RL

Resistencia

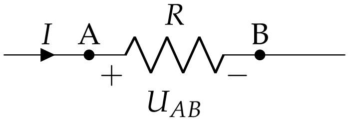
- Elemento que cumple la **Ley de Ohm**:

  Una resistencia R provoca una **diferencia de potencial** entre sus terminales **directamente proporcional a la corriente** que la atraviesa

  Unidades de resistencia: ohmios [Ω]

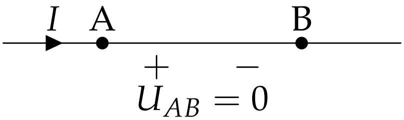
$$\boxed{u(t) = R \cdot i(t)}$$

- El potencial es mayor en el terminal por el que entra la corriente:

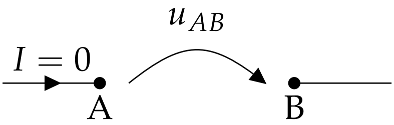


Cortocircuito y circuito abierto

- **Cortocircuito**: resistencia nula (tensión nula)

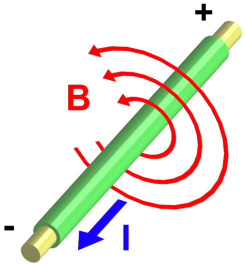


- **Circuito abierto**: resistencia infinita (corriente nula)

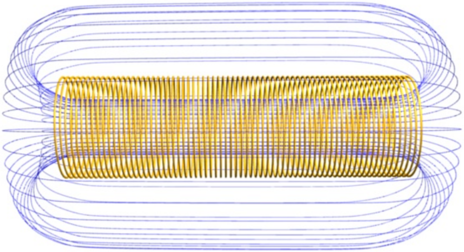


Bobina o inductancia

Cualquier **corriente** (ya sea constante o variable) **crea un campo magnético** a su alrededor (ley de Ampère)

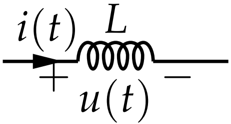


Un **conductor arrollado** crea un campo magnético más intenso: **electroimán**



Bobina o inductancia

Bobina: conductor arrollado alrededor de un núcleo

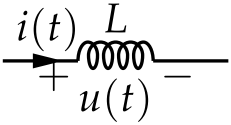


Cuando una corriente oscilante atraviesa una bobina, se produce una **tensión inducida que se opone a dicha corriente** (ley de Faraday-Lenz)

- La tensión inducida es directamente **proporcional al cambio de la corriente**: la constante de proporcionalidad es el coeficiente de autoinducción o **inductancia** ‘L’ (unidades: henrios [H])

$$\boxed{u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}}$$

Bobina o inductancia



- Almacena **energía magnética**

- En circuitos de CC es un **cortocircuito**:

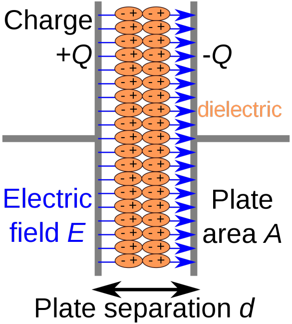
$$\frac{di(t)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad U_L = 0$$

Condensador

Material **dieléctrico**:

- Aislante eléctrico (material con baja conductividad), pero con una propiedad particular: sus **moléculas se polarizan** en presencia de un campo eléctrico

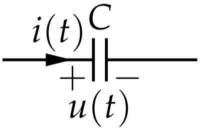
Ejemplos de dieléctricos: aire, vidrio, papel



Condensador

Condensador: dos placas metálicas separadas por un material dieléctrico

Al aplicar tensión se produce una **separación de cargas opuestas** que se **acumulan** en cada placa



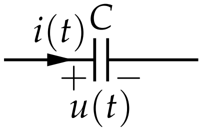
La **carga acumulada** en un instante es **proporcional** a la **diferencia de potencial** en ese instante: la constante de proporcionalidad es la **capacidad** (unidades: faradios [F])

$$q(t) = C \cdot u(t)$$

- En el proceso de carga se produce una corriente eléctrica entre las dos placas:

$$i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \boxed{C \cdot \frac{du(t)}{dt}}$$

Condensador

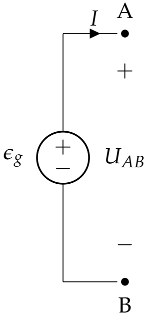


- Un condensador almacena **energía eléctrica**

- En un circuito de corriente continua se comporta como un **circuito abierto**:

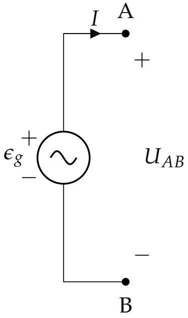
$$\frac{du(t)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad I_c = 0$$

Elementos activos: generadores



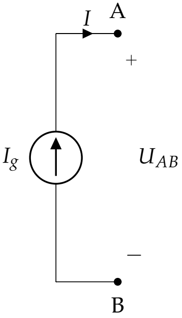
Fuente de
tensión

(corriente
continua)



Fuente de
tensión

(corriente
alterna)



Fuente de
corriente

(continua
o alterna)

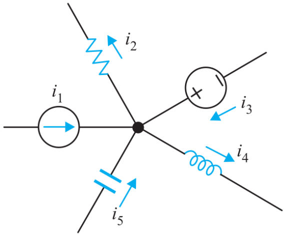
1 Conceptos básicos
Elementos de los circuitos
Leyes de Kirchhoff
2 Corriente alterna
3 Sistemas trifásicos

Primera Ley de Kirchhoff (1LK)

- La **1LK** es el principio de **conservación de la carga** aplicado a los circuitos eléctricos:

  La suma de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las que salen

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} i_j(t) = 0}$$



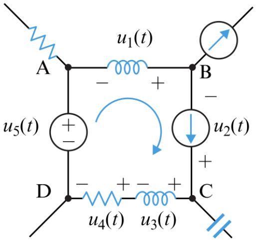
$$i_1(t) - i_2(t) + i_3(t) - i_4(t) + i_5(t) = 0$$

Segunda Ley de Kirchhoff (2LK)

- La **2LK** es el principio de **conservación de la energía** aplicado a los circuitos:

  La suma (con signo) de las tensiones a lo largo de un camino cerrado es cero

$$\boxed{\sum_{j=1}^{m} u_j(t) = 0}$$



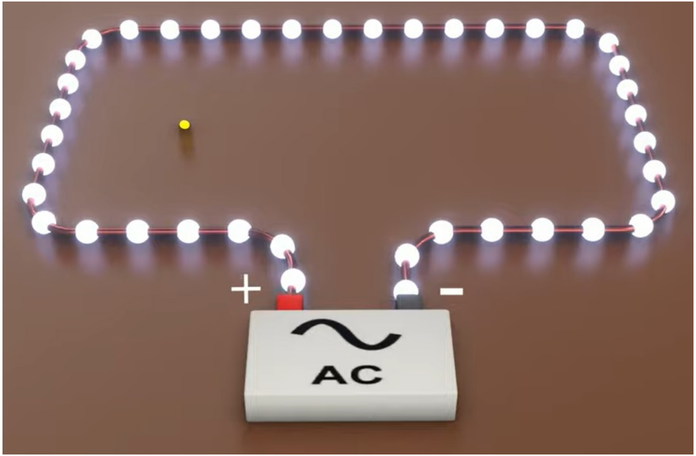
$$-u_1(t) - u_2(t) + u_3(t) + u_4(t) - u_5(t) = 0$$

1 Conceptos básicos

2 Corriente alterna

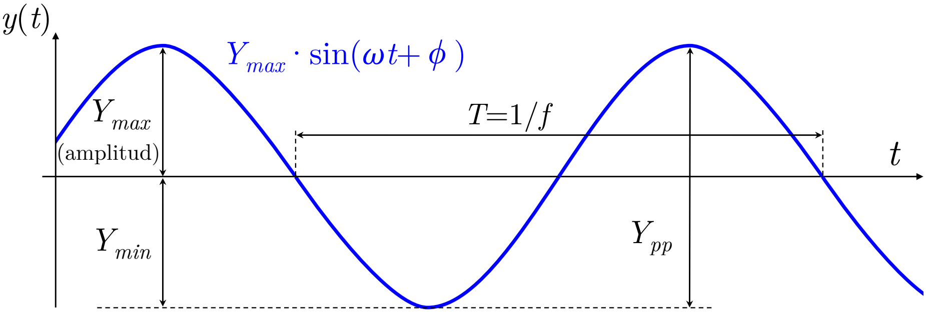
3 Sistemas trifásicos

(**clica en la imagen**)

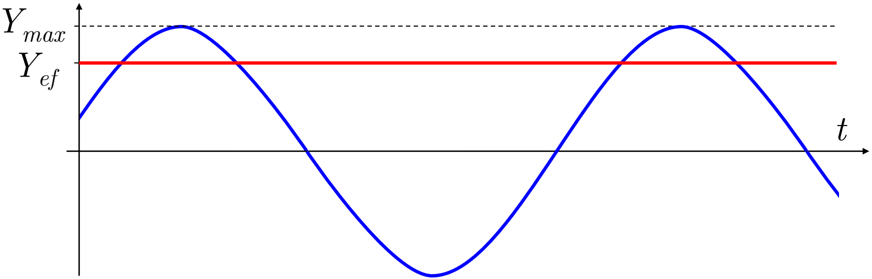


Corriente alterna senoidal

- La tensión y la corriente son **señales senoidales**



Concepto importante: valor eficaz

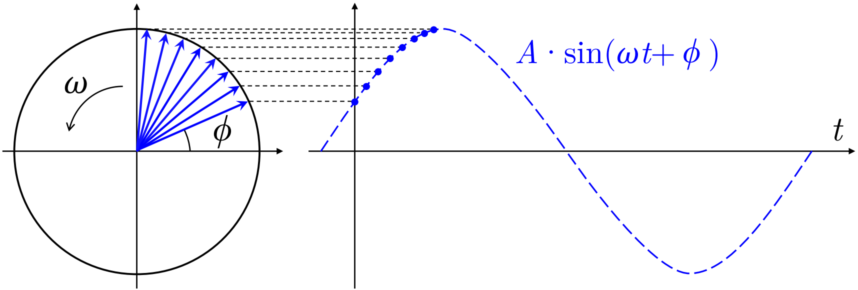


$$Y_{ef} = \frac{Y_{max}}{\sqrt{2}}$$

- ¿Por qué usamos el valor eficaz en corriente alterna? Porque establece un **paralelismo con la corriente continua**, que nos permitirá simplificar cálculos:

  El valor eficaz es <u>igual al valor de una corriente continua constante</u> que, al circular por una determinada resistencia, **produciría la misma disipación de potencia** que la corriente alterna que estamos considerando

Representación fasorial

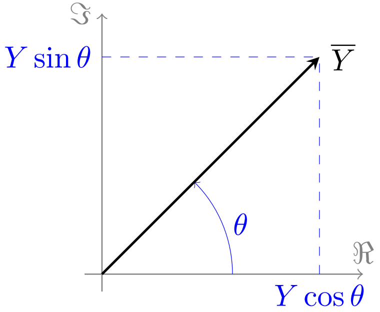


- Un **fasor** es un artefacto matemático **útil para simplificar cálculos** con señales senoidales
- El término "fasor" viene del inglés *phasor*, forma corta de *phase vector* (vector de fase)
- Al **rotar en sentido antihorario** con velocidad angular ω, la proyección del fasor sobre el eje vertical es igual al valor de la señal senoidal en cada instante

Representación fasorial

- Un fasor se representa matemáticamente mediante un **número complejo** (repaso de complejos y trigonometría):

$$\overline{Y} = \underbrace{Y_{ef}\angle\theta}_{\text{forma polar}} = \underbrace{Y_{ef} \cdot [\cos(\theta) + j \cdot \sin(\theta)]}_{\text{forma binómica}} \overset{\substack{\text{fórmula}\\ \text{de Euler}\\ \downarrow}}{=} \underbrace{Y_{ef} \cdot e^{j\theta}}_{\text{forma exponencial}}$$



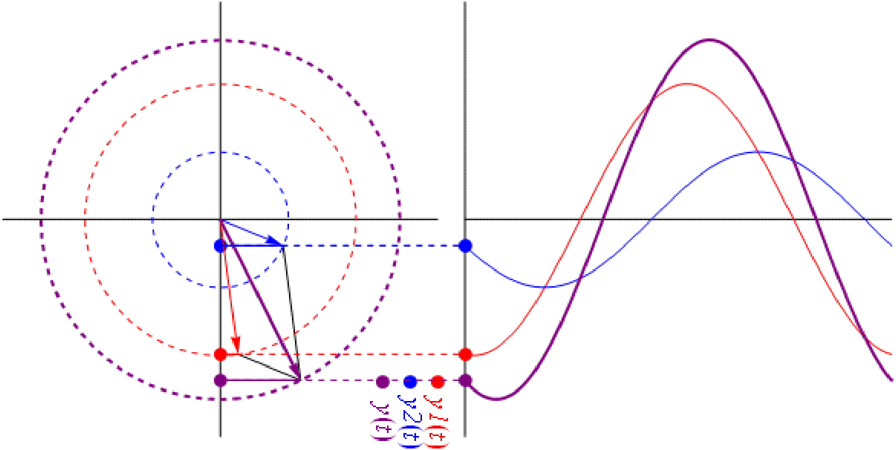
Usamos ***j* para la constante imaginaria**, en lugar de *i*, ya que en el análisis de circuitos *i* se usa para intensidad

- El **argumento** del fasor es la **fase** de la onda. El **módulo** es el **valor eficaz** de la onda, NO su amplitud

Operaciones con fasores

Suma gráfica de dos fasores $\overline{Y}_1$ e $\overline{Y}_2$, y sus correspondientes señales temporales:

(**clica en la imagen**)



Operaciones con fasores

- Un fasor **captura** la **información clave** de una **onda senoidal** para los propósitos del análisis de circuitos:
  - Su valor eficaz
  - Y su fase
- Nos permite **operar** con ondas **senoidales** como si fueran **números complejos**

$$\begin{aligned}
\overline{Y}_1 &= \underbrace{Y_{ef_1}\cos(\theta_1)}_{a_1} + \mathrm{j}\,\underbrace{Y_{ef_1}\sin(\theta_1)}_{b_1} &= Y_{ef_1}\underline{/\theta_1} \\
\overline{Y}_2 &= \underbrace{Y_{ef_2}\cos(\theta_2)}_{a_2} + \mathrm{j}\,\underbrace{Y_{ef_2}\sin(\theta_2)}_{b_2} &= Y_{ef_2}\underline{/\theta_2}
\end{aligned}$$

Operaciones con fasores

$$\overline{Y}_1 = \underbrace{Y_{ef_1}\cos(\theta_1)}_{a_1} + \mathrm{j}\,\underbrace{Y_{ef_1}\sin(\theta_1)}_{b_1} = Y_{ef_1}\underline{/\theta_1}$$

$$\overline{Y}_2 = \underbrace{Y_{ef_2}\cos(\theta_2)}_{a_2} + \mathrm{j}\,\underbrace{Y_{ef_2}\sin(\theta_2)}_{b_2} = Y_{ef_2}\underline{/\theta_2}$$

Forma binómica

- Suma: $\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 = (a_1 + a_2) + \mathrm{j}\,(b_1 + b_2)$
- Resta: $\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2 = (a_1 - a_2) + \mathrm{j}\,(b_1 - b_2)$

Forma polar

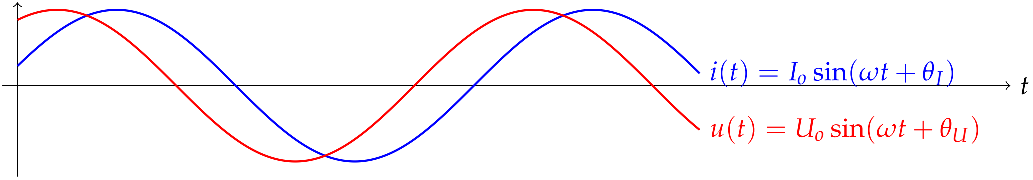
- Multiplicación: $\overline{Y}_1 \cdot \overline{Y}_2 = (Y_{ef_1} \cdot Y_{ef_2})\underline{/\theta_1 + \theta_2}$
- División: $\dfrac{\overline{Y}_1}{\overline{Y}_2} = \dfrac{Y_{ef_1}}{Y_{ef_2}}\underline{/\theta_1 - \theta_2}$

1 Conceptos básicos

2 Corriente alterna
- Respuesta de elementos pasivos a excitación senoidal (R, L y C)
- Potencia en corriente alterna
- Factor de potencia: importancia y mejora

3 Sistemas trifásicos

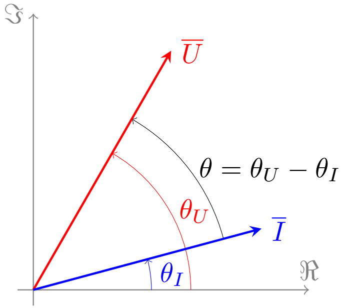
Impedancia: relación entre fasores de tensión y corriente



$\overline{U} = \overline{Z} \cdot \overline{I}$ (**ley de Ohm** generalizada)

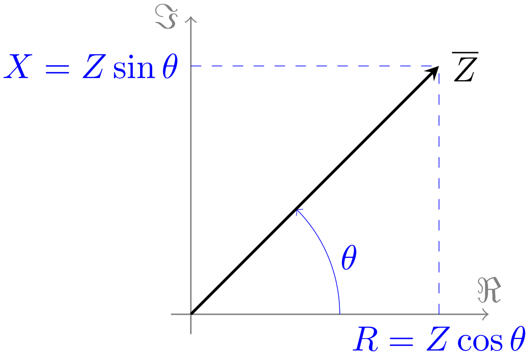
$$\overline{Z} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}}$$

$$\boxed{\overline{Z} = \frac{U}{I} \underline{/\theta_U - \theta_I} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} Z = \dfrac{U}{I} \\ \theta = \theta_U - \theta_I \end{cases}}$$



Impedancia genérica

$$\overline{Z} \; = \; Z \cdot \cos(\theta) \; + \; j\, Z \cdot \sin(\theta) \; = \underbrace{R}_{\text{resistencia}} + \; j \underbrace{X}_{\text{reactancia}}$$

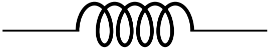


Impedancia de elementos ideales

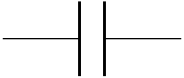
Vamos a deducir la impedancia de circuitos compuestos únicamente por:

Resistencias

Bobinas



Condensadores

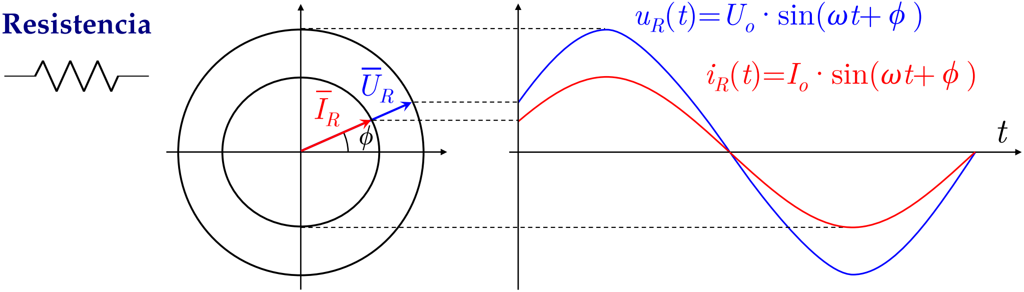


1. Haremos circular una **corriente senoidal** por cada circuito
2. Calcularemos la **tensión** que se produce en bornes del circuito, usando la **ec. de definición** de cada elemento
3. El **cociente de los fasores** de tensión y corriente da la **impedancia** del circuito

Circuito resistivo

Un circuito resistivo no introduce desfase entre señales (**tensión y corriente en fase**)

Resistencia



$$i_R(t) = \boldsymbol{I\sqrt{2}} \cdot \sin(\omega t + \boldsymbol{\phi})$$

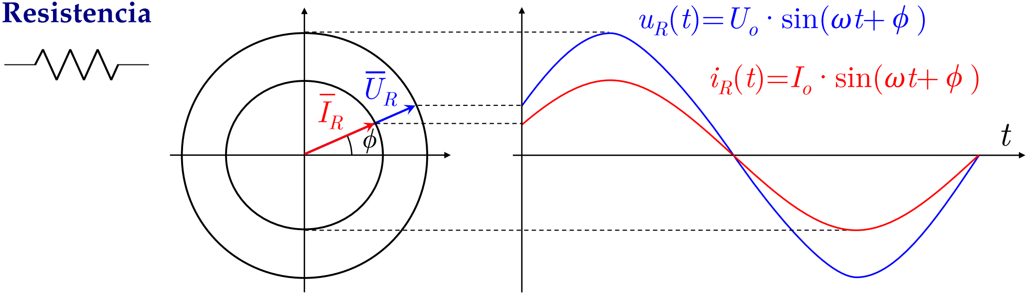
$$u_R(t) \overset{\text{ley de Ohm}}{\downarrow}{=} R \cdot i(t) = \boldsymbol{R \cdot I\sqrt{2}} \cdot \sin(\omega t + \boldsymbol{\phi}) = \boldsymbol{U\sqrt{2}} \cdot \sin(\omega t + \boldsymbol{\phi})$$

(a partir de ahora, la notación *'**U**'* e *'**I**'* se refiere directamente a **valores eficaces**)

Circuito resistivo

Un circuito resistivo no introduce desfase entre señales (**tensión y corriente <u>en fase</u>**)

Resistencia



$$\overline{Z}_R = \frac{\overline{U}_R}{\overline{I}_R} = \frac{U}{I} \underline{/\phi_U - \phi_I} = R \underline{/0^\circ} \quad \rightarrow \quad \boxed{\overline{Z}_R = R + \mathrm{j}\,0 = R}$$

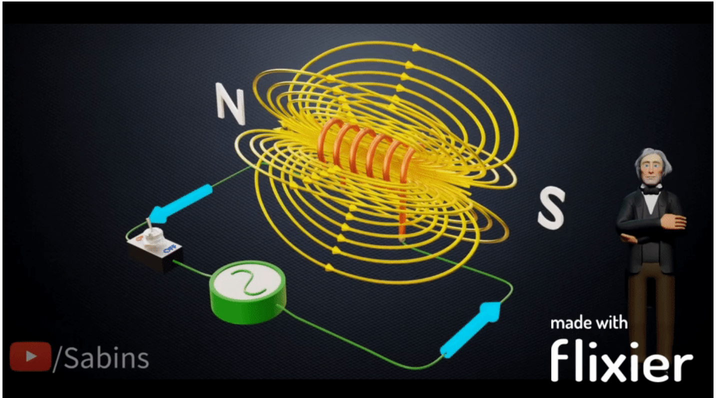
Carga y descarga de una bobina

- La bobina **almacena** energía magnética cuando circula por ella una corriente

$$E_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i_L^2(t)$$

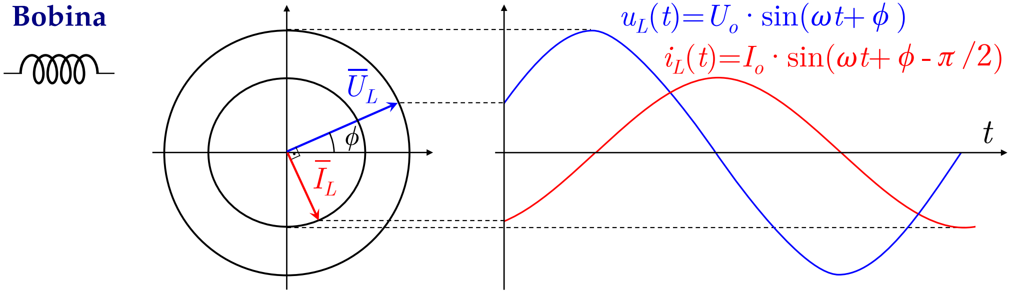
En **corriente alterna**, la bobina se **carga y descarga** constantemente

(clica en la imagen)



Circuito inductivo puro

Un circuito inductivo puro genera **señales en cuadratura** y **retrasa la corriente** .



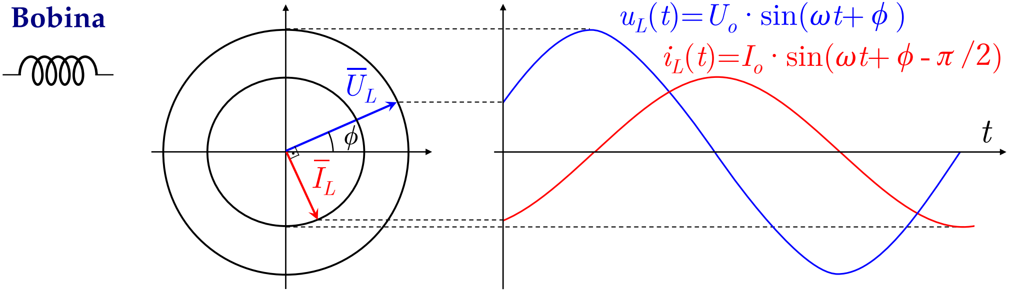
$$i_L(t) = \boldsymbol{I\sqrt{2}} \cdot \sin(\omega t + \phi_I)$$

ley de Faraday

$$u_L(t) \overset{\downarrow}{=} L \cdot \frac{di(t)}{dt} = \boldsymbol{\omega L \cdot I\sqrt{2}} \cdot \cos(\omega t + \phi_I) = \boldsymbol{U\sqrt{2}} \cdot \sin(\omega t + \phi_I \boldsymbol{+\pi/2})$$

Circuito inductivo puro

Un circuito inductivo puro genera **señales en cuadratura** y **retrasa la corriente**

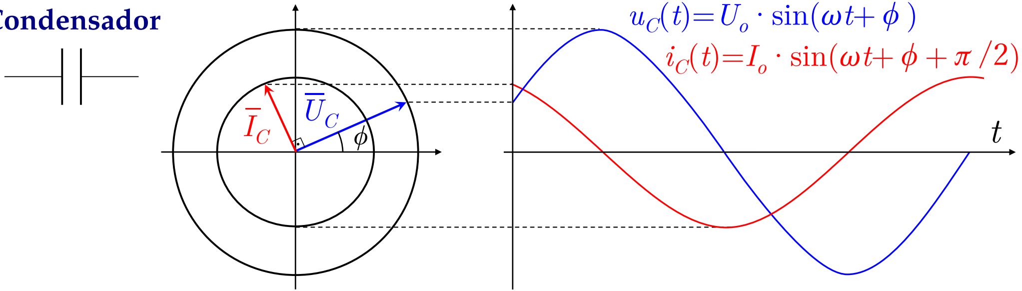


$$\overline{Z}_L = \frac{\overline{U}_L}{\overline{I}_L} = \frac{U}{I} \angle \phi_U - \phi_I = \omega L \angle 90^\circ \quad \rightarrow \quad \boxed{\overline{Z}_L = 0 + j\omega L = \omega L \angle 90^\circ}$$

Circuito capacitivo puro

Un circuito capacitivo puro genera **señales en cuadratura** y **adelanta la corriente** .

Condensador



$$i_C(t) = \boldsymbol{I}\sqrt{\mathbf{2}} \cdot \sin(\omega t + \phi_I)$$

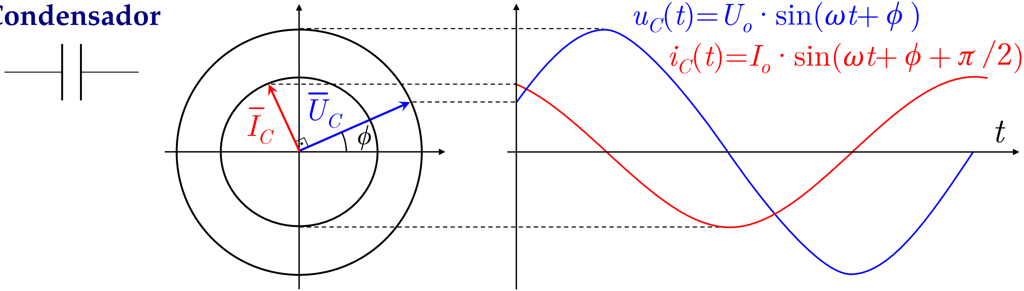
definición
de condensador

$$u_C(t) \overset{\downarrow}{=} \frac{1}{C} \cdot \int_{-\infty}^{t} i(\tau) \cdot d\tau = \frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{\omega C}} \sqrt{\mathbf{2}} \cdot [-\cos(\omega t + \phi_I)] = \boldsymbol{U}\sqrt{\mathbf{2}} \cdot \sin\left(\omega t + \phi_I - \boldsymbol{\pi/2}\right)$$

Circuito capacitivo puro

Un circuito capacitivo puro genera **señales en cuadratura** y **adelanta la corriente**

Condensador



$$\overline{Z}_C = \frac{\overline{U}_C}{\overline{I}_C} = \frac{U}{I}\angle \phi_U - \phi_I = \frac{1}{\omega C}\angle -90^\circ \quad \rightarrow \quad \boxed{\overline{Z}_C = 0 - \frac{j}{\omega C} = \frac{1}{\omega C}\angle -90^\circ}$$

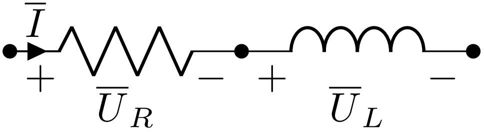
Resumen

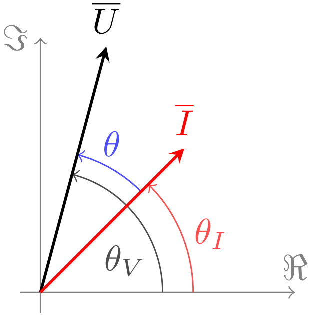
Elemento	Impedancia	Módulo	Ángulo
Resistencia	R	R	0°
Bobina ideal	$j\omega L$	ωL	90°
Condensador	$1/(j\omega C)$	$1/(\omega C)$	-90°

- La impedancia de una **bobina ideal** $X_L = \omega L$ se denomina “reactancia inductiva”
- La impedancia de un **condensador** $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ se denomina “reactancia capacitiva”

Circuito RL (inductivo con pérdidas)

Recordatorio: por elementos asociados en **serie**, circula la **misma corriente**





$$\bar{I} = I\underline{/\theta_I}$$

$$\overline{U}_R = R \cdot \bar{I} = R \cdot I\underline{/\theta_I}$$

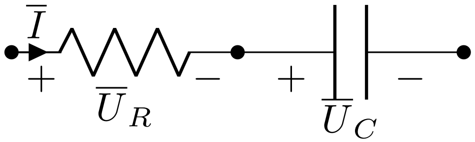
$$\overline{U}_L = \mathrm{j}X_L \cdot \bar{I} = \omega\, L\, I\underline{/\theta_I + 90^\circ}$$

$$\overline{U} \overset{\text{2LK}}{\overset{\downarrow}{=}} \overline{U}_R + \overline{U}_L = \underbrace{(R + \mathrm{j}\,\omega L)}_{\overline{Z}_{eq}}\,\bar{I} \quad \leftarrow$$

Importante: sumar módulos en lugar de fasores es un error grave

Circuito RC (capacitivo con pérdidas)

Recordatorio: por elementos asociados en **serie**, circula la **misma corriente**

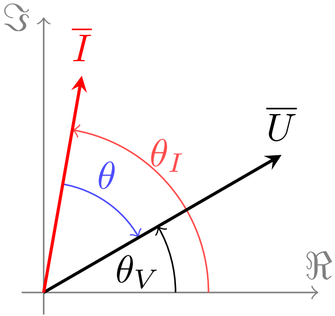


$$\overline{I} = I\underline{/\theta_I}$$

$$\overline{U}_R = R \cdot \overline{I} = R \cdot I\underline{/\theta_I}$$

$$\overline{U}_C = -\mathrm{j}X_C \cdot \overline{I} = \frac{I}{\omega\, C}\underline{/\theta_I - 90^\circ}$$

$$\overline{U} \overset{\overset{\text{2LK}}{\downarrow}}{=} \overline{U}_R + \overline{U}_C = \left(\overbrace{R - \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega C}}^{\overline{Z}_{eq}}\right)\overline{I}$$



Ejercicio

Un circuito serie formado por $R = 10\,\Omega$, $L = 20\,\text{mH}$ y $C = 100\,\mu\text{F}$ es alimentado con una tensión $u(t) = 200 \cdot \sin\left(1000t + \frac{\pi}{4}\right)\ \text{V}$

Calcular $\bar{I}$, $u_R(t)$, $u_L(t)$ y $u_C(t)$, y dibujar el diagrama fasorial de tensiones y corrientes

Solución: $\bar{I} = 10\underline{/0^\circ}\,\text{A}$

$$u_R(t) = 100\sqrt{2} \cdot \sin\left(1000t\right)\ \text{V}$$

$$u_L(t) = 200\sqrt{2} \cdot \sin\left(1000t + \frac{\pi}{2}\right)\ \text{V}$$

$$u_C(t) = 100\sqrt{2} \cdot \sin\left(1000t - \frac{\pi}{2}\right)\ \text{V}$$

1 Conceptos básicos

2 Corriente alterna

Respuesta de elementos pasivos a excitación senoidal (R, L y C)

Potencia en corriente alterna

Factor de potencia: importancia y mejora

3 Sistemas trifásicos

Potencia en CA, expresión general

$$\begin{aligned} p(t) &= \underbrace{U_o \cos(\omega t)}_{u(t)} \cdot \underbrace{I_o \cos(\omega t - \theta)}_{i(t)} \quad = \quad \cdots \\ &= U \cdot I \cos(\theta) \; + \; U \cdot I \cos(\theta) \cos(2\omega t) \; + \; U \cdot I \sin(\theta) \sin(2\omega t) \end{aligned}$$

Definimos dos términos: **potencia activa** 'P' y **potencia reactiva** 'Q'

$$p(t) = U \cdot I \cos(\theta) \; + \; U \cdot I \cos(\theta) \cos(2\omega t) \; + \; U \cdot I \sin(\theta) \sin(2\omega t)$$

$$P = U \cdot I \cos\theta \qquad Q = U \cdot I \sin\theta$$

$$\boxed{p(t) \;=\; P \cdot [1 \; + \; \cos(2\omega t)] \; + \; Q \cdot \sin(2\omega t)}$$

Pero, ¿qué significa que la potencia sea *activa* o *reactiva*? $\rightarrow$ Siguiente diapositiva

Potencia en CA: potencia disipada y potencia entretenida

Dado que $p(t)$ varía en el tiempo, sus **efectos netos** en el circuito tras cada ciclo pueden calcularse con el **valor medio** en un periodo:

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{T}\left[P\int_0^T dt + P\cancelto{0}{\int_0^T \cos(2\omega t)\,dt} + Q\cancelto{0}{\int_0^T \sin(2\omega t)\,dt}\right] = \boxed{P}$$

- $\boldsymbol{P} = U\,I\cos(\theta)$ es la **potencia neta que se disipa en la carga**, dado que el resto de la potencia $p(t)$ es fluctuante

  (Unidades de P: W)

- $\boldsymbol{Q} = U\,I\sin(\theta)$ es **potencia únicamente *entretenida***, ya que es potencia almacenada y sucesivamente devuelta por las bobinas y condensadores (para los que $\sin(\theta) \neq 0$)

  (Unidades de Q: var)

Potencia en CA, circuito resistivo

Resistencia

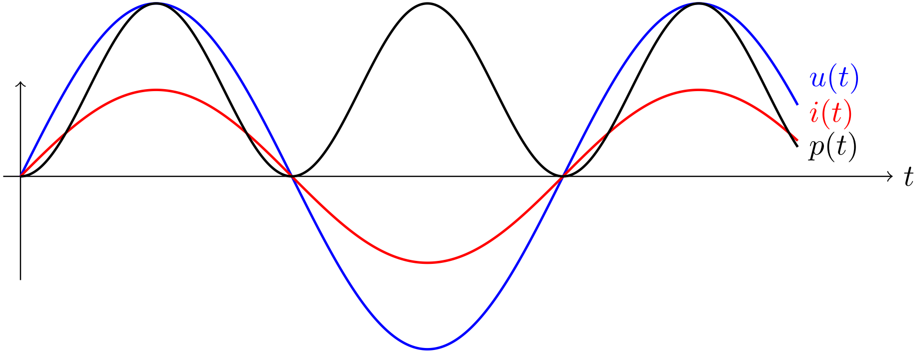
$\theta = 0^\circ$

$$P = U\,I\,\underbrace{\cos\theta}_{=1} \qquad Q = U\,I\,\cancelto{0}{\sin\theta}$$

$$p(t) = P \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q \cdot \sin(2\omega t)$$

Potencia en CA, circuito resistivo

Resistencia



- Fluctúa al **doble** de **frecuencia** que la tensión y corriente
- Es siempre **positiva**
- Su **valor medio** es $P = U\,I \cos\theta = U\,I$

Potencia en CA, circuito inductivo puro

Bobina

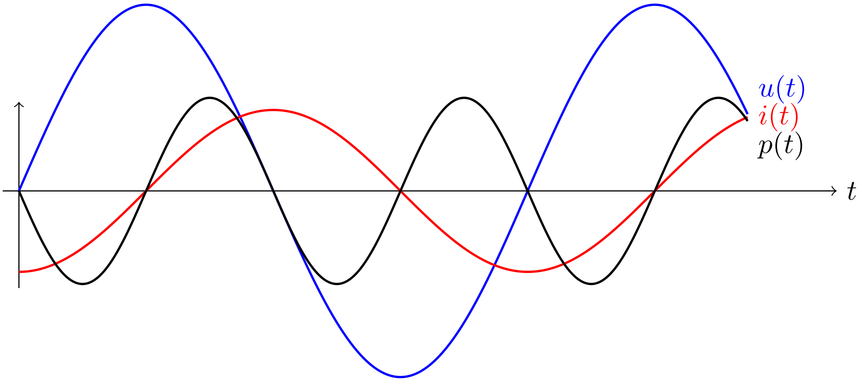
$\theta = 90^\circ$

$$P = U\,I \cancelto{0}{\cos\theta} \qquad Q = U\,I \underbrace{\sin\theta}_{=1}$$

$$p(t) = P \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q \cdot \sin(2\omega t)$$

Potencia en CA, circuito inductivo puro

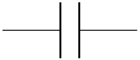
Bobina



- Fluctúa al **doble** de **frecuencia** que la tensión y corriente
- Su valor medio es **nulo**

Potencia en CA, circuito capacitivo puro

Condensador



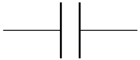
$$\theta = -90^\circ$$

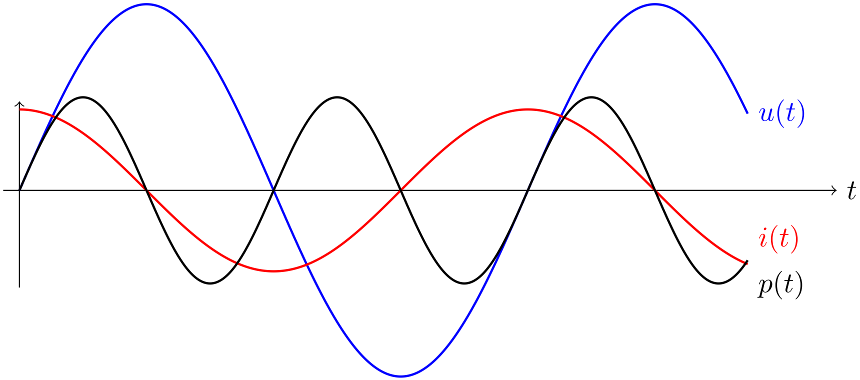
$$P = U\,I\,\cancelto{0}{\cos\theta} \qquad Q = U\,I\,\underbrace{\sin\theta}_{=-1}$$

$$p(t) = P \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q \cdot \sin(2\omega t)$$

Potencia en CA, circuito capacitivo puro

Condensador

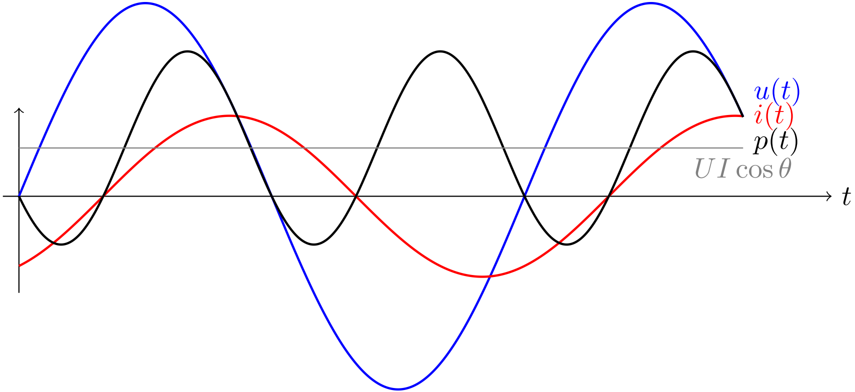




- Fluctúa al **doble** de **frecuencia** que la tensión y corriente
- Su valor medio es **nulo**

Potencia en CA, circuito inductivo con pérdidas

$0^\circ < \theta < 90^\circ$



Triángulo de potencias

- Potencia **activa** [unidades: W]

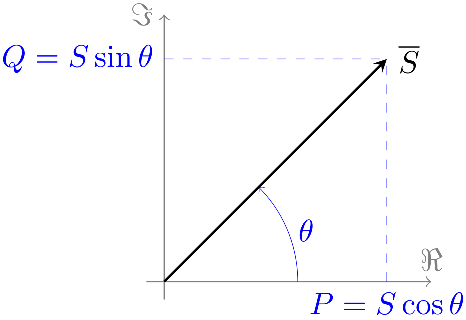
$$\boxed{P = U \cdot I \cdot \cos(\theta) = R \cdot I^2}$$

- Potencia **reactiva** [unidades: var]

$$\boxed{Q = U \cdot I \cdot \sin(\theta) = X \cdot I^2}$$

- Potencia **aparente** [unidades: VA]

$$\boxed{\overline{S} = P + \mathrm{j}Q = \overline{U} \cdot \overline{I}^*}$$



Demostración de la expresión para $\overline{S}$:

$$\overline{U} = U\underline{/0}$$

$$\overline{I} = I\underline{/-\theta} \quad \text{(circuito en retraso)}$$

$$\boldsymbol{\overline{U} \cdot \overline{I}^*} = U\underline{/0} \cdot I\underline{/\theta} = U\,I\underline{/\theta} =$$

$$= U\,I\,(\cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta) = \boldsymbol{P + \mathrm{j}Q}$$

$$S = U \cdot I$$

$$\theta_S = \theta_Z = \theta$$

Triángulo de potencias

- Potencia **activa** [unidades: W]

$$\boxed{P = U \cdot I \cdot \cos(\theta) = R \cdot I^2}$$

- Potencia **reactiva** [unidades: var]

$$\boxed{Q = U \cdot I \cdot \sin(\theta) = X \cdot I^2}$$

- Potencia **aparente** [unidades: VA]

$$\boxed{\overline{S} = P + \mathrm{j}Q = \overline{U} \cdot \overline{I}^*}$$

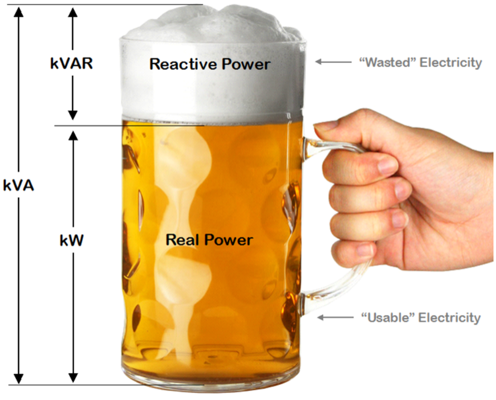
Demostración de la expresión para $\overline{S}$:

$$\overline{U} = U\underline{/0}$$

$$\overline{I} = I\underline{/-\theta} \quad \text{(circuito en retraso)}$$

$$\boldsymbol{\overline{U} \cdot \overline{I}^*} = U\underline{/0} \cdot I\underline{/\theta} = U\,I\underline{/\theta} =$$

$$= U\,I\,(\cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta) = \boldsymbol{P + \mathrm{j}Q}$$

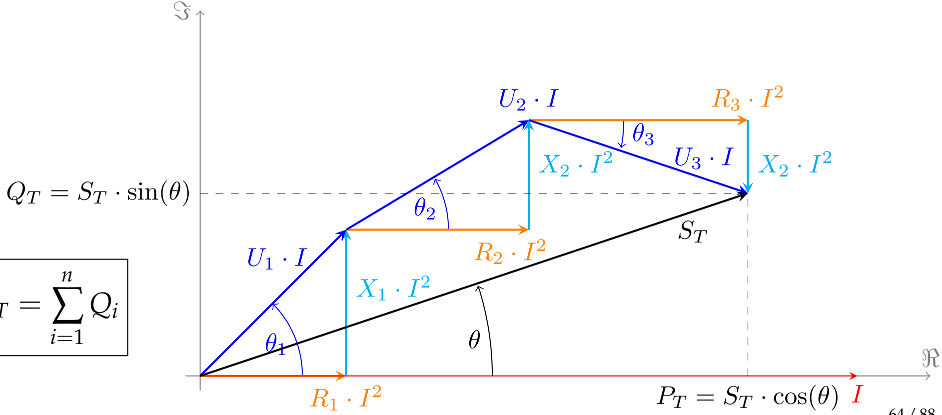


Teorema de Boucherot

En un circuito con múltiples elementos, la potencia aparente total es la **suma de las potencias aparentes individuales**

(la potencia activa/reactiva total es la **suma de las potencias activas/reactivas individuales**)

$$\boxed{P_T = \sum_{i=1}^{n} P_i} \qquad \boxed{Q_T = \sum_{i=1}^{n} Q_i}$$



1 Conceptos básicos

2 Corriente alterna

Respuesta de elementos pasivos a excitación senoidal (R, L y C)

Potencia en corriente alterna

Factor de potencia: importancia y mejora

3 Sistemas trifásicos

Factor de potencia

El factor de potencia (***f.d.p.***), $\cos(\theta)$, representa la aportación de potencia activa dentro de la potencia aparente:

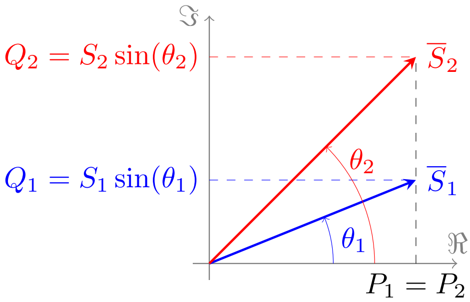
$$\cos(\theta) = \frac{P}{S}$$

Se dice que:

- *fdp* **en retraso** cuando el circuito tiene carácter inductivo (la intensidad va retrasada respecto a la tensión)
- *fdp* **en adelanto** cuando el circuito tiene carácter capacitivo (la intensidad va adelantada respecto a la tensión)

Factor de potencia: importancia y mejora

Sean dos sistemas con **misma tensión y potencia activa**, y factores de potencia $\cos\theta_2 < \cos\theta_1 \;\; (Q_2 > Q_1)$



- El sistema 2 requiere **mayor potencia aparente** (generador mayor) para alimentar la misma potencia activa:

$$\left(\frac{P}{\cos\theta_1} = S_1\right) < \left(S_2 = \frac{P}{\cos\theta_2}\right)$$

- El sistema 2 requiere **mayor sección de cable** para transportar la misma potencia activa:

$$\left(\frac{P}{U\cos\theta_1} = I_1\right) < \left(I_2 = \frac{P}{U\cos\theta_2}\right)$$

“Generación” local de reactiva

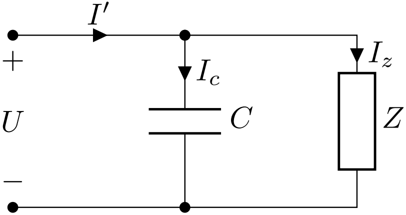
- Comúnmente, el factor de potencia es **inductivo** (máquinas eléctricas industriales)
- La red debe suministrar potencia reactiva inductiva (influye en secciones de líneas y tamaños de generadores $\rightarrow$ **mayor coste**)
- Es necesario mejorar **localmente** el factor de potencia

  Solución común: utilizar **bancos de condensadores** como suministradores de Q

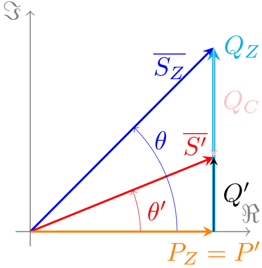
Cálculo de la capacidad para compensación de reactiva

Sea una carga de potencia activa P_z, potencia reactiva Q_z, factor de potencia $\cos\theta$

Se desea **mejorar el factor de potencia** a $\cos\theta' > \cos\theta$, manteniendo la potencia P_z



$$
\begin{aligned}
P' &= P_z \\
Q' &= Q_c + Q_z \quad (Q' < Q_z) \\
\bar{I}' &= \bar{I}_c + \bar{I}_z \quad (I' < I_z)
\end{aligned}
$$



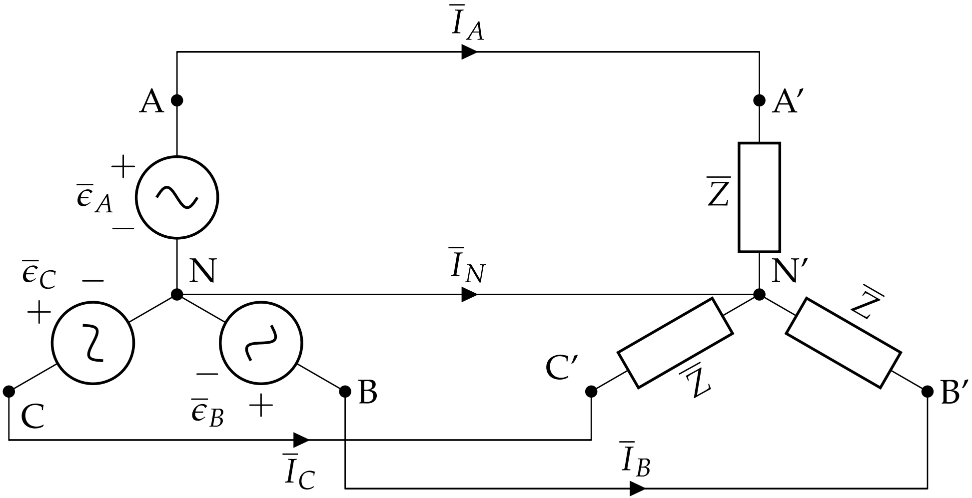
$$
\begin{aligned}
Q_z &= P_z \tan\theta \\
Q' &= P_z \tan\theta' \\
|Q_c| &= Q_z - Q' = P_z(\tan\theta - \tan\theta')
\end{aligned}
$$

$$
|Q_c| = \underbrace{X_c}_{=\frac{1}{\omega C}} \cdot I_c^2 = \omega C U^2 \rightarrow \boxed{C = \frac{P_z(\tan\theta - \tan\theta')}{\omega U^2}}
$$

1 Conceptos básicos

2 Corriente alterna

3 Sistemas trifásicos


$\overline{I}_A$
A
A′
$\overline{\epsilon}_A$
+
−
$\overline{Z}$
N
$\overline{I}_N$
N′
$\overline{\epsilon}_C$
−
+
$\overline{Z}$
C′
$\overline{Z}$
B′
C
−
$\overline{\epsilon}_B$
+
B
$\overline{I}_C$
$\overline{I}_B$

Motivación de los sistemas trifásicos

- En un sistema trifásico la **potencia instantánea es constante**, evitando vibraciones y esfuerzos en las máquinas
  - **Recordatorio**: en un sistema monofásico, la potencia instantánea es pulsante

- La **masa de conductor necesaria** en un sistema trifásico **es un 25% inferior** que en un sistema monofásico para transportar la misma potencia

---

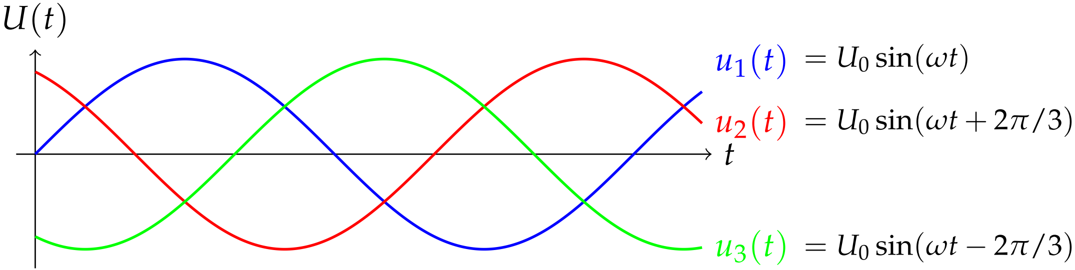
Por estas razones, se usan sistemas trifásicos en **generación, transporte y distribución de energía eléctrica**

(los sistemas monofásicos se utilizan en cargas domésticas y de baja potencia)

Ondas trifásicas

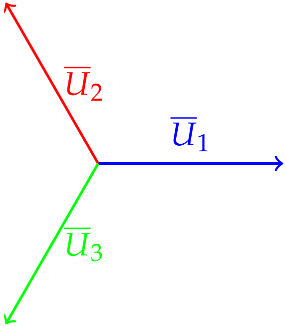
Para conseguir potencia constante, las ondas trifásicas deben cumplir:

- Mismo **desfase entre ellas** $\rightarrow$ el desfase debe ser de **120°**
- Igual **amplitud**



Fasores de un sistema trifásico

Usamos las mismas herramientas matemáticas que antes $\rightarrow$ **cálculo fasorial**



$$\overline{U}_1 = U\underline{/0}$$

$$\overline{U}_2 = U\underline{/2\pi/3}$$

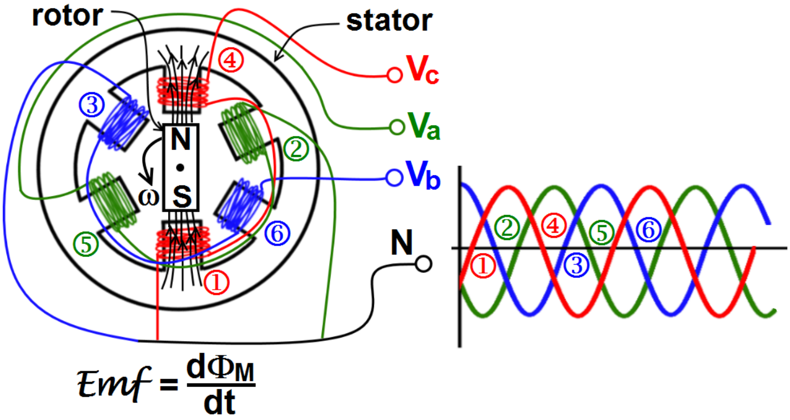
$$\overline{U}_3 = U\underline{/-2\pi/3}$$

1 Conceptos básicos

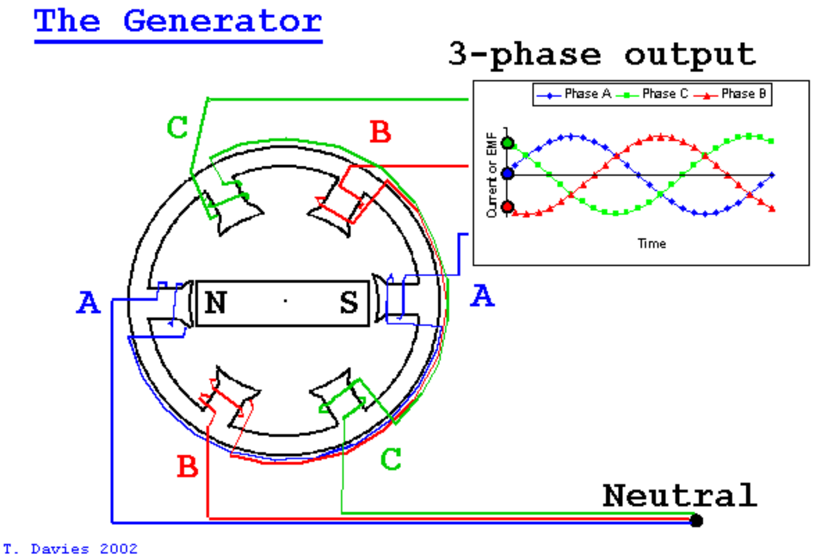
2 Corriente alterna

3 Sistemas trifásicos
  - Generador trifásico
  - Receptores trifásicos
  - Potencia en sistemas trifásicos

Generador trifásico

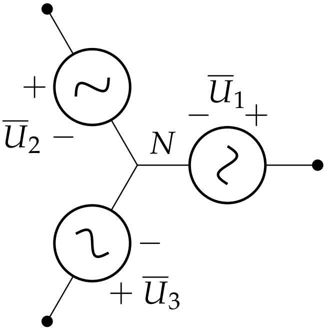


(clica en la imagen)



Conexión en estrella

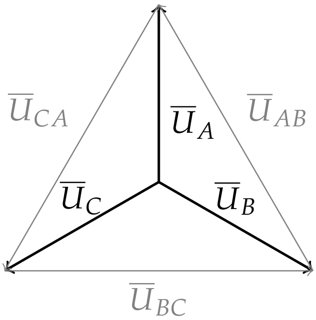
- Punto común de la conexión estrella $\rightarrow$ **neutro**, N
- Potencial de N se toma como **referencia**



$$u_1(t) = U_0 \sin(\omega t)$$
$$u_2(t) = U_0 \sin(\omega t + 2\pi/3)$$
$$u_3(t) = U_0 \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

$$\overline{U}_1 = U\underline{/0}$$
$$\overline{U}_2 = U\underline{/2\pi/3}$$
$$\overline{U}_3 = U\underline{/-2\pi/3}$$

Tensiones de fase y de línea



- Tensiones de **fase**: $U_A, U_B, U_C \equiv U_f$
  (o tensiones **simples**, entre fase y neutro)
- Tensiones de **línea**: $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} \equiv U_L$
  (o tensiones **compuestas**, entre dos conductores de línea)

$$\boxed{\begin{aligned} U_L &= \sqrt{3} \cdot U_f \\ \theta_L &= \theta_f + 30^\circ \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} \overline{U}_{AB} &= \overline{U}_A - \overline{U}_B \\ \overline{U}_{BC} &= \overline{U}_B - \overline{U}_C \\ \overline{U}_{CA} &= \overline{U}_C - \overline{U}_A \end{aligned}$$

$$\overline{U}_{AB} + \overline{U}_{BC} + \overline{U}_{CA} = 0$$

1. Conceptos básicos

2. Corriente alterna

3. Sistemas trifásicos
    - Generador trifásico
    - Receptores trifásicos
    - Potencia en sistemas trifásicos

Tipos de receptor

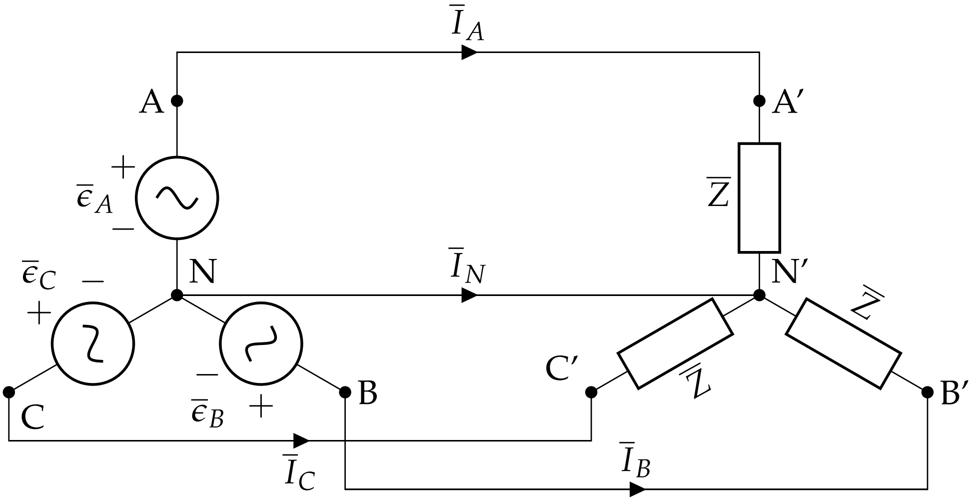
Según su **conexión**

- **Estrella** (punto común)
- **Triángulo**

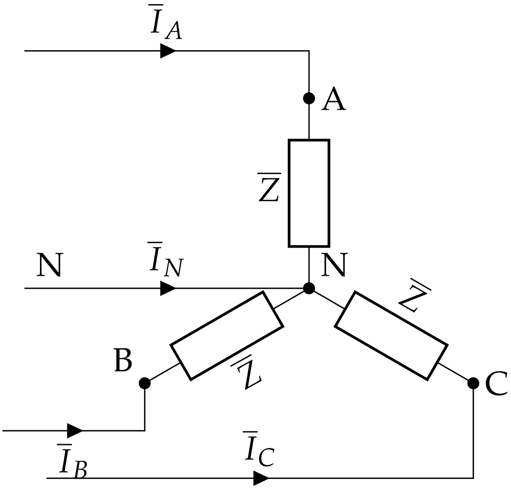
Según sus **impedancias**

- **Equilibrado** (las tres impedancias son idénticas en módulo y fase)
- **Desequilibrado**

Receptor en estrella equilibrado, con neutro



Receptor en estrella equilibrado, con neutro



$$\bar{I}_A = \frac{\overline{U}_A}{\overline{Z}} = \frac{U_f}{Z}\underline{/90^\circ - \theta}$$

$$\bar{I}_B = \frac{\overline{U}_B}{\overline{Z}} = \frac{U_f}{Z}\underline{/-30^\circ - \theta}$$

$$\bar{I}_C = \frac{\overline{U}_C}{\overline{Z}} = \frac{U_f}{Z}\underline{/-150^\circ - \theta}$$

$$\boxed{I_A = I_B = I_C = \frac{U_f}{Z}}$$

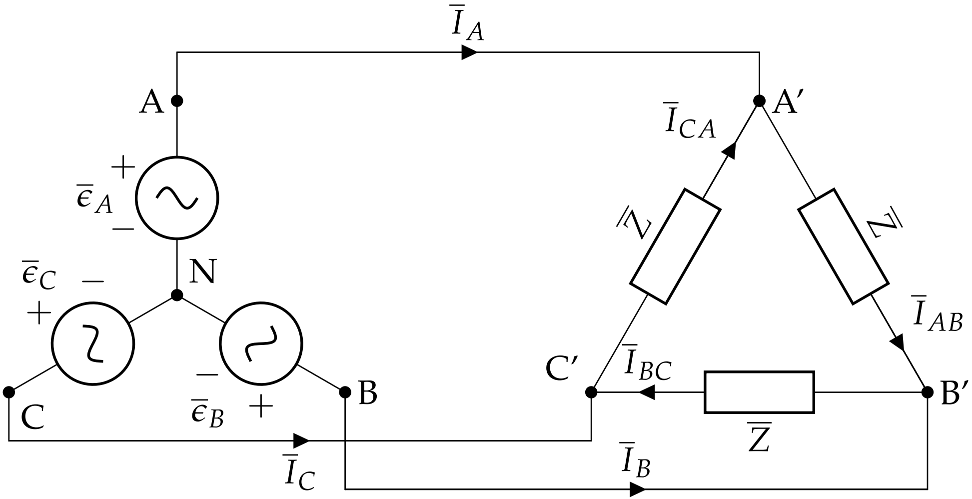
(en ⅄, corriente de línea igual a la de fase)

Aplicando **1LK** en el punto común del receptor:

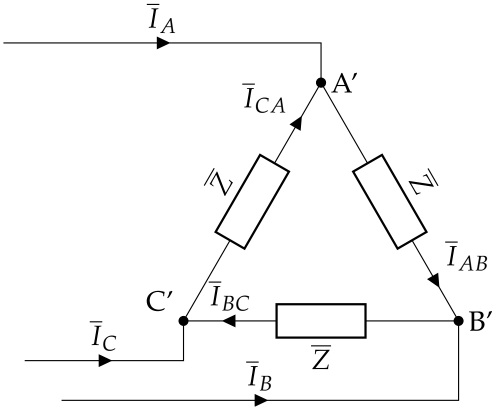
$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C + \bar{I}_N = 0$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\bar{I}_N = 0}$$

Receptor en triángulo equilibrado



Receptor en triángulo equilibrado



$$\overline{I}_{AB} = \frac{\overline{U}_{AB}}{\overline{Z}} = \frac{U_L}{Z} \underline{/120^\circ - \theta}$$

$$\overline{I}_{BC} = \frac{\overline{U}_{BC}}{\overline{Z}} = \frac{U_L}{Z} \underline{/0 - \theta}$$

$$\overline{I}_{CA} = \frac{\overline{U}_{CA}}{\overline{Z}} = \frac{U_L}{Z} \underline{/-120^\circ - \theta}$$

(en $\triangle$, tensión de línea igual a la de fase)

Corriente de **fase**:

$$\boxed{I_f = I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = \frac{U_L}{Z}}$$

1 Conceptos básicos

2 Corriente alterna

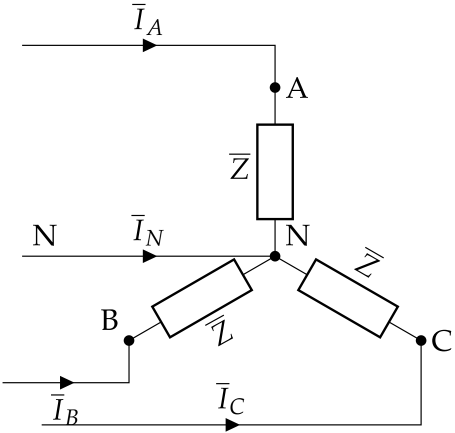
3 Sistemas trifásicos

Generador trifásico

Receptores trifásicos

Potencia en sistemas trifásicos

Receptor en estrella equilibrado



Por el Tª de **Boucherot**:

$$
\begin{aligned}
P &= 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta) \\
Q &= 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta)
\end{aligned}
$$

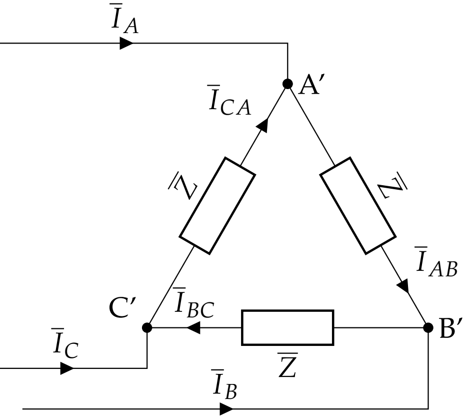
Relaciones en conexión ⅄:

$$
I_f = I_L
$$

$$
U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}}
$$

$$
\boxed{
\begin{aligned}
\boldsymbol{P} &= 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta) \\
\boldsymbol{Q} &= 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta) \\
\boldsymbol{S} &= \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L
\end{aligned}
}
$$

Receptor en triángulo equilibrado



Por el Tª de **Boucherot**:

$$\begin{aligned} P &= 3 \cdot P_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta) \\ Q &= 3 \cdot Q_Z = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta) \end{aligned}$$

Relaciones en conexión $\triangle$:

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

$$U_f = U_L$$

$$\boxed{\begin{aligned} \boldsymbol{P} &= 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta) \\ \boldsymbol{Q} &= 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\theta) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta) \\ \boldsymbol{S} &= \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \end{aligned}}$$

(**mismas expresiones** que para $\curlywedge$ equilibrado)