Relación 1 - Metaheurísticas para Optimización

Cuestiones

Cuestión 1. ¿Por qué crees que el parámetro W en el algoritmo PSO se llama inercia? ¿Qué veentajas e inconvenientes puede tener tomar un valor W muy alto con respecto a c_1 y c_2?

Cuestión 2. En un algoritmo de PSO, supongamos que $W = c_2 = 0$. Describe el comportamiento del sistema.

Cuestión 3. ¿Cómo afecta la disminución de la temperatura en la probabilidad de aceptación de un estado en el algoritmo de enfriamiento simulado? Escribe la fórmula de cálculo de dicha probabilidad y describe sus componentes.

Cuestión 4. Describir tres características que debe tener un problema para que sea preferible usar algoritmos de búsqueda local en lugar de otros métodos que recorran el espacio de búsqueda de manera sistemática (búsqueda como anchura, profundidad, A^*, etc.)

Cuestión 5. ¿Cuál es la diferencia fundamental entre el algoritmo de escalada y el de enfriamiento simulado?

Cuestión 6. Describir un programa de enfriamiento para el algoritmo de enfriamiento simulado, de manera que el comportamiento del algoritmo con dicho programa sea análogo al de la búsqueda en escalada.

Cuestión 7. Supongamos que tenemos una población de 10 individuos `i1,i2, ..., i10` con valoración $5, 2, 10, 2, 3, 5, 6, 3, 2, 10$, respectivamente. Calcular el resultado de una selección de 4 individuos mediante selección proporcional a la valoración (método de la ruleta) considerando que se han generado aleatoriamente los valores $1, 3, 31, 16$

Cuestión 8. ¿Por qué un algoritmo genético que use el método de selección proporcional a la valoración probabilística no puede emplearse directamente para resolver un problema en el que se trata de minimizar el valor de una función de valoración?

Cuestión 9. Una permutación es *cíclica* cuando representa un ciclo y no importa donde empiece su representación lineal. De esta manera, los cromosomas `[a,b,c,d,e,f]` y `[e,f,a,b,c,d]` representan la misma permutación cíclica. Si esto no ocurre, esto es, si lo importante es la posición *absoluta* y no la *relativa*, la permutación es *no cíclica*.

- Da dos ejemplos de problemas y sus representación con algoritmos genéticos tales que uno de ellos los cromosomas se representen como permutaciones cíclicas y el otro con permutaciones no cíclicas.

- ¿Qué tipo de cruce crees adaptado a cada caso?

Cuestión 10. Sea α el `factor-descenso` multiplicativo usado para la actualización de la temperatura T en el algoritmo de *enfriamiento simulado*, mediante $T \leftarrow T \cdot \alpha$. Discutir la evolución del algoritmo en los siguientes casos: (a) $\alpha < 0$; (b) $\alpha = 0$; (c) $0 < \alpha < 1$; (d) $\alpha = 1$; (e) $\alpha > 1$.

Cuestión 11. ¿Qué características tiene un algoritmo genético, que le hacen tratar de escapar de los óptimos locales?

Cuestión 12. Responde razonadamente si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si la respuesta **Verdadera** debes dar razones que apoyen tu decisión. Si la respuesta es **Falsa** debes dar un ejemplo en el que no se verifique la afirmación. Sea α el *factor descenso* de un algoritmo de enfriamiento simulado. Sea v_1 la valoración de la solución actual y sea v_2 la valoración de una solución S que *empeora* la valoración de la solución actual. **Afirmación:** Si $\alpha = 1$ entonces la probabilidad de aceptación de S es la misma en cualquier paso del algoritmo.

Problemas

Problema 1. Consideremos un enjambre de partículas desplazándose en $\mathbb{R}^2$ según el algoritmo PSO. Supongamos que en un instante t hay una partícula en la posición $(5, 5)$ con velocidad $(6, 9)$. La mejor posición de la partícula se alcanzó en la posición $(2, 3)$ y la mejor posición de cualquier partícula el enjambre se alcanzó en la posición $(1, 1)$. Sabiendo que se trata de un problema de minimización, que los parámetros son $W = 0{,}7$, $c_1 = 0{,}1$, $c_2 = 0,4$, que los valores aleatorios obtenidos en este caso han sido $r_1 = 0{,}6$ y $r_2 = 0{,}9$ y que la función de *fitness* es $f(x, y) = x^4 + y^2 + 10$. ¿Mejora o empeora su posición la partícula tras un paso del algoritmo?

Problema 2. El *problema del coloreado de mapas* se plantea de manera genérica como sigue: dado un mapa con N países y M colores distintos, asignar un color a cada país de tal manera que aquellos que sean fronterizos no queden pintados con el mismo color.

- ¿De qué manera podríamos plantear este problema como un problema de optimización? (**Indicación:** *Se puede definir una función sobre cada posible forma de colorear el mapa, de manera que un coloreado válido del mapa corresponda con un mínimo de dicha función ¿cómo definirías dicha función?*).
- Representar el problema del coloreado de mapas como un problema para ser resuelto mediante un algoritmo genético. Es decir, definir los genes, la longitud de los cromosomas y las funciones decodifica y de *fitness*.

Problema 3. Codificar el problema de las N-reinas para resolverlo mediante un algoritmo genético. Esto es, describir para este problema: los genes, la longitud de los cromosomas, la función de decodificación y una función de *fitness*.

Problema 4. Supongamos que n trabajadores tienen que realizar n tareas, y que conocemos el tiempo q_{ij} de realización por parte del trabajador i-ésimo (t_i) de la tarea j-ésima (T_j). El problema es cómo asignar a cada trabajador una y sólo una tarea, de manera que se realicen todas las tareas en un tiempo total mínimo.

A continuación presentamos como ejemplo para $n = 4$ una tabla $Q = (q_{ij})$ con los tiempos que cada trabajador necesita para realizar cada una de las tareas:

Tareas

	Q	T_1	T_2	T_3	T_4
	t_1	12	43	15	7
Trabajador	t_2	9	10	6	4
	t_3	5	13	29	2
	t_4	4	11	17	9

Dos posibles asignaciones (la segunda de ellas óptima) son:

- $t_1 \to T_2$, $t_2 \to T_3$, $t_3 \to T_1$, $t_4 \to T_4$, con tiempo total igual a $43 + 6 + 5 + 9 = 63$.
- $t_1 \to T_4$, $t_2 \to T_3$, $t_3 \to T_1$, $t_4 \to T_2$, con tiempo total igual a $7 + 6 + 5 + 11 = 29$.

Se pide:

- Representar el problema adecuadamente para que pueda ser resuelto mediante un algoritmo genético. Esto es, definir los genes, la longitud de los cromosomas, la función de decodificación y la función de *fitness*.

Problema 5. En una fábrica hay n tareas que realizar, $t_1, \ldots, t_n$, y m trabajadores $T_1, \ldots, T_m$. Un trabajador no puede realizar varias tareas simultáneamente, pero normalmente sabe realizar más de una tarea. Si el trabajador i puede realizar la tarea j, entonces denotaremos por d_{ij} el tiempo que el trabajador i tarda en realizar la tarea j. Además, algunas tareas no pueden comenzar hasta que otras no hayan terminado, esto es, tenemos un conjunto de restricciónes temporales $t_i < t_j$ que indican que t_i se debe realizar *antes* de t_j. El problema consiste en decidir, para cada tarea, *qué trabajador* la realiza y *en qué momento* debe comenzar a realizar la tarea para que al final todas las tareas estén realizadas, todas las restricciones temporales se satisfagan y además queremos que el conjunto de las tareas se realice en el menor tiempo posible.

Para solucionarlo como algoritmo genético, se piden los genes y la longitud de los cromosomas, la función decidifica que a cada cromosoma le asigna una solución aproximada del problema, y la función de *fitness*.

Problema 6. Disponemos de 10 tarjetas numeradas del 1 al 10. Se desea disponerlas en dos pilas (P_1 y P_2), de forma que la suma de los números de las tarjetas de P_1 sea lo más próxima posible a 36, y el producto de los números de las tarjetas de P_2 sea lo más próxima posible a 360. Representar el problema de forma adecuada para que pueda ser resuelto mediante un algoritmo genético.

Problema 7. Considera el problema de aproximar un entero positivo k mediante una suma de números entre 1 y 100 donde cada sumando puede aparecer dos veces como máximo. Representar el problema para que pueda ser resuelto mediante un algoritmo genético: Definir los genes, la longitud de los cromosomas, la función de decodificación y la función de *fitness* (indicando si debemos maximizarla o minimizarla).

Problema 8. En un juego de dardos, una diana tiene marcadas las puntuaciones 17, 8, 23, 51 y 72. Cada jugador tira diez dardos y gana el jugador que más se aproxime a 600 puntos. Plantear el problema como un problema de algoritmos genéticos. En particular, se piden los genes, la longitud de los cromosomas y la función de *fitness* indicando si debemos *minimizarla* o *maximizarla*.

Problema 9. Considérese el siguiente problema: un grupo de N personas de diferentes países se sienta en una mesa circular con N sillas. Cada persona sabe hablar dos idiomas (no necesariamente los mismos para todos). Se trata de encontrar una disposición para sentarse de manera que cada persona pueda comunicarse con sus dos vecinos en la mesa. Plantear el problema para que pueda ser resuelto por un algoritmo genético.

Problema 10. Supongamos que cuatro amigos deben cargar con 100 objetos indivisibles de pesos $w_1, \ldots, w_{100}$ y que ninguno de ellos quiere llevar más peso que los demás. Se pide representar mediante algoritmos genéticos el problema de decidir qué objetos lleva cada uno de los cuatro amigos. Para ello se pide definir los genes, la longitud de los cromosomas, la función de *fitness*, especificar si es un problema de *maximización o minimización* y dar una breve explicación sobre el sistema de representación elegido.

Problema 11. Disponemos de una balanza de 2 platillos y de n pesas, de pesos $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$. Queremos obtener todas las formas posibles de disponer pesas en los platillos, de forma que la balanza esté equilibrada. **Nota:** No es necesario usar todas las pesas. Representa el problema para ser resuelto mediante un algoritmo genético.

Problema 12. Describir los elementos necesarios para una representación adecuada del problema de encontrar el mínimo de la función $f(x) = x^m$ en un dominio de la forma $[0, 2^n) \cap N$, siendo n y m números naturales, usando un algoritmo genético.

Problema 13. Considérese la siguiente variante simplificada del "problema de la mochila". Se tienen n objetos, tal que cada objeto i ($1 \leq i \leq n$) tiene un volumen v_i. Se trata de seleccionar un subconjunto de estos objetos para colocar dentro de una mochila que admite un volumen total máximo V, de manera que se minimice el espacio libre. Codificar el problema para resolverlo mediante un algoritmo genético. Esto es, describir para este problema: los genes, la longitud de los cromosomas, la función de decodificación y la función de *fitness*.

Problema 14. Supongamos que estás empaquetando la comida que te vas a llevar para un recorrido por la montaña. Tienes n piezas de comida. Cada pieza de comida t_i tiene un volumen v_i, un peso p_i y proporciona un número de calorías c_i. Tu mochila admite un volumen máximo V y tu sólo puedes cargar un peso P a lo sumo. Además, para no tener hambre, necesitas al menos C calorías. Por tanto, necesitas encontrar una selección de la comida que vas a llevar, de forma que quepa en la mochila y que suministre las calorías necesarias.

Representar el problema de forma adecuada para que pueda ser resuelto mediante un algoritmo genético.

Problema 15. Consideremos el siguiente problema de satisfacibilidad en lógica proposicional.

$$(\neg X_1 \lor X_2) \land (\neg X_2 \lor X_3) \land \ldots \land (\neg X_{n-1} \lor X_n)$$

Representarlo adecuadamente para ser resuelto mediante un algoritmo genético.

Problema 16. Un ganadero tiene un rebaño de n ovejas. Cada oveja i tiene un peso p_i y la vende por un precio v_i. Dispone de un camión que es capaz de cargar un peso total T. Su problema es seleccionar una serie de ovejas para llevarlas al mercado de ganado en el camión, de manera que se maximice el precio total de las ovejas transportadas, sin superar el peso total soportado por el camión. Codificar este problema para resolverlo con un algoritmo genético. Esto es, describir para este problema: genes, longitud de los cromosomas, función de decodificación y función de *fitness*.

Problema 17. Diseñar una representación adecuada para, aplicando un algoritmo genético, intentar encontrar los primeros 5 decimales del número π. (**Indicación:** En el intervalo $[3, 4]$, la función $sen(\frac{x}{2})$ tiene un máximo en $x = \pi$.)

Problema 18. Un webmaster desea incluir publicidad en su web, donde dispone de un banner principal y dos secundarios. Debe elegir entre 5 anuncios $(A1, A2, \ldots, A5)$ sabiendo que cada anuncio A_i le aportaría unos ingresos de X_i euros si lo pusiera en el banner principal, o de Y_i euros en uno secundario. Supongamos que no se pueden poner dos anuncios en un mismo banner, y que no se puede repetir un anuncio en más de un banner.

a) Plantear el problema de maximizar los ingresos para que pueda ser resuelto mediante un algoritmo genético usando selección proporcional a la valoración.

b) Considerar una población aleatoria de 7 individuos y realizar un paso del algoritmo.

Problema 19. Un ayuntamiento tiene que adjudicar 10 proyectos de obra mediante concurso público. Se han presentado a concurso 5 empresas, dando presupuestos para cada uno de los diez proyectos. La adjudicación debe realizarse de manera que a cada empresa sólo se le concedan dos proyectos.

Representar el problema de encontrar una adjudicación que minimice el coste total para resolverlo

1. ...mediante un algoritmo genético con selección proporcional a la valoración.

2. ...mediante un algoritmo de enfriamiento simulado.

Problema 20. La empresa de comida rápida *Chicken Queen* desea implantarse en una ciudad en la que ya existen establecimientos de su empresa competidora, *MacPérez*. La idea es instalar exactamente 7 restaurantes. Se ha hecho un sondeo en el mercado de alquiler y se han encontrado 20 locales con las condiciones adecuadas para albergar un restaurante. Cada local i ($i = 1, \dots, 20$), tiene en su cercanía un número c_i de restaurantes *MacPérez*. Se trata de elegir dónde montar cada uno de los siete restaurantes, de tal manera que se minimize el número de tiendas de la competencia en un entorno cercano.

Plantear este problema para poder resolverlo mediante un algoritmo genético. Es decir, describir quiénes serían los genes, la longitud de los cromosomas, la codificación y la función de *fitness*.

Problema 21. Considera los siguientes cromosomas que representan soluciones aproximadas al problema del viajante por Andalucía.

$$P_1 \equiv \langle HU\ SE\ JA\ AL * CO\ MA\ CA * GR \rangle$$
$$P_2 \equiv \langle CO\ MA\ HU\ SE\ CA\ GR\ JA\ AL \rangle$$

Calcula los hijos obtenidos a partir de estos cromosomas mediante la técnica de CRUCE BASADO EN ORDEN y explica el procedimiento utilizado. Los puntos de corte en el primer padre están marcados con asteriscos $*$.

Problema 22. Supongamos que las secuencias

P1 $\equiv \langle$ `Huelva, Cádiz, Sevilla, Córdoba. Málaga. Almería, Granada, Jaén` $\rangle$

P2 $\equiv \langle$ `Málaga, Sevilla, Huelva, Jaén, Cádiz, Córdoba. Almería, Granada` $\rangle$

son los cromosomas correspondientes a dos individuos en el problema del viajante con ciudades de Andalucía. Se pide dar todos los pares de hijos que se pueden obtener a partir de **P1** y **P2** mediante la técnica de CRUCE BASADO EN CICLOS.

Problema 23. Sea P una población con siete cromosomas, $C_i, i = 1, \dots, 7$ con valores de función de valoración: $F(C_1) = 5$, $F(C_2) = 3$, $F(C_3) = 7$, $F(C_4) = 1$, $F(C_5) = 4$, $F(C_6) = 2$ y $F(C_7) = 1$. Supóngase que se desean seleccionar cinco cromosomas de manera proporcional a su valoración, *por el método de la ruleta*, y que con tal finalidad se obtiene la siguiente secuencia de cinco números entre 0 y 23, de manera aleatoria: $[5, 3, 14, 4, 17]$ ¿Qué cinco cromosomas serían seleccionados? Explicar el procedimiento de selección.